АНЕТА МАРКОВСКА

АНАЛИЗА НА КАУЗАЛНОСТА ВО ЕДЕН МОДАЛЕН ЈАЗИК

Меѓу најинтересните потфати на полето на модалната логика последниве децении се вбројува и изградбата на модалниот -сортен јазик ML . Неговиот автор, италијанскиот физичар Алдо Бресан, излегувајќи од својот професионален домен, го конструирал како средство за аксиоматизација на класичната механика, откако се соочил со сознанието дека постоечките логички теории биле недоволни и неадекватни за таа цел. Неочекувано, тој јазик се покажал вреден и повеќе одошто била неговата првобитна намена. Имено, ML се потврдил како ефикасно средство за аксиоматизација на физиката токму затоа што неговата специфична конструкција ги надминала ограничувањата на дотогашните модални јазици кои се сметале за објективни граници на таа логика. Тоа поместување што е направено со појавата на ML на полето на чистата логика е причина поради која овој јазик се смета за значаен придонес на тоа подрачје.

Најзначајната новина што ја донесува ML на полето на модалната логика претставува разрешувањето на односот помеѓу модалноста и квантификацијата. Тоа решение во ML овозможува релативно слободно манипулирање со квантификаторите низ модалните контексти, со што се покажало дека модалните јазици можат да бидат еднакво погодни за примена како и екстензионалните. Во тој поглед значајна е и втората особеност на ML , имено, дека тој може без остаток да се преведе во екстензионален јазик од повисок ред. Кога се работи за примената, ML е дури и во предност, во однос на својот екстензионален корелат, јазикот EL $^{+1}$, затоа што е поедноставен за манипулирање и затоа што во сите досегашни примени се покажал попрецизен, со побогати изразни можности и поприкладен за анализа на научните поими. Бресан констатирал дека во случајот со аксиоматизацијата на физиката сите поранешни обиди биле неуспешни токму поради употребата на екстензионалните јазици кои според самата своја природа се недоволни за тоа. Оваа констатација го инспирирала и подоцнежниот превод на теоријата на веројатноста во модален јазик, која имала за цел да ги одбегне специфичните парадокси што се јавуваат во екстензионалната верзија на тоа сметање, а кои се аналогни на оние во аксиоматизацијата на физиката.

Ова истакнување беше поттикнато токму од овие можности на јазикот ML и од идејата тој да се примени на подрачје на кое тоа досега не било направено.

МОДАЛНИОТ ЈАЗИК И НЕГОВАТА СЕМАНТИКА

1. Системот на типови вградени во ML

ML е прв и сеуште еден од ретките модални јазици кои во себе имаат вградено комплетна теорија на типови. Покрај фактот дека е тоа прв таков обид во модалната логика, системот на типови во ML е елегантно сообразен со второто негово својства — многувидноста. За овој систем е карактеристично дека ги содржи сите конечни нивоа и дека нема горна граница за своите типови, што од своја страна овозможува природна анализа и конструирање на поими со многу високи нивоа. Така, благодарение на типовите, во ML синтаксно можат да се дефинираат поими од математиката, физиката, филозофијата и други подрачја, а изразите од повисоките нивоа, кои бараат подлабока семантичка анализа на јазикот, повратно доведуваат до значајни сознанија за поимите од пониските нивоа. Покрај тоа, системот на типови во ML дозволува сите изрази од ист логички тип да се третираат подеднакво. Оттаму, ML како јазик ги задоволува принципите на униформност, општост и едноставност, што го прави исклучително привлечен за примена.

Системот на типови се означува со грчката буква τ . Индексот означува дека системот содржи индивидуални типови, односно дека може да означи едновремено многу сорти на индивидуи, а истото значење индексот го има и во изразот ML . Сите правилно изградени изрази во јазикот се десигнатори и се јавуваат во два вида: формули и термини. Формулите имаат тип кој се обележува со О. Термините се поделени во три типа: индивидуални термини, n-арни релатори и n-арни функтори. Секој од нив има посебна ознака.

ДЕФ. 1 t е тип за термин во ML , т.е. $t \varepsilon \tau$ ако:

(а) $t = r, r \varepsilon \{1, 2, \ldots, \quad \}$

(б) $t = (t_1, \ldots, t_n, 0)$, ako $t_1, \ldots, t_n \ \varepsilon \ \tau$

(в) $t = (t_1, \ldots, t_n, t_0)$, ако $t_1, \ldots, t_n, t_0 \ \varepsilon \ \tau$

Според оваа нотација очигледно е дека една суредена ртојка $<0, 0, 0>$ се означува со (0, 0), а не со (0, 0 : 0), а суредениот чифт $<0,0>$ наместо со (0 :0), се означува едноставно со (0). Ако ова скратување се поврзе со интерпретацијата на типот за конјункција, или за негација на пример, тогаш ќе се види дека овие логички врски овде не се сфатени како функции, туку како релации помеѓу искази, односно како својства на искази.

Врз основа на ДЕФ. 1, целата класа на десигнатори во ML се претставува на следниов начин: $\bar{\tau} = \tau \cup \{0\}$

2. *Правила за формирање на изразите во ML*

Врз основа на системот $\bar{\tau}$, јазикот ML се гради со помош на егзактни правила на формација. Сите десигнатори ја сочинуваат класата ε_t, која се дефинира рекурзивно.

ДЕФ. 2. За $t \in \bar{\tau}$, ќе го дефинираме изразот „$\triangle$ е десигнатор од типот t“, скратено $\triangle \in \varepsilon_t$, со помош на следниве услови:

(ф1) $v_{tn} \in \varepsilon_t$ и $c_{tn} \in \varepsilon_t \qquad t \in \tau$

(ф2) ако $t \in \tau$, $\triangle_1, \triangle_2 \in \varepsilon_t$, тогаш $\triangle_1 = \triangle_2 \in \varepsilon_o$

(ф3) ако $t_1, \ldots, t_n \in \tau$, $\triangle_1 \in \varepsilon_{t1}, \ldots, \triangle_n \in \varepsilon_{tn}$,

$R \in \varepsilon_{(t_1, \ldots, t_n)}$, тогаш $R(\triangle_1, \ldots, \triangle_n) \in \varepsilon_o$

(ф4) ако $t_1, \ldots, t_n, t_o \in \tau$, $\triangle_1 \in \varepsilon_{n_1}, \ldots, \triangle_n \in \varepsilon_{t_n}$,

$\varnothing \in (t_1, \ldots, t_n : t_o)$ тогаш $\varnothing(\triangle_1, \ldots, \triangle_n) \in \varepsilon_t$

(ф5) ако $\triangle_1 \in \varepsilon_o$ тогаш $\neg \triangle_1 \in \varepsilon_o$

(ф6) ако $\triangle_1, \triangle_2 \in \varepsilon_o$, тогаш $\triangle_1 \wedge \triangle_2 \in \varepsilon_o$

(ф7) ако $\triangle_1 \in \varepsilon_o$, тогаш $(v_{tn}) \triangle_1 \in \varepsilon_o$

(ф8) ако $\triangle_1 \in \varepsilon_o$, тогаш $\Box \triangle_1 \in \varepsilon_o$

(ф9) ако $t \in \tau$, $\triangle_1 \in \varepsilon_o$, тогаш $(O v_{tn}) \triangle_1 \in \varepsilon_t$

ML содржи и некои специфични изрази и симболи кои немаат традиција во логичката литература. Нивната употреба овде ќе биде од суштинска важност, па затоа ќе ги воведеме со дефиниција. ДЕФ. 3. $x =^{\circ} y = \Box (x = y)$; $x =^{\circ} y = \Box (x = y)$

ДЕФ. 4. $(\overset{\circ}{\exists}_1 x) \varnothing (x) = (\exists x) \varnothing (x) (\forall x, y) [\varnothing (x) \varnothing (y) \supset x = {}^{\circ} y]$

ДЕФ. 5. $R^{\circ} = D (\lambda x_1, \ldots, x_n) \Box R (x_1, \ldots, x_n)$;

$R^{\circ} = D (\lambda x_1, \ldots, x_n) \Box R (x_1, \ldots, x_n)$

ДЕФ. 6. $\{x_1, \ldots, x_n\}^{(i)} = (\lambda x) \bigwedge_{j=1}^{n} x = {}^{\circ} x_j$

3. *Семантичка анализа на јазикот*

Во склад со традицијата на семантичката анализа која ни ги предочи Лајбницовите „можни светови“, Витгенштајновите „можни состојби на работите“ и Карнаповите „описи на состојбите“, Бресан својата семантичка анализа на модалностите ја извел од поимот „можен случај“. Според оваа традиција во метајазикот се дефинираат множества на формули или „класа реченици . . . кои за секоја атомарна реченица ја содржат неа или нејзината негација, но не и обете, и ниедна друга реченица . . ., и таа го дава целиот опис на можните состојби на универзумот индивидум со оглед на сите својства и релации кои ги изразуваат предикатите на системот“. (5., 9) Според Карнап описите на можните состојби претставуваат максимално конзистентни множества, а вистинитоста на некоја формула произлегува од вистинитоста на самиот опис на состојбата во којшто е вклучена таа формула.

На трагата на оваа мисла, во семантиката на ML е дадена класата на „елементарните можни случаи“ која е означена со грчката буква Г. Таа е воведена најпрвин интуитивно, во смисла дека не е прецизирана логичката структура на можните случаи; подоцна, врз основа на доволен број дефиниции и теории, таа е и синтаксно дефинирана. Основните својства на членовите на класата Г се елементарност, исцрпниот и взаемна инкопатибилност. Тие се означуваат со Г, и уште се нарекуваат Г-случаи. Интуитивно земено, тие претставуваат задоволувачки множества од затворени формули во некоја екстензионална теорија кои се подредуваат во класи на логички еквивалентни множества. Од секоја таква класа се зема по едно множество и сите такви репрезентативни множества заедно сочинуваат еден можен случај, а класата на тие множества ја претставува целата класа Г.

Со помош на класата Г, во метајазикот за ML модалностите се протолкувани на наједноставен начин: „нужно“ како „важи во сите можни случаи“, а „можно“ како „важи во некои можни случаи“. Со оглед дека ML бил создаден заради аксиоматизација на физиката, во изградбата на задоволителен јазик кој ќе одговара на таа цел била доволна логиката S5. Затоа ML е конструиран во рамките на аксиомите на таа логика, макаршто во принцип е можно тоа да се направи и со другите модални логики.

Втората појдовна точка на Бресановата интерпретација на е методот на екстензија и интензија. Оваа интерпретација донекаде ги продолжува достигањата на Карнаповиот метод на екстензија и интензија и ја користи неговата поимна апаратура, но во некои клучни места ја надминува, вообликувајќи специфична семантичка конструкција која е поплодна и поефикасна од Карнаповата. Методот на Карнап се однесува на реченици, индивидуални термини и предикатори, како и на нивните две особини, екстензија и интензија. Овие особини на десигнаторите Карнап ги вовел за секој тип посебно. Екстензија на еден предикатор претставува класата објекти што тој ги означува, а неговата интензија е својството што е десигнатум. Екстензија на индивидуалните термини се индивидуите, а интензија индивидуалниот поим. За речениците тоа се исказите како интензија, и вредностите на вистинитост како екстензија. На тој начин се одбегнуваат антиномиите на методот на именување во семантичката анализа, на кои укажа Карнап во прочуениот спор околу дескрипциите во модалната логика. Според методот на именување, секој ентитет има свое име, додека според Карнаповиот метод, изграден во духот на Фрегеовата дистинкција помеѓу смислата и номинатумот, секој десигнатор има екстензија и интензија. Со оглед дека имињата понекогаш се однесуваат на смислата, а понекогаш ги денотираат објектите, можно е да се појави противречност доколку едно име, употребено во еден контекст, се замени со својот синоним кој е употребен во инаков контекст. Заради тоа Карнап барал наместо именување, на десигнаторите да им се утврди контекстот и аспектот на употребата, и со тоа однапред да се знае како да се толкуваат во секоја конкретна ситуација. Битната карактеристика според која методот на екстензија и интензија се разликува од методот на именување е тоа што според него се прави разлика помеѓу екстензионалниот и интензионалниот контекст, а принципот на супституција може да се сообрази со секој од тие контексти. Во модалните јазици контекстите се главно интензионални, па затоа овој метод е корисен за нивната семантичка анализа, бидејќи обезбедува правилност на заклучувањето кај изразите кои имаат и модален и немодален контекст.

Методот на Карнап, меѓутоа, имал и свои ограничувања. За целосна валоризација на неговата идеја било неопходно да се докаже таканаречената „теза на екстензионализацијата“ која се однесува на тврдењето „дека за секој неекстензионален систем постои екстензионален систем во којшто првиот може да се преведе“. (5., 141) Таков превод Карнап успеал да направи само за некои, но не и за сите изрази, што значи дека не успеал да го изведе преведувањето во строга смисла. Меѓутоа, верувал дека во принцип тоа е можно и дека е „неопходно понатамошно истражување на тој план“. (5,- 172).

Главниот проблем при интерпретацијата на модалните јазици е во врска со употребата на квантификаторите во модални контексти. Карнаповиот превод не успеа да ги опфати определените дескрипции и изразите со — оператор. Затоа нивната употреба тој ја ограничи исклучиво во екстензионален контекст, а со тоа биле ограничени и изведувањата познати како „генерализација“ и „специјализација“. Карнап сметал дека овие ограничувања можат да се надминат но тоа не го докажал. Неговите верувања се остварија дури со објавувањето на книгата на Бресан во којашто е опишан јазикот ML и во која таа идеја е реализирана, како од нешто поинакви семантички основи.

Во ML не постојат ограничувања за употреба на генерализацијата и специјализацијата бидејќи сите квантификатори слободно се комбинираат со модалните оператори. Семантичката анализа која ги оправдува таквите операции дадена е во екстензионален јазик, јазик кој што има еден вид на индивидуи повеќе и со кој воедно се докажува тезата на екстензионализација. Во таа смисла споменатиот метајазик, наречен EL $^{+1}$, претставува строг превод на модалниот јазик ML .

Важноста на овој доказ се огледа во елиминирањето на контроверзите околу употребата на модалните јазици. Од практична гледна точка постоел отпор кон употребата на модалните јазици, заради што при аксиоматизациите главно биле користени екстензионални логики. Со изградбата на ML таквиот отпор станува неоснован, а со неговата досегашна употреба се покажало дека е тој дури и подобар за таа цел. Имено, изразите во ML се поедноставни и поприродни, а означувањето на поимите е поочигледно и појасно.

Во изведбата на семантиката на ML најпрвин се тргнува од конструирањето на семантиката за екстензионалниот јазик EL. Овој јазик се гради со истите правила за формирање на изрази како и за ML , се разбира со исклучок на правилото (ф8) за употреба на модалниот оператор „$\square$". Примитивните знаци се исти како и за ML , без операторот „$\square$", а важи и ДЕФ. 1. Интерпретацијата на овој јазик е заснована на индивидуални домени $D_1, \ldots, D$. Секој од тие домени има барем два елементи, бидејќи Бресан ја следи Фрегеовата интерпретација на дескрипциите, според која номинатум на оние дескрипции кои не го задоволуваат условот за единственост претставува „непостоечкиот објект". Оваа премиса за двата елементи во секој домен важи и за ML , со тоа што во модалниот јазик таа премиса има и друго оправдување. Имено, во интерпретацијата на ML еден од домените се користи за класата на можните случаи Г, па за да се добие модална интерпретација, неопходно е да постојат барем два можни случаи.

Класата на објекти или екстензии на изразите од типот t, $t \in \tau$ во EL се означува со 0_t и се дефинира рекурзивно. ДЕФ. 7. Множествата $D_1, \ldots, D$ ја одредуваат класата 0_t , $t \in \tau$ со помош на следните услови:

(а) за $t = 1, \ldots,$ $\quad O_t = D_t$

(б) за $t = (t_1, \ldots, t_n)$ $\quad O_t = P\ (O_{t1} \times \ldots \times O_{tn})$

т.е. класа на сите подмножества од множеството на сите n-торки $(\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_n)$ такви што $\varepsilon_1 \in O_{t1}, \ldots, \varepsilon_n \in O^{tn}$.

(в) за $t = (t_1, \ldots, t_n : t_o)$ $\quad O_t = \{O_{t1} \times \ldots \times O_{tn}\} \rightarrow O_{to}$

т.е. класа на сите пресликувања од целиот Декартов производ од објектите од типот $t_1, \ldots, t^n$ во објектите типот t^o .

Со дефиницијата во EL се воведува и „непостоечкиот објект" а , кој претставува функција од „непостоечкиот објект" и типот t. Наместо a (t) ќе пишуваме a_t - и таа функција ќе ја дефинираме за сите типови на термини.

ДЕФ. 8. (а) $a \; O_t$ за $t = 1, \ldots,$
(б) a_t е празна класа n-торки за $t = (t_1, \ldots, t_n)$
(в) a е функција со контрадомен $\{a_{t_0}\}$ за $t = (t_1, \ldots, t_n : t_0$

Интерпретацијата на јазикот EL^{+1} е одредена со еден индивидуален домен повеќе, а кој се однесува на сурогатите за можните случаи. Значи, универзумот за EL^{+1} го конституираат $D_1, \ldots, D, D_{+1}$ и функцијата a_t^{+1}. Од неговата интерпретација следува интерпретацијата на ML.

Објектите т.е. екстензиите во EL^{+1} соодветствуваат во ML на интензии, кои се претставени како функции од овие објекти и -случаите, заради што Бресан ги нарекол квази-интензии. Класата на квази-интензиите означена со QI, е одредена за секој тип посебно, па затоа го добива индексот $t : QI_t$. Секоја квази-интензија има свој екстензионален кореспондент во EL^{+1}, кои исто така е функција од објектите и можните случаи. Таа функција ќе ја означиме со η, а екстензионалните кореспонденти за квази-интензиите со t^η

Најпрвин ќе го одредиме доменот на -случаите:
(1) $D_{+1} = \Gamma$, $a_t^{1+} = a_t$ $t = 1, \ldots,$,

Потоа ќе ја дефинираме функцијата t^η со која изразите од типот t се пресликуваат во класата Г.

ДЕФ. 9. (а) Ако $t = O$, тогаш $t^\eta = (+ 1)$
(б) ако $t = r$, $(r = 1, \ldots,)$, тогаш $t^\eta = (+ 1 : r)$
(в) ако $t = (t, \ldots, t_n)$, тогаш $t^\eta = (t_1{}^\eta, \ldots, t_n{}^\eta, + 1)$
(г) ако $t = (t_1, \ldots, t_n \cdot t_0)$, $t^\eta = (t_1{}^\eta, \ldots, t_n{}^\eta : t_0{}^\eta)$ - Значи,
(2) $QI_t = O_{t^\eta}{}^{+1}$ $t \in \tau$

Ваквото претставување на интензиите како функции т.е. како квази-интензии во литературата е наречено интензионална семантика на можните случаи. Во секој можен случај изразот означува некој објект или екстензија, а негова интензија претставува она што тој израз го означува во сите можни случаи. Значи, десигнатумот на изразите во ML секогаш е релативизиран на случаите, без оглед дали се работи за екстензија или интензија. Имено, кога зборуваме за екстензионалниот десигнатум на изразот во ML, всушност станува збор за екстензијата на Δ во некој Υ-случај. А кога зборуваме за интензионалниот дестигнатум, тогаш се работи за пресликување на целата класа Г во објектите што можат да бидат негови екстензии. Од дефиницијата 9. се гледа дека ML се разликува од Карнаповите модални јазици во интерпретацијата на типот за релација. Имено, додека за Карнап интензиите на овој тип се претставени како функции од можни случаи и екстензии на индивидуите за кои важи таа релација, во ML интензијата на релацијата е релација помеѓу *интензиите* на индивидуалните термини и можните случаи. Токму оваа разлика овозможува во ML слободно комбинирање на квантификаторите и модалните оператори на тој начин што специфичната интерпретација на релациите во ML ги воведува интензионалните предикатори и релатори.

Во семантиката ретко се зборувало за интензионалната предикација, како да се подразбирало дека секоја предикација е екстензионална. Постоењето на интензионалната предикација станува очигледно во семантиката на ML заради постоењето на теоријата на типовите што во модалната логика пред појавата на ML не било случај. Врз основа на разликувањето помеѓу екстензионалната и интензионалната предикација се изведува разлика помеѓу екстензионаалниот и интензионалниот контекст, а од тоа следува дека ниеден контекст не е произволен.

Основната интенпретација на десигнаторите во ML е интензионална, а доколку по некој контекст еден десигнатор се толкува екстензионално, тоа експлицитно се запишува со помош на екстензионализацијата на контекстот. Имено, за секоја формула ϕ (x) (која се чита „ϕ (x) е екстензионално со оглед на x“) се дефинира на следниов начин:

(3) $\phi\ (x)^{(ex)} \equiv (\exists y)\ [\ \phi\ (y) \wedge y = x]$, каде што y е менлива од ист тип како и x, а ϕ (y) е добиено од ϕ (x) со замена на x со y.

Штом контекстот може прецизно да се утврди, повеќе не е проблематична употребата ниту на дескриптивниот, ниту на λ-операторот. Уште повеќе, можно е преведување на едниот контекст во друг без остаток, и со тоа е за прв пат докажана тезата на екстензионализацијата.

4. *Поимот апсолутност*

Приоритетот на интензионалната интерпретација во е можен благодарение на дефиницијата на поимот апсолутност. Овој поим се темели на една специфична аксиома која е дадена во модалното сметање MK кое што е изведено во јазикот ML . А вистинитоста на таа аксиома го има своето оправдување во следнава изведба.

Предицирањето во ML се интерпретира како релација помеѓу интензиите на индивидуите и класата Г. Доколку еден релатор важи за едно множество индивидуални менливи во сите можни случаи, тогаш тој означува една модално константна релација или атрибут.

ДЕФ. 10. $MConst_t\ (F) \equiv_D\ (\forall x_1, \ldots, x_n)\ [\Box\ F(x_1, \ldots, x_n) \equiv (x_1, \ldots, x_n)]$,

Покрај модално константните релации или атрибути, во ML е воведен и поимот модално разделени релации или атрибут.

ДЕФ. 11. $MSep_{\iota}\ (F) \equiv_{D} \quad (\forall x_1, y_1, \ldots, x_n, y_n)\ [F(x_1, \ldots, x_n)$

$$F\ (y_1, \ldots, y_n) \Box \bigwedge_{i=1}^{n} x_i = y_i \supset \cap \bigwedge_{i=}^{n} x_i = \cap\, y_i\ ]$$

Релацијата која е модално разделена важи за n-торки на индивидуални менливи кои во сите можни случаи или се различни, или се исти. Доколку важи второто, тогаш станува збор за една иста интензија.

Врз основа на ДЕФ. 10. и ДЕФ. 11. може да се дефинира клучниот поим во оваа семантика, поимот апсолутна релација или атрибут.

ДЕФ. 12. $Abs_{\iota}\ (F) \equiv_{D} \quad MConst_{\iota}\ (F) \wedge MSep_{\iota}\ (F)$

Една релација или атрибут е апсолутен доколку е и модално константен и модално разделен, што интуитивно значи дека е предициран за некој објект во целата класа Г. При тоа и објектот е еден ист во целата класа Г, т.е. во сите можни случаи. Употребата на апсолутните атрибути во ML е аналогна на улогата на именките во природниот јазик, при што екстензионалните атрибути функционираат аналогно на придавките. Аналогија може да се направи и со Аристотеловата „прва и втора супстанција“, бидејќи апсолутните атрибути го означуваат основното својство според кое се идентификува некоја индивидуа. Така на пример, својството „природен број“ може да се подразбира како супстантив, (во реченицата „природниот број може да биде парен или непарен“) но и како придавка (во реченицата „2 е природен број“). Во првиот случај атрибутот природен број (Nn) е апсолутен, т.е.

(4) $\Vdash Nn \in Abs$

а во вториот атрибут е екстензионален, т.е.

(5) $\Vdash Nn^{(ex)} \in Ext$

при што

ДЕФ. 13. $Ext_{\iota}\ (F) \equiv_{d} (\forall x_1, y_1, \ldots, x_n, y_n)\ [F\ (x_1, \ldots, x_n\ )$

$$\bigwedge_{i\ 1}^{n} x_i = y_i \supset F\ (y_1, \ldots, y_n)\ ]$$

Природните броеви го имаат својството Nn и како апсолутно, и како екстензионално својство, додека пак сите други класи објекти можат да го имаат Nn само како екстензионално својство. Имено, „2“ е природен број, а „група луѓе“ може да го има својството „2“, но не е природен број.

Од ДЕФ. 12. се гледа дека апсолутните атрибути секогаш важат за исти субјекти, во сите можни случаи, и врз основа на тоа тие служат на некој начин да ги изделат индивидуите, на кои понатаму им се предицираат атрибути во вистннската смисла, т.е. екстензионалени атрибути. Екстензионалните атрибути, поради својството на екстензионалност, ограничени се на поединечните можни случаи, па не можат да ја извршат таа функција како што го прават тоа апсолутните атрибути.

Во јазикот ML изградено е модалното сметање MC врз основа на едно множество аксиоми во кое покрај вообичаените дадени се и неколку аксиоми специфични само за ова сметање. Тоа се аксиоми кои ја задаваат интензионалната предикација и ги втемелуваат можните случаи во сметањето MC . Така, аксиомата A. (1) $(\Box)\ x = \cap y \supset [\phi\ (x) \equiv \phi\ (y)]$ каде што

$\phi\ (y)$ е добиено од $\phi\ (x)$ со замена на x со y,

го воведува принципот на стриктниот идентитет којшто во ML е во врска со идентитетот на две индивидуи во сите можни случаи. Обичниот, екстензионален идентитет, во MC важи само во поединечен Y-случај, што значи дека е врзан за екстензионалните контексти:

$$(6)\ \phi\ (x)^{(ex)} \vdash x = y \supset [\phi\ (x) = \varnothing\ (y)],$$

односно важи само за екстензионалните својства:

$$(7)\ x = y \equiv (F)\ [Ext\ (F) \supset F\ (x) \equiv F\ (y)]$$

Апсолутните атрибути и релации во MC се изведуваат од следната, јака аксиома, која нема своја екстензионална аналогија, но која е основна за дефинирање на можните случаи во MC , како и на интензионалните дескриптивни оператори.

$$A.\ (2)\ (\exists F)\ (\forall x_1, \ldots, x_n)\ \{[\Diamond F(x_1, \ldots, x_n) \equiv \Box F\ (x_1, \ldots, x_n)$$
$$[F\ (x_1, \ldots, x_n) \equiv p]\}.$$

Со аксиоми во MC е воведен „непостоечкиот објект“ за сите типови посебно:

$$A.\ (3)\ a^*_t\ (x_1, \ldots, x_n) \supset \bigwedge_{i\ 1}^{n} x_i = a^*_{t_i}\ ,\ t = (t_1, \ldots, t_n),$$

$$A.\ (4)\ a^*_q\ (x_1, \ldots, x_n) = a^*_{t_0}\ ,\quad q = (t_1, \ldots, t_n\ : t_0),$$

а модалниот карактер на јазикот и сметањето е зададено со аксиомата:

$$A.\ (5)\ (\exists x, y)\ (\Diamond x = y \wedge \Diamond x \neq y)$$

Особеност на семантиката на ML е и бројот на објектите од типот t, кој во сите можни случаи е ист. Тоа е изразено во следните две аксиоми кои го градат удесниот универзум на овој јазик:

$A.\ (6)\ (\exists v_{t1})\ \Box\ v_{t1} \neq a_{t1}$ $\qquad t = 1, \ldots,$

$A.\ (7)\ (\exists\ F)\ [\underline{Abs}\ (_t)\ (F) \wedge F\ (a_t\ ^*) \wedge (x)\ F\ (e)\ (x)]\ t = 1, \ldots,$

Единствено правило на изведување за MC е правилото modus ponens.

Искуството со примената на јазикот ML во различни подрачја покажува дека тој е лесно прилагодлив на барањата на областа во која се применува и која се формализира. Оваа негова особина делумно потекнува од флексибилноста на системот на типовите τ, а делумно на вештата семантичка конструкција која сама по себе можеби делува како математичка теорија, но во својата примена дава многу природни конкретизации. Во таа смисла за потребите на анализата на каузалноста ќе направиме едно прилагодување на сметањето MC, при што исказните менливи ќе ги третираме и како индивидуални термини. Ова сметање ќе го обележиме со симболот MC_*, а модификацијата ќе ја дадеме во системот на типовите τ, и во една додатна аксиома.

Системот на тиковите τ_* ќе го дефинираме рекурзивно со следните услови:

ДЕФ. 14. (а) $\{0,1,\ldots,\} \subset \tau_*$

(б) ако t_o $t_1,\ldots, t_n \in \tau_*$, тогаш $(t_1,\ldots, t_n, t_o) \in \tau_*$. $(t_1,\ldots, t_n, t_o)$ е тип за релатор или функтор во зависност од тоа дали $t_o = O$ или $t_o \neq O$.

Специфичната аксиома што се усвојува за системот MC_* говори за тоа дека исказните менливи можат да функционираат и како индивидуални менливи и да бидат аргументи во релациите и функциите.

A. (8) $(\Box)\ p = q \equiv (p \equiv q) \qquad p,\ q \in \varepsilon_0$.

6. Можните случаи дефинитивно во самиот модален јазик

Споменатата јака аксиома A. (2), со која се тврди постоење на модално константни атрибути овозможува во сметањето MC да се воведат и можните случаи. Тие беа опишани во семантичката анализа изложена во јазикот YL^{+1} како класа Г. Во ML тие се означуваат како членови на класата *El* и се дефинираат како интензии на можните случаи од класата Г.

Прелиминарно, во MC ќе ги дефинираме екстензионалните можни случаи:

ДЕФ. 15. $ElR\,(x) \equiv_D x \in PR\,(y)\,[SubR\,(y, x) \supset \cap\, x = \cap\, y]$

Од оваа дефиниција следува и диференцијата на интензионалните можни случаи:

ДЕФ. 16. $El\,(u) \equiv_D (\exists x)\,[x \in ElR\ u = \cap\{x\}^{(1)}]$

Во овој труд ќе ја користиме и константната формула $\mathbf{I}_u$, која означува дека „се случува некој елементарен можен случај“:

ДЕФ. 17. $\mathbf{I}_u \equiv_D u \in El \wedge (\cap x)\ u\,(x) = 1$

Веќе рековме дека елементарните можни случаи не се спецификувани во однос на нивната структура. Меѓутоа, тоа е можно да се направи и тоа така што со секој од нив ќе се поврзе некоја класа на реченици која всушност го опишува можниот случај:

$$(8) \quad \vdash u \in El \supset [\Box(\mathbb{I}_u\ p) \equiv \frown (\mathbb{I}_u \supset \frown p)]$$

АНАЛИЗА НА РЕЛАЦИЈАТА КАУЗАЛНОСТ

1. Целите на анализата

Оваа анализа тргнува од претпоставката дека каузалноста е двомесна релација помеѓу индивидуи кои во природниот јазик се нарекуваат причина и последица. Тие можат да се сфатат на два начина: како состојби на работите, значи како искази во кои се предицирани атрибути или релации и како промени на тие состојби.

Состојбите на работите се земаат со оглед на некоја релациска структура S. Имено, со помош на јазикот ML во кој ќе усвоиме и едно множество индивидуални константи за секоја индивидуа во S, како и симболи за релациите во S, може да се утврдат сите можни описи на состојбите со оглед на S. Меѓутоа на тој начин може да се добие бесконечен број атомарни искази. Затоа, ќе претпоставиме дека едно множество искази К делумно ја опишува состојбата S, односно целосно ја опишува потструктурата S'.

Во оваа анализа нема да навлеземе во истражувањето на промените на состојбите како аргументи на релацијата каузалност.

Анализата ќе ја изведеме во модално затворената теорија која претставува MC_{*} -теорија. Тоа значи дека ги има симболите од јазикот ML , а аксиомите на MC_{*} претставуваат нејзини логички аксиоми. Ќе претпоставиме исто така дека во теоријата се изведува и

$$(9) \quad \vdash (\forall x_n)(\exists y_n)\Box\, x_n \neq y_n$$

каде што x_n и y_n се менливи од индивидуален тип. Тоа значи дека во секој модел постојат најмалку две индивидуи. Во теоријата за секоја формула од типот $(\exists x_n)$ A постои константа c таква што

$$(10) \quad \vdash (\exists x_n)\ A \text{ ако } A\,[x^n/c_n]$$

каде што $A \in \varepsilon_0$, а c_n е од ист тип како и x_n.

Во излагањето на анализата главно ќе станува збор за множества на формули со слободни менливи што ќе ги означуваме со К. Овие множества можат да бидат конечни и бесконечни. Едно множество К е $\mathcal{T}$-конзистентно доколку постои барем една формула што не може да се изведе од К во теоријата $\mathcal{T}$. А теоријата е конзистентна ако за ниту еден модел во $\mathcal{T}$ не е случај да важи и p и $\neg p$.

8. *Анализа на каузалното уредување*

Најпрвин ќе го дефинираме поимот реална менлива. Менливата x е реална во формулата А доколку не е нужно важењето на таа формула, т.е. доколку постои барем еден можен случај во којшто А не важи за таа менлива. Овој поим ќе го означиме со $Eeal_A$

ДЕФ. 18. $x \in Real_A \equiv_D x = \frown (\cap x_n)\ (\forall x_1, \ldots, x_{n-1})\ (\Box A\ \Box \neg A)$

kade wto $A \in \varepsilon_0$, а менливите $x_1, \ldots, x_{n-1}, x_n$ со различни менливи од типот $t_1, \ldots, t_{n-1}, t_n$ кои се слободни во А.

За следната дефиниција која се однесува на линеарните множества на формули неопходни се некои претходни конвенции. КОН. 1. Со К ќе означуваме непразно множество формули кои содржат слободни менливи во ML , со К' некое непразно и конечно подмножество од К, а со $A_1 \ldots, A_m$ менливи од типот 0 (m = 1, 2, ...). Бројот на елементите од множеството К', означен со m, во ML може да се изрази и како интензија, и тоа со помош на апсолутниот атрибут за природни броеви Nn. Оваа интензија ќе ја означиме со $N_{K'}$, и ќе го опишеме на следниот начин:

(a) $\qquad N_{K'} = \frown (\cap m)\ (m \in Nn \wedge K' \in m)$

КОН. 2. Сите реални менливи во формулите од множеството К' го даваат множеството V', чиј што број може да се претстави како интензија, $N_{V'}$, одредена на следниов начин:

(a) $\qquad N_{V'} = \frown (\cap n)\ (n \in Nn \wedge V' \in n)$

Имајќи ги предвид овие конвенции ќе го дефинираме својството *Linear* постапно. Најпрвин ќе го дефинираме предикатот

ДЕФ. 19. $K \in \underline{\text{Linear}}_O \equiv_D (\forall K')\ \{K' \subseteq K \supset \frown \bigwedge_{j\,1}^{N_k} [(\exists_x)\ x \in \underline{\text{Real}}_{A_j}]\ N_{K'} \subseteq \frown N_{V'}\}$

Врз основа на ДЕФ. 19. ќе го дефинираме својството линеарно множество формули во ML .

ДЕФ. 20. Ако К' е ознака за множеството формули $A_1, \ldots,$ Am кои се универзално квантификувани со оглед на првите $x_1, \ldots, x_K$ реални менливи, каде што k = NV, — NK', тогаш

$K \in Linear \equiv_D K \in Linear_0\ (\forall K')\ [K' \subseteq K \wedge \overline{K'} \in Linear_0 \supset$ $(\forall x_1, \ldots x_k)\ (E_1\ x_{k+1}, \ldots, \exists_1\ x_n) \vee K']$.

Линеарното множество формули како што е дефинирано погоре се карактеризира со таква структура што во случај првите k менливи да добијат своја вредност, вредноста на останатите реални менливи еднозначно е определена.

Поимите „реална менлива“ и „линеарно множество“ се карактеризираат со некои својства кои ќе ги докажеме во следните теореми изведени во МС .

ТЕО. 1. Ако *Г* е конзистентна MC_* — теорија, тогаш и секое множество К, за кое важи К е *Linear, е* конзистентно множество.

ДОКАЗ: За секое линеарно множество во теоријата *Г* може да се тврди: Г, ДЕФ. 20. $\vdash (\forall x_1, \ldots, x_k)\ (E_1\ x_{k+1}, \ldots E_1\ x_n) \wedge K'$, а од тоа следува $\vdash \Box\ (\exists x_k, \ldots, \exists x_n) \wedge K'$.

Ќе претпоставиме дека множеството К е неконзистентно во Г. Тоа значи дека за секое негово подмножество К', важи $\vdash \wedge K'$ (а) и $\vdash \Gamma \wedge K'$ (б) За (а) важи горното изведување, додека за (б) важи како последица $\vdash \neg \Box\ (\exists x_{k+1}, \ldots, \exists x_n) \wedge K'$.

Значи, во случај множеството К да е неконзистентно во теоријата Г, тогаш и самата теорија Г е неконзистентна. Од тоа следува дека секое линеарно множество во конзистентната теорија Г е конзистентно. КНД

ТЕО. 2. Ако $K \in Linear$ и $A \in K$, каде што А е формула со слободни менливи $x_1, \ldots, x_n$ тогаш $\vdash x_1, \ldots, x_n \in Real\ A$

ДОКАЗ: Од ставот (9) следува $\vdash (x_n)(\exists y_n)\ \Box x_n \neq y_n$ (а)

Од хипотезата на теоремата следува дека {А} е подмножество од К, т.е. множество со еден елемент. Значи N $= {}^{0}1$.

I. Од дефиницијата 20. следува за $\{A\} \vdash (\forall x_1, \ldots, x_{n-1})(\exists x_n)\Box A$.

II. Од друга страна, од ДЕФ. 20. следува и $\vdash (\forall x_1, \ldots, x_{n-1})\ (\exists x_n)$ $\Box \neg A$ (в).

Според ДЕФ. 18., од I и II може да се заклучи дека $x_n \in Real\ \backslash$. Оваа постапка може да се повтори n-пати, што ќе ја докаже теоремата за $x_1, \ldots, x_n \in Real\ '$. КНД

ТЕО. 3. За секоја формула А за која важи $A \in K$ и $K \in Linear$, ако Г е конзистентна MC_* — теорија, тогаш $\Gamma \cup K - \{A\} \vdash A$.

ДОКАЗ: Доказот очигледно се изведува по аналогија со доказот за теоремата 2.

Наредните дефиниции воведуваат дистинкција помеѓу два вида линеарни множества: заситено *(SCont)* и незаситено *(Sect)* множество формули во ML . Со оглед дека оваа дистинкција се прави во однос на бројот на реалните менливи што се јавуваат во формулите, неопходно е тие да се дефинираат како модално константни атрибути. Затоа нив ќе ги наречеме модално заситени и модално незаситени множества и ќе ги означиме со *MSCont*, односно *MSect* ДЕФ. 21. $K' \in MSCont \equiv_D K \in Linear \wedge K' \subseteq K \supset^{\circ} N_{K'} =^{\circ} N_{K'}$ ДЕФ. 22. $K' \in MSCect \equiv_D K \in Linear \wedge K' \subseteq K \supset^{\circ} N_{K'} <^{\circ} N_{K'}$

Како што може да се види од овие дефиниции заситените множества се разликуваат од незаситените според бројот на слободните менливи. Ако едно заситено множество формули го изразиме во екстензионалниот јазик EL^{+1}, кој претставува кореспондент на јазикот ML , според тезата на екстензионализација тоа множество би требало и во EL^{+1} да биде заситено. Меѓутоа, по природата на својата семантика, EL^{+1} како екстензионален превод на ML има една сорта индивидуи повеќе, која служи како замена за можните случаи. Тоа значи дека во секоја формула во EL^{+1} се јавува уште една менлива, обележана со *к*, која ја исполнува аналогијата со модалните оператори во ML . Така, на пример, линеарното заситено множество K', кое во некој обичен, екстензионален јазик од прв ред изгледа вака:

(L) $K' = \{A(x_1), B(x_1, x_2), C(x_2, x_3)\}$

во EL^{+1} мора да се изрази уште и со менливатаа *к:*

(EL^{+1}) $K' = \{A(x_1, к), B(x_1, x_2, к), C(x_2, x_3, к)\}$.

Ваквиот запис во EL^{+1}, меѓутоа, повеќе не претставува запис на заситено множество, со оглед дека *к* е слободна менлива. Поради тоа, во претходниот израз неопходно е менливата *к* да се врзе со егзистенцијален или универзален квантификатор. Врзаната менлива за можни случаи во ML се преведува со модален оператор, при што постои корелација помеѓу егзистенцијалниот квантификатор и операторот за „можно", и помеѓу универзалниот квантификатор и операторот за „нужно". Оваа врска потекнува од интерпретацијата на модалностите како „важи во некој/секој можен случај". Како резултат на врзувањето на менливата *к*, во ML заситеното множество ќе се преведе во модално затворен израз, што според ДЕФ. 10. значи дека треба да се претстави со некој модално константен атрибут. Модалната константност всушност обезбедува зачувување на својството заситеност во сите можни случаи во коишто тоа се предицира. Истата аргументација важи и за својството на незаситеност, како и за сите својства и релации што ќе ги дефинираме понатаму.

Од ДЕФ. 21. се гледа дека сите слободни менливи во заситените множества формули имаат едно решение. Имено,
ТЕО. 4. $K' \in MSCont,\ \Gamma \vdash (\exists^{\circ}{}_1 x_1, \ldots, \exists^{\circ}{}_1 x_n) \wedge K'$.
ДОКАЗ: Следува очигледно од ДЕФ. 20 и ДЕФ 21.

Очигледно е докажувањето и на следните теореми во кои се тврди дека својството заситеност се пренесува и на множествата што се добиени со операциите за пресек и унија.

ТЕО.5. $\vdash K', K'' \in MSCont \supset^{\circ} K' \cap K'' \in MSCont$
ТЕО.6. $\vdash K', K'' \in MSCont \supset^{c} K' \cup K'' \in MSCont$

За да ги опишеме можните состојби на работите за кои, како што споменавме на почетокот на овој дел, важи релацијата на каузалноста, ќе го искористиме поимот елементарни можни случаи и класата *El* која е дефинирана во MC_*. Меѓутоа, членовите на класата *El*, како ни Υ — случаите во семантиката за ML изразена во јазикот EL^{+1}, немаат утврдена структура. Тоа значи дека нив не можеме едноставно да ги земеме за репрезенти на состојбите што се во релација на каузалност. Неопходно е на некој начин да се изрази нивната структура која може каузално да се објасни. За таа цел впрочем беа и дадени горните дефиниции на линеарното заситено и незаситено множество. Сепак тие не се сосема адекватни типови множества со кои би се опишала една состојба на работите бидејќи од математички аспект не се елементарни. Затоа, ќе го воведеме со дефиниција поимот „минимално множество формули", кое од истите причини како и за заситените и незаситените множества, во ML ќе биде модално константен атрибут:

ДЕФ.23. $K' \in MMtn \equiv D\ K' \in MSCont\ (\forall K'')\ (K'' \in MSCont\ K'' \subseteq^{\circ} K' \supset^{\circ} \supset^{\circ} K'' =^{\circ} K')$.

Од дефиницијата се гледа дека минималните множества се карактеризираат со единственост, односно нема преклопување помеѓу две минимални множества. Тоа може да се види од следните теореми изведени во MC_* — теоријата Г.

ТЕО.7. $\vdash K, K'' \in MMin \wedge K' \neq K'' \supset^{\circ} N_{(K'\ K'')} =^{\circ} O$

ТЕО.8. $\vdash K'\ K'' \in MMin \wedge K' \neq K'' \supset^{\circ} N_{(V'\ V'')} =^{\circ} O$

За анализа на релацијата на каузалноста, важно е исто така во теоријата Г да го воведеме и поимот „каузално уредено множество", кое всушност претставува посебен вид заситено линеарно множество на формули. Тој поим ќе го означиме со *CausOrd* и ќе го дефинираме како модално константен атрибут. ДЕФ. 24. Ако М претставува унија на сите модално минимални подмножества од множеството К, тогаш

$$K \in CausOrd \equiv D\ K \in Linear \wedge \Box\ M \neq K \wedge (\forall K')$$
$$[K' \subseteq K \supset^{\circ} (\exists K'')(K'' \in MSCont \wedge K'' \subseteq K' \subseteq K'')].$$

Според дефиницијата каузално уредените множества всушност се заситени множества, а ако се работи за бесконечно множество коешто е каузално уредено, тогаш заситено е неговото најголемо конечно подмножество. Особеност на каузалните множества е и тоа што не можат да се сведат на унијата од минималните подмножества. Ова практично значи дека слободните менливи што се јавуваат во формулите на едно подмножество од минимален тип мора да се јавуваат и во некое друго подмножество, кое не е минимално. Тоа подмножество исто така не е ни заситено бидејќи во тој случај не би постоеле заеднички слободни менливи со минималните подмножества. За овие особини, како и за некои други својства на каузално уредените множества формули во МС можат да се докажат следните теореми.

ТЕО.9. $\vdash$ K $\in$ *CausOrd* $\supset$ M $\neq$ ϕ
Доказ: Очигледно следува од ДЕФ. 24.

ТЕО.10. $\vdash$ K' $\subseteq$ (K — M) $\supset$ K' $\in$ *MSect*

ДОКАЗ: Се изведува со reductio ad absurdum од ставот K' $\in$ *MSCont*.

ТЕО.11. Ако K' $\subseteq$ K и K" $\subseteq$ K, тогаш

K', K" $\in$ *MSect*, (K' $\cup$ K") $\in$ *MSCont* $\vdash$ (K' $\cap$ M) $\neq$ ϕ

$\vee$ (K $\cap$ M) $\neq$ ϕ

ДОКАЗ: Од претпоставката на теоремата, ставот K', K" $\in$ *MSect* ќе го означиме со (а), а вториот став (K' $\cup$ K") $\in$ *MSCont* со (б). Тогаш, (б), ДЕФ. 24. $\vdash$ $(\exists K_j)$ $[K_j \in$ *MMin* $\wedge$ $K_j \subset$ (K' $\cup$ K")] (в). Исто така важи и $K^i \subset$ M (г). Од (в) и (г) следува K_j (K' $\cup$ K") $\cap$ M, односно (K' $\cup$ K") $\cap$ M $\neq$ ϕ, а од тоа и тезата на теоремата. КНД ТЕО. 12. $K_i \subset$ K, $K_i \in$ *MMin* $\vdash$ $(\exists K_j)$ $[K_j \in$ *MSCont* $\wedge$ $K_i \subset K_j$ $\wedge$ $K_j \cap$ (K—M) $\neq$ ϕ.
ДОКАЗ: Следува од ДЕФ. 24. и ТЕО. 10.
ТЕО. 13. Ако важи K $\in$ *CausOrd*, тогаш $\vdash$ $(\exists x)$ $(x \in Real_M \wedge x \in Real_{(K-M)})$
ДОКАЗ: Ќе претпоставиме дека множествата $K_1, \ldots, K_n$ се минимални и дека се подмножества од K. Нивната унија ќе ја обележиме со M^n. Од ДЕФ. 24. и ТЕО. 11. следува дека постои некое заситено подмножество во K, да речеме K", за кое важи K" $\cap$ (K—M) $\neq$ ϕ. Нека важи и K" — M^n = K' (а). Тоа значи дека множеството K' нема минимални подмножества. Во врска со бројот на слободните, односно реалните менливи во овие множества, од (а) следува:

$$\vdash N_{K''} = \frown N_{(K' \cup M^n)} = \frown N_{K'} + N_{M^n} \text{ (б).}$$

Меѓутова, според ДЕФ. 21. за K" важи $N_{K''} = \frown N_{V''}$ (в). Од друга страна, од (а) следува на истиот начин и $N_{V''} = \frown N_{(V' \cup V^n)}$ онносно, $N_{V''} = \frown N_{V'} + N_{V^n} - N_{(V' \cap V^n}$ г). Од (б),(г) и ДЕФ. 21. следува $N_{K'} = \frown N_{V'} - N_{(V' \cap V^n}$. Ќе претпоставиме дека $N_{(V' \cap (V^n)} = \frown$ O. Тогаш од (д) следува $N_{K'} = \frown N_{V'}$, што значи дека K' $\in$ *MSCont* и дека содржи како подмножество некое минимално множество. Тоа, меѓутоа и противречи на претпоставката (а). Затоа ќе го отфрлиме ставот $N(V' \cap V^n) = \bigcirc$ О и ќе заклучиме дека важи тезата на теоремата 13.

ТЕО. 14. Ако претпоставиме дека $K \in CausOrd$, M^n е унија на минималните подмножества од K и $K' \subset (K—M)$, тогаш

$$\vdash (\forall A) [A \in K' \supset (\exists x) (x \in Real_A \wedge \neg x \in Real_{V^n} \; N_{V_A} \; 2].$$

ДОКАЗ: Следува од ДЕФ. 21., ДЕФ. 22., ДЕФ. 23. и ДЕФ. 24.

Од последните две теореми следува дека во едно каузално уредено множество на формули постојат подмножества кои се незаситени, но во кои има слободни менливи што се заеднички со менливите во минималните подмножества. Покрај нив, во незаситените подмножества има и слободни менливи што не се јавуваат во минималните подмножества. Затоа бројот на слободните менливи во формулите на незаситените подмножества е најмалку два. Токму оваа структура на каузално уредените множества на формули овозможува да се зборува за каузално објаснување и каузално изведување на едни множества од други. Во таа смисла е формулирана и следната значајна теорема.

ТЕО. 15. Нека важи $K \in CausOrd$, $K' \subset K$ n $K' \in MSect$. Понатаму, нека важи и $V' \cap V_M = \{x_1, \ldots, x_n\}$, како и $C_V =$ бодни во А.

$\{c_1, \ldots, c_n\}$, притоа $c_1, \ldots, c_n$ се индивидуални константи од

ист тип како и менливите

$x_1, \ldots, x_n$. Ако важи

$$K' \left[\frac{x_1, \ldots, x_n}{c_1, \ldots, c_n} \right] = Kc'$$

тогаш важи и

$$\vdash K'c \in Linear.$$

ДОКАЗ: Следува од ДЕФ. 19., 20., 21., 23., 24., како и од ТЕО. 5., 7., 8., и ТЕО. 14.

Како последица на теоремата 15. може да се тврди и

(11) $\qquad (K — M)c \in Linear$

Со оглед дека вредностите на слободните менливи во минималните множества се еднозначно определени, тие можат да се заменат со индивидуални константи што постојат во ML . На таа постапка се надоврзува и главната карактеристика на каузално уредените множества на формули според која формулите од М и К—М имаат некои заеднички слободни менливи. Имено, со замена на слободните менливи во M, едновремено се врши замена и во незаситеното подмножество K—M. Како резултат на таа замена се добива друго множество кое, според ТЕО. 15. повторно е линеарно множество. Дали добиеното множество ќе биде уште и каузално уредено, ќе зависи од тоа дали во добиеното множество ќе има минимални подмножества. Ако ги има, тогаш постапката на замена на слободните менливи во минималните множества со константи може да се повтори. Значи, во принцип е можно да се добие еден низ од каузално уредени множества. Почетното каузално уредено множество ќе го означиме со K^0, а соодветната унија на минималните подмножества од K^0 ќе ја означиме со M^0. Со замена на менливите во M^0 и $K^0 - M^0$ се добива множеството $(K^0 - M^0)c$, кое доколку е каузално уредено може да се означи со K^1. Ако $(Kr - Mr)c \in$ *CausOrd,* тогаш тоа е K^{r+1}. Значи множеството K^{r+1} е изведено од каузално уреденото множество K^r. Релацијата „изведено од паузално уреденото множество“ ќе ја означиме со *Deriv* и ќе ја воведеме со дефиниција.

ДЕФ. 25. Покрај веќе вообичаените нотации, како што се K^r, M^r $M^r M$ и $V(K^r - M^r)$, ќе претпоставиме дека C^r е множество индивидуални константи коишто можат да се заменат во $V^r = VV \cap V(K^r - M^r)$. Тогаш, за $r = 0,1, \ldots$ и $n \geq 1$,

$$K^{r+1} \in \mathit{Deriv}\ K^r = D\ K^r \in \mathit{CausOrd} \wedge K^{r+1} = (K^r - M^r)$$

$$\left[\begin{array}{l} x_1, \ldots, x_n : x_i\ V^r \\ \\ c_1, \ldots, c_n : c_i\ C^r \end{array}\right]$$

Врз основа на претходните разгледувања и дефиниции, во MC можат да се тврдат следните својства на каузално уредените и изведените множества:

(12) $\vdash K^r \in \mathit{Deriv}\ K^{r-1} \wedge K^r = M^r \supset^\circ \neg K^r \in \mathit{CausOrd}$

(13) $\vdash K^r \in \mathit{Deriv}\ K^{-r} \wedge (K^r - M^r) \in \mathit{MSect} \subset^\circ K^r \in \mathit{CausOrd}$

(14) $\vdash K^r \in \mathit{Deriv}\ K^{r-1} \wedge \Box K^r \neq M^r \wedge (K^r - M^r) \in \mathit{MSCont} \subset^\circ K^r \in \mathit{CausOrd}.$

Во следната теорема се покажува една значајна особина на низата од каузално уредени и изведени множества на формули. ТЕО. 16. Нека важи $K^i \in \mathit{CausOrd}$, $K^{i+1} \in \mathit{Deriv}\ K^i$, za $i = 0,1, \ldots, r, \ldots$, а M^i нека биде унија на сите минимални подножества во K^i. Нека важи и ознаката $M^z = \bigcup_{i=1}^{r} Mi$. Тогаш важи и (а) $\Gamma \cup K^0 \vdash A$ за сите $A \in M^z$

(б) $\Gamma \cup M^z \vdash B$ за сите $Б \in K^0$.

ДОКАЗ: Доказите се изведуваат со математичка индукција.

Својството на низот од каузално уредени и изведени множества што е опишано во претходната теорема, како и сите досега докажани теореми даваат основа за следните дефиниции. Најпрвин ќе го воведеме поимот „ендогена менлива" и тоа како релација помеѓу индивидуалните менливи и минималните множества на формули.

ДЕФ. 26. Претпоставуваме дека постои низ, каков што е опишан погоре, за $r = 1, 2, \ldots$, $K^{r-1} \in CausOrd$ и $k \in Deriv^{r-1}$. Исто така, во секој ред од низот постојат подмножества за кои важи $K'_r \in MMin$.

Тогаш,

$$x \in End\, K'_r \equiv_D x = \cap (\cap x) (x \in Real\, K'_r \bigwedge_{i=1}^{r-1} \neg\, x \in Real\, K'_i\ )$$

Во врска со замената на слободните менливи со константи и изведувањето на нови множества, ќе го дефинираме поимот „егзогена менлива" во модално минималните множества на формули.

ДЕФ. 27. Го подразбираме истиот низ како и во ДЕФ. 26.

$$x \in Egz K'_r \equiv_D x = \cap (\cap x_n) (x_n \in Real K'_{r-1} \wedge \wedge K'_r \begin{bmatrix} x_n \\ / \\ c_n \end{bmatrix}),$$

каде што c_i е константа од истиот тип како и x_n.

Поимите ендогена и егзогена менлива се дефинирани како модално константни атрибути поради спомenатите особености на јазикот ML . Со нивна помош ќе ја дефинираме и релацијата на каузалното објаснување што ќе ја означиме со симболот „$\rightarrow$". Фразата „$K'_{r-1} \rightarrow K'_r$" се чита: „$K'_r$ е каузално зависно од K'_{r-1}".

ДЕФ. 28. Го подразбираме истиот низ како и во претходните

(а) $K'_{r-1} \rightarrow K' \equiv_D K'_{r-1}, K'_r \in MMin \wedge \Box (\exists x) (x \in$

$End K'_{r-1} \cap Egz K'_r\ ).$

за $p > C$. За $s < r$, је дефинираме индиректната каузална зависност:

(б) $K'_s \rightarrow K'_r \equiv_D K'_s \rightarrow K'_{s+1} \wedge \ldots \wedge K'_{r-1} \rightarrow K'_r$.
дефиниции.

И на крајот, врз основа на дефинициите 16., 17., 23., и 28., можеме да ја дефинираме и релацијата на каузалноста која важи за елементарните можни случаи. Имено, фразата *Cause* (u, v) ја читаме „*u* е причина за *v*".

ДЕФ. 29. Претпоставуваме дека постои низ од каузално уредени и изведени множества на формули како во претходните дефиниции. Исто така претпоставуваме дека важи и u, v $\in EL$ и K'_s, $K'_r \in MMin$, $K'_s \subset K^s$, а $K'_r \subset K^r$. Тогаш,

$$Cause\ (u, v) =_D (|_u \supset\frown K'_s)(|_v \supset\frown K'_r)(K'_s \rightarrow K'_r)$$

Значи, еден можен случај е причина за друг можен случај ако тие два случаи се опишани со некои моделно минимални множества на формули и ако се каузално зависни меѓу себе како што е опишано во дефиницијата 28. Се разбира, можните случаи можат да претставуваат настани, својства, состојби и слично, под услов структурата на речениците со коишто тие можат да се опишат да одговара на структурата на минималните множества на формули кои се во ралација на каузална зависност. Со тоа е завршена анализата на структурата на аргументите за кои важи релацијата на каузалноста.

9. *Типовите на изразите во формалната анализа на каузалноста*

Следејќи ги упатствата што ги дава системот на типовите за ML_* во дефиницијата 14., десигнаторот на модално минимални множества на формули, *MMin*, во ML_* претставува израз од типот ((t)), за $t \in t_*$, $t = 0$. Имено, множеството на формули се претставува со десигнатор од типот (t), а својството „модално минимално множество", според ДЕФ. 1. (б) има едно ниво повеќе, значи ((t)).

Релацијата на каузална зависност во ML_* претставува десигнатор од типот ((t), (t)), за $t \in t_*$ и $t = 0$.

Можните случаи, како што се дефинирани во ML_* претставуваат изрази од типот (((t))) за $t \in t_*$. Оттаму, релацијата на каузалност што важи помеѓу нив во ML_* претставува десигнатор од типот ((((t))), (((t)))).

*

* *

Од резултатите на оваа анализа особено интересни се два моменти. Имено, од една страна, се покажува дека сложеноста на поимот каузалност, којашто била претчувствувана низ историјата на расправите во врска со него, делумно потекнува и од фактот што во јазикот тој е присутен како израз со многу високо ниво. Високото ниво се должи на тоа што кога говориме за каузалност, станува збор за релација помеѓу настани, состојби или својства што сами посебе се од високо ниво. При тоа се подразбираат множества од реченици кои имаат некое специфично својство, но кои исто така се издигнуваат на ниво на супстантив, за да можат да бидат аргументи на релацијата.

Од друга страна, оваа анализа покажува дека поимот каузалност од аспект на јазикот во кој е анализиран, по својата природа е моделен. Се разбира, моделната природа на релацијата *Cause* потекнува од невобичаениот третман на поимите во семантиката за ML . Меѓутоа, не е исклучено дека постои можност за природна аналогија помеѓу семантиката на ML и природните јазици. Тоа е убав поттик за едно идно истражување.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bressan, A. *A General Interpreted Modal Calculus,* Yale University Press, 1972.

2. Bressan, A. »Extensions of modal calculi MC' and MC. Application to probability theory«. *Aspects of Philosophical Logic,* Reidel Pubs. Comp., 1981.

3. Belnap, N. »Foreward to Bressan's: *General Interpreted Modal Calculus,* Yale University Press, 1972.

4. Burks, A. W. jThe logic of causal propositions«, *Mind* 60, 1950.

5. Carnap, R. *Meaning and Necessity,* Chicago: University of Chicago Press, 1956.

6. Frege, G. »O smislu i nominatumu«, *Ideje* 1, 1975.

7. Kron, A. »An Analysis of Causality«, *Essays on Explanation and Understanding,* Reidel Publ. Comp., 1976.

8. Quine, W. O. »Reference and modality«, *From a Logical Point of View,* Canbridge-Massachussets, Harward University Press, 1953.

9. Zenardo, A. »A Completeness theorem for the general interpreted modal calculus MC'«, *Rend. Sem. Mat. University of Padova,* 1981.

ANETA MARKOSKA

AN ANALYSIS OF CAUSALITY IN A MODAL LANGUAGE

Summary

In this paper the main ideas of the formal extensional theory of causality are developed in the modal language ML . The results of the analysis are based on two contemporary contributions in symbolic logic: Bressan's modal language ML and the so-called Kron-Simon-Ward's theory of causality.

ML is a many-sorted modal language supplied with a complete type-theory with no upper limit on its types and with an original case-intensional semantics. It is this semantics that enables the free usage of all the quantifiers in modal contexts in ML and introduces intensional predication, together with the modally constant and absolute attributes.

The formal theory of causality establishes the structure of the causality relation through the analysis of its arguments. The intuitive assumption on which this theory lies is the concept of »state of affaires«. Namely, states of affaires are taken into account as representing he arguments of the causality relation. But the concept of states of affaires, being semantical in nature, is not definable within the extensional theory. Such problems do not arise in ML since on the grounds of the possible-case-semantics, concepts of any level whatsoever can be defined. This also includes the concept of possible case itself.

It is clear now that in ML the causality relation becomes a relation between possible cases. In ML we have everything we need in order to give an explicite definition of this relation. It is defined to hold for the members of the absolute *EL* class of elementary possible cases which can be separately described by formulae that hold in each case respectively. For that purpose the constant formula "$|_u$" is introduced, meaning „elementary possible case *u* is happening", and the previous can be expressed by the phrase" „$|_u \supset p$", meaning „if the elementary possible case *u* is happening, then *p* strictly holds". The particular content of the case being a cause is a minimal set of formulae containing free variables. Among its free varables exists at least one that can be substituted with constants. After the substitution uniquely determined minimal set of formulae is derived, and it describes the case representing the effect. Having all this in mind, the following definitions can be written down:

$$K'_r \rightarrow K'_s \equiv_D K'_r\, K'_s \in MMin \wedge (\exists x)\,(x \in End_{K'_r} \cap Exg_{K'_s})$$

$$\mathrm{Cause}\,(u, v) \equiv_D (|_u \supset K'_r)\,(|_v \supset K')\,(K'_r \rightarrow K'_s).$$