

РАБОТА СО МАТЕМАТИЧКИ НАДАРЕНИ УЧЕНИЦИ ВО ПОЧЕТНОТО ОБРАЗОВАНИЕ – ВТОР ДЕЛ

Методи Главче
University Ss. Cyril and Methodius,
Faculty of Pedagogy, Skopje
mglavche@gmail.com

Катерина Аневска
FON University, Skopje
katerina.anevska@fon.edu.mk

Ристо Малчески
FON University, Skopje
risto.malceski@gmail.com

Абстракт

Содржините кои се изучуваат во наставата по математика овозможуваат диференција на наставата по математика уште во почетното образование. За таа цел е неопходно откривање и идентификување на математички надарените ученици и организирање на настава која ќе овозможи нивно побрзо напредување. Во [3] се дадени интегрални наставни програми за работа со математички надарените ученици во почетното образование, односно со учениците на возраст од 7 до 9 години. Во оваа работа е направен обид за изразботка на ваква програма за ученици на возраст од 9 до 10 години. Покрај тоа дел од разработената програма е поткрепен со соодветен систем задачи за работа со надарените ученици за математика од 9-10 годишна возраст.

1. ВОВЕД

Развојот на науката и зголемената потреба од знаењата на фундаменталните научни дисциплини, кои се неопходни за решавање на бројните проблеми со кои се соочува човештвото, како и тенденцијата на зголемена примена на математиката, а пред се на статистиката во останатите науки ја наметнува потребата од навремено препознавање и идентификување на надарените ученици, а посебно на надарените ученици за математика. Во оваа насока изминативе децении, покрај тоа е постигнат забележителен напредок во прецизното и еднозначно определување на надареноста, креативноста и талентот, иако сето ова е пропратено со бројни тешкотии, сведоци сме и на тенденциите за организирање на систематска и континуирана работа со надарените ученици за математика. Во нашите разгледувања нема да се осврнеме на идентификувањето и откривањето на надарените ученици за математика, како и на развојот на надарените ученици и нивната едукација, бидејќи овие прашања се опсежно разработени во постојната литература, како на пример во [1], [2], [8], [10] и [11].

Не е престојно да се каже дека зголемената грижа за работата со надарените ученици за математика не е резултат на работата на надлежните институции во нашата држава, ниту пак во државите на нашето потесно и пошироко опкружување, туку истата е резултат на дејствувањето на одделните математички организации. Така, на пример, во Р. Македонија надлежните институции само даваат акредитации на невладини организации кои ќе ги реализираат општинските, регионалните и државните натпревари по математика во основното и средното образование, а акредитираното здружение организира два дополнителни натпревари кои се во функција на избор на екипите за ЈВМО, ВМО и ИМО. Секако, ова не е доволно, бидејќи спомениот систем на натпревари се организира во периодот од почетокот на месец февруари до почетокот на месец мај, кога најчесто и се одвиваат подготовките на учениците за учество на овие натпревари. Притоа, во останатиот период од учебната година, но и пред почетокот на истата учениците не се мотивирани за дополнителна работа. Меѓутоа, за среќа од други

здруженија се организираат дополнителни математички натпревари, како што се Математика без граници, IGO, EMC, APMO, OFAM, Kangaroo и MeMO, а во најава е и Московската математичка олимпијада за учениците од второ до седмо одделение, кои по правило временски не се совпаѓаат со гореспоменатите натпревари и дел од кои се од месец септември до месец декември, период во кој скоро и да нема други активности од споменатиот вид. Овде само да напоменеме дека во некои земји, како на пример во Р. Бугарија натпреварите се организираат на различни нивоа и во текот на целата учебна година, на што што треба да биде пример за сите кои се ангажирани во овој сегмент од образовниот систем.

Предмет на нашите разгледувања нема да бидат споменатите натпревари и начинот на организирање на истите, туку ќе се обидеме да презентираме интегрална програма за работа со надарените ученици за математика на возраст од 9-10 години. Покрај тоа, имајќи го предвид искуството на Р. Македонија и на некои други држави од потесното и поширокото опкружување, ќе се обидеме за една от темите содржани во програмата да дадеме систем задачи кој може да се користи како за препознавање и идентификување на учениците надарени за математика, така и за работа со истите, нешто што веќе во [3] е направено за учениците од 7-8 и 8-9 годишна возраст.

2. ПРОГРАМА ЗА РАБОТА СО НАДАРЕНИТЕ УЧЕНИЦИ ЗА МАТЕМАТИКА ОД 9-10 ГОДИШНА ВОЗРАСТ

Едукацијата на надарените ученици за математика се реализира во редовната настава и тоа преку таканаречената додатна настава, на која всушност само се повторуваат темите кои се застапени во редовната настава, но со примери и задачи кои се на повисоко ниво. Практиката покажува дека ваквиот пристап не дава задоволителни резултати, па затоа во овој дел е направен обид за изработка на интегрална наставна програма за работа со надарените ученици за математика на возраст од 9-10 години, која треба да се реализира континуирано, а не само во периодот пред општинските, регионалните и државните натпревари.

Цели на наставната програма за учениците на возраст од 9-10 години се:

- ученикот/ученичката да се оспособи ги извршува аритметичките операции во множеството природни броеви, заклучно со четирицифрените броеви,
- ученикот/ученичката да ги усвои комутативниот и асоцијативниот закон за собирањето и множењето, дистрибутивниот закон и да се оспособи истите да ги применува при пресметување на вредност на броен израз,
- ученикот/ученичката да се оспособи за аритметичко решавање на текстуални задачи,
- ученикот/ученичката да се оспособи да решава равенки со една непозната и истите да ги применува при решавање на текстуални задачи,
- ученикот/ученичката да ги усвои поимите права, точка и отсечка, искршена линија, полуправа, рамнина, агол, триаголник, квадрат и правоаголник,
- ученикот/ученичката да се оспособи да ракува и да мери со инструментите за мерење должина, маса, време и тачност,
- ученикот/ученичката да се оспособи да пресметува периметар на триаголници, квадрати и правоаголници, како и на сложени фигури составени од триаголници, правоаголници и квадрати,
- ученикот/ученичката да се оспособи за решавање на елементарни логички задачи,
- ученикот/ученичката во нејавна форма да ги усвојува основните комбинаторни принципи и комбинаторни конфигурации,
- ученикот/ученичката да се оспособи да пребројува колку пати одреден вид на геометриска фигура се содржи во посложена геометриска фигура,

- кај ученикот/ученичката да се развиваат квалитетите на мислењето како што се: еластичноста, шаболнизацијата, широчината, рационалноста и критичноста на мислењето,
- да се настојува во нејавна форма ученикот/ученичката да ги усвојува научните методи: набљудување, споредување, експеримент, анализа и синтеза,
- да се настојува во нејавна форма ученикот/ученичката да ги усвојува видовите заклучувања: индукција, дедукција и аналогичност, при што од особена важност да се презентираат погодни примери од кои ученикот/ученичката ќе осознава дека заклучувањето по аналогичност не е секогаш точно.

За постигнување на претходно наведените цели потребно е да се усвојат следниве содржини:

Тема I. Четирицифрени броеви: собирање и одземање на четирицифрени броеви; множење и делење на четирицифрен со едноцифрен и двоцифрен број; комутативен, асоцијативен и дистрибутивен закон; делење со остаток; редослед на операциите, пресметување вредност на броен израз; низи броеви кои задоволуваат одредено својство; споредување броеви, запишување низа броеви така што ќе задоволуваат низа неравенства; решавање равенка со една непозната; решавање бројни ребуси со собирање и одземање; решавање бројни ребуси со множење и делење; и магични фигури.

Тема II. Основни и изведените мерни единици: мерење должина (милиметар, километар); мерење маса (декаграм, грам, тон); мерење време (секунда, деценија, век и милениум) и мерење течности (децилитар, милилитар).

Тема III. Решавање текстуални задачи: задачи со броеви и цифри; задачи со мерни броеви; задачи со работа; задачи со мерење време; задачи со пари и комбинирани задачи.

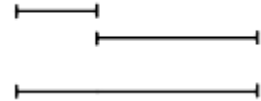
Тема IV. Геометриски фигури: точка и права, заемен однос на точка и права, пресек на две прави; полуправа и отсечка, должина на отсечка; точка, права и рамнина, заемен однос; агол, видови агли, нормални и паралелни прави; видови триаголници според страните; видови триаголници според аглите; четириаголник, квадрат и правоаголник; периметар на триаголник, четириаголник, квадрат и правоаголник, пресметување периметри на комбинации од фигури; коцка и квадар; составување на фигури со помош на чкорчиња; и составување на фигури со помош на коцки.

Тема V. Логика и комбинаторика: елементарни логички задачи; класични логички задачи (наоѓање на виновник, лажливец и слично); пребројувања со користење на принципите на збир, разлика и производ; пребројување на отсечки, триаголници, квадрати и правоаголници содржани во дадена сложена фигура; пребројување на трицифрени и четирицифрени броеви со зададено својство (збир на цифри, броеви запишани со определени цифри и слично); пребројување на патишта во квадратна мрежа; распоредувања на броеви и цифри во квадратни и правоаголни табели; распоредувања на букви и цифри на кружница; и задачи со мерења и прелевања на течности.

3. ПРИМЕР НА СИСТЕМ ЗАДАЧИ ЗА РАБОТА СО НАДАРЕНИТЕ УЧЕНИЦИ ЗА МАТЕМАТИКА ОД 9-10 ГОДИШНА ВОЗРАСТ

За реализирање на предложената програма за работа со надарените ученици од 9-10 години, неопходна е изработка на соодветни наставни помагала, т.е. учебници кои задолжително ќе бидат пропратени со соодветни збирки задачи. Притоа, учебникот и збирката треба да содржат погодно избрани задачи кои ќе се употребуваат и при препознавањето и идентификацијата на надарените ученици за математика. Во следните разгледувања ќе дадеме пример на систем задачи за оваа возрасна група, во кој се содржани задачи од дел од темата Геометриски фигури.

Задача 1. На цртежот десно во квадратна мрежа се нацртани три отсечки. Долната отсечка е за 3 cm подолга од средната, а горната отсечка е двапати помала од средната. Определи ги должините на отсечките.

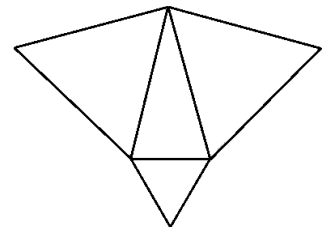


Задача 2. На отсечката AB избрана е точка C . Отсечката AB е 4 пати подолга од отсечката AC . Определи ги должините на отсечките AB и AC , ако должината на отсечката CB е 24 cm .

Задача 3. Должината на едната страна на триаголникот е 7 cm и е за 3 cm поголема од должината на втората страна, а е 1 cm пократка од должината на третата страна. Определи го периметарот на триаголникот.

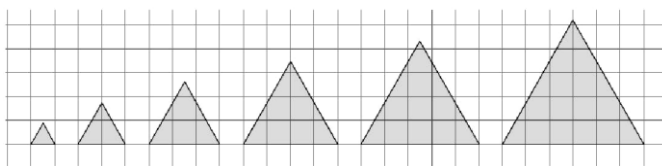
Задача 4. Ако количникот на броевите 16 и 2 го собереме со количникот на броевите 21 и 3 , ќе го добиеме периметарот на рамностраниот триаголник. Определи ја должината на страната на триаголникот.

Задача 5. Даден е рамнокрак триаголник кај кој должината на кракот е двапати поголема од должината на основата. Над секоја од страните на овој триаголник се нацртани рамнострани триаголници (види цртеж). Периметарот на така добиената фигура е 225 cm поголем од периметарот на почетниот рамнокрак триаголник. Определи ги должините на страните на почетниот рамнокрак триаголник.

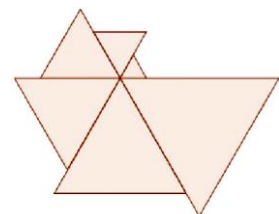


Задача 6. Даден е рамнокрак триаголник ABC . Должината на кракот е трипати поголема од должината на основата, а периметарот на триаголникот е 252 mm . Определи ги должините на основата и кракот на триаголникот ABC .

Задача 7. Елеонора во квадратна мрежа, со страна 1 cm на квадратчињата, нацртала шест рамнострани триаголници (види цртеж десно).



Потоа триаголниците ги исекла и откако ги обоила од нив ја составила фигурата прикажана на цртежот десно. Определи го периметарот на фигурата која ја направила Елеонора.



Задача 8. Збирот на периметрите на два рамнострани триаголници е 144 cm . Определи ги должините на страните на тие триаголници, ако периметарот на поголемиот триаголник е трипати поголем од периметарот на помалиот триаголник.

Задача 9. Периметарот на еден правоаголник е еднаков на 60 cm , а должината на едната страна е еднаква на 18 cm . Определи ја должината на другата страна на правоаголникот.

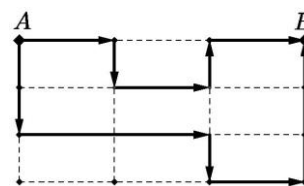
Задача 10. Од 48 m се изработени рамностран триаголник и квадрат со еднакви периметри. Колку метри е подолга страната на триаголникот од страната на квадратот?

Задача 11. Должините на страните на квадрат и рамностран триаголник се изразени со природни броеви. Збирот на периметрите на рамностраниот триаголник и квадратот е еднаков на 32 cm . Разликата на должините на нивните страни е еднаква на 1 cm . Определи ја должината на страната на квадратот.

Задача 12. Слика во вид на правоаголник вrameна е во рамка со ширина 5 cm . Периметарот на надворешниот раб на рамката е еднаков на 128 cm . Определи го периметарот на внатрешниот раб на рамката.

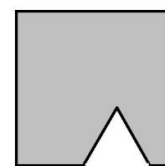
Задача 13. Иван има маса широка 6 dm и долга 8 dm . Тој купил покривка која висела по 1 dm на секоја страна на масата. Ако сака да постави тантела по крајот на покривката, колку дециметри тантела му е потребна?

Задача 14. Алеите на еден правоаголен парк се поделени на еднакви градини (цртеж десно). На цртежот се прикажани две маршрути од A до B , едната од кои е со должина 36 km , а другата со должина 60 km . Колку километри е растојанието од A до B по права линија?

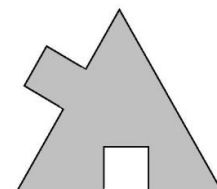


Задача 15. Правоаголна нива со должина 100 m и ширина 20 m треба да се подели на 5 еднакви квадратни градини. Колку метри ограда се потребни вкупно за оградување и делење на градината?

Задача 16. Од квадратен лист хартија е отсечен рамностран триаголник со должина на страна 4 cm (цртеж десно). Периметарот на добиената фигура е еднаков на 32 cm . Определи ја должината на страната на квадратот.



Задача 17. Од триаголник е отсечен квадрат со должина на страна 7 cm , а потоа истиот е додаден на другата страна на триаголникот (види цртеж). Ако периметарот на триаголникот изнесува 36 cm , определи го периметарот на добиената фигура.

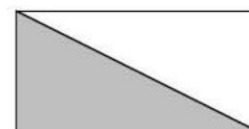


Задача 18. Периметарот на правоаголникот е еднаков на 180 mm . Над страна со должина a и страна со должина b на правоаголникот се нацртани рамностранни триаголници. Должината на страната на едниот од овие триаголници е еднаква на 30 mm .

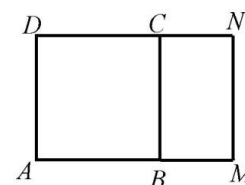
а) Пресметај ги разликите на периметрите на правоаголникот и секој од двата рамностранни триаголници.

б) Пресметај го периметарот на добиената фигура.

Задача 19. Периметарот на правоаголникот прикажан на цртежот десно е еднаков на 28 cm . Периметарот на осенчениот триаголник е еднаков на 24 cm . Определи ја должината на најголемата страна на триаголникот.



Задача 20. Должината на страната на рамностран триаголник е еднаква на најмалиот двоцифрен непарен број запишан со различни цифри. Периметарот на квадратот е за 3 cm помал од периметарот на триаголникот. Определи ја должината на страната на квадратот?



Задача 21. Периметарот на квадратот $ABCD$ е за 24 cm поголем од периметарот на правоаголникот $BMNC$. Ако периметарот на правоаголникот $AMND$ е еднаков на 96 cm , определи ја должината на страната AD .

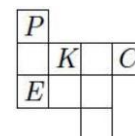
Задача 22. Горјан залепил квадрат со периметар 36 cm до правоаголник со периметар 28 cm и добил нов правоаголник (цртеж десно). Определи го периметарот на новиот правоаголник.



Задача 23. Периметарот на штрафираниот дел од правоаголникот е еднаков на 54 cm . Определи го периметарот на нештрафираниот дел на правоаголникот.



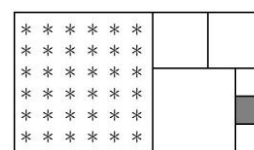
Задача 24. Елеонора од идентични квадратни плочки ја направила фигурата прикажана на цртежот десно. Која плочка може да ја отстрани Елеонора без притоа да се промени периметарот на фигурата?



Задача 25. Градина има форма на правоаголник со ширина 10 m и трипати поголема должина. Пабло сака градината да ја огради со мрежа од тел, при што ќе остави врата широка 1 m . Определи ја должината на мрежата.

Задача 26. Збирот на периметрите на правоаголник и квадрат е еднаков на 4 dm . Определи ја должината на правоаголникот, ако неговата ширина е за 2 cm поголема од страната на квадратот и периметарот на квадратот е еднаков на периметарот на рамностран триаголник со должина на страна 4 cm .

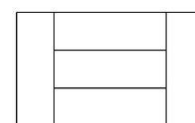
Задача 27. Правоаголникот на цртежот десно е составен од 7 квадрати. Периметарот на сивиот квадрат е еднаква на 12 cm . Определи ја должината на страната на квадратот со ѕвездичките.



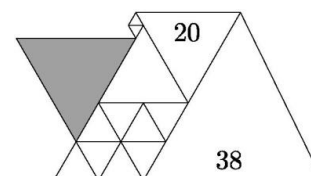
Задача 28. Од 7 квадрати Андреј го составил правоаголникот даден на цртежот десно. Периметарот на обоениот квадрат е еднаков на 32 cm . Определи го периметарот на целиот правоаголник.



Задача 29. Правоаголник со периметар еднаков на 70 mm е расечен на пет еднакви правоаголници (цртеж десно). Определи го периметарот на малиот правоаголник.

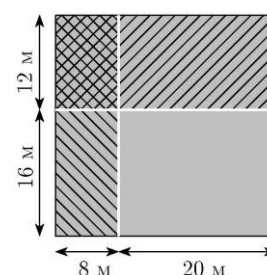


Задача 30. Фигурата прикажана на цртежот десно е составена од рамностранни триаголници. Должината на страната на едниот триаголник е 38 cm , а должината на страната на другиот е 20 cm . Определи ја должината на страната на сивиот триаголник.



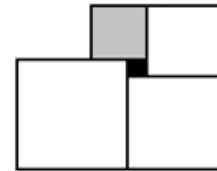
Задача 31. Определи го бројот на различните триаголници кои имаат периметар еднаков на 14 cm .

Задача 32. Должината на правоаголникот е еднаква на 26 cm , а ширината е 67 cm помала од периметарот. Определи го периметарот на правоаголникот.

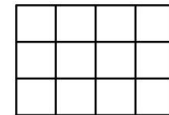


Задача 33. Марко, Зоран, Павле и Јане имаат правоаголни зелечукови градини (види цртеж). Градината на Јане има периметар 48 m и има заедничка страна со градината на Павле. Градината на Павел има заедничка страна со градината на Марко. Определи го периметарот на градината на Марко.

Задача 34. Фигурата на цртежот десно е составена од пет квадрати. Должината на страната на црниот квадрат зинесува 1 cm , а должината на страната на сивиот квадрат изнесува 3 cm . Пресметај го периметарот на фигурата?



Задача 35. Правоаголникот даден на цртежот десно е составен од 12 исти квадратчиња. По линиите на квадратчињата расечи го правоаголникот на два дела кои имаат еднакви периметри, но различни плоштини.

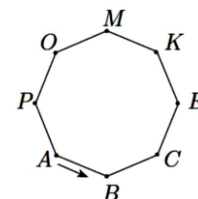


Задача 36. Определи го бројот на различните правоаголници чии должини на страни се природни броеви и кои имаат периметар еднаков на 208 cm . (Правоаголникот со должини на страна 1 cm и 2 cm сметаме дека е ист со правоаголникот со должини на страна 2 cm и 1 cm .)

Задача 37. Скалата на цртежот десно е добиена кога од квадрат со страна 4 cm се отстранети 6 квадратчиња со страна 1 cm . Ако фигурата на долниот цртеж се состои од 104 такви скали, пресметај го нејзиниот периметар.



Задача 38. Атомската Мравка трча по работ на масата прикажана на цртежот десно. Таа тргнала од точката A и во прикажаната насока изминала 5 m . Во која точка застанала Атомската Мравка, ако должината на секоја страна на масата е еднаква на 1 dm ?



4. ЗАКЛУЧОК

Диференцијацијата на наставата во почетното образование првенствено се реализира преку работата со надарените ученици за математика. Притоа диференцијацијата најчесто се прави на часовите за додатна настава, на кои учениците се подготвуваат за натпреварите по математика. Секако, ова не може да се смета ниту за успешна диференцијација на наставата, ниту пак за добро организирана работа со надарените ученици за математика. Што се однесува до работата со надарените ученици за математика, пожелно е истата да се организира така што:

- препознавањето и идентификацијата на учениците надарени за математика да се врши согласно карактеристиките на децата надарени за математика, и тоа да не е само во првите години од почетното образование, бидејќи на тој начин најчесто надарените деца кои се карактеризираат со широчина, критичност и длабочина на мислењето остануваат надвор од видокругот на наставникот,
- за секоја возрасна група ќе се изработи посебна наставна програма, како што е програмата содржана во оваа работа и истата ќе се реализира во текот на целата учебна година, со тоа што содржините кои се надвор од редовната програма

- ма ќе се реализираат на часовите за додатна настава, на кои ќе се надградуваат и содржините кои се дел од редовната програма, и
- за реализирање на програмата за работа со надарени ученици ќе се подготват соодветни дидактички средства (целосен учебник или математички четива за разработка на содржините кои се дополнување на редовната програма и збирки задачи кои ќе ја покриваат целата наставна програма за работа со надарените ученици).

Литература

1. Đorđević, B.: *Školski oblici podrške u razvoju nadarenih učenika*, Nastava i vaspitanje, Beograd, 1990
2. Gallagher, J. J.: *Teaching the gifted children*, Boston, Allyn & Bacon, 1985
3. Glavche, M., Anevskа, K., Malcheski, R.: Working with mathematically gifted students in the initial education – part one, Teacher, Faculty of education, Bitola
4. Heller, K. A., Feldhusen, J. F.: *Identifying and nurturing the gifted. An international perspective*, Studgard, Huber, 1986
5. Malčeski, R., Gogovska, V.: *The Role of Educational method in teaching of gifted and talented students*, The 10th International Congress on Mathematical Education, July 4-11, 2004, Copenhagen, Denmark
6. Malčeski, R., Gogovska, V.: *Using means inequality for getting structural mathematical knowledge*, Конференција за работа со надарени ученици, Русе, Бугарија, 2003
7. Malcheski, R., Malcheski, A., Anevskа, K., Glavche, M.: *The role of the elementary number theory in the work with mathematically gifted students: the capabilities and challenges*, Teacher Vol. 12, No. 1, pp. 127-139, 2016
8. Polya, D.: *Mathematical Discovery*, Nauka, Moskva, 1976
9. Лесов, X., Дойчев, С.: *Темѝ за класна и извънкласна работа по математика*, Регалия, Софиѝ, 1995
10. Малчески, Р.: *Методика на наставата по математика (трето издание)*, Армаганка, Скопје, 2019
11. Малчески, Р., Малческа, Ц.: *Работа со надарени ученици (второ издание)*, Армаганка, Скопје, 2019
12. Малчески, Р.: *Математички талент 1 (збирка задачи за четврто одделение)*, Просветно дело, Скопје, 2018
13. Кендеров, П., Гроздев, С.: *Ев ропејскиѝ проект MATHEU: откриване, мотивиране и подкрепа на математическите таланти в европејските училища*, Математика и метаматическо образование, 33 пролетна конференция на СМБ, Боровец, 1-4 април 2004, Софиѝ, 39-49, 2004
14. Гроздев, С., Кендеров, П.: *Инструментариум за откриване и подкрепа на изѝвени ученици по математика*, Математика и метаматическо образование, 34 пролетна конференция на СМБ, Боровец, 6-9 април 2005, Софиѝ, 53-64, 2005
15. Кендеров, П., Гроздев, С.: *Диференцираното обучение по математика в европејските училища*, Математика и метаматическо образование, 35 пролетна конференция на СМБ, Боровец, 5-9 април 2006, Софиѝ, 39-49, 2006