

УНИВЕРЗИТЕТ „ СВ. КИРИЛ И МЕТОДИЈ “ - СКОПЈЕ  
ФИЛОЗОФСКИ ФАКУЛТЕТ - ИНСТИТУТ ЗА ПЕДАГОГИЈА-СКОПЈЕ

**МЕТОДИЧКИ АСПЕКТИ НА  
ТЕОРИЈАТА НА МНОЖЕСТВАТА**  
( МАГИСТЕРСКИ ТРУД )

Ментор:  
Проф. д-р Снежана Адамчевска

Кандидат :  
Весна Макашевска

Скопје, јануари 2002 година





## В О В Е Д

Средината на XX век претставува период на интензивен научен и техничко-технолошки развој. Овој развој на науките претпоставува и проширување во областа на апликацијата на математиката во нив. Во таа смисла, една од најзначајните тенденции во развојот на науките бил процесот на нивната „математизација”. Методите и средствата на математиката сè повеќе наоѓаат примена во докажувањето на низа технички иновации и научни достигнувања. Истовремено, оваа математизација на науките отвора можности за создавање на нови научни дисциплини, унапредување на техничко-технолошките процеси, а сè позначајна е примената на математиката и во општествените науки.

Меѓутоа, развојот на математичката наука не е поттикнат само од нејзината примена во другите науки, техниката, технологијата и секојдневниот живот, туку и од идеите за сопствениот развој. Во тој правец се разработуваат идеи кои дотогаш не можеле да обезбедат свое место во математичката наука, но се оценети како мошне перспективни. Од низата вакви идеи се истакнуваат неколку: математичките структури, теоријата на множества, математичката логика и др. Разработката на овие идеи создава фундаментална претпоставка за натамошен развој на математичката наука, а со тоа и на математиката како наставен предмет.

Во шеесетите и седумдесетите години на овој век во развиените образовни системи во светот се спроведуваат активности за реформа на наставата по математика на сите степени на образование. Основна цел на реформата е да се создадат соодветни услови учениците да усвојат форми на мислење, кои се карактеристични за математичката наука. Значи, тежиштето на наставата се поместува од усвојувањето на голем број изолирани факти, на развивањето на математичкото мислење и сознавање.

Во подготовките за реформата на наставата по математика посебно внимание се посветува на теоријата на множествата. Во таа смисла, едно од централните места зазема прашањето: „Зошто наставата по математика треба да поаѓа од множествата?“

При создавањето на математичките белези на објективната стварност детето најпрво ги открива конкретните предмети од непосредната околина и ги запознава нивните својства. Овие искуства ќе му овозможат на детето да го направи следниот чекор-откривање на множествата како суштествени својства на предметите од објективната стварност. Работејќи со множества од конкретни предмети, детето ќе воочува еквивалентни и нееквивалентни множества, што ќе биде основа за изградување на поимот природен број, како суштествено својство на класата еквивалентни множества. На тој начин се запазува природниот континуитет во развојот на математичките поими, чиј почеток го претставуваат активностите на децата со предметите од непосредната околина, а завршница - апстракциите и генерализациите.

Ако во наставата по математика се поаѓа од множествата, тогаш се создаваат мошне поволни услови во формирањето на математичките поими. Имено, множествата овозможуваат да се изврши материјалното изведување на активноста, со што се конкретизира содржината на идната мисловна активност. Ваквото материјално изведување на активноста ја поврзува мисловната активност со физичкото искуство на учениците, што во мисловната активност внесува смисла и го олеснува сфаќањето.

Теоријата на множествата, анализирана од математички аспект, овозможува изградување на систем на математички поими кои се поточно и поцелосно дефинирани. Имено, поимот множество во математиката е основен поим, а поимот природен број е дефиниран, но уште позначајно е што поимот природен број се дефинира со помош на основниот поим множество.

Операциите со множествата - унија и разлика на множества - претставуваат основа за поцелосно и поконкретно дефинирање на операциите собирање, одземање и множење на природните броеви, како и некои својства што важат за собирањето и множењето - комутативност и асоцијативност.

Во геометриските содржини се изградуваат суптилни математички поими како што се: точка, права, рамнина, геометриска фигура, агол и сл. како и некои релации со нив, а множествата, како и односите меѓу нив создаваат услови за правилно и поцелосно дефинирање на тие поими. Истовремено, се создаваат и услови за симболично искажување на одредени релации меѓу геометриските поими, што придонесуваат за изведување на позасновани генерализации.

Од напред изнесеното може да се смета дека во реформата на наставата по математика се поаѓа од теоријата на множествата како фактор за подобрување на нејзината ефикасност. Затоа, во овој труд се насочуваме кон расветлување на теоријата на множествата од содржински и методски аспект, обрнувајќи посебно внимание на нејзината имплементација во нашата теорија и практика, како и нејзината рефлексивност во наставните планови и програми, во преобразбата на учебниците и во методиката на наставната работа.

## 1. ТЕОРИСКИ ПРИСТАП КОН ПРОБЛЕМОТ НА ИСТРАЖУВАЊЕ

### 1.1. Некои карактеристики на развојот на математичката наука

Во историскиот развој на математиката како наука обично се одделуваат четири периоди. Оваа поделба е направена според идеите кои доминирале во одреден период на развојот на математичката наука.

*Првиот период*, го опфаќа времето до VI - V век пред н.е. го означува почетокот на математиката како наука, кој е поврзан со практичните пресметувања и мерења. Карактеристично за овој период е формирањето на поимите **природен број** и **фигура**, односно почетокот на развојот на аритметиката и геометријата, кои според својата содржина се емпириски систематизирани правила за решавање на практични задачи. “На почетокот, природно, главниот дел го сочинувале аритметички операции и мерење.” (18, 34). Познати центри на развојот на математиката од тоа време се: Кина, Индија, Месопотамија и Египет. Пронајдените историски споменици сведочат за појавата на шеесетичниот броен систем во Вавилон, како и постапките за пресметување плоштина на правоаголник и квадрат, недоволно изградениот десетичен броен систем во Египет, начините за практично решавање аритметички задачи според Рајндовиот и Ахмесовиот папирус и др.

*Вториот период*, што го опфаќа времето од VI - V век пред н.е. до XVII век во историјата на математиката е познат како *период на космојани величини*. Тоа е време кога математиката се конституира како самостојна наука, со сопствен предмет на истражување и сопствени научни методи. Математиката од тоа време Аристотел ја определува како наука за количеството.

Мошне значаен придонес за развојот на математиката во Вториот период дале старогрчките математичари, меѓу кои посебно се истакнале

Талес, Евклид, Питагора, Архимед, Диофакт, Ератостен, Аполониј и др. Во делата на старогрчките математичари се проучуваат својствата на броевите и геометриските фигури, а истите се докажуваат врз основа на конструирани логички и математички методи. Се прави обид аритметиката и геометријата да се изградат во аксиоматски системи. Од математички аспект особено е значаен придонесот на Евклид во аксиоматското изградување на геометријата, дадено во делото „Елементи“, кое се задржало како учебник по геометрија се до XVII век. За тоа Стројк вели: „Во историјата на Западниот свет „Елементи“, после Библијата, веројатно, била најмногу издавана и проучувана повеќе од сите книги” (18, 68).

Во старогрчката математика “аритметиката како наука за броевите се разликувала од логистиката, т.е. од практичните пресметувања”. (18, 82).

Од тој период треба да се истакне и подемот на математиката во исламските земји, преку кои знаењата доаѓале до Европа. Така, Мухамед ибн Муса ал Хорезми, кој творел околу 825 година, во своите дела „го разјаснил индискиот систем на запишување на броевите” (18, 93), кој денеска се употребува во светот и е познат како декаден позиционен систем.

Карактеристично за Вториот период е и тоа што во тој период се појавува нова математичка дисциплина - алгебра, се појавува и се развива дедуктивниот систем, а почнува да се изградува и математичката симболика. Паралелно со развојот на астрономијата се појавува и се развива тригонометријата, која се формира како наука, независно од астрономијата.

**Третиот период**, од XVII до XIX век, го опфаќа времето кога во математичката наука се истакнуваат идеите за: функција, непрекинатост и движење. Овој период уште е познат како „ера на математиката на променливи величини“. Издигнувањето на функцијата на ниво на доминантна идеја е дело на познатиот математичар Leonard Euler (1707-1783). Во овој период голем подем бележи и аксиоматскиот метод, кој на прво место го поставува прашањето на логичката застапеност на математичката наука, од каде што произлегува можноста за проучување на природата на математиката.

Во XVIII век активноста на математичарите се насочува кон областа на анализата и нејзината примена во механиката. Во таа смисла посебно треба да се истакнат делата на *Leibniz, Bernoulli, Euler, Lagrange* и др.

Познатиот германски математичар *Carl Friedrich Gauss* (1777-1855) ги сумира дотогашните сознанија од областа на теоријата на броевите и во книгата „Аритметички истражувања“. Ова подрачје на математиката е “толку збогатено, што публикувањето на оваа книга се смета како почеток на современата теорија на броевите” (18, 192). (Парафразирано според 18).

**Четвртиот период**, од средината на XIX век наваму, е период на **математиката на променливице односи**. Карактеристика на овој период претставува зголемената улога на математичките конструкции и на математичкото моделирање, како и големиот подем на аксиоматскиот метод и појавата на поимот **математичка структура**. „Предмет на истражување на математиката се операции и односи, определени во множество елементи, кои во зависност од управувачкиот систем на аксиоми образуваат различни математички структури”. (7, 17). Според тоа, современата математика започнала да се определува како наука за математичките структури и нивните модели.

И покрај тоа што човекот многу одамна индуктивно ги открил множествата, врз основа на забележувањето на истородни предмети (предмети со заедничко својство) во својата непосредна околина, теоријата на множествата во математичката наука се развила релативно доцна, во втората половина на XIX век.

*Richard Dedekind* (1831-1916 год.), професор по математика на федералната политехничка школа во *Zürich*, во своите трудови го воведува терминот “систем”, но со исто појмовно определување со поимот множество. Тој не го дефинира поимот множество, туку го подразбира како основен и со тој поим ги дефинира операциите со множествата, релациите, како и поимите пресликување и функција. Во неговата теорија можат да се сретнат и вакви формулации: „Системот  $A$  е дел од системот  $S$ , ако секој елемент од  $A$  е исто така елемент од  $S$ ” (цитирано според 8, 42), што одговара на дефиницијата на



поимот подмножество. За определеноста на системот (множеството) *Dedekind* вели: „Системот  $S$  е наполно определен ако за секој објект е одредено дали е елемент на  $S$  или не е” (според 8, 42).

Во делото “Што со броевите и зошто служат” *Dedekind* воведува прецизен општ јазик, кој се нарекува и јазик на теорија на множествата, кој е многу сличен на оној што денеска се применува во наставата по математика.

*Gottlob Frege* (1848 - 1925 год.) и *Bertrand Russell* (1872-1970 год.) поимот природен број го дефинираат врз основа на еквивалентни множества (множеството  $A$  е еквивалентно со множеството  $B$  доколку меѓу елементите на тие множества е можно да се воспостави т.н. придружување 1 на 1 т.е. 1 - 1 кореспонденција). Според идејата на *Frege* и *Russell* природните броеви се воведуваат како кардинални броеви на конечни множества. Операциите собирање и множење на природни броеви се воведуваат врз основа на унија на две множества кои немаат заеднички елементи и Декартов производ на две множества. (Парафразирано според 8).

Сепак, најголем придонес во развојот на теоријата на множествата од тоа време има германскиот математичар *Georg Cantor* (1845-1918 год.). „Може да се смета дека главна заслуга на *Cantor* е тоа што тој го вовел терминот множество.” (19, 35). Според *Cantor* природните броеви се јавуваат како одделен случај на поопштиот поим *моќносѝ*. Моќноста е својство на множествата. Во теоријата на *Cantor* множествата кои можат заемно еднозначно да се пресликаат едно на друго се викаат еднаквомоќни (еднаквобројни, еквивалентни). Моќноста, пак, е она што е општо кај еквивалентните множества. Значи, еквивалентноста е откритие на *G. Cantor*, а бројноста ја сфаќа како нешто што се јавува како општо за сите еквивалентни множества.

На Првиот меѓународен математички конгрес, одржан во *Zürich* 1897 година, еднодушно признание добила теоријата на множества како математичка дисциплина, при што посебно е потенцирана заслугата на *Georg Cantor*.

На почетокот на XX век се појавуваат и книги во кои се објавуваат идеите на теоријата на множества. Една од позначајните од тој вид е „*Mengenlehre*” од *Felix Hausdorff* (1868-1942), издадена 1914 година. Тие книги

„се покажале како предвесници на новиот стил во наставата по математика“ (19, 25) (Парафразирано според 19).

Идеите на *Dedekind*, *Cantor*, *Frege*, *Russell* и други творци од ова подрачје во првата половина на XX век ја продолжиле група француски математичари, познати под псевдонимот „*Nikolas Bourbaki*“. *Bourbaki* си поставиле за цел да извршат класификација на целата математичка наука според принципот на т.н. математички структури. „Во основа на таа класификација тие го поставиле поимот множество и примената на аксиоматскиот метод, разработен со голема степен на продлабоченост и општост“ (7, 25). На тој начин математиката ќе се разгледува како единствена наука, а нејзините делови ќе бидат алки во еден единствен организам. Всушност, теориско-множествените идеи постанале обединувачки. Различните области на математиката, кои дотогаш изгледаа како да немаат ништо заедничко, постана можно да бидат поставени врз основа на општи, обединувачки идеи.

Групата *Bourbaki* имаат голема заслуга за поттикнување на идеја за осовременување на математичкото образование и доближување на содржината на наставата по математика до математичката наука.

## 1.2. Тенденции за реформа на наставата по математика

Воспитанието и образованието како општествени појави се развиваат и менуваат во зависност од развојот и менувањето на општеството. При крајот на XIX и почетокот на XX век, кога општествените односи запаѓаат во сериозна криза, која резултира и со светска војна и педагошката теорија и практика доживуваат сериозна криза. Воспитно-образовната дејност, заснована на тогаш важечките педагошки и психолошки теории не одговара на достигнатиот степен на општествениот развој. Ваквите состојби поттикнуваат тенденции во педагошката наука, кои се насочени кон надминување на моменталните состојби, односно кон сериозни реформи на воспитно-образовната дејност, да се надмине ограниченоста на постојното - традиционалното училиште, засновано на веќе надминати педагошки теории.



Движењето за реформа на педагошката теорија и практика од тој период во педагошката литература е познато како “Движење за ново училиште”. Тоа движење ги истакнува слабостите и ограниченостите на “старото училиште”, поаѓајќи од ученикот и неговиот вкупен развој, при што посебно се нагласува дека:

- “старото” училиште е изградено на погрешна психолошка претпоставка - “детето е човек во мало”, односно не се води сметка за неговите можности, потреби, интереси и способности,
- наставата е насочена кон интелектот на ученикот, а се занемарува неговиот волев и емоционален развој,
- преголема димензија се дава на образовните задачи, поради што се јавува сериозна преоптовареност на наставните програми,
- доминантна улога во наставата имаат вербалните методи, поради што ученикот е пасивен набљудувач на активноста на наставникот.
- при изборот и распоредот на наставните содржини не се почитуваат можностите и интересите на учениците.

Што се однесува до наставата по математика, таа се сведувала на едноставно вербално пренесување на систем математички знаења од страна на наставникот, а учениците механички ги учеле правилата и алгоритмите за изведување на аритметичките операции, биле должни да ги запомнат и врз основа на вербална репродукција, односно по дедуктивен пат да решаваат математички задачи.

Наспроти ваквите сфаќања на “старото училиште”, движењето за ново училиште поаѓа од сфаќањето дека ученикот треба да биде мерка за се, односно организацијата на наставата, нејзината содржина, формите и методите на наставна работа треба да бидат подредени на потребите на ученикот и на неговиот развој. Земајќи ја за основа волунтаристичката психологија, движењето за ново училиште во прв план не го поставува здобивањето на знаења, туку развојот на психофизичките способности на учениците. Во таа смисла во наставниот процес доминантно место треба да им се даде на

активните методи, кои овозможуваат активно учество на учениците во наставата. Новото училиште не прифаќа крути, нееластични наставни планови и програми, туку се залага за поголема слобода на учениците и на наставниците во изборот на наставните содржини, а некои правци на ова движење нив дури и ги негираат.

\* \* \*

Движењето за нова школа извршило значајно влијание и на реформата на наставата по математика. Појдувајќи од односот на математиката како наука и математиката како наставен предмет, развојот на науката има соодветен одраз и во наставата. Историските искуства покажуваат дека наставниот предмет секогаш реагира со одредено задоцнување, затоа што осовременувањето на наставата по математика, во однос на нејзината содржина и следењето на развојот на математичката наука, подразбира дека на овој процес треба да му претходат одредени активности за решавање на бројни дидактичко-методички проблеми. Во одредени периоди тоа задоцнување е многу изразено. Така, „кон крајот на минатиот век наставата по математика вклучувала содржини кои математичката наука ги продуцирала до крајот на XVII век” (15, 5).

Содржината на математичкото образование во основното училиште, главно, се ограничувала на елементарни аритметички вештини (неговото мото било „умеј да броиш и да сметаш“), и на најосновни геометриски знаења. Наставата била оттргната од животното искуство на учениците и достигнатиот степен на математиката како наука. Во наставната работа доминирале догматски методи, засновани на помнење, а не на активна мисловна активност на учениците.

Организираны активности за реформа на наставата по математика започнуваат со појавата на списанието „*Mathematische Education*”, во 1899 година. Во тоа списание биле изнесени многу идеи за промени во содржината на наставата по математика, но и за осовременување на формите и методите на наставна работа, кои ќе се засновуваат на достигнуањата на педагошката и психолошката наука, особено во основно образование. Прв сериозен чекор

во таа смисла е направен во 1905 година, кога се донесени „**меранските наставни програми**“. Овие програми се резултат на движењето за реформа на наставата по математика, под раководство на **Felix Klein** (1849-1925 година), познат математичар и педагог, универзитетски професор од Германија. Во заклучоците донесени на Меранската конференција, а во врска со наставните програми, било нагласено наставата по математика да придонесува „да се развива способност за математичко набљудување и сфаќање на процесите во природата и општествените односи, во наставата да се развива функционалното мислење и просторните претстави“ (20, 123).

Што се однесува до наставата по геометрија, на Меранската конференција е поставено барањето при изучувањето на геометриските форми во основното училиште да се поаѓа од набљудување, за да се стигне до апстрактни дедуктивни постапки во средното училиште.

Повеќе педагошки правци од тоа време го застапуваат гледиштето дека при воведувањето на новите поими, правила, својства, законитости во почетните одделенија на основното училиште, наставата треба да се потпира на набљудување на конкретни предмети од непосредната околина на децата, нивните односи и својства, споредување и спротивставување на тие својства, а врз основа на тоа да се врши воопштување и дефинирање.

На *IV International congress of the mathematitians*, одржан во 1908 во Roma година, формирана е International commission on Mathematical education, а *Felix Klein* бил избран за нејзин претседател. На конгресот комисијата донела повеќе заклучоци за унапредување на математичкото образование на сите нивоа. Овде ќе ги наведеме само оние што се однесуваат на наставата по математика во основното училиште (кое во тоа време траело од 3 до 6 години):

- наставата по математика да се сообрази со водечките идеи на современата математичка наука;
- да се обезбеди потесна врска на содржината на наставата по математика со непосредната околина на децата;

- да се зголеми улогата на геометријата во почетниот курс по аритметика;
- да се зголеми улогата на нагледноста во наставата по аритметика.

(Парафразирано според 20).

Меѓутоа, „меѓународното движење за реформа на наставата по математика не било прифатено од официјалните органи, надлежни за образованието” (7, 24). Сепак, богатството идеи на ова движење поттикнало многу педагози, психолози и математичари на натамошно проучување и збогатување на тие идеи за афирмација на истите.

Движењето за реформа на наставата по математика скоро целосно било запрено во времето на Првата светска војна, но во периодот меѓу двете светски војни се обновува, благодарение на трудовите на групата *Bourbaki*. Покрај тоа, со развојот на техниката и улогата на математиката во неа, наставата по математика нема само формално-педагошка вредност, туку и поширока, општествена.

Групата *Bourbaki* посебно ја истакнуваат потребата од сообразување на математичкото образование на сите степени на образование со водечките идеи на современата математичка наука. Оваа иницијатива на групата *Bourbaki* особено добива на интензитет во средината на XX век. Во тоа време истражувањата на многу познати математичари се свртуваат кон математички операции и односи, определени на множества елементи од произволна природа, кои зависно од прифатениот систем аксиоми образуваат различни математички структури, а „современата математика започнува да се определува како наука за математичките структури и нивните модели” (3, 40). За основен поим во изградувањето на математичките структури се зема поимот **множество**.

Развојот на математичката наука поттикнува тенденции за реформа на наставата по математика, односно нејзино „модернизирање” на сите степени на образование. Овие тенденции не ги поттикнуваат само математичари, туку тие се поддржани и од општеството и неговите сознанија за придонесот што може да го даде математиката во техничко-технолошкиот развој. Овие тен-

денции добиле директна поткрепа и со лансирањето на првиот вештачки сателит во Советскиот Сојуз 1956 година, кога во САД е оформено мислење дека наставата по математика во американските училишта и универзитети е на значително пониско ниво од Советскиот Сојуз. Со тоа во САД се поттикнати бројни истражувања, особено во педагошката психологија, кои податоци послужиле како основа за изградување на попродуктивна настава по математика.

Поконкретни активности за модернизација на наставата по математика во Европа започнуваат во педесеттите години на XX век, со XX *International conference on education*, одржана од 9 до 17 јули 1956 година во Geneve, во организација на *UNESCO*. На таа конференција присуствувале и двајца претставници од Југославија. На оваа конференција посебно внимание е посветено на реформата на наставата по математика, на сите степени на образование. На конференцијата се изградени ставови во однос на целите на наставата по математика и на наставните методи и се доставени како препораки до сите европски земји.

Нешто подоцна иницијатива за модернизација на наставата по математика и природните науки покренува и *Organization for European economic cooperation (OECD)*. Во таа иницијатива се нагласува дека економскиот развој е директно зависен од добри кадри инженери, техничари, технолози, математичари и сл., а за формирање на такви кадри е неопходно солидно образование од областа на математиката и од природните науки, почнувајќи од основното училиште.

Поконкретна активност на *OECD* во таа смисла е остварена во 1959 година, кога во **Royaumont** - Франција е организирано научно советување за реформа на наставата по математика. На советувањето е прифатен заклучок дека наставата по математика треба да се модернизира на сите степени на образование. Во таа смисла е формирана стручна група, која ќе изработи синоптичен преглед на содржините што треба да се внесат во наставните програми по математика, со цел наставата по математика во основното и средното образование да се доближи до доминантните идеи во математичката



наука. Стручната група ги изготвила програмите и ги презентирала на стручното советување одржано во **Dubrovnik** во 1960 година. Поради тоа, овие програми во стручната јавност се познати како **Un programme moderne de mathematiques pour l'enseignement secondaire**. Овие програми не нашле практична примена, меѓутоа послужиле како основа во конструирањето на наставните програми по математика во многу земји во светот. (Според 15).

Во тоа време веќе се изградени јасни ставови во однос на модернизацијата (реформата) на наставата по математика. Оваа реформа, според вообичаената класификација во педагошката литература, треба да биде внатрешна училишна реформа со која се зафаќаат одредени промени во внатрешната организација на наставата, и кои се однесуваат на: содржината на наставата, обемот и длабочината на наставната програма, наставниот план и методичкото обликување на наставата.

Причините за преземање вака обемна и сериозна реформа произлегуваат од:

- желбата и потребата да се подобри и унапреди наставата по математика ( Имено, со промените во содржината на наставата и начинот на нејзината реализација, се поставуваат основите за поуспешна наставна работа и подобри образовни резултати. Ваквите резултати не може да се очекуваат без промени во содржината и методиката на наставната работа.);

- потребите за осовременување на наставата по математика во однос на:

а) доближување до тенденциите на современата математичка наука;

б) обезбедување неопходни претпоставки за квалитетно воспитание и образование на учениците во наставата по математика, што треба да се прифати како нужност ( Всушност, „се сака учениците од основното училиште во ист временски период да се здобијат со повеќе математички поими, тие поими да бидат јасни и целосни, а учениците да овладеат форми на мислење карактеристични за математиката како наука” ) (1, 8).

Сепак, кога станува збор за продлабочено образложување на причините за реформата на наставата по математика, тие се разгледуваат од следниве аспекти: *маџемаџички, џедаџошки и оџшџесџвени*.

**Математичките причини** произлегуваат од потребата содржината на наставата по математика да се усогласи со резултатите во развојот на современата математичка наука, а кои имаат воспитно-образовни вредности.

„Природно е, дури и неизбежно, промените и новите сознанија во одделните науки да имаат одраз и во нивната настава” (4, 17). Всушност, во центарот на оваа причина е да се надмине сфаќањето, засновано на вековната традиција според која математичкото образование се сведува на четирите аритметички операции со природните броеви. Значи, наставата по математика се сведувала на оспособување на учениците за сметање, што се гледа и од називите на учебниците од тоа време - сметанка (*calkul, Rechenbush*). Тоа е поткрепувано со сфаќањето дека “децата од 7-10 години, по силата на своите возрасни особености не се во состојба да разберат од математиката ништо повеќе, освен четирите аритметички операции, и затоа традиционалната содржина на почетната настава по математика е стабилна и не подлежи на никаква модернизација” (17, 47).

Меѓутоа, ваквиот став е идејно и научно сиромашен за да ги издржи „налетите” на достигнуањата во развојот на современата педагогија и психологија. Имено, бројните истражувања во светот го отфрлаат тврдењето за ограничените можности на децата од 7 до 10 години на сфаќање само на аритметичките операции со природните броеви и покажале дека децата на таа возраст се способни да восприемаат многу повеќе, што подразбира дека наставната програма по математика може да биде идејно содржајна и во неа можат да се вградат современи математички идеи, во кои централно место зазема идејата за множества и релации, како и збогатен математички јазик.

Во тие истражувања посебно место заземаат истражувањата на *Jean Piaget* и Женевската психолошка школа, Московската психолошка школа (*Б.Б.Давыдов, Д.Б.Эльконин* и др.), експериментите на *Biggle, Davis* и *Brown* во САД, на *Zoltan Dienes* во Англија и Канада, на англискиот педагог *Mathews*,

на раководителот на *Centre Belge de pedagogie de la mathematique-Bruxelles* *George Papy* и др.

Поконкретно, *Dienes* со истражувањата има за цел да докаже дека „поимот множество не само што му претходи на поимот природен број, туку е и подостапен од него“. (2, 54). *Dienes* експериментално докажува дека некои логички поими треба да се изучуваат уште од предучилишна возраст, особено ако тие се даваат низ игра. За таа цел тој ги разработил логичките блокови.

*Papy*, со *Centre Belge de pedagogie de la mathematique*, покажал дека знаењата од елементарната теорија на множествата се достапни на учениците од најмала училишна возраст.

За усогласување на наставата по математика со современите идеи во математичката наука посебно се залага *International commission on mathematical education*. Особено значајни во тој поглед се конгресите на ова меѓународно стручно тело во *Edinburgh* (Велика Британија) во 1958 година, во *Stockholm* (Шведска) во 1962 година и во Москва 1966 година.

По овие конгреси Комисијата определува четири подрачја од современата математика, коишто треба да се изучуваат во основното и во средното образование и тоа:

- Елементарна теорија на множествата;
- Елементарна математичка логика;
- Поими од современата алгебра, поконкретно група, прстен, поле и вектори и
- Воведување во теоријата на веројатноста и статистиката.

Што се однесува до почетната настава по математика, на Конгресот во *Stockholm* се усвоени заклучоци, со кои се предвидува на овој степен на образование:

а) да се воведат теми од современата математичка наука - елементарна теорија на множествата и

б) да се модернизира традиционалниот курс по аритметика и математичкиот јазик.



**Педагошките причини** за реформата на наставата по математика произлегуваат, пред се, од:

- недоволната успешност на дотогашната настава по математика,
- сознанијата за поголемата математичка развиеност на учениците од почетните одделенија на основното училиште, во однос на стапиќањата од претходниот период.

Овие ставови се засновуваат на резултатите од следењето и вреднувањето на наставата по математика во светот и кај нас. Имено, со следењето и вреднувањето на наставата по математика е дојдено до сознание дека резултатите не се на очекуваното квалитативно ниво, мисловното ангажирање на учениците во наставата не е доволно за посериозно влијание на интелектуалниот развој на учениците, примената на здобиените знаења во нови ситуации на учење и во решавање на практични проблеми не дава соодветни резултати, присутен е материјализмот и формализмот во наставата и сл.

За наставните методи што се применуваат во наставата по математика во тоа време се смета дека “се застарени не само во однос на новите содржини, што се предлагаат за вклучување во наставните програми, но и во однос на оној наставен материјал, кој одамна е предмет на училишната настава”. (17, 45). Имено, ако содржината на наставата по математика се засновува на современи математички идеи, тогаш не може наставните методи да соодветствуваат на математиката од XVII век.

Од таа причина предмет на бројни истражувања во светот на подрачјето на наставата по математика не е само содржината на наставата, туку и методиката на наставата. Од научен аспект тоа е сосем во ред, бидејќи ако се определи “што да се учи”, тогаш треба да се истражува “како тоа да се учи”.

Всушност, методичките постапки треба да обезбедат “вниманието да се насочи кон развивање на математичкото мислење на учениците, по пат на етапно формирање на основните математички поими и овладувањето со математичката терминологија.” (17, 47).

Што се однесува до математичката развиеност на учениците, истражувањето на Занков, Эльконин, Давыдов и др., покажале дека со активна

мисловна дејност учениците од помала возраст можат да усвојат поголем број наставни информации и на повисоко теориско ниво, отколку што се сметало порано, дури да разберат и некои апстрактни поими, ако доаѓаат до генерализации врз основа на сопствена активност.

Дека учениците од почетните одделенија можат со успех да изучуваат содржини од теорија на множествата докажале и истражувањата на *Dienes*, на *Papy*, на *Bruner* и други. (Парафразирано според 17).

**Општествените причини** поаѓаат од потребите на современото општество, што ја подразбира и улогата на математичките знаења за општествениот развој. Од интерес е на општеството да се унапредува наставата по математика, затоа што тие се од значење за развојот на науката, техниката, технологијата, а со тоа и на општеството.

За надминување на овие слабости се смета дека е потребно современата настава по математика да се засновува на содржини и идеи кои соодветствуваат на целите и задачите што ги поставува пред образованието современата педагошка наука. Меѓу тие содржини најзначајно место се дава на елементарната теорија на множествата, релациите, функциите и тоа уште од предучилишното воспитание и почетните одделенија на основното образование.

Термините „модерна математика“ и „модернизација на наставата по математика“ не ја одразуваат суштината на проблемот, затоа што многу математичари не ја признаваат поделбата на математиката на модерна и онаа што не е модерна. Сепак, терминот „модерна“ (или „модернизација“) има повеќе мобилизаторски карактер и се однесува на сфаќањето дека „промените што се вршат во наставните програми по математика произлегуваат од потребата за усогласување на наставата со доминантната идеја во математичката наука.“ (14, 7). Тоа усогласување, главно, се однесува на воведување елементи од теоријата на множества во наставата по математика.

Воведувањето на содржини од теоријата на множества во наставните програми по математика за основното и средното образование се разгледува од аспект на нивната образовна и воспитна вредност. Во таа смисла во стручната јавност во светот се појавуваат две струи - „конзервативци“ и

„модернисти“. Според „конзервативците“ аритметиката и природните броеви и понатаму треба да заземаат централно место во наставата по математика за основното образование. Во прилог на ваквата определба тие ги наведуваат следниве факти:

- аритметиката има голема практична применливост и бројни погодности за остварување на голем број задачи на наставата по математика, особено развојни и воспитни;
- големи имиња од областа на математиката на аритметиката и давале централно место во математичката наука. Така, според *Gauss* „математиката е кралица на науките, а аритметиката е кралица на математиката“, или за *Kronecker* „Природните броеви ги создал Господ, а сите останати луѓето“;
- поимите од множества се многу тешки за децата од рана училишна возраст;
- интерпретацијата на содржините од класичната математика врз основа на поими од теоријата на множествата ја прави посложена методиката на наставната работа, наспроти класичната, која е практично проверена и потврдена;
- антиномиите коишто постојат во самата теорија на множествата внесува нестабилност во математичката наука, што ќе има негативен одраз и во наставата по математика.
- децата од 7-10 години, по силата на своите „возрасни особености, не се во состојба да разберат нешто повеќе од математиката, освен четирите аритметички операции и затоа традиционалната содржина на почетната настава по математика е стабилна и не подлежи на никаква модернизација“ (17, 47).

Модернистите, пак, се за радикални промени во содржините на наставата по математика. За ваквата определба тие наведуваат бројни аргументи, како што се:

- поимот природен број има фундаментално значење во наставата по математика. Меѓутоа, бидејќи тој поим се изведува од поимот множество, тогаш и поимот множество има фундаментално значење,
- аритметизацијата на наставата по математика е остаток од минатото, од периодот на променливите величини, кога аритметиката заземала доминантно место во математичката наука,
- со модернизацијата на наставата по математика нема да се намали вредноста и значењето на природните броеви и операциите со нив,
- наивната теорија на множествата претставува основен речник на современата математика, па според тоа, со користење на терминологијата од теорија на множествата наставата по математика се доближува до математичката наука,
- низ работата со конечни и особено со бесконечни множества учениците се воведуваат во современите форми на математичко мислење,
- општата култура подразбира познавање на тековите на развојот на математиката, како и современи знаења од тоа подрачје, неопходни за натамошното школување и идното занимање,
- резултатите од голем број истражувања во светот, што се однесуваат на ова подрачје, покажуваат дека учениците од почетните одделенија на основното училиште, без поголеми тешкотии можат да ги усвојат основните поими и операциите од наивната теорија на множества, затоа што интуитивно веќе запознале некои поими врз основа на животното искуство,
- множество, елемент на множество, придружување на елементи од едно множество на друго, одделување на елементи на дадено множество со заедничко својство, се значајни придобивки на животното искуство на децата, кое се вградува во теоријата на множествата,
- толкувањето на класичните математички содржини врз основа на теорија на множествата, особено оние од природните броеви и операциите со нив, создава поволни претпоставки учениците порано да

вршат апстрахирање и воопштување, односно поинтензивен мисловен развој, како и до рационализација на патот до знаењата,

- ако интерпретацијата на програмските содржини е врз основа на теорија на множествата, тогаш ученикот полесно ја согледува целината, механизирањето на постапките (дрилот) е во втор план, а во прв план се математичките идеи и концепции, а мислењето е продуктивно. (Парафразирано според 17)

Во прилог на тврдењата на модернистите се истражувањата на *Bruner* и *Davis* во САД, *Dienes* во Велика Британија и Канада, *Piaget* во Швајцарија, *Frederique* и *George Papy* во Белгија, *Pickard, Felix* и *Dieudonne* во Франција, *Маркушевич, Давыдов, Занков, Галъџерин, Леонџев* во СССР и многу други. Во врска со резултатите од тие истражувања познатиот советски математичар и педагог *Сџоляр* вели: „Тие истражувања докажаа, прво, дека децата од 7 до 10 годишна возраст се способни да восприемаат многу повеќе отколку што се претпоставуваше и, второ, дека почетната настава по математика (имено, по математика, а не по аритметика) може да биде идејно содржајна, ако е можно важни идеи на современата математика да се преведат на јазик достапен на децата од таа возраст (кон тие идеи се однесуваат: идејата за множество и релации, функција, равенка, неравенка и др.“ (17, 47).

Во шеесетите години на XX век во движењето за модернизација на наставата по математика активно се вклучува и *International commission on mathematical education. The First international congress on mathematical education* е одржан во *Lyon* - Франција, од 24 до 30 Август 1969 година. На овој Конгрес дошло до доближување на ставовите на конзервативците и модернистите и е изграден општ став дека наставата по математика треба да се усогласи со доминантните идеи во математичката наука, односно во содржината на наставата по математика да се вградат идеите за математичките структури, теорија на множества, релации, функции и математичка логика. Меѓутоа, се појавува несогласување во однос на возраста на учениците, на која треба да се започне со изучување на содржините од теорија на множествата и за методичките приоди при



формирањето на поимот природен број и операциите со природни броеви, во почетната настава по математика.

Овие несогласувања се надминати со резултатите од напред наведените истражувања, особено на *Bruner, Piaget, Davis, Papy, Галџерин*, и др. Тие покажале дека:

- елементи од теоријата на множества, релациите и математичката логика можат да се воведат уште од почетните одделенија на основното училиште;
- воведувањето на содржини од наивната теорија на множества ќе создаде мошне поволни претпоставки за посоодветен приод при воведувањето на поимот природен број и на операциите со природните броеви.

Во таа смисла, германските методичари *Neuning* и *Sorger* истакнуваат: „Со помош на множествата и операциите со множества бројот и операциите со броевите добиваат нагледна основа, која го олеснува апстрахирањето” (13, 58). Овие ставови ги поддржува и *Велимир Пенавин*, според кој: „Традиционалната настава започнува со поимот природен број, за децата многу комплициран поим. Воведувањето на множествата го олеснува патот до бројот” (16, 13).

Идејата за модернизација на наставата по математика била особено интензивна при крајот на шеесетите и почетокот на седумдесетите години на XX век. Во тој период во многу земји во светот (Франција, Белгија, Германија, САД) елементи од теоријата на множествата, релациите и математичката логика се внесени во наставните програми по математика уште од почетните одделенија на основното образование. Во активностите на тоа подрачје се направени и пропусти, „особено во почетната етапа има импровизации во однос на вистинската смисла на модернизацијата на наставата по математика” (14, 7).

Посериозна анализа на практичната реализација на модернизацијата на наставата по математика е направена на *The Third international congress*

*on mathematical education*, одржан во *Karlsruhe*, Германија, од 16 до 21 август 1976 година. На тој Конгрес, во воведниот реферат „Анализа на реформата на математичкото образование во основното и средното образование“, подносителот *Г. Маслова*, меѓу другото, констатира: „Модернизацијата на математичкото образование на почетниот степен доведе до збогатување на наставата по математика. Паралелно со големиот стабилен дел кој се задржа во сите програми (природни броеви, дробки и операциите со нив), скоро во сите програми - во секој случај во програмите на развиените земји - влегоа поими од теоријата на множества и поими од математичка логика. Поимите од теоријата на множествата и поимите од математичка логика во некои програми се воведуваат концентрирано, создавајќи на тој начин основа на која се изградува натамошното изложување на курсот" (9, 33 и 34). Значи, на Конгресот е заклучено дека е извршено усогласување на содржината на наставата по математика со современите идеи на математичката наука.

На Конгресот во *Karlsruhe* се актуелизирани некои дидактички и методички проблеми, што произлегуваат од промените во содржината на наставата по математика, при што посериозно внимание е посветено на следниве:

1. Да се утврди во колкава мера множествата ќе се обработуваат како самостојни наставни содржини, а во колкава мера како средство за современа методичка интерпретација на класичните содржини,

2. Дали наставниот материјал да се распореди линеарно или во концентрични кругови и во колку такви кругови, и

3. Во колкав обем и длабочина теоријата на множества треба да се опфати со наставните програми на одреден степен на образование. (Парафразирано според 9).

Во седумдесетите години на XX век настанува период на наставните програми, како резултат на нивното следење и вреднување. Решен е проблемот на учебната литература, дидактичките материјали и наставните средства и материјали. Меѓутоа, во многу земји во светот не е решен

проблемот на прирачната литература за наставниот кадар. Што се однесува до базичното образование на наставниот кадар и перманентното стручно усовршување, тоа е усогласено со потребите што ги предизвика модернизацијата на наставата. Тоа е констатирано на *IV International congress on mathematical education*, одржан во *Berlin*, 1980 година.

На *V International congress on mathematical education*, одржан од 24 до 30 август 1984 година во *Adelaide*, Австралија, значајно внимание е посветено на натамошното унапредување на наставата по математика. Централно место е дадено на следниве проблеми:

1. Натамошно усовршување на наставните програми, донесени во претходниот период. Во таа насока Конгресот препорачува:

- поврзување на наставата по математика со животната средина на учениците;

- особеностите на наставниот процес и неговото натамошно унапредување;

- значењето на теоријата на информациите и местото и улогата на математиката во неа;

- проучување на улогата на јазикот во изучувањето на математиката.

2. Проблеми во изучувањето на содржините од геометрија, од аспект на:

- изучувањето на евклидската геометрија и нејзината улога во развивањето на творечкото мислење на учениците. На Конгресот е констатирано дека евклидската геометрија создава мошне поволни претпоставки за развој на творечкото мислење на учениците и затоа треба да и се даде соодветното место во наставните програми по математика за основното училиште:

- изградување на методички постапки во реализацијата на геометриските содржини, кои ќе овозможат кај учениците да се формираат правилни просторни претстави;



3. Унапредувањето на методиката на наставата по математика беше централен проблем на Конгресот. Имено, констатирано е дека „не биле докрај усогласени ставовите во врска со глобалните, носечките методички идеи и проблеми, кои би ги обединиле дискусиите и заклучоците на различните секции“. (11, 76). Во дискусиите е дојдено до доближување на ставовите во врска со насобраните „пасивни“ знаења и вактивната стварност, како и во врска со дидаткичката функција на задачите и оспособувањето на учениците за нивно решавање.

За надминување на воочените проблеми на конгресот се изградени следниве ставови:

- при решавањето на задачите треба да се создава поволна психолошка клима, позитивна мотивација, активна повратна информација;

- методичките приоди треба да се ориентираат кон активирање на творечката дејност на учениците, индивидуализација на наставата и работа во помали групи со одредени категории ученици;

- што се однесува до оспособувањето на учениците за решавање на математички задачи, се препорачуваат следниве постапки:

- оспособување на учениците за преведување на текстот на задачата, исказан на секојдневниот говор, на математички јазик,

- примена на различни приоди во решавањето на една иста задача,

- барање на повеќе решенија на една задача, ако тоа го овозможува условот,

- оспособување на учениците за претходно проценување на резултатот,

- примена на таблици и графикони при решавањето на одредени типови задачи,

- организирање на различни форми на работа со надарени ученици, меѓу кои и разните видови натпревари. (Дадено според 11, 73-76).

На колоквиумот *International events in the movement for reform of the mathematical education*, одржан 1986 година во Bucuresti, во организација на UNESCO, еден од проблемите што се разгледувани бил „ Општи принципи и методи при

реформата на наставата по математика“. Во врска со овој проблем се изградени следниве ставови:

- Усогласување на реформските барања со психо-физичките особености на децата;
- Почитување на идеите на *Jean Piaget* во врска со возрастните особености на децата;
- Соодветна подготовка на наставниот кадар за успешно вклучување во реформираната настава по математика на сите степени на образование;
- Усогласување на реформите во содржината на наставата по математика со реформите во методите на наставната работа. (Парафразирано според 2).

## КОРИСТЕНА ЛИТЕРАТУРА

1. Benčić, V., Mrkovac, J., *Teme iz nastave matematike u I razdredu osnovne škole*, Školske novine, Zagreb, 1972
2. Ганчев, И., Лалчев, З., Иванов, Ж., *Международно̄о движење за реформа на ма̄ематическо̄о образование в училище и о̄ражение̄о му в Бѣлгарија*, Народна просвета, Софија, 1981
3. Гнеденко, Б. В., *Ма̄ематика - наука дѣревна и молада*, Математика и кибернетика, Москва, 1972
4. Devide, V., *O nekim problemima nastavne matematike*, Matematika, Beograd 1972, br.1
5. Дедоне, Ж., *Надо ли учий̄ь “современной” ма̄ематике*, Математика в школе, Москва, 1976, бр.1
6. Đurašković, S., *Reč dve o potrebi reforme nastave matematike*, Matematika, Beograd, 1975, br .1
7. Колягин, Ю. М., и други, *Методика ѓрејодавања ма̄ематике в средней школе*, Просвещение, Москва, 1975
8. Marijanović, M., *Metodika matematike I*, Učiteljski fakultet, Beograd 1996
9. Маслова, Г., *Анализа реформе ма̄ематичко̄о образовања у основној и средњој школи*, Настава математике, Београд 1978, бр. 1-2
10. Мицковиќ, Н., *Современий̄е сфаќања за настава̄а ѓо ма̄ематика во основно̄о училиш̄е*, Просветно дело, Скопје, 1984
11. Монахов, В. М., *V Международн̄ий конгресс ѓо ма̄ематическом образований*, Математика в школе, Москва, 1986, бр. 5
12. Невалина, Р., *Реформа у наста̄ави ма̄ематике*, Математика, Београд, 1973, бр.4
13. Neunzig, W., Sorger, P., *Einstieg in die Mathematik*, Freiburg, Basel, Wien, 1970

14. Николић, М., *Еволуција проблема избора садржаја почешног математичког образовања*, Математика, Београд, 1974, бр. 4
15. Penavin, V., *Modernizacija nastave matematike*, Matematika, Beograd, 1972, br. 1
16. Пенавин, В., *Методички проблеми обраде наславне грађе из теорије скупова*, Математика, Београд, 1972. бр. 2-3
17. Стољар, А. А., *Педагогика на математикума*, Народна просвета, Софија, 1976
18. Стройк, А., *Крайки очерк историји математики*, Наука, Москва, 1978
19. Фројдентал, Г., *Математика как педагогическая задача, часть I*, Просвещение, Москва, 1983
20. Šimleša, P., *Metodika, knjiga I*, Pedagoško-književni zbor, Zagreb, 1955.

## **2. ПРОБЛЕМОТ НА МЕТОДИКАТА НА НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА**

### **2.1. Педагошки и психолошки основи на изградувањето на методиката на наставата по математика**

Усогласувањето на содржината на наставата по математика со доминантните идеи во математичката наука е само еден од аспектите на нејзината модернизација. Вториот аспект на овој процес е изградување на соодветни методички постапки за реализација на наставните содржини и нивно успешно усвојување од страна на учениците. Тој проблем е особено актуелен во предучилишното воспитание и одделенската настава на основното образование, бидејќи на таа возраст децата, односно учениците треба да се воведат во мошне суптилни поими од областа на теоријата на множествата и природните броеви. Во таа смисла познатиот полски методичар *Z. Semadeni* вели: „Во почетните одделенија на основното училиште во умот на детето се формираат основните поими, неопходни за целиот курс по математика, и е многу тешко - ако воопшто е возможно - да се искоренат во погорните одделенија последиците од лошата настава во почетокот” (22, 3).

Решавањето на проблемот на осовременување на методиката на наставата по математика во почетната настава по математика се гледа во нејзиното засновување на достигнатиот степен во развојот на педагошката и психолошката наука, кои во тоа време даваат богатство од разновидни идеи и сознанија, релевантни за организацијата и реализацијата на наставата по математика. Од тие идеи и сознанија овде ќе ги наведеме само оние, за кои сметаме дека се најзначајни за проблемот што го проучуваме.

**2.1.1.** Во САД позначајни истражувања во областа на педагошката психологија, кои послужиле како основа на методиката на наставата по

математика вршел *Jerome Bruner*. Како резултат на низа истражувања, тој ја истакнува појдовната точка на својата теорија на наставата - „спиралниот курикулум“. Според *Bruner* „секое дете на секоја етапа од развојот може ефикасно да го учи секој наставен предмет кој се обработува на адекватен начин“ (1,122). Суштината на ова сфаќање се состои во тоа дека секоја наставна материја, па дури и онаа од областа на современата математичка теорија, може да се трансформира така што да одговара на можностите на учениците, доколку таа се трансформира во логички форми што му се достапни на детето. Во рамките на спиралниот курикулум наставните содржини се надградуваат и прошируваат, при што го следат развојот на детето.

Во однос на теоријата за наставата *Bruner* се залага за таква организација на наставата која ќе овозможи трајност и економичност на знаењата. За таа цел е потребно:

„1. Во образованието да се стави акцент на структурата на знаењата, на врските кои водат кон тоа од една идеја да настане друга и

2. Вредно е само она знаење, чие единство е содржано самото во него“ (1,124).

За да се обезбеди ученикот да ги разбере основните идеи на наставата и да формира основни навики во создајната дејност, е неопходно да се обезбеди активно учество на учениците во процесот на формирањето на неговото знаење, а тоа, според *Bruner*, е акт на откривање.

Од посебно значење е и сфаќањето на *Bruner* за дејствувањето на срединскиот фактор. Со влијанието на средината, а особено на училиштето, се создаваат поволни услови да не се следи развојот на детето, туку да се оди пред него, односно може да се забрза можноста за усвојување на одредени содржини, дури и во почетната настава по математика. Со ваквото сфаќање *Bruner* прави преценување на можностите на учениците. Иако возрасните можности на учениците за усвојување на знаењата се големи, сепак, тие не се одредени и неограничени.

Неспорно е дека постои расчекор во изнесените сфаќања на *Bruner*. Од една страна, ученикот може да ја усвои секоја содржина што е прилагодена на

неговите можности, а од друга, ученикот може да усвои и повеќе од „прилагоденото“ на неговите можности. Ова *Bruner* го објаснува со трите начини на кои личноста се претставува себе:

1. го прави тоа;
2. создава во себе слика и претстава за тоа;
3. користи некое симболичко средство од јазичен тип.

Наведените начини на претставување на личноста се совпаѓаат со стадиумите на развојот на детето, кои не се строго разграничени и средината може да влијае врз нив, така што можностите на учениците се на повисок стадиум.

Големо внимание *Bruner* посветува и на програмирањето на наставата. Во тој контекст, се залага за настава во која ќе се применуваат методи поврзани во системот на курикулумот и цивилизацискиот развој на општеството, и во зависност од тоа, училиштето може да го направи мошне ефикасен процесот на воспитание и образование. *Bruner* како битни елементи на наставата ги одредува методите на работа со кои треба да се постигне задоволство во стекнувањето на знаењата, што е особено значаен мотивациски фактор. Тој разликува два вида мотиви за учење - внатрешни и надворешни. Надворешните мотиви се остваруваат надвор од самата активност, а внатрешните во рамките на самата активност, во чинот на стекнувањето на знаења. Од аспект на мотивацијата, тој посебно внимание ѝ придава на индивидуализацијата на наставата, „којашто му овозможува на поединецот со своето лично залагање и активност да задоволи извесни когнитивни и работни потреби, а кои му го овозможуваат неговиот интелектуален развој“. (1, 562).

Експериментите во наставата по математика што ги вршел *Bruner*, се однесуваат на сфаќањето на комутативниот и асоцијативниот закон на собирањето и множењето. Во експериментот учениците, поттикнувани од наставниците, самостојно ги откриле законитостите, користејќи дидактички материјали според *Dienes*. Заклучокот до кој дошол *Bruner* е дека во процесот на наставата по математика, покрај содржината на наставата, е значаен и патот по кој се открива смислата на содржината. Тоа подразбира



прилагодување на методите на работа на субјектот кој треба да открива низ сопствена активност.

Овој експеримент *Bruner* го извел во соработка со *Dienes*, но резултатите ги објавиле одделно, поради несогласување во заклучоците.

**2.1.2.** Големо влијание врз конструирањето на методичките приоди при модернизацијата на наставата по математика извршиле *Женевската психолошка школа*, предводена од *Jan Piaget*. Истражувањата на *Piaget* од областа на психологијата на развитокот на математичкото мислење имале влијание и на педагогијата на математиката. Резултатите од тие истражувања покажуваат дека во градбата на математичкото мислење има изразена аналогија со конструкцијата на математиката како наука. Слично како и во математиката, се идентификувани основни структури кои се менуваат и претставуваат форми на организирана ментална дејност во моторен и интелектуален вид, од една страна, и афективен, од друга страна. Тие се менуваат и по двете димензии - интелектуалната и социјалната. *Piaget* разликува шест развојни стадиума, коишто го одбележуваат појавувањето на тие структури, од кои за нашиот проблем се значајни:

- четвртиот: стадиум на интуитивна интелигенција, што опфаќа возраст од 2 до 7 години;

- петтиот: стадиум на конкретни интелектуални операции (почеток на логиката) и морални и социјални чувства на соработка, кој го опфаќа периодот од 7 до 11-12 години возраст;

- шестиот: стадиум на интелектуални операции, формирање на личноста и афективно и интелектуално вклучување во светот на возрасните (адолесценција).

Преку наставата по математика детето ја запознава математиката, минувајќи од една структура на мислењето кон друга, која ја надминува првата и се сврзува со неа. Природно, со тоа се појавува и мислата дека задачата на наставата по математика треба да биде што поскоро, за да може кај учениците да се формираат тие структури на мислењето, а напоредно со



тоа ќе се формираат и математичките структури, наместо да им се соопштуваат одредени системи на математички знаења. Затоа, откривањето на аналогијата помеѓу математичките структури и структурите на мислењето била крајна цел на реформата на наставата по математика во некои земји, а особено во Франција.

Истражувањата и резултатите од нив нудат поволни можности за разрешување на некои проблеми во врска со воведувањето на математичките поими во почетната настава по математика. Така, во врска со воведувањето на поимот природен број, *Piaget* не ја прифаќа теоријата на *Poinkare* и *Brower* дека бројот е продукт на најпроста интуиција, што е последица на логички поими, ниту објаснувањето на *Russell* дека бројот е чисто логички поим и идејата за чистиот број се изведува од логичкиот поим категорија (изведена од еквиваленцијата), а редниот број се изведува од логички односи на редот. Според *Piaget*, „децата треба да го доловат принципот на конзервација на количество, пред да можат да го оформат поимот за број“ (18, 128). Што се однесува на конзервацијата на количеството, таа не претставува, сама по себе, математички поим, туку повеќе е логички поим. Кога станува збор, пак, за редните броеви, *Piaget* смета дека децата на почетокот не прават разлика помеѓу количинскиот и редниот број. Така, детето може да го претстави придружувањето „еден на еден“ само ако не заборави ниту еден елемент и ако не изброи ниту еден елемент два пати. За „појавата“ пак, на броевите, *Piaget* смета дека тие не се појавуваат независно еден од друг, туку единствено можат да се разберат како елементи на средена низа: 1, 2, 3 ... итн. (15, 123).

Во врска со тоа симетричната релација  $B < V$  е разбирлива само во рамките на серијацијата на можна група  $O < A < B < V < 1$ . Особено јасен пример за тоа е квалитативната серијација  $A < B < V$ .

Кога станува збор за развитокот на поимите од геометрија, според *Piaget*, тие настануваат по обратен ред од нивното историско настанување. Научната геометрија започнува со Евклидовиот систем, продолжува во XVII век со т.н. проективна геометрија и на крајот, во XIX век со топологија. „Детето почнува од последното: неговите први геометриски откритија се то-

полошки". (18, 218). Тоа, уште на 3 години, разликува отворени и затворени фигури и, дури откако ќе ги совлада тополошките односи, почнува да ги развива своите поими на евклидската проективната геометрија. Карактеристично е што овој психолошки ред во градењето на геометријата е поблизок до дедуктивниот или аксиометскиот систем, отколку историскиот ред на нејзиното откривање. Според *Piaget*, тоа претставува уште еден факт кој го докажува содејството на психолошките структури и конструкцијата на науката.

Што се однесува до принципот на конзервација од аспект на геометриските содржини, според *Piaget* прва се појавува конзервацијата на должини, но не порано од 7 години. На возраст од 8 до 9 години детето мерењето го дели на две операции, хоризонтално растојание - од бочната страна и вертикално растојание - од основата или од горниот крај. Значи, тоа може да мери и дводимензионално, според тоа може да се обработува поимот димензија, попродабочено да се изучуваат некои својства на геометриски фигури (квадрат, правоаголник, геометриско тело), како и поимите обиколка (периметар) и плоштина на геометриска фигура. „Децата ќе направат значајна еволуција, за да можат некаде на возраст од 9 или 10 години да почнат да разликуваат и координираат различни перспективи. Во тој стадиум децата можат да го разберат проективниот простор во неговата конкретна или практична форма, но не и неговите теориски аспекти". (18, 220).

**2.1.3.** Од големо значење за развојот на почетната настава по математика се и трудовите, како и експериментите на *Zoltan Dienes*. Една од основните идеи, која што *Dienes* ја развива во делото „Конструирање на математиката“ е дека учениците во наставата по математика треба да се потпираат на сопственото искуство, а не на искуството на учителот. Подобрувањето, пак, на навиките за сметање и другите „математички“ навикки на учениците е возможно само ако се постигне тие да ги разберат основните поими и идеи на математиката, а не по пат на неспознајно развивање на техниката на аритметичките пресметувања и алгебарските преобразувања.

Што се однесува на воведувањето на елементи од теоријата на множествата во почетната настава по математика, *Dienes* смета дека основно начело во воведувањето на содржини од ова подрачје треба да биде тоа што множествата и операциите со нив го олеснуваат сфаќањето на поимот природен број и операциите со природни броеви. Тој пат се олеснува со манипулирање со конкретни предмети, со дидактички материјал и врз основа на тоа учениците ги збогатуваат искуствата што дотогаш ги имале.

За таа цел *Dienes* конструирал дидактички материјал, познат како *логички блокови*. Овој дидактички материјал се состои од 48 плочки, во четири форми - кружни, квадратни, триаголни и правоаголни, во три бои - црвена, сина и жолта, во две големини - големи и мали и во две дебелини - дебели и тенки. Логичките блокови се мошне погодни за активности поврзани со содржините од теорија на множествата - формирање на множества според едно, две или повеќе својства, поимите елемент на множество, подмножество, еквивалентни множества, операции со множества. Според *Dienes* активностите со логичките блокови треба да се одвиваат во вид на логички игри, кои се остваруваат низ неколку етапи:

- *п̄рва е̄ша̄па̄* - запознавање со логичките блокови низ ненасочени, спонтани игри;
- *в̄тора е̄ша̄па̄* - структурирани игри, каде што учениците ги групираат блоковите (елементи на множества) според даден критериум (форма, боја, големина, дебелина), со што вршат логичка класификација, односно образуваат множества. Откако ќе формираат множество според еден критериум и одреден број елементи, учениците формираат подмножество на даденото множество според друг критериум и со помал број на елементи. (множество триаголни плочки, подмножество жолти триаголни плочки);
- *т̄рета е̄ша̄па̄*, формирање на множество според два и повеќе критериуми (множество црвени кружни плочки, множество црвени кружни големи плочки).

- „Секако дека тие вежби придонесуваат за тоа учениците да сфатат што припаѓа на дадено множество, а што не“ (7,118). Со тоа се остварува и наредната етапа, кога низ игри со логичките блокови и припадноста или неприпадноста на некој елемент на дадено множество, учениците се воведуваат во логичката операција негација.

Со изучувањето на операциите пресек и унија на множества учениците се воведуваат во логичките операции конјункција и дисјункција.

Во трудовите на *Dienes* зборот игра има повеќе неконвенционално значење, бидејќи од методички аспект овој приод создава претпоставки за успешни решенија при обработката на поими од теорија на множествата во почетната настава по математика.

Во делото „*Modernizing the mathematics*“, воведувањето на елементи од теорија на множествата во почетната настава по математика *Dienes* го засновува врз принципите: динамичност на мислењето, конструктивен принцип, принцип на математичка варијабилност и принцип на перцептибилна варијабилност.

Принципот на динамичност на мислењето подразбира насочена мисловна активност, при која учениците се прилагодуваат на околината, по што следува подготовка за структурирано мислење и на крајот примена.

Конструктивниот принцип се однесува на својството на аналитичност на мислењето, некаде познат и како аналитичко мислење.

Во суштината на принципот на математичка варијабилност е ученикот да се здобие со одредени искуства со променливи, поврзани со осмислувањето на даден поим. Со варирање на променливите учениците го доживуваат менувањето и ги запознаваат константите, односно постојаните својства, оние што го означуваат поимот.

Принципот на перцептибилна варијабилност, пак, во суштина ја има идејата ученикот да може да апстрахира еден поим само ако сопствените искуства ги здобил работејќи со различни дидактички материјали.

Во остварувањето на овие принципи *Dienes* значајно место им дава на активностите со логичките блокови.

**2.1.4.** Значаен придонес во изградувањето на методиката на наставата по математика дава и *Centre Belge de pedagogie de la mathematique. George Papy* во своето дело „*Un mathematique moderne*” ја истакнува заснованоста на наставните програми по математика на сите степени на образование на *Un programme moderne de mathematiques pour l'enseignement secondaire*.

Поаѓајќи од знаењата за броевите со кои децата доаѓаат во училиште, *G.Papy* со потребната математичка строгост и сознанијата за множествата и „математичкиот капацитет“ на децата, систематски ја гради бројната права, поаѓајќи од систем на подмножества на  $\mathbb{N}$  (прва десетка, прва стотка, броевите до илјада итн.), до наполно уредување на полето на реалните броеви ( $\mathbb{R}$ , +, <, -). Од бројната права ја изведува рамнината, која ја идентификува со  $\mathbb{P}^2$ .

Кога станува збор за геометријата, неа *G.Papy* најконсеквентно ја толкува врз основа на множествата. Тоа му овозможило беспрекорно аксиоматски да ја изгради евклидската геометрија (застапена во основното и средното образование) и да го одреди нејзиното место на различни степени на образование.

Што се однесува до методиката на наставата по математика во почетните одделенија на основното училиште, значајни се сознанијата на *Frederique Papy* за улогата на графовите во совладувањето на одредени математички поими. Имено, во 1967 година Центарот, под раководство на *Frederique Papy*, реализирал експеримент за улогата на графовите, врз основа на кој е дојдено до следниве сознанија:

- убавите графови, обоени во повеќе бои, придонесуваат за развивање на математичкиот поим релација, врз основа на интуицијата. На тој начин математичкиот поим се поврзува со секојдневните ситуации во кои настанале;



- врз основа на набљудувањето на спонтаните игри на децата се воочува дека една од главните компоненти на секоја активност, која има карактер на игра, е стремежот кон апстракција;

- учениците од 6 години со задоволство прифаќаат деца, или кои било објекти, да ги заменуваат со точки;

- учениците од мала училишна возраст не можат да го сфатат поимот негативен број.

Врз основа на овие сознанија се смета дека постојат реални претпоставки за воведување на графичкото означување на различни множества, воведувањето на поимот релација и некои други апстрактни математички поими уште во почетните одделенија на основното училиште. Меѓутоа, ваквите определби се засновани и врз еден од основните педагошки принципи, прифатен од Центарот како таков, апсолутно почитување на општите знаења на учениците, т.е. на сето она што ученикот го носи во себе во училиштето како животно искуство, а може да придонесе во реализацијата на наставата.

**2.1.5.** Во духот на модернизацијата на наставата по математика се вобудуваат идеите иницирани од *Felix Klein* на почетокот на овој век и во тој дух се направени две програми: *Hamburger Rahmenplan für Mathematik*, донесен 1962 година и *Nürnberger Rahmenplan für Mathematik*, од 1965 година. Во рамките на тие програми се разработуваат трудовите на математичарите *G. Frige* и *B. Russell*, во кои поимот број се изведува преку истобројните множества. Во тој контекст *Lay* (педагог и математичар), вршел експерименти, главно, со деца од предучилишна возраст, со цел да го испита процесот на формирање на поимот природен број кај децата. Како резултат на експериментите е утврдено дека децата од рана возраст можат да ги разберат само почетните природни броеви, и тоа исклучиво врз основа на набљудување на множества со елементи, реални предмети. Меѓутоа, низата на природни броеви и нивната бесконечност можат да ја сфатат дури по навршувањето на 7 годишната возраст. Истовремено, и изградувањето на поимот природен број треба да се врши преку редица поими и операции, коишто претходно треба да



се формираат кај децата. Од големо значење според *Lay*, се следниве поими: придружување 1-1, групоидноста на операциите и инверзноста на операциите.

Во таа смисла и *Walter Leitzmann* смета дека „придружувањето 1 - 1 станува операција (мисловна операција) и преминува во бројна во моментот кога е способно наполно да подреди дадено множество од реални елементи, според некое својство на неговите елементи” (9, 28). Значи, и *Leitzmann*, како и *Lay* ја истакнува потребата од подредување на множества од реални предмети заради сфаќање на бројните операции.

Значаен придонес во модернизацијата на наставата по математика, особено на онаа со ученици од раната училишна возраст, даваат и *W. Neuning* и *P. Sorger*. Тие ја проучувале методиката на изведувањето на поимот природен број врз основа на множествата и ефектите што ги дава ваквиот период. Според нив, со воведувањето на множествата во почетната настава по математика се олеснува патот до поимот број. „Со помош на множествата и операциите со множества, броевите и операциите со броевите добиваат нагледна заснованост, со што се олеснува апстрахирањето.” (15, 84).

**2.1.6.** За разлика од голем број земји во светот, во Советскиот Сојуз концепцијата за модернизација на наставата по математика е поумерена и побавна, поставена на поинакви појдовни основи, во однос на множествата. Со неа не е зафатен и почетниот степен на образование (одделенската настава од I до IV одделение)<sup>1</sup>, туку е спроведена на повисокиот степен на образование. Создавајќи нов курс во наставата по математика во одделенската настава, е задржана традиционалната градба на претходната програма на аритметиката на природните броеви и величините и задачите за формирање знаења и умеења за сигурно совладување на сметковните операции, кои останаа како главна задача на наставата по математика.

Концепцијата на програмата се засновува врз сознанијата од многубројни истражувања. Во повеќегодишните педагошки истражувања, вршени во периодот на подготовката на реформата и резултатите од

изучувањето на сознајните способности на учениците од помала училишна возраст, утврдено е дека тие значително се разликуваат од оние што биле дотогаш прифатени во педагогијата. Во истражувањата на Занков, Ђлконин и Давыдов се добиени резултати кои покажуваат дека со активизација на мисловната дејност на учениците од помала училишна возраст, се овозможува усвојување на поголем обем на наставни информации на повисоко теориско ниво. Некои истражувања на Давыдов потврдиле дека во одредена услови, учениците од почетните одделенија можат да разберат и некои апстрактни математички поими, односно дека "... Уште во I одделение можат да се разгледуваат некои општи математички законитости и релации" (4, 31-34). Како резултат на овие истражувања содржините од математика што порано се изучувани во четири одделенија, од учебната 1969/70 година се збиени во три одделенија.<sup>1</sup>

Од големо значење се и резултатите од истражувањата на Шардаков од областа на психологијата на мислењето. При воведувањето на геометриските поими поцелисходно е да се оди по индуктивен пат, од конкретното кон апстрактното, затоа што при индуктивниот приод во усвојувањето на знаењата учениците набљудуваат, анализираат, споредуваат, одделуваат суштествени признаци и како резултат на тоа доаѓаат до сопствени генерализации, а тоа е во рамките на можностите на учениците од почетните одделенија. Примената на соодветна нагледност создава можност конкретното и логичкото мислење да се развиваат во единство.

Во врска со развојот на геометриското мислење на учениците од почетните одделенија на основното училиште, значајни се и истражувањата на А.М. Пышкало. Според Пышкало за учениците од оваа возраст се карактеристични три степени во развојот на нивното геометриско мислење. Секој од нив има свои специфичности во јазикот, геометриската терминологија, симболика и длабочина на логиката на обработка на содржините.

---

<sup>1</sup> Со реформата од 1969 год. одделенската настава трае три години.

„Првиот степен се карактеризира со тоа што учениците ја разгледуваат геометриската фигура како целина и не ги одвојуваат нејзините елементи” (21, 20). Ученик кој „мисли на овој степен” може лесно да препознае фигури како што се квадрат, правоаголник, триаголник и др., да ги именува, но не ги воочува нивните битни својства. Овој степен учениците го достигнуваат во прво одделение.

На вториот степен учениците веќе умеат да воспоставуваат релации меѓу елементите на две фигури. Но, учениците сè уште не се во можност да ги постават својствата во логичен ред. При соодветна организација на наставата, учениците го достигнуваат вториот степен во трето одделение.

На третиот степен, учениците се во состојба да воспоставуваат врска помеѓу две или повеќе својства на една геометриска фигура, или пак, исто својство на повеќе геометриски фигури. На овој степен „учениците почнуваат да сознаваат дека едно својство на дадена геометриска фигура може да се изведе од друго нејзино својство со логичко расудување” (21, 21). Третиот степен учениците го достигнуваат, но на почетно ниво во четврто одделение.

Што се однесува до развојот на мислењето на учениците, значајни се ставовите на рускиот академик *А.И. Маркушевич*. Имено, тој смета дека „целта на математичкото образование не ретко се стеснува, така што со математичкото мислење малку се бавиме и тоа дојде на даден план”. (11,9). Тој посебно ја изразува загриженоста за математичкиот развој на учениците и смета дека овој проблем може да се надмине „ако се разработи целосен систем или програма на математичко воспитание, во која ќе биде утврдено кои цели и на која возрасна етапа може да се постават, по кои патишта тие цели треба да се остварат и како да се проверуваат резултатите од математичкиот развој, тогаш ефективноста на математичкото образование ќе се зголемува” (цитирано според 12, 62).

Под математичко воспитание Маркушевич подразбира воспитување на математичко мислење, математички развој на учениците во процесот на наставата по математика. Според него вкупниот развој на учениците и посебно развојот на нивното мислење треба да биде во врска со содржините

на наставата и нивната погодност за остварување на тие цели. Во таа смисла „во современата дидактика на математиката математичкиот развој на учениците, формирањето на нивното мислење и способности - постануваат важен фактор при решавањето на проблемот на содржината и структурата на општообразовниот курс по математика и методите на наставна работа“ (цитирано според 12, 62).

Според Маркушевич на математичкиот развој на учениците од најмала вредност (предучилишно воспитание и почетните одделенија на основното образование) придонесува изучување на поимите од множества, подредување и делумно подредување, операциите со множества (унија и пресек) итн. Ваквиот став Маркушевич го поткрепува со фактот дека тие содржини се основни логички категории и им претходат на поимите број и фигура.

Што се однесува до наставните методи и нивното осовременување, Маркушевич големо значење му придава на апстрахирањето. Во процесот на апстрахирање учениците го разгледуваат суштественото и го одделуваат од несуштествените поединости според него „основен метод во математиката - тоа е апстрахирањето“ (11,4). На апстрахирањето му претходи анализа на својствата на објектот на проучување на одделување на суштествените од несуштествените. Утврдувањето на суштествените својства, пак, е основа за воопштувањата кои што треба да се изведат.

Повеќе автори го разработуваат проблемот на достапноста на наставните методи на ученици од одредена возраст, затоа што тоа значително влијае на ефективноста на наставата по математика. Според М.В. Потоцкий „изложувањето на материјалот е само тогаш достапно за учениците (т.е. она што се усвојува со вложување на сопствен напор), ако тоа ги збогатува нивните знаења, го развива нивното мислење и се јавува како неопходен услов за успешност на нивното образование. Обратно, постоењето на недостапен материјал (по неговиот карактер или изложување) ги „фрла“ учениците на учење напамет“ (20,125).

Резултатите од многубројните истражувања на полето на психологијата на учењето, покажале дека принципот на активизација на

учениците во наставата се јавува како еден од најважните дидактички принципи. „Што се однесува на методите на наставата, нивната ефикасност и современост во основа, се определува од реализацијата на овој принцип во нив. Следствено на тоа традиционалните методи на соопштување на учениците готови учебни информации треба да се применуваат епизодно, во случај на неопходност, кога играат помошна улога при методите низ кои доаѓа до израз активното учење на учениците” (20, 109).

Во таа смисла посебно внимание се посветува на проблемската и програмираната настава. На подрачјето на проблемската настава особено се значајни проучувањата на Леонтиев, Леватов и Махмутов. Според Леонтиев проблемската ситуација не е само објективен однос меѓу познатото и непознатото, туку тоа претпоставува и вклучување на субјектот во дадениот однос. „Проблемската ситуација настанува не како резултат на големата сложеност на поставената задача, туку врз одредени односи меѓу можностите на субјектот и оние барања што му се зададени со задачата.” (8, 127)

Посебно внимание се посветува и на заемниот однос помеѓу надворешната и внатрешната дејност. Во трудовите на Гальперин и неговите соработници усвоени се повеќе нивоа на вршење на дејноста, која се карактеризира со наполно преобразување на надворешната дејност во внатрешна.

Се наведуваат пет нивоа, и тоа:

1. следење на туѓа дејност;
2. материјална дејност која се врши со материјални предмети;
3. дејност на подрачјето на гласен говор без предмети;
4. дејност на планот на „внатрешен говор”;
5. пренесување на дејноста на мисловното подрачје.

„Со други зборови, истакнува Гальперин, поради автоматизација и скратување на „надворешниот говор во себе”, предметната дејност на интелектуален план се преобразува од мисла за таа дејност во „чиста мисла” за решението на задачата што ја чини дејноста”. (3, 25).



Врз основа на резултатите од истражувањата, изграден е систем на принципи во наставата по математика, а тие се:

1. Современост на содржините на математичкото образование. Во таа смисла се истекнува научноста на содржините и нивната усогласеност со современата математичка наука.

2. Интересност на наставата. Заради надминување на сувопарноста и преоптовареност на наставата по математика, кај учениците треба да се предизвика интерес за знаења, истражување и воодушевување од математиката.

3. Активизација на учениците на сите етапи на наставата. Во смисла да не се соопштуваат готови знаења од страна на наставникот, туку учениците нив да ги стекнуваат преку самостојна работа.

4. Сознајност во наставата. Тоа се однесува на сфаќањето на изучените математички содржини од страна на учениците, и тоа се бара учениците осмислено да ги изведуваат математичките операции.

5. Интелектуално развојна настава. Тоа подразбира совладување на основните претпоставки на творечкото познание и рационалното мислење во математиката.

6. Настава на оптимално висок степен на сложеност, што се јавува како важно средство на интензивирањето на наставниот процес.

7. Солидно усвојување на математичките знаења, умеења и навики од страна на учениците, што треба да се постигне со активно познание, разновидна примена и творечко повторување.

8. Индивидуализација на наставата со ефикасно управување на индивидуалниот развој на секој ученик во учењето, во услови на колективна настава.

9. Интензивно развивање на математичките способности, математичкото мислење и математичката култура на сите ученици, а особено на најдобрите.

10. Воспитен карактер на наставата по математика, кое треба да придонесе за воспитување на повеќе својства на личноста, како силна волја, упорност во работата, итн. (Парафразирано според 12).



„Одвоени се, имено, овие принципи затоа што тие се јавуваат како најдобри детерминанти на карактерот на процесот на наставата по математика”. (12, 41)

**2.1.7.** Значаен придонес во изградувањето на методиката на наставата по математика дава и холандскиот математичар *Hans Freudenthal*, долгогодишен претседател на Меѓународната конференција за наставата по математика. Во делото „*Mathematik als pädagogische Aufgabe*” тој дава оценки за осовременувањето на наставата по математика на сите степени на образование, но предупредува дека може да се падне во модернизам. *Freudenthal* мошне сериозно му приоѓа на поимот множество во основното училиште, при што голема тешкотија наоѓа во постапката како на учениците да им се каже што е тоа множества. „Од тоа што поимот множество е основен поим, не е оправдан обидот во некои учебници за ученици од 11 и 12 година аксиоматски да се претстави теорија на множества” (25, 192), истакнува *Freudenthal*, затоа што аксиоматското воведување на еден поим во наставната практика претпоставува претходно тој поим интуитивно да е усвоен.

*Freudenthal* укажува и на тешкотиите и дилемите што можат да настанат кај учениците при запишувањето на множествата. Така, со симболот  $\blacktriangle\blacktriangle$  е запишано едноелементно множество, во кое елементот е триаголник, кој е двапати запишан, додека ако множеството е запишано со помош на Венов дијаграм, како на цртежов, тогаш тоа е двоелементно множество, затоа што тоа се два различни триаголници, на кои им припаѓаат различни точки од рамнината. Слични тешкотии може да предизвика и запишувањето на множества чии елементи се букви. Така, ако множеството чии елементи се буквите  $a, b, c$  и  $d$  го запишуваме табеларно, т.е.  $\{a, b, c, d\}$  има едно значење, додека ако го запишеме со Венов дијаграм, како што е направено на цртежот, тогаш буквите не се елементи на множеството, туку тоа се имиња на точките, кои *Freudenthal* ги споредува со точките до називите на градовите на географската карта.

Во работата на множествата со ученици од помала училишна возраст *Freudenthal* препорачува да се почитува интуицијата. Така, на пример, при објаснувањето на поимот празно множество во почетната настава по математика, учениците тој поим го сфаќаат интуитивно како множество без елементи, а не да им се даваат примери како: „празна вреќа“, „празна училница“ и сл. или, пак, да се бара учениците да даваат некаков пример.

*Freudenthal* истакнува многу дилеми и недостатоци во врска со воведувањето на поимот природен број во почетните одделенија во основното училиште. Во врска со истражувањата на *Piaget*, кои се однесуваат на количествениот аспект на поимот природен број, тој истакнува дека само математичкиот аспект не е доволен, односно „секој кој сака да воведува природен број, појдувајќи од моќноста, молчеливо, а тогаш и несознајно го подразбира редниот број“ (25, 120). Редните броеви, според *Freudenthal*, играат првична и многу важна улога во формирањето на поимот природен број, „што треба да се признае и од гледна точка на развојната психологија и од гледна точка на педагогијата, и никој не може да ја одрече таа улога“ (25, 119). Тоа особено е значајно поради фактот што моќноста се јавува како далечен аспект, додека при заемно еднозначно придружување (1-1), редниот број се задржува.

## КОРИСТЕНА ЛИТЕРАТУРА

1. Брунер, Дж., *Процесс обучения*, Просвещение, Москва, 1962
2. Виготски, Л.С., *Говор и мышление*, Просветно дело, Скопје, 1988
3. Галперин, Т.Л., *За истъражувањето на интелектуалниот развој на децето*, Просветно дело, Скопје, 1976, бр. 5-6
4. Давыдов, В.В., *Возрасните можности усвоения знаний*, Просвещение, Москва, 1966
5. Дајовић, В., *О реформи наставе математике*, Настава математике, Београд, 1974, бр.1
6. Devide, V., *О nekim problemima suvremene nastave matematike*, Matematika, Beograd, 1972, br.2
7. Dines, Z., *Building up mathematics*, London, 1960
8. Леонтьев, А.Н., *Умственое развитие ребенка*, Просвещение, Москва, 1950
9. Leitzmann, W., *Methodik des mathematische Unterrichts*, Band, Heidelberg, 1953
10. Маслова, Г.Г., *Анализа реформе математичког образовања у основној и средњој школи*, Настава математике, Београд, 1978, бр. 1-2
11. Маркушевич, А.И., *Об очередных задачах преподавания математики в школе*, Математика в школе, Москва, 1962, бр. 2
12. Метельский, Н.В., *Дидактика математики*, Издательство БГУ, Минск, 1982
13. Метельский, Н.В., *Психолого-педагогические основы дидактики математики*, Высшая школа, Минск, 1977
14. Neunzing, W., Sorger, P., *Einstieg in die Mathematik*, Freiburg, 1969
15. Neunzing, W., Sorger, P., *Wir lernen Mathematik*, Freiburg, 1969
16. Penavin, V., *Modernizacija nastave matematike*, Matematika, Beograd, 1972, br.1
17. Пиаже, Ж., *Структуры математические и операторные структуры мышления*, Преподавание математики, Перевод с франц., Москва, 1960
18. Пијаже, Ж., *Развој на интелекцијата*, Просветно дело, Скопје, 1988
19. *Развитие учащихся в процессе обучения (I-II классы)*, Под редакцији Л.В. Занкова, Просвещение, Москва, 1963
20. Потоцкий, М.В., *О педагогических основах обучения математике*, Просвещение, Москва, 1963
21. Пышкало, А.М., *Методика обучения элементам геометрии в начальных классах*, Просвещение, Москва, 1973
22. Семадени, З., *Свремената математика при обучението на децата*, Народна просвета, Софија, 1979
23. Столяр, А.А., *Педагогика математики*, Высшая школа, Минск, 1974
24. Frederika i Papi, *Dijete I grafovi*, Školska knjiga, Zagreb, 1972
25. Freudenthal, H., *Mathematik als pädagogische Aufgabe*, Ernst Ferlag, Stuttgart, 1977

### 3. ИЗГРАДУВАЊЕ НА МЕТОДИКАТА НА НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА

Проблемот на модернизација на наставата по математика, според повеќе автори, имплицитно вклучува три прашања и тоа:

1. Зошто да се учи математиката;
2. Што да се учи од математиката; и
3. Како да се учи математиката.

Одговорот на овие прашања, во суштина, се состои во дефинирањето на целите на наставата по математика (одговор на првото прашање), одредување на содржината на наставата по математика (одговор на второто прашање) и изградување на методиката на наставата по математика. (одговор на третото прашање).

#### *3.1. Цели на наставата по математика*

Со споредбена анализа на целите на наставата по математика, дадени во наставните програми во минатото, може да се утврди дека постои одредена осцилација помеѓу две екстремни дидактички сфаќања - да се задоволат барањата на материјалното или на формалното образование. Така, во XVIII век, па и во првата половина на XIX век, при изборот на содржините на наставата по математика основен критериум бил нивната практична применливост. Тоа сфаќање во педагошката литература е познато како дидактички материјализам.

Наспроти дидактичкиот материјализам, формалното образование ги запоставува конкретните знаења и умеења и ја почитува само „моќта“ на математиката во развојот на мислењето, независно од содржините. Модернизацијата на наставата по математика, во методичка смисла, настојува да воспостави рамнотежа помеѓу материјалното и формалното образование, при што го истакнува „развојот на логичкото и математичкото мислење, што порано наставата да се издигне на апстрактно ниво, а тоа што во прв план ги става математичките идеи, а не техниката на сметањето, е само нов приод на образовните вредности на наставните содржини и не ја негира применливоста на знаењата“. (20, 20).

Значајно е што концепциите на првите наставни програми (*Un programme moderne de mathematiques* донесена во *Dubrovnik, Nürnberger Rahmenplan für Mathematik* и др.) се засновуваат на целите на наставата по математика, како и на задачите што произлегуваат од тие цели. Притоа, се поаѓа од општите цели на воспитанието и образованието, па во согласност со нив се изградуваат целите на наставата по математика. Тоа е во согласност и со заклучоците на *International conference on education*, одржана 1956 година во *Geneve*, на која едно од централните прашања е дефинирањето на целите на наставата воопшто, а во таа смисла и целите на наставата по математика посебно.

Во активностите во врска со модернизацијата на наставата по математика се диференцира една општо прифатена определба во односот на целите на наставата по математика, според која „тежиштето на наставата по математика се поместува од усвојување на голем број изолирани факти на развивање на математичкото мислење и спознавање“.

(3, 5)

При градењето на ваквата определба се поаѓало од тогашната состојба при дефинирањето на целите, при што не е остварена рамнотежа меѓу материјалното и формалното образование. Според советскиот методичар Маркушевич „целите на математичкото образование не ретко се стеснуваа, така што со математичкото мислење малку се бавевме, и тоа дојде на заден план“. (11, 9)

Но, потребите од промени во дефинирањето на целта не произлегуваат само од потребата за развој на математичкото мислење на учениците, туку на тој проблем се гледа пошироко, односно го вклучува вкупниот развој на учениковата личност. Во таа смисла, на дефинирањето на целите на наставата по математика (односно на целта и задачите како што уште се сретнува во литературата), се опфаќаат знаењата, умеењата и навиките со коишто учениците треба да се здобијат, развојот на психичките способности (перцепции, претстави, внимание, помнење, мислење), како и формирање на позитивни особини на карактерот и личноста на учениците. Значи, при дефинирањето на целите на наставата

не треба да се потенцира само развојот на мислењето на учениците, туку низ наставата по математика учениците треба:

- да се здобијат со определен систем од математички знаења, умеења и навики;
- да ги усвојат математичките методи за спознавање на објективната стварност;
- да се оспособат за усна и писмена примена на математичкиот јазик (точност, јасност, концизност во искажувањето);
- да усвојат минимум математички информации, потребни за примена на знаењата, умеењата и навиките за активна спознајна дејност во наставата и во самообразованието.

Што се однесува на развојот на психичките способности, наставата по математика треба да даде оптимален придонес за:

- оспособување на учениците за набљудување;
- развивање на просторните и количествените претстави на учениците;
- развивање на вниманието и способноста за концентрација,
- развивање на помнењето;
- да се развива логичкото мислење на учениците (способност да се анализира, да се раасудува, да се систематизира, да се размислува дедуктивно, да се воопштува, да се мисли критички);
- да се развиваат рационалните својства на мислењето (ред, точност, јасност, рационалност);
- развивање на интуицијата и фантазијата на апстрактното подрачје.

Покрај тоа, наставата по математика треба да создава претпоставки за формирање на позитивни особини на карактерот и волјата на учениците, како што се:

- смисла за самостојност, точност и прецизност во работата,
- упорност и истрајност во совладувањето на одредени пречки во животот и работата;



- критичност кон работата на другите и самокритичност кон сопствената работа;
- чувство на задоволство од успешноста во работата, како и чувство за доживување на убавото во неа;
- објективност и интелектуална чесност;
- поттикнување на радозналоста и истражувачкиот дух.

Всушност, на „математичкиот“ развој на учениците, кој често се појавува во литературата од тоа време како воспитно-образовна категорија, се гледа низ остварувањето на поставените цели. *Маркушевич* смета дека тоа успешно може да заживее „ако се разработи цел систем или програма за математичко воспитание, во која ќе биде утврдено кои цели и на која возрастна етапа може да се постават, по кои патишта тие цели треба да се остварат, и како да се проверуваат резултатите од математичкиот развој, тогаш ефективноста на математичкото образование ќе се зголемува“. (цитирано според 14, 62). Значи, според *Маркушевич*, мошне значајно е целите на наставата по математика да се усогласат со возрастните особености на учениците и со потребите на нивниот математички развој.

### **3.2. За содржината на почетната настава по математика**

При одредувањето на содржината на наставата по математика се поаѓало од определбата да се задоволат идеите на движењето за модернизација на наставата по математика, а пред сè:

1. усогласување на наставата по математика со доминантните идеи во математичката наука. Тоа подразбира воведување во наставните програми содржини од елементарната теорија на множества и релации.

Според програмите на *OECD*, белгиската програма и нирнбершката програма во Германија, а подоцна и во многу други земји во светот, прифатено е содржините од теоријата на множествата да се обработуваат во три концентрични кругови и тоа:

### ***I. Почетна настава по математика***

- запознавање со поимот множество, елемент на множество, припадност;
- графичко означување на множествата, означување на множествата со набележување на елементите;
- празно множество, дисјунктни множества;
- подмножество, инклузија;
- придружување;
- еквивалентност и еднаквост на две множества;
- кардинален број;
- множество на природните броеви;
- операции со множества: унија, пресек, производ и врската со математичка логика.

### ***II. Предметна настава на основното образование***

- поим за множество;
- елементи на множество, релација за припадност;
- означување на множествата;
- празно множество, едноелементно и двоелементно множество;
- подмножество, инклузија;
- еднаквост на две множества, еквивалентност;
- кардинален број;
- операции со множества и нивните својства;
- аналогија меѓу операциите и математичка логика;
- бројни множества:  $N$ ,  $Z$ ,  $Q$ ,  $R$ .

### ***III. Средно образование***

- систематизација на содржините од II циклус;
- подреденост на множество, особини на бројните множества;
- бесконечно множество, поим за бесконечност;

- антиномии во теоријата на множествата;
- аксиоматизација на теоријата на множествата;
- правци во математичката логика: логицизам, интуицизам, формализам.

Од интерес за нашето истражување е само првиот циклус и во понатамошната обработка на проблемот ќе вршме споредување само со него.

Што се однесува до *содржиниите од релации*, главно, се внесуваат само односи помеѓу објекти од непосредната околина на децата: ... е поголемо од ..., ... е помал од ..., ... е пред ..., ... е зад ..., ... е над ..., ... е под ..., ... е лево од ..., ... е десно од ..., како и релациите меѓу броевите: ... е еднакво на ..., ... е помал од ..., ... е поголем од ..., ... е следбеник на ... и ... е претходник на ... .

## 2. Местото и улогата на класичните содржини

Од класичните содржини во наставните програми и понатаму се задржуваат:

### а) аритметика

- поим за природен број;
- означување на природните броеви;
- споредување на природните броеви;
- операции со природните броеви: собирање, одземање, множење и делење;
- именувани броеви.

### б) геометрија

- права, полуправа и отсечка;
- агол и многуаголник (триаголник, правоаголник, квадрат);
- кружница и круг;
- квадар и коцка;

- мерење (периметар на многуаголник, плоштина на правоаголник и квадрат).

Застапеноста на овие класични содржини се оправдува со нивното место и значење во математичката наука, нивната практична применливост, како и од можноста со нивната обработка да се остварат бројни цели и задачи на почетната настава по математика.

Што се однесува до структурата на содржините во наставната програма, а за да може да се оствари определбата и класичните содржини да се обработуваат на современ начин, содржините од теорија на множествата и претходат на содржините од природните броеви.

При одредувањето на обемот и длабочината на наставните содржини се поаѓало од сознанијата на современата психологија за возрастните можности на учениците и од потребите на нивниот развој.

Поконкретни сознанија за практичното остварување на наведените определби можат да се добијат од материјалите за **III International congress on mathematical education**, одржан од 16 до 21 август 1976 година во **Karlsruhe**, Германија. На Конгресот е констатирано дека: „Модернизацијата на почетното математичко образование (за деца од 6 до 12 години з.н.) довела до збогатување на курсот по математика.” Паралелно со еден поголем стабилен дел застапен во сите програми, (природни броеви, децимални и обични дробки и операции со нив), во развиените образовни системи влегле содржини од теорија на множествата, поими од математичка логика, елементи од математичка статистика, а потоа и теорија на веројатноста. (12, 88).

Понатаму се нагласува дека „теориско-множествените поими и поимите од математичка логика во некои програми се воведуваат концентрирано, образуваат основа на која се гради понатамошното изложување на курсот”. (12, 88).

### 3.3. Усогласување на методиката на наставата по математика со современите идеи на математичката наука

Појдувајќи од идеите за модернизација на содржината на наставата по математика и нејзиното усогласување со доминантните идеи во математичката наука, како и од достигнатиот степен во развојот на педагошката и психолошката наука, во шеесетите и седумдесетите години на XX век, започнува широка и интензивна работа за осовременување на методиката на наставата по математика. На овој проблем се приоѓа од повеќе аспекти, а пред се од потребата:

- методичките приоди да се прилагодат на возрастните особености на учениците и на потребите на нивниот развој;
- да се дефинираат методички приоди за обработка на содржините од теоријата на множествата, кои се јавуваат како нови во наставните програми;
- современа методичка интерпретација на класичните содржини, посебно природните броеви и операциите со нив;
- прилагодување на „јазикот“ на теоријата на множествата на почетната настава по математика, особено при методичката интерпретација на класичните содржини.

Во таа смисла, има обиди „новите изданија на класичните методици да се дополнуваат со поглавја кои навлегуваат и во проблемите на модернизацијата на наставата по математика“. (18, 7). Во тој контекст најкарактеристичен е случајот со познатото дело на *Leitzman* „*Methodik des mathematische Unterrichts*“, која *Stender* во 1961 година ја дополнил со нови поглавја.

Меѓутоа, во многу методички списанија во Европа и светот се појавуваат реакции на ваквиот приод. Во написите на многу истакнати методичари (*Сјоляр*, *Рару*, *Dienes*, *Маркушевич*, и др.) се нагласува потребата од изградување на методика на наставата по математика, која ќе се однесува, не само на обработката на новите програмски содржини, туку и на современа интерпретација на класичните содржини. Тоа е

истакнато и во документи на меѓународни организации, надлежни за образованието - Монографиите на OECD, International commission on mathematical education, *UNESKO* и др. Меѓу посериозните обиди за решавање на овој проблем ќе ги споменеме трудовите: "*Didattica dela mathematica*" од *E. Castelnuovo*, издадена во *Bologna* 1963 година и "*Metodika savremenog matematičkog obrazovanja u osnovnoj školi*" од *Stanko Prvanović*, издадена во *Beograd* во 1970 година.

Во стручните расправи во врска со решавањето на овој проблем се диференцираат некои ставови, за кои може да се смета дека се општо прифатени, што се потврдува со решенијата на овој проблем во методичката литература што е издадена подоцна и е оценета позитивно.

Овде ќе ги наведеме само оние за кои сметаме дека се најзначајни:

- за реализација на новите наставни содржини да се дефинираат соодветни современи методички приоди;
- современа методичка интерпретација на класичните програмски содржини;
- проектираните методички решенија да соодветствуваат на особеностите на менталниот развој на деца - ученици од одредена возраст.

Практичното остварување на овие ставови претпоставува, при изградувањето на методиката на почетната настава по математика, да се решат одредени проблеми кои произлегуваат од воведувањето на елементи од теоријата на множествата во наставните програми за оваа возраст. Меѓу тие проблеми како позначајни се диференцираат:

- во колкава мера содржините од теорија на множествата треба да се обработуваат како чисто математички содржини, односно колку тие треба да послужат како основа на класичните содржини;
- дали содржините од теоријата на множествата да им претходат на содржините од природните броеви и операциите со нив?,
- дали при интерпретацијата на содржините од геометрија да се применува терминологија својствена на теорија на множествата?



- од која возраст и со каква длабочина да се изучуваат содржините од теоријата на множествата?

Сепак, централно место во решавањето на овие проблеми е поврзано со местото на содржините од теоријата на множествата во наставната програма за почетните одделенија на основното училиште. Во таа смисла, доминира сфаќањето дека почетното математичко образование треба да поаѓа од множествата.

### ***3.3.1. Зошто во наставава по математика треба да се поаѓа од множествата?***

Решавањето на методичките проблеми во модернизацијата на наставата по математика, во голема мера, е поврзано со одговорот на прашањето за првичните содржини во математичкото образование, односно решавањето на дилемата дали да се поаѓа од множествата или од природните броеви? Бидејќи во математичката наука поимот множество е основен поим, а поимот природен број се дефинира врз основа на поимот множество, е логично во математичкото образование да се поаѓа од множествата. За определбата воведувањето на децата во математиката да се започнува со елементарната теорија на множествата постојат повеќе причини - математички и педагошки. Овде ќе наведеме само некои, за кои сметаме дека се позначајни.

1. Современата математичка наука силно е обележена со множествено толкување на математичките поими и објекти па, според тоа, таквата состојба во математичката наука значајно влијае и на наставата по математика. Имено, содржината на наставата по математика произлегува од математичката наука и ги одразува нејзините водечки идеи. „Неопходноста од внесување теоретско-множествени идеи во училишната настава обично се аргументира со улогата што ја играат тие идеи во современата конструкција на математиката, и тоа е наполно закономерно, ако под модернизација на училишната настава по математика се

подразбира нејзино идејно доближување до современата математика". (24, 233).

2. При спознавањето на математичките белези на непосредната околина децата прво го откриваат постоењето на поединечни, конкретни предмети. Потоа, децата откриваат дека некои од тие предмети имаат некое заедничко својство, според кое можат да се групираат во целини, односно множества. „Запознавањето на множествата како својства на предметите од непосредната околина е спознавање на битно математичко обележје на објективната стварност, што го опкружува детето". (3, 21).

Во натамошните активности со множества децата ги запознаваат еквивалентните множества и природниот број како суштествено својство на класа еквивалентни множества. Според тоа, патот на спознавањето на математичките белези на непосредната околина поминува низ три етапи и тоа:

- запознавање на конкретни предмети;
- запознавање на множества како суштествено својство на предметите; и
- запознавање на природниот број како суштествено својство на класа еквивалентни множества.

Според тоа, директното започнување на математичкото образование со природните броеви значи заобиколување на две етапи во спознајниот процес на апстрактниот поим природен број.

3. Поимот множество е многу поконкретен од поимот природен број. Според тоа, поаѓањето од множествата би значело почитување на дидактичкиот принцип системност и постапност.

Покрај тоа, операциите со множества унија и разлика се конкретна основа за воведување на аритметичките операции: собирање, множење и одземање. Имено, операциите унија и разлика на множества се работа со конкретни предмети, кои се достапни на перцептивното спознание, учениците можат да ги запознаваат визуелно и акустички.

Наспроти тоа, операциите со природните броеви се ментални операции и не се достапни за непосредно набљудување. „Тоа се активности

со поими кои ученикот може да ги спознае само со мислење". (3, 22). Поаѓајќи од операциите со множества, патот до операциите со природни броеви се движи од операции со конкретни предмети и напредува кон ментални операции. Всушност, целта на обработката на операциите со природни броеви е оспособување на учениците за изведување на ментални операции со броеви, а работата со множества е само појдовна точка на таа цел, која целосно се вклопува во конкретно-индуктивниот приод при воведувањето на математичките поими, при што операциите со множества се средство за остварување на таа цел.

4. Поаѓањето од елементарна теорија на множествата во математичкото образование овозможува поточно и поцелосно дефинирање на математичките поими. Тоа посебно се однесува на поимите: природен број, собирање, одземање и множење на природните броеви, кои можат да се дефинираат врз основа на квантитативното споредување на множества (придружувањето 1 на 1), еквивалентни множества, унија на множества и разлика на множества. Имено, процесот на формирање на математичките поими кај учениците од одделенската настава започнува со набљудување и манипулирање со конкретни предмети. „Резултат на набљудувањето се перцепциите и претставите кои понатаму ќе послужат како материјал за изградување на поимите". (2, 22)

Според конкретно индуктивниот приод во формирањето на математичките поими, перцепциите и претставите се првата етапа. Следната етапа се апстракциите и генерализациите. За да се обезбеди успешно апстрахирање и генерализирање, учениците мораат да набљудуваат, да споредуваат, да анализираат предмети и појави од нивната непосредна околина, при што до израз ќе дојде сетилното спознавање, а врз основа на него апстракциите и генерализациите како мисловни дејности.

Така, поимот природен број се дефинира врз основа на еквивалентноста на множествата; собирањето на природните броеви врз основа на унија на множества; одземањето се илустрира преку разлика на дадено множество и едно негово подмножество; множењето може да се илустрира како унија на еквивалентни множества итн.

5. При изучувањето на геометриските поими: точка, права, полуправа, рамнина и др., тие се разгледуваат како множества точки и односите меѓу нив. На тој начин тие поими се дефинираат поправилно и поточно. (Отсечка е множество од две различни точки и сите точки што лежат меѓу нив).

Некои релации меѓу геометриските поими можат да се искажуваат со јазикот на теоријата на множествата и со соодветната симболика, со што се прецизираат тие односи, а наставата по математика се доближува до математичката наука. На пример, релациите меѓу две прави што лежат во иста рамнина се искажуваат со примена на пресек на две множества - ако  $a, b \in \Sigma$  и  $a \cap b = \emptyset$ , тогаш правите  $a$  и  $b$  се паралелни ( $a \parallel b$ ); или ако правите имаат само една заедничка точка ( $a \cap b = \{M\}$ ), тогаш правите  $a$  и  $b$  се сечат.

Врз основа на изнесеното може да се смета дека *поимото множество постојанува методички принцип*. „Според тоа, може да се мисли дека модернизацијата на наставата треба да се спроведе со некое вештачко накалемување на лексиката и симболите од теоријата на множествата и на такви математички теми, кои со поимите од теоријата на множествата не чинат ниту тесно стручна, ниту методичка целина”. (12, 10).

### **3.3.2. Процесно-изведбен акти за разбирање на множествата**

Проблемот на методичките приоди при обработката на содржините од теоријата на множествата се разгледува интегрално, односно почнувајќи со методиката на воспитно-образовната работа по математика во предучилишното воспитание и нејзиното засновување на возрастните особености на децата. Имено, врз основа на бројни набљудувања и експерименти со деца од три до четири годишна возраст е утврдено дека тие „можат да восприемаат групи на еднородни предмети како нешто цело, именувајќи ги предметите во множина (зајачиња, коцки и др.)” (10, 86). Низ организираната работа, во предучилишните установи децата се здобиваат со умеења, до извесен степен, да ги анализираат предметите; да откриваат некои нивни јасно изразени општи својства (форма, боја,

големина и сл.) и врз основа на тоа да формираат групи предмети. Со збогатување на личното искуство и развојот на способноста за споредување и воопштување, четиригодишните деца појасно ги восприемаат групите предмети, и во рамките на една група предмети, можат да ги издвојат оние што имаат едно или две заеднички својства.

Децата на возраст од 5 години, пак, пропедевтички го прифаќаат изградувањето на поимот еквивалентност (еднаквобројност) на множества. Низ активности со конкретни предмети тие можат да ја утврдат еквивалентноста, односно нееквивалентноста на множества со придружување, 1 на 1 на нивните елементи и кога се менуваат нивните несуществени својства (големина, боја, форма, положба во просторот и сл.).

Кај децата од 6 и 7 години претставите за групи предмети се значително збогатени и проширени, што може да биде солидна основа за изградување на некои поими од теоријата на множествата.

Појдувајќи од овие сознанија за можностите на децата, се дефинираат и методичките приоди за обработка на содржините од теорија на множествата. „Процесот на формирање на поимите кај децата треба да започнува со набљудување и манипулирање со конкретни предмети“. (3, 25). Како резултат на тие активности се перцепциите и претставите, кои понатаму ќе бидат основниот материјал од кој ќе се формираат поимите. Набљудувајќи ги предметите од непосредната околина, децата ги воочуваат сличностите и разликите меѓу нив, со што започнува процесот на апстракција и генерализација. Овој процес ќе биде поуспешен ако детето при набљудувањето на конкретните предмети врши споредување, спротивставување, мерење, анализа и сл. Значи, процесот на формирање на поимите започнува со сетилното спознание - перцепции и претстави, а продолжува со мисловното - апстракции и генерализации.

Во постапката за формирање на поимите од теоријата на множествата значајна улога игра и говорот, употребувајќи исти зборови за перцептивно различни содржини (три топки, три кукли, три зајачиња ...), детето во нив го воочува заедничкото (во случајов „три“), така што за него „три“ станува симбол за она што е заедничко и суштествено за сите



наведени множества и за сите множества еквивалентни со нив, што е основа за формирање на бројот 3.

Правилната употреба на говорот при формирањето на поимите го помага преминот од перцептивни (сетилни), на мисловни активности. „Таквата употреба на говорот го стимулира развојот на мислењето и овозможува надворешниот говор да премине во внатрешен, интериоризиран говор”. (3, 27).

Ефикасноста на методичките приоди при обработката на содржините од теорија на множествата се зголемува со конструкција на соодветни дидактички средства. Во таа смисла, како најпогодни се покажале логичките блокови на *Z. Dienes*, како индивидуално и колективно наставно средство, со богата разновидност во примената.

При обработката на содржините од множества големо внимание се посветува на воведувањето на основните поими. **Множество** е основен поим и како таков не се дефинира, туку се објаснува на конкретни примери. Во тие примери се разгледуваат множества од конкретни предмети, кои учениците ги воочуваат во непосредната околина, ги групираат според некое заедничко својство што им овозможува да ги именуваат (коцки, топки, кукли, жолти цвеќиња, кружни плочки, големи топки и сл.). Тие својства не смеат да бидат двосмислени и неопределени. следните активности се со дидактички материјали, а откако учениците ќе се здобијат со потребното искуство од работата со множества од конкретни предмети и дидактички материјали, се формираат множества чии елементи се симболи, најчесто букви и броеви.

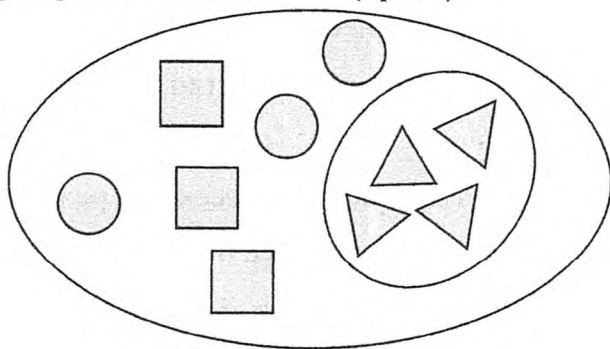
Сите примери што се разгледуваат треба да овозможат учениците да прифатат дека со множеството се означуваат повеќе објекти, а елементите се определуваат според некое својство кое им е заедничко. Во тие активности се воведува и вториот основен поим - **елемент на множество**, при што значајно внимание се посветува на говорот, особено кога се анализира кој елемент му припаѓа на дадено множество, односно кој не му припаѓа. Од овие активности децата треба да сфатат дека **множеството е определено** ако се познати неговите елементи.



При ваквиот природ се користи и емпириското искуство кое што децата - учениците го стекнале при нивните активности во непосредната околина, што од методички аспект е мошне значајно, затоа што новото знаење се засновува на лично искуство и порано здобиени знаења.

*Празното множество* претставува проширување на поимот множество, кој веќе е формиран на ниво на интуитивно познавање. претстава за празно множество треба да се формира низ конкретни примери - множество ученици од паралелката родени во месец март, ако во некој месец не е роденден на ниту еден ученик, се добива „множество без елементи“, т.е. празно множество; ако од кафез со гулаби, излетуваат еден по еден, на крај ќе остане празно множество.

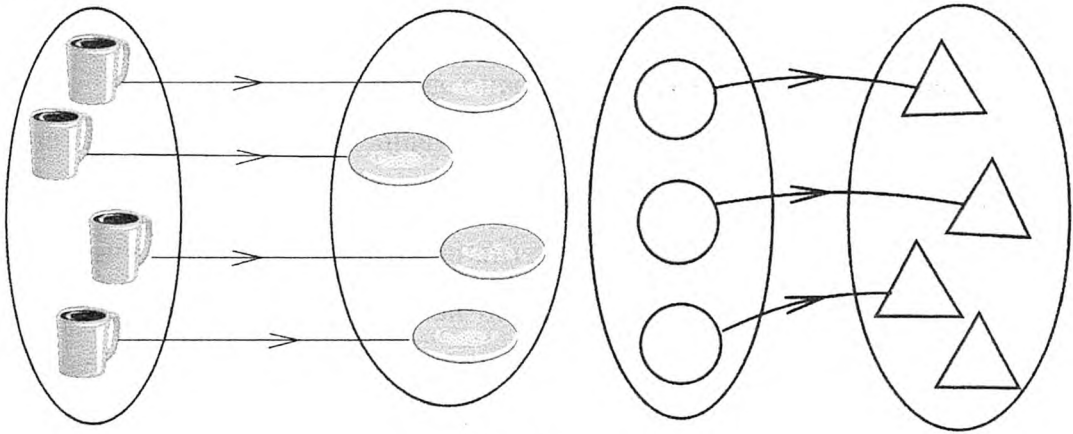
И поимот *подмножество* се воведува на конкретни примери и тоа во случаи кога дел од елементите на дадено множество имаат едно заедничко својство. На пример, од множество каранфили, црвените се подмножество од даденото множество. За осмислување на поимот подмножество мошне погодни се логичките блокови, затоа што можат да се формираат множества такви што елементите имаат две или три „видливи“ својства, според кои можат да се формираат подмножества (црт. 1).



Црт. 1

*Квантитативното споредување на множествата* во предучилишното воспитание и почетната настава по математика има посебно значење, затоа што не се содржина сама за себе, туку тоа треба да послужи како основа за воведување на природните броеви. Конкретно, преку обработката на овие содржини децата треба да го сфатат значењето на термините: „има исто толку“, „има помалку од“ и „има повеќе од“. Тоа се постигнува со примена на придружувањето , 1 на 1 , меѓу елементите на

две множества од конкретни предмети и тоа прво физичко, а потоа и графички



Црт. 2

(црт. 2) - „филцани има исто толку колку и тацни”, односно „кружни плочки има помалку од триаголни плочки”.

При манипулирањето со множества од конкретни предмети учениците вршат споредување, спротивставување, анализа, со што ги одвојуваат несуществените својства на елементите на множествата (вид големина, боја, форма и сл.) и ги апстрахираат, а ја воопштуваат бројноста како суштествено својство на множествата. Во таа смисла посебно се нагласува потребата од спротивставување на еквивалентни и нееквивалентни множества, за да може поцелосно да се сфати бројноста како својство на класа еквивалентни множества.

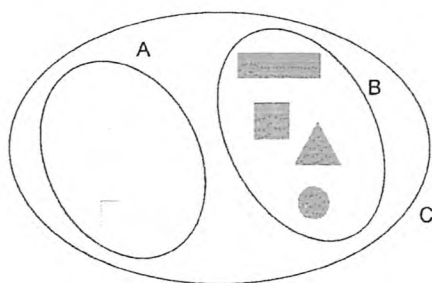
Операциите со множества: унија, пресек и разлика се логички операции, за разлика од аритметичките, кои се операции со природни броеви. „Смислата на наведените логички операции е во тоа што треба на еден утврден начин од две множества да се добие трето”. (17, 58).

Во однос на редоследот на обработката на овие операции нема исто гледиште. Имено, тоа се поврзува со логичките операции конјункција и дисјункција, според кои се дефинираат пресекот и унијата. Така, во учебникот *Wir lernen Mathematik* од *Neunzig* и *Sorger*, кој од германски е преведен на словенечки јазик и применуван одредено време во Словенија како учебник, прво се обработува пресек, а потоа унија. Ова се објаснува со фактот дека во логиката конјункцијата и претходи на дисјункцијата, па

според тоа и пресекот кој се дефинира со конјункција -  $A \cap B = \{x | x \in A \wedge x \in B\}$ , треба да и претходи на унијата, која се дефинира преку дисјункција -  $A \cup B = \{x | x \in A \vee x \in B\}$ .

Меѓутоа, има мислење дека прво треба да се обработува унијата, а потоа пресекот, затоа што учениците полесно емпириски образуваат унија, отколку пресек, а тоа е во согласност и со тоа што треба да се создаде одредена аналогија со собирањето на природните броеви, како прва аритметичка операција што се воведува. Сепак, практиката покажа дека редоследот на обработката на операциите со множества воопшто не е значаен од методички аспект.

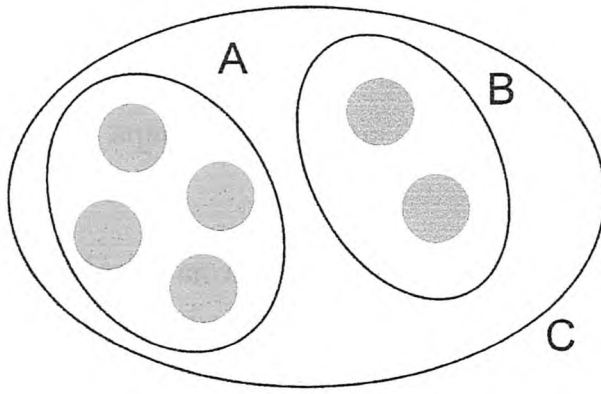
При воведувањето на операцијата унија на множества се почнува со конкретни примери, каде од две множества А и В треба да се формира трето множество С, на кое му припаѓаат елементите од множеството А или множеството В (црт. 3). Во првите примери погодно е тоа да бидат множества кои при „соединувањето“ можат да се наречат со едно име: „множества јаболка“ - „множество крушки“ - „множество овошни плодови. Врз основа на повеќе примери учениците интуитивно треба да прифатат дека секој од



Црт. 3

елементите на множеството С (унијата на множествата) е елемент на множеството А или на множеството В (на едно од множествата од кои се формира унијата).

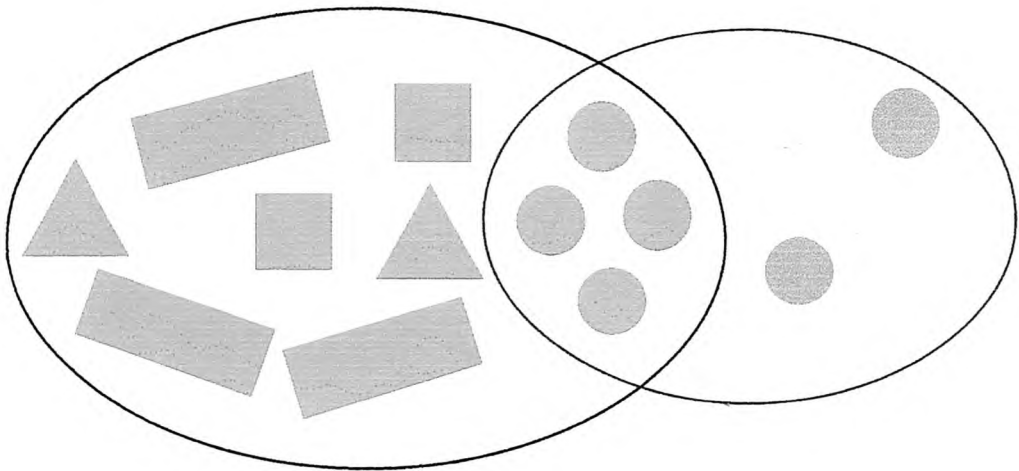
Активностите понатаму треба да продолжат со дидактички материјали- логички блокови, кои се мошне погодни за формирање унија



Црт. 4

на множества и за индивидуална работа на учениците (А - црвени кружни плочки, В - сини кружни плочки, С - кружни плочки, црт. 4).

Воведувањето на операцијата пресек на множества треба да се оствари на примери на графичко претставување на две множества кои имаат заеднички елементи - „црвени цветови и каранфили”, заеднички се црвените каранфили; „црвени плочки и кружни плочки” - заеднички се црвените кружни плочки (црт. 5).

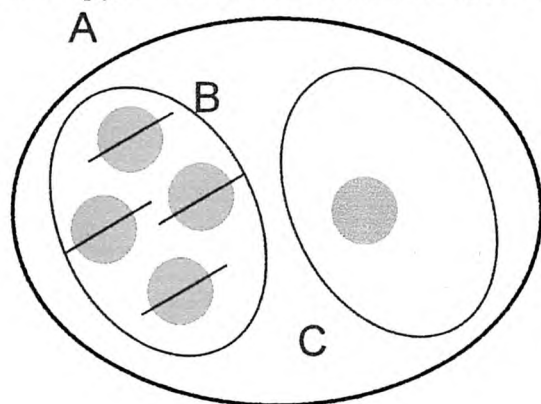


Црт. 5

Начинот на формирање на пресекот на две множества треба да се искористи за описно дефинирање на оваа логичка операција, со терминологија што е соодветна на возраста на учениците - пресекот на две множества е множеството што го формираат заедничките елементи на двете множества.

Откако учениците ќе се здобијат со потребното искуство, треба да се разгледаат и случаи кога множествата немаат заеднички елементи, односно кога нивниот пресек е празно множество -  $A \cap B = \emptyset$  (дисјунктни множества).

*Разлика на две множества* најлесно се објаснува ако се појде од кое било множество, во кое може да се формира негово подмножество, според некое заедничко својство на неговите елементи. Разликата на множествата добро може да се илустрира со логички блокови. На пример, ако од множеството кружни плочки **A** се „одземат“ црвените кружни плочки **B**, ќе останат сините и жолтите кружни плочки - множеството **C** (црт. 6).



Црт. 6

Терминот разлика може да наведе на погрешен заклучок, како да се работи за аритметичка, а не за логичка операција, затоа треба да се нагласува - разлика на две множества.

При обработката на содржините од теоријата на множества се користи графичко и симболичко изразување кое се прилагодува на возрастните можности на децата. Во врска со графичкото означување на множествата со Венов дијаграм, „сликата“ на множеството во себе содржи нешто што множеството го нема - затворена крива линија. Всушност, „множеството има само елементи, додека сликата содржи и затворена крива линија (во рамнината и ограничува извесна површина), а сето тоа множеството го нема“ (4, 16). Тоа учениците треба да го согледаат и да го сфатат. Со графичко изразување се започнува уште во предучилишното воспитание, главно со примена на Венов дијаграм при означување, односно задавање на множества. Со тоа се продолжува и во почетната

настава по математика, се разбира на повисоко ниво. Графичко изразување се применува и при квантитативно споредување на множества, при придружувањето, 1 на 1. Практиката покажа дека деца од предучилишното воспитание (средна и голема група) и учениците од почетните одделенија на основното училиште тоа успешно го работат.

Симболичкото изразување е посложен процес и се применува на поголема возраст, затоа што тоа е поврзано со претходно запознавање на одредени симболи (бројеви, букви, знаци). Затоа се препорачува умерена употреба на симболиката и нејзина примена по описување на учениците и пишувањето на цифрите. Обично се препорачува примена на симболите за припадност ( $\in, \notin$ ), празно множество ( $\emptyset$ ), подмножество ( $\subseteq$ ), унија на множества ( $\cup$ ), пресек на множества ( $\cap$ ), како и големата заграда ( $\{ \}$ ) за табеларно задавање на множества.

Симболичкото изразување е повисоко ниво на изразување од вербалното. Преминот од вербалното кон симболичкото и обратно, кај учениците развиваа навики за точност, јасност и концизност на искажувањето. Тоа треба да се остварува со систематска работа за развивање кај учениците умеѐња и навики за премин од вербални записи, кон симболички и обратно. Тоа води кон општ стил на мислење, кој овозможува точно изразување и со зборови и со симболи, односно усно и писмено.

### ***3.3.3. Воведување на поимот природен број***

Формирањето на поимот природен број спаѓа во оние гносеолошки проблеми, кои имаат мошне богата библиографија. Методичките одрази на поедини теории за формирање на поимот природен број можат да се согледаат низ моделите според кои се реализирала наставата во одредени периоди од развојот на педагошката наука. Меѓу познатите методички приоди што се однесуваат на проблемот на формирањето на поимот природен број ќе ги наведеме следниве:

- ***Перцептивно-претставен природ***, кој се засновува на сфаќањето според кое „перцепциите и претставите се главни извори на



поимот природен број и операциите со природни броеви". (2,129). Според овој приод овие поими се формираат врз основа на набљудување на квантитативните својства на објективната стварност. Како дидактички средства се користат различни бројни слики (слики на *Born*, слики на *Lay* и др.), при што поимот природен број се формира од здобиените перцепции и претстави при набљудување на кругчиња распоредени во статички фигури.

- **Броевен приод**, кој се засновува на сфаќањето дека поимот природен број, релациите меѓу природните броеви и операциите со нив се изградуваат со помош на броење и активности со броеви. Природните броеви се воведуваат со земање на бројот 1 како собирок доволен број пати:  $4 = 1 + 1 + 1 + 1$ , или со додавање на даден природен број 1, при што се добива неговиот следбеник:  $5 + 1 = 6$ ,  $6 + 1 = 7$ ,  $7 + 1 = 8$  итн.

Собирањето и одземањето се обработуваат како броење „напред“ или броење „назад“ за одреден број:

$$5 + 3 = 5 + 1 + 1 + 1 = 6 + 1 + 1 = 7 + 1 = 8.$$

$$7 - 4 = 7 - 1 - 1 - 1 - 1 = 6 - 1 - 1 - 1 = 5 - 1 - 1 = 4 - 1 = 3.$$

Овие два приоди во процесот на модернизацијата на наставата биле оценети како несоодветни на достигнатиот развој во педагошката и психолошката наука, пред се како неприлагодени на детската возраст и определбите на современата дидактика, во која во прв план се става активната спознајна дејност на учениците.

- **Множесѝвен приод** - според кој поимот природен број, релациите меѓу природните броеви и операциите со нив се формираат „преку работа со множества од конкретни предмети или дидактички материјали, со апстрахирање со небитните својства и генерализирање на битните". (2, 131).

Според овој приод учениците воочуваат множества од конкретни предмети, манипулираат со нив (материјално изведување на дејноста), работата со множествата вербално ја искажуваат, графички ја претставуваат. Ваквите активности на учениците создаваат поволни претпоставки за натамошни апстракции и генерализации.

Овој приод во методичката литература често се именува и како Кантаров приод.

- **Аксиоматски приод** - според кој поимите од природни броеви се формираат според систем од прифатени аксиоми. Најпознат таков систем се аксиомите на *Giuseppe Peano* (1858-1932). Тој систем ги содржи следниве аксиоми:

1. Бројот 1 е природен број;

2. Секој природен број  $x$  има точно еден следбеник  $x'$ ;

3. Бројот 1 не е следбеник на ниту еден природен број;

4. Ако  $x' = y'$ , тогаш  $x = y$ ;

5. Аксиома на индукција: Секое множество кое го содржи бројот 1 и кое со секој број  $x$  го содржи и  $x'$ , ги содржи сите природни броеви.

Поаѓајќи од овие аксиоми, како основа и со одредувањето на собирањето и множењето со рекурзивна дефиниција:

$$x + 1 = x'$$

$$x \cdot 1 = x$$

$$x + y' = (x + y)'$$

$$x \cdot y' = x \cdot y + x,$$

„ природните броеви се разгледуваат, се проучуваат многу природно и логички коректно”. (20,22).

Во рамките на модернизацијата на наставата по математика се разработувани последниве два приоди, при што предност е дадена на множествениот приод, поради неговата соодветност на возрастните особености на децата од почетните одделенија на основното училиште, кои во психичкиот развој се на стадиум на конкретни операции. Меѓутоа, не се отфрлаат и идеите на аксиоматскиот метод. Оваа дилема е присутна и на советувањето за почетната настава по математика, одржано на 9 и 10 јануари 1975 година во Сараево, на кое биле присутни многу познати автори од сите републики на тогашна СФРЈ. На тоа советување *Petar Javor* во својата дискусија истакнува: „Тука ни се нудат две дилеми: дали природните броеви да се добијат преку кардинални броеви на конечни множества или да се пријде со една ублажена Пеанова аксиоматика на природните броеви. Тука веројатно треба да се направи еден компромис, бидејќи застранувањето, или одењето во една или друга крајност, нема да даде најдобар резултат.” (21, 9).

Како решение на овој проблем е прифатен еден таков компромис, во кој множествениот приод е збогатен со доста ублажени аксиоми на *Peano*, особено оние што се однесуваат на бројот еден и на поимот следбеник.

Според сознанијата од голем број истражувања во врска со овој проблем, децата прво перцепираат множества од конкретни предмети како „малку“ и „многу“, без да имаат увид во сите елементи на множеството. Меѓутоа, со целенасочено и систематско учење тие почнуваат множеството да го восприемаат како една целина, како целокупност од сите негови елементи. Децата на возраст од 3 - 4 години можат од повеќе конкретни предмети да ги издвојат оние што имаат некое препознатливо заедничко својство. Од педагошки аспект може да се смета дека детето ги направило првите чекори во формирањето на множества.

Чекор напред во осознавањето на множествата детето ќе направи со разбирањето на квантитативната еднаквост на множества од конкретни предмети, со различен квалитативен состав и положба. На почетокот децата тоа го прават со придружување 1 на 1, а подоцна и со броење. На тој начин децата го сфаќаат значењето на термините: „има исто толку“, „има повеќе од“ и „има помалку од“, што е мошне значајно за сфаќање на еквивалентноста на множествата што, пак, е основа на воведувањето на природните броеви.

Според тоа, детското спознание се движи по пат:

- претстава за множество;
- поимот множество (вклучувајќи ја и еквивалентноста на множествата);
- претстави за природниот ред на броевите.

Според прифатениот методички приод, природните броеви од првата десетка најчесто се воведуваат во две етапи и тоа: прва етапа - броевите од 1 до 5, и втора етапа - броевите од 6 до 10. Во прилог на ваквата определба е сфаќањето на полскиот методичар *Zbignev Semadeni*, според кој: „Ако е зададено множество со непосредно расположени елементи, со поглед можат да се опфатат околу 5 елементи; над тој број

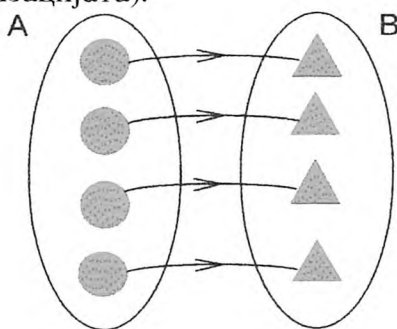
треба или да се бројат, или да се разбиваат на помали групи, или да се споредуваат со друго множество со познат број.” (23, 214).

Суштествените признаци на поимот природен број (во случајов на конкретни броеви) се спознаваат врз основа на:

- восприемање на множества кои претставуваат некаква целина, всушност неколку еквивалентни множества; и
- сфаќање на бројноста како суштествено својство на множествата.

Поконкретно, бројноста на множествата се спознава низ активности со множества од конкретни елементи, меѓу кои има еквивалентни и нееквивалентни. Врз основа на набљудувањето на множествата и анализирањето на нивните елементи, се апстрахираат квалитативните, несуштествените својства на множествата (видот на елементите, нивната форма, боја, големина, положба во просторот и сл.), а се генерализираат суштествените - нивната бројност (бројот на елементите). На пример, при воведувањето на бројот 4 учениците можат да разгледуваат множества од четири јаболка, четири крушки, четири боички, четири кружни плочки, четири триаголници, претставени со апликации на фланелограф или логички плочки и со придружување 1 на 1 меѓу елементите на овие множества (црт. 1) да утврдат дека тие се еквивалентни, односно имаат ист број елементи - 4, што е општо, суштествено својство на овие множества.

При ваквиот методички приод, што се прифаќа при воведувањето на броевите од 1 до 5, се вклучуваат три важни компоненти на спознанието: материјалната (формирање еквивалентни множества), мисловната (апстрахирање и генерализирање) и вербалната (формулирање на содржината на генерализацијата).

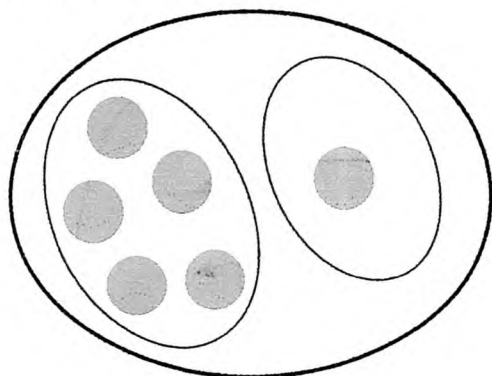


Црт. 1

Бројот нула се воведува како број на празно множество.

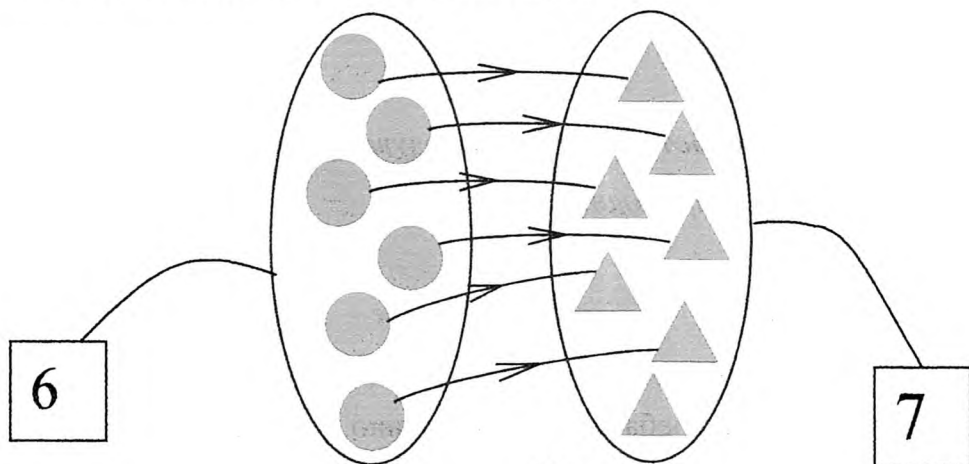
За воведувањето на броевите од 6 до 10 се диференцираат два приода и тоа:

а) со примена на унија на дадено множество со познат број елементи и едноелементно множество (црт. 2).



Црт. 2

б) со квантитативно споредување на две множества, такви што едното има еден елемент повеќе од другото (црт. 3).

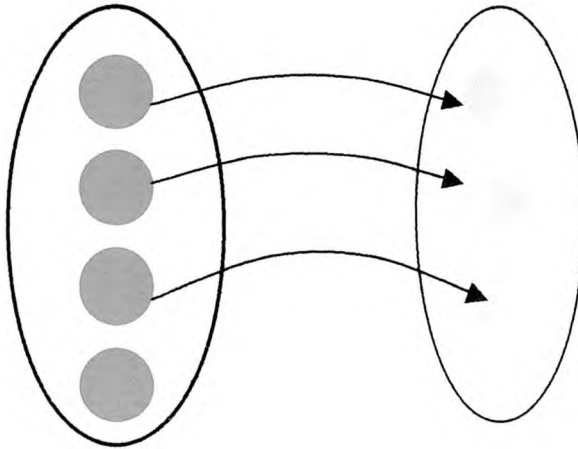


Црт. 3

Во методичката литература повеќе е застапен приодот под б), затоа што во него е вконтонирана и втората аксиома на *Peano*, која подоцна може успешно да се примени при формирањето на низата на природните броеви и броењето.

Споредувањето на природните броеви се засновува на еквивалентноста, односно нееквивалентноста на множествата, како и на

формираните природни броеви, но по иста методичка постапка: формирање на еквивалентни и нееквивалентни множества, придружувањето, 1 на 1, со што треба да се воведат релациите: ... има исто толку ..., ... има помалку од ..., и ... има повеќе од ... . Од овие релации треба да произлезат релациите со природните броеви: ... е еднаков со ..., ... е помал од ... и ... е поголем од ... (црт. 4).



Црт. 4

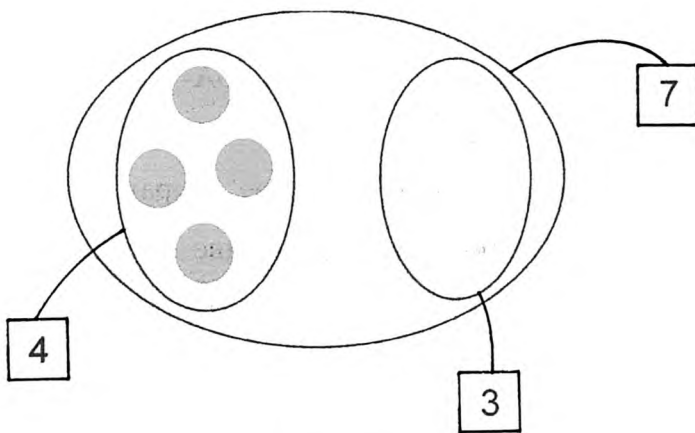
### 3.3.4. Методички приоди во методиката на воведување на операциите со природни броеви

Операциите собирање и одземање се воведуваат според множествениот приод. Всушност, процесот на формирање на поимот собирање на природни броеви, треба да помине, главно, низ две етапи и тоа:

- прва етапа - набљудување на множества и формирање на унија на две дисјунктни множества; и
- втора етапа - постапки за апстрахирање.

Во првата етапа учениците при формирањето унија на две дисјунктни множества ќе се здобијат со претстави за количествените односи на множествата, така што во втората етапа ќе ги апстрахираат несуштествените својства на множествата и ќе се генерализира нивната бројност,  $bA + bB = bC$ , каде  $C = A \cup B$  (црт. 5), односно ако  $bA = 4$ ,  $bB = 3$ ,  $bC$  и,  $A \cup B = C$  тогаш  $4 + 3 = 7$ .





Црт. 5

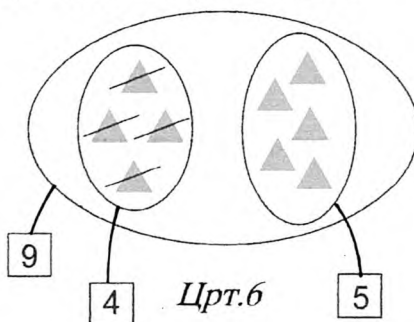
На повисока возраст ова ќе се издигне на повисоко апстрактно ниво:  $\text{card } A + \text{card } B = \text{card } (A \cup B)$  или  $\text{Card } A + \text{card } B = \text{card } (A \cup B)$ , при што  $A \cap B = \emptyset$ .

Ваквиот природ е во согласност со конкретно-индуктивниот природ при воведувањето на математичките поими, кој се движи по пат: перцепција - претстава - апстракција - генерализација.

Одземањето се воведува по истите методички постапки, само што како основа на тој поим се зема:

- прва етапа - набљудување на множества и формирање на подмножество на дадено множество; и
- втора етапа - постапки за апстракција.

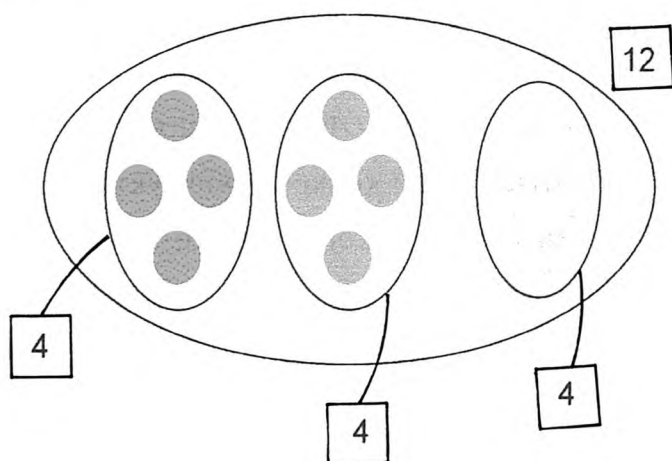
Во првата етапа учениците формираат подмножество на дадено множество, при што се организираат активности со множества од конкретни предмети и од дидактички материјали, со што се создаваат потребните претпоставки за апстрахирање на несуществените својства. Од овие активности треба да произлезат генерализации, поврзани со квантитативните својства на множествата (црт. 6), т.е.  $9 - 4 = 5$ . Имено, ако од множеството  $A$  се формира едно негово подмножество (множество



Црт.6

црвени плочки), тогаш „преостануваат” елементите кои сочинуваат некое множество  $C$ , така што  $bA = 9$ ,  $bB = 4$ ,  $bC = 5$  и од  $bA - bB = bC$ , следува  $9 - 4 = 5$ .

Во математичката наука аритметичката операција множење се дефинира врз основа на Декартов производ на две множества. Меѓутоа, бидејќи во содржината на наставата по математика од I до IV одделение не е застапен Декартов производ, операцијата множење се воведува како унија на еквиваленти множества (црт. 7), т.е.  $bA + bB + bC = b(ABC)$ ,  $4 + 4 + 4 = 3 \cdot 4 = 12$ .



Ваквиот приод е соодветен на возрастните особености на ученици од оваа возраст, затоа што новата содржина се обработува врз основа на веќе обработени содржини, односно множењето се сведува на собирање на еднакви собироци. Покрај тоа, овој приод овозможува ученици од мала возраст лесно на воочат и разберат одредени својства на множењето, како што е комутативноста. На пример,

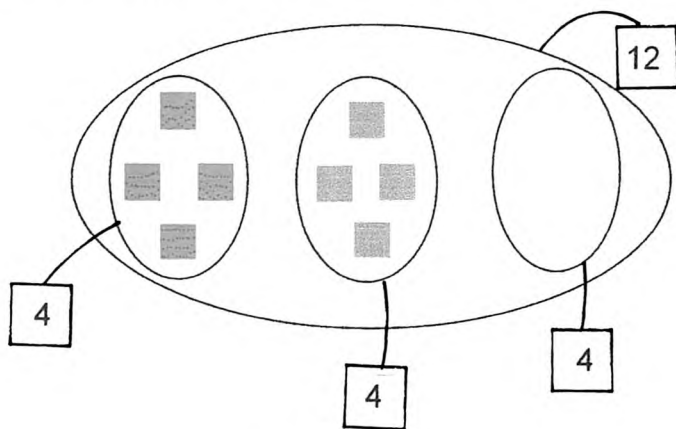
од  $3 \cdot 5 = 5 + 5 + 5 = 15$  и

$$5 \cdot 3 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15,$$

лесно можат да заклучат дека  $3 \cdot 5 = 5 \cdot 3$ , односно по индуктивен пат до заклучок дека „ако множителите си ги променат местата, тогаш производот останува ист”.

При воведувањето на операцијата делење множествата се применуваат само за илустрирање, односно за конкретна основа на воведувањето на оваа основа. Во методичката литература се препорачува оваа операција да се воведат преку задачи со содржина со која се искажува конкретна ситуација од се-

којдневниот живот. На пример, „Во една кошница има 12 јаболка. Тие треба да се поделат на три деца подеднакво”. Таа задача се илустрира со множество од 12 елементи, кое се поделува на три еквивалентни подмножества (црт. 8).



Црт. 8

Во случајов „еднаквите делови” всушност се неколку еквивалентни множества, подмножества на дадените множества. На тој начин апстрактниот поим делење на природни броеви станува конкретен, податлив за сфаќање од ученици на стадиум на конкретни операции во развојот и заснован на дидактичките принципи: системност, постапност и нагледност.

## КОРИСТЕНА ЛИТЕРАТУРА

1. Ансаров, Р., Осовременување на наставата по математика во основното училиште во СР Македонија, математика, Београд, 1973
2. Ачовски Д., Методика на наставата по математика, I-IV одделение, Педагошки факултет в Св. Климент Охридскиг, Скопје, 1998
3. Benčić, V. Markovac, J., Teme iz nastave matematika u razredu osnovne škole, Školska knjiga, Zagreb, 1972
4. Breidenbah, W., Metodik des Mathematik – untermittels, Hanower, 1971
5. Брунер, Д., Процесс обучения, Просвещение, Москва, 1962
6. Đajović. B., O reformi nastave matematike, Nastava matematike, Beograd, 1974, (XXIII), 1-2
7. Dilnes, Z., Golding, H., Les premiers pas en mathématique, Logique et sean logique, O.C.D.L. Paris, 1966
8. Керамитчиева, Р., Развој на мислењето кај децата, Просветно дело, Скопје, 1990
9. Лалчев, З., Перходът множество - число, Веда Словена, София, 1997
10. Маджаров, А., Михайлов, В., Френков, Д., Методика на обучението по математика 1-3 клас, Народна просвета, София, 1980
11. Маркушевич, А.И., Об очердных задач претподавания математики в школе, Математика в школе, Москва, 1962, Н<sub>0</sub> 2
12. Marjanović, I., Metodika matematike, Uljiteqski fakultet, Beograd, 1996
13. Маслова, Г.Г., III Международнудный конгресс по математическому образованию, математика в школе, Москва, 1977, бр.4
14. Метелский, Н.В., Психолого-педагогические основы дидактики математики, Вишешая школа, Минск, 1977
15. Метелский, Н.В., Дидактика математики, Издательство БГУ, Минск, 1982
16. Neunzig, W., Sorger, P., Einstieg in die Mathematik, Freiburg, 1969
17. Penavin, V., Lipovac, D., Sotirović, V., Metodički priručnik za neka pitanja početne nastave matematike, Prosvetno pedagoški zavod, Novi Sad, 1973
18. Пијаже, Развој на интелегенцијата, Просветно дело, Скопје, 1988
19. Потоцкий, М.В., О педагогических основах обучения математике, Просвещение, Москва, 1963
20. Prešič, S., Kako u osnovnoj Školi predavati prorodne brojeve, matematika, Beograd, 1973, br.4
21. Savetovanje o početnoj nastavi matematike, održano 9 i 10 januara 1975 u Sarajevu, I deo, Matematika, Beograd, 1975, br.2
22. Savetovanje o početnoj nastavi matematike, održano 9 i 10 januara 1975 u Sarajevu, II deo, Matematika, Beograd, 1975, br.2
23. Семадени, З., Современата математика при обучението на децата, Народна просвета, София, 1979.
24. Столяр, А.А., Педагогика математики, Высешаяя школа, Минск, 1974

## 4. ИМПЛЕМЕНТАЦИЈА НА ТЕОРИЈАТА НА МНОЖЕСТВАТА ВО НАСТАВНАТА ПРАКТИКА ВО РЕПУБЛИКА МАКЕДОНИЈА

### *4.1. Воведување на елементи од теоријата на множествата во наставната програма по математика за одделенската настава на основното образование*

Поконкретни активности за модернизација на наставата по математика во Република Македонија започнуваат во 1969 година. Тие активности се одвиваат координирано на подрачјето на СФРЈ, во чиј што состав во тоа време е и Македонија, со тоа што републиките имаат значителна самостојност во креирањето на наставните планови и програми.

Носител на активностите од тој домен во Македонија беше Републичкиот завод за унапредување на школството, во соработка со општинските и меѓуопштинските заводи за унапредување на школството, Педагошките академии, Природно-математичкиот факултет, како и издавачкото претпријатие „Просветно дело“ од Скопје.

Првите поконкретни активности што беа преземени се однесуваат на „проучување на одделни модели на осовременување на наставата во некои земји од странство и експериментите што се вршени на тој план во нашата земја (се мисли на СФРЈ, з.н.) (пред се во Хрватска)“ (1, 110).

Во тие активности посебно внимание беше посветено на искуствата на Франција, Белгија, Германија и Бугарија, а беше остварена тесна соработка со сите републики од СФРЈ. Како резултат на тие активности во 1971 година била изготвена Нацрт-наставна програма по математика за основното училиште, и во декември истата година, Програмата била дадена на јавна расправа.

Јавната расправа по наставната програма покажала дека „за нејзината концепција во целина, сите дискусанти беле единствени во оценката дека со неа се предлага осовременување на наставата по математика во СР Македонија“. (1, 111).

Со Нацрт-програмата, во чија изработка зеле учество 12 учесници, меѓу кои имаше професори на високи и виши школи, просветни советници по математика и наставници во основното училиште (1,110), се предлага

настава која идејно ќе биде посодржајна од постојната, „што дава можности за воведување на учениците во основните концепции, методи, јазик“ (1, 110), со што се задоволуваат барањата што се поставуваат пред современата настава по математика.

Со Нацрт-програмата за прв пат во содржината на наставата по математика се предлагаат:

*а) елементи од теоријата на множествата* - формирање на множество, елементи на множество, припаѓа - не припаѓа, подмножество, означување на множествата на табеларен начин и со Венов дијаграм, еквивалентност на множества, операции со множества (унија, пресек и разлика), комутативност и асоцијативност на унијата и пресекот на множества;

*б) релации;*

*в) елементи на матемајичка логика.*

Нацрт - програмата е компонирана така што поимот природен број и операциите со природни броеви се воведуваат врз основа на множествата и операциите со нив. За одбележување е и тоа што некои геометриски поими се разгледуваат како множества, а некои нивни својства и односи се дефинираат со терминологија од теорија на множествата.

Во јавната расправа по Нацрт-програмата дел од стручната јавност, како и дел од непосредните реализатори на наставата, изразиле сомневање дека воведувањето на елементи од теоријата на множествата ќе придонесе за подобрување на квалитетот на наставата по математика. Напротив, сметале дека тоа ќе биде причина учениците да не можат да ги совладаат операциите со природните броеви.

Сепак, по стручните образложенија за идеите и можностите на новата наставна програма, поголемиот дел од учесниците во јавната расправа позитивно се искажале за новата наставна програма, така што таа била подготвена како Предлог-наставна програма, која е проследена за натамошно усвојување.

Предлог-наставната програма по математика за одделенската настава на основното училиште била поднесена до Републичкиот



педагошки совет во првата половина на 1972 година. На Седницата на Републичкиот педагошки совет, одржана на 29.06.1972 година, Програмата со наставен план била усвоена, а е објавена во рамките на документот *Основно училиште, описна програмска структура со наставен план и програми*, во издание на „Просветно дело“, Скопје, во 1973 година.

Со наставниот план за наставата по математика е определен следниот фонд часови:

Одделение	I	II	III	IV	I-IV
Број на часови седмично	6	6	6	5	23

што претставува 28,8% од вкупното наставно време за наставата од I до IV одделение.

#### **4.2. Содржина на наставната програма**

Што се однесува до содржината на наставата, со Наставната програма се предвидени следниве содржини од теорија на множествата:

##### ***I одделение***

1.1. Множество; Елементи на множество; Припадност;

1.2. Означување на множествата со Венов дијаграм;

1.5. Заеднички елементи на две множества (пресек); Унија на множества; Подмножество; Комутативност и асоцијативност на унијата на множества;

1.6. Споредување на множествата според количеството на елементите; Еквивалентни множества; Транзитивност на еквиваленцијата на множества;

1.7. Природниот број како својство на еквивалентни множества; Празно множество; Бројот нула.

## *II одделение*

1.1. Означување на множествата со големи букви и загради; Елементи на множествата; воведување на симболите  $\in$  и  $\notin$ ; Еднаквост и нееднаквост на множества со употреба на симболите  $=$  и  $\neq$ ;

1.2. Пресек и унија на множества; Дисјунктни множества; Унија на дисјунктни множества; Дополнување на множества (комплемент);

1.3. Во врска со операциите со множества, осмислување на сврзниците „и“, „или“ и негацијата „не“.

## *III одделение*

1.1. Подмножества: симболот  $\subseteq$ . Унија и пресек на две и повеќе множества; симболите  $\cup$  и  $\cap$ .

## *IV одделение*

1.1. Преглед на изучените поими и операции со множества; Комутативност и асоцијативност на унијата и пресекот;

1.2. Кардинален број на множества; симболот  $k$  { };

1.3. Подреден пар; Картезиов производ на две множества.

Значајно место во програмата му е дадено на изучувањето на елементите на теоријата на множествата. Со тоа не се цели да се изградува специјална теорија на множествата, туку врз голем број блиски примери децата да се запознаат со „поимот множество и со операциите со множествата“. (14,84).

Во објаснението на програмата се истакнати подрачјата во кои содржините од теорија на множествата треба да послужат за дефинирање на други поими. Така, „поимот природен број се предвидува да се воведо како својство на класа еквивалентни конечни множества“ (14,84). Што се однесува на собирањето и одземањето на природни броеви, „Поимот на збир на два броја се воведува врз база на поимот унија на две дисјунктни множества, а поимот одземање како инверзна операција на собирањето и врз база на дополнување на едно множество до друго“. (14,84). Поимот за производ, пак, „се предвидува да се воведо во II одделение врз база на унија на еквивалентни множества...“. (14,85)

#### *4.3. Некои карактеристики на наставната програма*

Наставната програма по математика, усвоена во 1972 година и нејзините подоцнежни варијанти, има повеќе карактеристики, меѓу кои, според нашето мислење, позначајни се следниве:

1. *Рedefинирањето на целиите и задачите на наставата по математика.* Имено, во нивното komponирање посебно внимание се посветува на придонесот на наставата по математика за вкупниот развој на учениковата личност. Во таа смисла, посебно внимание се посветува на развојот на способностите за логичко мислење и јасно изразување на мислата, примена на здобиените знаења во нови ситуации на учење и во решавањето на практични проблеми, способноста за набљудување, анализа и синтеза, изведување на заклучоци врз основа на релевантни факти и сл. Покрај тоа, низ наставата по математика треба да се придонесе за формирање на позитивни особини на учениковата личност, односно на нејзиното влијание на формирањето на позитивни особини на карактерот и волјата на учениците.

Во однос на математичкото образование на учениците влијанието се насочува и кон прецизното формирање на поимите, оспособување на учениците за логичко, јасно и стегнато изложување на тврдењата, развивање на свеста за потребата од математички знаења и нивната практична применливост. Всушност, основната карактеристика на наставната програма е „низ наставата по математика учениците да се воведат во основните концепции, идеи, методи, јазик и барање на современата математика, што е неопходно во сегашната етапа на развитокот на современата наука, техника и производство” (14,84).

Ваквите определби се во согласност со ставовите на релевантните науки што се однесуваат на ова прашање (дидактиката, психологијата) и заклучоците во рамките на меѓународното движење за осовременување на наставата по математика.

2. *Во содржината на наставната програма и поинаку централно место заемаат природните броеви и операциите со нив.* Меѓутоа, сега овие содржини не можат да се подведат под терминот „класични”, бидејќи

нивното толкување е според множествениот период, со што нивното толкување е во согласност со современата математичка наука. Сепак, најсериозната промена во однос на содржината на наставата е воведувањето на елементи од теоријата на множествата.

Значајно место во наставната програма е дадено на изучувањето на елементи од теорија на множествата. „Со тоа не се цели да се изградува специјална теорија на множествата, туку врз голем број блиски примери децата да се запознаат со поимот множество и операциите со множествата.” (14,84).

Со воведувањето на содржините од теорија на множествата се создаваат неопходните претпоставки за:

а) *формирање на повеќе ајспиракџни мајемајички поими врз основа на содржини од теорија на множествата;*

б) *воведување на поимот природен број и операциите со природните броеви да се остварува врз основа на множествениот период.* Во таа смисла елементи од теорија на множествата се изучуваат пред содржините од природни броеви и операциите со нив, со што во почетното математичко образование на учениците се „конструира” одреден период на „предномеричка математика”, со што кај учениците ќе се развие таков начин на мислење, со кое ќе се олесни и забрза обработката на природните броеви и операциите со нив. Покрај тоа, сега поимот природен број не е веќе основен поим, туку тој се дефинира врз основа на поимот множество. Во врска со ваквата определба, „поимот природен број е врзан за неколку претходни поими, како што се: множество, пресликување (функција, операција) еквиваленција, бројност”. (11,83)

в) *математичката терминологија се усогласува со современата математичка терминологија, прилагодена на возрастта на учениците,*

г) *во толкувањето на содржините од геометрија врските и односите меѓу геометриските поими да се искажуваат попрецизно и појасно, со умерена примена на терминологија од теоријата на множествата,*

д) содржините од теорија на множества се основа на воведување на релациите и нивните својства, кои имаат голема улога во поврзувањето на математиката со непосредната околина на децата.

3. Програмските содржини, по својот обем и длабочина, се прилагодени на возрастните особености на учениците. Тоа го покажаа резултатите од вреднувањето на наставната програма, што е реализирана во периодот од учебната 1974/75, до 1977/78 година, кога беше потврдена главната хипотеза дека „програмските содржини на новите наставни програми по математика од I до IV одделение во СР Македонија можат да се реализираат и тоа во мошне различните услови во кои работат основните училишта“. (13,153)

4. Интервенции во наставните програми се извршени во 1980, 1985 и 1996 година. Овие промени повеќе се однесуваат на поместување на содржините од едно одделение во друго, освен во програмата од 1985 година кога се воведени содржини од осна симетрија во III одделение. Овие содржини, заедно со содржините од волумен на тело и множество на природните броеви, се изоставени од наставната програма во 1996 година.

Сепак, и покрај наведените промени, содржините од теоријата на множествата се задржуваат во првичната определба, со тоа што се намалува нивниот обем како образовни содржини, а се зголемува нивната дидактичка функција за современа интерпретација на класичните математички содржини.

#### **4.4. Проект за реализација на програмата**

Со усвојувањето на наставната програма бил усвоен и Проект за реализирање на програмата. Со проектот се предлагаат „решенија за клучните моменти од реализацијата, како: динамиката на воведувањето на програмата, подготовката на наставниот кадар, издавањето на учебна и прирачна литература, следење и вреднување на програмата, информирање на јавноста и финансиски потреби“ (1, 111).

Според Проект реализацијата на наставната програма ќе започне да се применува во I одделение од учебната 1974/75 година и во V одделение од учебната 1975/76 година.

#### ***4.4.1. Подготовки на наставниот кадар***

Во времето кога започнала реализацијата на новата наставна програма, образованието на наставниот кадар за одделенска настава се остварува на педагошките академии (VI<sub>1</sub> степен). Меѓутоа, покрај овие профили кадри, во одделенската настава се вклучени и кадри со завршен филозофски факултет - група педагогија, што е утврдено со член 120 од Законот за предучилишно и основно воспитание и образование и кадри кои во претходниот период се здобиле со средно стручно образование - учителска школа, што е регулирано со член 273 од истиот Закон.

Ваквата кадровска состојба може да се оцени како поволна од причина што:

- кадрите со завршено средно образование се со најмалку десетгодишно работно искуство, со подолго учество во стручното и методичкото усовршување;

- кадрите со више образование се формирани според современи наставни планови и програми, со кое се обезбедува солидна методичка подготовка,

- кадрите со високо образование, најмалку по број, се со широко педагошко, психолошко и методичко образование, што е реална претпоставка тие лесно да се прилагодат на наставничката дејност во одделенската настава и истата успешно да ја обавуваат.

Треба да се напомене дека во тоа време во одделенската настава има и наставници со несоодветно образование, и тоа 4,61% од вкупниот број.

Воведувањето на новата наставна програма во прв план го истакна проблемот за стручната и методичката подготовка на наставниот кадар за реализација на новите програмски содржини. Имено, во редовното образование кадрите не изучувале теорија на множества и математичка



логика, ниту методичките приоди за реализација на овие содржини. За надминување на овој проблем е изготвен Проект за реализација на новата наставна програма по математика, со кој е предвидено стручно и методичко образование на наставниот кадар, за чија реализација биле задолжени: Републичкиот завод за унапредување на школството, Математичкиот институт со нумерички центар при Универзитетот „Кирил и Методиј“ во Скопје и педагошките академии во Скопје, Штип и Битола.

Семинарите се организирале од тогашните заводи за унапредување на предучилишното и основното воспитание и образование. Со семинарите биле опфатени вкупно 5045 наставници од одделенска настава. Во табела 1 е прикажан нивниот број по заводи.

Табела 1

Реден број	Завод (Подрачја на заводот)	Број на наставници
1	Берово (Виница, Делчево, Кочани)	319
2	Велес	178
3	Битола (Демир Хисар, Ресен)	437
4	Гостивар (Дебар)	366
5	Кавадарци (Гевгелија, Неготино)	256
6	Куманово (Кратово, Крива Паланка)	495
7	Охрид (Кичево, Струга)	480
8	Прилеп (Брод Македонски, Крушево)	365
9	Скопје	1048
10	Струмица (Валандово)	284
11	Тетово	458
12	Штип (Пробоштип, Радовиш, Свети Николе)	350
	Вкупно	5045

Заради големиот број наставници, за реализацијата на активностите со Проектот било предвидено да се подготват 60 инструктори од редовите на истакнатите наставници и професори по математика и советниците во заводите за унапредување на школството.

Семинарот со инструкторите е реализиран во септември и октомври 1973 година, во траење од 15 дена. Содржината на семинарот опфаќа:

- теорија на множесџва;
- релации и пресликување;
- математичка логика.

Семинари за методичките приоди во обработката на новите наставни содржини се организирани:

- јануари 1974 година за I одделение, во траење од 5 дена;
- јануари 1975 година за II одделение, во траење од 3 дена;
- јануари 1976 година за III одделение, во траење од 3 дена и
- јануари 1977 година за IV одделение, во траење од 3 дена.

За успешна подготовка на инструкторите, а подоцна и на наставниците, е обезбедена следнава литература:

1. *Елементи од математичката логика и теорија на множесџва*, од Роберт Ансаров и Методија Трајкоски, во издание на „Просветно дело“ - Скопје, 1978 година;

2. *Metodički priručnik za neka pitanja početne nastave*, од Vladimir Penavin, Dušan Lipovac и Vlado Satirović, во издание на Prosvetno-pedagoški zavod, Novi Sad, 1973 година.

Со наставниците биле реализирани следниве семинари:

- **Семинар А**, со содржина:

### **1. Елементи од математичка логика**

- Поим за исказ и операции со искази (конјункција, дисјункција, импликација, еквивалентност и негација):

- Исказни формули;
- Логички закони.

### **2. Теорија на множесџва**

- Поим за множество. Подмножество;
- Операции со множества (унија, пресек и разлика на множества),
- Симетрична разлика и комплемент;

- Декартов производ;
- Основни својства на операциите со множества.

Овој семинар е реализиран во јануари 1974 година, во траење од 5 дена по 5 часа. Со него беле опфатени наставниците кои во учебната 1974/75 година, реализирале настава во прво одделение, и е повторуван со секоја генерација наставници кои изведувале настава во I одделение.

- **Семинар  $A_2$** , со содржина:

### **1. Релации**

- Поим за релација; Својства на релациите (рефлексивност, симетричност, антисиметричност и транзитивност);
- релација за еквиваленција;
- релација за подредување.

### **2. Пресликување**

- Поим за пресликување;
- Видови пресликувања (инјекција, сурјекција и биекција).

### **3. Реални броеви**

- Поим за природен број;
- својства на низата на природните броеви;
- операции со природните броеви (собирање, одземање, множење и делење);
- својства на операциите со природните броеви (комутативност и асоцијативност на собирањето и множењето, како и дистрибутивност на множењето и делењето во однос на собирањето, односно одземањето).

Овој семинар е реализиран во јуни 1974 година, во траење од 3 дена по 5 часа.

*Семинар В<sub>1</sub> на тема: Методичка разработка на наставните содржини по математика.*

Овој семинар е реализиран во повеќе етапи, според динамиката на воведувањето на наставната програма. Така, во јуни 1974 година имало тридневен семинар за методичка разработка на содржините што се обработувале во првото полугодие на прво одделение, во јуни 1975 година петдневен семинар за методичка разработка на содржините што се обработувале во второ одделение, во јуни 1976 година петдневен семинар за методичка разработка на содржините што се обработувале во трето одделение и во јуни 1977 година шестдневен семинар за методичка разработка на содржините што се обработувале во четврто одделение.

Овие семинари се продолжувале на четири години, за да бидат опфатени сите наставници.

Според проектот за реализација на наставната програма, по реализацијата на семинарите А<sub>1</sub> и А<sub>2</sub>, е предвидена проверка на совладаноста на содржините на овие семинари. Тоа се гледа од писмото бр. 0609/1 од 7.01.1974 година, упатено од Републичкиот завод за унапредување на школството до сите основни училишта во Македонија, во кое се нагласува: „Наставата по математика по новата програма ќе може да ја изведува наставник-учител, кој ќе ја совлада материјата што ќе се обработува на стручните семинари, за што ќе добијат уверение“.<sup>х)</sup> За наставниците коишто нема да остварат позитивен резултат на испитот, кој е изведуван по пат на тестирање, предвидено е упатување на менторска или индивидуална работа и на повторно полагање на испитот.

Стручната и методичката подготовка на наставниците за реализација на новата наставна програма е мошне успешно спроведена. Ваквото тврдење го засновуваме на резултатите од анкетата со наставниците, извршена при следењето и вреднувањето на наставната програма. Имено, „100% од наставниците одговорија дека им е доволна стручната подготовка“ (13, 144), додека 95,45% од наставниците „се задоволни од својата методичка подготовка“. (13, 144),

---

х) оригиналниот текст на писмото го даваме во прилог.

#### *4.4.2. Учебна и прирачна литература*

Воведувањето на новата наставна програма било проследено со издавање на соодветна учебна и прирачна литература. Во таа смисла, почнувајќи од учебната 1974/75 година, кога почна примената на новата наставна програма, се издадени следниве учебници:

1. *Математика за I одделение*, од авторите: Зафир Аговски, Роберт Ансаров, Душко Ковачев и Чедомир Поповиќ, одобрен за употреба од Републичкиот педагошки совет со Решение бр. 02-91/3 од 18.06.1974 година;

2. *Математика за II одделение*, од авторите: Роберт Ансаров, Душко Ковачев и Чедомир Поповиќ, одобрен за употреба од Републичкиот педагошки совет со Решение бр. 02-20/6 од 8.07.1975 година;

3. *Математика за III одделение*, од авторите: Роберт Ансаров, Душко Ковачев, Чедомир Поповиќ и Љуба Рименова, одобрен за употреба од Републичкиот педагошки совет со Решение бр. 03-2964 од 18.10.1976 година;

4. *Математика за IV одделение*, од авторите: Роберт Ансаров, Душко Ковачев и Чедомир Поповиќ, одобрен за употреба од Републичкиот педагошки совет со Решение бр. 03-2184 од 1.07.1977 година.

Паралелно со учебниците се издадени и работни тетратки за II, III и IV одделение и тоа:

1. *Работна тетрадка по математика за II одделение*, од Роберт Ансаров, Душко Ковачев, Чедомир Поповиќ и Љуба Руменова, одобрена за употреба од Републичкиот педагошки совет со Решение бр. 02-20/6 од 8.07.1975 година.

2. *Работна тетрадка по математика за III одделение*, од Роберт Ансаров, Душко Ковачев, Чедомир Поповиќ и Љуба Руменова, одобрена за употреба од Републичкиот педагошки совет со Решение бр. 03-2964 од 18.10.1976 година.

3. *Работна тетрадка по математика за IV одделение*, од Роберт Ансаров, Душко Ковачев и Чедомир Поповиќ, одобрена за употреба од Републичкиот педагошки совет со Решение бр. 03-2184 од 18.10.1976 година.

Сите овие наслови се издадени и на албански, турски и српски јазик, со што се обезбедени учебници за наставата на јазиците на националностите.

За потребите на наставниот кадар се издадени прирачници за сите четири одделенија одделно:

1. *Мајџемајџика за I одделение, прирачник за наставниците*, од Зафир Аговски, Роберт Ансаров, Душко Ковачев, Чедомир Поповиќ и Љуба Руменова, во издание на „Просветно дело“ Скопје, одобрен за употреба од Републичкиот педагошки совет со Решение бр. 03-55 од 13.12.1973 година;

2. *Мајџемајџика за II одделение, прирачник за наставниците* од Роберт Ансаров, Душко Ковачев, Чедомир Поповиќ и Љуба Руменова, во издание на „Просветно дело“ Скопје, одобрен за употреба од Републичкиот педагошки совет со Решение бр. 03-53/1 од 6.06.1975 година;

3. *Мајџемајџика за III одделение, прирачник за наставниците* од Роберт Ансаров, Душко Ковачев, Чедомир Поповиќ и Љуба Руменова, во издание на „Просветно дело“ Скопје, одобрен за употреба од Републичкиот педагошки совет со Решение бр. 03-43/1 од 31.03.1976 година;

4. *Мајџемајџика за IV одделение, прирачник за наставниците*, од Роберт Ансаров, Душко Ковачев, Чедомир Поповиќ, во издание на „Просветно дело“ Скопје, 1977 година;

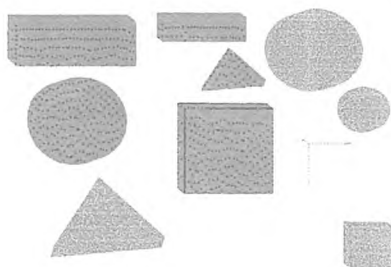
#### **4.4.3. Наставни средства**

За поуспешна реализација на наставната програма, како и за обезбедување активно учество на учениците во реализацијата на програмата, се издадени и три комплекти наставни средства и тоа:

1. *Дидактички картици I*, познат како логички плочки - индивидуално и колективно наставно средство. Тоа, всушност, се логичките блокови на Золтан Динес, комплет составен од 48 плочки, по форма: кружни, квадратни, триаголници и правоаголници, по боја: црвени, сини, жолти, во две големина (големи и мали) и во две дебелини (дебели и тенки).



Комплетот е мошне погоден за индивидуална работа на учениците при обработка на содржините од множества и за воведување во математичката логика.



2. **Дидактички комплет 2**, кој се состои од:

- 85 апликации во боја (деца, животни, овошки, превозни средства и др.)

- по 3 картички за секој од броевите од 1 до 10,

- по една картичка за секој од броевите од 11 до 20,

- по една картичка за секоја полна десетка од 10 до 100,

- картички со знаците: +, -, ., :, =, и буквите  $x$ ,  $a$  и  $b$ ,

- картички со симболите за форма, боја, големина и дебелина за логичките плочки од комплетот 1,

- 20 касетки со магнетен држач, во кои се сместуваат апликациите.

Овој комплет е наменет за илустрирање на множества, броевите до 100, операциите со броевите, за претставување на ситуации кога буквата претставува број и сл.

3. **Математички семафор**, кој се состои од:

- по две картички за секој број од 0 до 9,

- по една картичка за секоја полна десетка од 10 до 100,

- по една картичка за секој од знаците: +, -, ., :, =, ..., >, <,

- по една картичка во црвена, зелена и жолта боја.

Тоа е индивидуално наставно средство, наменето на учениците од I и II одделение, кое ефикасно се применува при повторување и утврдување на здобиените знаења и добивање повратна информација.

## 5. РЕФЛЕКСИЈА НА ТЕОРИЈАТА НА МНОЖЕСТВА ВО НАСТАВНАТА ПРАКТИКА

### 5.1. Воведување на новата наставна програма во практиката

Откако беа извршени сите подготовки за примена на усвоената наставна програма по математика, во 1974/75 година започна нејзината реализација. Очекувањата на стручна јавност беа насочени кон промени во методичките приоди во реализацијата на наставата, од кои се очекува зголемување на ефикасноста на наставата, особено од аспект на нејзиниот придонес во вкупниот развој на учениковата личност. Тоа можеше да се очекува од причина што: содржината на наставата беше дефинирана со усвоената наставна програма, додека некои упатства за нејзината реализација можеа да се согледаат од објаснението на програмата. Меѓутоа, ваквото објаснение, само по себе, не беше доволно, затоа беше дополнувано со прирачник за наставникот.

Осовременувањето на содржината на наставата е само еден аспект на нејзината модернизација. Со тоа се постигна усогласување на наставата по математика со современите доминантни идеи на математичката наука. Имено, во наставата по математика теоријата на множествата доби клучно значење, затоа што таа не претставуваше само дел од содржината на наставата, туку и основа за обработка и дефинирање на други математички поими (природен број, операции со природни броеви, геометриски поими).

Меѓутоа, осовременувањето на наставата по математика подразбира и конструирање на соодветна методика на наставната работа, со која ќе се обезбеди успешна реализација на новата наставна програма. Бидејќи една од водечките идеи на реформата на наставата по математика е тежиштето на наставната работа да се помести од усвојувањето на множество изолирани факти, на развојот на математичкото мислење кај учениците, а и осовременувањето на методиката на наставата по математика се движи во таа насока. Во подготовките на реформата на овој проблем му се приоѓа од два аспекта и тоа:

- подобрување и унапредување на постојните, во допознатата практика, наставни методи и

- усвојување на нови методички периоди, особено за реализација на новите наставни содржини и новите идеи на реформата.

Првиот аспект се однесува на „реформирање на познатите шеми и структури на методичките форми и постапки“. (10, 13) Во таа смисла процесот на изградувањето на математичките поими треба да се движи според конкретно-индуктивниот период, кој соодветствува на сознанијата и современата психологија за развојот и учењето на децата. Тоа подразбира воведување на математичките поими да започнува со набљудување и манипулирање со конкретни предмети. Низ тие активности, учениците се здобиваат со перцепции и претстави, кои ќе послужат како основен материјал за натамошно градење на математичките поими. Според тоа, формирањето на математичките поими се остварува низ две етапи и тоа:

- прва етапа - здобивање на перцепции и претстави и

- втората етапа - апстрахирање на несуществените и генерализирање на суштествените својства.

Во тој процес содржините од теоријата на множествата се издигнуваат на ниво на *дидактички принципи*.

Имено, математичките белези на непосредната околина детето најпрво ги открива со манипулацијата со конкретните предмети и со откривање на нивните суштествени белези. Врз основа на искуствата од тие активности, се открива множеството како суштествено својство на конкретните предмети, од каде ќе произлезе поимот природен број, како суштествено својство на класа еквивалентни множества.

Операциите со множества (унија и разлика) се дејности со конкретни предмети, достапни на перцептивното сознание, додека операциите собирање, множење и одземање се ментални операции, кои се резултат на мисловни активности - анализа, синтеза, споредување, апстрахирање, генерализирање. Всушност, операциите со множества се конкретна основа за осмислување на поимите собирање и одземање.

Воведувањето на поимите од природни броеви и операциите со нив е врз основа на множествениот период. Тоа значи дека веќе е надминат броевиот период кој се применувал во претходниот период. Ваквиот период

е во корелација со теоријата на Галперин за етапно формирање на менталните операции, според која се формираат голем број математички поими. Имено, манипулирањето со множества од конкретни предмети ја конкретизира содржината на идната мисловна дејност. Во таа смисла, особено значајна улога имаат Дидактичкиот комплет 1 - логички плочки, и дидактичкиот комплет 2 - апликации, со кои се обезбедува манипулирањето со конкретни предмети, односно материјалната дејност, како почетна етапа во формирањето на математичките поими.

Воведувањето на содржини од теорија на множествата придонесе во наставната практика да се даде поширок простор на групната и индивидуалната наставна работа, особено што учениците располагаа со индивидуални наставни средства. Имено, една од основните задачи на наставата по математика од I до IV одделение е развојот на математичкото мислење, а учениците да се здобиваат со знаења со сопствен напор, да напредуваат со сопствено темпо.

Математичкото заклучување се остварува по индуктивен пат, а при генерализациите се поаѓа од варирање на несуществените својства на објектите на проучување. Притоа, се обезбедува активно учество на учениците во постапките на одвојување на суштествените својства и можност да се доаѓа до дефинирање на поимите.

Во ваквите определби се обезбедуваат услови за сопствена активност на субјектот, како значаен фактор за неговиот развој, бидејќи развојот на психичките способности, а во таа смисла и на мислењето, е можен само низ сопствена активност.

## ***5.2. Промени во концепцијата на учебната литература***

Промените во задачите, содржината на наставата и во методиката на наставната работа беа проследени и со промени во концепцијата на учебната и прирачната литература. Во концепцијата се поаѓа од определбата да се придонесе за остварување на целите и задачите на наставата по математика, особено преку:

- истакнување дека математичките поими се производ на практичните потреби на човекот;
- презентирање само на проверени научни вистини, на ниво и начин достапни на возрасните особености на учениците;
- формирање на математичките поими, главно, по генетички пат;
- презентирање на наставниот материјал на начин што ги става учениците во ситуација самостојно да доаѓаат до генерализации врз основа на релевантни факти, со што ќе се придонесува за развивање на нивните творечки способности;
- презентирање на наставниот материјал со примена на математичките знаења во секојдневниот живот, со што ќе се обезбеди единство на теоријата и практиката.

Основните информации во учебниците за I и II одделение се даваат низ слики, цртежи, шеми со помош на едноставен текст и повеќе задачи што го дообјаснуваат поимот. Ваквиот приод е во согласност со развојните карактеристики на учениците, кои во интелектуалниот развој се на стадиум на конкретни операции.

Геометриските поими се воведуваат по генетички пат, но се создаваат претпоставки за дефинирање на поимот со најблизок родов поим и видова одлика. При обработката на својствата на геометриските фигури се создаваат можности за мисловни активности на учениците - споредување, анализа, синтеза, апстракција, генерализација. Всушност, со анализа на својствата на геометриската фигура се задржуваат само суштествените својства, и врз основа на нив, по синтетички пат, таа се дефинира.

Стилот и јазикот на изложувањето на наставните содржини во учебниците треба да биде прилагоден на возрасните особености на учениците. Тој треба да биде јасен и концизен, со умерена примена на математичката терминологија.

Новата концепција на учебниците доведе до промени во методиката на наставата по математика, во смисла на почеста примена на индивидуалната и групната форма на работа, самостојна работа на

учениците во наставата, решавање на проблеми и сл. Во таа смисла посебно значаен придонес дадоа работните тетратки.

### **5.3. Следење и вреднување на наставната програма**

Воведувањето на наставната програма беше проследено со Проект за следење и вреднување на програмата, од страна на Републичкиот завод за школство, во соработка со издавачкото претпријатие “Просветно дело” - Скопје. Проектот бил реализиран во периодот од учебната 1974/75 година, до учебната 1977/78 година. Со Проектот, покрај наставната програма, биле следени и вреднувани и учебниците, прирачниците за наставниот кадар и дидактичкиот материјал.

Резултатите од следењето и вреднувањето се најдобар показател за рефлексите од воведувањето на содржини од теорија на множествата во наставата по математика, затоа што како последица од промените во содржината на наставата дојде до промени во концепцијата на учебниците, приодот при воведувањето на математичките поими, математичката терминологија, во методиката на наставата по математика, дидактичкиот материјал и неговата примена.

Според резултатите од Проектот за следење и вреднување на програмата може да се смета дека:

- Програмските содржини може успешно да се реализираат во мошне различните услови во кои работат основните училишта во Република Македонија;
- Резултатите од тестовите на знаења покажуваат дека содржините од теорија на множествата учениците ги совладале мошне успешно. Овие содржини го зголемиле интересот на учениците за наставата по математика;
- Програмата е прилагодена на возрастните особености на учениците; придонесува за рационализација на патот за здобивање на знаења; овозможува примена на здобиените знаења во нови ситуации на учење; создава претпоставки за



примена на методички постапки што создаваат поволни услови за активно учество на учениците во наставата.

Резултатите од следењето и вреднувањето на наставната програма покажаа оти било незасновано мислењето дека воведувањето на содржини од теоријата на множествата ќе придонесе учениците да не можат да ги совладаат содржините од природни броеви и операциите со природни броеви. Имено, резултатите од тестовите на знаења покажаа дека учениците мошне успешно ги совладале тие содржини.

Мошне позитивна е оценката на наставниците за учебната литература. Имено, тие сметаат дека учебниците функционално делуваат на креативните и на другите особини на мислењето на учениците. Концепцијата на учебниците соодветствува на современите тенденции во методиката на наставата по математика, особено од причина што создаваат претпоставки за самостојна работа на учениците во наставата, примена на различни форми на работа (покрај фронталната, се почесто се применува индивидуалната, групната, па и работата во парови), учење со откривање и по пат на решавање на проблеми и сл.

Илустрациите во учебниците соодветствуваат на потребите со нив да се поткрепи мислењето на учениците, кои се на стадиум на конкретни операции во психичкиот развој. Што се однесува до прирачниците за наставниците, оценка на наставниците е дека тие ја обработуваат артикулацијата и содржината на наставните единици, меѓутоа „повеќе треба да бидат ориентација, а не шаблон“. (13, 124)

Дидактичкиот материјал, ваков како што е конструиран (логички блокови, дидактички комплет 1 и 2) дале значаен придонес за совладувањето на новите поими од страна на учениците. „Процентот на наставниците кои сметаат дека логичките плочки помагаат во совладувањето на новите поими е 87%“. (13, 124) Наставниците ја оценуваат позитивно и функцијата на дидактичкиот материјал за создавање проблемски ситуации.

## КОРИСТЕНА ЛИТЕРАТУРА

1. Ансаров,Р., *Осовременување на наставава по математика во основните училишта во СР Македонија*, Математика, Београд, 1973, бр.1
2. Анарсов,Р., и други *Математика за I одделение*, Просветно дело, Скопје, 1974
3. Анарсов,Р., и други *Математика за II одделение*, Просветно дело, Скопје, 1975
4. Анарсов,Р., и други *Математика за III одделение*, Просветно дело, Скопје, 1976
5. Анарсов,Р., и други *Математика за IV одделение*, Просветно дело, Скопје, 1977
6. Анарсов,Р., и други *Математика за I одделение и прирачник за наставнички*, Просветно дело, Скопје, 1973
7. Анарсов,Р., и други *Математика за II одделение и прирачник за наставнички*, Просветно дело, Скопје, 1975
8. Анарсов,Р., и други *Математика за III одделение и прирачник за наставнички*, Просветно дело, Скопје, 1976
9. Анарсов,Р., и други *Математика за IV одделение и прирачник за наставнички*, Просветно дело, Скопје, 1977
10. Bencic, V., Markovac, J., *Teme iz nastave matematike u I razredu osnovne skole*, Skolska knjiga, Zagreb, 1972
11. Давидов, В.В., *Возрасно-возможности усвоения знаний*, Просвещение, Москва, 1966
12. Markovac, J., *Skupovni i brojevi pristup u pocetnog nastavi matematike*, Pedagogski rad, Zagreb, 1985, br.9-10
13. Мицковиќ, Н., *Современите сфаќања за настава по математика во основните училишта*, Просветно дело, Скопје, 1973
14. Основно училиште, *Општа програмска структура со наставен план*, Просветно дело, Скопје, 1973

15. Penavin, V., i drugi, *Metodicki prirucnik za neka pitawa pocetne nastame matematike*, Novi Sad , 1974
16. *Проект за реализирање на новата наставна програма по математика за основното училиште*, Скопје, април , 1972год (Републички завод за унапредување на школството на СРМ, сиг 1401)

## 6. МЕТОДОЛОГИЈА НА ИСТРАЖУВАЊЕТО

### 6.1. Предмет на истражувањето

Содржини од теоријата на множествата во натавата по математика од I до IV одделение во Македонија се воведувани со наставната програма од 1972 година. Со тоа настануваат значајни промени во наставата по математика, особено во однос на целите задачите и содржината на наставата. Овие промени се во согласност со движењата за реформа на наставата по математика во светот и кај нас, кои се насочени кон усогласување на содржината на наставата со доминантните идеи во математичката наука. Тоа особено е истакнато на *The first international congress on mathematical education*, одржан во *Lyon* (Франција) во 1969 година.

Значајно влијание врз промените имаат и сознанијата на современата психологија (женевската и московската психолошка школа), што се однесуваат на сфаќањето на тополошките поими од страна на учениците од мала возраст, дефинирањето на нивоата на развојот, природите во формирањето на математичките поими и сл.

Промените во содржините на наставата предизвикуваат и промени во методиката на наставата по математика, кои се насочени кон нејзино унапредување, со цел да се обезбеди зголемување на нејзината ефикасност.

Како последица на наведените промени, се појавила нова серија на учебници, со изменета концепција, усогласена со современите сфаќања за учебникот како наставно средство, со која се стимулира самостојната работа на учениците, мисловно ангажирање, решавање на проблемски ситуации и сл.

Ваквите определби имале соодветен одраз во наставната практика во периодот од учебната 1974/75 година до денес.

Појдувајќи од единственоста и заемната обусловеност на наведените фактори, предмет на нашето истражување е воведувањето на содржини од теоријата на множествата во наставната програма по

математика, почнувајќи од учебната 1974/75 година, и последиците од тоа во однос на концепцијата на програмата, методиката на наставата, учебната и прирачната литература, наставните средства.

## **6.2. Дефинирање на основните поими**

Во нашиот труд централно место ќе заземат поимите: множество, теорија на множествата, настава по математика, методика на наставата по математика. Овде ќе го прифатиме дефинирањето на овие поими врз основа на проверени енциклопедии.

Поимот множество е основен поим и како таков не се дефинира.

„Теоријата на множествата е дел од математиката кој што ги обработува структурите и другите својства на множествата” (3,180)

„Наставата по математика е подрачје во кое воспитанието и образованието се остварува со соодветни математички содржини” (5,101)

„Методика на наставата по математика е педагошка дисциплина која го проучува воспитанието и образованието во наставата по математика” (5,42).

## **6.3. Цел и задачи на истражувањето**

Појдовна основа во определувањето на целта и задачите на ова истражување се теориските и практичните сознанија што се очекуваат од неговата реализација. Сметаме дека со ова истражување можат да се откријат основните карактеристики на програмата по математика, што произлегуваат од воведувањето на содржини од теоријата на множествата, насочени кон нејзиното осовременување, гледано од аспект на нејзиното усогласување со доминантните идеи во современата математичка наука, последиците од имплементацијата на овие содржини на методиката на наставата, учебната и прирачната литература, како и на развојот на наставата по математика од I до IV одделение во анализираниот период.

Според тоа, целта на нашето истражување е да се откријат карактеристиките на развојот на наставата по математика од I до IV одделение во воведувањето на содржините од теоријата на

множесѣваѣа, методичкиѣе проблеми шѣо произлеѣувааѣи од воведуваѣето на овие содржини, како и заемнаѣа ѣоврзаносѣи на основниѣе факѣтори шѣо ѣо оѣределувааѣи исѣиѣе.

За реализација на целта ги поставуваме следните задачи:

- да се утврди во колкава мера структурата на наставната програма е во согласност со развојот на математичката наука и методиката на наставата по математика;

- да се открие влијанието на содржините од теоријата на множествата врз редоследот на содржините на наставната програма и промената на методичките приоди во обработката на природните броеви и операции со нив;

- промените во методиката на наставата по математика што произлегуваат од множествениот приод во воведуваѣето на поимот природен број и операциите со природните броеви;

- да се утврди влијанието на содржините од теоријата на множествата на концепцијата на учебниците и наставните средства;

- да се оцени вредноста на педагошката документација што се однесува на проблемот што го проучувавме;

- да се открие во колкава мера наставниците биле подготвени за новата наставна програма;

- да се откријат ставовите на наставниците кои реализирале настава пред учебната 1973/74 година, и подоцна во врска со влијанието на содржините од теоријата на множествата на наставата по математика од I до IV одделение, особено во однос на нејзиното издигнување на повисокото квалитативно ниво.

#### **6.4. Хипотези на исѣражуваѣето**

Од поставената цел и задачи на ова педагошко истражување произлегуваат следниве хипотези:

**Генерална хипотеза:** Се ѣреѣѣосѣтавува дека воведуваѣето на содржини од ѣеорија на множесѣваѣа во насѣваѣа ѣо математика од I



до IV одделение ги следи доспигањата во развојот на математичката наука и има значајно влијание на конструирањето на методиката на наставата по математика.

Поаѓајќи од генералната хипотеза, можат да се постават следниве **поединечни хипотези:**

1. Воведувањето на содржини од теоријата на множествата е во согласност со доминантните идеи на математичката наука;

2. Содржините од теоријата на множества имаат значајно влијание на структурирањето и редоследот на содржината на наставата по математика од I до IV одделение;

3. Содржините од теоријата на множествата имаат значајно влијание на развојот на методиката на наставата по математика од I до IV одделение;

4. Воведувањето на содржините од теоријата на множества е следено со соодветна концепција на учебници и наставни средства;

5. Примените во наставната програма и методиката на наставната работа се проследени со соодветна стручна подготовка на наставниот кадар.

## **6.5. Значење на истражувањето**

Нашето истражување има теориско-емпириски карактер. Проблемот на истражување е актуелен во светски размери, што може да се согледа од суштината на реформските процеси во рамките на светските организации за наставата по математика, кои имаат голем одраз и кај нас.

Проблемот што го истражуваме има непосредно влијание на натамошниот развој на наставата по математика. Тоа има и историски карактер, бидејќи со него се утврдуваат некои карактеристики на развојот на наставата по математика од I до IV одделение во Македонија, од 1973 година до денес. Сепак, според наша оценка, со ова истражување може да се дојде до релевантни сознанија за натамошниот развој на наставата по математика од I до IV одделение, усовршување на учебната литература и наставните средства, со што ќе се придонесува за подигнување на

квалитетот и ефективноста на наставата по овој фундаментален предмет во одделенската настава на основното училиште.

### **6.6. Методи и техники на истражување**

Генералната и поединечните хипотези кои што ги поставивме на ова педагошко истражување најцелисходно можеме да ги реализираме со примена на дескриптивно-аналитички метод, компаративен метод и метод на теориска анализа. Со примена на комбинација од овие истражувачки методи може да се утврдат основните карактеристики на наставната програма, со анализа, опишување и споредување на одделени нејзини аспекти, пред сè, структурата и редоследот на содржините, учебниците, методичките постапки, дидактичките материјали и наставниот кадар.

Во истражувањето ќе ги примениме следниве техники:

- анализа на педагошка документација;
- анкетање и
- интервју.

Анализа на педагошката документација ќе користиме при истражувањето на конструирањето и развојот на наставната програма и учебната литература, како и податоци што се однесуваат на наставниот кадар и неговото стручно усовршување.

Техниката анкетање, со инструмент анкетен лист скалер, ќе ја примениме за да ги откриеме ставовите и мислењата на наставниците кои реализирале настава од 1968 до 1980 година, заради споредба на настава по математика пред воведувањето на содржини од теоријата на множествата и наставата по нивното воведување.

Интервју ќе примениме за да добиеме одредени сознанија од некои инструктори по математика од периодот на воведување на содржини од теоријата на множествата, особено во врска со подготовката на наставниот кадар за реализација на наставната програма од 1972 година.

## 6.7. Примерок на истражувањето

При изборот на примерокот на наставници, што ќе бидат опфатени со анкетата, настојуваме тој да ги одразува карактеристиките на популацијата. Во таа смисла, се одлучивме тој да ги одразува карактеристиките на популацијата, што значи тоа да бидат 80 наставници кои реализирале настава по математика од I до IV одделение барем 5 години пред воведувањето на наставната програма од 1972 година, и барем 15 години по нејзиното воведување. Во примерокот опфативме 30 наставници кои во тоа време биле со средно образование - учителска школа и 50 наставници со више образование - педагошка академија, кои успешно ги завршиле курсевите од 1974 до 1977 година.

## 6.8. Статистичка обработка на податоци

Изборот на статистичките постапки во истражувањето ќе го направиме врз основа на поставената цел и задачи, карактерот на одделните постапки во истражувањето, како и техниките со кои ќе ги прибираме податоците за одделните карактеристики на предметот на истражување. Сметаме дека добиените податоци најадекватно можат да се обработат преку:

$m$ - аритметичката средина;

$x^2$ - квадрат;

$\phi$ - фи коефициентот на корелација.

- $N_i$  - квадрат, кој ќе го пресметуваме според формулата

$$x^2 = \sum \frac{(f_0 - f_i)^2}{f_i}$$

каде што

-  $x^2$  -  $N_i$  квадрат;

-  $\dots \Sigma \dots$  - збир;

-  $f_0$  - забележана фреквенција;

-  $f_i$  - очекувана фреквенција.

- $\phi$  - фи коефициент на корелација, кој ќе го пресметуваме според

формулата  $\phi = \sqrt{\frac{\chi^2}{N}}$ , каде што

- $\phi$  - коефициент;
- $\chi^2$  - квадрат;
- $N$  - број на испитаници.

- $C$  - це коефициент на контигенција, кој ќе го пресметуваме

според формулата  $C = \sqrt{\frac{\chi^2}{N}}$ , каде што

- $C$  - коефициент на контигенција;
- $\chi^2$  - квадрат и
- $N$  - број на испитаници.

- процент  $p$ , кој ќе го пресметуваме според формулата  $p = \frac{100i}{K}$ ,

каде што

- $p$  Ѓ процент;
- $i$  - процентен износ;
- $K$  - основна вредност.

## КОРИСТЕНА ЛИТЕРАТУРА

1. Лекић, Ђ., *Методологија педагошког истраживања и стваралаштва*, Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, 1979
2. Муџић, В., *Методологија педагошког истраживања*, Svijetlost, Sarajevo, 1986
3. *Opsta enciklopedija, tom 8*, Jugoslovenski leksikografski zavod, Zagreb, 1982
4. *Pedagoska enciklopedija 1*, Zavod za udzbenike i nastavna sredstva, Beograd, 1989
5. *Pedagoska enciklopedija 2*, Zavod za udzbenike i nastavna sredstva, Beograd, 1989
6. Petz, B., *Osnovne statisticke metode*, Zagreb, 1964

## 7. РЕЗУЛТАТИ ОД ИСТРАЖУВАЊЕТО

### 7.1. Резултати од анкетата со наставниците за Одделенска настава

Со цел да ги дознаеме ставовите на наставниците за одделенска настава кои изведувале настава во времето на воведувањето на содржини од теоријата на множествата во наставната програма по математика, спроведовме анкета. Со анкетата опфативме 80 наставници, од кои 30 со средно образование - учителска школа, и 50 со више образование-одделенска настава, што соодветствува на структурата на наставниот кадар од тој период. Како дополнителен услов за учество во анкетата го поставивме искуството на наставниците од работата според претходната наставна програма односно да изведувале настава барем 5 години пред стартот на наставната програма од 1972 год., за да можат да направат споредба на наставната програма и наставата пред воведувањето содржини од теорија на множествата и по нивното воведување.

Анкетата со наставниците од одделенска настава ја спроведовме во периодот од 15. 4. 2001год. до 15. 6. 2001. Резултатите од анкетата ќе ги прикажеме според редоследот на анкетните прашања, а одговорите ќе ги претставиме во табела.

1. Дали редовно ги посетувате курсевите и семинарите за стручна и методичка подготовка за реализација на содржините од теорија на множествата и математичка логика?

Табела 1

<i>Избор</i>	<i>f</i>	<i>%</i>
Да	77	96,25
Не	3	3,75
вкупно	80	100,00

Според резултатите од табелата 1, 96,25% од наставниците редовно ги посетувале курсевите и семинарите за подготовка за реализација на новата наставна програма по математика.

Н<sub>i</sub>-квadratот изнесува 68,45 и при еден степен на слобода статистички не е значаен на ниво 0,05 и 0,01.

Ф- коефициентот изнесува 0,92500 и покажува многу висока корелација.

Според вредностите на одделните статистички величини може да се смета дека постои согласност во оценките на наставниците дека редовно ги посетувале курсевите и семинарите за стручна и методичка подготовка за реализација на содржините од теоријата на множествата, предвидени со наставната програма по математика од 1972 година.

2. Вашата оценка за нивото на стручната подготовка за реализација на содржините од теорија на множествата:



Табела 2

избор	$f$	%
5	25	31,25
4	44	55,00
3	11	13,75
2	0	-
1	0	-
вкупно	80	100,00

Резултатите од табелата 2 покажуваат дека степенот на подготовката 31,25% од наставниците го оценуваат со оценка одличен, 55,00% со оценка многу добар и 13,75% со оценка добар. Ако оценките: одличен и многу добар ги сметаме за искажана солидна стручна подготовка, тогаш 86,25% од наставниците сметаат дека биле солидно подготвени за реализација на содржините од теорија на множествата.

$H_1$  - квадратот изнесува 57,52 и при четири степени на слобода статистички не е значаен на ниво 0,05 и 0,01.

$S$ -коэффициентот на добиените резултати од статистичките величини покажува дека може да се смета оти постои согласност во оценките на наставниците дека биле солидно подготвени за успешна реализација на содржините од теоријата на множествата.

3. Вашата оценка за нивото на методичката подготовка за реализација на наставната програма од 1972 година:

Табела 3

избор	$f$	%
5	29	36,25
4	35	43,75
3	16	20,00
2	0	-
1	0	-
вкупно	80	100,00

Според резултатите од табелата 3, во оценките на нивото на методичката подготвеност на наставниците за реализација на наставната програма по математика од 1972 година доминираат оценките: одличен 36,25% од наставниците, и многу добар 43,75% од наставниците, односно 80,00% од наставниците методички биле солидно подготвени за реализација на програмата.

$H_1$  - квадратот изнесува 33,12 и при четири степени на слобода статистички не е значаен на ниво 0,05 и 0,01.

$S$  -коэффициентот на контингенција изнесува 0,54111 и покажува умерена корелација.

Добиените резултати од статистичките величини наведуваат на заклучок дека наставниците биле солидно подготвени за методичка интерпретација на Наставната програма по математика од 1972 година.

4. Ваша оценка за подготвеноста за примена на учебниците

изработени според новата наставна програма

Табела 4

избор	$f$	%
а. бев мошне успешно подготвен	41	51,25
б. подготовката беше добра	36	45,00
в. подготовката беше задоволителна	2	2,50
г. подготовката не беше доволна	1	1,25
вкупно	80	100,00

Резултатите од табелата 4 покажуваат дека 96,25% од наставниците биле солидно подготвени за примена на учебниците по математика, изработени според наставната програма од 1972 година.

$\chi^2$ -квadratот изнесува 69,10, и при три степени на слобода, статистички не е значаен на ниво 0,05 и 0,01.

$C$ -коэффициентот на контингенција изнесува 0,68772, и покажува умерена корелација.

Според вредностите на статистичките величини може да се смета дека наставниците биле солидно подготвени за примена на учебниците по математика, изработени според наставната програма од 1972 година.

5. Како го доживеавте воведувањето на содржините од теоријата на множествата во наставната програма по математика?

Табела 5

избор	$f$	%
а. со учество на задоволство	18	22,50
б. мошне внимателно и заинтересирано	60	75,00
в. со сериозна дилема	2	2,50
г. со одбивност кон ковите содржини	0	-
Вкупно	80	100,00

Од табелата 5 може да се согледа дека најголем број од наставниците воведувањето на содржините од теоријата на множествата го примиле „мошне внимателно и заинтересирано“ 75,00% од наставниците. Ако кон тоа се додадат и 22,50% од наставниците кои тоа го доживувале со чувство на задоволство, може да се смета дека, главно, сите наставници мошне сериозно се однеле кон воведувањето на содржините од теоријата на множествата во наставната програма по математика.

$\chi^2$  - квадратот изнесува 96,40, и при три степени на слобода, статистички не е значаен на ниво 0,05 и 0,01.

$C$  - коефициентот на контингенција изнесува 0,73925 и покажува висока корелација.

Според вредностите на статистичките величини може да се смета дека наставниците кон воведувањето на содржините од теорија на множествата се однесуваат внимателно и заинтересирано.

6. Дали, според вашето мислење, содржините од теоријата на множествата придонесоа да се зголеми интересот на учениците за математика?

Табела 6

избор	$f$	%
а. придонесоа во голема мера	42	52,50
б. придонесот може да се оцени како добар	34	42,50
в. придонесоа на задоволително ниво	2	2,50
г. не придонесоа	2	2,50
Вкупно	80	100,00

Резултатите од табелата 6 покажуваат дека поголем дел од наставниците 52,50%, сметаат дека воведувањето на содржини од множествата придонеле, во голема мера, за зголемување на интересот на учениците за математика. 42,50% од наставниците, пак, сметаат дека тој придонес може да се оцени како добар, што е, исто така, мошне позитивно.

$\chi^2$  - квадратот изнесува 66,40, и при три степени на слобода, статистички не е значаен на ниво 0,05 и 0,01.

$C$  - коефициентот на контингенција изнесува 0,67142 и покажува умерена корелација.

Според добиените вредности на статистичките величини може да се смета дека содржините од теорија на множествата придонеле да се зголеми интересот на учениците за математика.

7. Дали, според вашето мислење, со воведувањето на содржините од теоријата на множествата успехот на учениците се промени?

Табела 7

Избор	$f$	%
а. се подобри	65	81,25
б. остана ист	13	16,25
в. се намали	2	2,50
Вкупно	80	100,00

Од табелата 7 може да се согледа дека 81,25% од наставниците сметаат дека воведувањето на содржините од теоријата на множествата придонеле да се зголеми успехот на учениците по математика. Тоа може да се смета како еден од квалитетите на наставната програма по математика.

$\chi^2$  - квадратот изнесува 84,82, и при два степени на слобода статистички не е значаен на ниво од 0,05 и 0,01.

$r$  - коефициентот на контингенција изнесува 0,71737 и покажува висока корелација.

Ваквите вредности на статистичките величини овозможуваат да се смета дека воведувањето на содржини од теоријата на множествата во наставната програма по математика придонесе да се подобри успехот на учениците од овој наставен предмет.

8. Дали, според вашето мислење, во наставната програма по математика од 1972 година имаше содржини кои учениците ги совладуваа со големи тешкотии?

Табела 8

избор	$f$	%
а. ДА	59	73,75
б. НЕ	21	26,25
вкупно	80	100,00

Од резултатите во табелата 8 може да се согледа дека 73,75% од наставниците сметаат дека во наставната програма по математика од 1972 година има содржини кои учениците ги совладуваат со големи тешкотии. Во тој контекст, наставниците ги наведуваат следните содржини: еднакви множества, претворување на единиците мерки од повисоки во пониски и обратно, заемни положби на прави во рамнината и просторот, волумен на квадар и коцка. Некои од тие содржини подоцна се изоставени од наставната програма.

$\chi^2$  - квадратот изнесува 18,05, и при еден степен на слобода, статистички не е значаен на ниво 0,05 и 0,01.

$r$  - коефициентот изнесува 0,47500 и покажува умерена корелација.

Според добиените вредности на статистичките величини може да се смета дека во содржината на наставната програма по математика од 1972 година имало содржини кои учениците ги совладувале со големи тешкотии. Карактеристично е што во таквите содржини се наведуваат, главно, содржини што не припаѓаат на теоријата на множествата. Од ова подрачје се наведува само содржината еднакви множества, која во 1980 година е изоставена од наставната програма.

9. Во која насока, според вашата оценка, се подобри наставата по математика по учебната 1975/76 година?

А. Во однос на содржината на наставата по математика:

Табела 9

избор	$f$	%
ДА	77	96,25
НЕ	3	3,75
Вкупно	80	100,00

Според податоците од табелата 9 96,25% од наставниците сметаат дека со воведувањето на содржини од теорија на множествата во наставната програма се подобрува наставата по математика во однос на нејзината содржина.

$H_1$  - квадратот изнесува 68,45, и при еден степен на слобода, статистички не е значаен на ниво 0,05 и 0,01.

$\Phi$  - коефициентот изнесува 0,92500 и покажува многу висока корелација.

Врз основа на добиените вредности на статистичките величини може да се смета дека воведувањето на содржини може да се смета дека воведувањето на содржини од теорија на множествата во наставната програма придонесува да се подобри почетната настава по математика во однос на нејзината содржина. Тоа е особено значајно од аспект на нејзиното усогласување со современите идеи во математичката наука.

#### 9. Б. во однос на методиката на наставата по математика

Табела 10

избор	$f$	%
ДА	74	96,50
НЕ	1	1,25
Не одговориле	5	6,25
Вкупно	80	100,00

На ова прашање 96,50% од наставниците одговориле со ДА, односно сметаат дека со воведувањето на содржините од теоријата на множествата наставата по математика се подобри во однос на методиката на наставата по математика.

$H_1$  - квадратот изнесува 71,06, и при еден степен на слобода, статистички не е значаен на ниво 0,06 и 0,01.

$\Phi$  - коефициентот изнесува 0,94247 и покажува многу висока корелација.

Според вредностите на статистичките величини може да се смета дека со воведувањето на содржини од теоријата на множествата се придонесе да се подобри наставата по математика во однос на методиката на наставната работа.

Тоа особено се однесува на обработката на содржините од природни броеви и операциите со нив, како и при реализацијата на геометриските

содржини со примена на терминологија и толкување засновано на математичката логика и теорија на множествата.

9.В. Во однос на учебната литература.

Табела 11

избор	$f$	%
ДА	71	88,75
НЕ	5	6,25
Не одговориле	4	5,00
Вкупно	80	100,00

Според резултатите од табелата 11, 88,75% од испитаниците одговориле со ДА, односно сметаат дека промените во програмата по математика придонеле да се подобри наставата по математика и во однос на учебната литература.

$H_0$ - вадратот изнесува 27,92, и при еден степен на слобода, статистички не е значаен на ниво 0,05 и 0,01.

$\Phi$ - коефициентот изнесува 0,59076 и покажува многу висока корелација.

Според ваквите резултати на статистичките величини може да се смета дека наставата по математика во одделенската настава, по воведувањето на содржини од теоријата на множествата, се подобрува и во однос на учебната литература.

10. Дали, со воведувањето содржини од теоријата на множествата во наставата по математика беше проследено со соодветен дидактички материјал?

Табела 12

избор	$f$	%
ДА	78	97,50
НЕ	2	2,50
Вкупно	80	100,00

Според податоците од табелата 12 97,50% од испитаниците сметаат дека воведувањето на содржини од теорија на множества во наставата по математика било проследено со соодветни дидактички материјали.

$H_0$  - квадратот изнесува 72,20, и при еден степен на слобода, статистички не е значаен на ниво 0,05 и 0,01.

$\Phi$ - коефициентот изнесува 0,95000 и покажува многу висока корелација.

Врз основа на добиените вредности на статистичките величини може да се смета дека воведувањето на содржините од множества во



наставата по математика било проследено со соодветен дидактички материјал.

10.1. Доколку на ова прашање сте одговориле со ДА, оценете го нивниот придонес за квалитетот на наставата:

Табела 13

избор	$f$	%
5	30	37,50
4	47	58,75
3	2	2,50
2	1	1,25
1	0	-
Вкупно	80	100,00

Според резултатите од табелата 13 96,25% од испитаниците придонесот на дидактичките средства за квалитетот на наставата по математика го оценуваат како солиден (37,50 одличен и 58,75 многу добар).

$H_1$  - квадратот изнесува 66,12, и при четири степени на слобода, статистички не е значаен на ниво 0,05 и 0,01.

$S$  - коефициентот на контингенција изнесува 0,67268 и покажува умерена корелација.

Вредностите на статистичките величини покажуваат дека може да се смета оти дидактичките средства дале солиден придонес за квалитетна настава по математика. Во таа смисла посебно се потенцира придонесот на логичките блокови и дидактичките комплети 1 и 2.

11. Кои форми на наставна работа ги применуваате во наставата?

Табела 14

избор	$f$	%
а. фронтална	80	100,00
б. индивидуална	79	98,75
в. работа во парови	62	77,50
г. групна работа	76	95,00

Резултатите од табелата 14 покажуваат дека во почетната настава по математика се применувани и четирите наставни форми, најмногу фронталната (сите испитаници), потоа индивидуалната (98,75% од испитаниците) па групна форма на работа (95,00% испитаниците) и најмалку применувана е работата во парови (77,50% од испитаниците).

Според зачестеноста на примената испитаниците вака ги подредуваат наставните форми:

Табела 15

Ранг/ форма	1	2	3	4
а. фронтална	69	6	2	3
б. индивидуална	5	54	12	8
в. работа во парови	2	7	24	29
г. групна форма	4	14	34	24

Резултатите од табелата покажуваат дека најчесто применувана наставна форма е фронталната наставна форма (86,25% од испитаниците), на второ место е индивидуалната (како втора ја рангираат 54 испитаници, или 67,50%), на трето место е групната форма на работа, и на четврто - работата во парови.

Врз основа на изнесените резултати може да се смета дека во наставата се применуваат сите наставни форми и тоа со прилично висока зачестеност, што зборува за солиден квалитет на наставата во однос на формите на наставна работа.

12. Дали новата наставна програма придонесе за зголемување на активното учество на учениците во наставата?

Табела 16

избор	$f$	%
а. придонесе во голема мера	58	72,50
б. придонесот може да се оцени како задоволителен	22	27,50
в. не придонесе	-	-
ВКУПНО:	80	100,00

Според резултатите од табелата 16 најголем дел од испитаниците (72,50%) сметаат дека новата наставна програма во голема мера придонела за зголемување на активноста на учениците во наставата. Наспроти тоа, ниту еден од испитаниците не дал оценка дека немало таков придонес.

$H_1$  - квадратот изнесува 16,20, и при два степени на слобода, статистички не е значаен на ниво 0,05 и 0,01.

$S$ - коефициентот на контингенција изнесува 0,41036 и покажува умерена корелација.

При вакви вредности на статистичките величини, може да се смета дека новата наставна програма по математика создаде можности за зголемување на активноста на учениците во наставата по математика, а со тоа и за зголемување на квалитетот и ефективностa на истата.

13. Дали наставната програма по математика од 1972 година создава поголеми можности за самостојна работа на учениците во наставата, во однос на претходната програма?

Табела 17

Избор	$f$	%
а. можностите се значително поголеми	60	75,00
б. можностите се зголемени	20	25,00
в. можностите останаа исти	-	-
ВКУПНО:	80	100,00

Одговорите на ова прашање покажуваат дека најголем дел од испитаниците -75,00%, сметаат дека наставната програма по математика од 1972 година создава значително поголеми можности за самостојна работа на учениците во наставата во однос на претходната наставна програма.

$H_1$  - квадратот изнесува 20,00, и при два степена на слобода, статистички не е заначаен на ниво 0,05 и 0,01.

$C$ - коефициентот на контингенција изнесува 0,44721 и покажува умерена корелација.

Врз основа на добиените вредности на статистичките величини може да се смета дека со новата наставна програма се создадени поголеми можности за самостојна работа на учениците во наставата, во однос на претходната наставна програма по математика.

14. Во колкава мера новата наставна програма придонесува за развој на мислењето на учениците?

Табела 18

Избор	$f$	%
а. придонесува во голема мера	44	55,00
б. придонесот може да се оцени како добар	32	40,00
в. придонесува на задоволително ниво	4	5,00
г. придонесот може да се оцени како минимален	0	-
ВКУПНО:	80	100,00

Резултатите од табелата 18 покажуваат дека 95,00% од испитаниците придонесот на наставната програма за развојот на мислењето на учениците го оценуваат како голем, односно добар, што може да се смета за мошне солидна оценка на оваа особина на наставната програма.

$H_1$  - квадратот изнесува 48,80, и при три степени на слобода, статистички не е значаен на ниво 0,05 и 0,01.

$S$ - коефициентот на контингенција изнесува 0,61553 и покажува умерена корелација.

Според ваквите вредности на статистичките величини може да се смета дека според мислењето на наставниците, наставната програма по математика значајно придонесува за развојот на мислењето на учениците.

15. Дали содржините од множествата придонесуваат за зголемување на креативноста на учениците во наставата по математика?

*Табела 19*

Избор	$f$	%
а. придонесува во голема мера	51	63,75
б. придонесот може да се оцени како добар	28	35,00
в. придонесот може да се оцени како минимален	1	1,25
ВКУПНО:	80	100,00

Од табелата 19 може да се види дека скоро сите испитаници, 98,75%, придонесот на содржините од множествата за зголемување на креативноста на учениците го оценуваат со солидна оценка (63,75% како голем, и 35,00% како добар). Тоа е уште една солидна оценка на квалитативните аспекти на наставната програма по математика од 1972 година.

$H_1$  - квадратот изнесува 46,93, и при два степени на слобода, статистички не е значаен на ниво 0,05 и 0,01.

$S$ - коефициентот на контингенција изнесува 0,60806 и покажува умерена корелација.

Според вредностите на статистичките величини може да се смета дека според оценките на наставниците, содржините од множествата значајно придонесуваат за зголемување на креативноста на учениците во наставата по математика.

16. Како го оценувате вкупното спроведување на реформата на наставата по математика?

Табела 20

Избор	<i>f</i>	%
а. таа е спроведена многу успешно	31	38,75
б. спроведена е успешно	30	37,50
в. спроведена е на задоволително ниво	18	22,50
г. не е спроведена успешно	1	1,75
ВКУПНО:	80	100,00

Од табелата 20 може да се види дека скоро сите испитаници 76,25%, сметаат дека реформата на наставата по математика е успешно спроведена (38,75% сметаат дека реформата е многу успешно спроведена, а 37,50% дека таа е успешно спроведена).

$H_1$  - квадратот изнесува 29,30, и при три степени на слобода, статистички не е значаен на ниво 0,05 и 0,01.

$S$ - коефициентот на контингенција изнесува 0,51775 и покажува умерена корелација.

Врз основа на вредностите на статистичките величини може да се смета дека, според оценката на наставниците, реформата на наставата по математика, од почетокот на седумдесетите години на минатиот век, е успешно спроведена.

17. Како ги оценувате вкупните ефекти од имплементацијата на содржини од теоријата на множествата во наставата по математика од I до IV одделение.

Табела 21

Избор	<i>f</i>	%
а. ефектите се големи	34	42,50
б. ефектите се добри	41	51,25
в. ефектите можат да се оценат како задоволителни	5	6,25
г. ефектите се минимални	0	-
ВКУПНО:	80	100,00

Според искажувањето на испитаниците, вкупните ефекти од имплементацијата на содржините од множества во наставата по математика од I до IV одделение се мошне добри. Така, ефектите ги оценуваат како големи 42,50% од испитаниците, ефектите ги оценуваат како добри 51,25% од испитаниците, односно 93,75% од испитаниците ефектите ги оценуваат со солидна оценка.

$\chi^2$  - квадратот изнесува 43,10, и при три степени на слобода, статистички не е значаен на ниво 0,05 и 0,01.

S- коефициентот на контингенција изнесува 0,59171 и покажува умерена корелација.

Според вредностите на статистичките величини може да се смета дека наставниците ги оценуваат вкупните ефекти од воведувањето на содржини од теоријата на множествата во наставата по математика од I до IV одделение како мошне добри.

18. Дали, според вашето мислење, промените на програмата што се вршени подоцна (во 1980, 1985 и 1997 година) придонесоа за подобрување на нејзиниот квалитет?

Табела 22

Избор	$f$	%
а. придонесоа во голема мера	28	35,00
б. придонесот може да се оцени како задоволителен	48	60,00
в. не придонесоа	4	5,00
ВКУПНО:	80	100,00

Според резултатите од табелата 2295,00% од испитаниците сметаат дека промените извршени во програмата во 1980, 1985 и 1997 година придонеле за нејзиното квалитативно подобрување.

$\chi^2$  - квадратот изнесува 36,35, и при два степени на слобода, статистички не е значаен на ниво 0,05 и 0,01.

S- коефициентот на контингенција изнесува 0,55894 и покажува умерена корелација.

Добиените вредности на статистичките величини покажуваат дека според мислењето на наставниците, промените во наставната програма, извршени во 1980, 1985 и 1997 година, придонеле за подобрување на нејзиниот квалитет, што е мошне значајно од аспект на развојот на програмата и нејзиното усогласување со сознанијата од нејзиното следење и вреднување.

Според напред изнесените резултати од спроведената анкета со наставниците од одделенска настава, може да се смета дека:

1. Во пресрет на примената на наставната програма по математика од 1972 год. биле организирани курсеви и семинари за стручна и методичка подготовка на наставниот кадар. Тие биле редовно посетувани од скоро сите наставници од одделенска настава.

Нивото на стручната и методичката подготовка со која што се здобиле на курсевите и семинарите, наставниците ја оценуваат со мошне солидни оценки - главно одличен и многу добар.



Според тоа, семинарите на стручно и методичко усовршување на наставниот кадар биле организирани навреме и мошне успешно спроведени. Во рамките на овие подготовки спага и оспособувањето на наставниците за примена на учебниците изработени според усвоената концепција од тоа време.

2. Што се однесува на ефектите од имплементацијата на содржини од теоријата на множествата во наставната програма по математика според резултатите од анкетата:

- се зголемил интересот на учениците за наставата по математика
- се подобрил успехот на учениците;
- подобрена е содржината на наставната програма, особено во поглед на нејзиното усогласување со доминантните идеи во математичката наука;
- значително е подобрена методиката на наставна работа;
- подобрена е учебната литература во однос на нејзиното доближување на современите методички приоди во наставата по математика.

3. Воведувањето на новата наставна програма било проследено со соодветни дидактички материјали кои дале значаен придонес за подобрување на квалитетот во наставата по математика. Во таа насока, особено се потенцира придонесот на дидактичкиот комплет 1- логичките блокови.

4. Во наставата по математика, по воведувањето на наставната програма од 1972 година, дотогаш доминантната фронтална форма на наставна работа се почесто и го отстапува местото на останатите наставни форми: индивидуална, групна и работа во парови. Во таа смисла, во наставната практика многу често се применува индивидуалната форма на наставна работа, со кој што се создаваат мошне поволни услови за:

- самостојна работа на учениците, посебно при здобивањето нови знаења;
- развој на мислењето кај учениците;
- зголемување на креативноста на учениците во наставата.

Значаен придонес во овие квалитативни подобрувања во наставата имаат учебната литература и дидактичкиот материјал, чија концепција е прилагодена за индивидуализација на наставната работа.

5. Што се однесува на целокупното спроведување на реформата на наставата по математика во седумдесетите години на XX век во нашата земја, може да се смета дека таа е спроведена мошне успешно, особено во однос на имплементацијата на содржини од теоријата на множествата во наставната програма по математика, и прилагодувањето на методиката на наставната работа, учебната литература и дидактичките материјали на идеите на наставната програма од 1792 година, а определени со идеите на светското движење за реформа на наставата по математика.

## 7.2. ИНТЕРВЈУ *со истражувачи за настава во математика*

Со цел да добиеме поавтентични сознанија за реализацијата на курсевите и семинарите за стручно и методичко оспособување на наставниот кадар во пресрет на примената на Наставната програма по математика за одделенска настава на основното училиште од 1972 година, спроведовме неструктурирано интервју со тројца инструктори за наставата по математика, кои учествуваа во реализацијата на наведените активности. Инструкторите биле избрани од афирмирани наставници по математика и ментори на Педагошките академии и групата за педагогија на Филозофскиот факултет, професори по математика во средното образование, ментори на Природно-математичкиот факултет и советници по математика при Заводите за унапредување на школството. Ние спроведовме интервју со:

- Методија Трајковски, советник по математика во Заводот за школство во Прилеп, со завршен Природно-математички факултет, група математика, на 20.04. 2001 година;
- Иван Трајков, професор по математика во гимназијата “Раде Јовчевски-Корчагин” во Скопје и ментор на Природно-математичкиот факултет-Скопје, со завршен Природно-математички факултет, група математика, на 03. 05. 2001 година; и
- Димитар Цицев, наставник по математика во О.У. “29 Ноември”-Скопје ( сега “Војдан Чернодрински”), со завршена Виша педагошка школа, група математика и физика и ментор на Педагошката академија “Климент Охридски” во Скопје, на 16. 05. 2001 година.

Интервјуто го изведовме на тој начин што на интервјуираните им ги из

несовме упоришните точки на нашиот интерес, тие слободно се искажуваа по нив, а ние го запишувавме она што тие го кажуваа. Ги определивме следниве упоришни точки:

- Кога и како беа подготвени инструкторите за наставата по математика за реализација на курсевите и семинарите за стручно и методичко оспособување на наставниците за реализација на содржините од теорија на множества и математичка логика?

- Која стручна литература е користена при реализацијата на подготовката на инструкторите и реализацијата на курсевите и семинарите?
- Оценка на инструкторите за успехот на курсевите и семинарите;
- Оценка на инструкторите за успехот што го постигнале посетителите на завршниот испит, по завршувањето на курсевите и семинарите.

Од интервјуата со наведените инструктори по математика дојдовме до

следниве сознанија:

1. Во септември 1973 година е организиран 15 дневен семинар за стручно и методичко оспособување на инструктори за наставата по математика за основно образование. Како инструктори биле ангажирани успешни наставници и професори по математика од основното, средното и високото образование и советници по математика од тогашните заводи за унапредување на воспитанието и образованието во Македонија.

Како предавачи на семинарот биле ангажирани проф. д-р Кирил Стојменовски, професор по математика на Технолошко-металуршкиот факултет во Скопје и Роберт Ансаров самостоен педагошки советник во Републичкиот завод за унапредување на воспитанието и образованието.

2. За посетителите на семинарот била обезбедена следнава стручна литература:

- Елементи од математичка логика и теорија на множествата од Роберт Ансаров и Методија Трајковски во издание на Просветно дело-Скопје 1973 год.
- Елементи савремене математике од Радивоје Деспотови и Велимир Сотирови во издание на Меѓуопштински просветно педагошки завод Нови Сад 1973 год.

Според мислењето на интервјуираните инструктори по математика оваа литература дала голема помош како за успешната подготовка на инструкторите, така и за реализација на курсевите и семинарите со наставницитре од одделенска настава.

3. Курсевите и семинарите со наставниците од одделенска настава биле мошне успешно организирани и реализирани. Односот на наставниците на курсевите и семинарите бил мошне сериозен и покажувале голем интерес за наставните содржини.

Одредени проблеми се појавиле при реализацијата на методичките содржини поради недостаток на конкретни искуства и кај инструкторите и кај наставниците, но тој бил надминат веќе во втората серија на семинари, со искуствата здобиени од првата година од примената на новата наставна програма.

4. За посетителите на курсот и семинарите за стручно усовршување бил организирана завршен испит за проверка на усвоеноста на содржините од теорија на множествата и математичката логика што беа

обработени според куреот. Според интервјуираните инструктори наставниците успешно го положиле испитот.

Успехот што наставниците го покажаа на испитот е потврда дека тие со посетата на курсевите и семинарите биле солидно подготвени за реализација на новата наставна програма

## ЗАКЛУЧОК

Врз основа на анализата на повеќе документи-наставни програми по математика за одделенската настава на основното училиште, проекти за реализација на програмите, проекти за следење на вреднување на програмите, учебната и прирачната литература, теоретските расправи во рамките на меѓународно организации, комитетите за наставата по математика, како и од емпириските податоци за кои дојдовме во истражувањето може да се смета дека:

1. Во шеесетите и седумдесетите години на дваесети век во рамките на меѓународната комисија за математичко образование и OECD зайочнуваат активности за усогласување на содржините на наставата по математика, на сите степенени на образование, со доминантните идеи на математичката наука. Во оваа смисла особено се значајни конгресите на меѓународната комисија за математичко образование, одржани во Стокхолм 1962 година и во Москва 1966 година, кога се усвоени заклучоци дека во основното образование треба да се внесат елементи од;

- Теорија на множества и
- Математичка логика.

Покрај тоа, во заклучоците е наведено дека треба да се модернизира

- Традиционалниот курс по аритметика,
- Математичкиот јазик.

Во Македонија поа е остварено во седумдесеттите година на 20 век. Поконкретно по стручниот расправи водени во стручната јавност, на 29.06.1972 год. Републичкиот, педагошки совет усвои наставна програма по математика за одделенската настава на основното училиште, во која се внесени содржини од теорија на множествата, како и некои елементи од математичка логика.

Покрај поа, во програмата се наведени и правците на модернизација на традиционалните содржини од аритметиката. Тоа пред се се однесува на примената на множествениот приод во воведувањето на природните броеви и операциите со нив.

Воведувањето на елементи од теорија на множествата во одделенската настава на основното училиште наставниот кадар го прифати мошне внимателно и заинтересирано, но и со чувство на задоволство поради промените на традиционалното. Вака се изјасниле дури 97,50 % од испитаниците.

Што се однесува до интересот на учениците за наставата по математика по воведувањето на елементи од теорија на множеството, според мислењето на наставниците, тој се зголемил. Ваква оценка даваат 95 % од испитаниците во нашето истражување.



2. Со воведувањето на елементи од теорија на множествата во наставната програма, се променува структурата на содржините на наставата, како и традиционалниот редослед на аритметичките содржини. Поконкретно, во содржината на наставата по математика за одделенската настава се застапени теми од теорија на множествата (прилог 1).

И покрај тоа што во дел од стручната јавност и наставната практика постоело мислење дека воведувањето на содржини од теорија на множествата учениците ќе имаат проблеми со совладувањето на традиционалните содржини, тоа подобро е демонстрирано од практиката. Имено, 81,25% од испитаниците сметаат дека "со воведувањето на содржини од теоријата на множествата успехот на учениците се подобри".

Што се однесува до редоследот на содржините на наставната програма, почините содржини се од теоријата на множествата. Ваквиот период во редоследот на содржините е во согласност со дидактичките правила за воведување на математичките поими и постои на модернизацијата на традиционалните содржини. Во прилог на тоа ќе најдеме дека:

- Содржините од множествата се конкретна основа за воведување на природните броеви и операции на природни броеви;

- Поимот природен број се дефинира со основниот поим;
- Операцијата собирање се изведува од операцијата унија на множества;
- Својствата на собирањето комулативност и асоцијативност се изведуваат од комулативност и асоцијативност на унијата;
- Операцијата одземање, пак, се воведува како инверзна операција на собирањето и врз основа на дојолнување на едно множество со друго.

Овие решенија за редоследот на содржините се дадени во објаснувањето на програмата.

Ваквиот природ во одредувањето на редоследот на содржините во наставната програма ги создава нужните претпоставки за модернизација на традиционалните содржини и математичкиот јазик, што беше и една од заложбите во движењето за модернизација на математичкото образование.

3. Промени во содржините на наставата по математика доведоа до промени во методиката на наставната работа. На решавањето на овој проблем се приоѓа од два аспекти и тоа:

- Конструирање на методички периоди за реализација на новите содржини;
- Промена во методичките периоди при реализација на традиционалните содржини, нивно

осовременување и усогласување со досџнајнајној сџејен во развојот на релевантните науки.

По неусџешните обиди традиционалната методика да се прилагоди на новата ситуација, доаѓа до конструирање на методички приоди, врз основа на современите педагошки и психолошки теорис. Пријатно по сериозни тескотини предизвика прометите во методиката на обработка на традиционалните содржини, особено воведувањето на природните броеви и операции со нив. Сџак со прифаќањето на множествениот приод при воведување на поимот природен број и операции со природни броеви, содржините од теоријата на множествата се издигнаа на ниво на дидактички принцип. Имено, покрај што што содржините од теоријата на множествата се насавни содржини, тите се нагледна основа и конкретен материјал за обработка на природните броеви и операции со нив.

Множествениот приод е ошто прифатен во математиката во почетната настава по математика, бидејќи е во согласност со современите досџнувања на педагошката наука, како и со возрастите особености на учениците. Со негово прифаќање во голема мера се применува методиката на почетната настава по математика, затоа што се најштите броевиот приод, кој соодветствуваше на традиционалните методички приоди при обработката на природните броеви и операции со нив се обезбедува традиционалниот курс

ио ариџмеџика да се обрабоџува на современ начин, во соџласноџи со современџе џенденџии во маџемаџичкаџа наука.

Шџо се однесува до обрабоџкаџа на џеомеџрискиџе содрџини, меџодичкиџе џриоде се одредувааџи на дефинирање и обрабоџка на своџсџваџа на џеомеџрискиџе џоими своџсџвено за џеориџа на мноџесџваџа. При џоа боџаџо се корисџи џерминолоџиџа и симболичкоџо изразување.

Наведенџе џромени џридонесоа да се џодобри насџаваџа џо маџемаџика во однос на меџодикаџа на насџавнаџа рабоџа. Ова џврдење џо засновуваме на емџирскиџе џодаџоџи од исџражувањеџо. Така, 96 % од исџџаниџиџе смеџааџи дека насџаваџа џо маџемаџика се џодобрува во однос на меџодикаџа на насџаваџа џо маџемаџика.

4. Промениџе во содрџинаџа на насџаваџа на меџодикаџа на насџавнаџа рабоџа шџо насџанаа со воведувањеџо на елементи од џеоџиџа на мноџесџваџа во насџавнаџа џроџрама џо маџемаџика , за одделенскаџа насџава на основноџо училиџиџе, доведоа до џромени во конџеџџиџа на учебниџиџе џо маџемаџика. Конџеџџиџа има некоџку каракџерисџики сџоред кои се разликува од учебниџиџе шџо беа во џримена џред учебнаџа 1974/75џод. Таа е џрадена врз основа на современџе сваќања на џедаџошкаџа и

психолошката наука за создавање на услови за активно учество на учениците во совладувањето на наставните содржини. Во оваа смисла концепцијата за појдовна точка ги има целта и задачите на наставана по математика од I до IV одделение, а воедно дава и соодветен придонес со нивно реализирање, особено преку:

- Истакнувањето, доколку е можно, дека математичките поими произлегле од практичните потреби на човекој;
- Презентирање на научни висини, прилагодени на можностите на учениците;
- Формирање на математички поими главно по генетички пати;
- Презентирање на наставниот материјал на такаков начин кој ги става учениците во активна состојба самостојно да создаваат одредени содржини;
- Презентирање на наставниот материјал со примена на математиката во секојдневниот живот, техниката и технологијата со што ќе се обезбеди единство на теоријата и практиката.

Што се однесува до учебниците за I и II одд. , основните информации во нив се даваат со слики, цртежи и шеми, со едноставен текст, со умерена примена на терминологијата што е во согласност со возрастните особености на учениците кои во интелектуалниот развој се на стадиум на конкретни операции.

Воведувањето на математичките поими и својствата на аритметичките операции, главно, е по индузивен пај на соодветно место е дадено и на аналозијата. Системот на задачиите е така изграден да обезбедува добивање со нови знаења, утврдување, проширување и продлабочување на веќе добиените знаења, како и за практична примена на веќе добиените знаења во нови ситуации на учење и решавање на проблеми од секојдневниот живот.

Геометриските поими се воведуваат по генетички пај, но се создаваат соодветни претпоставки и за дефинирање на поими со најдизок родов поим и видова одлика.

Силои и јазикот на изложувањето на наставниот материјал е прилагоден на возрастните карактеристики на учениците. Тој е јасен и концизен, со умерена примена на математичката терминологија.

Илустративниот материјал е непосредно поврзан со тематот, и ја објаснува, конкретизира, ја доолнува содржината на учебникот и дејствува стимулативно на развивањето на мислењето на учениците.

што се однесува на мислењето на наставната практика за учебниците 88,75 % од испитаниците во нашето истражување сметаат дека ите придонеле за подобрување на наставата по математика.



Воведувањето на елементите од теоријата на множествата беше истражено и со соодветни дидактички средства. Наставната практика високо го цени нивниот придонес во подобрувањето на квалитетот на наставата, така, 37,50 % од испитаниците тој придонес го оценуваат со оценка 5, а 58,5 % со оценка 4.

5. Примената на Наставната програма по математика од 1972 год., беше истражена со соодветна стручна и методичка подготовка на наставниот кадар.

Овие подготовки беа неопходни затоа што наставниот кадар од тој период, во своето школување, не изучувале теорија на множества, релации и математичка логика, и тие знаења се неопходни за успешна реализација на Наставната програма.

Интересот на наставниот кадар за стручната и методичката подготовка бил мошне голем. Според резултатите од истражувањето 96,25 % од испитаниците редовно ги посетувале, курсевите и семинарите за стручна и методичка подготовка. Што се однесува до нивото на стручната подготовка, 31,25 % не ја оценуваат со оценка 5, 55 % со оценка 4, и само 13,75 % со оценка 3. Овие податоци покажуваат дека стручната подготовка на наставниот кадар за реализација на содржини од теоријата на множества била мошне солидна.

Слично е ситуацијата и со методичката подготовка на наставничкиот кадар. Според резултатите од истражувањето 36,25% од испитаниците не ја оценуваат со оценка 5, а 43,75% со оценка 4, и 20% со оценка 3. Овие резултати покажуваат дека наставниците биле солидно подготвени од методички аспект за реализација на наставната програма.

Што се однесува до подготовката на наставничкиот кадар за примена на учебниците во наставата, 96,25 % од испитаниците ја оценуваат како мошне добра.

Наведениите резултати покажуваат дека подготовката на наставничкиот кадар, стручната и методичката, како и онаа за примена за учебниците во наставата била на солидно ниво.

6. Според најед изнесено може да се смета дека:

- Усогласувањето на содржината на наставата по математика со доминантните идеи во математичката наука, поконкретно внесувањето на елементи од теоријата на множествата во наставната програма по математика за одделенската настава создаде сериозни проблеми во методиката на почнатата настава по математика, пред сè од аспект на:
- Дефинирањето на методички периоди за реализација на целите и задачите од теоријата на

множесїваїа, кои за прв пати се најдоа во содржината на наставаа,

- Модернизацијата на методичките приоди при обработката на традиционалните содржини (природните броеви и аритметичките операции со нив),
- Збогајување на математичкиот јазик со терминологија својствена на теоријата на множесїваїа,
- Примената на современата математичка терминологија при обработката на геометриските содржини, и
- Промената на концепцијата на учебната литература и нејзино усогласување со идеите на модернизацијата на наставаа по математика

Со тоа ја докажуваме главната хипотеза поставена од ова педагошко истражување дека воведувањето на содржините од теоријата на множесїваїа во наставаа по математика за одделенска настава на основното училиште ги следи досиѓањата во развојот на математичката наука и има значајно влијание на конструирањето на методиката на наставаа по математика.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ансаров, Р., Осовременување на наставата по математика во основното училиште во СР Македонија, Београд, 1973, бр.1
2. Анарсов, Р., и други Математика за I одделение, Просветно дело, Скопје, 1974
3. Анарсов, Р., и други Математика за II одделение, Просветно дело, Скопје, 1975
4. Анарсов, Р., и други Математика за III одделение, Просветно дело, Скопје, 1976
5. Анарсов, Р., и други Математика за IV одделение, Просветно дело, Скопје, 1977
6. Анарсов, Р., и други Математика за I одделение и прирачник за наставникот, Просветно дело, Скопје, 1973
7. Анарсов, Р., и други Математика за II одделение и прирачник за наставникот, Просветно дело, Скопје, 1975
8. Ансаров, Р., и други математика за III одделение и прирачник за наставникот, Просветно дело, Скопје, 1976
9. Анарсов, Р., и други математика за IV одделение и прирачник за наставникот, Просветно дело, Скопје, 1977
10. Ачовски, Д., Методика на наставата по математика, I до IV одделение, Педагошки факултет "Св. Климент Охридски". Скопје 1998
11. Benčić, V., Markovac, J., Teme iz nastave matematike u I razdredu osnovne škole, Školske novine, Zagreb, 1972
12. Breidenbah, W., Metodik des Mathematik – unterrichts, Hanower, 1971
13. Брунер, Дж., Процесс обучения, Просвещение, Москва, 1962
14. Виготски, Л.С., Говор и мислење, Просветно дело, Скопје, 1988
15. Галперин, Т.Ј., За истражувањето на интелектуалниот развој на детето, Просветно дело, Скопје, 1976, бр. 5-6
16. Ганчев, И., Лалчев, З., Иванов, Ж., Международното движение за реформа на математическото образование в училище и отражението му в България, Народна просвета, Софија, 1981
17. Гнеденко, Б. В., Математика - наука древна и молада, Математика и кибернетика, Москва, 1972

18. Давыдов, В.В., Возрастные возможности усвоения знаний, Просвещение, Москва, 1966
19. Дајовић, В., О реформи наставе математике, Настава математике, Београд, 1974, бр.1
20. Devide, V., О nekim problemima nastavne matematike, Matematika, Beograd 1972, br.1
21. Дедоне, Ж., Надо ли учить “современной” математике, Математика в школе, Москва, 1976, бр.1
22. Dienes, Z., Building up mathematics, London, 1960
23. Ђорђевић, Ј., Савремене теорије и схватања о улози учења и интелектуалном формирању, Настава и васпитање, Београд, 1971, Бр. 5
24. Đurašković, S., Reč dve o potrebi reforme nastave matematike, Matematika, Beograd, 1975, br.1
25. Керамитчиева, Р., Развој на мислењето кај детето, Просветно Дело, Скопје, 1990
26. Колягин, Ю. М., и други, Методика преподавания математики в средней школе, Просвещение, Москва, 1975
27. Лалчев, З., Переходът множество-число, Веда словена, София, 1997
28. Leitzmann, W., Metodik des mathematische Unterrichts, Band, Heidelberg, 1953
29. Лекић, Ђ., Методологија педагошког истраживања и стваралаштва, Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, 1979
30. Леонтьев, А.Н., Умственхое развитие ребенка, Просвещение, Москва, 1950
31. Маджаров, А., и други, Методика на обучението по математика 1-3 клас, Народна просвета, София, 1980
32. Marijanović, M., Metodika matematike I, Učiteljski fakultet, Beograd 1996
33. Маркушевич, А.И., Об очередных задачах преподавания математики в школе, Математика в школе, Москва, 1962, бр. 2
32. Markovac, J., Skupovni i brojevni pristup u početnoj nastavi matematike, Pedagoški rad, Zagreb, 1985, Br. 9-10
34. Маслова, Г., Анализа реформе математичког образовања у основној и средњој школи, Настава математике, Београд 1978, бр. 1-2

35. Метельский, Н.В., Дидактика математики, Издательство БГУ, Минск, 1982
36. Метельский, Н.В., Психолого-педагогические основы дидактики математики, Высшая школа, Минск, 1977
37. Мицковиќ, Н., Современите сфаќања за наставата по математика во основното училиште, Просветно дело, Скопје, 1984
38. Монахов, В. М., V Международный конгресс по математическом образовании, Математика в школе, Москва, 1986, бр. 5
39. Mužić, V., Metodologija pedagogskog istraživanja, Svjetlost, Sarajevo, 1986
40. Невалина, Р., Реформа у настави математике, Математика, Београд, 1973, бр.4
41. Neunzig, W., Sorger, P., Einstieg in die Mathematik, Freiburg, Basel, Wien, 1970
42. Neunzing, W., Sorger, P., Wir lernen Mathematik, Freiburg, 1969
43. Николић, М., Еволуција проблема избора садржаја почетног математичког образовања, Математика, Београд, 1974, бр. 4
44. Opsta enciklopedija, tom 8, Jugoslovenski leksikografski zavod, Zagreb, 1982
45. Основно училиште, Општа програмска структура со наставен план, Просветно Дело, Скопје, 1973
46. Pedagoska enciklopedija 1, Zavod za udzbenike i nastavna sredstva, Beograd, 1989
47. Pedagoska enciklopedija 2, Zavod za udzbenike i nastavna sredstva, Beograd, 1989
48. Penavin, V., Modernizacija nastave matematike, Matematika, Beograd, 1972, br.1
49. Пенавин, В., Методички проблеми обраде наставне грађе из теорије скупова, Математика, Београд, 1972. бр. 2-3
50. Penavin, V., О концепцији програма математике у основној школи I гимназији, Matematika, Beograd, 1973, Br. 3
50. Penavin, V., i drugi, Metodički priručnik za neka pitanja početne nastave matematike, Novi Sad, 1974
51. Petz, B., Osnovne statističke metode, Zagreb, 1964
52. Пиаже, Ж., Структуры математические и операторные структуры мышления, Преподавание математики, Перевод с франц., Москва, 1960



53. Пијаже, Ж., Развој на интелекцијата, Просветно дело, Скопје, 1988
54. Потоцкий, М.В., О педагогических основах обучения математике, Просвещение, Москва, 1963
55. Пышкало, А.М., Методика обучения элементам геометрии в начальных классах, Просвещение, Москва, 1973
56. Prešić, S., Kako u osnovnoj školi predavati prirodne brojeve, Matematika, Beograd, 1973, Br. 4
57. Развитие учащихся в процессе обучения (I-II классы), Под редакции Л.В. Занкова, Просвещение, Москва, 1963
58. Savetovanje o početnoj nastavi matematike, održano 9 i 10 Januara 1975 u Sarajevu, I deo, Matematika, Beograd, 1975, br. 2
59. Savetovanje o početnoj nastavi matematike, održano 9 i 10 Januara 1975 u Sarajevu, II deo, Matematika, Beograd, 1975, br. 3
60. Семадени, З., Съвремената математика при обучението на децата, Народна просвета, София, 1979
61. Столяр, А.А., Педагогика математики, Высшая школа, Минск, 1974
62. Стройк, А., Краткий очерк истории математики, Наука, Москва, 1978
63. Frederika i Papi, Dijete I grafovi, Školska knjiga, Zagreb, 1972
64. Фройдентал, Г., Математика как педагогическая задача, часть I, Просвещение, Москва, 1983
65. Фройдентал, Г., Математика как педагогическая задача, часть II, Просвещение, Москва, 1983
66. Freudenthal, H., Mathematik als pädagogische Aufgabe, Ernst Ferlag, Stuttgart, 1977
67. Šimleša, P., Metodika, knjiga I, Pedagoško-književni zbor, Zagreb, 1955.

## П Р И Л О З И

1. Писмото до основните училишта во Македонија за динамиката на реализација на програмата од 1972 година и обврските на наставниците;
2. Наставна програма по математика од I до IV одделение, усвоена 1972 година;
3. Прашалник за наставниците од одделенската настава;
4. Интервјуа со инструкторите за наставата по математика:
  - М-р Методија Трајкоски
  - Проф. Иван Трајков
  - Димитар Цицев

До

---

---

---

ПРЕДМЕТ: Реализирање на новата наставна програма по математика во основното училиште

Со Проектот за реализирање на новата наставна програма по математика во основното училиште, кој е прифатен од Републичкиот педагошки совет, заедно со новата наставна програма по математика, е зацртана следнава динамика за реализирање на програмата:

Во учебната	1974/75	година	во	I	одделение
"	"	1975/76	"	"	I, II и V одделение
"	"	1976/77	"	"	I, II, III, V и VI одд.
"	"	1977/78	"	"	I, II, III, IV, V, VI и VII одд.
и	"	1978/79	"	"	I, II, III, IV, V, VI, VII и VIII одделение

Предуслови за реализирање на програмата се благовремено оквалификување на доболен број учители-наставници и навремено отпечатување на потребна учебна и помошна литература за учениците и прирачна литература за наставниците.

Според текот на одвивањето на работите, учебната и помошната литература за учениците и прирачната литература за наставниците ќе излезе од печат до 15.V.1974 година.

За стручно-методското усовршување на наставниот кадар од одделенската настава, за реализација на новата наставна програма по математика, оквалификувани се доволен број инструктори.

Исто така и просветните советници од одделенската настава се запознаени со новите содржини, што се предвидени во новата програма.

Во врска со претстојното стручно-методско усовршување на наставничкиот кадар од одделенската настава сакаме да укажемо на следниве моменти:

I. Во 1974 година се предвидува да се организират следниве семинари:

Семинарот  $A_1$  на тема: Елементи од математичката логика и множества.

Времетраење 5 дена /по 5 часа /

Реализација од јануари 1974 година.

Семинарот  $A_2$  на тема: Основни поими за релациите, преликувањата и реалните броеви.

Времетраење: 3 дена

Реализација од јуни 1974 година

Семинарот  $B_1$  на тема: Методска разработка на наставните содржини по математика што ќе се реализираат во I одделение, во I полугодие.

Времетраење: 3 дена

Реализација во јуни 1974 година

На семинарите  $A_1$  и  $A_2$  ќе се обработи дел од предвидените нови наставни содржини во програмата по математика од I до IV одделение. Во врска со тоа во Проектот за реализирање на новата наставна програма по математика е зацртано:

"Наставата по математика по новата програма ќе може да ја изведува учител - наставник кој ќе ја совлада материјата што ќе се обработува на стручните семинари, за што ќе добијат уверение

До колку некои учители - наставници не ги завршат со успех семинарите, ќе се упатат повторно <sup>на</sup> семинари, а по потреба и индивидуално ќе се работи со нив до совладувањето на предвидената наставна материја, без чие познавање не може да се изведува наставата по математика по новата програма."

Проверувањето степенот на усвоеноста на материјалот од семинарот  $A_1$  ќе се изврши по пат на тестирање непосредно пред

почнувањето на семинарот  $A_2$  т.е. во јуни 1974 година. По наше мислење, со внимателно следење на семинарите и со индивидуално проучување на материјалот, не би требало да има проблеми при совладувањето на предвидената материја бидејќи при одредувањето на нејзиниот интензитет и екстензитетот се имаше предвид и составот на наставниот кадар.

Тестот ќе се изработи во Републичкиот завод за унапредување на школството, а времето и начинот на спроведувањето на тестирањето ќе се определи договорно. Основен материјал при составувањето на тестот ќе биде книгата СМН-1.

Доколку се укаже потреба може да се изработат и предтестви, со цел наставниците индивидуално да ги проверат стекнатите знаења од овие области, пред финалното тестирање.

II. За програмата на семинарот  $A_1$  начелно се договориле со инструкторите, но во меѓувреме врз основа на некои дополнителни согледувања, извршивме извесно отстапување. Отстапувањето се состои главно со намалување на одделни содржини.

Семинарот може да работи по следнава програма. /Во запис да се дадени нумерациите на темите од книгата СМН-1/.

Првиот дел: I и II час Поим за исказ /1.1./  
III час Конјункција /1.2./  
IV час Дисјункција /1.3./  
V час Исклучна дисјункција /1.4./

Вториот ден: I час Вежби /од 1.1., 1.2. и 1.3./  
II час Импликација /1.5./  
III час Еквиваленција /1.6./  
IV час Негација /1.7./  
V час Вежби

Третиот дел: I час Исказни формули; поим и вистинитосна вредност /1.8.1./  
II и III час Видови исказни формули.  
Еквивалентни исказни формули.  
Логички закони /1.8.2, 1.8.3/  
IV и V час Поим за множество /2.1./

Четвртиот дел: I и II час Подмножество /2.2.1., 2.2.2, 2.2.3., 2.2.4. и 2.2.5/  
III час Пресек на множества /2.3./  
IV час Унија на множества /2.4./  
V час Разлика на две множества /2.5.1./

Петтиот ден: I час Разлика на две множества;  
симетрична разлика, комплемент  
/2.5.2. и 2.5.3./

II и III час Декартов производ /2.6./

IV и V час Основни својства на операциите со  
множества /2.7./

Потребно е инструкторите благовремено да се известат за извршените редукции.

III За поуспешно следење на стручно-методското усовршување на наставничкиот кадар Републичкиот завод за унапредување на школството изготви евидентни книшки и евидентни картони за сите наставници од одделенската настава и дневници за работата на семинарите. Сета ова документација ќе биде доставена во секој Завод, односно општина според бројот на наставниците бесплатно.

За уседначено евидентирање на семинарот  $A_1$  предлагаме истото да се изврши на следниов начин:

а/ Во евидентната книшка

- во првата графа: 1

- во втората графа:  $A_1$ : Елементи од математичката логика и множества

- Бројот на предвидените часови за темата е 25.

Потписот и печатот ќе се стават по извршувањето на тестирањето и по внесувањето на оценката која ќе биде описна.

б/ Во евидентниот картон

- во втората колона само  $A_1$  /шифрата на семинарот/

- во останатите колони ќе се постават како во евидентната книшка.



На семинарот се советниците од одделенската настава со договоривме под итно да се достават следниве податоци:

1. Бројот на наставниците по општини /по наставни јазици - македонски, албански и турски/;
2. Бројот на наставниците што ќе се опфатат со семинарите во јануари /по наставни јазици/;
3. Кога и каде ќе се одржат семинарите,
4. Лицето со кое ќе контактираме;
5. Колку книги и на која адреса да ги испратиме.

Доколку писмото не е испратено, Ве молиме тоа да го сторите по можност веднаш, за да може навреме да одговориме и на нашата обврска.

Пресветен советник,

Роберт Ансаров

РЕПУБЛИЧКИ ЗАВОД ЗА УНАПРЕДУВАЊЕ НА ШКОЛСТВОТО  
НА СР МАКЕДОНИЈА

---

# ОСНОВНО УЧИЛИШТЕ

ОПШТА ПРОГРАМСКА СТРУКТУРА СО НАСТАВЕН  
ПЛАН И ПРОГРАМИ



ИЗДАВАЧКО ПРЕТПРИЈАТИЕ  
„ПРОСВЕТНО ДЕЛО“  
СКОПЈЕ, 1973

#### Редакциски одбор

*Анатоли Дамјановски*, вонреден професор на Филозофскиот факултет — Скопје, *Крсте Ангеловски*, директор на Републичкиот завод за унапредување на школството, *Благоја Кондарко*, *Зафир Азовски* и *Милорад Крстиќески*, просветни советници во Републичкиот завод за унапредување на школството

Републичкиот завод за унапредување на школството на СР Македонија, во согласност со законите на наставниот план и програма за основните училишта во СР Македонија што ги усвои Републичкиот педагошки совет на седницата од 29-VI-1972 година ја објавува Општата програмска структура на наставниот план и програмите за основните училишта во СР Македонија, разработени согласно чл. 39 од Законот за основното училиште („Сл. весник на СРМ“ бр. 7/69, кои ќе се применуваат според приложената Динамика.

## ЗАДАЧИ НА НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА

Задачите на наставата по математика во основното училиште се:

— учениците да ги усвојат основните поими за множества и операциите со нив, како и поимите за релации, пресликувања и функции;

— кај учениците да формира поими за природен, цел и рационален број, да ги оспособи за изведување на операциите со нив, како и да ги сфатат нивните поважни својства;

— кај учениците да развива смисла за прецизно формулирање на поимите и да ги оспособи за логичко, јасно и стегнато изложување и докажување на тврдењата, со што ќе се даде придонес за усвојување на математичкото мислење;

— кај учениците да развие свест за потребата за совладување на определени математички знаења што ќе им бидат неопходни во секојдневниот живот, за подобро усвојување на наставните предмети каде што математиката има примена како и за натамошно изучување на математиката;

— да придонесе за формирањето на личноста на ученикот, развивајќи кај него смисла за самостојност и прецизност во работата, јасност и концизност на мислењето и изразувањето и упорност и истрајност при совладувањето на одделни пречки во животот; и

— да го оспособи ученикот за примена на здобиените математички знаења во решавањето на практични задачи и проблеми.

### І ОДДЕЛЕНИЕ

(6 часа седмично — 210 часа годишно)

#### 1. МНОЖЕСТВА. РЕЛАЦИИ

(45 часа)

1.1. Множество. Елементи на множество. Припадност.

1.2. Права и крива линија, затворена крива линија; разликување и претставување. Означување на множествата со Веннов дијаграм.

1.3. Уочување и препознавање на правоаголник, квадрат, триаголник и круг.

1.4. Споредување на предметите по должина, височина, дебелина и ширина.

Запознавање со релациите помал, поголем, еднаков, пред, позади, над, под, десно, лево, меѓу и спроти.

1.5. Заеднички елементи на две множества (пресек). Унија на множества. Подмножество. Комутативност и асоцијативност на унијата на множествата.

1.6. Споредување на множествата според количеството на елементите. Еквивалентни множества. Транзитивност на еквиваленцијата на множествата.

1.7. Природниот број како својство на еквивалентни множества. Празно множество. Бројот нула.

## 2. МНОЖЕСТВО НА ПРИРОДНИТЕ БРОЕВИ ДО 10. БРОЈОТ 0

(15 часа)

2.1. Читање и пишување на броевите до 10. Споредување на броевите до 10. Запознавање и употреба на знаците  $>$ ,  $<$  и  $=$ . Претходник, следбеник.

2.2. Отсечка. Цртање на триаголник и четириаголник. Мерка за должина, сантиметар. Мерење на должина. Претставување на должини до 10 см. Придржување броеви на точки на правата. Нулата како почеток на читањето.

## 3. СОБИРАЊЕ И ОДЗЕМАЊЕ ВО МНОЖЕСТВОТО НА ПРИРОДНИТЕ БРОЕВИ ДО 10

(40 часа)

3.1. Собирање на броевите до 10 врз основа на унијата на множествата. Симболот „+“ и термините „собираци“ и „збир“.

Дополнување на едно множество до друго. Одземање. Симболот „—“.

Комутативност при собирањето. Еднаквост и нееднаквост. Симболот „ $\neq$ “. Трансформација на еднаквоста. Мали загради. Асоцијативност на собирањето. Собирање и одземање на нулата.

3.2. Решавање на задачи по видовите:

а) Напиши го потребниот број:  $5 + \square = 6$ ;  $\square + 3 = 7$ ;  $7 - \square = 3$ ;  $\square - 4 = 5$  и

б) Напиши го потребниот знак  $>$ ,  $<$  или  $=$ :  $4 + 2 \square 5$ ;  $3 + 1 \square 1 + 3$ ;  $5 - 1 \square 5 + 1$ ;  $7 + 3 \square 7 + 4$ ;

## 4. МНОЖЕСТВО НА ПРИРОДНИТЕ БРОЕВИ ОД 11 ДО 20

(50 часа)

4.1. Броевите од 11 до 20; читање и пишување. Едноцифрен и двоцифрен број.

4.2. Дециметар. Мерење и цртање на отсечки до 2 дециметра.

4.3. Споредување на броевите до 20 со употреба на знаците  $>$ ,  $<$  и  $=$ .

4.4. Собирање и одземање до 20 од видот:  $16 + 1$ ;  $17 - 1$ ;  $10 + 7$ ;  $16 - 6$  и  $15 - 10$ . Запознавање со термините намаленик, намалител и разлика.

4.5. Решавање на равенки и неравенки од видот:  $a \pm b = x$ ;  $a \pm x = b$ ;  $a \pm x < b$ ;  $a \pm x > b$ ;  $x < a$ ;  $x > a$ ;  $a < x < b$  каде  $a$ ,  $b$  и  $x$  се природни броеви до 20.

## 5. МНОЖЕСТВО НА ПРИРОДНИТЕ БРОЕВИ ДО 100

(50 часа)

5.1. Броевите од 21 до 100; читање и пишување. Парни и непарни броеви. Споредување на броевите до 100. Метар, дециметар и сантиметар. Запознавање на монетите од 5, 10, 20 и 50 пари и еден динар и парите во апоени од 5, 10, 50 и 100 динари.

5.2. Собирање и одземање на двоцифрени броеви со цели десетки. Собирање и одземање без преминување на десетката.

Комутативен и асоцијативен закон при собирањето. Закон за монотоност.

5.3. Решавање равенки и неравенки од видот 4.5. каде  $a$ ,  $b$  и  $x$  се природни броеви до 100.

## II ОДДЕЛЕНИЕ

(6 часа седмично — 210 часа годишно)

### 1. МНОЖЕСТВА

(25 часа)

1.1. Означување на множествата со големи букви и загради. Елементи на множествата; воведување на симболите  $\in$  и  $\notin$ . Еднаквост и нееднаквост на множествата со употреба на симболите  $=$  и  $\neq$ .

1.2. Пресек и унија на множествата. Дисјунктни множества. Унија на дисјунктни множества. Дополнување на множества (комплемент).

1.3. Во врска со операциите со множествата осмислување на сврзниците „и“, „или“ и негацијата „не“.

1.4. Множества од точки. Права, полуправа, отсечка, искршена линија. Користење на буквата за означување на геометриските фигури. Полигон; темиња, страни и дијагонали. Должина на искршена линија. Периметар на полигон.

### 2. МНОЖЕСТВА НА ПРИРОДНИТЕ БРОЕВИ ДО 100

(115 часа)

2.1. Собирање и одземање на двоцифрени броеви со цели десетки. Собирање на двоцифрени броеви чиј збир на единиците не ја преминува десетката (повторување).



2.2. Агол: прав и неправ (препознавање и цртање). Триаголник: обележување, периметар.

2.3. Трансформација на збир. Употреба на мала заграда. Асоцијативност при собирањето. Додавање сума кон даден број.

2.4. Собирање на двоцифрен број со едноцифрен број со префрлување на десетка.

Собирање на двоцифрен број чиј збир на единиците е поголем од 10.

2.5. Одземање на двоцифрен број од цели десетки (повторување). Одземање на едноцифрени и двоцифрени броеви од кои единиците на намаленикот се поголеми од единиците на намалителот.

2.6. Решавање на равенки и неравенки од видот:  $a \pm x = b$ ;  $x \pm a = b$ ;  $a \pm x < b$ ;  $a \pm x > b$ ;  $x < a$ ;  $x > a$ ;  $a < x < b$ , каде  $a$ ,  $b$  и  $x$  се природни броеви до 100.

2.7. Зависност на збирот и разликата од компонентите. Наоѓање вредност на изрази од видот:  $a + 4$ ;  $a - 40$ ;  $a - b$ ;  $(a + b) + c$  за дадени вредности на буквите.

2.8. Правоаголник и квадрат: сечење на модели и определување на периметар.

2.9. Множење како унија на множества со иста моќ. Символот „ $\cdot$ “. Запознавање со термините множители и производ. Комутативен закон при множењето.

Множење со бројот 2.

Делењето како инверзна операција на множењето. Символот „ $:$ “. Употреба на терминот количник.

Делење со бројот 2. Половина.

Множење и делење со бројот 3. Третина. Употреба на термините деленик и делител.

Множење и делење со бројот 4. Четвртина.

Множење и делење со бројот 5. Петина.

Решавање на равенки и неравенки од видот:  $ax = b$ ;  $a : x = b$ ;  $ax \geq b$ ;  $ax \geq 0$  каде  $a$ ,  $b$  и  $x$  се природни броеви до 100, и определување на бројна вредност на изрази од видот  $a \cdot 5$ ;  $a : 4$ ;  $(a + b) \cdot 3$ ;  $a \cdot b$ ;  $a : b$ .

Дистрибутивен закон.

Множење и делење со броевите 6, 7, 8, 9 и 10. Шестина, осмина и десетина.

Множење и делење со 1. Множење со 0. Делење на нулата и делење на број сам со себе.

Таблица за множење.

Зависност на производот и количникот од компонентите.

Ред на сметковните операции. Употреба на загради. Вон-таблично множење.

2.9. Кружница: центар, радиус.

Зголемување на отсечки на цел број пати.

### 3. МНОЖЕСТВА НА ПРИРОДНИТЕ БРОЕВИ ДО 1000

(60 часа)

3.1. Запознавање, читање и пишување. Месна вредност на цифрите.

3.2. Мерки за должина: километар, метар и милиметар.

Мерки за тежина: тон, килограм, грам.

Единици за мерење на време: година, месец, ден, час, минута и секунда.

3.3. Собирање и одземање на стотки.

Собирање и одземање во рамките на иста стотка.

### III ОДДЕЛЕНИЕ

(6 часа седмично — 210 часа годишно)

#### 1. МНОЖЕСТВА

(18 часа)

1.1. Под множества: симболот  $S$ . Унија и пресек на две и повеќе множества; симболите  $\cup$  и  $\cap$ .

1.2. Натомошно осмислување на сврзниците „и“, „или“ и негацијата „не“.

#### 2. МНОЖЕСТВА НА ПРИРОДНИТЕ БРОЕВИ ДО 1000

(80 часа)

2.1. Собирање и одземање на стотки (повторување). Множење на стотки со едноцифрен број. Делење на стотки со едноцифрен број.

2.2. Кружница: центар, радиус (повторување), тетива, дијаметар.

Графичко собирање и одземање на отсечки.

2.3. Агли; прав, остар и тап агол. Цртање на прав агол.

Триаголник: поим, обележување на темињата и страните. Видови триаголници. Цртање триаголник зададен со три страни. Определување на периметарот.

2.4. Комутативен и асоцијативен закон за собирањето. Дистрибутивност на множењето на сумата со број. Дистрибутивност на делењето според собирањето.

2.5. Правоаголник и квадрат: својства, цртање.

2.6. Собирање и одземање. Множење со едноцифрен множител. Делење со едноцифрен делител.

2.7. Наоѓање вредности на изрази од видот:  $a \pm b$ ;  $(a \pm b) c$ ;  $(a \pm b) : c$ ;  $a \pm bc$ ;  $a \pm b : c$ ; за дадени вредности на буквите  $a$ ,  $b$  и  $c$ .

Решавање на равенки и неравенки од видот  $a \pm x \begin{matrix} \leq \\ > \end{matrix} b$ ;  $x \pm a \begin{matrix} \leq \\ > \end{matrix} b$ ;  $(a + b) - x = c$ ;  $ax = b$ ;  $a : x = b$ ;  $a + x \leq b$ ;  $a + x \geq b$ ;  $a \pm x \leq b$ ;  $a \leq x < b$ ; каде  $a$ ,  $b$  и  $x$  се природни броеви до 1000.

2.8. Рамнина; делови од рамнината, положби на рамнината (хоризонтална, вертикална и коса). Заемна положба на права и рамнина. Заемна положба на точка и рамнина. Заемна положба на две прави што лежат во иста рамнина. Цртање на права паралелна со дадена права. Цртање на права нормална на дадена права.

### 3. РИМСКИ БРОЕВИ ДО 100

(4 часа)

### 4. ПОИМ ЗА ДРОПКИ

(10 часа)

Формирање поим за дробка и решавање на задачи за наоѓање на  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{4}{8}$  и  $\frac{1}{10}$  од даден број.

### 5. МЕРКИ. ПОВЕЌЕИМЕНИ БРОЕВИ

(20 часа)

5.1. Мерки за должина: метар, дециметар, сантиметар, милиметар и километар.

Мерки за маса: килограм, декаграм, грам и квинтал.

Мерки за течност: литар, децилитар, сантититар и килолитар.

5.2. Поим за повеќеимени броеви. Претворање на единици за мерење од повисок ред во единици од понизок ред и обратно, кога повисоката единица се содржи цел број пати во пониската.

5.3. Операции со именувани броеви.

5.4. Заокружување на броевите.

### 6. МНОЖЕСТВО НА ПРИРОДНИТЕ БРОЕВИ ДО 10 000

(60 часа)

6.1. Собирање и одземање.

6.2. Поим за геометриско тело. Облести и раблести тела. Разликување на квадар, коцка, конус, цилиндар и топка.

6.3. Писмено множење со едноцифрен и двоцифрен множител.

6.4. Делење со едноцифрен делител.

6.5. Пправење модели на квадар, коцка и цилиндар по дадени мрежи.

Квадар и коцка: рабови, темиња и страни.

6.6. Определување вредноста на изразот и решавање на равенки и неравенки од видот 2.7. и равенки од видот  $ax + b = c$ ;  $ax + bx = c$ .

## IV ОДДЕЛЕНИЕ

(5 часа седмично — 175 часа годишно)

### 1. МНОЖЕСТВА

(15 часа)

1.1. Преглед на изучените поими и операции со множества. Комутативност и асоцијативност на унијата и пресекот.

1.2. Кардинален број на множества; симболот  $k\{\}$ .

1.3. Подреден пар. Картезиов производ на две множества. Производ на два природни броја како кардинален број на картезиов производ.

1.4. Поим за релации: примери и својства.

### 2. МНОЖЕСТВА НА ПРИРОДНИТЕ БРОЕВИ ДО 1 000 000

(45 часа)

2.1. Читање и пишување и подреденост.

2.2. Агол: прав, остар и тап (повторување). Мерење на англи. Употреба на агломер.

Триаголник: поим и видови (повторување). Цртање триаголник зададен со три страни и со две страни и агол меѓу нив.

2.3. Собирање, одземање, множење и делење на природните броеви до 1 000 000.

Осмислување редот на сметковните операции и употреба на заградата.

Решавање на равенки и неравенки.

2.4. Плоштина и мерки за плоштина. Плоштина на правоаголник.

### 3. МНОЖЕСТВО НА ПРИРОДНИТЕ БРОЕВИ

(97 часа)

3.1. Подреденост, постоење на најмал број и непостоење на најголем број.

3.2. Собирање; изведливост, комутативен и асоцијативен закон (запишување со општи броеви). Нулата како собирок. Зависност на збирот од собирците.

3.3. Одземањето како инверзна операција на собирањето. Одземање на збир и разлика од даден број. Зависност на разликата од компонентите.

3.4. Множење; изведливост, комутативност, асоцијативност и дистрибутивност на множењето според собирањето (запишување со општи броеви). Нулата и бројот 1 како множител. Зависност на производот од компонентите.

3.5. Квадар и коцка: цртање мрежи, изработување модели од картон и пресметување на плоштина.

3.6. Делење како инверзна операција на множењето. Делење со единица. Делење на број сам со себе. Делење на нулата. Зависност на количникот од компонентите.

Определување вредности на изрази и решавање на равенки и неравенки.

## ОБЈАСНЕНИЕ НА ПРОГРАМАТА

### I.

Наставната програма е резултат на повеќегодишно проучување на одделни модели за осовременување на наставата по математика во основното училиште во нашата земја и странство, кои се темелат врз добиените резултати од опстојни психолошко-педагошки истражувања. Нејзината основна карактеристика е низ наставата по математика учениците да се воведат во основните концепции, идеи, методи, јазик и барања на современата математика, што е неопходно во сегашнава етапа на развитокот на современата наука, техниката и производството. Тоа се остварува со внесување такви наставни содржини во програмата што го карактеризираат современиот стадиум на математиката, при што значајна улога ќе одиграат и современите методи на работа, што го овозможуваат новите содржини, а кои ќе се применуваат и на постојниот наставен материјал.

Значајно место во програмата му е дадено на изучувањето на елементите од теоријата на множествата. Со тоа не се цели да се изградува специјална теорија на множествата, туку врз голем број блиски примери децата да се запознаат со поимот множество и операциите со множествата, што ќе им користи за формирање на повеќе апстрактни поими. Покрај тоа, со воведувањето на елементи од множествата се создаваат можности за организирана игра, за создавање проблемски ситуации и донесување на повеќе заклучоци со што се придонесува за развивање на мислењето на детето уште од раната возраст.

Централно место во наставата по математика во првите 5 одделенија зазема изучувањето на природните броеви и операциите со нив.

Во I одделение природниот број се предвидува да се воведат како својство на класа еквивалентни конечни множества, а во V одделение и како кардинален број на конечни множества.

Поимот на збир на два броја се воведува врз база на поимот на унија на две дисјунктни множества, а поимот за одземање како инверзна операција на собирањето и врз база на дополнување на едно множество до друго.

Поимот за производ на два броја се предвидува да се воведат во II одделение, врз база на унија на еквивалентни множества, а во IV и V одделение и врз база на кардинален број на Декартов производ. Поимот делење да се воведат како инверзна операција на множењето.

Особено внимание треба да се обрне на операциите со 1 и 0.

Писменото и усното сметање со броевите се предвидува да се работи паралелно.

Комутативниот и асоцијативниот закон за собирање започнува да се уочува уште во I одделение, а комутативниот и асоцијативниот закон за множење и дистрибутивниот закон од II

одделение, без да се употребуваат термините. Со усвојувањето на овие закони и со нивната употреба за изнаоѓање на порационални начини за решавање на одделни задачи се продолжува на ист начин и во III одделение, за да може во IV и V одделение сосем да се осмислат со употреба на термини и буквена симболика.

При решавањето на бројни изрази, уште од II одделение, изведувањето на редот на сметковните операции да се извршува согласно со усвоените правила во математиката.

Новина во оваа програма е и воведувањето од I одделение на знаците „поголемо од“ ( $>$ ), „помало од“ ( $<$ ), „еднакво на“ ( $=$ ) и „различно од“ ( $\neq$ ), буквата како број и решавањето на равенки и неравенки. Тоа се воведува пред сè со цел подлабоко да се усвои множеството на природните броеви и операциите со нив.

Со решавањето на равенки и неравенки, врз основа на својствата на сметковните операции, се продолжува до VII одделение, што ќе даде голем придонес за осмислување на операциите во множеството на дробните, целите и рационалните броеви.

Во VIII одделение равенките и неравенките ќе се решаваат врз основа на теоремите за еквивалентност на равенките.

Преку геометрискиот материјал од I—IV одделение учениците ќе се запознаат со определени поими, објекти и ќе се здобијат со определени просторни претстави. Исто така се создаваат можности за решавање и на практични задачи, при што може да се даде голем придонес за осмислување на сметковните операции со природните броеви и законите што важат за нив.

Во V одделение се врши систематизирање, со извесно проширување на изучениот геометриски материјал од I—IV одделение. Тука се дава еден нагледен курс што ќе служи како преподвтика за систематскиот курс што е предвидено да започне во VI одделение.

Во VI одделение се воведува и поимот за аксиома и теорема и се предвидува воведување на учениците во доказот. За одделни теореми што претставуваат тешкотија за докажување на учениците во програмата е назначено да се користат без доказ.

Новина во програмава по геометрија е што се предвидени за обработка и геометриските трансформации: транслација, ротација, симетрија и сличност. Тоа треба да помогне за посовремено третирање на курсот по геометрија и за полесно докажување на одделни теореми.

## II.

Во текот на секое полугодие учениците од III до VIII одделение треба да изработат по 2 училишни писмени работи. За писмените работи и поправките во III и IV одделение се предвидени по 8 наставни часа, а од V до VIII одделение по 10 наставни часа. Секоја писмена работа се реализира на еден наставен час, а поправката на еден наставен час во III и IV одделение



и на 1—2 наставни часа од V до VIII одделение. Останатиот годишен фонд на наставните часови, соодветен за секое одделение, е распределен на програмските теми и по 10 часови резерва за секое одделение, освен за V и VI одделение, каде се предвидени по 8 часа.

Бројот на часовите предвиден за секоја програмска тема е, ориентационен број на наставни часови за обработка на соодветната тема.

Часовите за резерва може да се користат за полугодишно и годишно повторување, давање тестови на знаење и за зголемување бројот на часовите на некоја тема при нејзината реализација.

### III.

При реализацијата на поставените цели и задачи на наставната програма, дел од наставниот материјал треба да се усвои на степен на автоматизација, дел на степен на репродукција и дел на степен на препознавање.

За некое знаење, вештина и навика се вели дека се усвоени на степен на автоматизација ако учениците се оспособени да се служат со нив брзо и точно. Во наставата по математика определени знаења, навик и вештини треба релативно брзо и точно да се применат, посебно при решавање и на посложени задачи. Знаењата усвоени на степен на автоматизација се основни знаења и се неопходни за усвојување на нови знаења.

Наставниот материјал е усвоен на степен на репродукција ако ученикот може самостојно да ги репродуцира усвоените правила и законитости и ако умее да ги применува во практиката.

Материјалот усвоен на степен на препознавање ученикот не може да го репродуцира, ниту да го примени, но може да го уочи и препознае меѓу фактите за кои не добил никакви знаења.

На степен на автоматизација треба да се обработат следниве наставни содржини:

- I одделение: Собирање и одземање до 20.
- II „ Множење и делење до 100.
- III „ Алгоритмите за писмено собирање, одземање, множење и делење до 1 000.
- IV „ Алгоритмите за писмено собирање, одземање, множење и делење до 1 000.000.
- V „ Решавање равенки и неравенки во множеството  $N$  и во множество на децималните броеви. Единиците мерки.
- VI „ Операции со дробки, операции во множеството на целите броеви. Основни геометриски конструкции
- VII „ Алгоритмите за бином на квадрат, разлика од квадрат, пресметување на квадратен корен од посебни броеви. Питагорова теорема.
- VIII „ Функции. Равенки од I степен; плоштина, волумен и коса проекција на геометриски тела.

**Универзитет „Св. Кирил и Методиј” - Скопје**

**ФИЛОЗОФСКИ ФАКУЛТЕТ - СКОПЈЕ**

**ИНСТИТУТ ЗА ПЕДАГОГИЈА**

Весна Макашевска

**МАГИСТЕРСКИ ТРУД: МЕТОДИЧКИТЕ АСПЕКТИ НА ТЕОРИЈАТА  
НА МНОЖЕСТВАТА**

**ПРАШАЛНИК**

**За наставници од одделенска настава**

Име и презиме \_\_\_\_\_

Вработен во ОУ \_\_\_\_\_

Место \_\_\_\_\_

Завршено образование \_\_\_\_\_

Работно искуство \_\_\_\_\_

Скопје, април 2001 година

**Драги колеги,**

Со ова истражување имаме за цел да ги проучиме ефектите од воведувањето на елементи од теоријата на множествата во наставната програма по математика за одделенската настава на основното образование од учебната 1973/74 година наваму, од аспект на усогласувањето на наставата со доминантните идеи во математичката наука (промените во содржината на наставата), промените во методиката на наставата и нејзиното засновување на достигнатиот степен во развојот на педагошката и психолошката наука, учебничката литература и дидактичките материјали.

Сознанија за овој проблем треба да добиеме со проучување на постојната документација (наставните планови и програми, нормативните акти, статистички показатели, заклучоци на меѓународни организации за наставата по математика досега реализирани проекти во врска со овој проблем), учебната и прирачната литература.

Меѓутоа, определени сознанија, мошне значајни за проектот, можат да се добијат и од наставници за одделенска настава, кои реализирале настава во периодот од учебната 1966/67 до 1981/82 година, односно кои извеле барем две генерации пред воведувањето на содржини од теорија на множествата и две генерации според наставна програма во која тие се застапени, како и од инструктори за стручно и методичко оспособување на наставниците за реализација на наставата според наставната програма усвоена во 1972 година.

Мислењата на овие наставнички кадри сакаме да ги добиеме преку анкетирање и интервјуирање, односно со инструментите: Прашалник и Неструктурирано интервју.

## Упатство за пополнување на прашалникот

За поедноставна обработка на одговорите на прашањата оценувањето на одделните аспекти на проблемот што го истражуваме се врши со скала од 2,3,4 и 5 можности.

Скалата со 5 можности ги има следниве квалитети:

- 5 - одличен (квалитет изразен максимално)
- 4 - многу добар (квалитет што е изразен солидно)
- 3 - добар (квалитет што е изразен средно)
- 2 - доволен (квалитет што е изразен минимално)
- 1 - недоволен (нема основа за позитивна оценка на квалитетот).

Доколку на прашањата е понудена скала со 5 одговори, вие ја заокружувате онаа оценка што одговара на интензитетот на Вашиот суд. На пример:

2. Вашата оценка за нивото на стручната подготовка за реализација на содржините од теорија на множествата:

5                      4                      3                      2                      1

Во прашалникот се дадени неколку прашања на кои се понудени одговори со 3 или 4 можности. На овие прашања одговарате со заокружување на буквата пред одговорот кој што најмногу одговара на Вашиот суд. На пример:

6. Дали, според Вашето мислење, содржините од теоријата на множествата придонесоа да се зголеми интересот на учениците за математиката?

- а) придонесоа во голема мера,
- б) придонесот може да се оцени како добар,
- в) придонесоа на задоволително ниво,
- г) не придонесоа.

На ист начин се одговара и на прашањата со 3 одговори.

Дел од прашањата се со две алтернативи: ДА или НЕ. На овие прашања се одговара со заокружување на одговорот кој е во согласност со Вашиот став. На пример:

8. Дали, според Вашето мислење, во Наставната програма по математика од 1972 година имаше содржини кои учениците ги совладуваат со големи тешкотии?

ДА

НЕ

За некои од овие прашања се бара и образложение на Вашиот суд. Тоа треба да го напишете кратко, со директно образложение на судот и со наведување на фактите врз кои се засновува тој суд.

## ПРАШАЛНИК

1. ДАЛИ РЕДОВНО ГИ ПОСЕТУВАТЕ КУРСЕВИТЕ И СЕМИНАРИТЕ ЗА СТРУЧНА И МЕТОДИЧКА ПОДГОТОВКА ЗА РЕАЛИЗАЦИЈА НА СОДРЖИНИТЕ ОД ТЕОРИЈАТА НА МНОЖЕСТВАТА ?

ДА

НЕ

(Заокружете го одговорот што е во согласност со Вашето мислење)

1.1. Доколку на ова прашање сте одговориле со НЕ, наведете ги причините за тоа.

---

---

---

2. ВАШАТА ОЦЕНКА ЗА НИВОТО НА СТРУЧНАТА ПОДГОТОВКА ЗА РЕАЛИЗАЦИЈА НА СОДРЖИНИТЕ ОД ТЕОРИЈАТА НА МНОЖЕСТВА Е:

5

4

3

2

1

(Заокружете го одговорот што е во согласност со Вашето мислење)

2.1. Доколку на ова прашање сте одговориле со 1 или со 2, образложете го Вашиот став.

---

---

---

---



3. ВАШАТА ОЦЕНКА ЗА НИВОТО НА МЕТОДИЧКАТА ПОДГОТОВКА ЗА РЕАЛИЗАЦИЈА НА НАСТАВНАТА ПРОГРАМА ОД 1972 ГОДИНА:

5                      4                      3                      2                      1

(Заокружете го одговорот што е во согласност со Вашето мислење)

3.1. Доколку на ова прашање сте одговориле со 1 или со 2, образложете го Вашиот став.

---

---

4. ВАШАТА ОЦЕНКА ЗА СВОЈАТА ПОДГОТВЕНОСТ ЗА ПРИМЕНА НА УЧЕБНИЦИТЕ ИЗРАБОТЕНИ СПОРЕД НОВАТА НАСТАВНА ПРОГРАМА Е:

- а) бев мошне успешно подготвен;
- б) подготовката беше добра;
- в) подготовката може да се оцени како задоволителна;
- г) подготовката не беше доволна.

(Заокружете го одговорот што е во согласност со Вашето мислење).

4.1. Доколку на ова прашање сте одговориле со г) образложете го Вашиот став.

---

---

5. КАКО ЛИЧНО ГО ДОЖИВЕАВТЕ ВОВЕДУВАЊЕТО НА СОДРЖИНИТЕ ОД ТЕОРИЈАТА НА МНОЖЕСТВА ВО НАСТАВНАТА ПРОГРАМА ПО МАТЕМАТИКА?

- а) со чувство на задоволство;
- б) мошне внимателно и заинтересирано;
- в) со сериозна дилема;
- г) со одбивност кон новите содржини.

(Заокружете го одговорот што е во согласност со Вашиот став)

5.1. Доколку на ова прашање сте одговориле со в) или г) образложете го Вашиот став.

в) \_\_\_\_\_

г) \_\_\_\_\_

6. ДАЛИ, СПОРЕД ВАШЕТО МИСЛЕЊЕ, СОДРЖИНИТЕ ОД ТЕОРИЈАТА НА МНОЖЕСТВАТА ПРИДОНЕСОА ДА СЕ ЗГОЛЕМИ ИНТЕРЕСОТ НА УЧЕНИЦИТЕ ЗА МАТЕМАТИКАТА?

- а) придонесоа во голема мера;
- б) придонесот може да се оцени како добар;
- в) придонесоа на задоволително ниво;
- г) не придонесоа.

(Заокружете го одговорот што е во согласност со Вашето мислење)

6.1. Доколку на ова прашање сте одговориле со г), образложете го Вашето мислење.

7. ДАЛИ, СПОРЕД ВАШЕТО МИСЛЕЊЕ, СО ВОВЕДУВАЊЕТО НА СОДРЖИНИТЕ ОД ТЕОРИЈА НА МНОЖЕСТВАТА УСПЕХОТ НА УЧЕНИЦИТЕ ПО МАТЕМАТИКА СЕ ПРОМЕНИ?

- а) се подобри;
- б) остана ист;
- в) се намали.

(Заокружете го одговорот што е во согласност со Вашето мислење)

7.1. Доколку на ова прашање сте одговориле со в), образложете го Вашето мислење.

8. ДАЛИ, СПОРЕД ВАШЕТО МИСЛЕЊЕ, ВО НАСТАВНАТА ПРОГРАМА ПО МАТЕМАТИКА ОД 1972 ГОДИНА ИМАШЕ СОДРЖИНИ КОИ УЧЕНИЦИТЕ ГИ СОВЛАДУВАА СО ГОЛЕМИ ТЕШКОТИИ?

ДА

НЕ

(Заокружете го одговорот што е во согласност со Вашето мислење)

8.1. Доколку на ова прашање сте одговориле со ДА, наведете ги тие содржини.

---

---

---

9. ВО КОЈА НАСОКА, СПОРЕД ВАШАТА ОЦЕНКА, СЕ ПОДОБРИ НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА ПО УЧЕБНАТА 1973/74 ГОДИНА?

А. Во однос на содржината на наставата по математика:

ДА

НЕ

Б. Во однос на методиката на наставата по математика:

ДА

НЕ

В. Во однос на учебната литература:

ДА

НЕ

9.1. Доколку на некое од поставените прашања сте одговориле со НЕ, образложете го Вашиот став.

А. \_\_\_\_\_

Б. \_\_\_\_\_

В. \_\_\_\_\_

Г. \_\_\_\_\_

10. ДАЛИ, ВОВЕДУВАЊЕТО СОДРЖИНИ ОД ТЕОРИЈАТА НА МНОЖЕСТВАТА ВО НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА БЕШЕ ПРОСЛЕДЕНО СО КОРИСТЕЊЕ НА СООДВЕТЕН ДИДАКТИЧКИ МАТЕРИЈАЛ?

ДА

НЕ

10.1. Доколку на ова прашање сте одговориле со ДА оценете го нивниот придонес за квалитетот на наставата со:

5

4

3

2

1

10.2. Доколку на ова прашање сте одговориле со НЕ, образложете го Вашиот одговор.

11. КОИ ФОРМИ НА НАСТАВНА РАБОТА ГИ ПРИМЕНУВАВТЕ ВО НАСТАВАТА?

- а) фронтална форма,
- б) индивидуална форма,
- в) работа во парови
- г) групна форма.

(Заокружете ги сите форми што сте ги применувале)

11.1. Подредете ги наставните форми според зачестеноста на примената, со запишување во круговите на броевите од 1 до 4?

- фронтална форма,
- индивидуална форма,
- работа во парови
- групна форма.

12. ДАЛИ, НОВАТА НАСТАВНА ПРОГРАМА ПРИДОНЕСЕ ЗА ЗГОЛЕМУВАЊЕ НА АКТИВНОТО УЧЕСТВО НА УЧЕНИЦИТЕ ВО НАСТАВАТА?

- а) придонесе во голема мера,
- б) придонесот може да се оцени како задоволителен,
- в) не придонесе.

(Заокружете го одговорот што е во согласност со Вашето мислење)

12.1. Доколку на ова прашање сте одговориле со а), образложете го Вашиот одговор.

---

---

---

13. ДАЛИ НОВАТА НАСТАВНА ПРОГРАМА ОД 1972 ГОДИНА СОЗДАВА ПОГОЛЕМИ МОЖНОСТИ ЗА САМОСТОЈНА РАБОТА НА УЧЕНИЦИТЕ ВО НАСТАВАТА, ВО ОДНОС НА ПРЕТХОДНАТА ПРОГРАМА?

ДА

НЕ

(Заокружете го одговорот што е во согласност со Вашето мислење)

14. ВО КОЛКАВА МЕРА НОВАТА НАСТАВНА ПРОГРАМА ПРИДОНЕСУВА ЗА РАЗВОЈ НА МИСЛЕЊЕТО НА УЧЕНИЦИТЕ?

- а) придонесува во голема мера;
- б) придонесот може да се оцени како добар;
- в) придонесува на задоволително ниво;
- г) придонесот може да се оцени како минимален.

(Заокружете го одговорот што е во согласност со Вашето мислење)

14.1. Доколку на ова прашање сте одговориле со г), образложете го Вашиот став.

---

15. ДАЛИ СОДРЖИНИТЕ ОД МНОЖЕСТВАТА ПРИДОНЕСУВАА ЗА ЗГОЛЕМУВАЊЕ НА КРЕАТИВНОСТА НА УЧЕНИЦИТЕ ВО НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА?

- а) придонесуваа во голема мера,
- б) придонесот може да се оцени како добар,
- в) придонесот може да се оцени како минимален.

(Заокружете го одговорот што е во согласност со Вашето мислење)

15.1. Доколку на ова прашање сте одговориле со в), образложете го Вашиот став.



16. КАКО ГО ОЦЕНУВАТЕ СПРОВЕДУВАЊЕТО НА ВКУПНАТА РЕФОРМА ВО НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА?

- а) таа е спроведена многу успешно;
- б) спроведена е успешно
- в) спроведена е на задоволително ниво,
- г) не е спроведена успешно.

(Заокружете го одговорот што е во согласност со Вашиот став)

16.1. Доколку на ова прашање сте одговориле со а) или со в), образложете го Вашиот став.

---

---

---

17. КАКО ГИ ОЦЕНУВАТЕ ВКУПНИТЕ ЕФЕКТИ ОД ИМПЛЕМЕНТАЦИЈАТА НА СОДРЖИНИ ОД ТЕОРИЈАТА НА МНОЖЕСТВАТА ВО НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА ОД И ДО ИВ ОДДЕЛЕНИЕ?

- а) ефектите се големи,
- а) ефектите се добри,
- в) ефектите можат да се оценат како задоволителни,
- г) ефектите се минимални.

(Заокружете го одговорот што е во согласност со Вашиот став)

17.1. Доколку на ова прашање сте одговориле со г), образложете го Вашиот став.

---

---

---

18. ДАЛИ, СПОРЕД ВАШЕТО МИСЛЕЊЕ, ПРОМЕНИТЕ НА ПРОГРАМАТА ШТО СЕ ВРШЕНИ ПОДОЦНА (во 1980, 1985 и 1997 година) ПРИДОНЕСОА ЗА ПОДОБРУВАЊЕ НА НЕЈЗИНИОТ КВАЛИТЕТ?

- а) придонесоа во голема мера,
- б) придонесот може да се оцени како задоволителен,
- в) не придонесоа.

(Заокружете го одговорот што е во согласност со Вашиот став)

18.1. Доколку на ова прашање сте одговориле со в), образложете го Вашиот став.

---

---

---

**Ви благодариме за соработката!**

## ИНТЕРВЈУ СО ИНСТРУКТОРИ ПО МАТЕМАТИКА КОИ ГИ РЕАЛИЗИРАА СЕМИНАРИТЕ СО УЧИТЕЛИТЕ ОД 1974 ДО 1978 ГОДИНА

Одредени сознанија за подготовките за реформата на наставата по математика во 70-тите години на 20 век, што се однесуваат на стручната подготовка на наставниот кадар, добивме од инструктори за наставата по математика, кои учествуваа во реализацијата на стручната подготовка на наставниците.

Иван Трајков

Во времето кога бев избран за инструктор за наставата по математика работев како професор по математика во гимназијата „Раде Јовчевски - Корчагинее во Скопје, а во исто време бев и надворешен соработник на Градскиот завод за унапредување на школството - Скопје.

Во 70-тите години на 20 век кај нас започнаа сериозни активности за реформа на наставата по математика, на сите степени на образование. Во тие активности земаа учество Друштвото на математичарите и физичарите, математичкиот институт со нумерички центар при Универзитетот во Скопје, Педагошките академии, како и заводите за школство од Македонија.

Подготовките за реформа на наставата по математика во основното образование започнаа уште во 1972 година, со изготвување на наставната програма. Еден од најсериозните проблеми на реформата беше подготовката на наставниот кадар за реализација на содржините од математичка логика и теорија на множествата. Таа подготовка се остваруваше со претходно подготвени инструктори, кои подоцна ги реализираа семинарите со наставниот кадар.

Инструкторите посетуваа семинар во траење од 15 дена, на кој слушаа предавања од математичка логика и теорија на множествата. За предавач на семинарот беше ангажиран д-р Кирил Стојменовски, професор по математика на технолошкиот факултет. За посетителите на семинарот беше обезбедена следнава литература:

1. Елементи од математичка логика и теорија на множествата, од Роберт Ансаров и Методија Трајковски, издадена од „Просветно дело“ - Скопје, 1973 година;

2. Елементи од современата математика, од Радивоје Деспотовиќ и Велимир Сатировиќ, издадена од меѓуопштинскиот просветно - педагошки завод во Нови Сад во 1974 година;

3. Методички прирачник за некои прашања на почетната настава по математика, од В. Пенавик, Р. Детатовиќ, В. Сотировиќ и Д. Литовац, издадена од меѓуопштинскиот просветно-педагошки завод во Нови Сад во 1974 година.

Оваа литература многу помогна за успешната реализација на семинарите со инструкторите.

Семинарите со наставниот кадар започнаа во јануари 1974 година, а на нив беа опфатени сите одделенски наставници кои во учебната 1974/75 година реализираа настава во I одделение и така се до 1977 година, кога беа опфатени сите наставници кои реализираа настава од I до IV одделение.

Семинарите беа мошне добро организирани и реализирани. Посетителите на семинарите им пријдоа со голема сериозност и одговорност, поради што и постигнатиот успех беше солиден. Тоа може да се согледа од испитите на крајот на семинарот, кои посетителите успешно ги полагаа. Меѓутоа, позначаен показател е успешното реализирање на наставната програма од страна на наставниците од одделенската настава.

### Методија Трајковски

Во периодот кога се подготвуваше реформата на наставата по математика јас бев советник по математика во Заводот за школство во Прилеп. Следејќи ги случувањата на полето на наставата по математика на сите степени на образование во светот и кај нас, потребата од реформа на наставата по математика ја почувствував како нужност, пред се од причина што содржината на наставата треба да се усогласи со доминантните идеи во математичката наука математичка логика, математички структури, теорија на множества и др. Тогаш почнав подлабоко да ги проучувам математичката логика и теоријата на множества.

Со изборот за инструктор за наставата по математика уште повеќе се ангажирав во проучувањето на наведените подрачја од математиката и посебно преку семинарот што го организираше Републичкиот завод за школство во септември 1973 година.

Проблемот на недостигот на соодветна литература беше надминат во соработка со Меѓуопштинскиот просветно - педагошки завод од Нови Сад, како и со издавање на една книга од домашни автори.

Според мојата оценка семинарот за оспособување на инструкторите беше мошне сериозно организиран и успешно реализиран. Тоа се покажа при вреднувањето на наставната програма, каде сите испитаници се искажуваат дека стручната подготовка, здобиена преку семинарите им е сосема доволна за успешно изведување на наставата. Тоа значи дека семинарите организирани со одделенските наставници беа мошне успешни, а со тоа беше остварена една од основните претпоставки за успешно спроведување на реформата.

Одредени проблеми се појавуваат во методичката подготовка на наставниците, затоа што немаше поконкретни практични искуства од тоа подрачје. Покрај тоа дојде до одредени промени во методичката обработка на калсичните содржини, особено при воведувањето на природните броеви и операциите сос нив. Овој проблем беше надминат со издавањето на учебниците и дидактичките средства.

По завршувањето на семинарите наставниците полагаа испит со кој се стекнуваа со право и понатаму да изведуваат настава. Тоа предизвика реакции кај одреден број посетители на семинарите, но и тој проблем беше

брзо надминат. Резултатите од истите беа на завидно ниво, што претставуваше уште едно охрабрување пред реализацијата на реформата.

Од следењето на реализацијата на новата наставна програма и методичките семинари што ги реализиравме подоцна (од 1974/75 до 1977/78 учебна година) може да се констатира дека реформите на наставата по математика се остваруваше мошне успешно пред се поради следново:

- наставната програма беше добро прифатена од практиката и ги имаше потребните дидактички квалитети, што се потврди со нејзиното вреднување,

- учебната и прирачната литература за наставниците и учениците, како и дидактичкиот материјал беа мошне успешно изработени, што исто така се потврди со нивното вреднување,

- наставниот кадар беше мошне успешно подготвен за реализација на новите содржини, што се покажа на испитите после одржаните семинари, како и од искажувањата на наставниците при вреднувањето на наставната програма.

### Димитар Цицев

При крајот на 60-тите и почетокот на 70-тите години на минатиот век во светот и кај нас започнаа сериозни движења за реформа на наставата по математика. Како основна причина за тоа се наведувааше неусогласеноста на содржината на наставата по математика со математичката наука. Поконкретно во современата математичка наука доминираа множествата математичките структури, математичката логика, а во наставата по математика беа застапени само класични содржини.

Овие проблеми во Македонија станаа прилично актуелни од 1969 година, а активностите во врска со нив завршија со изготвување на предлог-програма во 1971 година, која беше дадена на јавна расправа.

Поконкретни сознанија за реформата имаме од подготовките на наставниот кадар бидејќи во 1973 година бев избран за инструктор по математика. Бидејќи во редовното школување не изучувавме математичка логика и теорија на множества, избраните инструктори посетувавме семинар на кој ги изучувавме тие содржини, а предавачи ни беа професори од Универзитетот „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје. Семинарот беше мошне добро организиран и успешно реализиран. Литература беше обезбедена од домашни автори и од други центри во тогашна СФР Југославија. Покрај содржините од математичка логика и теорија на множества, на семинарот беа застапени и содржини од методика на наставата по математика.

Семинарите со одделенските наставници започнаа во 1974 година и траеја се до 1977 година, зависно од динамиката на воведувањето на наставната програма. Со семинарите беа опфатени сите наставници од одделенска настава (со завршена учителска школа, односно педагошка академија). Посетителите на семинарите покажуваа голем интерес за новите наставни содржини и за нивната методичка интерпретација, затоа не изостана и успехот што го постигнаа. Имено, по завршувањето на семинарот беше

спроведено тестирање на посетителите, а резултатите од тестот беа мошне солидни. Како потврда за успешноста на тестот може да се послужат и резултатите од вреднувањето на наставната програма, каде испитаниците се искажуваа мошне позитивно за нивната стручна и методичка подготовка за реализација на наставата.

Семинари и советувања во врска со содржината на наставата и методиката на наставната работа се одржуваа до учебната 1977/78 година, кога и последната генерација наставници се вклучи во реализација новата наставна програма. Меѓутоа, подоцна тоа беше следена од заводите за унапредување на школството, беа држани советувања во врска со првичните искуства од реализација на програмата и врз основа на тие сознанија во 1983 година беше извршена корекција на наставната програма, со изоставане од неа на содржини кои учениците ги совладуваа со големи тешкотии.

Според мојата оценка реформата на наставата по математика од 70-тите години на 20-тиот век беше мошне успешно спроведена, како во однос на содржините на наставниот кадар, учебната и прирачната литература и дидактичкиот материјал.



## СОДРЖИНА

Вовед.....	1
1. ТЕОРИСКИ ПРИСТАП КОН ПРОБЛЕМОТ НА ИСТРАЖУВАЊЕ.....	4
1.1. Некои карактеристики на развојот на математичката наука.....	4
1.2. Тенденции за реформа на наставата по математика....	8
2. ПРОБЛЕМОТ НА МЕТОДИКАТА НА НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА.....	28
2.1. Педагошки и психолошки основи на изградувањето на методиката на наставата по математика.....	28
3. ИЗГРАДУВАЊЕ НА МЕТОДИКАТА НА НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА.....	47
3.1. Цели на наставата по математика.....	47
3.2. Содржина на почетната настава по математика.....	50
3.3. Усогласување на методиката на наставата по математика со современите идеи во математичката наука.....	54
3.3.1. Зошто во наставата по математика треба да се поаѓа од множества?.....	56
3.3.2. Процесно-изведен акт за разбирање на множествата..	60
3.3.3. Воведување на поимот природен број.....	68
3.3.4. Воведување на операциите со природни броеви.....	74
4. ИМПЛЕМЕНТАЦИЈА НА ТЕОРИЈАТА НА МНОЖЕСТВАТА ВО НАСТАВНАТА ПРАКТИКА ВО РЕПУБЛИКА МАКЕДОНИЈА.....	79
4.1. Воведување на елементи од теоријата на множествата во наставната програма по математика за одделенската настава на основното образование...	79
4.2. Содржина на наставната програма.....	81
4.3. Некои карактеристики на наставната програма.....	83
4.4. Проект за реализација на програмата.....	85
4.4.1. Подготовки на наставната програма.....	86
4.4.2. Учебна и прирачна литература.....	91
5. РЕФЛЕКСИЈА НА ТЕОРИЈАТА НА МНОЖЕСТВАТА ВО НАСТАВНАТА ПРАКТИКА.....	
5.1. Воведување на новата наставна програма во	

практиката.....	96
5.2. Промени во концепцијата на учебната литература.....	98
5.3. Следење и вреднување на наставната програма.....	102
6. МЕТОДОЛОГИЈА НА ИСТРАЖУВАЊЕТО.....	102
6.1. Предмет на истражувањето.....	103
6.2. Дефинирање на основните поими.....	103
6.3. Цел и задачи на истражувањето.....	104
6.4. Хипотези на истражувањето.....	105
6.5. Значење на истражувањето.....	106
6.6. Методи и техники на истражувањето.....	106
6.7. Примерок на истражувањето.....	107
6.8. Статистичка обработка на податоците.....	
7. РЕЗУЛТАТИ ОД ИСТРАЖУВАЊЕТО	
7.1. Резултати од анкетата со наставниците за одделенска настава.....	110
7.2. Интервју со инструктори за наставата по математика..	125
ЗАКЛУЧОК.....	127
ЛИТЕРАТУРА.....	138
ПРИЛОЗИ.....	142