

**ДГКМ**  
ДРУШТВО НА  
ГРАДЕЖНИТЕ  
КОНСТРУКТОРИ НА  
МАКЕДОНИЈА

Партизански одреди 24,  
П.Фах 560, 1001 Скопје  
Македонија

**MASE**  
MACEDONIAN  
ASSOCIATION OF  
STRUCTURAL  
ENGINEERS

Partizanski odredi 24,  
P. Box 560, 1001 Skopje  
Macedonia

**ЧК-2**

mase@gf.ukim.edu.mk  
<http://www.mase.org.mk>

Денис ПОПОВСКИ<sup>1</sup>, Миле ПАРТИКОВ<sup>3</sup>, Петар ЦВЕТАНОВСКИ<sup>3</sup>, Атанас ФИЛИПОВСКИ<sup>2</sup>

## ПРЕСМЕТУВАЊЕ НА ЦЕНТРИЧНО ПРИТИСНАТ ЕЛЕМЕНТ ПРЕМА ЕВРОКОД 9

### РЕЗИМЕ

Во трудот презентирана е примената на центрично притиснати столбови кај алуминиумските конструкции. Дадени се основните изрази за пресметка на носивост во согласност ЕС9: дел 1-1 Генерални конструктивни правила, глава 6: Гранична носивост на елементите, дел 6.3.1: Притиснати елементи. Објаснета е процедурата за пресметка на центрично притиснат елемент за два генерални видови на попречни пресеци, екструдирани и заварени. Исто така изработени се и два нумерички примери за екструдирани и заварени “Н” профил.

*Клучни зборови: столб, притиснат елемент, алуминиумски конструкции*

Denis POPOVSKI<sup>1</sup>, Mile PARTIKOV<sup>2</sup>, Petar CVETANOVSKI<sup>3</sup>, Atanas FILIPOVSKI<sup>4</sup>

## CALCULATION OF COMPRESSED MEMBER ACCORDING TO EUROCODE 9

### SUMMARY

This article presents the specifics use of compressed columns in aluminium structures. The basic expressions for design resistance calculation of compressed aluminium columns are in accordance with EC9: part 1-1 General structural rules, Chapter 6: Ultimate limit states for members, Subchapter 6.3.1: Members in compression. There is explanation of the procedure for calculating the compressed member with two general types of cross sections, extruded and welded. In this article, also, there are two numerical examples for extruded and welded “H” profile.

*Keywords: column, compressed member, aluminium structures*

<sup>1</sup> Assist. MSc, Faculty of Civil Engineering, University “Ss. Cyril and Methodius”, Skopje, Republic of Macedonia, [popovski@gf.ukim.edu.mk](mailto:popovski@gf.ukim.edu.mk)

<sup>2</sup> Assist. MSc, Faculty of Civil Engineering, University “Ss. Cyril and Methodius”, Skopje, Republic of Macedonia, [partikov@gf.ukim.edu.mk](mailto:partikov@gf.ukim.edu.mk)

<sup>3</sup> Prof. PhD, Faculty of Civil Engineering, University “Ss. Cyril and Methodius”, Skopje, Republic of Macedonia, [cvetanovski@gf.ukim.edu.mk](mailto:cvetanovski@gf.ukim.edu.mk)

<sup>4</sup> Prof. PhD, Faculty of Civil Engineering, University “Ss. Cyril and Methodius”, Skopje, Republic of Macedonia, [filipovski@gf.ukim.edu.mk](mailto:filipovski@gf.ukim.edu.mk)

## 1. ВОВЕД

Алуминиумот како конструктивен материјал се повеќе зема замав во градежното инженерство. Следејќи го современиот тренд на користење на нови материјали во градежништвото на Катедрата за метални конструкции при Градежниот факултет во Скопје отворен е нов изборен предмет “Алуминиумски конструкции“ кој во својата програма ги разработува правилата од Еврокод 9: Проектирање на алуминиумски конструкции.

Алуминиумот како конструктивен материјал може да се користи за сите конструктивни елементи како при челичните конструкции. Во овој труд е презентирана пресметката на центрично притиснат алуминиумски столб. При пресметка на алуминиумските конструкции треба да се обрне внимание на изборот на материјал. Во Еврокод 9 прикажени се повеќе видови на легури од алуминиум со соодветни јакосни карактеристики, како и можност за употреба. Секоја од алуминиумските легури има посебна примена за соодветен конструктивен елемент и се произведува во ограничен дијапазон на дебелини, исто така различни алуминиумски легури можат различно да се обликуваат во соодветни попречни пресеци (екструдирање или заварување). За начинот на определување на класата на пресекот авторите веќе имаат изработено соодветни трудови. Пресметката за определување на класата на пресекот, во овој труд, не е прикажана и објаснета, истата е користена како процедура.

## 2. ПРЕСМЕТКА НА ЕЛЕМЕНТОТ

Пресметката во Еврокод 9 за овој проблем е дадена преку коефициент на искористеност помеѓу проектната сила на притисок и проектната носивост при извивање:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1.0$$

$N_{Ed}$  - проектна сила на притисок

Пресметувањето на проектната носивост при извивање се врши према зададениот израз:

$$N_{b,Rd} = \frac{K \cdot \chi \cdot A_{eff} \cdot f_o}{\gamma_{M1}} \text{ - проектна носивост при извивање}$$

каде:

$\chi \leq 1.0$  - коефициент на редукција поради ефектот на извивање.

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1.0$$

$\phi = 0.5[1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_o) + \bar{\lambda}^2]$  каде  $\alpha$  и  $\bar{\lambda}_o$  имаат различни вредности од зависност на материјалот и кривата на извивање.

$\alpha = 0.20$   $\bar{\lambda}_o = 0.10$  - за крива на извивање “А”

$\alpha = 0.32$   $\bar{\lambda}_o = 0.00$  - за крива на извивање “В”

$K$  - коефициент на редукција поради HAZ (heat affected zone) зона на температурно влијание од заварот. Зависи од видот на материјалот на алуминиумската легура и кривата на извивање.

$$K = 1 - \left(1 - \frac{A_1}{A}\right) 10^{-\bar{\lambda}} - \left(0.05 + 0.1 \frac{A_1}{A}\right) \bar{\lambda}^{-1.3(1-\bar{\lambda})} \left. \vphantom{K} \right\} \text{ за крива на извивање “А”}$$

$$A_1 = A - A_{haz}(1 - \rho_{o,haz})$$

$$K = 1.0 \quad \bar{\lambda} \leq 0.2 \left. \vphantom{K} \right\} \text{ за крива на извивање “В”}$$
$$K = 1 + 0.04(4\bar{\lambda})^{(0.5-\bar{\lambda})} - 0.22\bar{\lambda}^{-1.4(1-\bar{\lambda})} \quad \bar{\lambda} > 0.2 \left. \vphantom{K} \right\}$$

$\rho_{o,haz}$  - коеф. на редукција на границата на развлекување на материјалот поради HAZ зоната.

$f_o$  [kN/cm<sup>2</sup>] - граница на развлекување на материјалот

$\gamma_{M1} = 1.10$  - коеф. на сигурност на пресметаната вредност на проектна носивост при извивање

Витоста и специфичната витост се пресметуваат према зададените изрази:

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda_i}{\lambda_v} = \sqrt{\frac{A_{eff} f_o}{N_{cr}}} = \frac{L_{cr}}{i_{min} \pi} \sqrt{\frac{A_{eff} f_o}{A E}}$$

$$\lambda_i = \frac{L_{cr}}{i_{min}} = \frac{k \cdot L}{i_{min}}, \quad \lambda_v = \pi \sqrt{\frac{A_{eff} E}{A f_o}}$$

$L_{cr} = k \cdot L$  - должина на извивање

$k = 0.7 \div 2.0$  - коефициент кој ја определува должината на извивање и зависи од начинот на потпирање (лежиштата) на двата краја од притиснатиот елемент (види Слика 1).

Видови на потпирање (лежишта) на двата краја	k	Скица
Вкleshтување од двата краја	0.70	
Вкleshтување од едниот, неподвижен зглоб од другиот крај	0.85	
Неподвижен зглоб (слободно потпрен) од двата краја	1.00	
Вкleshтување од едниот, подвижно вкleshтување од другиот крај	1.25	
Вкleshтување од едниот, подвижно и еластично вкleshтување од другиот крај	1.50	
Вкleshтување од едниот крај (конзола)	2.00	

Табела 1. Вредности на “k” во зависност од потпирањето на столбот (лежиштата) на двата краја

$E$  - модул на еластичност на алуминиумот

$i_{min}$  - минимален радиус на инерција

$A_{eff}$  - ефективна површина (во случаи и редуцирана)

$A$  - бруто површина на пресекот

Воколку попречниот пресек спаѓа во класа 4, тогаш се работи со ефективна површина ( $A_{eff}$ ), наместо со бруто (реалната) површина ( $A$ )

Ефективната површина се добива со редуција на дебелината на сидовите од елементите од кои е составен попречниот пресек, преку употреба на коефициент на редуција  $\rho_c$ .

На пример:  $A = b \cdot t$ ,  $A_{eff} = b \cdot t \cdot \rho_c$ , каде е коефициент на редуција со вредност  $\rho_c \leq 1.0$ .

$\rho_c = 1.0$  за  $\beta \leq \beta_3$  (за класа на пресек помала или еднаква на 3)

$$\rho_c = \frac{C_1}{\beta/\varepsilon} - \frac{C_2}{(\beta/\varepsilon)^2} \text{ за } \beta > \beta_3 \text{ (за класа на пресек поголема од 3)}$$

Вредностите ка коефициентите  $C_1$  и  $C_2$  зависат од тоа дали елементот е заварен или екструдирани, кривата на извивање и местоположбата на разгледуваниот елемент од попречниот пресек, поточно дали станува збор за внатрешни или надворешни делови. Вредностите изнесуваат:

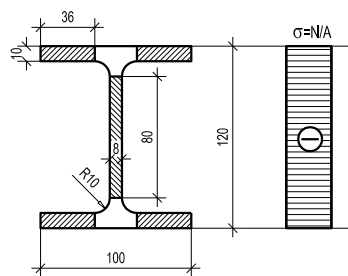
$C_1 = 32, C_2 = 220$	за внатрешни делови од незаварен (екструдирани) пресек и крива на извивање “А”.
$C_1 = 10, C_2 = 24$	за надворешни делови од незаварен (екструдирани) пресек и крива на извивање “А”.
$C_1 = 29, C_2 = 198$	за внатрешни делови од незаварен (екструдирани) пресек и крива на извивање “В”.
$C_1 = 9, C_2 = 20$	за надворешни делови од незаварен (екструдирани) пресек и крива на извивање “В”.
$C_1 = 29, C_2 = 198$	за внатрешни делови од заварен пресек и крива на извивање “А”.
$C_1 = 9, C_2 = 20$	за надворешни делови од заварен пресек и крива на извивање “А”.
$C_1 = 25, C_2 = 150$	за внатрешни делови од заварен пресек и крива на извивање “В”.
$C_1 = 8, C_2 = 16$	за надворешни делови од заварен пресек и крива на извивање “В”.

### 3. НУМЕРИЧКИ ПРИМЕРИ

Во оваа точка се разработени два нумерички примери за пресметка на центрично притиснат алуминиумски столб. Едниот е екструдирани елемент, а другиот е заварен. Разгледуваните елементи се со попречен пресек “Н” профил. Квалитетот на материјалот е преземан од Еврокод 9, табела 3.2.a и 3.2.b.

#### 3.1. Нумерички пример 1

Првиот нумерички пример е изработен за екструдирани “Н” профил, кој е разгледуван како алуминиумски столб слободно попрен на двата краја. На сликата се дадени димензиите на разгледуваниот попречен пресек, како и ефективната површина, во случај да пресекот спаѓа во класа 4.



Слика 1. Попречен пресек на разгледуваниот елемент

Во разгледуваниот нумерички пример главна цел е да се определи проектната носивост при извивање  $N_{b,Rd}$ , за центрично притиснат елемент со должина од 3.0m, за материјал се користи алуминиумска легура од типот EN AL6063-DT/T6 со крива на извивање “А”. Геометриските карактеристики на попречниот пресек се пресметани и се дадени со подолу зададените вредности. Класата на пресек е директно пресметана према податоците од слика 1.

$N_{b,Rd} = ?$ ,  $L = 300\text{cm}$ , ENAL6063 – DT/T6,  $f_o = 190\text{MPa}$ ,  $f_u = 220\text{MPa}$ ,  
 $A = 28.86\text{cm}^2$ ,  $I_y = 692.95\text{cm}^4$ ,  $I_z = 167.46\text{cm}^4$ ,  $i_y = 4.90\text{cm}$ ,  $i_z = 2.41\text{cm}$ ,

Класата на пресек се пресметува со следните изрази:

$$\left. \begin{array}{l} \beta_o = 1.0 \cdot \frac{36}{10} = 3.6 \\ \beta_i = 1.0 \cdot \frac{80}{8} = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \beta_{o1} = 3 \cdot \sqrt{\frac{250}{190}} = 3.44 \\ \beta_{o2} = 4.5 \cdot \sqrt{\frac{250}{190}} = 5.16 \\ \beta_{i1} = 11 \cdot \sqrt{\frac{250}{190}} = 12.62 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \beta_{o1} < \beta_o \leq \beta_{o2} \\ \beta_i < \beta_{i1} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Класа 2}$$

$$N_{b,Rd} = \frac{K \cdot \chi \cdot A_{\text{eff}} \cdot f_o}{\gamma_{M1}}, \text{ каде } A_{\text{eff}} = A = 28.86\text{cm}^2 \text{ пресекот е класа 2.}$$

$f_o = 19\text{kN/cm}^2$  - граница на развлекување на материјалот.

$K = 1.0$  - пресекот нема заварени елементи,  $\gamma_{M1} = 1.10$

$k = 1.0$  - елементот е зглобно потпрен на двата краја

$$\bar{\lambda} = \frac{L_{cr}}{i_{\min} \pi} \sqrt{\frac{A_{\text{eff}} f_o}{A E}} = \frac{1.0 \cdot 300}{2.41 \cdot \pi} \sqrt{\frac{28.86}{28.86} \cdot \frac{19}{7000}} = 2.07$$

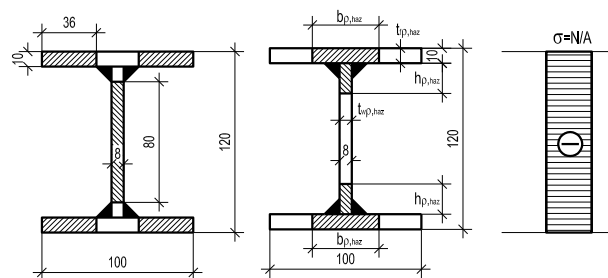
$$\phi = 0.5[1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_o) + \bar{\lambda}^2] = 0.5[1 + 0.20(2.07 - 0.10) + 2.07^2] = 2.84$$

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{2.84 + \sqrt{2.84^2 - 2.07^2}} = 0.210$$

$$N_{b,Rd} = \frac{K \cdot \chi \cdot A_{\text{eff}} \cdot f_o}{\gamma_{M1}} = \frac{1.0 \cdot 0.210 \cdot 28.86 \cdot 19}{1.1} = 105\text{kN}$$

### 3.2. Нумерички пример 2

Вториот нумерички пример ги има истите карактеристики како и првиот, само што сега станува збор за заварен попречен пресек, што значи дека должината, видот и квалитетот на материјалот како и геометриските карактеристики на попречниот пресек се исти во двата случаи.



Слика 2. Попречен пресек на разгледуваниот елемент

Разликата се состои во пресметката на класата на пресекот, како и во пресметката на коефициентот  $K$  за редуција поради зоните на температурни влијанија од заварувањето. Обично при вакви случаи, заварениот пресек има 5-10% помала носивост од екструдираниот елемент ако се составени од исти материјали и спаѓаат во иста класа на попречен пресек.

$$\left. \begin{array}{l} \beta_o = 1.0 \cdot \frac{36}{10} = 3.6 \\ \beta_i = 1.0 \cdot \frac{80}{8} = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \beta_{o1} = 2.5 \cdot \sqrt{\frac{250}{190}} = 2.87 \\ \beta_{o2} = 4 \cdot \sqrt{\frac{250}{190}} = 4.58 \\ \beta_{i1} = 9 \cdot \sqrt{\frac{250}{190}} = 10.32 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \beta_{o1} < \beta_o \leq \beta_{o2} \\ \beta_i < \beta_{i1} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Класа 2}$$

$$N_{b,Rd} = \frac{K \cdot \chi \cdot A_{eff} \cdot f_o}{\gamma_{M1}}, \text{ каде } A_{eff} = A = 28.86 \text{cm}^2 \text{ пресекот е класа 2.}$$

$k = 1.0$  - елементот е зглобно потпрен на двата краја,  $\gamma_{M1} = 1.10$

$$\bar{\lambda} = \frac{L_{cr}}{i_{min} \pi} \sqrt{\frac{A_{eff} f_o}{A E}} = \frac{1.0 \cdot 300}{2.44 \cdot \pi} \sqrt{\frac{28.0 \cdot 19}{28.0 \cdot 7000}} = 2.07$$

$$\phi = 0.5[1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_o) + \bar{\lambda}^2] = 0.5[1 + 0.20(2.07 - 0.10) + 2.07^2] = 2.84$$

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{2.84 + \sqrt{2.84^2 - 2.07^2}} = 0.210$$

$$K = 1 - \left(1 - \frac{A_1}{A}\right) 10^{-\bar{\lambda}} - (0.05 + 0.1 \frac{A_1}{A}) \bar{\lambda}^{-1.3(1-\bar{\lambda})} \Rightarrow$$

$$A_{haz} = 2(b_{\rho,haz} \cdot t_{f,\rho,haz}) + 2(h_{\rho,haz} \cdot t_{w,\rho,haz})$$

$$b_{\rho,haz} = \rho_{o,haz} \cdot b = 0.34 \cdot 100 = 34 \text{mm}$$

$$t_{f,\rho,haz} = \rho_{o,haz} \cdot t_f = 0.34 \cdot 10 = 3.4 \text{mm}$$

$$h_{\rho,haz} = \rho_{o,haz} \cdot h = 0.34 \cdot 100 = 34 \text{mm}$$

$$t_{w,\rho,haz} = \rho_{o,haz} \cdot t_w = 0.34 \cdot 8 = 2.72 \text{mm}$$

$$A_{haz} = 2(3.4 \cdot 0.34) + 2(3.4 \cdot 0.272) = 4.16 \text{cm}^2$$

$$A_1 = A - A_{haz}(1 - \rho_{o,haz}) = 28 - 4.16(1 - 0.34) = 25.25 \text{cm}^2$$

$$K = 1 - \left(1 - \frac{25.25}{28}\right) 10^{-2.07} - (0.05 + 0.1 \frac{25.25}{28}) 2.07^{1.3(1-2.07)} = 0.95$$

$$N_{b,Rd} = \frac{K \cdot \chi \cdot A_{eff} \cdot f_o}{\gamma_{M1}} = \frac{0.95 \cdot 0.210 \cdot 28 \cdot 19}{1.1} = 96.5 \text{kN}$$

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Eurocode 9: Design of aluminium structures, Part 1-1: General structural rules, EN 1999-1-1: 2006, CEN, December 2006.
- [2] Д. Поповски, М. Партиков, А. Филиповски, “Примена на Еврокод 9 за пресметка на алуминиумски врски со завртки”, ДГКМ, 13. Симпозиум, Охрид, Македонија, 2009, Книга 2.
- [3] Д. Поповски, М. Партиков, А. Филиповски, “Примена на Еврокод 9 за пресметка на заварени врски”, ДГКМ, 13. Симпозиум, Охрид, Македонија, 2009, Книга 2.
- [4] Д. Поповски, М. Партиков, А. Филиповски, “Пресметување на класа на пресек према Еврокод 9”, ДГКМ, 14. Симпозиум, Струга, Македонија, 2011, Книга 2.
- [5] А. Филиповски, “Алуминиумски конструкции во градежништвото”, 2012, ЗИМ “Скопје”- Скопје