

KOMPJUTERSKI PROGRAM ZA PRETSTAVLJANJE 4D OBJEKATA

m-r Risto Taševski, prof. Tome Joleski

Mašinski fakultet, Univerzitet "Sv. Kiril i Metodij"
p. fax. 464, 91001 Skopje, R. Makedonija

Urađen je kompjuterski program za pretstavljanje 4D objekata, sa intencijom približavanja čovekovom poimanju četiri i više dimenzionog prostora. Pomoću programa i kompletne studije pojašnjeni su neki linijski i krivolinijski objekti u 4D prostoru, tačnije projekcije 4D ivičastih i valjčastih tela i površina, i njihovih preseka sa 4D ravninom.

Kompjuterski program omogućuje izbor različitih tela i površina. Presekom 4D objekata sa 4D ravninom dobiva se 3D objekat (hiperravnina).

Ključne reči : hiperravnina, 4D (četiridimenzioni) prostor, 4D objekat, 4D ravnina.

In this paper a software for the presentation of the 4D objects, with intention for approaching of the four and more dimensional space to the human being is created. With this software and complete study there are explained some linear and curvilinear objects of the 4D space, respectively projections of some 4D angular and oval forms and surfaces, and theirs sections with 4D plane.

The software enables choice of all kinds of surfaces. The sections of the 4D objects with 4D plane results in 3D objects (hyperplanes).

Key words : hyperplane, 4D (four-dimensional) space, 4D object, 4D plane.

UVOD

Poslednih decenija u matematici i nacrtnoj geometriji postavlja se pitanje o više dimenzionom prostoru. Interesovanje za ovu problematiku proizlazi iz veće primene u drugim naučnim oblastima : fizičko-hemiske analize, pri iscrtavanju površina homogenim koordinatama u kompjuterskoj grafici, pri obradi metala reznjom, pri sleđenju toplinskih procesa kod transportnih mašina i red drugih oblasti [1].

Osnovni principi pretstavljanja proizlaze iz samog čoveka, iz njegove sposobnosti za pretstavu, odnosno iz njegovih organa za percepciju i memoriju. Za vizuelnu pretstavu nekog objekta koristi se oko, koje gleda u dve dimenzije, ili može se reći ravninski, a dubinu (treću dimenziju) ne vidi

u realnoj veličini, nego čovek nju oseća i iskustvom određuje. Ispitivanjem tih triju dimenzija čoveku je postao jasan tri dimenzioni prostor, no kad se spomene četiri dimenzioni predmet, tad se stvara mišljenje da je to nešto imaginarno, nešto što ne postoji, što se ne može videti. Jednostavno čovek je u maloj meri ušao u izučavanje više dimenzionog prostora. Svet koji nas okružuje je tri dimenzioni i svi objekti u njemu su tri dimenzioni. Četiri dimenzioni svet i prostor fizički ne postoji, odnosno mi ne poznajemo takav, no to ne znači da se ne mogu proučiti matematički definisani četiri dimenzioni objekti iz tog prostora projektovani ili pretstavljeni u za nas poznatom tri dimenzionom prostoru.

Četvrtu dimenziju ne osećamo kao treću, zbog toga što nemamo iskustva za to i

normalno ne možemo vizuelno da je zabeležimo, nju najčešće poistovećujemo vremenom. No matematički i grafički može se postići pretstava o četvrtoj dimenziji i da se objasne projekcije i preseki nekih 4D tela i površina.

1. OSNOVNI POJMOVI PROJEKTOVANJA 4D OBJEKATA

ND prostor sastoji se iz množestva beskonačno mnogo (∞^n) tačaka, prava, ravnina i 4D, 5D...N-1D ravnina. Tačke se definišu n parametrima ili koordinatima x, y, z, w, \dots, n odnosno $A(x, y, z, w, \dots, n)$. Beskonačno mnogo (N-1)D ravnina definišu ND geometrijski objekat. ND prostor može se predstaviti

$$R^n = \{(x, y, z, w, \dots, n), x \in R, y \in R, z \in R, w \in R, \dots, n \in R\}$$

Za pretstavljanje objekata u određenom prostoru u matematici i geometriji razvile su se određene metode. Osnovni metod koji se koristi u nacrtnoj geometriji je projektovanje, koji omogućava ND objekat da se transformira i pretstavi u ravninsku sliku. Da bi se odredio matematički izraz za projektovanje u 4D prostoru, treba odrediti probod prave kroz 4D ravninu. Izraz prave u 4D prostoru je

$$x = x_1 + (x_2 - x_1)t$$

$$y = y_1 + (y_2 - y_1)t$$

$$z = z_1 + (z_2 - z_1)t$$

$$w = w_1 + (w_2 - w_1)t$$

4D ravnine

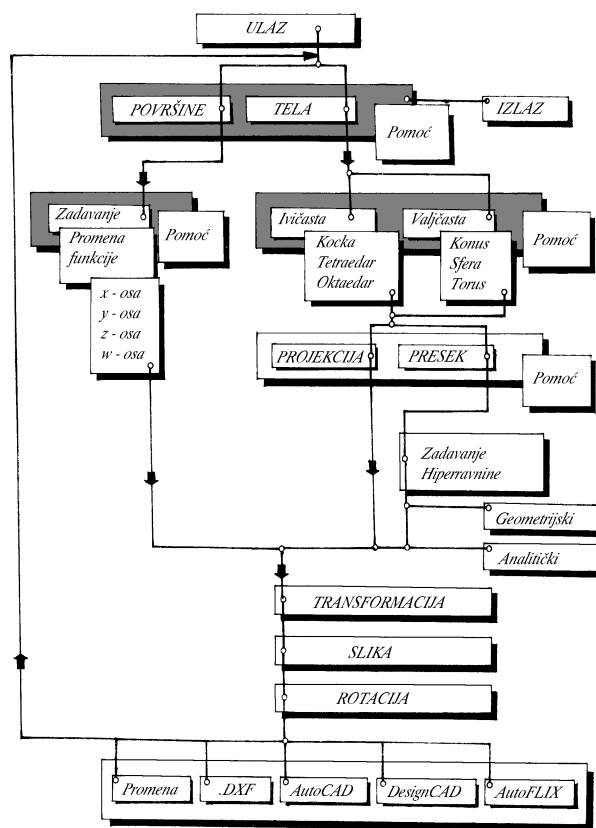
$$A_x + B_y + C_z + D_w + E = 0$$

Ako se zameni parametar $t=t_0$ dobija se tačka $A(x_0, y_0, z_0, w_0)$. Znači, probodom prave u 4D prostoru sa 4D ravninom dobija se tačka u 4D prostoru. Tačka se projektuje u 3D i 2D prostor, odnosno na ekran gde dobija transformirani oblik $A(x_0, y_0)$.

2. KOMUNIKACIJA KORISNIKA SA PROGRAMOM

Geometrija beleži veliki napredak u pretstavljanju objekata preko raznih ilustracija, dijagrama, slika i modela. U geometriji napredak pretstavljanja objekata bazira se na usavršavanju ručnog metoda, no složeni objekti, kao što su površine, ovim metodom se vrlo teško pretstavljaju. Ručni metodi pretstavljanja objekata u poslednjem vremenu se sve češće zamenjuju novim metodama koje su rezultat razvoja kompjuterske grafike.

Moderna kompjuterska grafika je sazdala novi medium sa velikim potencijalom za pretstavljanje objekata. Urađen je kompjuterski program za pretstavljanje 4D objekata. Program omogućuje pretstavljanje ivičastih, valjčastih 4D tela, njihove preseke 4D ravninom i 4D površine. Preko menija programa spojeni su mnogobrojni algoritmi što se može videti iz blok dijagrama na *sl. 1.*

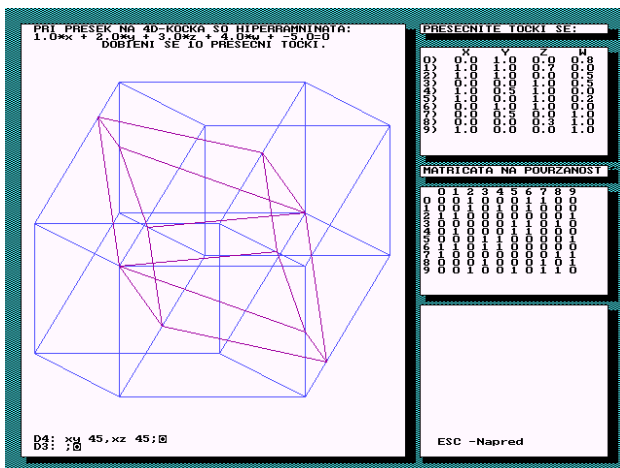


Sl.1. Blok dijagram povezanosti delova programa

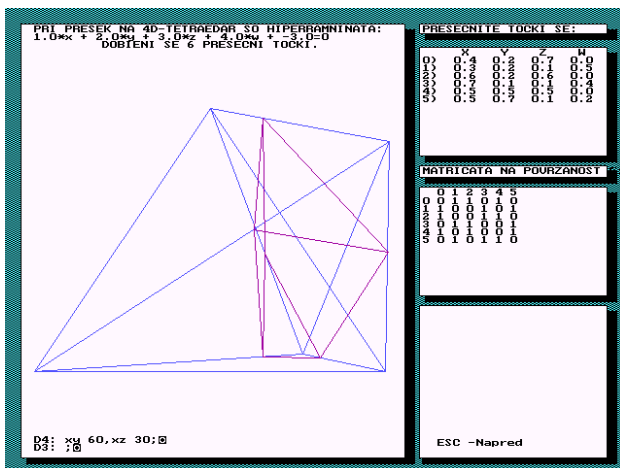
3. PROJEKCIJE I PRESECI IVIČASTIH 4D TELA

4D geometrijsko ivičasto telo naziva se ogradena i zatvorena oblast omeđena sa svih strana konačnim brojem hiperravnina i mnogougona (poligona). Delovi hiperravnina koji omeđuju 4D ivičasto telo je su 3D tela. 3D telo ja omeđeno mnogougonicima.

Najjednostavnije steći će se saznanje o 4D ivičastim telima ako se prouče pravilna geometrijska 4D ivičasta tela. Pravilno geometrijsko jednakorubno 4D telo naziva se telo čije granične hiperravnine je su pravilna jednakva (skladna) 3D tela ili poliedri, kod kojih se u svakom temenu spaja isti broj jednakvih rubova. Svako teme pravilnog ivičastog 4D tela predstavlja presek na najmanje 4 jednaka ruba koji obrazuju jednake prostorne uglove.



SI.2. Presek 4D kocke 4D ravninom



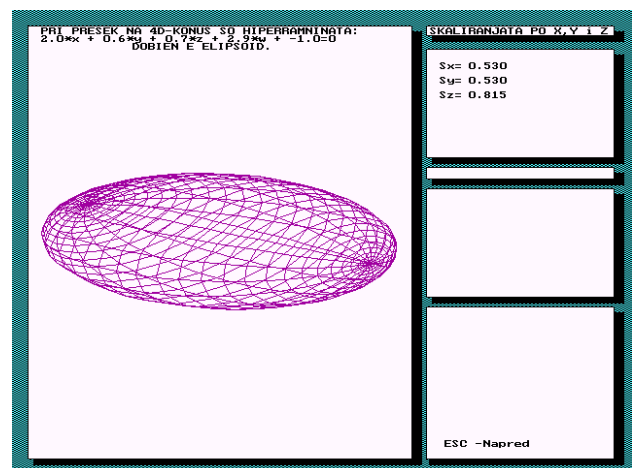
SI.3. Presek 4D tetraedra 4D ravninom

Da bi se odredile projekcije 4D ili ND ivičastih tela, potrebno je projektovanje svih njegovih temena i povezivanje određenim redom.

Pored projekcija 4D ivičastih tela analiziruju se njihovi preseki 4D ravninom. Treba odrediti množestvo tačaka koje pripada 4D telu i 4D ravnini. Zajedničke tačke određuju hiperravninu ili 3D objekat *sl.2* i *sl.3*.

4. PROJEKCIJE I PRESECI VALJČASTIH 4D TELA

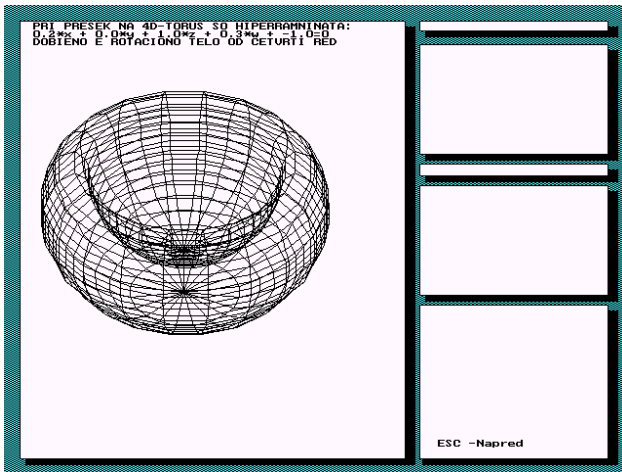
Pravilna geometrijska valjčasta tela ili rotaciona tela nazivaju se površine koje se dobijaju rotacijom prave ili krive oko zadate ose. Analogno 4D valjčasta tela jesu 4D površine koje se dobijaju rotacijom geometrijskog lika oko zadate ose. Svaka tačka geometrijskog lika opisuje kružnicu koja se naziva horizontalnom izvodnicom, a svi preseki 4D površina ravninama paralelnim zadatoj osi obrazuju skladne krive koje se nazivaju vertikalne izvodnice. Kad se pretstave horizontalne i vertikalne izvodnice 4D valjčastih tela u 3D i 2D prostoru, dobijaju se njihove projekcije [2,3].



SI.4. Presek 4D konusa 4D ravninom

Algoritmi preseka valjčastih tela razlikuju se od algoritama preseka ivičastih tela, zbog toga što se ne koristi probod prave kroz ravninu. Presek se svodi na određenje napadnih uglova 4D ravnine na koordinatne hiperravnine. Od zavisnosti napadnih uglova

određuju se preseki koji predstavljaju 3D tela (sl.4. i sl.5).

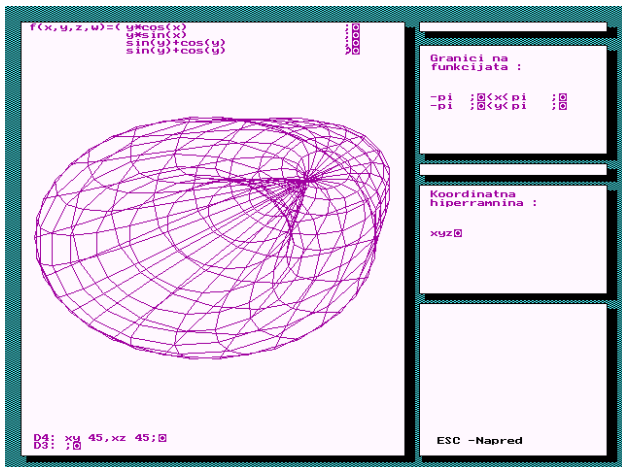


SI.5. Presek 4D torusa 4D ravninom

5. PROJEKCIJE 4D POVRŠINA

4D površine nazivaju se površine kod kojih je položaj svake tačke određen sa četiri koordinate.

Pretstavljanje 4D površina svodi se na pretstavljanje tačaka u 4D prostoru $T(x,y,z,w)$. Tačke se transformiraju u tačke 3D i 2D prostora $T(x,y)$ i kao takve se prikazuju na ekran.



SI.6. Projekcija 4D površine

$$f(x, y, z, w) = \{ y \cos(x), y \sin(x), \sin(y) + \cos(y), \sin(y) + \cos(y) \}$$

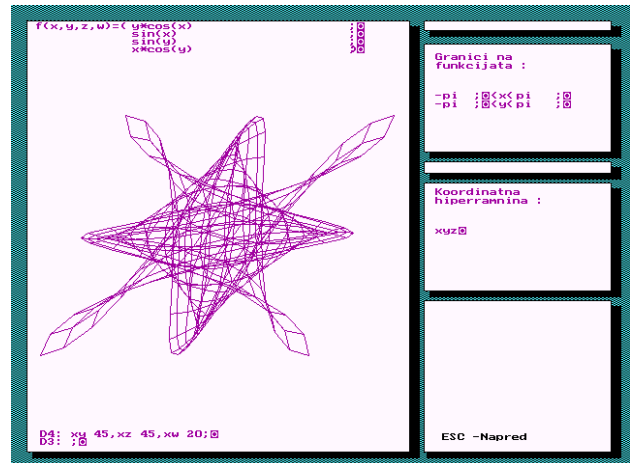
Pred prikazivanje tačaka 4D prostora treba uspostaviti funkcionalnu zavisnost koordinata po svim osama. 4D funkcija predstavlja se izrazom

$$f(x, y, z, w) = 0$$

Odnosno može se svesti na dve funkcije sa dve nepoznate

$$z(x, y) = 0 \text{ i } w(x, y) = 0$$

Dobijene tačke povezuju se u mrežu sastavljenu od horizontalnih (naporednih) i vertikalnih (nadužnih) izvodnica (sl.6. i sl.7).



SI.7. Projekcija 4D površine

$$f(x, y, z, w) = \{ y \cos(x), \sin(x), \sin(y), x \cos(y) \}$$

6. ZAKLJUČAK

Kompjuterski program doprinosi delumnom shvatanju 4D prostora i 4D objekata u njemu. U radu je dato nekoliko rezultata koji proizlaze iz obimnih studija bez analitičkih i geometrijskih analiza.

Date su projekcije 4D ivičastih i valjčastih tela i njihovi preseki 4D ravninom i projekcije 4D površina.

LITERATURA

1. Филипов П. В.: Начертајелнаа геометрија мно̀гомерно̀го простирансѝва и ее приложениа, Ленинград, 1979, стр.1-140, 180-195
2. Banchoff F.T.: *Computer Animation and the Geometry of Surfaces in 3- and 4D- Space*, International Congress, Helsinki, 1978, str. 1005-1013.
3. Hoffmann M. C., Zhou J.: *Some techniques for visualizing surfaces in four-dimensional space*, West Lafayette, 1990, CAD Jan/Feb 1991, str. 83-91.
4. Ташевски Ј. Р.: *Графичко прейсѝавување на четѝридимензионални објекѝи*, Магистерска работа, Скопје, 1992, стр. 1-267.