

УНИВЕРЗИТЕТ „СВ. КИРИЛ И МЕТОДИЈ“ - СКОПЈЕ
ФИЛОЗОФСКИ ФАКУЛТЕТ- ИНСТИТУТ ЗА ПЕДАГОГИЈА

**МЕТОДИЧКИТЕ КОНЦЕПТИ
ВО ПОЧЕТНАТА НАСТАВА
ПО МАТЕМАТИКА
И НИВНАТА РЕАЛИЗАЦИЈА**

(ДОКТОРСКИ ТРУД)

СРТУ - СРПСКА РЕПУБЛИКА
Београд
Број: 13554
30.03.2007 год.
СКОПЈЕ

Ментор:
Проф. д-р Снежана Адамческа

Кандидат:
м-р Весна Макашевска

Скопје, јуни 2006 година

ВОВЕД

Математиката како наука се развива непрекинато и наоѓа се поголема примена во сите области на човековото живеење. Скоро секоја организирана дејност на човекот е поврзана со примена на математички знаења и математички методи. Особено тоа е видливо во времето во кое живееме, време на брз развој на науката воопшто, на техниката, на технологијата, на информатиката. Во таа смисла една од најзначајните тенденции во развојот на одделни науки била нивната математизација. Методите и средствата на математиката наоѓаат се поголема примена во докажувањето на низа технички иновации и научни достигнувања, во општествените науки, со што се отвораат можности и за создавање на нови научни дисциплини.

Ваквото значење на математичките знаења за современото живеење го определува и местото на математиката како наставен предмет во современите образовни системи во светот, а и во нашиот. Во таа смисла, организираното математичко образование во нашиот образовен систем, започнува уште на предучилишна возраст, преку основното и средното образование, а се повеќе наоѓа место и во високото образование.

Меѓутоа, здобивањето на математичките знаења е само еден од аспектите на воспитно - образовната работа и наставата по математика. Во процесот на изучување на математиката, покрај здобивањето на систем од теориски знаења, исто така, се здобиваат и умеења и навики, определени со Наставната програма, како што се:

- интелектуалниот развој на учениците, нивните спознајни интереси и способности;
- учениците да се уверат дека предмет на проучување на математиката се просторните форми и квантитативните односи на објективната стварност, односно да ја согледаат врската помеѓу математиката и животот;
- формирање на позитивни особини на карактерот и волјата на учениците;
- развој на математичкото мислење на учениците, односно;

- обезбедување на основа за натамошно изучување на математиката при премин во повисок степен на образование.

Од наставата по математика се очекува да обезбеди учениците уште од мала возраст свесно да се здобиваат со математички знаења, на ниво на воопштувања, соодветно на нивните возрасни можности. Тоа може да се постигне само ако наставата обезбедува доволно ниво на интелектуален развој на учениците, на нивните спознајни интереси и способности.

Покрај тоа, со изучувањето на математиката учениците треба да се уверат дека нејзин предмет на проучување се просторните форми и квантитативните односи на објективната стварност, односно да ја согледаат врската помеѓу математиката и животот. Поконкретно, наставата по математика треба да придонесе учениците да ги препознаваат математичките факти во непосредната околина, да ги доближат и конкретизираат математичките поими од секојдневниот живот на учениците, а тие, пак, да се оспособат за примена на математичките знаења во решавање на конкретни, практични задачи, со содржина од секојдневниот живот и непосредната околина.

Наставата по математика треба да придонесува и за формирање на позитивни особини на карактерот и волјата на учениците, како што се: трудољубивост, упорност, точност и прецизност во работата, критичност и самокритичност, како и да стимулира навики за самостојна работа и работа во колектив.

Сепак, современата методика на наставата по математика посебно внимание посветува на развојот на математичкото мислење на учениците. Во таа смисла се истакнува потребата, наставата да придонесува за развој на психичките способности на учениците (перцепции, претстави, внимание, помнење, мислење), а тоа ќе се оствари ако *„тежиштето на наставата по математика се поместува од усвојување на голем број изолирани факти, на развивање на математичкото мислење и спознавање“* (5,5)

Што се однесува до почетната настава по математика (наставата по математика во одделенската настава на основното образование), таа треба да обезбеди надежна основа како во однос на знаењата и

умеењата на учениците, така и во однос на нивниот развој, за натамошно изучување на математиката.

Остварувањето на наведените цели на почетното математичко образование (воспитно - образовната работа по математика во предучилишното воспитание и одделенска настава на основното образование) зависи од повеќе фактори, меѓу кои централно место зазема методиката на наставата по математика. Најдобар показател за тоа е историскиот развој на ова научно подрачје. Имено, потпирајќи се на развојот на педагогијата, психологијата, математиката и логиката, а пред се на резултатите од сопствените истражувања, методиката на почетната настава по математика е во непрекинат развој, во постојано трагање по нови методички решенија, со кои се обезбедуваат поголеми ефекти во наставата по математика. Во таа смисла методиката на почетната настава по математика содејствува за непрекинато усовршување на воспитно – образовната практика по математика. За таа цел ги проучува најефикасните организациони форми, методи и приоди во наставата, како и законитостите, заемните односи, кои постојат меѓу различните страни на воспитно – образовниот и учечко – поучувачкиот процес.

Научните достигнувања бараат солидни курикулуми, кои на учениците им пружаат можности да запознаат значајни методички концепти, кои ќе им овозможат лесно и брзо разбирање на апстрактните математички поими. На нашите ученици им е потребно такво математичко образование кое ќе ги задоволи нивните лични амбиции и професионални цели во светот на постојани промени. Во таа смисла, наставата треба да се креира така да таа им пружи на учениците различни можности и способности да ги сфатат математичките идеи со разбирање, но тие да соодветствуваат на современата технологија на XXI век.

Од напред изнесеното може да се смета дека при определувањето на ефективностa на почетната настава по математика се поаѓа од научната заснованост и практичната применливост на методичките постапки. Затоа во нашиот труд ќе се насочиме кон расветлување на одделни методички концепти, кои според нашето мислење, обезбедуваат резултатно остварување на целите на почетната

настава по математика. При обработката на концептите посебно внимание ќе посветиме на нивната научна заснованост и практична применливост, при што ќе ги искористиме досегашните сознанија од ова научни подрачје, а ќе ги вградиме и резултатите од нашите истражувања за практичната применливост и зголемената ефикасност на наставата што ја обезбедуваат концептите што ќе ги обработиме.

П Р В Д Е Л

***ТЕОРЕТСКИ ПРИСТАП КОН ПРОБЛЕМОТ НА
ИСТРАЖУВАЊЕ***

1. ТЕОРЕТСКИ ПРИСТАП КОН ПРОБЛЕМОТ НА ИСТРАЖУВАЊЕ

1.1 МЕТОДИКА НА НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА КАКО НАУЧНА ДИСЦИПЛИНА

Терминот методика потекнува од грчкиот збор - *méthodos*, што дословно значи пат кон нешто . Овој термин во пошироко значење се сфаќа и како „начин на планско научно испитување“; „начин на кој долгорочно се врши некоја работа“(31,374). За нашиот предмет на истражување со терминот методика се означува „педагошка дисциплина која ги проучува законитостите на воспитанието и образованието по пат на еден наставен предмет, односно воспитно – образовно подрачје.“ (38,36)

Дидактиката, исто така, ги проучува воспитно – образовниот систем и неговите законитости, но тие имаат поопшт карактер, за разлика од методиката, каде што истражувањата се од посебен карактер, односно општо – дидактичките законитости се сообразени со особеностите на одреден наставен предмет. Во таа смисла, методиката се сфаќа како посебна (специјална) дидактика. Така, методиката на наставата по математика ги проучува законитостите кои што произлегуваат од особеностите на наставата по математика, како што се:

- зависностите помеѓу организационите форми, принципите и методите на наставата по математика;
- целите и задачите на наставата по математика;
- зависностите и закомерностите меѓу дејноста на наставникот и учениците;
- меѓусебната зависност на образовните, функционалните и воспитните задачи и сл.

Според тоа, предмет на истражување на методиката на наставата по математика се законитостите на воспитно – образовниот процес по математика во почетните одделенија на основното училиште.

Предметот на методиката на наставата по математика не е статичен, туку се менува заедно со внатрешниот развој и нејзиното

издигнување на ниво на посебна наука, со развојот на педагошката и математичката наука, со појавата на општествените потреби за подобрување на математичката подготовка на младото поколение. Така, во почетокот на својот историски развој таа беше методика на предавање. Меѓутоа со вклучувањето на дејноста на учениците во наставниот процес, таа станува методика на наставата.

Во многу трудови проблемот на научните основи на методиката на наставата по математика или се сместува во прашањето на нејзината врска со другите науки, или воопшто не се разработува. Меѓутоа, за да постои една наука како самостојна, не е доволно таа да има само сопствен предмет на истражување и определени цели и задачи, туку е неопходно да има и свој категоријален апарат, што е резултат на продолжен развој на самата наука и да подлежи на постојано усовршување и збогатување со нови сознанија.

Основниот категоријален апарат на методиката на наставата по математика се совпаѓа со оној на дидактиката – наставен процес, ученик, наставник, наставна програма, наставни принципи и методи. Меѓутоа, методиката на наставата по математика има и специфичен категоријален апарат:

↓	↓	↓	↓	↓
множествен приод во аритметиката	решавање аритметички задачи	формирање на матема- тички поими	мерење и единици мерки	формирање на геометриски претстави

Според тоа може да се прифати дека: „целокупноста од поимите и основните искази, кои што ги одредуваат значајните закономерности на наставно – воспитниот процес во наставата по математика е научна основа на методиката“. (4,9)

Како и другите науки и методиката на наставата по математика своите основи ги бара, не во другите науки, туку во себе, при што особено големо значење му придава на изучувањето на наставната практика, користејќи сознанија и од други науки како помошен материјал, што

го обработува од аспект на педагошката наука. Така, како посебна дидактика, методиката на наставата по математика за својот развој ги користи достигнуањата на останатите педагошки науки.

Методиката на наставата по математика ги користи сознанијата на психологијата (развојната и педагошката) за особеностите на децата, нивниот интелектуален развој, приодите за формирање на математичките поими, функцијата на наставните средства, формирањето на карактерот и волјата и сл. Потпирајќи се на овие сознанија методиката на наставата по математика изградува методички приоди за влијание врз учениците, да го насочува, забрзува и олеснува процесот на усвојување на математичките знаења.

Постоењето на наставата по математика како самостојна наука во системот на педагошки науки е условен и од нејзината врска со математичката наука. Имено, методиката има непосредна врска со математичките дисциплини: аритметика, алгебра, геометрија, теорија на множества, математичка логика, затоа што од нив ја избира содржината на наставата по математика. Притоа, методиката го следи развојот на математичката наука, ги селектира доминантните идеи во неа и ги вградува во содржината на наставата по математика, сообразени со возрастните особености на учениците.

Прилагодувајќи ги предметот, целта, задачите и категоријалниот апарат на различни возрасти ученици, методиката на наставата по математика се развива како:

- методика на воспитно – образовната работа по математика – предучилишен период,
- методика на почетната настава по математика – одделенската настава на основното образование,
- методика на наставата по математика во предметната настава на основното образование,
- методика на настава по математика во средното образование.

Во нашиот труд вниманието ќе го насочиме кон методика на почетната настава по математика.

1.2 ИСТОРИСКИ ПРЕГЛЕД НА РАЗВОЈОТ НА ПОЧЕТНАТА НАСТАВА ПО МАТЕМАТИКА

Почетоците на погледите и идеите за предавање на аритметички и геометриски знаења треба да се бара уште во стариот век, во времето кога се јавува првото организирано изучување на овие подрачја од математиката. Апстрактниот карактер на аритметичките и геометриските содржини предизвикувал мошне сериозни тешкотии за пренесување на знаењата. За надминување на овие тешкотии уште во стартот се појавуваат идеи за нагледност при изучување на аритметиката. Така, уште **Платон** (427-347г. п.н.е.) препорачувал наставата по аритметика да се направи попријатна за децата со примена на различни видови нагледни средства.

Некои старогрчки математичари пак, сметале дека аритметиката може да стане подостапна за восприемаење низ стихови. Имено, старогрчкиот филозоф **Арат** (315-239 г. п.н.е.) напишал трактати во форма на стихови. Оваа идеја се задржала и во поново време. Така, рускиот математичар **Л. Магницки** (Лев Магницкий 1669-1793) напишал прва аритметика на руски јазик, во која некои делови од таблиците за множење и делење биле напишани во стихови. Сепак, оваа методичка идеја е ограничена затоа што се сведува на механичко восприемање и запомнување на математичките знаења, па затоа и немала некоја сериозна перспектива.

И покрај тоа што има одредени идеи за предавање на аритметика и геометрија на мали деца, сепак до крајот на XVII век не може да се смета на изграден систем од методички погледи и идеи. Од тој период за одбележување се обидите на **Puce** (Risse 1492-1559), кој имал сопствено училиште, во кое застапувал усно и писмено сметање, како и обиди за нагледност во наставата. Поцелосен систем создал германскиот педагог **Волфганг Ратке** (Wolfgang Radtke 1571-1653). Имено, тој развива идеи за нагледна настава по аритметика и геометрија, за повторување на изучениот материјал. **Ратке** сметал дека аритметиката е многу тешка наука и таа не треба да биде задолжителна за сите ученици од неговото училиште.

Во XVII и XVIII век математичкото образование е на мошне

ниско ниво. Уште не е надминато антипедагошкото сфаќање дека аритметиката и геометријата не можат да бидат сфатени од секое нормално дете, односно децата можат да изучуваат математика дури со наполнета десетгодишна возраст.

Противречноста помеѓу постигањата во развојот на математичката наука и нивото на наставата по аритметика и геометрија, поттикнале активности за создавање на целосен методички систем за настава по овие математички дисциплини.

Најсериозен обид во тој поглед направил швајцарскиот педагог **Јохан Хајнрих Песталоци** (Johan Heinrich Pestalozzi 1746-1827). Тој прв развива целосен систем за предавање на аритметика и воведува изучување на геометрија уште од почетната училишна возраст. Поради тоа **Песталоци** се смета за родоначалник на методиката на наставата по аритметика и геометрија. Со цел да ги надмине слабостите на дотогашните погледи и идеи за изучување на аритметика и геометрија уште од почетната училишна возраст, **Песталоци** пред наставата поставува сериозни барања:

- откажување од догматското, схоластичкото предавање,
- наставата по аритметика и геометрија да придонесува за развој на спознајните способности на учениците,
- наставата да придонесува за развој на мислењето на учениците.

Песталоци бил голем приврзаник на нагледноста во наставата, во која треба да се поаѓа од блиското кон далечното, од познатото кон непознатото и од лесното кон потешкото. Според **Песталоци** извор на секое човеково знаење се:

името	формата	бројот
-------	---------	--------

Ваквото сфаќање го навело да посвети големо внимание на наставата по геометрија. Тој формирал систем според кој наставните содржини ги подредил на синтетички начин, односно учениците прво да се запознаат со правата и нејзината положба во просторот (хоризонтална, вертикална, коса), потоа да го запознаат аголот и видовите агли и дури тогаш да го запознаат четириаголникот.

Што се однесува до методиката на наставата по аритметика,

работата во кругот на првата стотка ја гради така што да послужи како надежна основа за изучување на повеќецифрените броеви. И покрај тоа што методичките идеи на **Песталоци** не се без сериозни недостатоци, предизвикале голем интерес во педагошката јавност, поттикнале многу расправи и нови идеи за изградување на целосен методички систем.

Педагошките идеи на **Песталоци** понатаму ги развивале и усовршувале германскиот педагог **Дистервег** (Wilhelm Adolf Diesterweg 1790-1866) и рускиот методичар **Гурев** (П. С. Гурьев 1807-1884).

Дистервег наставата по аритметика ја дели на концентрични кругови – прва десетка, втора десетка, прва стотка, повеќецифрени броеви. Што се однесува до аритметичките операции, тој бара тие да се запознаваат последователно – собирање, одземање, множење, делење и да се обработуваат во секој концентричен круг. **Дистервег** го воведува методот на дејствие, познат како *сметковен метод*.

Гурев ги доразвива идеите на **Песталоци** за предавање на математика (аритметика и геометрија) како и методот на дејствување на **Дистервег**. Меѓутоа, значајно внимание тој му посветува на разбирањето на идеите на математиката. Имено, **Гурев** прв ја застапува идејата за одделување на броевите од првата десетка во одделен концентричен круг. Според него, во математиката за да се оди напред со можностите на учениците, неопходно е тие прво да ги научат да ги означуваат броевите од 1 до 10, а потоа да се премине на собирање и одземање на тие броеви. Во таа смисла учениците треба да се запознаат и со комутативноста на собирањето уште во рамките на првата десетка, а покрај таблично, да се изучува и вонтаблично множење и делење.

Меѓутоа, идеите на **Гурев** не биле примени и разбрани од неговите современици и немале никакво влијание на наставната практика.

А. В. Грубе (A.V. Grube 1816-1884) во четириесеттите години на XIX век се занимава со дилемата дали прво да се изучуваат броевите, а потоа операциите, или пак операциите заедно со броевите. **Грубе** дал предност на броевите, така што при обработката на секој број од 1 до 100 ќе се обработуваат операциите поврзани со него. На пример:

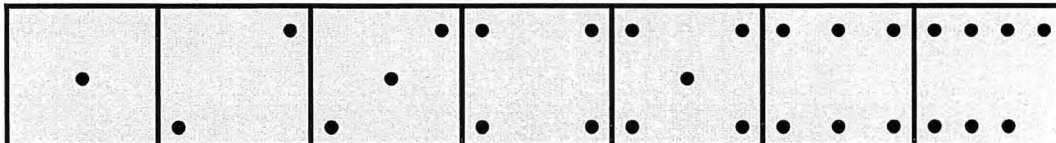
$$5 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \quad 5 = 5 \cdot 1 \quad 5 : 1 = 5 \quad 2 + 2 + 1 = 5 \quad 2 \cdot 2 + 1 = 5$$

Ваквиот распоред, според него, е наречен *Грубеов монографски метод*. Својот метод **Грубе** го образложува со тоа што учениците најпрво треба да ги сфатат поимите за поедини броеви, за да можат да ги изведуваат операциите со нив.

Грубеовиот монографски метод покажал бројни слабости, како што се: поради изведувањето на сите операции при изучувањето на секој природен број се губи целината на низата на природни броеви, доведува до шаблонизација, работата станува досадна. Поради тоа овој метод има само историско значење. (Според 31, 236-237)

На почетокот на XX век со свој систем во изградувањето на методиката на наставата по аритметика се појавува **Вилхелм Лај** (Wilhelm August Lay 1862-1926). Тој смета дека претставите за броевите се развиваат самостојно, при перцепирање на предмети, распоредени во просторот или последователно им се пренесуваат на децата во времето. **Лај** му дава предност на распоредот на предметите во просторот, бидејќи содејствува многу повеќе во развојот, отколку восприемањето на истите предмети во тек на времето.

Лај и неговите соработници разработуваат нагледни средства, меѓу кои најзначајно е *бројните фигури*, за полесно восприемање на група предмети од страна на децата. За усвојување на броевите од 1 до 7 тие ги предлагаат следниве фигури:



Според **Лај** претставувањето на броевите со точки во постојан просторен распоред е најприфатлив начин за изградување на претстави за броевите кај децата. Распоредот на точките е според психолошкото сфаќање од тоа време, според кое обемот на вниманието на учениците се движи од три до четири објекти. Системот на бројните фигури е таков што секоја од нив (освен првата) ја содржи претходната, а се содржи во наредната. Слабоста на овој приод е што непроменливиот распоред на предметите, децата не можат да го најдат надвор од бројните фигури, што ја осиромашува наставата со тоа што ја сведува само на еден вид нагледност и ја претвара во шаблон.

Поаѓајќи од односот на математиката како наука и математиката

како наставен предмет, развојот и напредокот на науката има соодветни рефлексии во наставата. Историските искуства покажуваат дека математиката како наставен предмет реагира со одредено задоцнување во однос на математиката како наука. Причина за тоа е времето што е потребно да се решат бројни дидактичко-методички проблеми, што произлегуваат од преточувањето на современите математички достигнуања и идеи во содржината на наставата по математика. Во наставата по математика до XIX век тоа е изразено. Така, „кон крајот на XIX век наставата по математика вклучувала содржини коишто математичката наука ги продуцирала до крајот на XVIII век“. (39,5)

Во тој период концепцијата на почетната настава по математика се засновувала на вербалната настава, чија што основна карактеристика е давање првенствено значење на зборовите и симболите. Најизразени појавни форми на оваа концепција се:

1. *механичката настава*, која првенствено значење му дава на механичкото усвојување на правилата и алгоритмите за изведување на аритметичките операции и трансформации, без да се води сметка дали учениците можат да ги изведуваат операциите и трансформациите;

2. *формалната настава*, која се состоела во учење на правила и дефиниции на памет. Имено, на учениците вербално им се објаснувале математичките постапки, алгоритми и правила, кои тие биле должни да ги научат напамет, а потоа врз основа на нив да решаваат математички задачи.

Всушност, наставата по математика во тој период се сведувала на вербално пренесување на систем од математички знаења од страна на наставникот и нивно меморирање од страна на учениците. Резултатите од ваквата настава биле формални и неприменливи знаења, од кои биле незадоволни и стручната и општествената јавност.

Ваквите состојби во наставата, при крајот на XIX век и почетокот на XX век поттикнуваат бројни активности и идеи за нивно надминување, што доведува до формирање на меѓународни организации за математичко образование. Имено, во 1897 година во Цирих (Zurich) – Швајцарија се одржува првиот *Меѓународен математички*

конгрес (International congress of mathematics) на кој германскиот математичар **Феликс Клајн** (Felix Klein, 1849 – 1925) изнесува поопширен осврт на математичкото образование во светот и го поставува прашањето за реформа на математичкото образование во светски размери. Во 1899 година било формирано меѓународно списание *Математичко образование* (Mathematische Education), во кое се појавуваат бројни статии во кои се изнесуваат погледи и мислења за можностите и насоките за реформирање на предавањето на математика.

Во 1905 година во *Мерано* (Merano) – Италија е одржана *Конференција за наставните програми по математика*. На Конференцијата биле донесени одредени заклучоци, во кои, покрај другото, се нагласува дека наставата по математика треба да придонесува „да се развива способност за математичко набљудување и сфаќање на процесите во природата и општеството; во наставата да се развиваат функционалното мислење и просторните претстави.“ (59, 123) Покрај тоа, поставено е и барањето при изучувањето на геометриските содржини во основното училиште да се поаѓа од набљудување, за да се стигне до апстрактни дедуктивни постапки во повисоките степени на образование.

На IV *Меѓународен математички конгрес*, одржан во *Рим* (Roma), формирана е *Меѓународна комисија за математичко образование* (International commission of mathematical education), на чело со познатиот педагог – математичар **Феликс Клајн**. Комисијата изработила основни насоки за промените што треба да се направат во предавањето на математиката во училиштата, кои треба да најдат практична примена во наставата. Од тие насоки позначајни за почетното училиште се:

1. Зголемување на улогата на геометријата во почетниот курс по математика;
2. Промена на карактерот на задачите во наставата (во смисла на потесна врска на нивната содржина со непосредната околина);
3. Зголемување на нагледноста на наставата по аритметика. (Според 22)

Меѓутоа, *Меѓународното движење за реформа на наставата по*

математика не било прифатено од официјалните органи и неговите идеи продолжиле да ги развиваат само некои ентузијастички – педагози и математичари. Во периодот помеѓу двете светски војни само групата математичари наречена *Бурбаки* (Bourbaki) работи на проблемите на математичката наука и математичкото образование.

Развојот на методиката на наставата по математика од тоа време во стручната литература често се разгледува во два периода и тоа:

- *прв период*, што ја опфаќа првата половина на XX век, и
- *втор период*, втората половина на XX век, до денес.

Во првите две децении на првиот период методиката на наставата по математика се развива во рамките на општата дидактика, кога се поставуваат основите на методичката подготовка на наставниот кадар, како теориска, така и практична.

Меѓу методичките проблеми, со коишто се занимавале методичарите во тој период, ќе ги наведеме следниве:

- формулирање на принципи за изработка на единствени програми по математика во различните земји;
- развивање на функционално и оперативно мислење на учениците, како и просторното претставување;
- развивање на евристички стил на мислењето во учењето;
- примена на здобиените математички знаења во практиката и во другите наставни предмети;
- усвојување на суштествените идеи на математичката наука, врз основа на некои нови математички факти и поими, како што се: множество, група, вектор, поле, и др.

Меѓутоа развојот на овие идеи се одвивал во многу тешки услови, пред се поради двете светски војни, кои ја попречиле работата и соработката на стручните и научните кадри, што работеле на ова научно подрачје.

Во тој поглед, како кочница во осовременувањето на содржината на наставата и нејзиното усогласување со доминантните идеи на математичката наука е сфаќањето дека децата на 7 – 10 години по сила на своите возрасни особености не се во состојба да разберат од математика ништо повеќе освен четирите аритметички операции и

затоа традиционалната содржина на почетното математичко образование е стабилна и не подлежи на никакво модернизирање.

(Според 51, 47)

Вториот период се совпаѓа со светското движење за модернизација на наставата по математика. Имено, во втората половина на XX век почнуваат иницијативи, поттикнати од **УНЕСКО** (UNESCO) и **ОЕЦД** (OECD - Organisation for European economic cooperation), во кои се нагласува дека економскиот развој е директно зависен од добри кадри инженери, технолози, математичари и сл., а за такви кадри е неопходно солидно математичко образование.

Причините за преземање на обемна и сериозна реформа на наставата по математика произлегуваат и од:

- желбата и потребата да се подобри и унапреди наставата по математика, со тоа што со промените во содржината на наставата и начинот на нејзина реализација, ќе се постават солидни основи за поуспешна настава и подобри образовни резултати, што не може да се оствари без промени во содржината и методиката на наставата;
- потребата за осовременување на наставата по математика во однос на:
 - а) доближување до тенденциите на современата математичка наука, односно усогласување на наставата по математика со доминантните идеи на математичката наука (множества, релации, функции);
 - б) обезбедување на неопходни претпоставки за квалитетно математичко образование, што треба да се прифати како нужност. Всушност, *„се настојува учениците од основното училиште во ист временски период да се здобијат со повеќе математички поими, тие поими да бидат јасни и целосни, а учениците да овладеат форми на мислење карактеристични за математиката како наука.“*(1,8)

Педесетите година на XX век се карактеризираат со значаен подем на математичката наука. Во основата на математичките структури е поставен поимот множество, како основен поим во изградувањето на

математичката теорија. Како противтежа на развојот на математичката наука се јавува тенденцијата за реформирање на наставата по математика на сите степени на образование, уште позната и како модернизација на математичкото образование. Иницијативите за модернизацијата не потекнуваат само од математичарите, туку и од идеите на техничко–технолошката револуција, како и од општествените настојувања, засновани на сознанијата за можностите што ги пружаат математичките знаења за научниот и техничко – технолошкиот развој.

Директен импулс оваа тенденција добива по лансирањето на првиот вештачки сателит во тогашниот Советски Сојуз, во 1956 година. Тоа ја вознемирува американската јавност, која како една од причините за нивниот застој во однос на Советскиот Сојуз ја лоцира во заостанување на математичкото образование во САД во однос на Советскиот Сојуз. Тенденциите за модернизација на наставата по математика во Европа се интензивираат во педесетите години на XX век, а како организиран почеток се земаат ставовите изградени на XX *Меѓународна конференција за образование* одржана од 9 до 17 јули 1956 година, одржана во *Женева* (Geneva), во организација на **УНЕСКО**. Еден од централните проблеми на оваа конференција бил реформата на математичкото образование.

Во препораките Конференцијата се потенцираат целите на наставата по математика, во кои посебно се нагласува дека:

- Целите треба да се однесуваат на процесите на логичкото мислење (да се анализира, да се расудува, да се систематизира, да се мисли дедуктивно, да се воопштува и сл.);
- Да се негува духот на набљудувањето на просторните и количинските претстави, на интуицијата и фантазијата во апстрактното подрачје, како и развојот на вниманието и способноста за концентрација;
- Треба да се негуваат рационалните својства на мислењето (ред, точност, јасност и рационалност);
- Да се негува математичкиот стил на мислење, како суштествен елемент на општата култура на современиот човек.

Што се однесува на наставните методи, се истакнува потребата од надминување на воочените слабости на ова подрачје, во смисла на:

- поттикнување на учениците кон активно учество во здобивањето на математичките знаења, со поттикнување и развивање на интерес кај учениците за математика;
- наставата да се прилагодува на особеностите на учениците и кон еволуцијата на мислењето.

Како суштествено барање при реализацијата на наставата по математика се поставува:

- Најпрво да се изведува експериментирање со математички објекти и релации, а потоа да се воведува дедуктивно расудување;
- Постепено да се проширува дедуктивното конструирање на математиката;
- Да се дава предност на евристичкото проучување на проблемите пред доктринарното изложување на теоремите;
- Учениците да се научат да решаваат и да составуваат задачи, да ги одредуваат непознатите величини и да ги проценуваат резултатите;
- Да се дава предност на разбирањето и расудувањето пред учењето на памет, и др.

(Според 19, 29 – 32)

Во исто време и **ОЕЦД** покренува иницијатива за модернизација на наставата по математика и природните науки, ценејќи дека општествениот просперитет зависи од добри кадри инженери, техничари, математичари, за чие образование основен предуслов е квалитетна настава по математика и природните науки. Во таа смисла **ОЕЦД** во 1959 година во *Руајамонт* (Royumont) – Франција, организира научно советување посветено на реформата на наставата по математика. На тоа советување била формирана *Стручна група*, која имала за задача да изготви синоптички преглед на содржините кои што треба да се опфатат во наставните програми по математика. Групата ги презентирала програмите на стручниот собир во *Дубровник*

(Dubrovnik) 1960 година, поради што тие се познати како *Дубровнички програми*.

Во прилог на модернизацијата на наставата по математика се наведуваат и бројни педагошки аргументи. Така, се наведуваат:

- недоволната ефикасност на наставата по математика;
- преоптовареноста со математички факти;
- фаворизирање на техниките на сметање во целта и задачите, на сметка на математичките идеи;
- се обработуваат содржини кои ја изгубиле својата актуелност, наместо да се заменат со нови, погодни за развој на мислењето на учениците.

Достигањата во развојот на педагошката психологија на подрачјето на теоријата на учење, особено менталните перформанси на учениците од 6 до 14 години потврдуваат дека можностите на учениците се многу поголеми, отколку што се мислело дотогаш. Во таа смисла учениците се во состојба да сфатат многу поими од современата математика, при соодветни методички приоди, што е значајна основа за оставрување на тенденциите во модернизацијата на наставата по математика.

Термините *модерна математика* и *модернизација на наставата по математика* не ја изразуваат суштината на проблемот, туку повеќе имаат мобилизаторски карактер. Во тој контекст, тоа би можело да се сфати само како усогласување на наставата по математика со доминантните идеи во математичката наука. Во нашиот труд под модернизација на наставата по математика ќе подразбираме реформа на наставата од сите нејзини аспекти: содржински, во однос на целта и задачите, формите и методите на наставна работа и сл.

Во модернизацијата на наставата по математика мошне забележителни активности има *Меѓународната комисија за математичко образование*, предводена од холандскиот математичар **Ханс Фројдентал** (Hans Freudenthal). Таа организира бројни конгреси, конференции, колоквиуми, симпозиуми и други форми на активности, на кои централно место зазема реформата на наставата по математика, на сите степени на образование. На овие активности земаат учество познати автори од областа на математиката, методиката на математика, педагогијата и психологијата.

Во периодот од 1962 – 1965 година посебно се забележителни активностите на рускиот математичар и методичар, академик **А. Маркушевич** . Тој ја застапува идејата дека може да се направи училиштен курс по математика, во кој основни поими ќе бидат: *множество, релација, функција, геометриски трансформации, алгебарски операции, група, прстени и поле*. Тие содржини обезбедуваат развој на децата, но не треба да се занемарат и традиционалните, кои во текот на развојот на математичкото образование дале мошне позитивни резултати.

На *Меѓународниот конгрес на математичарите*, одржан во Москва 1966 година, големо внимание е посветено на методите на наставата по математика. Забележително било излагањето на полскиот методичар **С. Криговска**, на тема : „*Развој на математичката дејност на учениците и улогата на задачите во тој развој*”.

Криговска во трудот ги разгледува различните сфаќања на математичката активност на учениците и условите за развој на таа активност, како и улогата на математичките задачи, разновидноста на нивната употреба, а особено нивната дидактичка функција. (Според 24)

Во 1968 год. во *Букурешт* (Bucuresti) е одржан *Меѓународен колоквиум по прашањето на предавањето на математика* (Internatiuonal events in the movement for reform of the matematical education). Заклучоците, донесени на Колоквиумот, се однесуваат на:

- Основното училиште (I–IV одделение з.н.) треба да ги даде првите елементи од воспитувањето на современото математичко мислење;
- Механичкото изучување на сметковните операции да се замени со активности во врска со основните поими: множество, релација, функција, активности кои ќе ги мобилизираат учениците да се насочат кон самостојно мислење и истражување;
- Цртите кои ја карактеризираат математичката подготовка на учениците се: способност за апстрахирање, умеење за математизирање на конкретна ситуација, откривање на математички законитости, усно и писмено формулирање на

математички тврдења, способност за решавање на математички задачи, умеење за примена на математичките знаења во нематематички области;

- Неопходно е истражувачките центри и научните институции да истражуваат проблеми од педагогија на математиката;
- Неопходно е да се најдат начини за привлекување на наставниот кадар за осовременување на наставата по математика. (Според 12, 75)

Во периодот од 22 до 25 ноември 1971 година во *Будимпешта* (Budapest) е одржана *Меѓународна конференција за прашањата на наставата по математика*, во организација на Институтот за педагогија. На конференцијата земале учество видни научници од целиот свет, меѓу кои и **Пијаже**, **Брунер**, **Криговска**, **Кристијансен**, **Фројдентал** и др. На Конференцијата се донесени следниве заклучоци:

- Се признава дека принципот на активна настава по математика е важен педагошки принцип;
- Математичките идеи, поими и структури треба да се уточнуваат постепено, зависно од возраста на учениците. Според **Брунер** тоа во голема мера зависи од наставниците;
- Целосно усвојување на некои поими или теории настанува само при нивно преоткривање (став на **Пијаже**);
- Се обраќа внимание на улогата на интуицијата, без која откривањата не се можни (став на **Криговска**);
- Новите поими треба да се формираат на материјал што им е познат на учениците (став на данскиот математичар **Кристијансен**);
- Во наставата по математика учениците поминуваат низ различни етапи:

Прва - интуитивно преоткривање,

Втора - сознајна примена ,

Трета - формално дефинирање (став на **Фројдентал**).

(Според 53, 89)

Проучувањата и истражувањата на подрачјето на наставата по математика и активностите на меѓународните организации на ова подрачје создале поволни услови за осовременување на методиката на наставата по математика.

1.3 НЕКОИ ПОЗНАЧАЈНИ ИСТРАЖУВАЊА

1.3.1 НЕКОИ ПОЗНАЧАЈНИ ИСТРАЖУВАЊА ВО СВЕТОТ

Во вториот период, особено во шеесетите години на XX век, се реализираат голем број истражувања, кои имаат големо значење за модернизација на наставата по математика на сите степени на образование. Резултатите од тие истражувања послужиле како основа за изградување на методиката на современата настава по математика. Проблемот на усвојување на математичките знаења е особено актуелен во почетното математичко образование, каде што кај децата треба да се формираат мошне суптилни поими од областа на теорија на множествата, природните броеви и елементарната геометрија. Во таа смисла познатиот полски методичар **З. Семадени** вели: *„Во почетните одделенија на основното училиште во умот на детето се формираат основните поими, неопходни за целиот курс по математика и е многу тешко – ако е воопшто возможно – да се искоренат во погорните одделенија последиците од лошата настава во почетокот.“* (48,3)

Решавањето на проблемот на осовременувањето на методиката на почетната настава по математика се гледа во нејзиното засновување на достигнатиот степен во развојот на педагошката, психолошката и математичката наука и во резултатите од спроведените истражувања на ова подрачје.

Од бројните истражувања што се реализирани во втората половина на XX век, овде ќе наведеме само дел и тоа само оние за кои сметаме дека дале поголем придонес во унапредувањето на наставата по математика.

1. Во почетокот на 60-тите години на XX век, 55 истакнати математичари, дидактичари, психолози и други научници во САД излегле со меморандум до федералните власти, надлежни за

образованието, во кој ги истакнале воочените слабости во наставата по математика. Во меморандумот, меѓудругото се наведува дека:

- Воведувањето на новите поими е без доволен број факти;
- Воведувањето на обединувачки поими е период кога се нема доволно искуство за обединување;
- Се настојува да се обединуваат поими без конкретна примена на истите, со што не се осигурува напредување;
- Предвремената формализација доведува до бескорисност на знаењата и предизвикува спротивставување;
- Математичкото мислење не треба да се сведува само на дедуктивно расудување, тоа не се состои само во формални докази.

(Според 26, 91)

Меморандумот предизвикал ангажирање на врвни стручни кадри на истражувања на одделни подрачја од наставата по математика, со цел да се најдат поефикасни решенија, односно да се надминат воочените слабости.

Во таа насока се издвојуваат проектите на универзитетските професори од Калифорнија: **Кепс** (Karpes), **Звенг** (Zveng), **Квест** (Qest), **Долен** (Dollane) - „Современата училишна математика, структура и искористување“ и **Роберт Дејвис** (Robert Davis) - „Медисон проектот“. Особено значаен придонес во осовременувањето на наставата по математика даваат и : **Бигл** (Beggles), **Кепс** (Queerpe) и **Поја** (Poya).

За сите проекти е значајно дека се водени на основа на примената на теорија на множествата, со барање на зголемување на теориското ниво на аритметичкиот материјал, со специјално внимание на својствата на аритметичките операции.

Врз основа на резултатите од спроведените истражувања, *Советот на американските учители* прифаќа основни насоки за подобрување на математичкото образование:

1. Училишната математика треба да се ориентира на решавање на текстуални задачи;
2. Основните математички знаења не треба да се сведуваат само на пресметувања, туку учениците треба да ја применуваат математиката при решавање на задачи кои се појавуваат во секојдневниот живот, задачи од типот битови, да го оценуваат резултатот, неговата точност;
3. На сите нивоа на образование да се применуваат џебни калкулатори;
4. Наставата по математика задолжително да биде ефективна;
5. Оценката за знаењата на учениците не треба да се формира врз основа на традиционалните тестови;
6. Да се прошири задолжителноста на математичките знаења за сите ученици.

(Според 26,91)

Во САД позначајни истражувања од областа на педагошката психологија, кои послужиле како основа на методиката на наставата по математика вршел **Џероми Брунер** (Jerome Bruner). Како резултат на низа истражувања, тој ја истакнува појдовната точка на својата теорија на наставата – *спиралниот курикулум*. Според **Брунер** „Секое дете на секоја етапа од развојот може ефикасно да го учи секој предмет кој се обработува на адекватен начин“ (6,57). Суштината на ова сфаќање се состои во тоа дека секоја наставна материја, па дури и онаа од областа на современата математичка теорија, може да се трансформира така што да одговара на можностите на учениците, доколку таа се трансформира во логички форми што му се достапни на детето. Во рамките на спиралниот курикулум наставните содржини се надградуваат и прошируваат, при што го следат развојот на детето.

По однос на теоријата за наставата, **Брунер** се залага за таква организација на наставата која ќе овозможи трајност и економичност на знаењата. За таа цел потребно е :

- во образованието да се стави акцент на структурата на знаењата, на врските кои водат кон тоа од една

идеја да настане друга, и

- вредно е само она знаење чие единство е содржано во него самото.

За да се обезбеди сфаќање на основните идеи на наставата од страна на учениците и да се формираат основни навики во спознајната дејност, неопходно е да се обезбеди активно учество на учениците во процесот на формирањето на новото знаење, а тоа според **Брунер**, е акт на откривање.

Неспорно е дека постои расчекор во изнесените сфаќања на **Брунер**. Од една страна, ученикот може да ја усвои секој содржина што е прилагодена на неговите можности, а од друга, ученикот може да усвои и повеќе од *прилагоденото* на неговите можности. Ова **Брунер** го објаснува со трите начини на кои личноста се претставува себе си:

- го прави тоа,
- создава во себе си слика и претстава за тоа,
- користи некое симболичко средство од јазичен тип.

Наведените начини на претставување на личноста се совпаѓаат со стадиумите на развој на детето, кои не се строго разграничени и средината може да влијае врз нив, така да можностите на учениците се на повисок стадиум.

Од аспект на мотивацијата **Брунер** посебно внимание и придава на индивидуализацијата на наставата „*која му овозможува на поединецот со свое лично залагање и активност да задоволи извесни когнитивни и работни потреби, кои му го овозможуваат интелектуалниот развој.*“ (7, 562)

Експериментите во наставата по математика што ги вршел **Брунер** се однесуваат на сфаќањето на комутативниот и асоцијативниот закон на собирањето и множењето. Во експериментот учениците поттикнувани од наставниците, самостојно ги откриле законитостите, користејќи ги *дидактичките материјали на Динес*. Заклучокот до кој дошол **Брунер** е дека во процесот на наставата по математика, покрај содржината на наставата значаен е и патот по кој се открива смислата на содржината. Тоа подразбира прилагодување на методите на работа на субјектот кој треба да открива низ сопствена активност. Иако овој експеримент **Брунер** го извел во соработка со **Динес**, резултатите ги

објавиле одделно поради несогласување во заклучоците.

2. Големо влијание врз конструирањето на методичките приоди при модернизацијата на наставата по математика извршила **Женевската психолошка школа**, предводена од **Жан Пијаже** (Jean Piaget). Истражувањата на **Пијаже** од областа на психологијата на развитокот на математичкото мислење имале влијание и на дидактиката на математиката. Резултатите од тие истражувања покажуваат дека во градбата на математичкото мислење има изразена аналогија со конструкцијата на математиката како наука. Имено, идентификувани се основни структури кои се менуваат и претставуваат форми на организирана ментална дејност во моторен и интелектуален вид, од една страна и, афективен од друга страна. Тие се менуваат и по двете димензии – интелектуалната и социјалната. **Пијаже** разликува 6 развојни стадиуми, кои го обележуваат појавувањето на тие структури, од кои за нашиот проблем на истражување позначајни се :

- *четвртиот* – стадиум на интуитивна интелигенција, што опфаќа возраст од 2 до 7 години,
- *петтиот* – стадиум на конкретни операции (почеток на логиката) и морални и социјални чувства на соработка, кој го опфаќа периодот од 7 до 11, 12 години,

Преку наставата по математика, детето ја запознава математиката, минувајќи од една структура на мислењето на друга, која ја надминува првата и се сврзува со неа. Природно, со тоа се појавува и мислата дека задачата на наставата по математика е што поскоро кај учениците да ги формира тие структури на мислење, а напоредно со тоа ќе се формираат и математички структури, наместо да им се соопштуваат одредени системи на математички знаења. Затоа, откривањето на аналогијата помеѓу математичките структури и структурите во мислењето било крајна цел на реформата на наставата по математика во некои земји, а особено во Франција.

Истражувањата и резултатите од нив, нудат поволни можности за разрешување на некои проблеми во врска со воведувањето на математичките поими во почетната настава по математика.

Така, во врска со воведувањето на поимот природен број, **Пијаже** не ја прифаќа теоријата на **Поенкаре** (Poincaré) и **Брауер** (Brauer) дека

бројот е продукт на најпроста интуиција, што е последица на логички поими, ниту објаснувањето на **Расел** дека бројот е чисто логички поим и идејата за чистиот број се изведува од логичкиот поим *категорија* (изведена од еквиваленција), а редниот број се изведува од логички односи на редот. Според **Пијаже**, „децата треба да го доловат принципот на конзервација на количество, пред да можат да го оформат поимот за број“ (41,128). Што се однесува на конзервација на количество, таа не претставува само по себе математички поим, туку повеќе е логички поим. Кога станува збор, пак, за редните броеви, **Пијаже** смета дека децата на почетокот не прават разлика меѓу количинскиот и редниот број. Така детето може да го претстави придружувањето 1 на 1 само ако не заборави ниту еден елемент и ако не изброи ниту еден елемент два пати. За појавата пак на броевите, **Пијаже** смета дека тие не се појавуваат независно еден од друг, туку единствено можат да се разберат како елементи на средена низа: 1, 2, 3 ... итн. Во врска со симетричната релација $B < V$ е разбирлива само во рамките на серијацијата на можна група $0 < A < B < V < 1$. Особено јасен пример за тоа е квалитативната серијација $A < B < V$.

Кога станува збор за развојот на геометријата, според **Пијаже** тие настануваат по обратен ред од нивното историско настанување. Научната геометрија започнува со *Евклидовит систем*, продолжува во XVII век со т.н. *проективна геометрија* и на крајот во XIX век со *топологија*. „Детето почнува од последното: неговите први геометриски откритија се тополошки.“ (33, 218) Тоа уште на 3 години разликува отворени и затворени линии и дури ќе ги совлада тополошките односи, почнува да ги развива поимите на проективната геометрија. Што се однесува до принципот на конзервација од аспект на геометриските содржини, според **Пијаже** прва се појавува конзервацијата на должини, но не порано од 7 години. Дури на 8-9 години детето мерењето го дели на две операции, хоризонтално растојание – од бочната страна и вертикално растојание – од основата или од горниот крај. Значи, тоа може да мери и дводимензионално, а воедно и да се изучуваат некои својства на геометриските фиргури и нивната обилколка и плоштина.

3. Од големо значење за развојот на почетната настава по математика се и трудовите и експериментите на **Динес** (Dienes). Една

од основните негови идеи е дека учениците во наставата по математика треба да се потпираат на сопственото искуство, а не на искуството на учителот. Подобрувањето на навиките за сметање и другите *математички* навик на учениците е можно само ако се постигне тие да ги разберат основните поими и идеи на математиката, а не по пат на несознајно развивање на техниката на аритметичките пресметувања и алгебарските преобразувања.

Динес укажува и на потребата од воведување на содржини од теоријата на множествата, бидејќи тие го олеснуваат сфаќањето на поимот природен број. На тој начин процесот на сфаќање на природниот број се олеснува со манипулирањето со конкретни предмети и дидактички материјали. За таа цел тој конструирал и дидактички материјал, познат како **логички блокови**. Тој се состои од 48 плочки, во четири форми – кружни, квадратни, правоаголници и триаголници, во три бои – црвена, сина и жолта, во две големина – големи и мали и во две дебелини – тенки и дебели. Овие блокови се мошне погодни за активности со множества, кои треба да се одвиваат во вид на логички игри, кои се остваруваат етапно. Со усвојувањето на операциите со множества, учениците се воведуваат во логички операции, и тоа негација, конјункција и дисјункција.

Воведувањето на елементите од теорија на множествата во почетната настава по математика **Динес** ги засновува на принципите:

- Динамичност на мислењето – насочена мисловна активност за прилагодување на околината;
- Конструктивен принцип – својство на аналитичност на мислењето;
- Принцип на математичка варијабилност – способност ученикот да го доживее менувањето, односно да ги запознава постојаните својства на поимот, иако променливите варираат;
- Принцип на перцептивна варијабилност – способност на ученикот да апстрахира поим, само преку сопствени активности со логичките блокови.

Во остварувањето на овие принципи **Динес** значајно место им дава на активностите со логичките блокови. (Според 8, 92-94)

4. Надоврзување на теоријата на **Пијаже** за сфаќање на поимите и идеите на **Динес** за структурните активности дава **Нафилдовиот проект**. Тој е еден од позначајните проекти во почетната настава по математика, за деца од 5 до 13 години. Првите експериментални проверки во рамките на проектот поочнале уште во 1965 година, а траеле се до 1970 година. Целта на овој проект е да се истражи како да се учи математика. Затоа, учесниците во овој проект го истакнуваат гледиштето дека учениците на часот по математика треба да бидат слободни во учењето и соработката, самостојно да мислат и откриваат. На тој начин учениците ќе постигнат повисок степен на разбирање на математичките поими, наместо да учат некои мистериозни вежби, а во процесот на учење ќе ги совладуваат знаењата со висока мотивираност. Кратко формулирана основната идеја на овој проект е: *Работам – Сфаќам*. Може да се рече дека тој е обликуван така да им помогне на учениците да ги поврзуваат важните појави, постепено воведувајќи ги во процесот на апстрактно мислење, а особено логичкото и креативното мислење.

5. Значаен придонес во изградувањето на методиката на наставата по математика дава и **Белгискиот центар за педагогија на математиката** (Centre Belge de pedagogie de la mathematique) со **Жорж Папи** (George Papi), кој укажува на потребата од засновување на наставните програми по математика на сите степени на образование на Дубровничката програма. Поаѓајќи од знаењата за броевите со кои децата доаѓаат на училиште, **Папи** со потребната математичка строгост и сознанијата за множествата и математичкиот капацитет на децата, систематски ја гради бројната права, поаѓајќи од систем на подмножества на $\mathbb{N}$ (прва десетка, прва стотка, броевите до 1 000 итн.), до наполно уредување на полето на реални броеви ($\mathbb{R}, +, <, -$). Од бројната права ја изведува рамнината, која ја идентификува со $\mathbb{R}^2$. Кога станува збор за геометријата, и неа тој најконсеквентно ја толкува врз основа на множествата, што му овозможува аксиоматски да ја изгради евклидската геометрија.

Од големо значење за методиката на наставата по математика се сознанијата за улогата на графовите во совладување на одредени математички поими. Имено, **Папи**, реализирал експеримент за улогата

на графовите, врз основа на кој е дојдено до следниве сознанија:

- Графовите обоени во повеќе бои придонесуваат за развивање на математичкиот поим релација, врз основа на интуиција;
- Врз основа на набљудување на спонтаните игри на децата се воочува дека главна компонента на секоја игровна активност е тенденцијата кон апстрактност;
- Учениците од 6 години со задоволство прифаќаат објектите да ги заменуваат со точки;
- Учениците од мала училишна возраст не можат да го сфатат поимот негативен број.

Врз основа на овие сознанија се смета дека постојат реални претпоставки за воведување на графичко обележување на множествата, воведување на поимот релација и некои апстрактни математички поими во почетната настава по математика.

6. Во духот на модернизацијата на наставата по математика се и идеите на **Феликс Клајн** (Feliks Klajn) чија заслуга се програмите **Хамбуршки план** (Hamburger Rechenplan für Mathematik) од 1962 година и **Нирнбершки план** (Nürnberg Rechenplan für Mathematik) од 1965 година. Во рамките на тие програми се и трудовите на **Фриге** (Frigel) и **Расел** (Rassel), кои поимот број го изведуваат преку истобројни множества. Во тој контекст вршел експерименти и **Лај**, и тоа со деца од пердучилишна возраст, со цел да го испита процесот на формирање на поимот природен број. Од извршените експерименти утврдено е дека децата од рана возраст можат да ги разберат само почетните природни броеви, и тоа исклучиво врз основа на набљудување на множества со реални елементи. Меѓутоа, низата на природните броеви и нивната бесконечност можат да ја сфатат дури по навршување на 7 години. Воедно, и изградувањето на поимот природен број треба да се врши преку редица поими и операции, кои претходно треба да се формираат кај децата. Од големо значење според **Лај**, се следниве поими: придружување 1 на 1, групоидноста на операциите и инверзноста на операциите.

7. За разлика од поголемиот број земји во светот, во поранешниот Советски Сојуз концепција за модернизација на наставата

по математика е поумерана и побавна, поставена на поинакви појдовни основи во однос на множествата. И покрај таквата определба, оваа концепција е проследена со бројни проекти.

На модернизација на математичкото образование во почетните одделенија на основното училиште работи екипа под раководство на академик **Маркушевич**, во која земаат учество познати методичари како **Пишкало** (Пышкало), **К. Нешков** и др. Во однос на содржината на почетната настава по математика, оваа екипа предлага:

- Уште од прво одделение да се почне со изучување на елементи од теорија на множествата – множество, елементи на множество, операции со множества;
- Аритметичките операции: собирање, одземање, множење и делење да се воведуваат и објаснуваат врз основа на теорија на множествата;
- Со алгебарска пропедевтика да се започне уште од прво одделение, бидејќи решавањето равенки е универзален клуч за решавање на разни видови задачи;
- Симболите за означување на односите меѓу множествата да се воведат уште во почетните одделенија.

Н. Менчинскаја (Н. Менчинская) во соработка со **Пчелько** (Пчелько), **Моро**, **Бантова** и **Белтјукова** реализира проект што се однесува на модернизацијата на наставата по математика, а особено на осовременување на содржините и методите на наставата. Појдовни основи за реализација на проектот се:

- дотогашните искуства во наставата по математика, водејќи сметка за воочените недостатоци и потешкотии;
- наставно – воспитните цели;
- да се води сметка за перспективите на математичкото образование, т.е. да се има предвид целиот квантум на знаења кои ученикот треба да ги здобие во своето образование.

Во врска со резултатите од проектот, авторите , меѓу другото наведуваат:

- Треба да се задржат класичните содржини, со отфрлање на концентричноста и повторувањето на некои од нив;
- Да се зголеми теориското ниво на материјалот што се изучува;
- Уште од прво одделение да се воведе во ограничени размери, алгебарска пропедевтика;
- Да се зголеми обемот на геометрискиот материјал.

(Според 27)

Давидов (Давыдов) со соработниците работи на проблемот на ефикасноста од примената на теоријата на етапно формирање на знаењата по математика во почетните одделенија на основното училиште, заснована на теоријата на **Галперин** (Гальперин) за етапно формирање на мисловните дејности. Според нив:

- Основниот пат по кој учениците треба да стигнат до нови знаења не е индуктивниот, туку дедуктивниот;
- Поусвојувањето на општите теориски основи учениците лесно ќе се справат со примената на знаењата во секоја конкретна ситуација.

Во однос на содржината на наставата по математика во прво одделение, тие сметаат дека таа не треба да започнува со броевите, туку со општите односи равенство – неравенство, а односите меѓу величините да се означуваат со букви, затоа што броевите се само единечен случај на општите односи. (Според 15)

За развојот на геометриското мислење на учениците од почетните одделенија на основното училиште значајни се истражувањата на **А. Пишкало**, според кој за учениците од оваа возраст се карактеристични три степени во развојот на нивното геометриско мислење. Секој од нив има свои специфичности во јазикот, геометриската терминологија, симболика и длабочина на логиката на обработка на содржините.

„Првиот степен се карактеризира со тоа што учениците ја разгледуваат геометриската фигура како целина и не ги одвојуваат нејзините елементи.“ (47,20) Учениците го достигнуваат првиот степен во прво одделение.

На *вториот степен* учениците веќе умеат да воспостават релации меѓу елементи на две фигури. Но, учениците се уште не се во можност

да ги постават својставата во логичен ред. При соодветна организација на наставата, учениците го достигнуваат вториот степен во трето одделение.

На третиот степен, учениците се во состојба да воспостават врска меѓу две или повеќе својства на една геометриска фигура, или пак, исто својство на повеќе геометриски фигури. На овој степен *„учениците почнуваат да создаваат дека едно својство на дадена геометриска фигура може да се изведе од друго нејзино својство со логичко расудување.“*(47,21) Третиот степен учениците го достигнуваат во четврто одделение, но во почетно ниво.

Во научно – истражувачката работа на **Галперин** и неговите соработници посебно внимание се посветува на заемниот однос на надворешната и внатрешната дејност. Во тој контекст, тие издиференцираа повеќе нивоа на вршење на дејноста, која се карактеризира со наполно преобразување на надворешната дејност во внатрешна. Се наведуваа пет нивоа, и тоа:

1. Следење на туѓа дејност;
2. материјална дејност која се врши со материјално предмети;
3. дејност на подрачјето на гласен говор без предмети;
4. дејност на планот на внатрешен говор;
5. пренесување на дејноста на мисловното подрачје.

*„Со други зборови, истакнува **Галперин**, поради автоматизација и скратување на надворешниот во говор во себе, предметната дејност на интелектуален план се преобразува од мисла за таа дејност, во чиста мисла за решението на задачата што ја чини дејноста.“*(11,25)

8. Во Романија Математичкиот институт при Националниот педагошки институт и групата за психологија при Академијата за општествени науки при Универзитетот во Клуж во 60тите години на XX век вршат истражувања за подобрување на математичкото образование. Врз основа на резултатите од истражувањето во учебната 1969/70 година, за ученици од мала училишна возраст, експериментално е пуштена во употреба наставна програма.

Резултатите од следењето на програмата покажале дека:

- Теориско – множествениот приод треба да се применува како единствена основа за објаснување на наставните содржини;
- Треба да се зголеми теориското ниво на класичните содржини;
- Математичката терминологија поврзана со именувањето на операциите, својствата на компонентите и резултатите на аритметичките операции да се применува од најмала возраст;
- Воведување на нов однос помеѓу текстуалните задачи и чисто математичките задачи, во корист на текстуалните;
- Зголемување на фондот на геометрискиот материјал и воведување на единствен тек на наставата;
- Воведување на специјални термини и симболи од теорија на множествата;
- Воведување на алгебарска пропедевтика;
- Воведување на елементи од математичка логика.

(Според 12,74)

9. Во втората половина на XX век група стручњаци од математичкиот институт на Чехословачката академија на науките врши истражување во врска со примената на теориско – множествениот приод во наставата по математика. Според резултатите од истражувањето утврдено е дека:

- Теориско – множествениот приод треба да најде голема примена, како наставна содржина и како основа за воведување на природните броеви и операциите со нив;
- Потребно е значително да се зголеми геометрискиот материјал;
- Поголемо внимание да се посвети на решавањето на бројни изрази и текстуални задачи.

(Според 12)

И покрај тоа што сите експерименти и истражувања суштествено се разликуваат меѓу себе, особено по насоката на проучувањата, сите

тие имаат една општа позитивна страна – ги отфрлија сфаќањата од првиот период дека децата од 7 до 10 годишна возраст не се во состојба да разберат ништо од математиката, освен четирите аритметички операции. Напротив, тие докажаа дека „*тие се способни да восприемаат многу повеќе отколку што се претпоставувало и второ дека почетното математичко образование(имено по математика не по аритметика) може да биде идејно посодржајно, бидејќи е возможно да се преведат важни идеи на современата математика на јазик достапен на децата од таа возраст (тие идеи се однесуваат на идејата за множества, релации, функции, равенки, неравенки и др.)*“ (48, 47).

Кон новото разбирање на почетното математичко образование главното внимание е насочено кон развивањето на математичкото мислење на учениците, по пат на формирање кај нив на основните поими и совладувањето на соодветниот јазик.

1.3.2 НЕКОИ ПОЗНАЧАЈНИ ИСТРАЖУВАЊА ВО МАКЕДОНИЈА

За состојбите во наставата по математика од I до IV одделение одредени податоци, за кои може да се смета дека се релативни, можат да се добијат од реализирани проекти што се однесуваат на ова наставно подрачје. Проектите на кои се повикуваме се:

1. Вреднување на наставната програма по математика од I до IV одделение, реализиран од Републичкиот завод за унапредување на образованието и воспитувањето на СР Македонија во периодот од учебната 1974/75 до 1977/78 година (*проект 1*);
2. Вреднување на наставната програма по математика за III и за IV одделение, реализиран од Републичкиот завод за унапредување на образованието и воспитувањето на СР Македонија во периодот од учебната 1988/89 и 1989/90 година (*проект 2*);
3. Постигања на учениците по македонски јазици по математика, реализиран од Бирото за унапредување на образованието на Р. Македонија, завршен во 2001 година (*проект 3*).

1. Во Република Македонија во периодот од 1975 до 1979 година, во соработка меѓу Републичкиот завод за унапредување на образованието и воспитувањето и РО за издавање учебници и наставни средства „Просветно дело“, е реализиран истражувачки проект *Вреднување на наставната програма по математика од I до IV одделение*. Со проектот е утврдено дека:

„Програмските содржини на новите наставни програми за I и II одделение можат да се реализираат и тоа во мошне различните услови во кои работат нашите училишта, а програмските содржини не ги надминуваат можностите на учениците.“

Во извештајот за реализација на подпроектот Вреднување на наставната програма по математика за III одделение, се наведува:

„Новата наставна програма по математика за III одделение може да се реализира со задоволителен успех и тоа во различните услови во кои работат нашите училишта.“

Меѓутоа, се укажува и на потребата за натамошно стручно и методичко оспособување на наставниот кадар и ублажување на разликите во знаењата на учениците, кои произлегуваат од срединскиот фактор. Во извештајот се наведува дека:

„Новата наставна програма по математика за IV одделение, со успех може да се реализира и тоа во различните услови во кои работат нашите училишта.“ (Парафразирано според 30)

2. Со усогласување на Наставната програма по математика од I до IV одделение, во Р Македонија со заедничкото југословенско јадро, почнувајќи од учебната 1986/87 година, промени настанаа само во делот што се однесува на III и IV одделение. Имено, Наставната програма по математика за III одделение беше проширена со содржините:

- природните броеви до 10 000,
- пишување на броевите со римски цифри (кои се изучуваа во IV одделение),
- осносиметрични фигури.

Во IV одделение, пак беа внесени содржините:

- Плоштина на: правоаголник, квадрат, квадар и коцка
- Волумен на квадар и коцка.

Тоа значи дека програмите за овие две одделенија се со зголемен обем и длабочина. Оттука произлезе и потребата од вреднување на програмите по математика III и IV одделение.

Вреднувањето на наставната програма за III и IV одделение беше реализирано во учебната 1987/88 година. Во извештајот за спроведеното истражување се наведува дека Програмата е „компонирана врз основа на идеите за математичките структури, теоријата на множествата, релациите, функциите и математичката логика, прилагодени на возрастните карактеристики на учениците.“ (3, 235)

Паралелно со реализацијата на овој проект Душко Ачовски реализира две истражувања, под наслов: Обработка на содржините од осносиметрични фигури, со примена на практична работа на учениците и Влијанието на наставното средство **Волумен** на степенот на усвоеноста на содржините од наставната целина **Волумен на тело, Волумен на квадар и коцка**. Резултатите покажале дека експерименталниот фактор имал значајно влијание на степенот на усвоеноста на содржините што биле предмет на истражувањето.

3. Во 2001 година Бирото за развој на образование го изведе првото Национално оценување на учениците од одделенска настава, со кое се мерени постигањата на учениците по македонски јазик и по математика. Сознанијата за постигањата по математика се добиени од репрезентативен примерок од 1500 ученици од IV одделение, а се базирани на 118 испитни задачи, со добри мерни карактеристики.

Од резултатите добиени со истражувањето, покрај другото, е установено дека:

- Целите што треба да се остварат во наставата по математика се усогласени со можностите на учениците;
- Наставниците речиси сите содржини ги сметаат за подеднакво важни. Нешто помалку важни ги сметаат содржините од работа со податоци;
- Учениците кои поседуваат највисоки знаења и способности се помалку од 25% од примерокот;
- Учениците кои постигнуваат просечни знаења се околу 50% од учениците во примерокот.

(Според 32)

Од наведените резултати може да се согледа дека е многу голем процентот на учениците кои постигнуваат просечни резултати, за што се потребни натамошни истражувања, за надминување на овие слабости.

1.4 КАРАКТЕРИСТИКИ НА СОВРЕМЕНАТА МЕТОДИКА НА ПОЧЕТНАТА НАСТАВА ПО МАТЕМАТИКА

Познати автори од областа на методиката на наставата по математика (**Столяр, Колягин, Ганчев** и др.) проблемот на математичкото образование го поврзуваат со одговор на следниве три прашања:

1. *Зошто да се учи математика?*
2. *Што да се учи од математика?*
3. *Како да се изучува математика?*

И додека одговорите на првите две прашања се дадени поконкретно и поцелосно, одговорот на третото прашање е најсложен и на него како да не може да се даде точен одговор, туку со развојот на науките релевантни за ова подрачје (педагогијата, психологијата, логиката, математиката) тој одговор ќе се дополнува и усовршува. Имено, одговорот на првото прашање е определен од поставените цели на наставата по математика, при чие што дефинирање се поаѓа од определувањето на тоа што ќе се добие од изучувањето на математиката за индивидуата што ја изучува, како и општествената. Во поткрепа на одговорот на ова прашање се наведуваат бројни аргументи, меѓу кои посебно се нагласуваат: придонесот на изучувањето на математиката во вкупниот развој на учениковата личност (индивидуалниот аспект) и применливоста на математичките знаења во различни области од животот (општествениот аспект).

Одговорот на второто прашање е поврзан со определувањето на содржината на училишниот курс по математика. Изборот на содржините главно е поврзан со возрасните особености на учениците на кои е наменет, од една страна и достигнатиот степен во развојот на математичката наука, од друга страна.

Одговорот на третото прашање го бара секоја генерација

практичари, стручни и научни работници. Во таа смисла секоја генерација создава некаков систем на методички концепти, од кои произлегуваат соодветни методички постапки, кои со тек на времето се развиваат, научно се оформуваат во зависност од достигнатиот степен во развојот на релевантните науки за ова подрачје и се именуваат како *традиционални методи*. Меѓутоа, тие методи не остануваат непроменливи, статички, туку во духот на новото време се создаваат нови методи, соодветни на современите практични искуства и научни достигања, кои се именуваат како *современи научни методи*. Всушност, одговорот на третото прашање е динамичен процес, во кој тие постојано се осовременуваат и усовршуваат.

1.4.1 ЦЕЛИ НА НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА

Наспроти дидактичкиот материјализам, формалното образование ги запоставува конкретните знаења и умеења и ја почитува само моќта на математиката во развојот на мислењето, независно од содржините. Модернизацијата на наставата по математика, во методичка смисла, настојува да воспостави рамнотежа помеѓу материјалното и формалното образование, при што го истакнува развојот на логичкото и математичкото мислење, што порано наставата да се издигне на апстрактно ниво, а со тоа што на прв план ги става математичките идеи, а не техниката на сметањето, е само нов приод на образовните вредности на наставните содржини и не ја негира применливоста на знаењата.

Значајно е што концепциите на првите наставни програми се засновуваат на целите на наставата по математика, како и на задачите што произлегуваат од тие цели. Притоа, се поаѓа од општите цели на воспитанието и образованието, па во согласност со нив се изградуваат целите на наставата по математика. Тоа е во согласност со заклучоците на *Меѓународната конференција за образование*, одржана 1956 година во *Женева*, на која едно од централните прашања е дефинирање на целите на наставата воопшто, а во таа смисла и целите на наставата по математика посебно.

Во активностите во врска со модернизацијата на наставата по

математика се диференцира една општо прифатена определба во однос на целите на наставата по математика, според која *„тежиштето на наставата по математика се понестува од усвојување на голем број изолирани факти на развивање на математичко мислење и создавање.“* (3, 5)

При градењето на ваква определба се појдувало од дотогашната состојба дека при дефинирање на целите не е остварена рамнотежа меѓу материјалното и формалното образование. Според рускиот методичар **Маркушевич** *„целите на математичкото образование не ретко се стеснуваа, така што со математичкото мислење малку се бавевме и тоа дојде на заден план.“*(23,9)

Но, потребите од промени во дефинирањето на целта не произлегуваат само од потребата за развој на математичкото мислење на учениците, туку на тој проблем се гледа пошироко, односно го вклучува вкупниот развој на учениковата личност. Во таа смисла во дефинирањето на целите на наставата по математика се опфаќаат знаењата, умеењата и навиките со коишто учениците треба да се здобијат, развојот на психичките способности (перцепции, претстави, внимание, помнење, мислење), како и формирање на позитивни особини на карактерот и личноста на учениците. Значи, при дефинирањето на целите на наставата по математика не треба да се потенцира само развој на мислењето на учениците, туку низ наставата учениците треба:

- Да се здобијат со определен систем од математички знаења, умеења и навики;
- Да ги усвојат математичките методи за спознавање на објективната стварност;
- Да се оспособат за усна и писмена примена на математичкиот јазик (точност, јасност, концизност во искажувањето);
- Да усвојат минимум математички информации, потребни за примена на знаењата, умеењата и навиките за активна, спознајна дејност во наставата;
- Оспособување за самообразование;

Што се однесува на развојот на психичките способности,

наставата по математика треба да даде оптимален придонес за:

- Оспособување на учениците за набљудување;
- Развивање на просторните и количествените претстави на учениците;
- Развивање на вниманието и способноста за концентрација;
- Развивање на помнењето;
- Да се развива логичкото мислење на учениците (способност за анализирање, за расудување, за систематизирање, за дедуктивно расудување, за воопштување, за критичко мислење);
- Да се развиваат рационалните својства на мислењето (ред, точност, јасност, рационалност);
- Развивање на интуицијата и фантазијата на апстрактното подрачје.

Покрај тоа, наставата по математика треба да создава претпоставки за формирање на позитивни особини на карактерот и волјата на учениците, како што се:

- Смисла за самостојност, точност и прецизност во работата;
- Упорност и истрајност во совладувањето на одредени пречки во животот и работата;
- Критичност кон работата на другите и самокритичност кон сопствената работа;
- чувство на задоволство од успешноста во работата, како и чувство за доживување на убавото во неа;
- Објективност и интелектуална чесност;
- Поттикнување на радозналоста и истражувачкиот дух.

Всушност на *математичкиот* развој на учениците треба да се гледа како воспитно – образовна категорија низ која се остваруваат поставените цели. Затоа е потребно одредување на такви курикулуми на наставата по математика, во кои ќе бидат утврдени соодветни цели за дадената возрастна група, како и патиштата по кои тие цели би се оствариле и начините за следење и проверување на резултатите од *математичкиот* развој. Само во такви услови математичкото

образование ќе може да даде одговор на предизвиците што ги носи современото живеење и работење.

1.4.2 ЗА СОДРЖИНАТА НА НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА

При одредување на содржината на наставата по математика се поаѓа од определбата да се задоволат идеите на движењето за модернизација на наставата по математика, а пред се:

1. Усогласување на наставата по математика со доминантните идеи во математичката наука. Тоа подразбира воведување во наставните програми содржини од елементарната теорија на множества и релации. Според програмите на **ОЕЦД**, *Белгиската програма* и *Нирнбершката програма* во Германија, а подоцна и во другите земји во светот, прифатено е содржините од теорија на множества да се обработува во три концентрични кругови, и тоа:

Почетна настава по математика	Предметна настава	Средно образование
• Запознавање со поимот множество, елемент на множество и припадност, • Графичко означување на множествата, означување на множествата со набележување на елементите, • Пrazно множество, дисјунктни множества, • Подмножество, инклузија, • Придружување, • Еквивалентност и еднаквост на две множества, • Кардинален број, • Множество на природни броеви, • Операции со множества: унија, пресек, производ и врска со математичката логика.	• Поим за множество, • Елементи на множество, релација за припадност, • Означување на множества, • Пrazно множество, едно елементно и двоелементно множество, • Подмножество, инклузија, • Еднаквост на две множества, еквивалентност, • Кардинален број, • Операции со множества и нивните својства, • Аналогија меѓу операциите и математичката логика, бројни множества: N, Z, Q, R.	• Систематизација на содржините од вториот циклус, • Подреденост на множество, особини на бројните множества, • Бесконечно множество, поим за бесконечност, • Антиноми во теоријата на множества, аксиоматизација на теоријата на множествата, • Правци во математичката логика: логицизам, интуицизам, формализам.

Од интерес за нашето истражување е само првиот циклус и во понатамошната обработка ќе обрнеме внимание само на овој период.

Што се однесува до содржините од релации, главно, се внесуваат само односи помеѓу објекти од непосредната околина на децата: ... е поголем од ..., ... е помал од ..., ... е пред ..., ... е зад ..., ... е над ..., ... е под ..., ... е лево од ..., ... е десно од ..., како и релациите меѓу броевите: ... е еднаков на ..., ... е помал од ..., ... е поголем од ..., ... е следбеник на ... и ... е претходник на

2. Местото и улогата на класичните содржини.

Од класичните содржини во наставните програми и понатаму се задржуваат:

<i>Аритметика</i>	<i>Геометрија</i>
• поим за природен број, • означување на природните броеви , • споредување на природните броеви , • операции со природните броеви: собирање, одземање, множење и делење , • именувани броеви.	• права, полуправа и отсечка, • агол и многуаголник (триаголник, правоаголник, квадрат), • кружница и круг, • квадар и коцка, • мерење (периметер на многуаголник, плоштина на правоаголник, квадрат, квадар и коцка).

Застапеноста на овие класични содржини се оправдува со нивното место и значење во математичката наука, нивната практична применливост, како и можноста со нивната обработка да се остварат бројни цели и задачи на почетната настава по математика. За да се овозможи и класичните содржини да се обработуваат на современ начин, содржините од теоријата на множества и претходат на содржините од природните броеви.

При одредувањето на обемот и длабочината на наставните содржини, не треба да се занемарат и сознанијата на современата психологија за возрастните можности на учениците и потребите на нивниот развој. Третманот на овој проблем нема да биде целосен ако во него не се поаѓа од возрастните особености на учениците, пред се

од нивните психички и физишки особености, на кои ќе се засновува дидактичкото обликување на наставните содржини. Овој став ќе го поткрепиме со резултатите од истражувањата на **Пијаже**, според кои:

- интелигенцијата не е вродена;
- секое нормално дете може математички да се култивира и
- кај секое дете се појавуваат два вида потсознајни стремежи: стремеж за разбирање на околината и стремеж за творештво.

Спроведените експерименти во повеќе земји (Русија, САД, Франција) покажале дека :

1. Почетното математичко образование може да биде идејно посодржајно и побогато;
2. Сметањето останува главна, но не и единствена дејност и образовна задача; и
3. Логичкото формирање на учениците треба да започне уште од прво одделение, поради неговото големо значење за формирање на личноста.

Поконкретни сознанија за практичното остварување на наведените определби, можат да се добијат од констатациите донесени на III Меѓународен конгрес за математичко образование, одржан во август 1976 година во *Карлсруе* (Karlsruhe), Германија. На конгресот е констатирано дека: *„Модернизацијата на почетното математичко образование (за деца 6 до 12 години з.н.) довела до збогатување на курсот по математика. Напоредно со застапените во сите програми еден поголем стабилен дел (природни броеви, децимални и обични дропки и операции со нив), практично во сите програми, во секој случај во развиените земји, влегле теориско - множествени поими и поими од математичка логика, елементи од математичка статистика, а потоа и теорија на веројатноста.“* (24, 88)

Понатаму се нагласува дека *„теориско – множествените поими и поимите од математичка логика во некои програми се воведуваат концентрирано, образуваат основа, на која се гради понатамошното изложување на курсот.“* (24, 88)

Кога станува збор за содржината на наставата по математика, не треба да се изостават нивните карактеристики: апстрактност и хиерархиско - логички распоред. Апстрактноста на математичките содржини произлегува од начинот по кој тие се изведуваат. Имено, математичките поими претставуваат мисловни производи кои се изведени по пат на генерализации од квантитавните односи и просторните форми на објективниот свет.

Значи не се реално постоечки предмети, туку тие настануваат со апстрахирање на несуществените својства и генерализирање на суштествените својства на објектите, по пат на логичко мислење. Апстрактната природа на математичките содржини придонесува мислењето да е основно средство за спознавање на математичките содржини.

Хиерархиско – логичкиот распоред на содржините на почетната настава по математика може да се согледа во надреденоста односно подреденоста на едни содржини во однос на други. Овој однос на содржините е условен од степенот на нивната сложеност. Така, сложените содржини, како составни делови, во себе вклучуваат поедноставни содржини. Како последица на тоа, во распоредот на содржините во почетната настава по математика, се поаѓа од поедноставни содржини, за да може да се усвојат и посложените содржини. Поконкретно речено, за да се усвои операцијата множење, како посложена математичка содржина, прво треба да се изучат поедноставните содржини : природните броеви до 100 и собирањето во рамки на 100. Во таа смисла едноставните содржини претставуваат инструмент за сфаќање на посложените содржини.

Со детерминирање на карактеристиките на математичките содржини, како и почитување на идеите за модернизација на почетната настава по математика, се овозможува правилно структурирање во соодветен курикулум. Оптималното решавање на овој проблем придонесува за зголемување на ефикасноста на почетната настава по математика.

1.4.3 МЕТОДИ НА НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА

Појдувајќи од идеите за модернизација на содржината на наставата поматематика и нејзиното усогласување со доминантните идеи во математичката наука, како и од достигнатиот степен во развојот на педагошката и психолошката наука, евидентна е тендецијата за осовременување на методиката на наставата по математика. Имено, таа се состои во следното:

- Методичките приоди да се прилагодат на возрастните особености на учениците и на потребите на нивниот развој;
- Да се дефинираат методички приоди за обработка на содржините од теоријата на множества, кои се јавуваат како нови во наставните програми;
- Современа методичка интерпретација на класичните содржини, посебно на природните броеви и операциите со нив;
- Прилагодување на јазикот на теоријата на множествата на почетната настава по математика, особено при методичка интерпретација на класичните содржини.

Во втората половина на XX век, евидентно е настојувањето за изградување на методика на наставата по математика, која ќе се однесува не само на обработката на новите програмски содржини, туку и за современа интерпретација на класичните содржини. Тоа е истакнато и во документите на меѓународните организации, надлежни за образованието – Монографиите на **OECD**, *Интернационалната комисија за проучување и унапредување на наставата по математика*, **УНЕСКО** и др., при што се диференцираат неколку ставови:

- За реализација на новите наставни содржини да се дефинираат соодветни современи методички приоди;
- Современа методичка интерпретација на класичните програмски содржини;
- Проектираните методички решенија да соодветствуваат на особеностите на менталниот развој на децата – ученици од одредена возраст.

Современата методика на почетната настава по математика настојува да ги обедини наведените ставови , и врз основа на нив да изгради соодветни методи кои ќе овозможат ефикасна настава. Во тој контекст, методите во почетната настава по математика претставуваат *„средство за реализација на математичкото воспитание и образование. Тоа е нивна заедничка дејност на усвојување на знаења, развивање на способности и воспитување на учениците.“* (22,67)

За да се обезбеди ефикасна наставна работа, нужно е примена на современи наставни методи, која не треба да претставува збогатување на одредена класификација на наставните методи, туку подобра имплементација и на досега фрекфентните во наставата. Прв чекор во ова насока би бил теоретско засновување на наставните методи, односно нивно втемелување на основите на математичката наука и современите достигнувања на педагошката и психолошката наука. Имено, на тој начин, би се обезбедила јасна теоретска ориентација во склоп со тенденциите во современата методика на почетната настава по математика. Затоа, методиката на наставата по математика треба да утврди одредена класификација на наставните методи, со која треба да се обезбеди ефикасност во наставниот процес. Пред се, наставните методи треба да овозможат активната улога на ученикот во наставниот процес, гледана низ здобивање на знаења врз основа на сопствена активна и сознајна дејност.

Значи, евидентно е напуштањето на традиционалниот третман на наставните методи кон нивен современ третман. Поаѓајќи од современиот концепт на наставата, со современиот третман на фрекфентните методи во наставата, се настојува да се надмине пасивното и рецептивно учење и да му се даде предност на активното учење. Методите на учење и поучување овозможуваат ученикот да се постави во активна положба, кој преку посредно поучување, активно учење и самостојно учење со откривање ќе усвојува математички знаења и умеења. Почетната настава по математика е процес на учење и поучување, во кој наставните методи треба да ја подбрат нејзината ефикасност. Затоа посебно внимание треба да се посвети на изборот на наставните методи при реализацијата на наставниот процес. Поконкретно треба да се обрне внимание на следното:

- Наставните методи и нивната примена да се детерминирани од целите за реализација на наставните содржини;
- Процесот на учење и поучување да се прилагоди на возраста на учениците и нивните психофизички способности;
- Истите да бидат зависност од карактерот на наставните содржини во почетната настава по математика.

Ефикасноста на наставните методи во почетната настава по математика најдоследно се согледува преку нивната пратична примена. Затоа, современите образовни системи одредуваат некои детерминанти кои ја насочуваат нивната практична реализација. Имено, се дефинираат државни стандарди, по степени на образование и по одделенија, односно класови.

1.5 НЕКОИ СОЗНАНИЈА ЗА ПОЧЕТНАТА НАСТАВА ПО МАТЕМАТИКА

Од наведените постигања на учениците, утврдени со проектите, за кои говоревме во претходните поглавја, како и од следењето на практичната реализација на часови по математика во рамки на вежбите по предметот Методика на наставата по математика, со студентите од Педагошкиот факултет, може да се издвојат некои сознанија за наставата по математика.

Во сите проекти учениците покажале слаби резултати при решавањето на текстуални задачи, односно проблемски ситуации кои се сврзуваат на решавање бројни изрази или равенки. Така, според проектот наведен под 1. успешноста на учениците од I одделение е 28,57%; од II одделение 38%; од III одделение 29,85%. Во проектот означен со 2. успешноста на учениците од III одделение е 29,85%, а во проектот означен со 3. за успешноста на учениците од IV одделение се наведува: *„и најдобрите ученици имаат тешкотии со решавање на нестандартни проблемски ситуации (се мисли на текстуални задачи со нематематичка содржина з.н.), кои се сведуваат на решавање броен израз или равенка“* (32,66)

Според нашата оценка оваа состојба се должи на следниве слабости:

- недоволна подготовка на учениците за решавање на текстуални задачи;
- недоволно запознавање на учениците со структурата на текстуалната задача;
- на решавањето на задачите се приоѓа без соодветна анализа на истите;
- често се изоставува освртот на решението на задачата.

Овој проблем бара сериозно истражување, како би се дошло до одредени модели за решавање на текстуални задачи, што ќе придонесе за подобрување на состојбите на ова подрачје и изградување на соодветен концепт што ќе обезбедува надминување на состојбата.

Воведувањето и осмислувањето на аритметичките операции во почетната настава по математика, главно, се остварува врз основа на теоријата на множества. Всушност, множествата треба да послужат како конкретна основа за воведување на апстрактните поими од подрачјето на природните броеви и операциите со нив. Меѓутоа, од резултатите што ги постигнале учениците на тестовите во напред наведените проекти, може да се согледа дека најдобро е усвоена техниката на сметањето, а во современата методика се смета дека е тоа само еден аспект на сфаќањето на аритметичките операции.

Ставањето акцент само на техниката на сметањето и запоставувањето на својствата на аритметичките операции, врската помеѓу компонентите и резултатите, решавањето на равенки, доведува до механичко сфаќање на истите, несоодветно на поставените цели на почетната настава по математика. На ова подрачје се присутни слабости во етапата на подготовка, како што се необезбедување на нужните претпоставки за усвојување на значењето на симболите (+, - и =), поврзувањето на собирањето со унија на две дисјунктни множества и на одземањето со разлика на множества, како и несоздавањето на услови за практични активности на учениците (со логички плочки, цртежи, разни предмети од непосредната околина и сл.).

Изучувањето на својствата на аритметичките операции и врските

помеѓу резултатите и компонентите кај истите е мошне значајно за сфаќањето на аритметичките операции и нивната примена, а особено за решавање на некои проблемски ситуации со примена на равенки. И овде резултатите се слични како кај решавањето на текстуалните задачи. Во таа смисла резултатите се движат од 32,96% во I одделение; 29% во II одделение во проектот 1; 28,42% во III одделение во проектот 2, до тешкотии во решавањето кај сите ученици во проектот 3. Откривањето на овие слабости претпоставува поконкретно утврдување на состојбите, идентификување на причините и дефинирање методички концепт за надминување на слабостите.

Воведувањето на геометриските поими е исто така мошне сериозен проблем во почетната настава по математика. Успешноста на учениците на ова подрачје зависи, главно, од методичките приоди што се применуваат во наставата. И на ова подрачје можат да се воочат сериозни слабости. Така според резултатите од проектот 1 само 29% одучениците во II одделение го откриваат видот на четириаголник, 34% од учениците го знаат односот на страните во правоаголникот, според проектот 2 само 29,83% од учениците правилно ја сфаќаат класификацијата на триаголниците според аглите или според страните, само 24,87% од учениците прават разлика меѓу припадност на точка на круг или кружница.

Што се однесува до поимот плоштина и врската со обиколката на геометриска слика (правоаголник, квадрат), според проектот 3 повеќе од 50% од учениците имаат проблеми со решавањето задачи од овој тип, а посебно тие слабости се изразени при примената на формулите за определување на оваа величина во практични задачи.

Овие слабости секако произлегуваат од несоодветно формирање на геометриските поими и недоволното утврдување на нивните суштествени својства и признаци. Некои од напред наведените слабости укажуваат и на недоволна примена на аналитичко - синтетичкиот приод во наставната работа. Имено, аналитичко - синтетичкиот приод е мошне значаен за успешно решавање на сложените текстуални задачи, затоа што со неговата примена успешно можат да се откријат врските меѓу дадените величини, како и меѓу дадените и непознатите.

Овој приод, исто така, може да даде добри резултати при

воведувањето на математичките поими, затоа што само со аналитичко - синтетичка дејност учениците можат да ги одвојат несуштествените од суштествените својства на поимот и преку апстрахирање на несуштествените и генерализација на суштествените, истиот да го запознаат. За недоволната и недоследната примена на аналитичко - синтетичкиот приод во почетната настава по математика имаме доволно лични сознанија од практичната реализација на вежбите од методика на наставата по математика, каде годишно следиме повеќе од 120 наставни часови.

За активно и спознајно учество на учениците во наставата по математика од големо значење е начинот на кој таа се организира. Бројни истражувања на ова подрачје покажуваат дека најголема активност и сознајност во наставата се постигнува при самостојна работа на учениците. Во современата педагошка литература самостојната работа на учениците не се смета за цел, туку за средство за остварување на целта и задачите на наставата, затоа што таа може да биде ефикасно средство за сознајно и трајно усвојување на знаењата и формирање на умеења и навики кај учениците.

Еден од аспектите на самостојната работа на учениците е примената на порано здобиените знаења во нови ситуации на учење. Овој аспект го нагласуваме затоа што низ овој начин на организација на работата на учениците се обезбедува:

- примена на здобиените знаења во нови ситуации на учење;
- мотивирање на учениците за здобивање на нови знаења, што се остварува со вложување на сопствен интелектуален труд;
- се придонесува за интензификација на процесот на учење и почување.

Нашето лично искуство покажува дека учениците можат самостојно да доаѓаат до генерализации, да создаваат математички законитости, да изведуваат формули, ако нивната активност е добро програмирана и осмислена, односно ако таа е заснована на порано здобиените знаења и искуства на учениците, како и на дидактичките принципи: системност и постапност, свесна активност и индивидуален приод во наставата.

2. ЗА НЕКОИ МЕТОДИЧКИ КОНЦЕПТИ ВО ПОЧЕТНАТА НАСТАВА ПО МАТЕМАТИКА

Во нашата земја скоро и да не се реализирани истражувања на подрачјето на почетната настава по математика, освен во два наврата при вреднувањето на наставната програма по математика 1974 -78 година и 1989 - 1990 година, при што вниманието беше насочено кон содржината на наставата, учебната и прирачната литература. Меѓутоа, многу од резултатите од истражувањата во светот најдоа примена и во методиката на почетната настава по математика. Но, тоа не значи дека сме постигнале високо ниво на ова подрачје, за што напред стана збор. Оттука се наметнува потребата за поконкретни истражувања, насочени кон носечките пунктови на организацијата и реализацијата на наставата и врз основа на добиените резултати од тие истражувања да се дефинираат методички концепти, кои ќе обезбедат надминување на воочените слабости и ќе придонесат за подигнување на квалитетот на наставата.

Најнапред, ќе појдеме од третманот на почетната настава по математика како систем, за кој е карактеристична целовитост, односно меѓусебна поврзаност и заемна условеност на структурните елементи. Врз основа на современите сознанија на методиката на наставата по математика, настанаа промени во целите на оваа настава, што пак, ја наметна потребата и за промена на нејзината содржина. Промената на овие структурни елементи на наставниот процес се одредува со наставните програми. Но, осовременувањето на наставниот процес бара и промени во неговата организација, а особено во начинот на реализација на истиот. *„Се покажа, дека менувањето на содржината независно од методите (како форми на движење на содржините) е погрешна практика која не дава успех, бидејќи една иста наставна содржина, може да се изучува со разни методи и да се добијат различни резултати.“*(25,21)

Согласно претходното, менувањето на начинот на реализација на наставата, примената на современи форми, методи и постапки на организирање и изведување на наставниот процес, или пак воведување на современа образовна технологија, станува неопходност. За

посочување се обидите за промени во нашите училишта со примена на проектите: **Активна настава – интерактивно учење, Чекор по чекор, Со читање и пичување до критичко мислење** и др.

Немајќи претензии да ги елаборираме наведените структурни елементи на наставата, ќе се задржиме на концептот на наставата, при што наставата ќе ја одредиме како процес на учење и поучување. Третманот на овој проблем поставува низа прашања, на кои треба да се обрне посебно внимание, меѓу кои :

- Какви активности треба да остварува ученикот?
- Како тие активности да ги насочува наставникот и како тој да поучува?
- Како да биде организирана наставата?
- Какви средства да се приемнуваат?
- Како да се стимулираат учениците? и др.

Наведените прашањата се дел од една целина која претставува *теориски концепт на наставата*. Имено, наставата претставува плански и организиран воспитно – образовен процес кој се темели на одредена дидактичка теорија, која всушност е рамка според која истата се реализира во практиката. Поконкретно речено, дидактиката со одредување на теоретскиот концепт на наставата, ги објаснува воспитно – образовните активности во наставниот процес, но дава и насоки за нивна поефикасна организација.

Градењето на теоретскиот концепт на наставата се темели на сознанијата дидактиката, но и на сознанијата на поедините методики и наставната практика. Во тој контекст се одредуваат и задачите кои треба да ги оствари овој концепт , а тие според **Брунер** се:

- Да ги открие патиштата и начините за оптимално влијание за активирање на личноста за учење (когнитивни, мотивациони, лични и социо – културни фактори);
- Да се испита и утврди како да се структурира материјалот за полесно разбирање од страна на ученикот“
- Да утврди ефикасен редослед на презентирање на материјалот за учење, усогласен на индивидуалните

разлики на учениците и природата на материјалот;

- Да ја утврди природата на мотивацијата во текот на учењето и наставата.

Во дидактичките истражувања во светот егзистираат две насоки во третманот на теоријата на наставниот процес. Првата е насочена кон модернизација на традиционалната репродуктивна настава, со цел подобрување на најзината ефикасност. Тоа се настојувања за градење на модели на ефикасна настава, која ќе има репродуктивен карактер и ќе обезбедува целосно усвојување на наставниот материјал. Од друга страна, пак втората насока е иновативниот пристап, каде целта е развој на способностите за усвојување на нови знаења со примена на творечко и критичко мислење. Овие истражувања иницираат градење и примена на модели на активна, проблемска, развојна и истражувачка настава, која е насочена кон ученикот.

Евидентно е дека овие два пристапи се темелат на спротивставени теории за учењето, а за кои се познати методите на учење: метод на откривање на знаењата и метод на пренесување (предавање) на знаењата, како и голем број нивни комбинации. Не сакајќи да апсолутизираме еден од овие пристапи, но со цел нивно подбро запознавање, ќе презентираме некои нивни структурни елементи, прикажани во табелава:

Компоненти на наставата	Традиционална настава	Современа настава
Цел	Акумулација на знаења	Развој на способностите на личноста
Планови и програми	Централистички, крути	Флексибилни, насочени кон поединецот
Организација	Одделенски, предметно-часовен систем	Еластични и разновидни организациони форми
Наставни средства	Демонстративни и вештачки модели	Природни и работни
Методи на учење и поучување	Директно поучување и пасивно учење	Посредно поучување, активно и самостојно учење со откривање
Улога на наставникот	Реализатор	Насочувач, организатор, активен истражувач
Улога на ученикот	Пасивност, надворешна мотивација	Активно спознавање, внатрешна мотивација

Како најзначајни за предметот што го проучуваме се компонентите кои во средиштето на воспитно-образовниот процес го ставаат посредното поучување на ученикот и самостојното учење со откривање. Во таквиот воспитно - образовен процес централно место зазема ученикот и неговите постигања, тој е субјект кој бира што и како ќе учи, се договара со своите соученици и наставникот, самостојно доаѓа до нови знаења, решава проблеми и сл. Од друга страна, пак наставникот добива посодржајна и посложена улога, да го организира и насочува процесот на учење на учениците .

Во овој процес ученикот активно стекнува знаења преку нивна реконструкција или конструкција врз основа на претходните знаења и искуства. На тој начин, ученикот има можност да ги интегрира новите знаења со претходно здобиените и така да гради целосен систем на знаења, а сето тоа ќе го работи со помош на наставникот, кој ќе му дава упатства , ќе му помага во организацијата или реорганизацијата на знаењата.

Применувајќи ги овие согледувања на полето на методиката на почетната настава по математика и поаѓајќи од наведените теории ќе ја определиме структурата на наставниот процес, на чии основи ќе ги втемелиме методичките концепти, кои практично ќе ги реализираме.

Во решавањето на проблемот на структурата на наставниот процес ќе појдеме од ставовите на Махмудов. Според него структурата на наставниот процес не може да се изгради ако не се земат предвид и наставната содржина, дидактичките цели и наставните методи, кои ја одразуваат логиката на наставниот процес. *„Ако систематската актуализација на порано здобиените знаења е основа за сфаќање и усвојување на новите, тогаш процесот завршува со формирање на умеења и навики за умствени и практични активности, по пат на примена на изученото.“* (25,93)

А како компоненти на општата структура наставниот процес ги истакнува:

1. Актуализација на порано здобиените знаења и методи (постапки) на дејствување на учениците, односно примена на истите во нови ситуации на учење и поттикнување на сознајните активности на учениците;

2. Формирање на новите поими и начини на дејствување, односно усвојување на новите знаења; и
3. Примена на здобиените знаења, односно формирање на умеења и навики (вклучувајќи го и повторувањето и утврдувањето).

Вака дефинираната дидактичка структура на наставниот процес може да се смета и како општа насока при организација на наставниот час. Таа структура се конкретизира во методичка потструктура на наставниот час, чии елементи можат да бидат разни видови на дејности на наставникот и на ученикот.

Дидактичката структура и методичката потструктура се меѓусебно поврзани со логичко-психолошката потструктура на наставниот час. Оваа внатрешна потструктура се сосостои од елементи што го одразуваат учебно-сознајниот процес, како процес на репродукција на порано здобиените знаења и усвојување на новите знаења. Но со тоа не завршува процесот на усвојување на знаењата, туку се врши систематизирање на истите во системот на порано изучените поими.

1. Актуализација на порано усвоените знаења - Со терминот актуализација се означува тоа што е потребно за знаењата да се направат актуелни, нужни во дадениот момент, односно да се *освежат* порано усвоените знаења и начини на размислување. Воедно актуализацијата означува и психолошка подготовка на учениците, поттикнување на интерес за проблемот на проучување, создавање на емоционално расположение, проценка на подготвеноста на учениците за восприемање на новиот материјал итн.

„Актуализацијата на порано усвоените знаења и методи на дејствување е воспоставување внатре-предметна сукцесивност на врската помеѓу порано усвоените и новите поими, како услов за системтност на знаењата што се здобиваат и начините на дејствување и основа за самостојна работа на учениците.“ (25, 97)

Процесот на актуализација претставува широк поим во кој не влегува само повторувањето во вид на испрашување. Во него влегува и контрола на состојбата со знаењата на учениците од страна на наставникот, нивните умеења, навики, кои се остваруваат и во форма на испрашување на учебните задачи. Не смее да се изостават и следните

дејности на ученикот: усно сметање, усно или писмено изложување на порано усвоените знаења, решавање на задачи, читање на текст, самостојна работа со репродуктивен и продуктивен карактер. Овие дејности на ученикот се јавуваат и како елементи на методичката потструктура. Согласно на напред изнесеното, може да се издвојат следниве елементи на внатрешната потструктура на наставниот час: обновувањето и актот на сознавање на поврзаноста на порано здобиените знаења со новата ситуација на учење, каде и настанува првично восприемање на новите факти. Во процесот на актуализација често пати ученикот извршува самостојна истражувачка работа, како резултат на создадената проблемска ситуација. Затоа како елемент на внатрешната потструктура се издвојува и самостојната истражувачка работа на ученикот, со помош на наставникот.

2. Формирање на новите поими и начини на работа - Најважен елемент на оваа компонента е усвојувањето на знаењата, кое во себе го вклучува психолошкиот акт на присвојување на новото знаење или начини на работа од страна на учениците. Во тој контекст поимот формирање ги вклучува активностите на наставникот при објаснувањето на новиот материјал или организацијата на активностите на учениците при самостојното откривање на суштината на новите поими. Како втората компонента на дидактичката структура на формирањето на новите поими, се јавува и формирањето на убедувања кај учениците.

Усвојувањето на новото започнува со актот на набљудување, доколку тоа не е направено во актуализацијата, за да потоа се случи процесот на сознавање, осмислување на значењето на новите поими или начини на работа. Усвоените знаења и начини на работа со воопштувањето и систематизацијата стануваат сопственост на ученикот, односно негови начини на мисловна активност. Како најсоодветен начин на работа **Махмудов** го истакнува решавањето на проблеми, при што ученикот ставен во услови на разрешување на противречности, ги преобразува знаењата во убедувања. Имено, во тој процес на усвојување на знаења, ученикот попродуктивно ги осознава и осмислува суштествените својства на поимите, подобро ги согледува внатрешните врски меѓу елементите, се поттикнува за позитивни емоционални напори, и сл.

3. Примена - формирање на умеења и навики - Формирањето навики за примена на знаењата бара повеќекратно повторување на умствените и практичните активности и операции. Затоа во третата компонента на дидактичката структура на наставниот час се случува примена на туку што здобиените знаења и начини на постапување, нивно воопштување и систематизирање, проверка во практиката на правилноста на решенијата на спознајните задачи, проблемите. Значи се решаваат различни типови задачи, се анализира текот на решавањето и сл. Сите овие активности претставуваат методичка потструктура на третата компонента на дидактичката структура.

Наведените толкувања на структурата на наставниот процес поаѓаат од определбата да се постигне поголем квалитет во наставата. Притоа како централен проблем се поставува прашањето како да се обезбеди активно учество на учениците во здобивањето знаења и умеење. Една од можностите за активно и сознајно учество на учениците во наставниот процес е здобивањето на новите знаења да се засновува на порано здобиените знаења и личните искуства на учениците. Од друга страна, пак, знаењата што ги здобиваат учениците треба да се гледаат и од аспект на нивната практична применливост, како и нивната примена при здобивање на нови знаења. Во таа смисла, ние ќе разработиме структурата на наставниот процес во три етапи, кои ќе ги именуваме како:

- 1. Сознајна ретроспектива**
- 2. Учечко – поучувачка акција**
- 3. Сознајна перспектива**

Имено, наставниот процес ја определува последователноста на активностите на наставникот и на учениците, која се состои во етапно движење на учениците од незнаење кон знаење. Тоа подразбира секое формирање на новото знаење да се оставарува врз основа на порано здобиените знаења и искуства од страна на учениците. Согласно со тоа, **сознајната ретроспектива** подразбира осврт и анализа на порано здобиените знаења и искуства, како и селектирање на оние знаења што се потребни за успешно усвојување на новите знаења. Актуализираните знаења при нивната анализа во оваа етапа, учениците ги ставаат во системот на математички поими, со што се зголемува и

квалитетот на усвоените знаења.

Сознајната ретроспектива како етапа од наставниот час може да се спореди со подготовката, актуализацијата на порано усвоените знаења, што ги истакнавме претходно. Респектирајќи ги овие трвдења, ***сознајната ретроспектива ја одредуваме како навраќање на порано изучените содржини и лични искуства на учениците, на кои може да се заснова обработката на новите содржини, како и нивна актуализација.*** Со тоа се создаваат претпоставки за активно и сознајно учество на учениците во здобивањето на нови знаења. Ретроспективата не може да се стандардизира во поглед на начинот времето, или пак во поглед на содржината. Имено, наставникот планирајќи ја оваа етапа од наставниот час, посветува оптимално време за секоја содржина, водејќи сметка за нејзиниот карактер, обем и длабочина. При тоа, употребува соодветни постапки и начини за актуализација на претходно усвоените знаења. Во тој контекст ќе ги напомене повторувањата во вид на испрашување, решавање на низа задачи, усно или писмено сметање, практични работи, како и самостојната работа на учениците од репродуктивен или продуктивен карактер. Во рамките на овие активности свое место заземаат и разни игровни активности, драматизации и сл.

Ретроспективата ја карактеризираат не само сознајни туку и психолошки аспекти. Значи, оваа етапа не се однесува само на обезбедување на релевантни предзнаења, туку и на воспоставување на поволна психолошка состојба за учење. Со надоврзувањето на порано усвоените знаења, кај ученикот се поттикнува внатрешната мотивација и неговите интереси за учење, се создаваат позитивни емоционални чувства, кои водат кон создавање на позитивна емоционална клима за учење. Значи, од психолошки аспект гледано, во ретроспективата преку надоврзувањето на претходните знаења и искуства, учениците се поттикнуваат за совладување на нови предизвици при усвојувањето на новите знаења и умеења.

При крајот на ретроспективата пожелно е учениците да се запознаат со целта на часот, со цел мисловно ангажирање на нивните потенцијали кон успешно усвојување на новите знаења. За ова се применуваат разни приоди и постапки, а доста погодна е истакнување на целта на часот

во вид на проблемски барања. Проблемот за ученикот претставува предизвик кој треба да се реши или истражи.

Натамошните активности продолжуваат во наредната етапа од наставниот час, а тоа е **учечко – поучувачка акција**. Таа е најдолгата етапа во која се остваруваат воспитно-образовните задачи, се формираат новите поими и начини на дејствување, односно се усвојуваат новите знаења. Значи, **акцијата подразбира усвојување на нови знаења со активно и сознајно учество на учениците, а преку акт на учење и поучување**. Усвојувањето на знаењата во себе вклучува и акт на присвојување на новото знаење или на начините на работа. Со присвојувањето на новите знаења и начини на работа се овозможува формирање на убедувања на учениците, како крајна цел на воспитно-образовниот процес.

Во реализацијата на учечко – поучувачката акција треба да се детерминираат активностите на ученикот и на наставникот. Имено, наставникот треба да го организира процесот на усвојување на новите знаења и да овозможи активно и творечко учество на учениците во него. Така учениците ќе имаат можност за самостојно откривање на новите поими, што треба да биде нивна доминантна активност во оваа етапа на наставниот час, а наставниот процес ќе добие карактер на учечко – поучувачки процес.

Исто така, треба да се истакне дека учечко – поучувачката акцијата претставува воспитно-образовен процес, во кој се реализираат воспитно-образовни задачи, па затоа евидентни се разликите во нејзината реализација. Бидејќи станува збор за почетната настава по математика, во акцијата доминираат образовни активности, со сознајни, доживувачки и психомоторни аспекти.

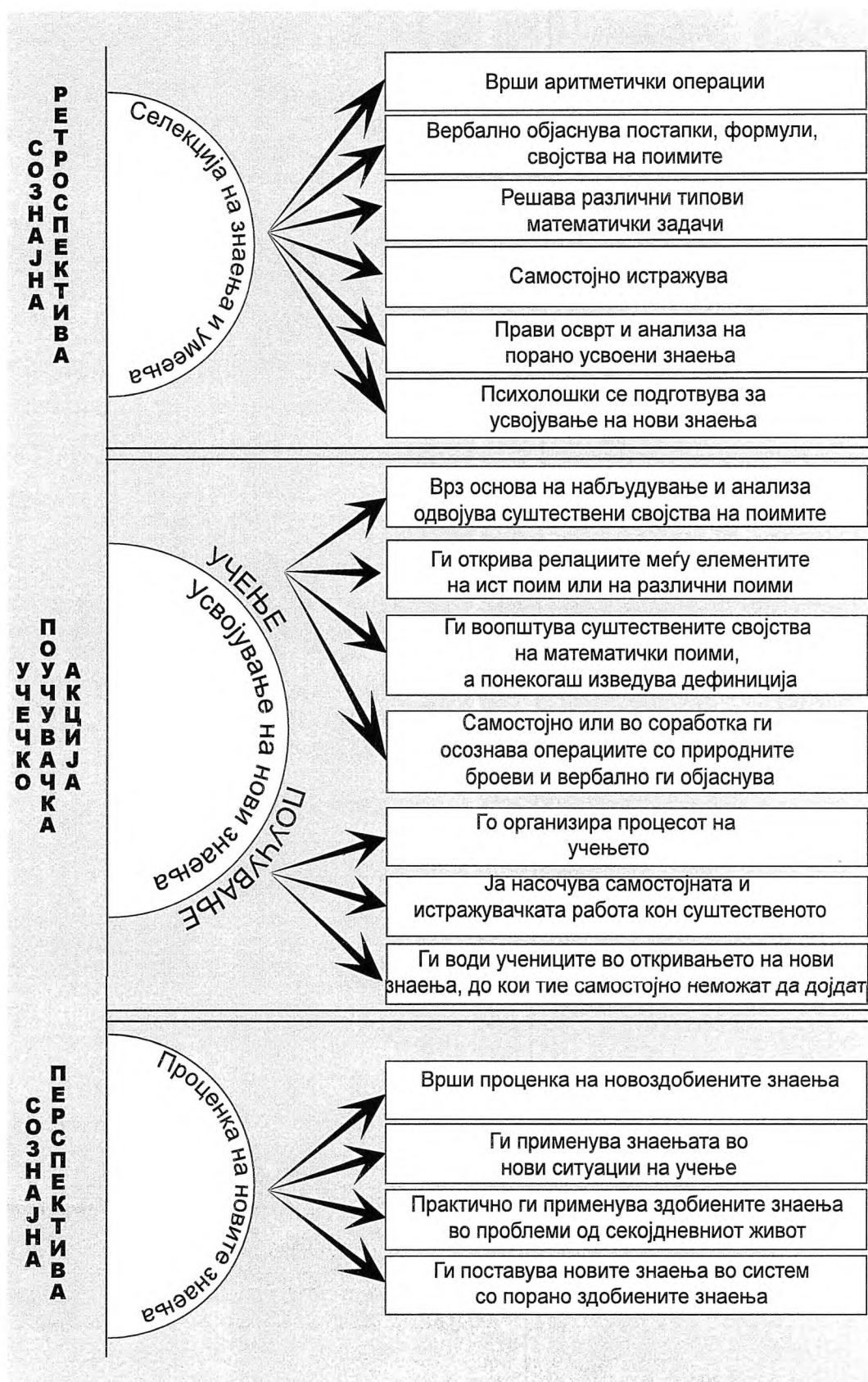
Така усвојувањето на новото знаење започнува со акт на набљудување, доколку тоа не е започнато во ретроспективата. Натамошните активности се реализираат како процесот на сознавање, осмислување на новите поими или начини на работа. Притоа ученикот изведува самостојна истражувачка работа, во соработка со наставникот или со групата ученици, мери, споредува, анализира, синтетизира, апстрахира, заклучува. Решавајќи ги поставените проблеми ученикот е ставен во услови на разрешување на противречности, ги осознава

суштествените својства на математичките поими, ги открива релациите меѓу елементите на структурите и меѓу различните предмети и појави. Вршејќи ги наведените активности ученикот ги усвојува новите знаења или начини на работа и истите ги преобразува во лични убедувања и начини на мисловна активност. Усвојувањето на знаењата не е крајна цел на воспитно-образовниот процес, туку се оди чекор понатаму, и тоа се врши со нивно повторување и примена во нови ситуации на учење. Овие активности ја одредуваат наредната етапа на воспитно-образовниот процес - **сознајна перспектива**.

Сознајната перспектива подразбира оценка на применливоста на здобиените знаења во нови ситуации на учење и во решавање на проблеми од практичен карактер, а особено од аспект на нивниот придонес за интелектуалниот развој на учениците. Се решаваат различни типови задачи, се анализираат текот на решавањето и решенијата на задачите, се поставуваат нови проблеми, и тоа од страна на учениците, и сл. На тој начин се применуваат туку што усвоените знаења и начини на работа, се врши нивна проверка, воопштување и систематизирање, проверка во практиката на веродостојноста на решенијата. Со тоа ученикот ги верифицира здобиените знаења и ги вградува во веќе изградениот систем на математички знаења.

Извршувањето на овие активности овозможува применливост на знаењата во различни ситуации на учење, а од особено значење е нивната применливост во усвојување на нови знаења, каде тие ќе претставуваат основа за нивно усвојување. На тој начин доаѓа до надоврзување на претходно усвоените знаења со новите знаења, што е мошне значајно во поглед на мотивирањето на учениците за здобивање на нови знаења. Имено, учениците наоѓаат основа од која се поаѓа при усвојувањето на новите знаења, и истите ги вклопуваат во веќе изградениот систем на математички поими.

Врз основа на напред изнесеното за секоја од етапите на стратегијата **сознајната ретроспектива - учечко – поучувачка акција - сознајната перспектива (CP-УПА-CP)** може да издвоиме некои активности на ученикот и на наставникот. Носечките активности во овие етапи подолу ги претставуваме со скицата:



Наведената стратегија **CP-УПА-CP** практично ќе ја примениме во почетната настава по математика преку одредени методички концепти. Во одредувањето на поимот **методички концепт** ќе појдеме од значењето на терминот концепт, концепција. Имено, концепт (лат. *conceptum, concipere*) претставува „план, нацрт, скица, прв писмен состав (на некое дело).“ (10,465) Во Педагошката енциклопедија терминот концепција се дефинира : „Концепција /*conception*; лат. *conceptio*/ – замисла, нацрт, а инаку значи сфаќање или поимање на нешто; начин на изложување на ставови или мислења; ... исто така значи и нацрт, односно начин на кој се одвива некој творечки процес.“ (37,406)

Според тоа може да искажеме дека методичкиот концепт има програмска и содржинска димензија, но таа не ја изразува неговата суштина. Методичкиот концепт се однесува на различните микрометодички стратегии кои се применуваат во усвојувањето и разбирањето на законитостите и принципите на почетната настава по математика на ниво на претстави и поими. Воедно, тој се однесува и на елементите кои се застапени во наставните програми по математика и се состојат од усвојување и разбирање на: математичките поими и нивната примена, релациите, симболите и термините во математичкиот јазик, модели на решавање на текстуалните задачи, квантификацијата на просторот, мерењето во геометријата и сл.

Значи, да резимираме **методичкиот концепт претставува микрометодичка стратегија, со своја содржинска и програмска димензија, која го одразува начинот на одвивање на процесот на учење и поучување на математичките содржини во почетната настава по математика.**

Овој проблем кај нас досега не е истражуван. Сметаме дека едно педагошко исражување на ова подрачје ќе покаже во колкава мера наведената стратегија за организација на наставниот процес **ретроспектива-акција-перспектива** може да се примени во почетната настава по математика низ одредени методички концепти и какви резултати може таа да даде. Позитивните резултати од истражувањето можат да дадат значаен придонес во унапредувањето на наставата, учебната и прирачната литература.

РЕФЕРЕНЦИ:

1. Ансаров, Р., (1973), *Осовременување на наставата по математика во основното училиште во СР Македонија*, Београд: Математика
2. Ачовски, Д.,(1998), *Методика на наставата по математика, I - IV одделение*, Скопје :П.Ф. „Св. Климент Охридски“
3. Ачовски, Д.,(1991), *Вреднување на наставната програма по математика за I - IV одделение*, Скопје : магистерски труд
4. Бантова, М., и др., (1976), *Методика преподавания математики в начальных классах*, Москва : Просвещение
5. Benčić, V., Markovac, J., (1972), *Teme iz nastave matematike u I razredu osnovne škole*, Zagreb: Školska knjiga
6. Брунер, Дж.,(1962), *Процесс обичения*, Москва:Просвещение
7. Брунер, Џ.,(1972), *Ток когнитивног развоја*, Психологија, бр.1-2
8. Вайнер, Л.Р., Столяр, А.А., (1969), *О логических блоках Дьенеша*, Математика в школе, №5
9. Виготски, Л.С.,(1988), *Говор и мислење*, Скопје: Просветно дело
10. Вујаклија, М.,(1980), *Лексикон страних речи и изрази*, Београд: Просвета
11. Галперин, Т.Ј., (1976), *За интелектуалниот развој на детето*, Просветно дело, бр.5-6
12. Ганчев, И., и др., (1981), *Международното движение за реформа на математическото образование*, София: Народна просвета
13. Дајовић, В.,(1974), *О реформи наставе математике*, Настава математике, бр.1
14. Давыдов, В.В., (1966), *Возрастные возможности усвоения знаний*, Москва:Просвещение
15. Давыдов, В.В., (1964), *Об изменений содержания начального обучения*, Советская педагогика, №4
16. Dines, Z., Golding, N., (1969), *Les premiers pas en mathematique, Logique et seanlogique*, Paris: O.C.D.L.

17. Эрденев, П.М.,(1977), *Обучение математике в начальных классах*, Москва:Просвещение
18. Керамитчиева, Р.,(1990), *Развој на мислењето кај децата*,Скопје: Просветно дело
19. Колягин, Н.М., и др., (1980), *Методика на преподаванието на математика в средното училиште*, София: Народна просвета
20. Леонтьев, А.Н., (1950), *Умственое развитие ребенка*, Москва: Просвещение
21. Маджаров, А., Манова, А., Димитров, Д., (1997), *Методика на обучението по математика в началните класове*, Благоевград: Универзитет „Неофит Рилски“
22. Markovac, J., (1992), *Metodika početne nastave matematike*, Zagreb: Školska knjiga
23. Маркушевич, А.И., (1962), *Об очередных задачах преподавания математики в школе*, Математика в школе, №2
24. Маслова, Г.Г., (1977), *III Международный конгрес по математическому образованию*, Математика в школе, №4
25. Махмутов, М., (1981), *Современый урок*, Москва: Издательство Педагогика
26. Меморандум американских математиков,(1964), Математика в школе, № 4
27. Менчинская, Н.А., Моро, М.И., (1962), *Пути повышения качества усвоения знаний в начальных классах*, Москва:Просвещение
28. Метельский, Н.В., (1982), *Дидактика математики*, Минск: Издательство БГУ
29. Метельский, Н.В., (1977), *Психолого - педагогические основания дидактики математики*, Минск: Высшая школа
30. Мицковиќ, Н., (1984), *Современите сфаќања на наставата по математика во основното училиште*,Скопје: Просветно дело
31. Миќуновиќ, Љ., (1990), *Современ лексикон на странски зборови и изрази*, Скопје: Наша книга
32. Мицковска, Г.и др.,(2001), *Постигања на учениците по македонски јазик и по математика*, Скопје: БРО

33. Монахов, В.М., (1985), *Международный конгрес по математическом образований*, Математика в школе, № 5
34. Моро.М., Пышкало,М., (1977), *Актуальные проблемы методики обучения математики в начальных классах*, Москва
35. Neuncing, W., Sorger ,P., (1960), *Wir lernen Mathematik*, Freiburg
36. Новакова, З.,(1998), *Методика на обучението по математика в началните класове*, София: Веда Словена
37. *Pedagoška enciklopedija 1*,(1989), Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva
38. *Pedagoška enciklopedija 2*,(1989), Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva
39. Penavin, V., i dr., (1972), *Modernizacija nastave matematike*, Matematika, br.1
40. Penavin, V., i dr., (1974), *Metodički priručnik za neka pitanja početne nastave matematike*, Novi Sad: Međuopštinski prosvetno - pedagoški zavod
41. Пијаже, Ж.,(1960), *Структуры математические и операторные структуры мышления*, Москва: Преподавание математики
42. Пијаже, Ж., (1988), *Развој на интелигенцијата*, Скопје: Просветно Дело
43. Пијаже, Ж., (1966), *Как дети образуют математические понятия*, Вопросы психологии, № 4
44. Попоски, К., (1997), *Психолошки основи на современата настава*, Скопје: Просветно Дело
45. *Проект за реализирање на наставната програма по математика за основното училиште*, (1972), Скопје: РЗУОВ
46. Потоцкий, М.В., (1963), *О педагогических основах обучения математике*, Москва: Просвещение
47. Пышкало. А. М., (1973), *Методика обучения элементарной геометрий в начальных классах*, Москва: Просвещение
48. Семадени, З., (1979), *Современата математика при обучението на децата*, София: Народна просвета
49. Slavin,S., (1976), *Math for Your First - and Second grader*, New York: John Wiles & Sons ini

50. Столяр, А. А., (1971), *Логическо въведение в математика*, Минск: Высшая школа
51. Столяр, А. А., (1976), *Педагогика на математиката*, София: Народна просвета
52. Стойк, А., (1978), *Краткий очерк истории математики*, Москва: Наука
53. Турхаков, М., (1976), *Озбор зарубежных материјалов в преподаваний математики*, Математика в школе, № 4
54. Forsten, Ch., (1992), *Teaching Thinking and Problem Solving in Math*, New York: Professional Books
55. Frederika i Papi, (1972), *Dijete i grafovi*, Zagreb: Školska knjiga
56. Фройндентал, Г., (1982), *Математика как педагогическа задача, I част*, Москва: Просвещение
57. Фройндентал, Г., (1982), *Математика как педагогическа задача, II част*, Москва: Просвещение
58. Якиманска, И.С., (1984), *Развиващо обучение*, София: Народна просвета
59. Šimleša, P., (1955), *Metodika I*, Zagreb: Pedagoško književni zbor

В Т О Р Д Е Л

***ПАРТИЦИПАТИВНО НАБЉУДУВАЊЕ НА
ПОЧЕТНАТА НАСТАВА ПО МАТЕМАТИКА***

(емпириско истражување)

1. ЗНАЧЕЊЕ НА ИСТРАЖУВАЊЕТО

Проучувањето на методичките концепти е од големо значење за развој на методиката на почетната настава по математика. Овој проблем на истражување е актуелен во светски размери, за што говорат бројните истражувања, реализирани во развиените системи во светот, како и од достигнатиот степен во развојот на методиката на почетната настава по математика. Истражувања од квалитативен карактер на методичките концепти кај нас скоро и да не се вршени. Затоа со ова истражување, настојваме да дадеме придонес во нивно развивање, како и за унапредување на наставната практика и теоријата на методиката на почетната настава по математика. Појдовна основа за ова истражување најдовме во научните сознанија на релевантните науки, како психологијата, логиката, дидактиката, методиката на почетната настава по математика.

Практичното значење на проучувањето на проблематиката врзана за методичките концепти се состои во тоа што, резултати што ги добивме можат да послужат во дидактичко - методичко обликување на наставната практика. Особено во смисла на збогатување на методичките постапки, формите на активирање на учениците, како и облиците на самостојна работа на учениците во почетната настава по математика. Засновувањето на здобивањето на новите знаења на порано здобиени знаења, посебно од аспект на нивната практична примена, како и примената во нови ситуации на учење, наставата ја прави планска, насочена кон остварување на суштествените цели и постепено напредување на учениците во сфаќањето на системот на математички знаења. Не смееме да го заборавиме и фактот дека успешната примена на здобиените знаења во решавањето на проблемски ситуации од секојдневниот живот, овозможува и доближување на апстрактните математички поими до секојдневниот живот на учениците.

Според наша оценка, значајно е да се утврди дека со разновидноста на методички постапки можат да се создадат мошне поволни услови за активно учење на учениците во наставата по математика, како при

здобивањето на нови знаења, така и при нивната примена. Во таа смисла се овозможува придонес во трајноста на знаењата, употребата на добиените знаења во нови ситуации на учење, во практичната применливост на знаењата, а особено во решавањето на математички проблеми со содржини од секојдневниот живот.

Учениците активно ќе учествуваат во добивањето на новите знаења, само ако се подготвени за тоа. Тоа подразбира пред добивањето на новите, да се направи ретроспектива на веќе добиените знаења, при што ќе се селектираат оние знаења кои се основа за добивање на новите. Потсетувањето на учениците на тие знаења ќе овозможи тие активно да учествуваат во процесот на добивање на новите знаења. Од тоа пак следува дека треба да се оцени и перспективата на ново добиените знаења за натамошната реализација на почетната настава по математика. Изградувањето на стратегијата **сознајна ретроспектива** → **учечко - поучувачка акција** → **сознајна перспектива** (CP-УПА-СП) обезбедува единство на наставата, континуитет во нејзината реализација, поставување на математичките поими во систем, активно учество на учениците во добивање на нови знаења.

Поаѓајќи од остварувањето на целите на почетната настава по математика, значајно внимание се посветува на мисловните активности на учениците во наставата: анализа, синтеза, споредување, апстракција и генерализација. Тоа е особено значајно од причина што воведувањето на апстрактните математички поими и решавањето на математички проблеми подразбира мисловно ангажирање на учениците. Со примена на наведените мисловни операции учениците се оспособуваат да ги согледуваат суштествените својства на математичките поими, класификацијата и дефинирањето на истите, како и сфаќањето на врските и односите помеѓу величините во математичките задачи.

Сметаме, дека со ова истражување дојдовме до релевантни сознанија за реализацијата на почетната настава по математика преку некои методички концепти. Поаѓајќи од тоа дека се работи за посебен вид на квалитативна техника – партиципативно набљудување, за истакнување

се и резултатите кои ги добивме со него. Ваквиот вид на истражување овозможува опишување на реализацијата на методичките концепти. При тоа добивме квалитативни сознанија за начинот на реализација на концептите со примена на самостојна истражувачка дејност на учениците, дополнета со поучување од страна на наставникот. Решавањето на овие проблеми, настојува да даде одговор на прашањето како да се изучува математиката, со цел да се добијат оптимални резултати во наставата, во зависност од условите во кои се реализира таа. Во таа смисла утврдените специфичности во почетната настава по математика, искуствата од наставната практика, како и добиените резултати од истражувањето, ќе дадат значаен придонес во развивањето и унапредувањето на методиката на почетната настава по математика.

Се надеваме дека ова квалитативно истражување ќе поттикне иницијативи и активности за понатамошни истражувања во оваа област, што ќе значат нејзино понатамошно унапредување.

2 . ТЕК НА ИСТРАЖУВАЊЕТО

При презентирањето на текот и резултатите од истражувањето даваме темелен осврт на секоја етапа, почнувајќи од избор на проблемот до финалното креирање на извештајот од истражувањето. На тој начин ќе се обезбеди увид во целокупната методологија на истражувањето на примената на концептите што ги истражуваме, нивните специфичности, можности за примена во практиката, како и можните проблеми на кои наидовме во текот на истражувањето.

2.1 ИЗБОР НА ПРОБЛЕМ НА ИСТРАЖУВАЊЕ

Прашањето што пред себе си го поставува секој истражувач е што да се истражува и зошто? Во размислувањата од каде тоа да започне, најчесто поддршка се добива од сопствените согледувања за некое од подрачјата на наставата, во нашиов случај преку петгодишната наставна

практика во одделенската настава; преку повеќегодишната реализација на хоспитациите и педагошкиот стаж на студентите од Педагошкиот факултет во Скопје и од разговорите со колегите - наставници каде што тие се реализираат; од разговори со стручни и научни работници од тоа подрачје; од проучување на извештаи од реализирани проекти што се однесуваат на подрачјето на нашиот научен интерес; од следење на современа стручна и научна литература. Од тоа произлегуваат и причините и насоките за определувањето на подрачјето за истражување.

Се определивме за истражување во кое ќе направиме обид да воведеме некои методички концепти во почетната настава по математика. Поаѓајќи од состојбите во ова наставно подрачје, ја поставивме целта да дадеме одреден придонес во надминување слабостите воочени во наставната практика, а со тоа да придонесеме и за зголемување на нејзината ефикасност.

Ваквите истражувачки постапки се мошне чести во светот и дале значаен придонес за унапредување и осовременување на методиката на наставата по математика. Меѓутоа, кај нас тие се инцидентни и насочени кон стеснети проблеми.

Денес, според нашите сознанија, вниманието треба да се насочи кон посериозни проблеми, чии што резултати можат да придонесат за:

- Посовремена и флексибилна микроорганизација на наставата;
- Активна сознајна работа на учениците;
- Посериозно сфаќање на развојот на математичкото мислење на учениците;
- Научно засновани методички приоди во формирањето на математичките поими.

Набљудувајќи ја наставата преку горе наведените активности, согледавме некои аспекти на почетната настава по математика, а особено засновување на нејзината реализација на методички концепти. Имено, со примена на концептите, ученикот е во состојба успешно и самостојно да ги совладува новите знаења, да применува некои

законитости на логичкото расудување, да ги согледува врските меѓу компонентите и резултатите во аритметичките операции, да ги применува знаењата во решавање на задачи од секојдневниот живот, да го одделува суштественото од несуштественото, врската помеѓу усвоените знаења и знаењата што се здобиваат и сл.

2.2 ПРЕДМЕТ НА ИСТРАЖУВАЊЕ

Поаѓајќи од согледаните состојби во почетната настава по математика и сознанијата во педагогијата, психологијата, математиката, логиката, како и во современата методика на наставата по математика, предмет на нашето истражување се *некои методички концепти, што се однесуваат на најсуштествените сегменти на методиката на почетната настава по математика*. Вака дефинираниот предметот на истражување поттикнува низа прашања, кои може да ги определиме и како негови компоненти. Тие се следните:

- воведување на почетните поими (аритметичките и геометриските);
- мисловни активности на учениците во наставата (анализа, синтеза, споредување, апстракција, генерализација);
- самостојна сознајна работа на учениците во почетната настава по математика и претпоставки за нејзино успешно остварување;
- осмислување на аритметичките операции преку сфаќањето на нивните својства, врските помеѓу резултатите и компонентите во операциите, како и алгебарската пропедевтика што произлегува од нив;
- примена на здобиените математички знаења во решавањето на проблемски ситуации со содржини од секојдневниот живот;
- системност и постапност во наставната работа и местото и улогата на стратегијата;

**сознајна ретроспектива → учечко - поучувачка акција
→ сознајна перспектива (СР-УПА-СП);**

- ставови и мислења на наставниците во врска со примената на методички концепти во почетната настава по математика.

2.3 ЦЕЛ И ЗАДАЧИ НА ИСТРАЖУВАЊЕТО

Појдовна основа во определувањето на целта и задачите на ова истражување се квалитативните сознанија што можат да се очекуваат од неговата реализација. Сметаме дека со ова истражување, може да се дефинираат методички концепти кои што ќе придонесат за зголемување на ефективностa на почетната настава по математика. Според тоа, целта на нашето истражување е *да се согледа како учениците ги прифаќаат концептите и како тие постапуваат во решавањето на математичките проблеми содржани во секој од концептите што ги воведуваме.*

За реализација на поставената цел на истражувањето поставивме повеќе задачи, притоа некои од нив се однесуваат само на еден или на неколку од концептите што ги истражуваме, но заедничко за сите е дека се насочени кон формирање на математичко мислење на учениците, со примена на различни методички пристапи, во различни методички концепти. Тие задачи се следниве:

1. Да се открие во колкава мера збогатувањето на методичките постапки создава услови за активно и сознајно учество на учениците во наставата;
2. Да се добијат сознанија за успешноста на учениците во решавањето на математичките проблеми со постапки содржани во наведените концепти;
3. Да се утврди дали учениците користат математичката симболика и терминологија при анализа на математички проблеми што ги содржи секој концепт;
4. Да се добијат сознанија во колкава мера новите знаења

се засновуваат на порано здобиените знаења и каква перспектива овозможуваат истите за самостојно здобивање на нови знаења;

5. Да се добијат сознанија за успешноста на учениците во примената на здобиените знаења при решавањето на проблемски ситуации од секојдневниот живот;
6. Да се согледа дали учениците применуваат аналитичко-синтетичка постапка, споредување, апстракција и генерализација при одредувањето на суштествените својства на математичките поими;
7. Да се испитаат ставовите и мислењата на наставниците за примената на методичките концепти.

2.4 ХИПОТЕЗИ НА ИСТРАЖУВАЊЕТО

Во квалитативните истражувања не е секогаш можно дефинирање на хипотези. Во нашето истражување бидејќи појдовме од претходните активности: следење на наставата по математика при хоспитациите на студентите од Педагошкиот факултет, нивниот педагошки стаж, како и разговори со практичари од одделенската настава на Основното образование, поставивме неколку претпоставки за можните резултати од ова истражување.

Генерална хипотеза: *Учениците ги прифаќаат дефинираните методички концепти во почетната настава по математика и успешно ги применуваат во здобивањето на математички знаења, умеења и навики.*

Поаѓајќи од генералната хипотеза ги поставивме и следниве **поединечни хипотези:**

1. Со збогатување на методичките постапки се создаваат поволни услови за активно и сознајно учество на учениците во наставата;
2. Методичките постапки што произлегуваат од методичките концепти, придонесуваат за успешна примена на

здобиените знаења во решавањето на сознајни и практични проблеми;

3. При анализата на математичките проблеми, учениците правилно ја користат математичката терминологија и симболика во почетната настава по математика;
4. Стратегијата: **сознајна ретроспектива** → **учечко - поучувачка акција** → **сознајна перспектива** (СР-УПА-СП) значајно придонесува за самостојна и сознајна работа на учениците во наставата по математика при добивање на нови знаења, како и при нивна примена;
5. Учениците применуваат аналитичко-синтетички постапки, споредување, апстракција и генерализација при одредувањето на суштествените својства на математичките поими, како и при нивното дефинирање;
6. Кај наставниците преовладуваат позитивни ставови по однос на примената на методичките концепти во почетната настава по математика.

2.5 ПРИМЕРОК НА ИСРАЖУВАЊЕТО

Поради специфичноста на проблемот на истражување, некои методички концепти во почетната настава по математика, за што е потребно длабинско истражување, а не истражување во екстензитет, како во квантитавните истражувања, се одлучивме да избереме неколку единици на набљудување - четири единици на истражување, и тоа, четири паралелки од I до IV одделение при ОУ „Кузман Јосифовски-Питу“ од Скопје. Тоа значи дека се определивме за еден намерно избран примерок - ОУ „Кузман Јосифовски-Питу“ и неколку субпримероци:

- Субпримерок на I - 1 одделение
- Субпримерок на II - 1 одделение
- Субпримерок на III - 1 одделение
- Субпримерок на IV - 1 одделение

Во изборот на училиштето се раководевме од следново: тоа училиште е отворено за соработка од секаков вид, а особено се истакнува на полето на примена на иновации во практиката, наставниците лесно прифаќаат примена на иновативни тенденции, меѓу кои и Активната настава, поседуваат солидни услови за работа. Реализацијата на некои од концептите ја набљудувавме во две или повеќе одделенија, како на пример концептот на мерење во геометријата во II и IV одделение. Што значи, во едно одделение набљудувавме повеќе концепти. Според тоа, примерокот и субпримероците од одделенијата го сочинуваат:

Одделение	Ученици
I - 1	25
II -1	20
III - 1	25
IV - 1	22

Временскиот примерок на истражувањето го опфаќа периодот од април 2003/04 година, учебната 2004/05 година, до крајот на првото полугодие од учебната 2005/06 година. Во овој период најмалку еднаш неделно ќе се вршат набљудувања на часовите по математика, во некое од наведените одделенија на училиштето .

Примерокот на испитаници за интервјуто го сочинуваат наставниците на одделенијата во кои го вршевме партиципативното набљудување, а тоа се следните:

1. Штерјова Султана
2. Младеновиќ Билјана
3. Величковска Сузана
4. Лазаревска Вилма.

2.6 КАРАКТЕР НА ИСТРАЖУВАЊЕТО

Истражувањето што го реализиравме е од квалитативен карактер, се сведува на партиципативно набљудување, при кое појавите се следат во природен контекст и се реализираат со активно учество на практичарите,

т.е. одделенските наставници. Проучувањето на почетната настава по математика и нејзината реализација преку неколку концепти, бараше истражувањето да се изврши во природни услови, каде учениците и наставниците активно учествуваат во воспитно - образовниот процес, а при тоа истиот да не е нарушен од туѓи влијанија. За истакнување е и фактот, дека истражувањето на овие појави во почетната настава по математика, претставува процес на акција и истражување, како и процес на менување на практиката и конструкција на знаењата. Во соработка со наставниците се проучува реализацијата на наведените концепти, а при тоа, тие активно учествуваат и во акцијата и во интервенирањето на проучувањето на процесите.

3. ИСТРАЖУВАЧКИ ТЕХНИКИ И ИНСТРУМЕНТИ

Во нашето истражување се определивме за квалитативно истражување со дескриптивен карактер. Затоа ги користивме следните истражувачки техники:

- партиципативно набљудување,
- неформално интервју.

Партиципативно набљудување користивме со цел да ни овозможи собирање на податоци кои се однесуваат на прашањата врзани за методичките концепти во наставата по математика. Најчесто податоците се бележеа рачно, а за дел од набљудуваните активности се користеше диктафон. Со партиципативното набљудување обезбедивме две групи на податоци:

1. Глобална дескрипција на набљудуваната појава – насочена кон опишување на условите за работа во училиштето, со што добивме податоци за : просторната и материјално – техничката опременост на училиштето, субјектите во наставниот процес, атмосферата во која се работи, времето во кое се врши набљудувањето, како и текот на активностите за време на набљудувањето.

2. Фокусирана дескрипција – насочена кон следење и опишување на примената на наведените методички концепти во почетната настава по математика. Така ги добивме податоците за:
- актуализација на порано здобиени знаења и умеења и подготовка за усвојување на нови знаења,
 - примена на постапки на учење и поучување, што произлегуваат од методичките концепти,
 - оспособеност на учениците за примена на мисловните операции: анализа, синтеза, споредување, апстракција и генерализација при решавање на сознајни и практични проблеми,
 - примена на здобиените знаења и умеења во нови ситуации на учење и решавање на практични проблеми.

За **интервјето на наставниците** применивме неструктуриран протокол на интервју, при што одговорите ги бележевме со рака, а дополнително применивме и диктафон. Разговорот се однесуваше на следнава проблематика:

1. Ставови и мислења за концепцијата на програмата и активностите предвидени со неа, како основа за примена концептите;
2. Сознанија за применливост на концептите во наставата;
3. Мислења за ефикасноста во наставата што може да се очекува од примената на концептите;
4. Мотивацијата и интересот на учениците за методичките постапки што произлегуваат од концептите;

5. *Што е потребно да се направи за да се зголеми ефикасноста од примената на концептите;*
6. *Колку наведените постапки овозможуваат развој на математички стил на мислење кај учениците.*

4. ОБРАБОТКА НА ПОДАТОЦИТЕ

Изборот на статистичките постапки во истражувањето го вршеме во зависност од поставената цел и задачи, специфичниот карактер на одделните постапки во истражувањето и техниките врз основа на кои добивме податоци за одделните карактеристики на предметот што го истражуваме. Воедно, водеме и сметка за карактерот на истражувањето. Тргнавме од тоа дека се работи за квалитативно истражување, во кое применивме партиципативно набљудување.

Добиените податоци од примената на квалитативните методи и техники ги обработивме по вообичаената процедура за обработка на податоците. Податоците од набљудувањето ги бележевме со рака, а ги обработувавме по секоја сесија. Иако податоците се обемни, даваме широка аналитичка дескрипција на бележаното, како и на условите во кои се одвивала дадената активност.

Резултатите добиени со истражувањето, ги презентираме на начин карактеристичен за квалитативната обработка. Применивме наративен стил и вербална дескрипција на одделните сегменти на истражуваните појави. Имајќи предвид дека се работи за подрачје кое е мошне егзактно, и тоа почетната настава по математика и нејзината реализација преку некои методички концепти, се определивме за поткрепа на резултатите со податоци добиени со тестирање (примена на наставни ливчиња), кое е квантитативна техника. Поради карактерот на истражување – квалитативно истражување, на истите правиме аналитичка дескрипција, која ја третираме при анализата на резултатите.

ТРЕТ ДЕЛ

АНАЛИЗА И ИНТЕРПРЕТАЦИЈА НА РЕЗУЛТАТИТЕ ОД ПАРТИЦИПАТИВНОТО НАБЉУДУВАЊЕ

1. ИНТЕРПРЕТАЦИЈА НА РЕЗУЛТАТИ ОД ПАРТИЦИПАТИВНОТО НАБЉУДУВАЊЕ

Партиципативното набљудување на реализацијата на методичките концепти, ни овозможи да добиеме обемен квалитативен материјал, и истиот го презентираме во овој дел од нашиот труд. Интерпретацијата на резултатите ја даваме по хронолошки редослед на случување на појавите, со цел да се добие целосна слика за наведените концепти. Иако добиените резултати се обемни, ние ги прикажуваме само дел од нив за кои сметавме дека се значајни во толкување на појавата што ја истражуваме, а останатиот материјал го приложуваме преку прилози во вид на наставни материјали (наставни ливчиња и сл).

1.1 ОБЕЗБЕДУВАЊЕ ПРИСТАП НА ТЕРЕНОТ

Еден од проблемите со кои се соочува истражувачот на почетокот на едно квалитативно истражување, е како да се обезбеди пристап на теренот каде ќе истражува. Во нашето истражување одлучувачки фактори за избор на основното училиште, беа контактите со наставниците од одделенската настава остварени за време на хоспитирањето на студентите од Педагошкиот факултет. По запознавањето со целта на истражувањето, наставниците искажаа подготвеност и амбиција за учество во едно истражување, во кое се проучуваат методички концепти во наставата по математика, кои што ученикот го ставаат во активна позиција, а наставникот само го организира тој процес. Во консултација со менторот д-р Снежана Адамческа за истото добивме целосна поддршка и затоа по проценката се определивме за ОУ „Кузман Јосифовски - Питу“ во Скопје.

На ова се надоврза и контакт со директорот на училиштето г-ѓа Драга Дамчевска, која по запознавањето со целта на истражувањето даде согласност за нашиот подолг престој во училиштето. Во разговорот со неа добивме и потврда за соодветниот избор на одделенија и наставници,

кои ги избравме по првата проценка. Изборот на паралелките беше намерен, се определивме за четири паралелки од I до IV одделение (по една од сите четири) од целодневната настава, кои беа вклучени во проектот *Активна настава*. Наставниците: г-ѓа Султана Штерјова, г-ѓа Билјана Младеновиќ, г-ѓа Сузана Величковска и г-ѓа Вилма Лазареска - Трајкова се истакнати професори по одделенска настава, кои со голем ентузијазам и доследност ги извршуват своите работни задачи, а покажаа и голем интерес за нашето истражување. Имено, во контактите со нив добивме и повеќе сугестии за примената и реализацијата на методички постапки, кои произлегуваат од дефинираните концепти, што влијаеше на креирањето на истражувањето. Со тоа обезбедивме пристап на теренот за истражување на начин кој сметавме дека е најповолен.

Овие постапки на обезбедување на пристап на теренот, ни овозможија истражувањето да започне во избраните паралелки и со наставниците што ги водат, за кои сметавме дека соодветно ќе одговарат на поставените барања. Но се наметна и друго прашање, а тоа е ревидирање на некои точки од истражувањето. Така, извршивме ревидирање на некои прашања, значајни за истражувањето, направивме подготовки за успешна реализација на часовите по математика и запознавање на учесниците во истражувањето - наставниците со методичките концепти според кои треба да ја организираат наставата, како и за начинот на собирање на податоците.

Бидејќи станува збор за квалитативно истражување, кое траеше повеќе од една учебна година, треба да се има предвид дека тоа не беше конечна верзија на истражувачкиот проект. Тој беше ревидиран и продлабочуван со наидувањето на нови прашања и проблеми, кои беа соодветно третирали. Истражувачот иако настојува прецизно и детално да го планира истражувањето, пожелно е да има предвид дека не е можно да предвиди какви сè податоци ќе му бидат достапни и какви проблеми тие ќе иницираат. Затоа и укажуваме дека во нашето истражување флексибилноста овозможи генерирање на нови ситуации, кои не се предвидени во оваа почетна фаза од истражувањето, но ќе добијат

своевиден третман во извештајот од набљудувањето.

Партиципативното набљудување во училниците од I до IV одделение го вршевме во вид на дескриптивно и фокусирано набљудување. Со дескриптивното набљудување добивме податоци за условите во кои се одвива набљудуваната настава, а фокусираното за карактеристиките на наставата по математика, во која се реализираа детерминирани концепти.

1.2 РЕЗУЛТАТИ ОД ДЕСКРИПТИВНОТО НАБЉУДУВАЊЕ

Простор → Основното училиште „Кузман Јосифовски - Питу“ се наоѓа во општината Кисела Вода, во централното градско подрачје. Зградата на училиштето има два ката, таа е релативно нова, сочувана и реновирана. Поседуваат добро уреден двор, каде учениците престојуваат за време на паузата околу ручек. Училиштето има кујна каде учениците од целодневна настава добиваат топол оброк. На приземјето и првиот кат се сместени училниците за одделенска настава, а на вториот кат се сместени кабинетите за предметна настава. Во училиштето има кабинет по информатика, кој е опремен со компјутери, достапни и за учениците од одделенската настава.

Предмети → Училниците во кои се сместени I1, II1, III1 и IV2 се големи и пространи, во кои клупите се распоредени за групна работа, со што ги задоволуваат барањата на активната настава. Мошне впечатливи се паноата со трудови на учениците, извештаи од реализирани истражувања, разни илустрации изработени од наставничката поврзани со темите кои се обработуваат. На еден од ѕидовите е поставена голема табла, а до неа плакар во кој се сместени разни наставни средства. До наставниковото биро стои помал плакар за индивидуалните досиеа за секој ученик што ги води наставникот. Во I1 имаат и телевизор и видео, кои ги користат во слободно време и на големите одмори.

Субјекти → Предмет на нашето набљудување беа: I1 - 25 ученици, II1 - 20 ученици, III1 - 25 ученици и IV2 - 22 ученици. Значи набљудувавме

вкупно 92 субјекти од различни одделенија на возраст од 7 до 10 години.

Активности → Распоредот на активности на учениците, субјекти во нашето истражување, е усогласен со нивниот престој во целодневна настава и вклученоста во проектот *Активна настава*. Имено, распоредот на активностите е флексибилен, нема поделба на часови . Наставата започнува во 7 часот и 30 минути, од 11 до 12 часот имаат пауза за ручек и активен одмор, а попладневната настава продолжува во 12 часот и трае до 14 часот и 30 минути. Помеѓу предметите и наставните содржини постои висока корелација, а нивното траење е колку што е потребно да се заокружи целината и колку што пројавуваат интерес учениците.

1.3 РЕЗУЛТАТИ ОД ФОКУСИРАНОТО НАБЉУДУВАЊЕ

Врз основа на набљудувањето на наставата во текот на истражувањето, прибравме голем фонд на податоци. Бидејќи целиот фонд не е можно да се презентира, направивме избор на податоци, преку кои можат да се прикажат моделите на концептите што ги прочуваме. Ваквото селективно презентирање на најрелевантните податоци, според нашето мислење ќе биде доволно да се создаде јасна претстава за вредностите од примената на наведените методички концепти во почетната настава по математика. Во натамошното изложување акцентот ќе го ставиме на актуализирање и унапредување на активната позиција на ученикот во наставниот процес, како и на поучувачката функција на наставникот, со што ќе се придонесе за унапредување на наставната практика и на теоријата на методиката на почетната настава по математика.

21.04.2004 година

Првото излегување на терен го остваривме во IV1 одделение. Наставничката не претстави и им ја објасни на учениците целта на нашето присуство, напомнувајќи им дека ќе им бидеме почести гости. Часот започна со разговор во врска со поимот плоштина:

Н : „Кое игралиште е поголемо, фудбалското или ракометното?“

У1 : „Фудбалското игралиште е поголемо од ракометното.“

Натамошните активности се одвиваа на сличен начин со споредување на подот на училницата и фискултурната сала, клупата и тетратката што е на клупата, катедрата на наставничката и дневникот што стои на неа, и сл. По извршените споредувања наставничката ги подели учениците во четири групи, при што на секоја група им подели модели со кои ќе работат.

Групите добија задача да утврдат која од фигурите е поголема, користејќи поклопување на истите. Меѓу моделите има такви што еден **се собира** во друг, за да се согледа јасно дека се различни по плоштина, но има и модели кои при поставувањето еден врз друг целосно се поклопуваат, што ќе асоцира дека имаат еднакви плоштини.

Првата група со поставувањето на триаголник на квадрат, согледа дека триаголникот се собира во квадратот. На прашањето на наставничката, што забележуваат, таа го доби следниот одговор:

У2: „Триаголникот се собира во квадратот.“

Наставничката дополни:

Н : „Или уште велиме дека квадратот има поголема плоштина од триаголникот.“

Потоа наставничката на втората група им го постави следново прашање:

Н : „Која од фигурите триаголникот или кругот има поголема плоштина?“

У3 : „Поголема плоштина има триаголникот.“

Н : „Како дознавте?“

У3 : „Кругот се собира во триаголникот.“

Постапката беше иста и со третата и четвртата група, при што на поставеното прашање, таа ги доби следниве одговори и објаснувања:

У4 : „Квадратот има помала плоштина од правоаголникот, затоа што квадратот се собира во правоаголникот.“

У5 : „Двата квадрати се поклопуваат, односно тие имаат еднакви плоштини.“

Низ спроведениот разговор, наставничката интуитивно го внесе поимот плоштина, а учениците согледаа едно од својствата на плоштината како величина, односно таа може да се споредува. Потоа од работа со модели се премина на активности со примери од непосредната околина на учениците, пред сè од училницата. При тоа, учениците ги наведоа следниве примери:

У6 : „ Сидот има поголема плоштина од таблата (затоа што таблата се собира на сидот).“

У7 : „Стаклата на двете крила од прозорецот имаат еднакви плоштини.“

У8 : „Листовите од учебникот (затоа што се поклопуваат) имаат еднакви плоштини.“

У9 : „Масата има поголема плоштина од дневникот.“

У10: „Таванот и подот имаат еднакви плоштини.“

Со наведените активности, учениците го прифатија терминот плоштина и споредувањето како суштествено својство на плоштината како величина.

Потоа наставничката нацрта на таблата правоаголник, а побара еден ученик да нацрта триаголник што има помала плоштина од правоаголникот. Во исто време учениците тоа го правеа во своите тетратки. Задачата беше точно решена од страна на учениците, што го воочивме од направениот увид во нивните тетратки. Потоа следуваеше наредната задача, со слични барања, и тоа:

Н : „Нацртај квадрат, а потоа круг кој има поголема плоштина од квадратот!“

Учениците задачата ја решија успешно, без помош на наставничката. Во тоа се уверивме преку нашите непосредни набљудувања на нивната работа. Со интуитивното прифаќање на поимот плоштина, а пред се на споредувањето на геометриски фигури по плоштина со поклопување, се создадоа потребните услови за согледување на потребата од воведување на единица мерка за плоштина, што е наредна содржина во темата **Мерење**.

5. 05. 2004 година

Од натамошните активности во совладување на темата **Мерење** позначајно за нашето истражување беше самостојното изведување на формули за пресметување плоштина на геометриска фигура и најзината практична примена. Сфаќањето на формулата и нејзината примена ги засновавме на активности, кои водат кон тоа. Така, најнапред го следевме изведувањето на формула за пресметување на плоштина на правоаголник, која е основа за изведување на другите формули.

Активностите започнаа со актуализација на знаењата во врска со: некои својства на правоаголникот, неговите димензии должина a и ширина b , како и формулата за пресметување на обиколка на правоаголник. Имено, преку разговор беа актуализирани наведените знаења, и истиот породолжи во следната насока:

Н : „Со кои единици мерки ја мериме плоштината?“

У1 : „Плоштината ја мериме со квадратен сантиметар, квадратен дециметар и квадратен метар.“

Н : „Како ја одредуваме плоштината на геометриските фигури на претходниот час?“

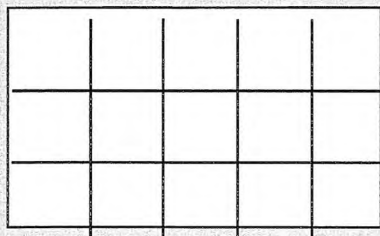
У2 : „Плоштината ја одредуваме со броење на квадратчињата со кои беа **пополнети** фигурите.“

Во наредната етапа од часот → учечко - поучувачката акција, наставничката ја најави новата наставна единица:

Н: „Досега плоштината ја определувавме со броење на квадратчињата на кои е поделена фигурата. Сега ќе побараме друг полесен начин како да ја одредуваме плоштината на правоаголник, кој не е поделен на квадратни сантиметри.“

Нашата идеја е учениците активно да учествуваат во постапката за изведување на формулата за плоштина на правоаголник, независно од формата на работа. Наставничката тоа го оствари со примена на индивидуална форма на работа, во која сите ученици на наставно ливче добија исти задачи.

Во првата етапа, беше даден правоаголник, пополнет со квадратни сантиметри, каде учениците можат да ја одредат неговата плоштината со примена на броење на квадратчиња. (црт.1)



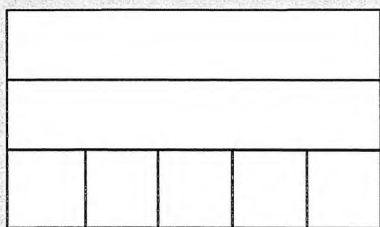
црт.1

Учениците тоа мошне успешно го направија и запишаа дека $P = 15 \text{ cm}^2$.

Н: „По колку сантиметри се должината и ширината на правоаголникот?“

У3: „Димензиите се: $a = 5 \text{ cm}$ и $b = 3 \text{ cm}$.“

Втората етапа е нешто посложена, затоа што со квадратчиња е исполнета само должината на правоаголникот (црт. 2).



црт.2

За да ги упати на правилно размислување, наставничката го водеше следниов дијалог:

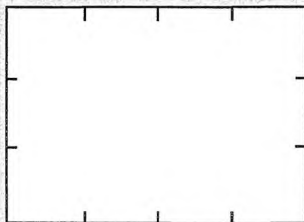
Н: „Ако во првиот ред има 5 квадратчиња, тогаш по колку квадратчиња ќе има во вториот и третиот ред?“

У4: „Во вториот и третиот ред има исто, по 5 квадратчиња.“

Н: „Тогаш колку вкупно квадратчиња ќе има во правоаголникот?“

У5: „Во правоаголникот има $5 + 5 + 5 = 15$ квадратчиња, или пак $5 \cdot 3 = 15 \text{ cm}^2$.“

Во третата етапа учениците треба да ги одредат димензиите на правоаголникот, зададени како на цртежот 3, односно да одредат дека должината $a = 4 \text{ cm}$ и ширината $b = 3 \text{ cm}$. Користејќи го искуството од претходната активност, учениците постапија на следниов начин:



$$a = 4\text{cm}$$

$$b = 3\text{cm}$$

$$P = 4 \cdot 3$$

$$P = 12\text{cm}^2$$

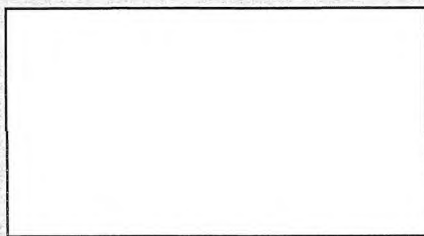
црт.3

Со тоа е утврдена постапката како се пресметува плоштината на правоаголник, ако се познати неговите димензии. Наставничката за да утврди дека тоа е разбрано, во задача 3 од учениците бараше да ја објаснат постапката. Со увидот во одговорите во наставното ливче утврдивме дека одговорите главно се сведуваа на следнава формулација:

Ги одредив димензиите a и b и ги помножив и ја добив плоштината.

Меѓутоа, имаше и одговори каде учениците го поделиле правоаголникот на квадратчиња, но плоштината ја пресметале како производ од должината и ширината. Тоа укажува на оправданоста на примената на пополнувањето на фигурите со квадратчиња за олеснување на сфаќањето на апстрактниот поим плоштина.

Во четвртата етапа учениците треба да ја запишат формулата за пресметување на плоштина на правоаголник, со димензии a и b , а потоа да ги измерат димензиите и да ја пресметаат плоштината. (црт.4)



a

b

црт.4

При решавањето на оваа задача дојде израз и поучувачката улога на наставничката, кој мошне успешно ги наведе учениците прво да запишат:

$$P = a \cdot b, \text{ а потоа да ги измерат димензиите и да запишат}$$

$$P = 5 \cdot 3$$

$$P = 15\text{ cm}^2$$

Во следењето на работата на учениците, наставничката забележа дека кај неколку ученици недостасува одговор под а), односно не ја запишаа формулата за плоштина, иако другите одговори беа точни, таа даде дополнително упатство:

Н : „Што треба да правиме со димензиите a и b за да ја добиеме плоштината?“

У4 : „Треба да се помножат a и b .“

Н : „Ајде да го запишеме тоа на ливчето.“

У5 : Запиша на таблата $P = a \cdot b$

Н : „Сега вие сами најдете начин како ќе ја одредите плоштината, ако ги знаете димензиите на правоаголникот.“

Забележавме дека некои ученици го поделиле правоаголникот на квадратчиња, како во задачата 1, а потоа ги изброиле. Меѓутоа го додаде уште и решението: $a = 5\text{cm}$, $b = 3\text{cm}$, $P = 5 \cdot 3 = 15\text{cm}^2$.

За да добие повратна информација колку успешно е совладана постапката, наставничката на учениците им зададе две задачи, од типовите:

1. Пресметај ја плоштината на правоаголник со димензии: $a = 6\text{ cm}$ и $b = 5\text{ cm}$.
2. Подот на една училница има форма на правоаголник со должина $a = 8\text{ m}$ и ширина $b = 6\text{ m}$. Пресметај ја плоштината на подот.

Учениците наведените задачи ги решаваа самостојно, со постојана контрола од страна на наставничката. Тие успешно ги решија наведените задачи, со што се потврдија планираните образовни излези.

Септември, октомври 2004 година

Во текот на месец септември се извршуваа низа активности за подготвување на реализацијата на методичките концепти. Во таа насока во паралелките се извршија следниве активности:

- **II - 1** одделение → Решавање на прости текстуални задачи, пресметување на вредност на броен израз со две операции, примена на загради во бројни изрази, што треба да послужат како основа за воведување на сложена текстуална задача и решавање на задачи од тој тип;
- **III - 1** одделение → Решавање на сложени текстуални задачи со две операции, решавање на бројни изрази со две и повеќе операции и со примена на загради, кои треба да придонесат за продлабочено сфаќање на структурата и решавањето на сложените текстуални задачи, што е основа за воведување во аналитичкиот и синтетичкиот приод во решавањето на сложени текстуални задачи со три и повеќе операции;
- **IV - 1** одделение → Запознавање со аналитички, синтетички и аналитичко-синтетички приод во решавањето на сложените текстуални задачи, решавање на бројни изрази со три и повеќе операции, што ќе ни овозможи да утврдиме кој од наведените приоди е поприфатлив за учениците.

Наведените активности беа реализирани плански, се со намера да придонесат за успешна примена на концептите и нивно прифаќање од страна на учениците.

11. 11. 2004 година

Учениците веќе имаат одредено искуство од решавање на прости текстуални задачи, го разликуваат прашањето од условот на задачата, имаат одредено искуство од избор на аритметичка операција врз основа на даден математички текст, односно трансформација на текст во броен израз. Исто така го сфаќаат и значењето на термините: има повеќе од, има помалку од, има за неколку повеќе од, има за неколку помалку од и уште разликуваат сложена од проста текстуална задача. До овие сознанија дојдовме при следењето на подготвителните активности во текот на септември и октомври во II одделение.

Тоа се покажа и при актуализацијата на порано здобиените знаења, при решавањето на следниве прости текстуални задачи:

1. Во една продавница се донесени 25 kg портокали и 32 kg мандарини. Колку килограми овошје е донесено во продавницата?
2. Во една продавница има 57 kg овошје. Од него во еден ден се продадени 36 kg. Колку килограми овошје останало во продавницата?

На секоја од задачите, учениците со наставничката извршија анализа, а потоа преминаа на нејзино самостојно решавање. Учениците истите ги решија без никакви потешкотии и со големо задоволство, што го утврдивме со непосреден увид во нивните тетратките.

Акцијата започна со соединување на простите задачи 1 и 2 во една сложена:

3. Во една продавница се донесени 35 kg портокали и 42 kg мандарини. Првиот ден се продадени 46 kg овошје.
 - а) Колку килограми овошје се донесени во продавницата?
 - б) Колку килограми овошје останало во продавницата?

Тука се појави проблемот на решавањето на задачата на два начина, со две пресметувања или со составување на еден броен израз. Се утврди дека задачата може да се реши и на едниот и на другиот начин, со што се овозможува флексибилност во избор на начинот на решавање и поттикнување на креативност на мислењето. Притоа беше применето кратко запишување на задачата, кое може да се искористи како план за нејзино решавање нејзино трансформирање во броен израз.

- Донесени се: 35 kg портокали и 42 kg мандарини;
- Продадени се 46 kg овошје;
- Останале _____ kg овошје.

$$(35 + 42) - 46 =$$

Со решавање на овој броен израз учениците дојдоа до решението на задачата, односно:

$$(35 + 42) - 46 = 77 - 46 = 31 \text{ kg}$$

Одговор: *Останале непродадени 31 kg овошје.*

По решавањето на задачата, наставничката побара осврт на решението, за да се утврди дали тоа е точно.

Н : „ На кој начин ја решивте задачата?“

У1 : „ Прво најдов колку овошје е донесено во продавницата, кога собрав 35 и 42, а потоа од збирот 77 одземав 46 и добив 31 kg.“

Н : „ Дали некој друг ја реши задачата на друг начин?“

У2 : „Јас задачата ја запишав вака: $(35 + 42) - 46 =$. Кога го решив тоа добив, исто така, резултат 31 kg.“

Н : „ Значи и на двата начина добивме ист резултат и при натамошното решавање на вакви задачи ќе го применуваме оној начин што ни е полесен.“

Натамошните активности продолжија без меѓупрашање, туку само прашањето во задачата. Конкретно ја решија задачата:

4. *Ивана купила книга и пенкало. Книгата чини 45 денари, а пенкалото 8 денари помалку од книгата. Колку вкупно денари платила Ивана за книгата и пенкалото?*

Наставничката побара учениците сами да направат краток запис, или план на задачата, а потоа еден ученик истиот го запиша на таблата:

- Книга: 45 денари,
- Пенкало: 45 - 8 денари,
- Книгата и пенкалото чинат _____ денари.

Потоа учениците самостојно ја решаваа задачата. На крајот се водеше следниов дијалог:

Н: „Кој е одговорот на прашањето?“

У3: „Ивана за книгата и пенкалото платила 82 денари.“

Проверка на решението на задачата учениците направија врз основа на решавањето на задачата на таблата. Од увидот на решавањето на задачите во тетратките, воочивме дека дел од учениците ја решиле со примена на две одделни операции:

$$45 - 8 = 37$$

$$45 + 37 = 82$$

а, дел со трансформација на текстот во еден броен израз, како што беше презентирано на таблата:

$$45 + (45 - 8) = 45 + 37 = 82$$

Со намера да го потврдиме овој методички приод при решавањето на сложена текстуална задача со две операции, од наставничката побаравме да примени наставно ливче кое се состоеше од 3 сложени текстуални задачи, од кои само првата имаше меѓупрашање. Таа го прифати тоа со задоволство и истото го реализираше на часот за самостојна работа .

Учениците самостојно ги решаваа задачите во наставното ливче и при тоа неколку од нив побараа дополнителни објаснувања од наставничката. Работеа во пријатна атмосфера, а мотивација беше на завидно ниво.

По направената анализа на наставните ливчиња од наша страна, добивме резултати кои ги прикажуваме табеларно:

РЕДЕН БРОЈ	ТОЧНО РЕШЕНИ ЗАДАЧИ		НЕТОЧНО РЕШЕНИ ЗАДАЧИ	
	БРОЈ	%	БРОЈ	%
1.а)	23	100	/	/
1. б)	22	99,5	1	0,5
2.	22	99,5	1	0,5
3.	20	98,59	3	1,41
ВКУПНО	87	94,57	5	5,43

Од табелата може да се согледа дека:

- учениците точно решиле 94,57% од вкупниот број задачи;
- учениците неточно решиле само 5,43% од вкупниот број задачи.

Повеќе не загрижија грешките во изборот на аритметичката операција и затоа разговаравме со учениците што ги направиле тие грешки:

И: „Ајде прочитајте ја задачата и пронајдете ја грешката што сте ја направиле!“

У4 : „Леле, во брзање сум погрешил и место да собирам сум одземал. Сега можам точно да ја решам задачата.“

У5 : „Јас не сум ја решил задачата до крај. Не сум пресметал колку години имаат двајцата заедно.“

У6 : „И јас сум направил таква грешка. Не сум пресметал колку вкупно книги има на полицата.“

И: „Сега можете ли да ги решите задачите точно?“

Учениците во глас одговорија: „Можеме!“

24. 11. 2004 година

Ова беше нашата прва посета на I -1 одделение. Наставничката не запозна со учениците и им ја објасни целта на нашата посета. Тие со голема љубопитност и воодушевување не прифатија. Со тоа подготвителните активности во ретроспективата можеше да започнат.

Учениците знаат да формираат множество според одредено својство на елементите, го сфаќаат значењето на релацијата ... *има исто толку*..., ги препознаваат броевите 1, 2 и 3. Затоа наставничката на почетокот на часот во ретроспективата ги актуализираше наведените предзнаења преку следниве активности : самостојно решавање на задачите 1 и 2 на стр.27 од работните листови **Математика 1 + 2** . Истите беа проверени преку читање на резултатите, со што актуализацијата беше успешно извршена.

Процесот на учење и поучување започна со прикажување на графофолии - 5 множества секое по 4 елементи, така што елементите на

множествата се разликуваат меѓу себе. Учениците беа воодушевени од цртежот и извикнаа:

У1: „Леле колку се убави цртежите!“

По извршената анализа на множествата, учениците утврдија дека тие се составени од различни елементи - јаболка, крушки, мачиња, квадрати и топчиња. Така го издвоија несуштественото својство - видот на елементите на множествата. Потоа наставничката побара да одредат по колку елементи има во секое множество, на што учениците одговорија:

У2: „Секое множество има по 4 елементи.“

Бидејќи бројот на елементите на сите множества е ист, беше утврдено суштественото својство на множествата - нивната бројност. Потоа разговорот меѓу наставничката и учениците продолжи вака:

Н : „Кој број ќе го придружине на множеството јаболка?“

У3: „На множеството јаболка ќе му го придружине бројот 4.“

Н : „А кој број ќе го придружине на останатите множества?“

У4 : „И на останатите множества ќе им го придружине бројот 4.“

Н : „А зошто и на останатите множества им го придруживме истиот број 4?“

У5 : „Бидејќи и тие имаат по 4 елементи.“

Натамошните активности продолжија со работа во учебникот **Математика 1**, на стр.57, при што учениците самостојно ја решија задачата 2. Со увидот во учебникот констатиравме дека сите ученици го разликуваат бројот 4 од броевите 1, 2 и 3. За време на самостојната работа владеше пријатна работна атмосфера, ниеден ученик не побара дополнителни објаснувања од страна на наставничката.

За да ја потврди оствареноста на планираните образовните излези, наставничката организираше дидактичка игра за учениците, со следниве правила:

- ученикот бира од понудените две корпи со модели, (модел 1 - цифри од 1 до 4 и модел 2 - форми на логички плочки)
- според наведениот избор ученикот формира множества.

Учениците со задоволство ја играа играта, во која ги применија здобиените знаења за бројот 4, а особено умеењата да формираат множества според принакот - форма на логички плочки, а бројот на елементите одговараше на цифрата 1, 2, 3 или 4.

Не заинтересира колкав е интересот на учениците за примена на играта во математика и затоа го поведовме следниот разговор:

И : „ Дали ти беше интересна играта?“

У6 : „ Ми беше многу интересно!“

И : „А често практикувате да играте математички игри?“

У6 : „Да нашата наставничка ни измислува многу интересни игри, а ние многу сакаме да ги играме.“

17. 11. 2004 година

Ова не е наша прва средба со учениците од III - 1 одделение. Бевме пречекани со радост и задоволство, што ни обезбеди поволна атмосфера за реализација на истражувачката задача.

Учениците знаат за кругот на степен на препознавање од I одделение, можат да нацртаат круг со шаблон, затворена крива линија, како и отсечка со дадена должина. Овие предзнаења и искуства ги искористи наставничката во создајната ретроспектива, и за таа цел ги организираше следниве активности:

- цртање на крива затворена линија и означување на точки што лежат внатре, надвор и на линијата;
- цртање на круг со помош на шаблон;
- цртање на отсечка со дадена должина.

Наведените активности учениците ги извршија самостојно во своите тетратки. Истите беа успешно изведени, што го согледавме со увидот во тетратките.

Во акцијата доминираше методот на демонстрација, комбиниран со насочен разговор, што произлегува од карактерот на наставната содржина. За да ја подигне мотивацијата на учениците, наставничката ги постави

пред следниот проблем:

Н: „Како ќе нацртаме круг без шаблон ?“

У1: „Можеме тоа да го направиме со рака.“

У2: „Треба да имаме справа за цртање.“

Н : „Таква справа е шестарот. Таа ќе ни овозможи да нацртаме круг, но да не го употребивме шаблонот.“

Наставничката го објасни шестарот, а потоа и го демонстрираше цртањето на крива затворена линија. При тоа цртањето го објасни на следниов начин:

Н : „Означуваме точка О, во која ја забодуваме иглата на шестарот и кредата (црнката) опишува една крива затворена линија. Таа крива линија се вика *кружница*.“

Потоа наставничката демонстрираше цртање на уште една кружница, со тоа што и учениците го направија истото во своите тетратки. По проверката наставничката констатираше дека задачата успешно е решена. Од направениот увид во тетратките на учениците се уверивме во констатацијата на наставничката, но воедно забележавме и голем интерес на учениците за работа со ваква справа. Потоа наставничката побара од учениците и да ја објаснат постапката на цртање.

У3: „Прво означив точка О, и во неа ја поставив иглата од шестарот, а после го вртев шестарот и добив кружница.“

Учечко - поучувачката акција продолжи со следната активност:

Н: „Нацртајте кружница така што отворот на шестарот да е 3cm, а потоа на кружницата означете три точки: А, В и С и истите поврзете ги со точката О.“

Учениците самостојно ја решија задачата, без никакви потешкотии.

Н: „Точката О уште се вика *центар на кружницата*. Измерете ги должините на отсечките ОА, ОВ, ОС. Што забележувате?“

У4: „Тие имаат еднакви должини.“

Н: „Каде лежат точките А, В и С ?“

У5: „Точките А, В и С лежат на кружницата.“

Н: „Отсечките OA , OB и OC го поврзуваат центарот со една точка од кружницата. Секоја од тие отсечки се вика *радиус на кружницата* и се означува со малата латинска буква r . Значи што е радиус на кружницата?“

У6: „Радиус на кружница е отсечка што го поврзува центарот со една точка од кружницата.“

Натамошните активности продолжија со следнава задача:

- *Нацртај кружница со центар O и $r = 4\text{cm}$ и во неа повлечи радиус OA .*

Откако учениците ја решија задачата, наставничката ја провери нивната точност. Потоа таа побара да го продолжат радиусот преку точката O до точката B од кружницата. Цртежот беше анализиран и беше утврдено дека:

Отсечката AB е составена од два радиуса што лежат на иста права.

Оваа отсечка беше именувана како *дијаметар* на кружницата, за која исказувањата на учениците беа:

У7: „Дијаметарот е отсечка што поврзува две точки од кружницата и минува низ центарот.“

Учечко - поучувачката акција продолжи со задачата:

- *Нацртај кружница со дијаметар $d = 5\text{cm}$ изначи точки A и B што припаѓаат и точки C и D што не припаѓаат на кружницата.*

Од увидот во тетратките констатиравме дека учениците точно ја решија задачата и при тоа не побараа дополнителни објаснувања од наставничката.

За да добие повратна информација за усвоеноста на знаењата, наставничката ја постави следната задача:

► Нацртај отсечка $\overline{OA} = 25mm$, а потоа нацртај кружница со центар O и $r = \overline{OA}$. Одреди го дијаметарот на таа кружница!

Учениците самостојно ја решија задачата и направија осврт на решението. Од освртот на решението и од следењето на целокупната активност на часот можеше да се воочи дека образовните излези се остварени. Посебно ни остави впечаток упорноста на неколку ученици, кои не беа многу спретни во ракувањето со шестарот, но благодарение на нивната упорност и континуираните поттикнувања од наставничката го совладаа и овој проблем.

26. 01. 2005 година

Како и претходните средби со учениците од II - 1 одделение, и при оваа дочекот беше обележан со пријатни емоции и атмосфера, што беше добра претпоставка за успешна работа.

Во прво одделение учениците се запознале со правоаголникот, но здобиените знаења се на степен на препознавање. Меѓутоа учениците знаат и што е многуаголник, четириаголник како многуаголник со 4 страни (темиња, агли). Исто така знаат да измерат и утврдат дали еден агол е прав или не е. Затоа во ретроспективата, наставничката ги актуализираше следниве порано здобиени знаења:

- препознавање на правоаголник во група: со круг, квадрат и триаголник, нацртани на хамер, (изучувано во I одделение);
- отворена и затворена искршена линија и именување на затворената искршена линија како многуаголник;
- именување на многуаголник со 4 страни (агли и темиња) како четириаголник;
- утврдување со мерење дали еден агол е прав или не е прав.

За актуализирање на наведените предзнаења и искуства на учениците, наставничката реализираше низа активности во кои заедно со учениците работеа со модели од геометриски фигури, искршени линии, многуаголници, нацртани на хамер. Со следењето на дијалогот воочивме дека учениците имаат мошне солидни знаења за наведените поими. Потоа на учениците, кои и вообичаено се поделени во 4 групи, им подели модели на прави, остри и тапи агли, при што со мерење требаше да ги издвојат правите агли. Со увидот во нивната работа констатиравме дека сите групи, активноста успешно ја реализираа. Така беа извршени подготовките за процесот на учење и поучување.

Целта на оваа наставна единица беше учениците низ самостојна работа да дојдат до генерализацијата: правоаголник е четириаголник на кој сите агли му се прави.

Во акцијата беше применет методот на работа со текст - наставно ливче за здобивање на нови знаења, насловено како „*Наставно ливче - правоаголник*“. Наставното ливче е составено од 7 задачи, поставени во систем, кој е насочен кон генерализацијата поставена во целта. Во задачата 1 откако одредија кои од дадените фигури се четириаголници, учениците ги одредија и еднаквоста и разликата на дадените објекти:

Н: „Како се именуваат тие фигури со заедничко име?“

У1: „Тие се четириаголници.“

Н: „Значи бројот на страните е заедничко својство на фигурите 2 и 4. По што тие фигури се разликуваат една од друга?“

У2: „Тие се разликуваат според видот на аглите.“

Во задача 2 од учениците се бараше да одредат во кои четириаголници има прав агол. Со решавањето на оваа задача учениците ја согледаа:

- а) *еднаквоста* - сите многуаголници се четириаголници,
- б) *разликата* - има четириаголници без прав агол, со еден прав агол, со два прави агли, но има и такви во кои сите агли се прави.

Како и претходната и во оваа задача успешноста на учениците беше на завидно ниво, што го согледавме во увидот на нивните листови.

Со задачата 3 се бараше од учениците да одредат какви се агли во четириаголниците на цртежот(правоаголници во различна положба). При анализата на задачата наставничката и учениците го водеа следниот дијалог:

Н: „Од кој вид се четириаголниците на цртежот?“

У3: „Тоа се правоаголници.“

Н: „Од кој вид се сите агли во нив?“

У4: „Сите агли се прави.“

При решавањето на оваа задача учениците требаше да согледаат дека:

а) *правоаголникот е четириаголник (прво суштествено својство - родовиот поим на правоаголникот) и*

б) *дека во правоаголникот сите агли се прави (второто суштествено својство - видовата одлика),*

со што е создадена основа за генерализацијата:

Правоаголник е четириаголник на кој сите агли му се прави.

Во наредната задача 4 се бараше од учениците самостојно да ја изведат генерализацијата, преку дополнување на реченицата, во која е даден родовиот поим четириаголник, а тие самостојно ја искажаа видовата одлика, што успешно беше направено.

Наредната активност во задачата 5 покажа дека учениците добро ја согледаа видовата одлика, со мала помош на наставничката, што го согледавме од нивните одговори - сите агли му се прави или има четири прави агли. Потоа наставничката побара од неколку ученици да ја повторат изведената дефиниција:

У5: „Правоаголник е четириаголник на кој сите агли му се прави.“

Од повратната информација добиена преку задачите 6 и 7 согледавме дека учениците точно ги определија правоаголниците меѓу други четириаголници и направија разлика од другите, според аглиите.

Со цел да ги потврди усвоените знаења и умеења наставничката на учениците кои веќе беа поделени во групи им ги даде следниве задолженија:

прва група:	втора група:	трета група:	четврта група:
работа со модели на четириаголници, издвојување на правоагоникот меѓу нив и одредување на суштественото својство - 4 страни.	работа со модели на правоаголници и издвојување на суштественото својство - прави агли.	работа со модели на правоаголник и четириаголник, при што треба да утврдат зошто тој четириаголник не е правоаголник.	да ја обедини работата на групите и од нив да изведе дефиниција за правоаголникот како четириаголник.

Добиените резултати од групната работа беа изработена на хамер, а потоа презентирани на паното - математичко катче. Учениците беа горди на своите изработки и не потсетија да ги погледнеме уште еднаш.

9. 02. 2005 година

За оваа наша средба беше предвидено да следиме реализација на концептот - Квантификација во просторот, преку наставната единица: Класификација на триаголниците според аглите.

Појдувајќи од знаењата, идентификувани со ретроспективата, наставничката го започна часот со актуализација на истите:

- триаголник како многуаголник со три страни,
- означување на триаголник,
- го определуваат видот на секој агол од триаголникот,
- со мерење со модел на прав агол мерат остар и тап агол,
- дефинираат остар и тап агол со помош на прав агол.

Поконкретно, таа на хамер им понуди цртежи на: прав, остар и тап агол. Од учениците побара да го одредат видот на секој од аглите на цртежот, користејќи го моделот на прав агол и да објаснат како го одредиле видот.

У1 : „Аголот при темето А е прав, бидејќи се поклопува со правиот агол на триаголникот линир.“

У2 : „Аголот MNP е остар, тој е помал од правиот агол.“

У3 : „Аголот EFG е тап, затоа што е поголем од правиот агол.“

Наредната задача гласеше:

- *Одреди го видот на аголот при секое теме на четириаголникот ABCD. (Според цртеж во учебникот на стр.116)*

Разговорот во врска со цртежот беше:

У4 : „Аголот при темето А е прав.“

У5 : „Аголот при темето В е остар.“

У6 : „Аголот при темето С е тап.“

У7 : „Аголот при темето D е прав.“

Учечко - поучувачката акција беше реализирана со примена на методот на работа со наставно ливче за здобивање на нови знаења.

Во задачата 1 учениците го одредија видот на аглите во секој од трите триаголници на цртежот.

Со задачата 2 учениците ја согледаа разликата во триаголниците, според видот на аглите. За насочување на вниманието на учениците, во наставното ливче беше даден одговорот на барањето под а). За другите случаи утврдија:

б) два агли се остри и еден агол е прав,

в) два агли се остри, а третиот е тап.

Учениците ги воочија трите класи преку задачата 3 каде беа дадени 9 триаголници - 3 остроаголни, 3 правоаголни и 3 тапоаголни. Со заокружување на триаголниците кои се еднакви според аглите, беа одредени и класите. Двајца ученици заокружија еден тап агол со правите и по сугестија на наставничката да ги измерат аглите на тој триаголник,

грешката беше исправена.

Со задача 4 беа именувани триаголниците според аглите, каде што два одговори беа дадени, а именувањето на тапоаголниот триаголник учениците сами го извршија, по аналогија со претходните случаи.

Последниот чекор во класификацијата беше направен со задачата 5, во која учениците ги дополнија речениците, за да бидат точни. Учениците мошне успешно ги дополнија дефинициите за секој вид триаголник според аглите и истото го потврдија при решавањето на наредната задача каде успешно го одредија видот на секој од дадените триаголници.

Со цел да се потврдат здобиените знаења, наставничката организираше групна работа со 4 групи ученици, при што секоја група доби задача од типот:

► Поврзи ги темињата *B* и *D* во дадениот четириаголник. Какви триаголници според аглите доби? (Образложи го дадениот одговор!)

Секоја група доби различен четириаголник, од кој добија по два различни триаголници според аглите. Групите решенијата ги претставија на хамер, усно ги презентираа, а потоа ги истакнаа на паното во училницата. Овде мошне успешна беше групната работа на учениците, која придонесе за успешната реализација на целта на часот.

24. 03 2005 година

Актуализацијата на предзнаењата и умеењата на учениците од: комутативност на собирањето, запишување на збир на еднакви собироци како производ и обратно и именување на компонентите и резултатот во множењето, беше остварена преку следниве задачи:

1. Пресметај ги следниве зборови:

а) $9 + 6 =$

в) $15 + 12 =$

б) $6 + 9 =$

г) $12 + 15 =$

2. Постави го потребниот знак: $>$, $=$, $<$, за да биде точно.

а) $3 + 6$ $6 + 4$ в) $20 + 35$ $35 + 25$

б) $8 + 10$ $10 + 8$ г) $40 + 20$ $20 + 35$

По решавањето на задачите се водеше следниов дијалог:

Н: „Кои од дадените зборови се еднакви меѓу себе?“

У1: „Еднакви меѓу себе се зборовите под а) и б) , како и под в) и г).“

Н: „Какви се собироците во еднаквите зборови?“

У2: „Двата збира имаат исти собироци.“

Н: „По што се разликуваат тие зборови?“

У3: „Првиот собирик станал втор, а вториот станал прв.“

Н: „Значи собироците си ги промениле местата.“

Н: „Во задачата 2 под б) и под в) запишавте дека: $8 + 10 = 10 + 8$ и $20 + 35 = 35 + 20$. Ајде објаснете зошто постапивте така?“

У4: „На левата и на десната страна од крукчето има исти собироци. Тие само си ги промениле местата .“

Н: „А што станало со збирот?“

У5: „Збирот останал ист.“

Значи, учениците ја воочија еднаквоста и разликата во комутативноста на собирањето, што по аналогича ќе можат да ја применат и при комутативноста при множењето.

Во натамошните активности беа решавани задачи од типовите: запишување на збир на еднакви собироци како производ и обратно.

Учениците беа доста успешни во решавањето и анализирањето на задачите, при што даваа образложенија како:

У6: „ $9 + 9 + 9 + 9 = 4 \cdot 9$ бидејќи 9 е земен како собирик 4 пати.“

У7: „ $5 \cdot 8 = 8 + 8 + 8 + 8 + 8$ бидејќи 8 е земен како собирик 5 пати.“

Наредната задача беше:

Запиши ги како збир дадените производи и пресметај ги.

а) $4 \cdot 6 =$

б) $6 \cdot 4 =$

Учениците ја решаваа задачата самостојно, а наставничката беше нивни соработник. Бидејќи задачата беше претходно подготвена, тие успешно ја решија и запишаа:

а) $4 \cdot 6 = 6 + 6 + 6 + 6 = 24$

б) $6 \cdot 4 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 24$

Потоа се изврши анализа на задачата, при што се споредуваа компонентите и резултатите и беа изведени следниве заклучоци:

- множителите во двата производа се еднакви:
 $4 = 4$ и $6 = 6$;
- производите се еднакви: $24 = 24$;
- множителите си ги промениле местата, т.е. под а) 4 е прв множител, а 6 е втор множител, а во б) 6 е прв множител, а втор множител е 4.

По изведувањето на заклучоците, наставничката постави ваква задача:

Н: „Ако $4 \cdot 6 = 24$ и $6 \cdot 4 = 24$, тогаш кој од знаците: $>$, $<$, или $=$, треба да стои во крукчето: $4 \cdot 6$ ○ $6 \cdot 4$, за да биде точно.“

Одговорот на оваа задача беше :

У8: „Во крукчето треба да стои знакот $=$, бидејќи производите: $4 \cdot 6$ и $6 \cdot 4$ се еднакви.“

За да добие повратна информација, дека учениците добро ја согледале врската меѓу резултатите и компонентите, наставничката ја постави следнава задача за самостојна работа:

Н: „Покажи со примена на собирање дека $3 \cdot 5 = 5 \cdot 3$ “.

Наша оценка е дека оваа задача е мошне сериозна за учениците од II одделение. Меѓутоа, со неколку укажувања на наставничката, таа беше успешно решена:

$3 \cdot 5 = 5 + 5 + 5 = 15$;

$5 \cdot 3 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$;

$3 \cdot 5 = 5 \cdot 3$.

Во натамошниот тек од часот насочениот разговор течеше вака:

Н: "Што е различно во производите $3 \cdot 5$ и $5 \cdot 3$?"

У9: "Различни се местата на множителите."

Н: "А што остана исто?"

У10: "Производот не се промени."

Н: "Што ќе стане со производот ако множителите си ги променат местата?"

У11: "Производот ќе остане ист."

У12: "Производот нема да се промени."

Наставничката бараше повеќе различни одговори. Од напред наведените факти се дојде до генерализацијата:

Ако множителите си ги променат местата, производот не се менува.

За да провери колку учениците го сфатиле комутативното својство на множењето, наставничката организираше групна работа со 4 групи, на кои им беа дадени и следниве задачи:

1. Ако $6 \cdot 8 = 48$, тогаш колку е $8 \cdot 6$?
2. Кој од знаците: $>$, $=$, $<$ треба да стои во крукчето, за да биде точно.

$$4 \cdot 7 \bigcirc 7 \cdot 4 \quad 7 \cdot 10 \bigcirc 10 \cdot 7$$

$$9 \cdot 6 \bigcirc 6 \cdot 9 \quad 5 \cdot 8 \bigcirc 8 \cdot 5$$

Решението на секоја од задачите беше анализирано и објаснето во рамките на групата, а потоа презентирано од страна на водачот на групата. Учениците покажаа голема умешност во изведување групната работа, а особено во презентацијата на резултатите.

19. 04. 2005 година

Синтетичкиот приод се применува при решавање на текстуални задачи, кои се трансформираат во броен израз со 3 и повеќе операции. Овој приод може да се применува од III одделение, кога учениците веќе се здобиле со знаења и умеења за решавање на прости текстуални задачи и сложените

текстуални задачи , кои се сведуваат на две аритметички операции. На примената на овој приод му претходеа активности во врска со наведените знаења и умеања, кои во III -1 се извршија во текот на првото полугодие.

Наставничката тоа го искористи при запознавањето на учениците со синтетичкиот приод при решавање на сложени текстуални задачи. На почетокот на часот што го следевме, учениците добија две прости и една сложена текстуална задача, составена од простите, и тоа:

1. Филип купил 2 тетратки по 25 денари. Колку денари платил Филип за тетратките?
2. Филип купил 4 боички по 8 денари. Колку денари платил Филип за боичките?
3. Филип купил 2 тетратки по 25 денари и 4 боички по 8 денари. Колку денари платил Филип за тетратките и боичките?

Овие задачи учениците успешно ги решија и со тоа се подготвија за натамошните активности, кои продолжија со сложена текстуална задача, во која може да се искористи искуството од решавањето на претходните задачите:

4. Марија купила на пазар 6 kg јаболка по 30 денари и 3kg мандарини по 50 денари. На продавачот му дала 500 денари. Колку денари кусур и вратил продавачот?

При решавањето на задачата беше применет синтетичкиот приод, во врска со кој се водеше следниот разговор:

- Н: „Ако ја знаеме цената на 1 kg јаболка, можеме ли да дознаеме колку чинат јаболката?“
- У1: „Треба да ги помножиме бројот на килограмите со цената на еден килограм.“
- Н: „Ако ја знаеме цената на 1 kg мандарини, можеме ли да дознаеме колку чинат мандарините?“
- У2: „Треба да ги помножиме бројот на килограмите со цената на еден килограм.“

Н: „Ако знаеме колку денари Марија треба да плати за јаболката и за мандарините, можеме ли да дознаеме колку денари таа треба да му плати на продавачот?“

УЗ: „Ќе ги собереме парите платени за јаболката и парите платени за мандарините.“

Н: „Кога знаеме колку чинат јаболката и мандарините и дека Марија му дала на продавачот 500 денари, можеме ли да дознаеме колку кусур треба да добие таа?“

У4: „Од 500 денари ќе ги одземеме парите платени за јаболката и за мандарините.“

Потоа со помош на наставничката беше направен краток запис на задачата, односно план за најзино решавање, врз основа на кој текстот се трансформираше во бројниот израз:

Колку денари чинат јаболката?	$6 \cdot 30$ ден.
Колку чинат мандарините?	$3 \cdot 50$ ден.
Колку вкупно денари чинат јаболката и мандарините?	$6 \cdot 30 + 3 \cdot 50$ ден.
Колку денари кусур добила Марија?	$500 - (6 \cdot 30 + 3 \cdot 50)$ ден.

Со тоа текстот е трансформиран во бројниот израз:

$$500 - (6 \cdot 30 + 3 \cdot 50)$$

Со решавање на бројниот израз учениците дојдоа до решението на задачата:

$$500 - (6 \cdot 30 + 3 \cdot 50) = 500 - (180 + 150) = 500 - 330 = 170 \text{ ден.}$$

Одговор: *Марија добила 170 денари кусур.*

По дадениот одговор беше направен и освртот на решението на задачата.

Активностите продолжија со слични задачи, кои се решаваа со примена на синтетичкиот приод, при што наставничката ја нагласи потребата од краток запис на задачата, што е и план за нејзино решавање.

Првите две задачи беа решавани со поучување од наставникот, а пак наредната беше дадена за самостојна работа на учениците. Тоа беше задачата:

6. Во една продавница се донесени 24 гајби со по 10 кг јаболка и 14 гајби со по 8 кг мандарини. За една седмица се продадени 156 кг овошје. Колку овошје останало во продавницата?

Од направениот увид констатиравме дека учениците мошне успешно го направија краткиот запис на задачата, а со него и планот за решавање на истата. Тоа придонесе за нејзино успешно решавање од страна на учениците, и тоа од 23 ученика, 18 ученици точно ја решија задачата. Бидејќи при решавањето на задачата дојде до израз целосната самостојност на учениците, активностите завршија со осврт на решението на задачата.

При решавањето на задачите на таблата, наставничката водеше разговор со учениците што направиле грешки, со цел да го согледаат и натаму да не ги повторуваат.

И : „Дали овој начин на решавање текстуални задачи може успешно да го применувате и во други случаи?“

У : „Да вака мошне лесно дојдов до решението на задачата, и тоа можам да го применувам во решавањето и на други задачи.“

У: „Мене прво ми беше тешко, но откако ми помогна наставничката и јас лесно ги решив другите задачи.“

20. 04. 2005 година

Оваа наша средба со учениците од III - 1 одделение е продолжение на претходната, чија цел е учениците да се запознаат со аналитичкиот приод при решавањето на текстуалните задачи. Овој приод е посложен и потежок за учениците, што е резултат од сложеноста во пронаоѓањето на задачите - компоненти, одредувањето на нивната последователност и соединувањето во сложен броен израз. Имајќи го тоа во предвид наставничката на почетокот на часот, преку одредени активности, ги актуализираше порано здобиените ученикови знаења и искуства за решавање на сложени текстуални задачи, а особено умеенјата за кратко

запишување на задачата, решавањето на бројниот израз и правењето осврт на решението.

Во ретроспективата, наставничката побара од учениците да направат краток запис и да ја решат задачата:

1. Од една овошна градина се набрани 1440 kg јаболка, круши 4 пати помалку од јаболка и сливи 3 пати помалку од јаболка. Колку вкупно овошје е набрано од овошната градина?

Пред учениците да преминат на решавање на задачата, беше извршена анализа на истата, во која беа потенцирани дадените величини и прашањато во задачата. Учениците самостојно работеа при краткиот запис на задачата, а потоа на таблата го запишаа краткиот запис, односно планот на задачата:

. јаболка	1440kg
. круши	(1440 : 4) kg
. сливи	(1440 : 3) kg
Вкупно	$1440 + 1440 : 4 + 1440 : 3$

По реализацијата на планот учениците го добија следново решение:

$$1440 + 1440 : 4 + 1440 : 3 = 1440 + 360 + 480 = 2280 \text{ kg}$$

Одговор: Од овошната градина се набрани 2280 кг овошје.

Процесот на учење и поучување на учениците за примена на аналитичкиот приод започна со следнава задача:

2. Еден овоштар планирал да насади овошна градина со 200 овошки. Тој насадил 6 реда по 12 кајсии и 5 реда по 15 праски. Уште колку овошки треба да насади овоштарот за да го исполни планот?

При анализата на задачата беше воден следниот дијалог:

Н: „Како ќе дознаеме уште колку овошки треба да насади овоштарот?“

У1: „Треба да најдеме колку овошки посадил и тоа да го одземеме од планираниот број.“

Н: „Колку овошки треба да посади овоштарот?“

У2: „Овоштарот планирал да посади 200 овошки.“

Н: „Колку кајсии посадил овоштарот?“

У3: „Тој насадил 6 реда по 12 кајсии.“

Н: „Колку праски посадил овоштарот?“

У3: „Тој насадил 5 реда по 15 кајсии.“

Потоа беше запишан планот за решавање на задачата, кој изгледаше вака:

Уште колку овошки треба да посади овоштарот?	
Колку овошки требало да посади овоштарот?	200
Колку кајсии посадил овоштарот?	$6 \cdot 12 = 72$
Колку праски посадил овоштарот?	$5 \cdot 15 = 75$

По краткиот запис учениците ги составија следниот броен запис:

$$200 - (72 + 75) = 200 - 147 = 53$$

Беше даден одговорот на задачата и осврт на решението. Потоа наставничката даде образложение на аналитичкиот приод на решавањето на задачата, кој го содржеше следново:

Н: „Со анализа на задачата утврдивме дека можеме да пресметаме колку кајсии и колку праски посадил овоштарот, а потоа колку вкупно овошки посадил. Бидејќи знаеме дека планирал да посади 200 овошки, а пресметавме дека посадил 143 овошки, со одземање на овие броеви го добивме решението на задачата - 53 овошки.“

Акцијата продолжи со самостојно решавање на задачата:

3. Во еден воз има вкупно 450 седишта. Во 4 вагони има по 40 патници, а во 6 вагони по 34 патници. Колку седишта биле слободни?

Пред да се премине на самостојна работа беше направена кратка анализа на задачата. Истата беше запишана на табла со планот:

· Колку седишта биле слободни?	
· Колку вкупно седишта имало во возот?	450
· Колку вкупно патници имало во 4 вагони?	$4 \cdot 40 = 160$
· Колку вкупно патници имало во останатите 6 вагони?	$6 \cdot 34 = 204$
· Колку вкупно патници има?	$160 + 204 = 364$

На крајот беше даден одговорот и освртот на решението на задачата. Од следењето на самостојната работа на учениците констатиравме дека од 23 ученика 17 точно ја решиле задачата, 2 ученика направија техничка грешка во пресметувањето, а 4 ученика погрешно го поставија планот. Тие ученици по презентирањето на решавањето на задачата ги поправија грешките, со помош на наставничката и истражувачот ги согледаа грешките и сметаат дека понатаму нема да им се повторат.

Почувствувавме потреба да поразговараме со учениците за прифатливоста на аналитичкиот или синтетичкиот приод во решавањето на сложени текстуални задачи.

И : „Кога полесно ги решававте задачите, на начин кој што го применивме денеска или на минатиот час?“

У : „Јас минатиот пат полесно и побрзо ги решавав задачите.“

У : „На мене ми исто и на двата часа.“

И : „И двата начини даваат точно решение, а вие применувајте го оној што ви е полесен.“

Сметаме дека и аналитичкиот начин е прифатлив за учениците, но во интерес за развивање на креативното мислење на учениците, треба да настојуваме да се применуваат и двата приода.

16. 05. 2005 година

Еден од посериозните проблеми во наставата по математика во I одделение е воведувањето на буква, како симбол со кој се означува број.

Од таа причина организиравме и следевме час, насловен како: *Буквата заменува број.*

На почетокот на часот наставничката ги подели учениците во 5 групи, при тоа им објасни дека ќе решаваат задачи групно, според начинот на кој и досега работеле. Со цел да ги актуализира предзнаењата и искуствата на учениците, на секоја група им подели ливчиња со следниве задачи:

①	$3 + ? = 8$	②	$4 + ? = 7$	③	$6 + ? = 8$
	$7 + \underline{\quad} = 10$		$6 + \underline{\quad} = 8$		$5 + \underline{\quad} = 9$
	$5 + \square = 9$		$7 + \square = 10$		$4 + \square = 10$
	④	$7 + ? = 8$	⑤	$5 + ? = 9$	
		$2 + \underline{\quad} = 10$		$6 + \underline{\quad} = 7$	
		$6 + \square = 9$		$5 + \square = 10$	

По решавањето на задачите, наставничката на секоја група и го постави прашањето:

Н : „Кој број треба да стои на местото на прашалникот, за да биде точно собирањето?“

У1 : „Бројот 5.“

У2 : „Бројот 3.“

У3 : „Бројот 2.“

У4 : „Бројот 1.“

У5 : „Бројот 4.“

И во втората задача, во која беше употребена цртичка, учениците добија точни решенија, и заеднички го донесоа заклучокот:

У6 : „Цртичката заменува некој број.“

Н : „Кој е тој број ?“

У7 : „Ако тој број се стави на местото на цртичката се добива точно собирање.“

За решавање на третата задача наставничката почувствува потреба од давање на упатство:

Н : „Најдете сега кој број го заменува квадратчето во задача 3.“

Како и претходната така и оваа задача беше точно решена, но сега заклучокот се прошири:

Н : „Значи, прашалникот, цртичката и квадратчето го заменуваат непознатиот број во задачата, за кој собирањето е точно.“

Мотивацијата на учениците наставничката ја поттикна со создавање на проблемска ситуација. Поконкретно, на секоја група и постави задача во која буквата заменува број, и тоа:

$$\begin{array}{lll} \textcircled{1} & 4 + a = 7 & \textcircled{2} & a + 5 = 9 & \textcircled{3} & 6 + a = 10 \\ & \textcircled{4} & a + 5 = 10 & \textcircled{5} & 3 + a = 8 \end{array}$$

Следејќи ја аналогијата од претходните задачи, учениците успешно ја решија и оваа задача, што констатиравме со увидот на нивната работа. Потоа секоја група извести за решението што го добила:

У1: „Буквата a го заменува бројот 3.“

У2: „Буквата a го заменува бројот 4.“

У3: „Буквата a го заменува бројот 4.“

У4: „Буквата a го заменува бројот 5.“

У5: „Буквата a го заменува бројот 6.“

Од решавањето на овој вид задача учениците воочија дека наместо празното место, квадратчето и сл. може да стои буква, која всушност го заменува бројот - непознатиот собиок и го изведоа заклучокот:

Во оваа задача некој број е заменет со буквата a .

Активностите на часот продолжија со задачата:

► *Составете задача во која буквата a го заменува бројот 5!*

Наставничката со цел да им помогне на учениците го даде примерот: $a + 4 = 9$.

Учениците добро соработуваа во рамки на групата и ги составија задачите:

$$\begin{array}{lll} \textcircled{1} & a + 3 = 8 & \textcircled{2} & 2 + a = 7 & \textcircled{3} & a + 1 = 6 \\ & \textcircled{4} & a + 5 = 10 & \textcircled{5} & 4 + a = 9 \end{array}$$

Овие задачи беа истакнати на училишното пано во катчето за математика.

На часот беше дадена и задача од типот:

► Кој од броевите 1, 2, 3, 4 и 5 ја заменува буквата e во задачата:
 $e + 6 = 8$.

Како и претходните и оваа задача групите успешно ја решија, што го согледавме од нивните изработки.

Повторувајќи ги добиените заклучоци, еден ученик запраша:

У : „Може ли буква да замени број во одземањето?“

Н : „Може, еве на пример: $a - 3 = 5$, $7 - e = 4$. Ајде да најдеме кои броеви ги заменуваат буквите a и e !

Сите групи добија слични задачи, кои успешно ги решија, што увидовме од нивните презентации.

Од согледаното при следењето на часот, констатиравме дека предвидените образовните излези успешно се остварени. Посебно за одбележување е успешната примена на кооперативното учење и солидните резултати и тоа со ученици од мала училишна возраст.

Во натамошните следења на примената на концептот согледавме дека учениците мошне успешно се снаоѓаат во решавање на равенки и задачи од мерење во геометријата.

1.4 ИЗВЕШТАЈ ЗА РЕЗУЛТАТИТЕ ДОБИЕНИ ПО ПАТ НА ИНТЕРВЈУ

Ценевме дека резултатите добиени од партиципативното набљудување треба да ги поткрепиме и со друга дополнителна техника за собирање на податоци. Затоа ја применивме и техниката - недиректно интервју. Примената на интервјуто треба да ни овозможи да дојдеме до сознанија за ставотите и мислењата на практичарите - наставниците за примената на методичките концепти во почетната настава по математика. Разговорите со испитаниците се водеа во периодот на првото полугодие од учебната 2005/06 година во училиштето ОУ „Кузман Јосифовски - Питу“ во Скопје. Примерокот го сочинуваат наставници од одделеска настава кои

ги применуваа дефинираните методички концепти во почетната настава по математика, и тоа следните:

- г-ѓа Султана Штерјова,
- г-ѓа Билјана Младеновиќ,
- г-ѓа Сузана Величковска и
- г-ѓа Вилма Лазареска - Трајкова.

Недиректното интервју беше реализирано поединечно со секој испитаник. Разговорите се одвиваа по претходно договорени термини и теми за разговор. Текот на разговорите се одвиваше слободно, во релаксирана атмосфера. Податоците се бележеа рачно и со примена на диктафон.

Интервјуто започна со општи податоци за наставниците, кои се однесуваа на образованието, работното искуство, учество на семинари и други активности поврзани со унапредувањето на наставата.

Во текот на интервјуто разговаравме за неколку теми, поврзани со примената на методичките концепти што ги исражуваме, и тоа:

1. *Кои се Вашите ставови и мислења за концепцијата на Наставната програма и активностите предвидени со неа, како основа за примена на концептите?*

С.Ш. : „ Моето мислење е дека е неопходно ревидирање и зголемување на активностите со кои се реализираат поставените цели.“

Б.М. : „ Во однос на Програмата може да се каже од досегашното искуство. Некои од темите треба да се поместуваат, а некои да имаат посебно место - пример текстуалните задачи.“

В.С. : „ Низ активностите предвидени со Програмата да се обрне поголемо внимание на воведувањето на учениците во истражувачките постапки.“

В.Т. : „ Во однос на Програмата и активностите предвидени во истата, потребно и неопходно е воведување на истражувачки дел за учениците, што би овозможоле и поголем број на активности.“

2. Кои се вашите сознанија за применливоста на концептите во наставата?

С.Ш. : „Сметам дека се солидно применливи, бидејќи овозможуваат учениците да бидат ставени во поактивна позиција, самостојно да дојдат до сознанија, како и поттикнување на соработката и кооперативното учење.“

Б.М. : „Со примена на постапноста во воведувањето на математичките поими и решавањето на текстуалните задачи, се добива поголем успех, а ширината при избор на методичките постапки овозможува поголема применливост на концептите.“

В.С. : „Концептите овозможуваат учениците самостојно да работат, да ги применуваат порано здобиените знаења и умеења во нови ситуации на учење, го стимулираат кооперативното учење, создаваат можности за ефикасна учечко - поучувачка акција.“

В.Т. : „Концептите се максимално применливи и обезбедуваат солиден успех и здобивање на поголем квантум на знаења. Знаењата се поставуваат во дидактички систем кој овозможува новите знаења да се здобиваат на претходно усвоени, но во исто време да се основа за здобивање на нови знаења.“

3. Кои се Вашите мислења за ефикасноста на наставата, што се очекува со примена на концептите?

С.Ш. : „Ефикасноста на наставата значително се подобрува, бидејќи можноста учениците самостојно да дојдат до сознанија, ги поттикнува на покреативна примена на стекнатите знаења, а тоа е ефикасна настава.“

Б.М. : „Ефикасноста е поголема затоа што Концептите овозможуваат примена на дидактичките принципи, активна сознајна дејност на учениците, примена на различни форми на математичко мислење, како

и применливост на знаењата во решавање на проблеми од секојдневниот живот.“

С.В. : „ Ефектот од примената на концептите е голем затоа што на учениците им се дава можност постапно да дојдат до новите знаења, минувајќи низ систем етапи на самостојна работа, при што доаѓа до израз аналитичко - синтетичката дејност, споредување, апстрахирање и генерализирање, како и согледување на сличностите и разликите кои мошне ефикасно се применуваат во формирањето на математичките поими.“

В.Т. : „ Примената на концептите овозможува самостојни истражувачки постапки на учениците, етапно формирање на математичките поими преку учење и поучување, воспоставување врска помеѓу усвоените знаења, знаењата што се здобиваат и знаењата што ќе се усвојуваат во иднина. Со тоа се зголемува и ефикасноста на наставата со примената на концептите.“

4. Што мислите за мотивацијата и интересот на учениците за методичките постапки што произлегуваат од концептите?

С.Ш. : „ Со примена на методичките постапки што произлегуваат од концептите, кај учениците се овозможува зголемена мотивација и интерес за работа. Тоа се согледува преку нивните чести барања за реализација на слични активности и во самостојната работа, проследена со прашања и желба за искажување на сопствени ставови. “

Б.М. : „ Интересот и мотивацијата на учениците беше на високо ниво, што покажаа и добрите резултати во решавањето на задачите.“

С.В. : „ Поради активното учество во реализацијата на часот, учениците пројавуваат зголемен интерес и мотив за работа.“

В.Т. : „Методичките постапки што произлегуваат од концептите овозможуваа зголемена мотивација и континуиран интерес, а воедно и успешни интеракциски односи.“

5. Што уште е потребно да се направи за да се зголеми ефикасноста од примената на концептите?

С.Ш. : „ Во конкретната примена на концептите не воочивме некои недостатоци, бидејќи секој чекор - етапа беа добро осмислени, почитувајќи ги теоретските рамки и искуствата од практиката. Сметаме дека на улогата на наставникот како поучувач му е дадено соодветното место.“

Другите испитаници сметаат дека нема потреба уште нешто да се прави, затоа што ефикасноста од примената на концептите е евидентна.

6. Колку наведените постапки овозможуваат развој на математичкиот стил на мислење кај учениците?

С.Ш. : „ Концептите создаваат мошне поволни услови за развој на математички стил на мислење кај учениците. Преку активната сознајна дејност на учениците се развива способност за: анализа и синтеза, споредување, апстрахирање и генерализирање, изведување заклучоци врз основа на релевантни факти.“

Б.М. : „ Со примена на концептите се развиваат способностите за: анализирање, синтетизирање, апстрахирање и воопштување, а со тоа и математички стил на мислење.“

С.В. : „ Концептите овозможуваат максимален развој на мисловните способности за воопштување, апстрахирање, синтетизирање, генерализација.“

В.Т. : „ Учениците се оспособуваат за анализирање, синтетизирање, споредување, апстрахирање и воопштување, што овозможува при самостојната работа да се добие максимум од учениците.“

* * *

По анализата на податоците од недиректното интервју дојдовме до заклучок дека меѓу субјектите не постојат суштински разлики во нивните ставови во врска со примената на концептите и ефектите што се добиваат со неа. Поконкретно, тие сметаат дека:

- Во програмите треба да се збогатат активностите, со истражувачки постапки, за да се овозможи поефикасно реализирање на поставените цели. Покрај тоа поголемо внимание треба да се обрати на текстуалните задачи, во смисла предвидување посебни часови за: воведување на сложена текстуална задача, запознавање со структурата на текстуална задача, приодите за нивно решавање и сл.
- Концептите можат успешно да се применуваат во почетната настава по математика, бидејќи овозможуваат активна сознајна работа на учениците при формирањето на математичките поими, овозможуваат различни методички приоди што создаваат поволни услови за самостојно заклучување и примена на здобиените знаења во практиката.
- Примената на концептите овозможува зголемување на ефикасноста на наставата, што се согледува низ: самостојни истражувачки постапки на учениците, етапно формирање на математичките поими преку учење и поучување, воспоставување врска помеѓу усвоените знаења, знаењата што се здобиваат и знаењата што ќе се усвојуваат во иднина.
- Методичките постапки што произлегуваат од концептите овозможуваат зголемена мотивација и интерес за работа кај учениците. Тоа се согледува преку нивните чести барања за реализација на слични активности и за самостојна работа, проследена со прашања и желба за искажување на сопствени ставови. Покрај тоа се создаваат и услови за успешна интеракциска работа.

- Не е потребна корекција на концептите и методичките постапки што ги нудат тие, затоа што секоја етапа беше добро осмислена, и втемелена на теоретските рамки и искуствата од практиката. Воедно сметаат дека на улогата на наставникот како поучувач му е дадено соодветното место. Сметаме дека на улогата на наставникот како поучувач му е дадено соодветното место, особено од аспект на самостојната работа на учениците.
- Во врска со развојот на математичкиот стил на мислење, субјектите сметаат дека со примената на мисловните активности: анализа, синтеза, споредување, апстракција и генерализација, што се применуваат низ концептите, тоа се остварува на солидно ниво, сообразено со возрасните особености на учениците.

2. ДИСКУСИЈА НА РЕЗУЛТАТИ ОД ПАРТИЦИПАТИВНОТО НАБЉУДУВАЊЕ

Со партиципативното набљудување во нашето истражување дојдовме до повеќе сознанија во врска со организацијата и реализацијата на почетната настава по математика. Врз основа на овие резултати, како и резултатите од недиректното интервју, согледавме повеќе аспекти на проблемот што го истражувавме. И покрај тоа што во нашиот проблем на истражување беа вклучени повеќе методички концепти, дискусијата ќе ја насочиме на нивното единство, бидејќи припаѓаат на едно определено подрачје и нивното влијание е заедничко. Во тој контекст дискусијата ќе ја водиме од следниве аспекти: карактеристики на наставата по математика реализирана преку дефинираните концепти, улогата на ученикот во наставата, улогата на наставникот во наставата.

2.1 КАРАКТЕРИСТИКИ НА НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА РЕАЛИЗИРАНА ПРЕКУ ДЕФИНИРАНИТЕ КОНЦЕПТИ

Партиципативното набљудување ни покажа дека почетната настава по математика е мошне интересно подрачје за истражување, во кое успешно можат да се имплементираат повеќе методички концепти, кои што можат да придонесат за нејзино осовременување и зголемување на ефективността. И покрај тоа што резултатите од истражувањето не можат да се генерализираат, бидејќи се добиени со набљудување на четири паралелки на одделенската настава во едно основно училиште, сепак врз основа на нив може да се утврди дека примената на концептите во наставната практика допринесува за поттикнување на истражувачкиот дух на учениците, нивното мотивирање за активна сознајна работа, развој на математички стил на мислење, воспоставување *рамнотежа* помеѓу учечката дејност на учениците и поучувачката функција на наставникот. За да дојде до остварување на наведените идеи потребни се промени и во микроорганизациската наставата, од аспект на формирање систем во кој новите знаења ќе се засновуваат на порано усвоените, а ќе бидат основа за натамошно здобивање на нови знаења.

Во истражувањето направивме и промени во планирањето на реализацијата на наставниот час, пред се, со вклучување во него на образовните излези, а во артикулацијата на часот воведовме три етапи:

- **сознајна ретроспектива**, која се состои во осврт и анализа на порано усвоените знаења и искуства, селектирање на оние што се потребни за усвојување на новите знаења и актуализирање на истите;
- **учечко - поучувачка акција**, што подразбира усвојување на нови знаења со активно и сознајно учество на учениците во наставата, преку самостојно учење на учениците и поучување од страна на наставникот;

- **сознајна перспектива**, што подразбира оценка на усвоеноста на новите знаењата, нивната применливост во нови ситуации на учење, решавање на проблеми од секојдневниот живот.

Овој начин на планирање на наставниот час беше прифатен од наставниците - соработници во истражувањето и мошне успешно применет во практиката.

Што остваривме со тоа?

♦ Успешната селекција и актуализација на порано усвоените знаења значително придонесува за успешно усвојување на новите знаења, низ активна и сознајна работа на учениците, како и за засилување на внатрешната мотивација. Во прилог на тоа ќе ги наведуваме следниве согледувања:

- учениците секогаш беа подготвени за соработка и со задоволство ги прифаќаа обврските;
- отворено соработуваа со наставниците и ги прифаќаа нивните инструкции, бараа помош во ситуации кога ќе наидат на проблем;
- пројавуваа стремеж кон откривање на нови сознанија;
- се соживуваа со активностите, кои го поттикнуваа нивниот истражувачки дух;
- добиените резултати при решавањето на задачи ги доживуваа како свој личен успех и се чувствуваа горди на него.

♦ Во однос на активноста на учениците, забележавме дека доминира самостојното учење, кое зазема поголемо наставно време во однос на поучувањето на наставникот. Со тоа учениците, поаѓајќи од нивните индивидуални разлики, сами го одредуваат темпото на напредување и нивото на проникнување во наставната содржина. Покрај тоа, значајно место заземаше и групното учење.

Примената на стратегијата **СР - УПА - СП** овозможи учениците да изградат стил на учење кој се карактеризира со: согледување на

суштествените својства на објектите, способности за анализа, синтеза, споредување, апстрахирање и генерализирање на својствата на објектите, решавање на задачи со различни методички приоди, примена на знаењата во решавање на практични проблеми.

Забележителна беше и свеста за сопствените способности на учениците, што го согледавме при преземањето на активности со остварливи цели, изградување на ставови за резултатите од сопствената работа и нивно образложување.

♦ При овој начин на подготовка на реализација на наставниот час, доаѓа до израз поучувачката функција на наставникот, но во форма во која се манифестира креативност во планирањето, во системот активности за реализирање на поставените цели, изборот на наставните методи и средства, како и во постапките за утврдување на оствареноста на образовните излези. Посебен впечаток оставаше нивната умешност во организирање на активностите на учениците за самостојно и сознајно доаѓање до нови знаења.

Покрај тоа, на поучувачката улога на наставникот, наставниците и даваа соодветно значење, во смисла на: поучувач во моменти кога тоа е нужно - укажување на суштественото во проучувањето на проблемот, објаснување на примена на некоја постапка, стимулирање на учениците, дополнително мотивирање за работа, оддавање признание за постигнатите резултати.

Партиципативното набљудување во почетната настава по математика ни овозможи да дојдеме и до сознанија за реализацијата на дефинираните концепти во наставната практика. Добиените сознанија ги презентираме за сите концепти во единство, преку следниве потточки.

1. Формирање на математичките поими кај учениците

♦ Со примена на анализа и споредување, учениците успешно ги откриваат својствата на математичкиот поим, што се предмет на изучување, со што во првата етапа - *сетилното сознание*, се здобиваат

со *јасни претстави* за поимот. При тоа кај учениците од I и II одделение доминантна улога имаше непосредното набљудување, а кај оние од III и IV одделение значајно место заземаше и набљудувањето по претстави.

♦ Јасните и содржајни претстави создаваа мошне поволни услови за опишување на својствата на поимот, со што се олеснува преминот од сетилното кон рационалното подрачје.

♦ Во втората етапа, врз основа на здобиените претстави при набљудувањето, учениците лесно ги одделуваат несуществените својства на поимот, особено при анализата со синтеза, ги апстрахираа несуществените, а ги генерализираа суштествените.

♦ Учениците од III одделение, а особено од IV одделение, врз основа на генерализациите на суштествените својства достигнуваа ниво на дефинирање на некои математички поими и тоа повеќе геометриски (видови триаголници според агли и според страните, правоаголник, квадрат и сл.).

♦ Дефинирањето на некои математички поими особено се олеснуваако сесознаваатеднаквостаиразликата на поимот што се проучува и порано усвоените поими. При оваа постапка скоро секогаш доаѓаат до дефиниција со најблизок *родов поим* и *видова одлика*. Утврдувањето на еднаквоста го открива *родовиот поим* - четириаголникот е многуаголник, правоаголникот е четириаголник, квадратот е правоаголник, додека разликата ја открива *видовата одлика* - четириаголникот е многуаголник со четири старни, правоаголник е четириаголник со прави агли, квадратот е правоаголник со еднакви страни и сл.

♦ За зголемување на ефектите од напред наведената постапка потребна е подобра организација на набљудувањето - обезбедување на потребен и доволен број разновидни наставни средства, на кои се воочливи суштествените својства на поимот, варирање на несуществените својства, за да се согледа нивната променливост, можност учениците да ги опишуваат својствата со свои зборови и со неопходната математичка терминологија.

2. Класификација на математичките поими

♦ Учениците со примена на анализа и споредување, успешно го откриваат *критериумот* според кој се врши класификација. Со анализата ги откриваат својствата на поимот што се проучува, а со споредување го откриваат својството според кое тие се разликуваат. Така, со самостојна работа тие откриваат дека во секој триаголник два агла се остри, додека третиот агол може да биде: остар, прав или тап. На тој начин видот на третиот агол станува критериум за класификацијата на триаголниците.

♦ Учениците од III и IV одделение можат да направат воопштување на критериумот, истиот да го опишат, како и да извршат класификација со самостојна создајна работа, додека пак, на учениците од I и II одделение им е потребно поучување и водење од страна на наставникот.

3. Трансформација на текст во броен израз

Оспособувањето на учениците за трансформација на текст во броен израз е процес кој започнува во I одделение и завршува со завршување на школувањето. Во тој процес централно место зазема способноста на учениците за аналитичко - синтетичка дејност, што зависи и од возрасните особености на учениците. Во таа смисла утврдивме дека:

♦ Учениците можат да трансформираат текст во броен израз, ако тој е сообразен со нивните возрасни особености. За таа цел дефиниравме систем, кој ќе соодветствува на напред наведениот став. Задачите во кои текстот се трансформира во броен израз во стручната литература се именуваат како *текстуални задачи*, кој термин ќе го користиме понатаму.

♦ Учениците од I одделение успешно можат да решаваат *прости текстуални задачи*, кои одразуваат ситуации од нивниот секојдневен живот, со објекти кои им се познати на учениците. Со анализа на текстот тие ја одделуваат познатата од непознатата величина (број) и

врската меѓу нив. Со синтеза, пак, ја откриваат операцијата што треба да се примени при решавање на задачата. Воведувањето на текстуалните задачи треба да биде со илустрирање на текстот на задачата со цртеж или дидактички средства, со драматизација - составување на краток расказ за некоја реална ситуација, користење на подвижни елементи. Тешкотиите, што при тоа се појавуваат, произлегуваат од недоволното искуство на учениците, но и од недоволната подготвеност, особено во сфаќањето на значањето на релациите: *има за ... повеќе од...* , *има за ... помалку од...* , *е за ... помал од...* и сл.

♦ Во II одделение за прв пат се воведува сложена текстуална задача и тоа со задача што е составено од две прости задачи, која се решава со најмногу две пресметувања или се трансформира во броен израз со две аритметички операции.

Од нашето истражување сознавме дека успешното решавање на сложена текстуална задача подразбира:

- добро познавање на структурата на текстуалната задача, што е реално остварливо;
- почетните сложени текстуални задачи да бидат зададени со меѓупрашање, кое најчесто дава одговор на првата проста задача и прашање, чијшто одговор е решението на задачата. Во спротивно успешноста на учениците во решавање на овој тип задачи е значително помало;
- меѓупрашањето помага за поцелосна анализа на задачата, за краток запис на задачата, за синтеза на задачите - компоненти во една целина, како и за опишување на постапката за решавање на задачата;
- меѓупрашањето треба да се изостави откако учениците ќе стекнат доволно искуство од решавање на овој тип задачи.

♦ Учениците од III и IV одделение, при работа во II одделение според концептите, успешно решаваат текстуални задачи со повеќе од две задачи - компоненти, односно задачи за чие што решавање се трансформираат во броен израз со повеќе

од две операции. Тие успешно го применуваат аналитичкиот и синтетичкиот приод при решавање на овој тип задачи, при што повеќе ја прифаќаат комбинацијата од двата приода, односно аналитичко-синтетичкиот. Покрај тоа, учениците успешно прават краток запис на текстот на задачата, што лесно го претвараат во план за решавање, како и осврт на решението на задачата.

4. Изучување на својствата на аритметичките операции

Учениците од I и II одделение некои својства на аритметичките операции ги согледуваат само на поединечни случаи, без да вршат воопштување. Тоа, главно, се однесува на комутативноста и асоцијативноста на собирањето и множењето, дистрибутивноста на собирањето и одземањето во однос на множењето и делењето. Меѓутоа, ако учениците од II одделение применуваат истражувачка работа, можат да ги согледаат и применуваат тие својства во решавање на некои типови задачи, но вербално не можат да ги искажуваат. Што се однесува до учениците од III и IV одделение, тие се во состојба да ги воопштуваат тие својства, вербално да ги искажуваат и да ги запишуваат симболички.

Врските помеѓу компонентите и резултатите на аритметичките операции, учениците најдобро ги согледуваат преку неаритметичката категорија *равенки*. И овде *длабочината* на сознанијата зависи од возраста на учениците, нивното искуство и методички приоди. Во таа смисла:

♦ Учениците од I одделение можат да решаваат равенки, во кои е непознат собирок, намаленик или намалител, со што ги согледуваат врските помеѓу компонентите и резултатите. Тоа е успешно ако е *подготвено* со решавање на задачи од типовите:

$$\begin{array}{lll} \bullet & 5 + 3 = & 8 - 5 = & 8 - 3 = \\ \bullet & 3 + ? = 8 & \square - 5 = 3 & 8 - \square = 5 \end{array}$$

♦ Поради сиромашното искуство од решавање на задачи од собирање и одземање и почетно запознавање на математичката терминологија, учениците од I одделение имаат потешкотии во вербалното

искажување на напред наведените врски и односи.

♦ Учениците од II одделение, со искуството од I одделение и повторувањето на решавање на равенки со пресметување на некоја од компонентите во собирањето и одземањето, немаат проблеми со нивното решавање, вербално ги искажуваат врските меѓу компонентите и резултатите на аритметичките операции, но со поткрепа од конкретен пример и помош на наставникот.

♦ Учениците од III и IV одделение можат самостојно или пак во групи, да ги откријат предвидените со Програмата својства на аритметичките операции, вербално да ги опишуваат, да ги применуваат во некои типови задачи, а во IV одделение и симболички да ги запишуваат.

5. Мерење во геометријата

За разлика од мерењето на другите величини, геометриските мерења најчесто се поврзани со формула, според која се пресметуваат величините што се мерат. Во почетната настава по математика тоа е периметарот и плоштината.

Резултатите од нашето истражување покажаа дека учениците од III и IV одделение, каде што тие мерења се застапени, умеат:

- да ги означуваат страните на геометриските слики со букви, при што еднаквите страни ги означуваат со иста буква;
- самостојно да изведат поедноставни формули и да го објаснат патот по кој дошле до нив;
- да ги преобразуваат формулите за пресметување страна по даден периметар или плоштина;
- да ги применуваат формулите во решавање на проблеми од секојдневниот живот.

Посебно значаен момент во мерењето во геометријата е воведувањето на единиците мерки: *сантиметар* - должина и *квадратен сантиметар* - плоштина. Меѓутоа, ако воведувањето на наведените единици мерки е мотивирано со потребата од нив и засновано на практични активности

на учениците, низ индивидуална или групна работа, резултатите се мошне добри. Ваквиот период многу го олеснува воведувањето на поголемите единици мерки - дециметар, метар, квадратен дециметар и квадратен метар. Покрај тоа, мерењето во геометријата има значаен придонес во развојот на просторните претстави на учениците на оваа возраст.

6. Неаритметички категории во аритметиката

Сфаќањето на аритметичките содржини, кои имаат доминантно место во Наставната програма по математика од I до IV одделение, во голема мера се засновува на неаритметички категории, како што се: множества, релации, равенки и неравенки. Ваквиот став го засновуваме на нашите сознанија од истражувањето, кои покажуваат дека:

- ♦ Множествениот период при воведувањето на природните броеви овозможува множествата да послужат како конкретна основа за воведување на апстрактните поими од областа на природните броеви, што е особено важно од аспект на возрастните особености на учениците;

- ♦ Квантитативното споредување на множествата со придружување 1 на 1 е мошне погодно за утврдување на еквивалентноста на две множества, од што следува и нивната еднаквост и сфаќањето на значењето на релациите: *има исто толку, има повеќе од, има помалку од*;

- ♦ Операциите со природните броеви се воведуваат или се илустрираат со соодветните операции со множества, што најмногу доаѓа до израз во I и II одделение, кога учениците се со сиромашно искуство и е потребна конкретна поткрепа на нивното мислење;

- ♦ Изградувањето на низата природни броеви се засновува на споредувањето на природните броеви, со примена на релациите: *... е поголем од ... , ... е помал од ... и ... е еднаков на ...*. Овие релации претходно се применуваат при споредување на предмети од непосредната околина, а потоа и кај споредувањето на природните броеви. Илустрирањето на споредувањето на природните броеви со множества

обезбедува конкретна поткрепа на мислењето, во првичните активности на ова подрачје.

♦ Примената на равенките уште од I одделение овозможува да се сфатат врските помеѓу компонентите и резултатите во аритметичките операции. Знаењата од ова подрачје имаат теориски и практичен карактер, односно ги збогатуваат теориските знаења на учениците за аритметичките операции: собирање - одземање и множење - делење. Воедно, многу типови задачи се решаваат со примена на равенки.

♦ Неравенките, пак, придонесуваат за осмислување на низата на природни броеви и релациите меѓу броевите. Тоа особено е значајно за воведувањето на поимите *претходник* и *следбеник*, како суштествено својство на низата на природните броеви и прикажување на нејзината бесконечност.

7. Работата на наставникот

Во наставата што ја следевме изборот на содржините, наставните методи, како и микропланирањето го работевме заедно со наставникот, без да го нарушиме вообичаениот ред и ритам во работата. Наставникот беше самостоен во реализацијата на наставниот час и од него зависеше какво значење ќе и даде на својата поучувачка функција. Почетните проблеми во микропланирањето и изборот на наставните методи брзо беа надминати и наставникот беше самостоен во целокупната работа, со користење на наши материјали што се однесуваат на концептите. Функцијата на наставникот во наставата беше поучувачка, што подразбира да создаде услови во кои учениците ќе учат, а тој ќе има улога на помагач, консултант, организатор.

♦ Наша оценка е дека наставниците со задоволство го прифатија учеството во истражувањето и успешно го остварија. Посебно забележителни резултати беа остварени во планирањето на наставниот час и примената на стратегијата: **СП - УПА - СП** ; изборот на формите на работа, каде доминантно место се даваше на индивидуалната и групната

форма на работа; изборот на наставните методи кои што обезбедуваат активна и сознајна работа на учениците; обезбедување на доволен број на наставни средства и инструменти за индивидуализација на наставата.

♦ Во однос на учениците, наставниците вклучени во проектот, манифестираа блискост и професионален однос, што е добра претпоставка за успешна наставна работа. Нивниот однос кон учениците не беше ист, туку кон секој ученик поединечен, посебен, во зависност од нивните способности, интелектуална развиеност, однос кон учењето и од други фактори. Ваквиот однос создаваше поволна работна атмосфера во паралелките. При формирањето на групите за групна работа наставниците поаѓаа од ефектот што може да го оствари групата, но даваа и слобода на одлучување од страна на учениците.

♦ Наставата што ја следевме имаше карактер на недиректна, активна и демократска, насочена кон учениците. Прашањата ги поставуваа на паралелката, одговори даваат учениците, тие прават исправки и додолнувања на одговорите. Прашања поставуваа и учениците, но наставникот одговорите ги насочуваше кон останатите ученици, со што не манифестираше интелектуална супериорност, туку се создаваа позитивни и демократски односи во паралелката.

♦ Наставниците користеа и различни начини за мотивација на учениците, како што е потребата од здобивање на новите знаења, применливоста на знаењата во нови ситуации на учење или во практиката, пофалби за постигнатиот успех, и сл. Посебен впечаток ни остави поттикнување и поучувањето на учениците, кои наидуваа на потешкотии во совладувањето на содржините, со што овие ученици со помош на наставникот ги надминуваа истите преку самостојна сознајна активност. Тоа го правеа со голема вештина, што се гледаше во работната атмосфера на часовите.

8. *Позицијата на ученикот*

Учениците од мала училишна возраст, поради сиромашното животно и

учебно искуство, дозволуваат да бидат водени од наставникот, не го спротивставуваат своето мислење на наставникот и малку се чувствува дека се субјект во наставата. Тоа особено се чувствува кај учениците од I, а понекогаш и од II одделение. Но, со тек на времето, особено при истражувачките активности и решавањето проблеми во рамките на концептите, што се остваруваа, главно, низ индивидуална и групна форма на работа, стануваа се послободни во комуникацијата со наставникот и со соучениците.

- ♦ Учениците ги прифатија методичките приоди што произлегуваат од концептите, активно учествуваа во решавањето на сознајните проблеми, со задоволство ги остваруваа истражувачките активности, особено при индивидуалната и групната работа.

- ♦ Инструкциите на наставникот беа присутни само на почетокот, при актуализацијата на порано здобиените знаења. Во комуникацијата со наставникот тие понекогаш бараа дополнителна помош, во вид на упатство, поставуваа прашања во врска со објектот што го проучуваат.

- ♦ При групната работа членовите на групите беа веќе издиференцирани, според нивните способности и афинитети. Комуникацијата и соработката во рамките на групата беа на завидно ниво. Опишувањето на начинот на спроведените активности или решавањето на проблемот беа мошне содржајни, со што ефектите од работата на групата се издига на повисоко ниво.

- ♦ Позитивни промени забележавме и во однос на изнесување на свои идеи од страна на учениците во однос на начинот на решавање на даден проблем, како и спротивставување на свои идеи за веќе изнесена идеја, што е мошне позитивно за флексибилноста на примената на концептите.

- ♦ Учениците постојано манифестираа мотивираност за работа, во сите етапи на наставниот час. Тоа произлегуваше од односот на наставникот кон нив и успехот што го остваруваа во решавањето на задачите.

ЧЕТВРТИ ДЕЛ

**МЕТОДИЧКИ КОНЦЕПТИ ВО ПОЧЕТНАТА
НАСТАВА ПО МАТЕМАТИКА**

МЕТОДИЧКИ КОНЦЕПТИ ВО ПОЧЕТНАТА НАСТАВА ПО МАТЕМАТИКА

Врз основа на сознанијата за состојбите во почетната настава по математика кај нас, до кои дојдовме со анализа на порано наведените проекти, согледаваме потреба од дефинирање на методички концепти, со чија примена може да се придонесе за подобрување на квалитетот на наставата. Покрај тоа, со проучување на современата домашна и странска методичка литература, дојдовме до сознание дека некои правци во современата методика на почетната настава по математика даваат можност да се применат и во нашата практика. Со нивно прилагодување на нашите услови, може да се придонесе за надминување на воочените слабости во наставната практика и зголемување на нејзината ефективност.

Овие сознанија не поттикнува да реализираме неколку методички концепти во почетната настава по математика и истите да ги проучиме преку квалитативно истражување. Имено, примената на концептите ја следејме преку партиципативното набљудување, кое ни овозможи да дојдовме до повеќе сознанија за нивните вредности.

Добиените сознанија од партиципативното набљудување поврзани со сознанијата од проучувањето на современата методичка литература, што се однесува на почетната настава по математика ни овозможија да дефинираме неколку методички концепти за почетната настава по математика, кои ќе ги презентираме во продолжение.

За поцелосно образложување на концептите, теориската обработка и практичната примена во истражувањето ги даваме во единство.

1. КОНЦЕПТ НА ДЕСКРИПЦИЈА, АНАЛИЗА, СИНТЕЗА, СПОРЕДУВАЊЕ, АПСТРАКЦИЈА И ГЕНЕРАЛИЗАЦИЈА

Во процесот на модернизација на наставата по математика, во втората половина на XX век, на површината излегуваат повеќе методички проблеми, што го окупираат вниманието на стручната и научната јавност. Еден од тие проблеми е развојот на математичкото мислење на учениците. Во периодот што и претходи на модернизацијата, на овој проблем не му се посветувало доволно внимание, затоа што се сметало дека математичкото мислење кај учениците се развива стихийно, во процесот на наставата по математика. Во таа смисла рускиот математичар и методичар **Маркушевич** нагласува дека: „целите на математичкото образование неретко се стеснуваа, така што со математичкото мислење малку се бавевме и тоа дојде на заден план,“ (11,9)

По реформата општо прифатена е тенденцијата наместо усвојување на изолирани математички факти, вниманието да се насочи кон развој на математичкото мислење на учениците. Остварувањето на оваа определба е во директна зависност од формите на мисловно ангажирање на учениците во наставата, односно какво место ќе се даде на анализата, синтезата, споредувањето, апстракцијата и генерализацијата, како и на опишувањето на математичките факти при материјалната дејност, како мост за премин од материјална, сетилна дејност, кон мисловна. Развојот на мислењето на учениците непосредно се поврзува со формирањето на математичките поими. Поконкретно, математичките поими се основен и најзначаен елемент за разбирање и совладување на програмските содржини во почетната настава по математика. „Тие претставуваат основна градба на мислењето и придвижувачи на интелектуалната работа.“ (8,29) Меѓутоа, правилното формирање на поимите што се изучуваат е само првиот чекор во успешното усвојување на математичките знаења.

Математиката е дедуктивна наука и како таква не го прифаќа искусственото потврдување на математичките вистини. Меѓутоа, во создајниот процес „таа има две етапи - етапа што и претходи на дедуктивната теорија, кога се натрупуваат факти

(експериментални, индуктивни) и следното после неа - етапа на примена.“ (22,125)

Тие две етапи, независно дали се прифаќаат како математички или околу математички, во почетната настава по математика не се помалку значајни од дедуктивната теорија, затоа што во наставата грижата треба да се насочи кон формирање на поимите што се изучуваат, зависно од можностите на учениците, отколку да се докажува на доволно строго ниво.

Сетилното искуство добива на значење ако тоа е проследено со мисловни активности (анализа, синтеза, споредување, апстракција и генерализација), како и со опишување на релевантните својства на објектите што се проучуваат.

1.1 ДЕСКРИПЦИЈА

Терминот дескрипција потекнува од латинскиот збор *descriptio* и означува *опис, опишување, оцртување* (без да се навлегува во толкување). (Според 15, 156)

Кога станува збор за дескрипција во наставата, *„се однесува на опишувањето како форма на вербално искажување, а се применува кога се сака вербално да се изразат надворешните својства на објектот, предметот, појавата.“* (17,110) Во наставата може да се опишува сето она што се доживува сетилно. Појдувајќи од бројноста на сетилните подрачја, можат да се евидентираат бројни сетилни квалитети, што се од значење за создајната дејност на учениците. Оттука, опишувањето ќе биде подетално и посодржајно, ако со него се опфатени што повеќе сетилни подрачја и нивните квалитети.

При формирањето на математичките поими, психолошко логичкиот процес започнува со сетилното (перцепциите и претставите) и завршува со рационалното (мисловното). На патот од сетилното до мисловното, значајна улога има вербалното опишување на сетилната дејност. Имено, *„доследната и правилната употреба на говорот во формирањето на математичките поими го помага преминот од перцептивни, на мисловни дејности.“* (8,41) Вербалното изразување или опишување на материјалната дејност го стимулира развојот на

мислењето и овозможува надворешната, материјалната дејност да се трансформира во внатрешна, мисловна. Бидејќи дескрипцијата се однесува на вербалното на надворешните својства на математичките објекти што се проучуваат, тоа во наставата е нужно поврзано со *набљудувањето*, како организирано и раководено перцепирање. Ова набљудување може да биде непосредно, односно по формирани претстави.

„Набљудување се вика метод на изучување, фиксирање на својствата и односите на одделните објекти и појави, од непосредната околина, разгледувани во нивните природни услови и во онаа природна врска на признаците на објектот, во каква што тие постојат во самите себе.“ (6,43)

Дефиницијата укажува дека набљудувањето треба да се разликува од восприемањето. Поконкретно, додека восприемањето е процес на непосредно одразување на објектот на сознанието, во моментот кога тој делува на сетилата, набљудувањето подразбира фиксирање во умот и понатамошно фиксирање во говор (или со пишување) на резултатите од набљудувањето.

Набљудувањето ја добива својата методичка смисла, ако демонстрацијата е раководена кон набљудување на суштествените својства на објектот што е предмет на проучување и е проследено со опишување на набљудуваниот објект и на воочените својства на истиот. При организирано и раководено набљудување учениците сетилно дожививаат бројни својства на објектот што го проучуваат. Во случајов вниманието на учениците се насочува кон суштествените својства, затоа што тие се значајни за создајната дејност. Во таа смисла е и опишувањето на тие својства, на врските и односите меѓу нив, како и на врските на набљудуваниот објект со други слични објекти, со цел да се најдат еднаквоста и разликите меѓу нив.

Опишувањето на перцепираното при набљудувањето е основа што овозможува премин од материјална на мисловна дејност. Поконкретно, врската помеѓу набљудувањето, опишувањето и мисловната дејност ќе ја согледаме низ теоријата на **П.Ј.Галперин**, според која мисловната дејност се изградува во три карактеристични етапи:

1. *Материјално изведување на дејноста.* Тоа подразбира

работа со конкретни предмети, со што се материјализира идната мисловна дејност. Всушност, дејноста во првата етапа ја поврзува мисловната дејност со физичкото, сетилното искуство на учениците, а во наредната дејност се внесува смисла и се олеснува разбирањето, бидејќи некои елементи на мисловната операција му се достапни на сетилното сознание.

2. *Говорно изведување на дејноста.* На оваа етапа материјалната дејност се изведува вербално, т.е. се опишува, со што се доближува до мисловната. Вредноста на опишувањето на дејноста е во мисловната репродукција на материјалната дејност и овозможува да се добијат мисли за неа. Со опишувањето на материјалната дејност ученикот наполно се ослободува од неа и се насочува кон мисловната. На тој начин, опишувањето го добива вистинското значење и постанува основа на мислењето.
3. *Пренесување на дејноста на мисловното подрачје.* На почетокот на оваа етапа мисловното изведување на дејноста се уште е поткрепено со говор (говор во себе или внатрешен говор), но постепено тоа станува внатрешна, ментална активност.

Успешното опишување подразбира:

- материјалната дејност, како основа на мисловната, да е сообразена со возрасните особини на учениците (манипулирање со познати предмети, видливо истакнати својства што се предмет на проучување, можност за вербално искажување на сетилно создаеното со јазикот на учениците и сл);
- можност за аналитичка дејност и споредување на својствата на објектите што се проучуваат, согледување и одделување на несуштествените својства и нивно апстрахирање;
- синтеза на суштествените својства на објектот што се проучува, можност за нивна генерализација и вербално искажување на истата, во форма која ги задоволува

методичките барања;

- синтеза на својствата признаци и дефинирање на поимот, кога е создадена потребна и доволна основа за тоа.

1.2 АНАЛИЗА И СИНТЕЗА

Анализата и синтезата, како научни методи, играат значајна улога во математичките истражувања. Меѓутоа, исто толку е голема и нивната улога во наставата по математика, во која тие се јавуваат како методички постапки од различен вид:

- решавање на задачи,
- изучување на својствата на математичките објекти,
- одделување на суштествените својства на математичките поими,
- класификација на математичките поими и сл.

Мошне значајно, од аспект на примената на анализата и синтезата во наставата по математика, е што тие се јавуваат како форми на мислењето, односно како најважни карактеристики на мислењето. Од психолошка гледна точка *„процесот на мислење е пред се анализирање и синтетизирање на тоа, кое се одбира со анализата, понатаму тоа е апстракција и генерализација, кои се производи од нив.“* (20,28)

Терминот анализа (грчки analysis) е *„мисловно разложување на стабилна целина, пошироко или потесно, на нејзините составни делови (елементи, компоненти, членови исл.) заради запознавање на деловите и нивните меѓусебни врски.“* (17,20)

Со анализа може да се разгледува, проучува, се она што треба да се запознае во неговата внатрешна структура. Бројни дидактичари укажувале дека анализата е карактеристична мисловна операција со големо методичко значење и нејзината примена во наставата е нужна, затоа што создава бројни можности за успешна сознајна и активна работа на учениците. Анализата често може да биде проследена со практична работа на учениците и со различни форми на вербално изразување, што ја зголемува нејзината методичка вредност.

Во почетната настава по математика на анализата треба да и

се даде соодветно значење, бидејќи една од доминантните цели на наставата е формирање на математичките поими, предвидени со Наставната програма, а тоа подразбира запознавање со елементите и својствата на поимот и нивните меѓусебни односи што успешно може да се оставри со анализа на поимот. При формирањето на математичките поими, тие се разложуваат на нивните елементи, со цел да се проучат врските и односите меѓу елементите. Со тоа се доаѓа и до суштествените својства на поимот, при што се создаваат и нужните претпоставки за формирање на побогата и посодржајна претстава за поимот, а понекогаш и дефинирање на истиот.

Појдувајќи од суштествените својства на поимот, се создаваат можности за утврдување на еднаквоста и разликата на некои својства на поимот што се проучува и својствата на порано усвоените поими, што имаат некаква врска со него и на тој начин истиот се става во системот на математички поими. На пример, со анализа проследена со практични активности на учениците (мерење, броење, споредување), се доаѓа до сознание дека:

- правоаголникот има 4 агли, 4 темиња и 4 страни, според тоа правоаголникот е четириаголник;
- со мерење на аглите на повеќе четириаголници, меѓу кои има и правоаголници, учениците утврдуваат дека во правоаголникот сите агли се прави, по што тој се разликува од останатите четириаголници.

Врз основа на утврдените еднаквости и разлики во својствата, може да се искаже дека: *Правоаголник е четириаголник со прави агли.*

Со тоа правоаголникот е поставен во системот поими во класата четириаголници, но од посебен вид, со видова одлика *аглите му се прави.*

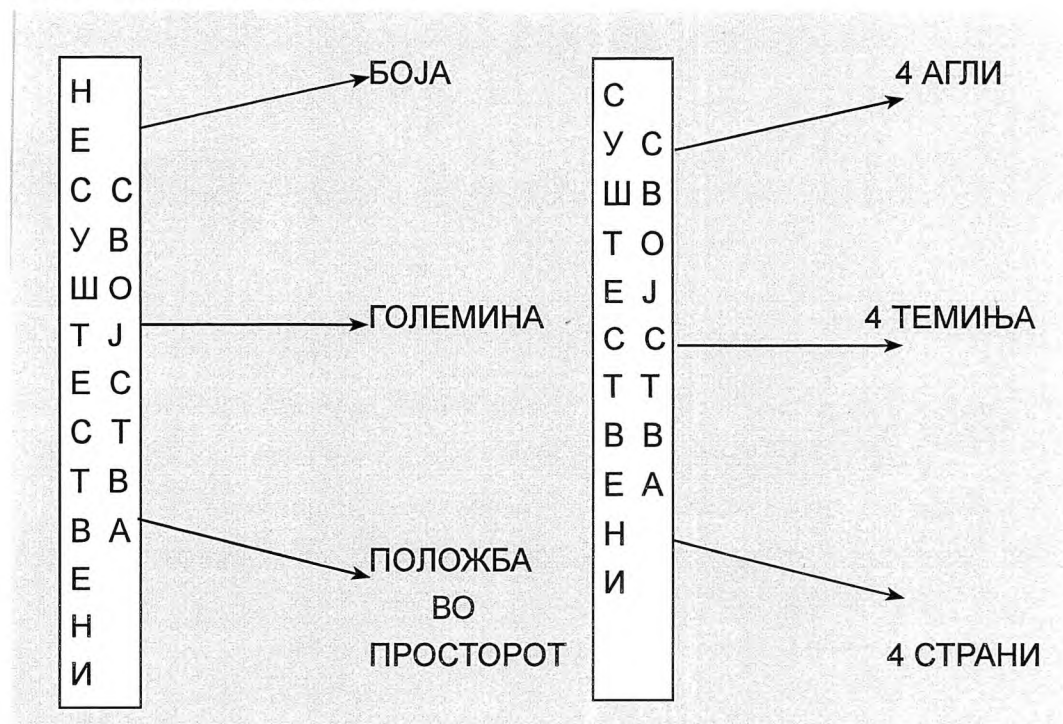
Анализата се појавува во две форми и тоа:

- анализа со филтер,
- анализа со синтеза.

Карактеристично за **анализата со филтер** е тоа што при решавањето на создајната задача се дејствува без систем, односно без одреден ред се бара начин за решавање на задачата, се прават

различни обиди, од кои некои даваат резултат, а некои не. Тие што даваат резултат се задржуваат, а тие што не даваат се отфрлаат.

При формирањето на математичките поими тоа би значело дека се разгледуваат сите воочливи својства на поимот што се проучува, оние што не се суштествени се отфрлаат, додека општите, суштествените својства се задржуваат. Така, во претходниот пример со правоаголникот, се разгледуваат својствата:



Наведните несуштествени својства се отфрлаат, а се задржуваат суштествените, што го одредуваат видот и видовата одлика, и истите важат за сите правоаголници.

Според **Рубинштајн** (Рубинштейн) анализата со филтер е основен нерв на мислењето и е особено значајна за учениците од мала училишна возраст, затоа што „објектот на проучување во процесот на мислењето се појавува во се понови врски и поради тоа се појавува во нови и нови квалитети, кои се фиксираат во нови поими“. (20,98) На пример, анализирајќи го поимот четириаголник, се откриваат некои посебни својства: четириаголник со прави агли - правоаголник, четириаголник со две по две соседни страни еднакви - делтоид и сл.

Анализата преку синтеза е постапка со која се создаваат нови својства на објектот што се проучува, со

вклучување на тие својства и врските меѓу нив во систем, во кој тие својства можат да се откријат. Така, со анализа преку синтеза во правоаголникот се проучуваат само: бројот на аглите (страните, темињата), за да се утврди припадност на родот четириаголници, видот на аглите, за да се утврди по што правоаголникот се разликува од другите четириаголници и релациите меѓу страните - спротивните страни се еднакви.

Синтеза (грчки *synthesis*) „е мисловна операција на соединување на запознаените елементи во стабилна целина“. (18,340) Таа е инверзна мисловна операција од анализата. Од таа причина синтезата ги има истите аспекти на примена на анализата во наставата, само во инверзна форма. Меѓутоа, „дури анализата е инструмент на запознавање, синтезата е карактеристична за создавањето“. (17,20) Оттаму, бидејќи нема создавање без запознавање, во современите теории за наставата и учењето решение се бара во дијалектичкото единство на анализата и синтезата, од каде произлегува **аналитичко - синтетичкиот приод**. На тој начин се формира методички приод кој ги обединува добрите страни на анализата и на синтезата.

Аналитичко - синтетичкиот приод, во почетната настава по математика може да даде мошне добри резултати при:

- решавањето на математички задачи воопшто и посебно сложени текстуални задачи,
- формирањето на математичките поими,
- при класификација на математичките поими,
- при решавањето на равенки и др.

Секоја сложена текстуална задача, со примена на анализа, се разложува на прости задачи - компоненти, а со синтеза на решенијата на компонентите се доаѓа до решение на сложената текстуална задача.

При воведувањето на математичките поими, мошне е значајно со анализа да се одвојат суштествените својства на поимот и врските меѓу неговите елементи, а потоа со синтеза на запознаеното да се формира содржајна претстава за поимот, а понекогаш истиот да се дефинира.

При класификацијата на математичките поими, со анализа на својствата се утврдува разликата меѓу некои облици на поимот што се проучува и тоа се зема како основа за класификација. На пример, во

секој триаголник има барем два остри агли. Третиот агол може да биде: остар, прав или тап, што е основа за класификација на триаголниците според аглите, што е синтеза на запознаеното со анализата.

Решавањето на равенките во почетната настава по математика се остварува врз основа на својствата на аритметичките операции, а не според алгебарските правила. Тоа подразбира со анализа на равенката да се утврдат врските меѓу компонентите и резултатите во операцијата искажана со равенката и врз основа на тие сознанија се врши синтеза, во вид на броен израз, со чие решавање се доаѓа до решение на равенката.

1.3 СПОРЕДУВАЊЕ

При проучувањето на математичките објекти често пати е потребно да се утврдат еднаквите и различните својства на објектот што се проучува и други објекти, што се значајни за проучувањето. Тоа се оставрува со мисловната операција споредување, која се состои во споредување на објектите што се проучуваат, со цел да се открие еднаквоста и разликите меѓу нив.

Поконкретно, споредувањето „е посебна интелектуална дејност на човекот, при што тој ги става во меѓусебен однос две или повеќе релати или членови на споредувањето, за да се констатира што меѓу нив е идентично, и во што се специфичните разлики.“ (15,483) Со ваквата интелектуална дејност на човекот се овозможува издвојување на заеднички и различни елементи на објектите на проучување, со што се одредува степенот на нивната сличност.

Со примена на споредувањето во наставата, стекнатото знаење сознајно се продлабочува и се систематизира. За успешно споредување треба добро да се познаваат членовите на споредувањето, да не се поаѓа само од еднаквоста или само од разликите, поимите кои се споредуваат да не се многу слични и сл.

Кога вршат споредување, учениците оперираат главно, со својства на различни математички објекти. Тоа придонесува кај нив да се формираат поквалитетни претстави и поими. Во тој процес учениците ги применуваат порано здобиените знаења во нови ситуации на учење,

се развива мисловната операција класификација, а способноста за воопштување се издига на повисоко ниво.

Учениците од одделенска настава, во согласност со нивните возрасни особености, умеат да споредуваат, главно со примена на набљудување, спротивставуваат геометриски фигури и нивни својства кога манипулираат со модели на геометриски фигури, предмети со соодветна форма, слики или цртежи. Тоа подоцна ќе прерасне во умеења и способности за споредување на геометриски форми по претстава. Развојот на мисловната операција споредување во наставата по математика се одвива, главно во две насоки, и тоа:

- 1) постепен премин од споредување при непосредно набљудување на математички објекти, кон повисоко ниво - споредување по претстава. Така, учениците од прво одделение ги споредуваат кругот, квадратот, правоаголникот и триаголникот на конкретни предмети.

2) од споредување по еден, кон споредување по две или повеќе суштествени својства (признаци) и сè поцелосно откривање на суштествените својства на математичките објекти.

На пример, учениците од прво одделение правоаголникот и квадратот ги споредуваат со примена на конкретни објекти. Меѓутоа, во второ, трето и четврто одделение откако се здобиле со знаења за мерење на отсечки и агли, поконкретно со прав агол, овие геометриски фигури ги споредуваат според видот на аглите и според релациите меѓу страните, односно според две суштествени својства. Со споредување на правоаголникот и квадратот според аглите и страните, учениците ја утврдуваат еднаквоста, односно разликата меѓу овие фигури, со што претставите за нив се издигнуваат на повисоко ниво и постепено се формираат поимите.

Еднаквоста и разликата меѓу правоаголникот и квадратот може да се согледа во табелава:

Еднаквост	Разлика
1. Тие се четириаголници. 2. Сите агли им се прави.	1. Во квадратот сите страни се еднакви. 2. Во правоаголникот спротивните страни се еднакви.

Споредувањето како мисловна дејност, е тесно поврзано со анализата и синтезата и претставува одделување на одредени својства на математичките поими, за натамошно утврдување на врските и односите меѓу нив. Всушност, со анализа се утврдуваат суштествените својства на математичките поими што се споредуваат, а потоа се определува еднаквоста, односно разликата меѓу нив. Врз основа на споредувањето, со кое се објаснува еднаквоста во родот на математичките поими што се проучуваат, се доаѓа до одредени форми на генерализирање, што е мисловно соединување на одделните општи суштествени својства на поимите што се проучуваат, односно се оставрува првата етапа од усвојувањето на поимот што се проучува и се создава основа за негово дефинирање.

Споредувањето се наоѓа во основа на секој спознаен акт, затоа што со „него се утврдува:

- *по што новиот поим што се изучува е еднаков со некои порано изучени поими,*
- *по што новиот поим што се изучува се разликува од порано изучените поими,*
- *какви се врските и релациите помеѓу елементите на новиот поим.“ (8,17)*

Споредувањето се извршува според одредени правила:

1. *Споредувањето да има смисла.* Тоа значи да се врши споредување на математички објекти меѓу кои постои одредена меѓусебна врска. Така, може да се споредуваат геометриски фигури од ист род (на пр. четириаголници), еднородни математички величини (должина, плоштина, волумен) и сл.
2. *Споредувањето треба да се извршува плански.* Тоа подразбира одделување на својствата според кои ќе се врши споредувањето. Така, триаголниците можат да се споредуваат според страните, аглиите, плоштината, обиколката. Од друга страна, пак, броевите можат да се споредуваат по големина, според деливост со некој број и слично.

3. Споредувањето според едни исти својства треба да биде целосно. Имено, споредувањето треба да се изведува до крај. Така, ако правоаголникот и квадратот се споредуваат според својствата на страните и се утврди еднаквоста на сите агли на правоаголникот и на квадратот, тогаш ќе дојде до погрешна генерализација, бидејќи е утврдена еднаквоста, а не е утврдена разликата, односно дека сите страни на квадратот се еднакви, а на правоаголникот не се.

1.4 АПСТРАКЦИЈА И ГЕНЕРАЛИЗАЦИЈА

Со терминот апстракција (лат. *apstractio*) се означува „*мисливно издвојување на суштествените својства на предметите, а испуштање на несуштествените елементи, за да се утврди општото, заедничкото.*“ (15,55) Од методички аспект тоа е заеднички назив за различни видови мисловни активности при запознавање на математичките објекти што се проучуваат, како што се: математички поими, принципи, закони, својства, дефиниции, заклучоци и сл.

Во методичка смисла патот може да биде двоен:

- **апстрахирање**, кога настанува одделување на суштествените од несуштествените својства на објектот што се проучува, и
- **елиминирање**, кога прво се одделуваат несуштествените својства, за да преостанат суштествените.

Појдувајќи од овие патишта некои автори спомнуваат два вида апстракција: генерализаторна и изолаторна. Сепак, „*во наставата е најпогодно синхронизирано да се применуваат и двете постапки.*“ (17,31)

Во почетната настава по математика апстракцијата има мошне значајна улога при формирањето на математичките поими. Притоа треба да се има предвид дека апстракцијата се комбинира, а често се засновува на други мисловни операции, особено на анализата. Имено, со анализа на предметот на проучување - математичкиот поим, истиот се анализира, се откриваат неговите елементи и својства, се утврдува

кои од нив се суштествени, а кои не и потоа доаѓа до елиминирање на несуштествените.

На пример, при формирање на поимот природен број 3, се набљудуваат различни множества со по 3 елементи: 3 *боички*, 3 *кружни плочки*, 3 *клупи*, 3 *ученика* итн. Со апстракција се елиминираат: видот на елементите, нивната големина, боја, положба во просторот, намена, кои се променливи, а се задржува бројот на елементите, како суштествено својство на поимот.

Апстракциите се формираат и егзистираат во свеста на учениците и тие треба да придонесат за сфаќање, разбирање на поимот. Тоа може да се оствари ако апстракцијата е во склоп на разновиден и богат инструментариум, кој се искажува во бројни мисловни операции.

Апстракцијата се појавува во две форми;

- при сетилното восприемање на објектот на проучување можат да се апстрахираат некои негови својства и да се одделат од некои други негови својства;
- апстракција кога се излегува од рамките на сетилното. Така, кога се врши класификација на триаголниците според видот на аглите, учениците не обраќаат внимание на страните и релациите меѓу нив, туку оперираат со апстрактниот поим триаголник, а вниманието го насочуваат кон аглите.

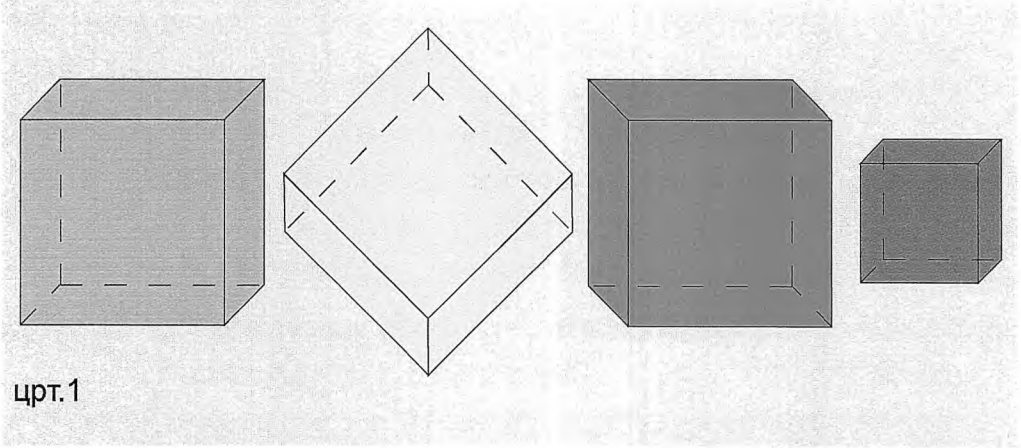
Кога со помош на апстракција се одвоени суштествените својства на објектот на проучување, тогаш се врши поврзување на тие својства во една целина и таа целина претставува критериум за проширување на сите објекти со тие својства. Таа постапка се вика *генерализација*.

Генерализацијата (лат. generalization) „е резултат од мисловен процес на воопштување врз основа на спознавањето на низа единечни факти.“ (17,222) Додека фактите се создадени поединости за математичките објекти (поимите), генерализација е мисловна надградба на тој создаен процес во свеста на учениците. Затоа меѓу фактите и генерализациите постои дијалектички однос на поединечното и општото, често и на конкретното и апстрактното.

При конкретно - индуктивниот приод при формирањето на поимите, генерализацијата е премин од разгледување на еден објект

или појава, на разгледување на множество објекти или појави, односно генерализацијата е мисловна синтеза на суштествените белези во низата поединечни факти. Така, во претходниот пример се генерализира дека : сите разгледувани множества имаат ист број елементи - 3, но има многу множества кои го имаат истото својство - имаат 3 елементи, што значи дека бројот 3 е заедничко својство на сите множества што имаат 3 елементи.

Да го разгледаме патот од апстракција до генерализација на примерот на постапката за пресметување на плоштина на коцка. На почетокот учениците вршат анализа на повеќе модели на коцка и споредување на елементите и се одвојуваат несуштествените од суштествените својства:



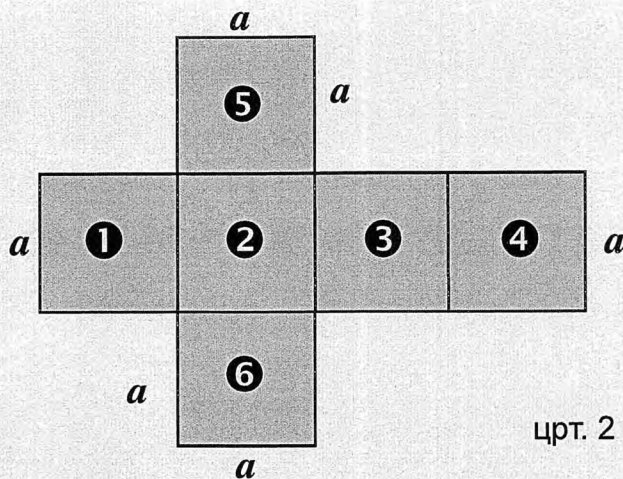
црт.1

несуштествени својства	суштествени својства
Моделите на коцка се : 1. Од различен материјал; 2. Различни се по големина; 3. Различни се по боја; 4. Имаат различни положби во просторот.	Сите коцки имаат: 1. 8 темиња; 2. 12 рабови; 3. 6 страни; 4. Страните се складни квадрати.

Несуштествените својства се отфрлаат, а се врши синтеза на оние суштествени својства, што се потребни и доволни за решавање на проблемот, односно: *коцката има 6 страни, сите страни се квадрати, складни меѓу себе (имаат еднакви плоштини).*

Сега предмет на набљудување станува мрежата на коцката како сложена геометрирска форма. Притоа учениците ги применуваат порано усвоените знаења за:

- плоштина на сложена фигура, како збир на од плоштините на деловите;
- формулата и постапката за пресметување на плоштина на квадрат.



црт. 2

Сознајниот процес натаму се одвива по следниов редослед:

1. Означување на плоштината на секој дел од сложената фигура со формулата: $P_1 = a \cdot a$, $P_2 = a \cdot a$, $P_3 = a \cdot a$, $P_4 = a \cdot a$, $P_5 = a \cdot a$, $P_6 = a \cdot a$.
2. Изразување на плоштината P на коцката како збир од плоштините на страните: $P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6$ односно $P = a \cdot a + a \cdot a + a \cdot a + a \cdot a + a \cdot a + a \cdot a$.
3. Кратко запишување на претходниот запис: $P = 6 \cdot a \cdot a$.
4. Вербално опишување на формулата: таа е добиена со генерализирање на поединечни факти, кон општо.
5. Примена на формулата за пресметување на плоштина на конкретна коцка (со познат раб): ► *Пресметај ја плоштината на коцка со раб $a = 8$ cm.*

Решение; $a = 8$ cm

$$P = 6 \cdot a \cdot a$$

$P = ?$

$$P = 6 \cdot 8 \cdot 8$$

$$P = 6 \cdot 64$$

$$P = 384 \text{ cm}^2$$

Оваа постапка ќе ја прикажеме, во поинаква форма но со иста суштина во рамките на концептот: **Мерење во геометријата.**

РЕФЕРЕНЦИ:

1. Ачовски, Д., (1998), *Методика на наставата по математика, I - IV отделение*, Скопје: П.Ф. „Св. Климент Охридски“
2. Бантова, М., и др., (1976), *Методика преподавания математики в начальных классах*, Москва: Просвещение
3. Гальперин, Т.Ј., (1976), *За интелектуалниот развој на детето*, Просветно дело, бр.5-6
4. Ганчев, И., и др., (2002), *Методика на обучението по математика (обща част)*, Благоевград: Универзитет „Неофит Рилски“
5. Дејић, М., Егерић, М., (2005), *Методика наставе математике*, Јагодине: Учительски факултет
6. Колягин, Н.М., и др., (1975), *Методика преподавания математики в средней школе*, Москва: Просвещение
7. Маджаров, А., и др., (1980), *Методика на обучението по математика*, София: Народна просвета
8. Malinović, T., Malinović-Jovanović, N., (2002), *Metodika nastave matematike*, Vranje: Učiteljski fakultet
9. Манова, Н., Димитров, Д., (2000), *Методика на обучението по математика в началните класове*, Благоевград: Универзитет „Неофит Рилски“
10. Markovac, J., (1992), *Metodika početne nastave matematike*, Zagreb: Školska knjiga
11. Маркушевич, А.И., (1962), *Об очередных задачах преподавания математики в школе*, Математика в школе, бр.2
12. Марјановић, М., (1996) *Методика математике*, Београд: Учительски факултет
13. Метельский, Н.В., (1982), *Дидактика математики*, Минск: Издательство БГУ
14. Метельский, Н.В., (1977), *Психолого-педагогические основания дидактики математики*, Минск: Высшая школа
15. Микиновиќ, Љ., (1990), *Современ лексикон на странски зборови и изрази*, Скопје: Наша книга

16. *Наставен план и програма по математика, I - IV одделение*, (1997), Скопје: Министерство за образование и физичка култура, Педагошки завод на Македонија
17. *Pedagoška enciklopedija 1*, (1989), Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva
18. *Pedagoška enciklopedija 2*, (1989), Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva
19. Penavin, V., i dr., (1974), *Metodički priručnik za neka pitanja početne nastave matematike*, Novi Sad: Međuopštinski prosvetno - pedagoški zavod
20. Рубинштейн, С.Л., (1958), *О мышлений и путах по иселедования*, Москва: Просвещение
21. *Стандарди и постигања*, (2001), Скопје: Биро за развој на образованието
22. Столяр, А.А., (1974), *Педагогика на математиката*, Минск: Высшая школа

2. КОНЦЕПТ НА ЕДНАКВОСТ И РАЗЛИКА

2.1 ОСНОВИ НА КОНЦЕПТОТ

Секој објект поседува одредени својства. Тие својства можат да бидат единечни - својства што ги поседува само еден објект и општи-својства што ги поседуваат множество објекти. Така, на пример, својството на Месечината да ротира околу планетата Земја е единечно својство, затоа што го има само еден објект. Својството на планетите да ротираат околу Сонцето, пак, е општо својство, бидејќи него го имаат сите планети од Сончевиот систем.

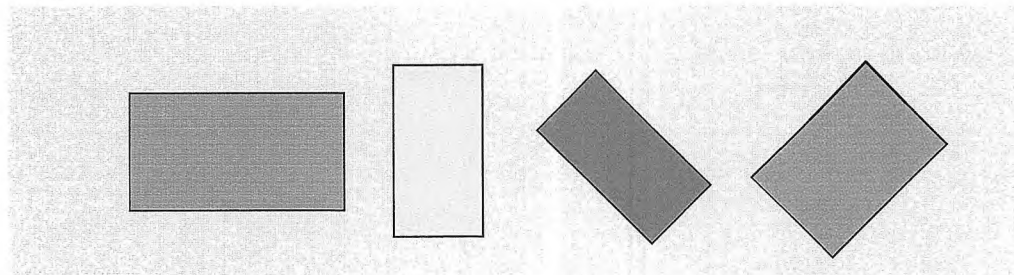
Таа поделба на својствата на објектите се однесува и на математичките објекти, односно на математичките поими. Во нашето натамошно излагање, акцентот ќе го ставиме на општите својства на математичките објекти, главно на математичките поими.

Општите својства на математичките објекти можат да бидат **суштествени** (битни) и **несуштествени** (небитни). Како суштествени својства се земаат оние според кои дадениот математички поим се разликува од другите математички поими. Така, видот на агли на правоаголникот (сите агли се прави) е негово суштествено својство - признак, бидејќи според него правоаголникот се разликува од останатите геометриски поими. Други суштествени својства, значајни за ова ниво на образование се:

- четири страни (агли и темиња),
- еднаквост на спротивните страни.

Додека пак, несуштествени својства на правоаголникот се:

- големина,
- положба,
- релациите меѓу соседните страни и др.



Одредувањето на суштествените, односно несуштествените својства на математичките поими е од големо значење за нивното сознајно усвојување. Утврдувањето на суштествените својства на математичките поими е основа за одредување на еднаквоста и разликата на поимите според својствата, и поставување на поимите во систем, за воопштување, за дефинирање на некои поими, класификација на поимите и сл.

Еднаквоста е постапка за утврдување на еднаквите својства на објектите што се проучуваат, додека разликата е постапка со која се утврдуваат различните својства на објектите. *„Овие операции имаат значајна примена во изградување на математичките поими и воспоставување на логички врски меѓу поимите, т.е. во изведување на математичките тврдења“.*(9,48)

Постапката за утврдување на еднаквоста и разликата е заснована на повеќе мисловни операции, а пред се на анализа, синтеза и споредување. Со нивна примена се утврдуваат суштествените својствата на поимите што се проучуваат, а потоа истите се споредуваат со својствата на порано усвоените поими, значајни за поимот што се изучува.

2.2 ПРИМЕНА НА КОНЦЕПТОТ ВО ФОРМИРАЊЕТО НА МАТЕМАТИЧКИТЕ ПОИМИ

♦ Во почетната настава по математика, каде што поимите се изградуваат, главно, до ниво на содржајна и богата претстава, за некои поими се дава и дефиниција. Најчест вид на дефиниција е со најблизок родов поим и видова одлика. За да може да се искаже таква дефиниција, родовиот поим треба да се утврди со еднаквоста на својствата на поимот што се формира и родовиот поим, а потоа да се утврди по што поимот се разликува од родовиот поим. На пример, да искажеме еден таков тип дефиниција за поимот правоаголен триаголник. Најблизок родов поим на поимот правоаголен триаголник е поимот триаголник. Со споредување на суштествените својства на тие два поими, се утврдува следново:

еднакви се:	различно е:
• бројот на страните, • бројот на аглите, • бројот на темињата	• во правоаголниот триаголник има еден прав агол.

Значи со споредувањето на суштествените својства на двата поими се утврдија својствата кои се однесуваат на родовиот поим - триаголник, а кои се заеднички и за правоаголниот триаголник, односно се утврди нивната еднаквоста. Но преку истата постапка се издвоија и својствата по кои правоаголниот триаголник се разликува од родовиот поим триаголник - видова одлика, односно се утврди нивната разлика.

Врз основана овие факти може да се изведе заклучок: „Правоаголен триаголник е триаголник кој има еден прав агол.“ Оваа постапка подоцна ќе ја прикажеме на формирањето на помот правоаголник.

♦ Со утврдување на еднаквоста и разликата можат да се одредат некои својства на математичките објекти, особено на аритметичките операции, како што се комутативноста и асоцијативноста на собирањето и на множењето, дистрибутивноста на множењето и делењето во однос на собирањето и на одземањето, зависноста на збирот од промената на собираците и др.

На пример, ако во збирот $36 + 64 = 100$, првиот собирок се зголеми за 10, ќе се добие изразот: $(36 + 10) + 64 = 110$.

Со анализа и споредување ќе се утврди дека во првиот и вториот израз се еднакви вторите собираци, а првите собираци и збирот се различни. Поконкретно, првиот собирок е зголемен за 10 и збирот се зголемил за 10.

Врз основа на неколку такви примери, ќе се дојде до факти кои покажуваат дека: „ако еден од собираците се зголеми за даден број и збирот се зголемува за истиот број.“

♦ Геометриските тела имаат заеднички својства (својства кои се еднакви): зафаќаат ограничен дел од просторот и имаат три димензии - должина, ширина и висина. Меѓутоа, тие се разликуваат по видот на површините со кои тие се ограничени. Така, некои од нив се ограничени само со рамни површини, а други со рамни и криви или само со криви површини.

Разликата во површините со кои се ограничени геометриските тела се зема за критериум во класификација на *рабести* - ограничени само со рамни површини и *облести* - ограничени со рамни и со криви или само со криви површини.

♦ Во методичката литература се наведуваат два начина по кои се доаѓа до генерализирање:

- генерализирање врз основа на мерење и споредување,
- генерализирање врз основа на докажување.

Генерализирање врз основа на мерење и споредување се применува со ученици од мала училишна возраст (одделенска настава на основното образование), додека со ученици од повисоките степени на образование се применува воопштување со докажување. Ваквите методички ставови се засновани на возрасните особености и можности на учениците. Имено, учениците од мала училишна возраст, кои се на стадиум на конкретни операции во интелектуалниот развој, не се подготвени за дедуктивно расудување, туку врз основа на практични активности, кои вклучуваат поклопувања, мерења, споредувања, односно со конкретна поткрепа на мислењето доаѓаат до генерализации.

Генерализацијата врз основа на мерење и споредување има големо воспитно - образовно значење, бидејќи е засновано на :

- самостојна работа на учениците,
- проблемска ситуација, чие што решавање во себе вклучува повеќе мисловни операции: анализа, синтеза, споредување, апстракција и генерализација,
- самостојно изведување на заклучоци врз основа на резултатите од мерењето и споредувањето,
- примена на порано здобиените знаења во нови ситуации на учење.

2.3 ПРАКТИЧНА ПРИМЕНА НА КОНЦЕПТОТ

Практичната примена на концептот еднаквост и разлика и резултатите од неговата примена ќе ги прикажеме низ следењето на два наставни часа, организирани врз основа на овој концепт. Во тој контекст ќе наведеме реализација на наставните содржини: *Правоаголник и Комутативното својство на множењето.*

Правоаголник

Сознајниот процес на запознавање со поимот правоаголник ќе го засноваме на дефинираните цели во Наставниот план и програм. За нивно подобро остварување, ќе се настојува максимална искористеност на учениковите предзнаења и искуства во сознајната ретроспективата, а процесот на учење ќе се реализира преку низа активности на учење и поучување. Дали поставените цели се реализирани ќе ги компарираме со одредените образовни излези. Наведените елементи ќе ги презентираме табеларно, во табелата:

ЦЕЛИ	ПРЕДЗНАЕЊА И ИСКУСТВА	АКТИВНОСТИ	О Б Р А З О В Н И ИЗЛЕЗИ
Учениците да: • ги утврдуваат суштествените својства на правоаголникот, • ги генерализираат суштествените својства на правоаголникот • го опишат правоаголникот преку суштествените својства, како четириаголник со прави агли.	• препознавање на правоаголник, • многуаголник како затворена искршена линија, • именување на четириаголник, • мерење на агли.	• набљудување и анализирање на модели на геометриски фигури, • мерење на агли со поклопување со модел на прав агол, • одвојување на четириаголник како посебен вид многуаголник, • утврдување на разликата на правоаголникот и другите четириаголници, • утврдување на суштествените својства на правоаголникот, • изведување на генерализација за правоаголник, • опишување на правоаголникот преку суштествените својства.	Учениците: • го разликуваат правоаголникот од останатите четириаголници според аглите, • умеат да ги согледаат суштествените својства на правоаголникот, • умеат да извршат генерализација на суштествените својства и да го опишат правоаголникот како четириаголник со прави агли.

А. Сознајна ретроспектива → Во прво одделение ученицитесе запознале со правоаголникот, но здобиените знаења се на степен на препознавање. Меѓутоа учениците знаат и што е многуаголник, како и четириаголник како многуаголник со 4 страни (темиња, агли). Исто така знаат да измерат и утврдат дали еден агол е прав или не е. Затоа во ретроспективата, наставничката ги актуализираше следниве порано здобиени знаења:

- препознавање на правоаголник во група со круг, квадрат и триаголник, нацртани на хамер, (изучувано во I одделение);
- отворена и затворена искршена линија и именување на затворената искршена линија како многуаголник;
- именување на многуаголник со 4 страни (агли и темиња) како четириаголник;
- утврдување со мерење дали еден агол е прав или не е прав.

За актуализирање на наведените знаења и искуства на учениците, наставничката реализираше низа активности во кои заедно со учениците работеа со модели од геометриски фигури како и искршени линии и многуаголници, нацртани на хамер. Со следењето на дијалогот воочивме дека учениците имаат мошне солидни знаења за наведените поими. Потоа на учениците, кои и вообичаено се поделени во 4 групи, им подели модели на прави, остри и тапи агли, при што со мерење требаше да ги издвојат правите агли. Со увидот во нивната работа констатиравме дека сите групи, активноста успешно ја реализираа. Така беа извршени подготовките за процесот на учење и поучување.

Б. Учечко - поучувачка акција → Целта на оваа наставна единица беше учениците низ самостојна работа да дојдат до генерализацијата: правоаголник е четириаголник на кој сите агли му се прави. Во таа активност на учениците до полн израз дојде аналитичко-синтетичката дејност и утврдување на еднаквоста и разликата меѓу поими од ист род (многуаголник - четириаголник, четириаголник - правоаголник), како и одделувањето на суштествените својства на правоаголникот.

Во акцијата беше применет методот на работа со текст - наставно

ливче за здобивање на нови знаења, насловено како *“Наставно ливче - правоаголник”*. (Прилог 1) . Наставното ливче е составено од 7 задачи, поставени во систем, кој е насочен кон генерализацијата поставена во целта. Во задачата 1 откако одредија кои од дадените фигури се четириаголници, учениците ги утврдија и еднаквоста и разликата на дадените објекти:

Н: „Како се именуваат тие фигури со заедничко име?“

У1: „Тие се четириаголници.“

Н: „Значи бројот на страните е заедничко својство на фигурите 2 и 4. По што тие фигури се разликуваат една од друга?“

У2: „Тие се разликуваат според бројот на страните .“

Во задача 2 од учениците се бара да одредат во кои четириаголници има прав агол. Со решавањето на оваа задача учениците ја согледаа:

- а) *еднаквоста* - сите многуаголници се четириаголници,
- б) *разликата* - има четириаголници без прав агол, со еден прав агол, со два прави агли, но има и такви во кои сите агли се прави.

Како и претходната и во оваа задача успешноста на учениците беше на завидно ниво, што го согледавме во увидот на нивните листови.

Во задачата 3 се бара од учениците да одредат какви се аглите во четириаголниците на цртежот (правоаголници во различна положба). При анализата на задачата наставничката и учениците го водеа следниот дијалог:

Н: „Од кој вид се четириаголниците на цртежот?“

У3: „Тоа се правоаголници.“

Н: „Од кој вид се сите агли во нив?“

У4: „Сите агли се прави.“

При решавањето на оваа задача учениците треба да согледаат дека: а) правоаголникот е четириаголник (прво суштествено својство - родовиот поим на правоаголникот) и б) дека во правоаголникот сите агли се прави (второто суштествено својство - видовата одлика), со што е создадена основа за генерализацијата: *правоаголник е четириаголник на кој сите агли му се прави*.

Бидејќи нашата цел е учениците самостојно да го дефинираат поимот правоаголник, во наредната задача тоа и се побара од нив. Имено, тие треба да ја дополнат реченицата, во која е даден родовиот

поим четириаголник, а сами да дополнат дека таков четириаголник е правоаголник. Сите ученици успешно ја дополнија истата.

Наредната активност во задачата 5 е да ја дополнат дефиницијата за правоаголник со неговото суштествено својство - прави агли. Овде наставничката почувствува потреба да ги потсети учениците да обрнат внимание на аглите.

Во одговорите на учениците беа дадени, главно две формулации - сите агли му се прави или има четири прави агли, кои можат да се сметаат за точни. Потоа наставничката побара од неколку ученици да ја повторат изведената дефиниција:

У5: „Правоаголник е четириаголник на кој сите агли му се прави.”

Повратна информација за тоа колку учениците ја сфатиле суштината на изведената генерализација се доби преку задачите 6 и 7. Во нив се бара од учениците да ги проверат и потврдат суштествените својства на правоаголникот одредувајќи ги нивните разлики во однос на други четириаголници. Така во задачата 6 сите ученици точно ги определија правоаголниците меѓу други четириаголници. Во задачата 7, пак, одговорите се сведуваа на :

- сите агли не му се прави,
- има само два прави агли,
- аглите при темињата В и С не се прави.

Сите вакви одговори наставничката ги прифати како точни.

Со примена на ова наставно ливче учениците самостојно ја изведоа генерализацијата за правоаголникот, преку споредување на еднаквоста и разликите на правоаголникот со други четириаголници. Во првата задача учениците, според бројот на страните, аглите и темињата, ги одделија четириаголниците (многуаголници со четири страни) од каде задржаа дека и правоаголникот (фигура 4) е четириаголник. Во втората задача согледаа дека во четириаголниците некои од аглите можат да бидат прави, некои остри, а некои тапи. Меѓутоа, воочија дека има и таков четириаголник во кој сите агли се прави, по што се разликува од останатите четириаголници. Во третата задача четириаголниците се различни според големината, положбата, размерот на соседните страни, бојата, но во сите четири аглите се прави, по што тие се еднакви. Учениците ги препознаа тие

четириаголници, односно усвоија дека тие се правоаголници и правилно ја дополнија реченицата од задачата 5, дека *правоаголник е четириаголник на кој сите агли му се прави*.

Воопштување на суштественото својство на правоаголникот дека сите агли му се прави, учениците направија со задачата 6, каде што тие ги одделија правоаголниците од другите четириаголници и задачата 7, каде образложија зошто дадениот четириаголник не е правоаголник. Со тоа учениците го одредија својството по кое тој се разликува од другите четириаголниците, односно видовата одлика.

В. Сознајна перспектива → Со цел да ги потврди усвоените знаења и умеења наставничката на учениците кои веќе беа поделени во 4 групи им ги даде следниве задолженија:

прва група:	втора група:	трета група:	четврта група:
работа со модели на четириаголници, издвојување на правоаголникот меѓу нив и одредување на суштественото својство - 4 страни.	работа со модели на правоаголници и издвојување на суштественото својство - прави агли.	работа со модели на правоаголник и четириаголник, при што треба да утврдат зошто тој четириаголник не е правоаголник.	да ја обедини работата на групите и од нив да изведе дефиниција за правоаголник.

Добиените резултати од групната работа учениците ги претставија на хамер, а потоа истите ги изложија на паното - математичко катче. Со овие активности, беше потврдена оствареноста на образовните излези предвидени во претрходно дадената табела .

Здобиените знаења за правоаголникот учениците ќе ги применат при:

- цртањето на правоаголник;
- во изучување на квадрат;
- во *пополнувањето* на правоаголник со квадратчиња, при обработката на плоштина на правоаголник.

Комутативно својство на множењето

Учениците уште во прво одделение запознаваат некои својства на аритметичките операции - комутативно својство на собирањето, но на конкретни примери, без употреба на стручна терминологија и вербално искажување. Во погорните одделенија тие својствата се обработуваат посодржајно, со искажување на еднаквоста и разликите, употреба на стручна терминологија и на крај генерализации претставени со општи броеви ($a + b = b + a$, $a \cdot b = b \cdot a$ и сл.).

Ние се определивме да ја следиме наставната единица „Комутативното својство на множењето“ во II одделение, затоа што сметавме дека таму може добро да се согледа методичката вредност на еднаквоста и разликата. Тој час баравме да биде заснован на следниве компоненти, дадени во табелава:

ЦЕЛИ	ПРЕДЗНАЕЊА И ИСКУСТВА	АКТИВНОСТИ	ОБРАЗОВНИ ИЗЛЕЗИ
Учениците: - на конкретни примери да го согледаат комутативното својство на множењето, - вербално да го искажуваат тоа својство на конкретни примери.	- комутативното својство на собирањето, - запишување на производ како збир на еднакви собироци и обратно, - именување на компонентите и резултатот во множењето.	- примена на комутативното својство на собирањето, - запишување на збир на еднакви собироци како производ, - запишување на производ како збир на еднакви собироци, - споредување на производи на еднакви множители, ($4 \cdot 6$ и $6 \cdot 4$) - воочување на еднаквоста и разликата во двата производа, - вербално искажување на еднаквоста и разликата.	Учениците умеат да го: - опишат комутативното својство на множењето на конкретни примери, - применат комутативното својство на множењето во решавање на задачи.

А. Сознајна ретроспектива → Часот започна со актуализација на следниве предзнаења и умеења на учениците:

- комутативност на собирањето, кое повеќе пати го согледувале и применувале на конкретни примери;
- запишување на збир на еднакви собироци како производ и обратно, како и да запишат производ како збир на еднакви собироци;
- именување на компонентите и резултатот во множењето - прв множител, втор множител и производ.

Притоа наставничката ги постави следниве задачи:

1. Пресметај ги следниве зборови:

а) $9 + 6 =$ **в)** $15 + 12 =$

б) $6 + 9 =$ **г)** $12 + 15 =$

2. Постави го потребниот знак: $>$, $=$, $<$, за да биде точно.

а) $3 + 6 \bigcirc 6 + 4$ **в)** $20 + 35 \bigcirc 35 + 25$

б) $8 + 10 \bigcirc 10 + 8$ **г)** $40 + 20 \bigcirc 20 + 35$

По решавањето на задача 1 се водеше следниов дијалог:

Н: „Кои од дадените зборови се еднакви меѓу себе?“

У1: „Еднакви меѓу себе се зборовите под а) и б) , како и под в) и г).“

Н: „Какви се собироците во еднаквите зборови?“

У2: „Двата збира имаат исти собироци.“

Н: „По што се разликуваат тие зборови?“

У3: „Првиот собирук станал втор, а вториот станал прв.“

Н: „Значи собироците си ги промениле местата.“

Н: „Во задачата 2 под б) и под в) запишавте дека:

$$8 + 10 = 10 + 8 \text{ и } 20 + 35 = 35 + 20.$$

Ајде објаснете зошто постапите така?“

У4: „На левата и на десната страна од крукчето има исти собироци. Тие само си ги промениле местата.“

Н: „А што станало со збирот?“

У5: „Збирот останал ист.“

Значи, учениците ја воочија еднаквоста и разликата во комутативноста на собирањето, што по аналогиија ќе можат да ја применат и при комутативноста при множењето.

Б. Учечко - поучувачка акција → Процесот на учење и поучување започна со задачата:

3. Запиши ги како производ збирите, а потоа пресметај ги:

а) $3 + 3 + 3 + 3 + 3 =$

б) $7 + 7 + 7 =$

Задачата 3 учениците лесно и точно ја решија, и ги дадоа следниве објаснувања:

У6: „Бидејќи 3 е земено како собирок 5 пати, тоа како производ ќе се запише $5 \cdot 3$, односно $3 \cdot 7$ бидејќи 7 е земено како собирок 3 пати.“

Наредната активност беше :

4. Запиши ги како збир производите:

а) $4 \cdot 9 =$

б) $5 \cdot 8 =$

Исто така, учениците беа успешни и во решавањето на задачата 4. При нејзината анализа тие образложија дека:

У7: „ $4 \cdot 9 = 9 + 9 + 9 + 9$ бидејќи 9 треба да се земе како собирок 4 пати.“

У8: „ $5 \cdot 8 = 8 + 8 + 8 + 8 + 8$ бидејќи 8 треба да се земе како собирок 5 пати.“

5. Запиши ги како збир дадените производи и пресметај ги.

а) $4 \cdot 6 =$

б) $6 \cdot 4 =$

Учениците ја решаваа задачата самостојно, а наставничката беше нивни соработник. Бидејќи задачата беше претходно подготвена, тие успешно ја решија и запишаа:

а) $4 \cdot 6 = 6 + 6 + 6 + 6 = 24$ **б)** $6 \cdot 4 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 24$

Потоа се изврши анализа на задачата, при што се споредуваа компонентите и резултатите. Притоа беа изведени следниве заклучоци:

- множителите во двата производа се еднакви:
 $4 = 4$ и $6 = 6$;
- производите се еднакви: $24 = 24$;
- множителите си ги промениле местата, т.е. под а) 4 е прв множител, а 6 е втор множител, а во б) 6 е прв множител, а втор множител е 4.

По изведувањето на заклучоците, наставничката постави ваква задача:

Н: „Ако $4 \cdot 6 = 24$ и $6 \cdot 4 = 24$, тогаш кој од знаците: $>$, $<$, или $=$, треба да стои во крукчето: $4 \cdot 6 \bigcirc 6 \cdot 4$, за да биде точно.“

Одговорот на оваа задача беше :

У9: „Во крукчето треба да стои знакот $=$, бидејќи производите: $4 \cdot 6$ и $6 \cdot 4$ се еднакви.“

За да добие повратна информација, дека учениците добро ја согледале врската меѓу резултатите и компонентите, наставничката ја постави следнава задача за самостојна работа:

Н: „Покажи со примена на собирање дека $3 \cdot 5 = 5 \cdot 3$ “.

Наша оценка е дека оваа задача е мошне сериозна за учениците од II одделение . Меѓутоа, со неколку укажувања на наставничката, таа беше успешно решена:

$$3 \cdot 5 = 5 + 5 + 5 = 15; \quad 5 \cdot 3 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15;$$
$$3 \cdot 5 = 5 \cdot 3.$$

Во натамошниот тек од часот насочениот разговор течеше вака:

Н: “Што е различно во производите $3 \cdot 5$ и $5 \cdot 3$?”

У10: “Различни се местата на множителите.“

Н: “А што остана исто?”

У11: “Производите не се променија.“

Н: “Што ќе стане со производот ако множителите си ги променат местата?”

У12: “Производот ќе остане ист.“

У13: “Производот нема да се промени .“

Наставничката бараше повеќе различни одговори. Од напред наведените факти дојдоа до генерализацијата:

Ако множителите си ги променат местата, производот не се менува.

В. Сознајна перспектива → За да провери колку учениците го сфатиле комутативното својство на множењето, наставничката организираше групна работа со 4 групи, на кои им беа дадени и следниве задачи :

1. Ако $6 \cdot 8 = 48$, тогаш колку е $8 \cdot 6$?

2. Кој од знаците: $>$, $=$, $<$ треба да стои во крукчето, за да биде точно.

$$4 \cdot 7 \bigcirc 7 \cdot 4$$

$$9 \cdot 6 \bigcirc 6 \cdot 9$$

$$7 \cdot 10 \bigcirc 10 \cdot 7$$

$$5 \cdot 8 \bigcirc 8 \cdot 5$$

Решението на секоја од задачите беше анализирано и објаснето во рамките на групата, а потоа презентирано од страна на водачот на групата. Со тоа беа потврдени образовните излези предвидени во претходно наведената табела.

Знаењата за комутативното својство на множењето учениците ќе го применат при:

- обработката на специјалните производи, кога еден од множителите е 0 или 1. Така, на пример:

производот $1 \cdot 5$ не може да се претстави како збир, бројот 5 не може да се земе како собирок еднаш, туку треба да се запише:
 $1 \cdot 5 = 5 \cdot 1 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5$

производот $0 \cdot 4$ би значело бројот 4 да се земе како собирок 0 пати, што нема смисла. Со примена на комутативното својство може да се запише:

$$0 \cdot 4 = 4 \cdot 0 = 0 + 0 + 0 + 0 = 0$$

- обработка на табличното множење, $5 \cdot 7$ е исто што и $7 \cdot 5$;
- за олеснување на пресметувањето на производ од три множител, како на пр. $5 \cdot 9 \cdot 2 = 10 \cdot 2 = 20$.

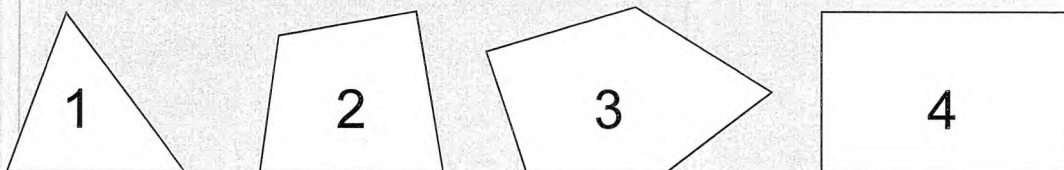
РЕФЕРЕНЦИ

1. Ачовски, Д., (1998), *Методика на наставата по математика, I-IV одделение*, П.Ф. „Св. Климент Охридски“, Скопје
2. Ачовски, Д., Трајковски, М., Макашевска В., (1998), *Математика за II одделение*, Просветно дело, Скопје
3. Ганчев, И., и др., (2002), *Методика на обучението по математика (опта част)*, Универзитет „Неофит Рилски“, Благоевград
4. Икрамов, Дж., (1981), *Математическа култура школьника*, Укитувчи, Ташкент
5. Јанев, И., (2000), *Математика за IV одделение*, Табернакул, Скопје
6. Колягин, М., и др., (1975), *Методика преподавания математики в среднеј школе*, Просвещение, Москва
7. Маджаров, А., (1980), *Методика на обучението по математика 1-3 клас*, Народна просвета, Софија
8. Маджаров, А., Манова, А., Димитров, Д., (1997), *Методика на обучението по математика в началните класове*, Универзитет „Неофит Рилски“, Благоевград
9. Malinović, T., Malinović-Jovanović, N., (2002), *Metodika nastave matematike*, Učiteljski fakultet, Vranje
10. Markovac, J., (1992), *Metodika nastave matematike*, Školska knjiga, Zagreb
11. Метелский, Н.В., (1982), *Дидактика математики*, Издательство БГУ, Минск
12. *Основно образование - одделенска настава, Наставен план и наставни програми, I одделение*, (1997), Министерство за образование и физичка култура, Педагошки завод на Македонија, Скопје
13. *Основно образование - одделенска настава, Наставен план и наставни програми, II одделение*, (1997), Министерство за образование и физичка култура, Педагошки завод на Македонија, Скопје

14. *Основно образование - одделенска настава, Наставен план и наставни програми, III одделение, (1997),* Министерство за образование и физичка култура, Педагошки завод на Македонија, Скопје
15. *Основно образование - одделенска настава, Наставен план и наставни програми, IV одделение, (1997),* Министерство за образование и физичка култура, Педагошки завод на Македонија, Скопје
16. *Pedagoška enciklopedija 1 (1989),* Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd
17. *Pedagoška enciklopedija 2 (1989),* Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd
18. Радев, Р., (1970), *Начални геометрични знаний,* Народна просвета, Софија
19. Стефановски, Ј., (1998), *Математика за III одделение,* Алби, Скопје
20. Столяр, А.А., (1974), *Педагогикана математиката,* Вышеышая школа, Минск
21. *Стандарди и постигања, Математика, (2001),* Биро за развој на образованието на Македонија, Скопје

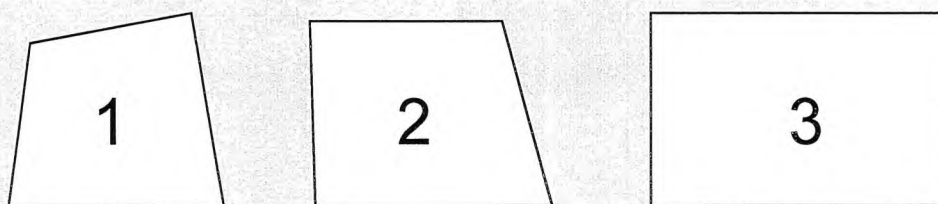
Наставно ливче - П Р А В О А Г О Л Н И К

1. Со кои броеви се означени четириаголниците?



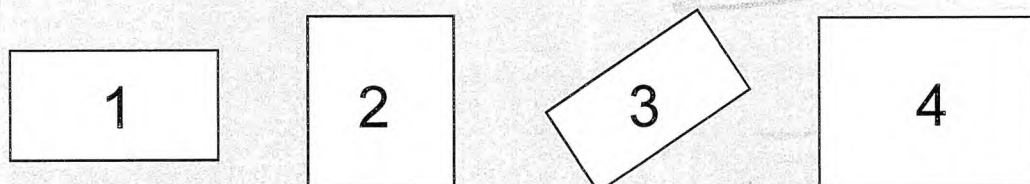
Одговор: Четириаголниците се означени со броевите _____
и _____.

2. Колку прави агли има секој од четириаголниците на цртежот?



Одговор: Четириаголникот 1 има _____ прави агли,
2 има _____ прави агли,
3 има _____ прави агли,

3. Од кој вид се аглите на секој од четириаголниците на цртежот?



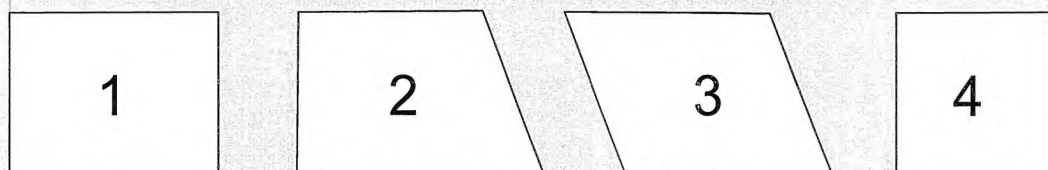
Одговор: Аглите на секој од четириаголниците се _____.

4. Како се вика четириаголник како оние во задача 3?

Одговор: Четириаголник како оние во задача 3 се вика _____.

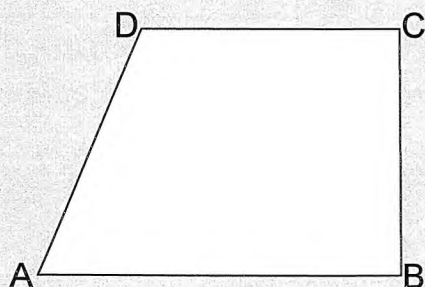
5. Дополни ја реченицата за да биде точна: „Правоаголник се вика четириаголник на кој сите агли му се _____.“

6. Кои од четириаголниците на цртежот се правоаголници?



Одговор: Правоаголници се четириаголниците означени со броевите _____ и _____.

7. Зошто четириаголникот ABCD на цртежот не е правоаголник?



Одговор: Четириаголникот ABCD на цртежот не е правоаголник затоа што _____.

3. КОНЦЕПТ НА МАТЕМАТИЧКА ТЕРМИНОЛОГИЈА И СИМБОЛИКА

Резултатите од мисловната дејност на човек се регистрираат и утврдуваат со зборови. Такви мисли се и поимите, кои не се и не можат да бидат надвор од зборовите. По дефиниција *„поим е форма на научното познание со која се одредуваат суштествените својства на објектот што се проучува, утврдена со соодветен термин.“* (1,14)

Всушност секој поим е форма на мислење, кое наоѓа свое утврдување, свое материјално изразување во збор или група зборови. Доколку тие не се најдени, не постои ниту поим.

Зборот термин (лат. terminus - предел, граница) е *„стручен назив за некој поим.“*(15,584) Тоа е еден збор или група зборови, што изразуваат некој научен поим, што се применува во процесот на сознание и осознавањето на некое множество објекти и односите меѓу нив, од аспект на определена наука.

Со други зборови *„термин - тоа е збор или група зборови со специјална сфера на употреба, кој се јавува како име на научен или производно - технички поим и има своја дефиниција.“* (5,79)

Термините што и припаѓаат на која била област на знаења, со својата целокупност, ја сочинува терминологијата, соодветно на системот на нејзините поими. Значи, *„терминологија (лат.terminos - граница,logos - збор, говор) е наука за стручните изрази.“* (15,585)

Многу автори сметаат дека за нивото на развојот на една наука може да се суди според состојбите во нејзината терминологија.Тоа е случај и со терминологијата на математичката наука. Во таа смисла секоја нова математичка теорија се стреми кон усовршување на терминологијата, што го сочинува специфичниот јазик во дадената теорија, со што се збогатува и математичката терминологија.

Причини и извори за збогатување на математичката терминологија се пред се, бурниот развој на математичката наука, како и проширувањето и продлабочувањето на научните математички истражувања (диференцијација на математичкото знаење), поврзани со внатрешните потреби на математиката како наука.

3.1 ПРИНЦИПИ ВО ИЗГРАДУВАЊЕ НА ТЕРМИНОЛОГИЈАТА

При изградувањето на научната математичка терминологија се почитуваат одредени принципи:

1. **Принцип на единственост** - овој принцип подразбира секој поим да се означува, по можност со еден термин. Тоа претпоставува за еден поим да се користи еден термин, и обратно, еден термин да се користи за означување на еден поим. Од тоа следува дека бројот на термините треба да одговара на бројот на поимите. Сепак тоа не значи дека не треба да се користат синоними, ако тие можат да бидат попогодно средство за изразување, за збогатување на јазикот и сл. Тоа најчесто е поврзано со термини поврзани со интернационални зборови или термини што се превод од друг јазик.
2. **Принцип на еднозначност** - според овој принцип на секој поим треба да му соодветствува само еден термин. Нарушувањето на овој принцип води кон **хомоними**, односно употреба на збор кој еднакво звучи како друг, но има друго значење. Многузначноста на термините може да доведе до различно разбирање на поимите, што го отежнува и сфаќањето на материјалот што се изучува.
3. **Принцип на системност** - овој принцип укажува на потребата термините да ги одразуваат поимите во нивната врска со други поими. На пример,
 - *агол* - остар агол, прав агол, тап агол;
 - *триаголник* - правоаголен триаголник, остроаголен триаголник, тапоаголен триаголник.
4. **Принцип на краткост** - термините треба да бидат кратки по состав и погодни за користење. Должината на терминот го нарушува основниот услов за изградување на терминологијата *економичноста*, а следствено на тоа и на мислата.
5. **Принцип на точност** - терминот треба да соодветствува на содржината на поимот и да не предизвикува неточни

претстави за него. На пример, често не се прави потребната разлика меѓу отсечка (дел од права ограничена со две точки) и должина на отсечка (растојание меѓу крајните точки на отсечката), а тоа се два различни поими.

6. **Принцип на интернационалност** - математиката како и секоја од науките, е интернационална наука, па според тоа треба да биде достапна за сите, независно од националната и јазичната припадност. Во таа смисла позитивна улога играат термините што се од старогрчко и латинско потекло кои се составен дел на интернационалната математичка терминологија, а се преведени на македонски јазик или оригиналот е адаптиран на македонскиот изговор.

3.2 УЧИЛИШНА МАТЕМАТИЧКА ТЕРМИНОЛОГИЈА

Училишната математичка терминологија произлегува од терминологијата на математичката наука, меѓутоа не во целина. Имено, доколку еден термин влегува во училишната математичка терминологија, тој треба да задоволува и дополнителни барања, како што се:

- да биде лесен за усвојување ,
- да биде разбирлив, и
- да одговара на возрастните особености на учениците.

За училишната математика, особено за почетната настава по математика, како најпогодни се сметаат термините кои во себе содржат *родова припадност* и *видова одлика*, кои што го означуваат поимот, терминот се јавува како кратка дефиниција на поимот. На пример, видовите триаголници според аглите имаат:

родов поим	триаголник
видова одлика	релациите меѓу аглите
термини	остроаголен триаголник правоаголен триаголник тапоаголен триаголник

родов поим	многуаголник
видова одлика	бројот на аглите
термини	триаголник четириаголник петаголник итн.

При формирањето на училишната математичка терминологија треба да се почитуваат и напред наведените приципи. Така, во почетната настава по математика почитувањето на принципот на системност во терминологијата може да помогне во дефинирањето на редоследот на содржините во Наставната програма. Тоа ќе им послужи на учениците да ги групираат поимите, да ги доближуваат едни до други, а и да ги разграничуваат едни од други, да се олесни создавањето на најблискиот родов поим од системот на поими.

Употребата на синоними е карактеристична за различните степени во системот на образование, а тоа значи и на различните нивоа во формирањето на математичките поими. Така, во почетната настава по математика најчесто се применуваат преводни термини, кои на повисок степен на образование се заменуваат со интернационални, што е во согласност со барањето за соодветност на термините на возрастните особености на учениците. На пример:

- обиколка - периметар,
- квадар - правоаголен паралелопипед.

Секако дека при градењето на училишната математичка терминологија треба се почитува и пренесувањето на термините во повисок степен на образование. Употребата на различни термини за означување на ист математички поим може да ги доведе учениците во заблуда и да манифестираат несигурност. Надминувањето на овој проблем треба да се бара во кратка употреба на двата термина, со поистоветување на нивното значење: обиколка - периметар (обиколка значи исто што и периметар).

Што се однесува до интернационалните термини на национален јазик, треба да се почитуваат дополнителни барања:

- соодветен термин на јазикот од кој се преведува,
- терминот да биде лесно изговорлив за учениците од мала возраст,
- терминот да биде сфатлив за учениците.

Формирањето на термините во себе ги вклучува следниве начини:

1. **Морфолошки** - според кој образувањето на термините е со додавање на збор. На пример:
променлива величина → зависно променлива величина,
рационален број → ирационален број.
2. **Синтаксички** - со соединување на два или повеќе самостојни зборови. На пример, терминот рамнострани триаголник е формиран со соединување на зборовите (термините) рамностран и триаголник. Така се формираат и термините: паралелни прави, реден број, рамнокрак правоаголен триаголник и сл.
3. **Лексичко-семантички** - со употреба на збор што го има во јазикот, но со ново значење или образување на термин при што се менува смислата на општо употребуваниот збор. На пример, зборот страна на триаголникот од јазикот и терминот страна на триаголникот, страна на коцка, и сл.
4. **Позајмување од други јазици** - терминот се зема, обично, од старогрчкиот или латинскиот јазик, кој веќе добил интернационална димензија. На пример, геометрија - старогрчки, математика - старогрчки, асоцијативност - латински, унија - латински и сл.
5. **Соединување на елементи од класичните јазици и од националниот јазик или само од класичните.** На пример, декадна единица - латински, полигонална линија - латински и македонски и сл.

Во наставниот процес, особено во почетните одделенија на основното училиште, кога речникот на учениците е сиромашен и кога тие уште немаат навики за употреба на научни термини, допуштено е да се употребуваат во улога на термини, зборови од традиционалниот јазик, што имаат соодветно значење. На пример,

периметар ↔ обиколка
конвексен ↔ испакнат
решение на равенка ↔ корен на равенка

Првата математичка терминологија на македонски јазик е донесена во 1971 година од Математичкиот институт со нумерички центар на Универзитетот „Св.Кирил и Методиј“ во Скопје. Во неа се дадени 114 симболи, од кои 23 се употреба во наставата од I до IV одделение.

3.3 МАТЕМАТИЧКА СИМБОЛИКА

Напоредно со терминот, друга не помалку важна компонента на математичкиот јазик е **симболот**. Успесите на историскиот развој на математичката наука, во одредена мера, се поврзани и со усовршување на симболиката. Со терминот симбол (грч. *simbolos*) се означува „материјален или замислен (апстрахиран) знак што означува некој поим или што потсетува на него, т.е. неговото обележје, основни карактеристики, она што го одразува или она што го содржи.“ (15,544)

Една од основните карактеристики на современата наука, напоредно со апстрактноста на поимите, високата точност, еднозначноста на јазикот, се јавува и отстапување од знаковиот систем на говорниот јазик, т.е. се зголемува логичко - математичката симболика во составот на математичкиот јазик. Поконкретно, симболиката овозможува:

- математичките поими, искази, судови да се искажуваат во скратена форма;
- во целост да се задоволи барањето за еднозначност на искажувањето;
- се создава можност за подобра прегледност на одредена математичка теорија, со согледување на внатрешните врски на нејзини составни делови;
- овозможува развој на светската наука, бидејќи симболиката има универзална, интернационална примена.

Математичкиот јазик е побогат со симболика од која и да било друга наука. „Знакот по својата природа е материјален, тој се појавува во својство на посредник помеѓу објектот на перцепирање и неговиот лик, се користи во својство на заменик на предметот, моделот на објектот на сознанието.“ (5,139) Значи симболот со својата материјалност делува на сетилата, со што станува средство на сознанието.

Претходно напоменавме дека терминот е јазичен запис на соодветниот поим. Сега можеме да речеме дека **симболот е краток запис на терминот**. Училишната математичка симболика е идентична на симболиката на математичката наука. Меѓутоа, употребата на симболиката во наставата е ограничена од возрастните особености и предзнаења на учениците. Без усогласеност на тие фактори, симболиката може значително да го отежнува сфаќањето на наставните содржини. Да го разгледаме тоа на следниве два примера:

1. Ученик од I одделение геометриската фигура ја сфаќа како целина. Ако симболички се означи таа, на пример, триаголник ABC, учениците не знаат ништо за да ја прифатат ознаката, односно не знаат за темиња на триаголникот.
2. Ако како симболи се користат букви од латинското писмо, а учениците од II одделение не го изучиле, тогаш симболот претставува товар, бидејќи учениците знаат за други букви, но не и за такви како симболот или во латиницата имаат друго значење : P - кирилица, P(пe) - латиница, B - кирилица, B(вe) - латиница и сл.

Некои симболи помалку или повеќе, се верни графички репрезенти на објектот што го претставуваат и тие се викаат *слики* или *икони*. Карактеристично за нив е тоа што со еден поглед се согледуваат својствата на објектот, чие вербално искажување би било долго и целината би се сфатила потешко. Всушност, ваквите симболи ги откриваат соодветните поими. Од таков карактер се, на пример, симболите: Δ - триаголник, $\angle$ - агол, $\perp$ - заемно нормални прави, $\parallel$ - паралелни прави. Овие симболи се мошне погодни за примена во почетната настава по математика, затоа што симболот побудува асоцијации за поимот и неговото значење е лесно сфатливо.

Некои симболи се произволни форми, чие што значење е утврдено со конвенција и тие се викаат **конвенционални**. Повеќе од симболите што се користат во математиката се конвенционални и со ништо не потсетуваат на суштината на која се однесуваат или на поимот што го означуваат. На пример, арапските цифри со ништо не потсетуваат на броевите што се пишуваат со помош на нив.

Во конвенционалните симболи има некои што индиректно ја откриваат суштината на поимот. Такви симболи се, на пример: + за собирање, $\sqrt{\quad}$ за квадратен корен, % за процент и сл. Симболите од овој тип поретко се применуваат во почетната настава по математика, но тие што се применуваат се сфатливи за учениците.

Во училишната математичка симболика мошне присутни се симболи кои се почетните букви од терминот со кој е означен поимот, запишан со букви од латиницата, со некои измени, доколку терминот е превод на македонски јазик. На пример, радиус - *r*, дијаметар - *d*, унија - *U*, или пак обиколка - *O*, плоштина - *P* и сл.

Овие симболи се мошне чести во почетната настава по математика. Нивната примена, обично, започнува откако учениците ќе го изучат читањето и пишувањето на латиница. Тие го прифаќаат ваквиот начин на симболичко означување, особено во формулите за пресметување обиколка и плоштина на геометриски фигури. Мал проблем во таа смисла претставува означувањето со грчки букви: α , β , ϵ , но тоа е редок случај и само во IV одделение.

3.4 НАСОКИ ЗА ПЕДАГОШКА РАБОТА ВРЗ ТЕРМИНОЛОГИЈАТА И СИМБОЛИКАТА

Со воведување на математичките поими во наставата, се појавува нова терминологија и симболика. Тие ја збогатуваат лексиката на математичкиот јазик на учениците, овозможуваат сознајно усвојување на математичките знаења, овозможуваат обемното искажување на говорниот јазик да се замени со кратко, симболичко и да се прошират неговите изразни можности.

Во математичкиот јазик „еден знак - цифра, буква, знак за операција или релација, се означува со збор или група зборови, т.е. со определена крајна низа од знаци кои се букви од азбуката. На пример, $2 + 3 = 5$ (пет симболи) се запишува со два плус три еднакво на пет (23 симболи). Наполно е очигледно дека таквото искажување со симболи во математичкиот јазик, што е една од карактеристиките на последниот, го ослободува од обемноста на природниот јазик и наполно го оправдува називот симболички јазик.“ (21,219)

Ваквото значење на математичкиот јазик претпоставува и соодветно внимание на воведување на термините и симболите во наставата по математика, а особено во одделенската настава.

1. Работата на потеклото на математичките термини подразбира особено важно значење да се даде на **епистемолошката анализа**. Откривањето на епистемологијата на терминот треба да покаже какви фонетски и семантички промени претрпел тој, за да се објасни од какви комбинации на зборови е образуван. Во таа смисла треба да се воспостави врска помеѓу терминот и поимот, неговото опишување или дефинирање. Притоа е неопходно да се утврди соодносот помеѓу терминот и поимот, односно дали буквалниот превод на терминот содржи некои признаци на поимот. На пример, поимот **четириаголник** го содржи признакот има **четири агли**; поимот правоаголен **триаголник** - признакот има **прав агол** и сл.

2. Од педагошко - психолошки аспект важно е да се согледа фактот дека, работата на формирањето на поимот треба да се одвива едновременно со работата над терминот, предвиден за означување на поимот. Од тоа ќе зависи дали ќе се употреби термин и каков термин ќе се употреби, односно тоа диктира дали ќе се употреби интернационален термин, или пак, превод на македонски јазик. На пример, формирањето на поимот обиколка (или периметар) на многуаголник претпоставува разрешување на проблемот дали да се употреби терминот периметар или обиколка, односно дали е прифатлив интернационалниот термин или преводот на македонски јазик.

3. Неопходно е да се даде одговор на прашањето: *по што дадениот поим го добил името?* За таа цел, при формирањето на математичкиот поим треба да се воспостави врска помеѓу сфаќањето на терминот во говорниот јазик и неговото научно значење. На пример, на формирањето на поимот парен број се обраќа внимание на термините: чифт и пар, дека со нив се означува нешто што може да се реди, да се сложува по две. Во таа смисла е и терминот парен број, тоа е број кој може да се подели со 2 без остаток или се дели со 2.

4. При воведувањето на термини што во себе содржат родов поим и видова одлика потребно е при формирањето на поимот, што се означува со таков термин, учениците да ја согледаат припадноста на

новиот поим на веќе усвоен ред поими, а потоа специјалната видова одлика по која поимот се разликува од другите поими што припаѓаат на истиот род. На пример, при формирањето на поимот *правоаголен триаголник* прво се согледува неговата еднаквост со триаголниците, според општиот признак *има три агли*, што значи дека родов поим му е поимот триаголник. Потоа се утврдува *видовата одлика*, односно дека од другите триаголници се разликува по тоа што *има прав агол*. Оттаму доаѓа терминот *правоаголен триаголник*.

5. Во наставниот процес математичките термини треба да се воведуваат така што кога учениците прв пат се сретнуваат со нив, да се употребуваат само во ситуации кога тоа е нужно, без инсистирање од страна наставникот, со доволна слобода. Притоа треба да се предвиди создавање на правилен однос помеѓу внатрешната содржина на математичките факти и нивното изразување (со зборови или со симболи).

(Според 5,115)

6. Употребата на интернационалните термини, кои не се присутни во говорниот јазик, да не се употребуваат во почетните одделенија на основното училиште, особено ако тие се потешки за искажување и запомнување, бидејќи сиромашниот речник на учениците не им овозможува да го сфатат објаснението, ниту да го опишат. Такви термини се: комутативното својство на собирањето, дистрибутивност на множењето во однос на собирањето и сл.

7. При формирањето на математичките поими неопхпдно е при воведување на симболот да се оствари активност аналогна на онаа при воведувањето на терминот. Тоа е потребно за да се избегне механичката употреба на симболот. Правилната постапка овозможува при воведувањето на даден симбол да се воспостави врска помеѓу поимот, терминот и симболот:

поим	термин	симбол
прави кои се сечат и образуват прав агол	заемно нормални прави	$\perp$

При ваквата постапка може да се укаже на разликата меѓу поимот, терминот и симболот.

8. За оставрување на сознајно усвојување на математичките симболи од страна на учениците, потребно е да се решаваат задачи со примена на формули, со симболичко запишување на условот и решавањето на задачата. На пример, таква е и задачата во која треба да се определи плоштината на правоаголникот, ако:

услов	решавање
$a = 8\text{cm}$	$P = a \cdot b$
$b = 5\text{cm}$	$P = 8 \cdot 5$
$P = ?$	$P = 40\text{cm}^2$

9. Заменување на број со буква започнува уште во I одделение. Тоа се равенки чие решавање е врз основа на својствата на аритметичките операции. Меѓутоа, за сфаќање на буква како симбол за даден број, треба да се практикуваат и задачи од следниот тип:

► За кој број $a \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ е точно равенството $5 + x = 9$?

Учениците ќе согледаат дека буквата е симбол за повеќе броеви, но само за еден од нив е точно равенството. Така се оставрува алгебарската пропедевтика уште од I одделение.

10. Понекогаш на учениците може да им се каже и кој е автор на еден симбол, но од учениците да не се бара тоа да знаат да го репродуцираат.

Иако примената на термини и симболи во почетната настава по математика е скромна, сепак не смее истата да се занемари. Термините и симболите ја олеснуваат комуникацијата во наставниот процес, а го олеснуваат и формирањето на некои математички поими. Затоа при нивната примена во почетната настава по математика треба да се појде од напред наведените насоки и истите да добијат соодветно место во наставата.

РЕФЕРЕНЦИ:

1. Ачовски, Д., (1998), *Методика на наставата по математика, I - IV одделение*, Скопје : П.Ф. „Св. Климент Охридски“
2. Бантова, М., и др., (1976), *Методика преподавания математики в начальных классах*, Москва: Просвещение
3. Ганчев, И., и др., (2002), *Методика на обучението по математика (обща част)*, Благоевград: Универзитет Неофит Рилски
4. Дејић, М., Егерић, М., (2005), *Методика наставе математике*, Јагодине: Учительски факултет
5. Икрамов, Дж., (1981), *Математическая культура школьника*, Ташкент: Укитувчи
6. Колягин, Н.М., и др., (1975), *Методика преподавания математики в средней школе*, Москва: Просвещение
7. Маджаров, А., и др., (1980), *Методика на обучението по математика*, София: Народна просвета
8. Malinović, T., Malinović-Jovanović, N., (2002), *Metodika nastave matematike*, Vranje: Učiteljski fakultet
9. Манова, Н., Димитров, Д., (2000), *Методика на обучението по математика в началните класове*, Благоевград: Универзитет Неофит Рилски
10. Markovac, J., (1992), *Metodika početne nastave matematike*, Zagreb: Školska knjiga
11. Марјановић, М., (1996) *Методика математике*, Београд: Учительски факултет
12. *Математичка терминологија за основно и средни училишта*, (1971), Скопје: Просветно дело
13. Метельский, Н.В., (1982), *Дидактика математики*, Минск: Издательство БГУ
14. Метельский, Н.В., (1977), *Психолого-педагогические основания дидактики математики*, Минск: Высшая школа
15. Микуновиќ, Љ., (1990), *Современ лексикон на странски зборови и изрази*, Скопје: Наша книга

16. *Наставен план и програма по математика, I - IV одделение*, (1997), Скопје: Министерство за образование и физичка култура, Педагошки завод на Македонија
17. *Pedagoška enciklopedija 1*, (1989), Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva
18. *Pedagoška enciklopedija 2*, (1989), , Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva
19. Penavin, V., i dr., (1974), *Metodički priručnik za neka pitanja početne nastave matematike*, Novi Sad: Međuopštinski prosvetno - pedagoški zavod
20. *Стандарди и постигања*, (2001), Скопје: Биро за развој на образованието
21. Столяр, А.А., (1974), *Педагогика на математиката*, Минск: Высшая школа

4. КОНЦЕПТ НА НЕАРИТМЕТИЧКИ КАТЕГОРИИ

4.1 ИСТОРИСКИ РАЗВОЈ НА ПОИМОТ ПРИРОДЕН БРОЈ

Процесот на формирање на поимот природен број има долготраен и сложен историски пат. На процесот на формирање на аритметичкиот поим природен број му претходе искуства од неаритметички категории, а пред се искуства од манипулирање со конкретни предмети, односно множества. Во натамошниот развој се диференцираат искуства од квантитативно споредување на множества и воочување на еднаквобројноста (еквивалентноста).

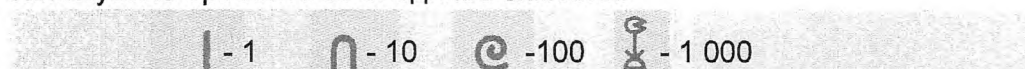
Првите претстави кај луѓето за бројот датираат од многу стара епоха, древното камено време - палеолитот. Со промената на односот на човекот кон природата од пасивен во активен, со развојот на риболовот и сточарството се развива и трговијата, а тогаш се појавиле и првите *апстрактни* поими, како квалитативни така и квантитативни. Меѓу тие поими е поимот природен број. Во некои јазици во светот постои како граматичка форма *двоина*, што покажува дека во некој дамнешен период кај тие народи се применувал *бинарниот систем*, кој се состоел од *еден*, *два* и *многу*. Така, во австралиските племиња по долината на реката Миреј се користел бинарниот систем: 1 - *епеа*, 2 - *печевал*, 3 - *печевал епеа*, 4 - *печевал печевал* итн.

Развојот на занаетчиството и трговијата придонеле за натамошен развој на поимот природен број. Имено, се појавиле бројни системи со основа поголеми броеви, како 5, 10, 12 и 60. Се претпоставува дека системот со основа 5 е резултат на *броењето* и *сметањето* со прстите на едната рака, а системот со основа 10 со примената на прстите на двете раце. За најкоректен систем со основа 20 се смета системот на Маите во Мексико, а со основа 60 оној во Вавилон.

Значаен чекор напред е направен кога за запишување на броевите почнала да се користи специјална симболика, односно во ерата на појавата на цивилизацијата. Од тој период посебно се значајни придонесите на народите по долините на реките: Нил, Тигар, Еуфрат, Инд, Ганг, како и

Јанг-це-кјанг. Практичните потреби за организација на земјоделието, составување на календар, собирање на данок, барале знаења од аритметика и геометрија.

Симболичкото запишување на броевите во декаден систем за прв пат се појавува во стар Египет, околу 1000 години п.н.е. Египќаните ги запишувале броевите со следниве симболи:



Броевите се запишувале со повторување на секоја цифра до 9 пати. На пример, III - 6, @@@ - 300 итн.

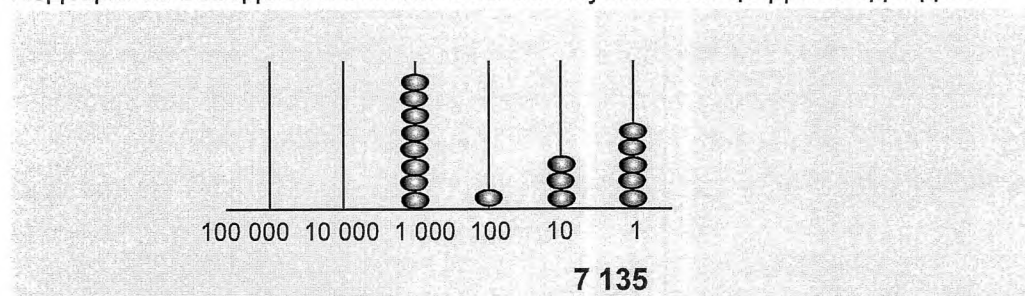
Податоците за ова запишување на броевите се пронајдени во папирусот на египетскиот свештеник Ахмес, познат како *Ахмесов папирус*, кој потекнува од 1000 г.п.н.е.и се чува во Британскиот музеј во Лондон.

Скоро во ист период во Вавилон се развил шеесетичниот систем, со симболи: < - 1 и <- - 10, кинескиот десетичен, со означување на броевите со цртички : I - 1, т - 6, — 100 и сл., системот на Маите со точки и цртички:



Подоцна во Стара Грција и во Рим се развил декаден броен систем, со симболично означување на броевите со букви. Римскиот систем, кој ги користел како симболи латинските букви: I - 1, V - 5, X - 10, L - 50, C - 100, D - 500 и M - 1000, делумно се употребува и сега, но мошне ограничено.

Најсовершен систем во тоа време се појавил во Индија, каде броевите прво биле претставувани на сметалка со вертикални стапчиња, на кои се ставале топчиња или елипсовидни тела, кои во средината имаат отвор. Подоцна се воведени и симболи за означување на цифрите од 1 до 9.



Овој систем се усовршувал повеќе векови (од 4 до 9) и се пренел низ целиот свет, со посредство на арапските земји, затоа тие цифри денеска се викаат арапски цифри. Меѓутоа, историскиот развој на поимот природен број и операциите со природните броеви не се состои само во симболичкото запишување. Поконкретно во Стара Грција биле разработени многу својства на природните броеви, кои послужиле за различни класификации на истите, како што се :

- *парни и непарни броеви*, врз основа на деливоста со 2;
- *прости и сложени броеви*, врз основа на бројот на делителите (деливи со 1 и со самиот себе - прости броеви, а сложените имаат повеќе од два делители). Александрискиот математичар **Ератостен** (275-194г.п.н.е.) нашол постапка за одредување на простите броеви, позната како *Ератостеново решето*;
- *совршени броеви* (бројеви што се еднакви на збирот од нивните делители).

Покрај тоа, од тој период датира обработката на низата на природните броеви и нејзината бесконечност. Како резултат на бројните истражувања во областа на природните броеви и операциите со нив, аритметиката е сметана за научно истражување на броевите и припаѓала на повисоките степени на образование.

Во средниот век немало поволна клима за развој на науката, а со тоа и на аритметиката. Таа продолжува да се развива на почетокот на Новиот век, кога аритметиката се изградува аксиоматски. Значајни промени во сфаќањето на поимот природен број и операциите со природните броеви настануваат во XIX век. Голема заслуга за тоа има германскиот математичар **Рихард Дедекинд** (Richard Dedekind 1831-1916), професор по математика на Универзитетот во Цирих. Тој го воведува терминот *систем*, но со исто појмовно определување со поимот множество. Имено, **Дедекинд** не го дефинира поимот множество, туку го подразбира како основен поим со кој ги дефинира операциите со множествата, релациите, како и поимите пресликување и функција. Воведува и општ прецизен

јазик, кој се нарекува и јазик на теорија на множества, кој е многу сличен на оној што денеска се применува во наставата по математика.

Фреге (G. Frege 1848-1925) и **Расел** (B. Russell 1872-1970) поимот природен број го дефинираат врз основа на еквивалентни множества, а еквивалентноста ја одредуваат со придружување 1 на 1. Според идејата на **Фреге** и **Расел** природните броеви со воведуваат како кардинални броеви на конечни множества. Операциите собирање и множење на природни броеви се воведуваат врз основа на унија на две множества кои немаат заеднички елементи и Декартов производ на две множества.

(Парафразирано според 13)

Голем придонес во третманот на поимот природен број и операциите со природните броеви, дал и германскиот математичар **Георг Кантор** (Georg Cantor). Тој го вовел терминот множество, а за природните броеви смета дека се јавуваат како одделен случај на поопштиот поим *моќност*. Моќноста пак, е својство на множества и тоа она што е општо кај еквивалентните множества. Еквивалентноста ја одредува како можност на множествата да се пресликаат едно на друго. Значи, еквивалентноста е откритие на **Кантор**, а бројноста ја сфаќа како нешто што се јавува како општо за сите еквивалентни множества.

4.2 МЕТОДИЧКИ ПРИОДИ ПРИ ФОРМИРАЊЕТО НА ПОИМОТ ПРИРОДЕН БРОЈ И ОПЕРАЦИИТЕ СО ПРИРОДНИ БРОЕВИ

Најголем дел од содржините на почетната настава по математика се од областа на аритметиката: природните броеви, операциите со природни броеви, својства на аритметичките операции и сл. Така, според Наставната програма по математика од I до IV одделение во Р Македонија на аритметички содржини отпаѓа 55,41% од наставното време, а на сите останати содржини: геометрија, мерење, работа со податоци и сл., преостаните 44,59%. Тоа е една од причините што низ развојот на методиката на наставата по математика централно место заземал проблемот на формирањето на аритметички

поими. Во таа смисла ќе дадеме осврт на неколку покарактеристични приоди.

Перцептивно - претставниот приод се засновува на сфаќањето според кое перцепциите и претставите се главни извори за формирање на поимот природен број и операциите со природните броеви. Перцепциите и претставите, пак, се формираат врз основа на набљудување на квантитативните својства на објекти од непосредната околина на децата, при што се претпоставува дека се *воспоставува* врска меѓу перцепциите, физичките структури на набљудуваните објекти и менталните структури кои се активираат со нив. Посебно во овој случај се користат *бројни слики*, статични фигури формирани од крукчиња распоредни во непроменливи фигури. Овој методички приод се засновува на сензуалистичката психологија на **Џон Лок** (John Lock), кој е познат со тврдењето - *ништо нема во разумот пред тоа да било во сетилата*.

Перцептивно - претставниот приод има значителни слабости, како што се :

- статичноста на бројните слики, што доведува до идентификување на бројноста со распоредот на крукчињата во бројните слики;
- ги запоставува активностите на учениците, пред се во однос на манипулирањето со различни предмети;
- го занемарува значењето на вербалните активности, што произлегуваат од материјалните;
- создава големи тешкотии во трансформирањето на перцепциите во ментални операции со броевите.

(Според 2,129-130)

Поради овие слабости овој методички приод отпаднал од употреба, но неговиот придонес во однос на примената на набљудувањето, но во поинаков контекст, за кој ќе стане збор понатаму, има значајна улога во современата методика на наставата по математика.

Броевиот приод е изграден врз основа на сфаќањето според кое поимот природен број, релациите и операциите со природните броеви се

формираат низ активности поврзани со броење и сметање со броеви. За остварување на овој приод претпоставка е дека децата пред поаѓање на училиште научиле да бројат.

Овој методички приод се засновува на :

1. Примена на броењето при формирањето на поимот природен број. Имено, секој природен број може да се добие со додавање на 1 на претходниот број. Всушност, со додавање на 1 на било кој природен број се добива неговиот следбеник ($5 + 1 = 6$, $8 + 1 = 9$ итн.).

2. Релациите меѓу природните броеви се обработуваат преку одредување на следбеникот, односно претходникот на дадениот природен број ($6 > 4$ затоа што $6 = 4 + 1 + 1$; $3 < 5$ затоа што $3 = 5 - 1 - 1$). Всушност релациите помеѓу природните броеви се обработуваат врз основа на додавање, односно одземање на бројот 1 еднаш или неколку пати.

3. Собирањето и одземањето на природните броеви се обработуваат со последователно одредување на следбеникот, односно претходникот на даден број. Така, на пример,

$$4 + 3 = 4 + 1 + 1 + 1 = 5 + 1 + 1 = 6 + 1 = 7$$

$$9 - 4 = 9 - 1 - 1 - 1 - 1 = 8 - 1 - 1 - 1 = 7 - 1 - 1 = 6 - 1 = 5$$

Множењето и делењето, пак, се сведуваат со повеќекратно собирање или одземање на даден број. На пример,

$$3 \cdot 6 = 6 + 6 + 6$$

$$15 : 3 = 15 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3$$

И овој приод не одговара на современите сфаќања на овие суптилни поими на педагошката, психолошката и математичката наука пред се од причини што:

- Бројот (кардиналниот број на класа еквивалентни множества) се идентификува со терминот што го означува бројот. Тоа од математички аспект е коректно, но од методички не соодветствува на почетното запознавање на природните броеви;
- Обработката на релациите меѓу природните броеви е премногу апстрактна за учениците од почетна училишна

возраст, затоа што не се обезбедува конкретна поткрепа на нивното мислење;

- Сведувајќи ги операциите со природните броеви на *добројување* и *одбројување*, недоволно се конкретизира апстрактната природа на аритметичките операции;
- Не ги почитува карактеристиките на интелектуалниот развој на учениците од оваа возраст (особено од I и II одделение), како и законитостите во формирањето на менталните операции.

Множествениот приод поаѓа од поимот множество. Негова главна одлика е сфаќањето дека поимот природен број, релациите меѓу природните броеви и операциите со нив, се формираат врз основа на соодветни активности со множества од конкретни предмети, со апстрахирање на несуществените и генерализирање на суштествените својства.

Формирањето на природните броеви започнува уште во *предпојмовната етапа*, кога се формираат основните множествени поими, како што се:

- придружување 1 на 1, на секој елемент од едно множество се придружува само еден елемент од друго множество;
- споредување на множества и формирање на релациите:
... има исто толку ..., ... има повеќе од ..., ... има помалку од ...;
- класификација на множества според еднаквобројноста;
- серијација на множества во однос на релациите
... има повеќе од ..., ... има помалку од

Формирањето на поимите операции со природните броеви се остварува врз основа на соодветни активности: здружување (унија) на множества, формирање на подмножество на дадено множество, разлика на множества, разложување на едно множество на подмножества и сл.

Поимот *собирање* се формира врз основа на унија на дисјунктни множества. Како што при унијата од две множества се

формира ново, трето множество, така во собирањето од два броја се формира трет број.

Формирањето (издвојувањето) на поимот подмножество на дадено множество е основа за воведување на поимот *одземање* на природни броеви. На тој начин се формира трето множество од елементите што преостанале. Значи, одземањето е постапка во која се одредува бројот на елементите што преостанале при издвојување подмножество на дадено множество.

Поимот множење се формира врз основа на унија на повеќе еквивалентни множества, а *поимот делење* врз основа на разложување на дадено множество на еквивалентни подмножества.

Од напред изнесеното може да се согледа дека множествениот приод има својства што му даваат предност над другите методички приоди. Тие предности се следниве:

- ♦ Множествениот приод ги почитува карактеристиките на психичкиот развој на учениците од мала училишна возраст, кои се мошне значајни за стадиумот на конкретни операции во интелектуалниот развој;

- ♦ Овој методички приод е во согласност со психичките законитости во формирањето на мисловните операции: материјално, вербално и мисловно изведување на дејноста. Материјалното изведување на дејноста се остварува низ формирање на множества од конкретни предмети, унија на множества, подмножество на дадено множество и сл. Потоа учениците вербално ја опишуваат материјалната дејност, што е услов од манипулирање со конкретни предмети, да се дојде до мисловни активности со соодветни броеви.

- ♦ Множествениот приод создава поволни услови за запазување на дијалектичкиот пат на сознанието:

- **прва етапа** - *сетилно сознание*,
- **втора етапа** - *рационално (мисловно) сознание*,

Што значи, патот на сознанието започнува од сетилното сознание, и преку работа со конкретни предмети се овозможува премин на мисловното сознание, во кое доминираат апстракции и генерализации.

**4.3 ЗОШТО ВО ПОЧЕТНАТА НАСТАВА ПО
МАТЕМАТИКА СЕ ПОАЃА ОД МНОЖЕСТВАТА**

Во математичката наука поимот множество е основен поим, а поимот природен број се дефинира врз основа на поимот множество. Според тоа логично е во почетната настава по математика да се поаѓа од множествата. Оправданоста на оваа определба се темели на повеќе причини од педагошки и математички карактер. Како позначајни ги истакнуваме следниве:

♦ Современата математичка наука силно е обележана со множествоно толкување на математичките поими и објекти, што значајно влијае и на наставата по математика. Имено, содржината на наставата по математика произлегува од математичката наука и ги одразува нејзините водечки идеи.

♦ При спознавањето на математичките белези на непосредната околина децата прво го откриваат постоењето на поединечни, конкретни предмети. Потоа, тие откриваат дека некои од тие предмети имаат некое заедничко својство, според кое можат да се групираат во целина, односно множества. *„Запознавањето на множествата како својства на предметите од непосредната околина е создавање на битно математичко обележје на објективната стварност, што го опкружува детето.“* (6,21)

Во натамошните активности со множествата децата ги запознаваат еквивалентните множества и природниот број како суштествено својство на класа еквивалентни множества. Според тоа, патот на создавањето на математичките белези на непосредната околина поминува низ три етапи:

прва етапа	втора етапа	трета етапа
запознавање на конкретни предмети	запознавање на множества како суштествено својство на предметите	запознавање на природниот број како суштествено својство на еквивалентни множества

♦ Поимот множество е многу поконкретен од поимот природен број, како суштествено својство на класа еквивалентни множества. Според тоа, поаѓањето од множествата би значело почитување на дидактичкиот принцип на системност и постапност. Покрај тоа, операциите со множествата се конкретна основа за воведување на аритметичките операции: собирање, одземање и множење. Работата со множествата е појдовна основа за оспособувањето на учениците за изведување на ментални операции со природните броеви. Тоа е во согласност со конкретно - индуктивниот приод во воведувањето на математичките поими, при што операциите со множествата се средство за остварување на целта - операции со природните броеви.

♦ Поаѓањето од елементарната теорија на множества во математичкото образование, овозможува поточно и поцелосно дефинирање на математичките поими, како што се : природен број, собирање, одземање и множење. Тие можат да се дефинираат врз основа на квантитативното споредување на множества (придружување 1 на 1), еквивалентни множества, унија на множества и разлика на множества. Имено, според конкретно - индуктивниот приод во формирањето на математичките поими, перцепциите и претставите настануваат како резултат на набљудување, споредување и анализирање на предмети и појави од непосредната околина, со што се создава основа за апстрахирање на несуштествените и генерализирање на суштествените својства на предметите, па и нивно дефинирање.

4.4 ВОВЕДУВАЊЕ НА ПОИМОТ ПРИРОДЕН БРОЈ

Појдувајќи од напред изнесеното, детското сознавање на поимот природен број се движи по следниот пат:

♦ *Претстава за множества* → децата на 3 - 4 години од повеќе конкретни предмети можат да ги издвојат оние со препознатливо заедничко својство, што претставува прв чекор во формирањето на поимот множество.

♦ Поимот множество → на 5 години децата веќе оперираат со множествата и ја одредуваат нивната еквивалентност со придружување 1 на 1.

♦ Претстава за природниот ред на броевите → со примена на релациите ... е поголем од ..., ... е помал од ... , а посебно релацијата ... е за еден поголем од ... , се овозможува создавање на претстави за природниот ред на броевите.

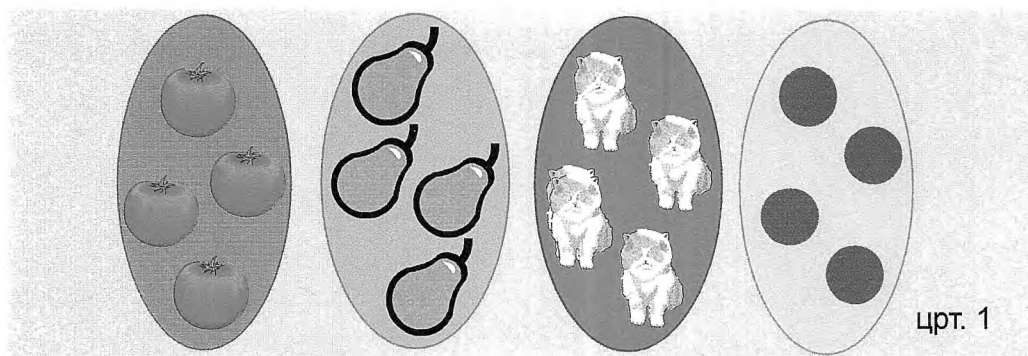
Според прифатениот методички приод, природните броеви од првата десетка најчесто се воведуваат во две етапи:

прва етапа	втора етапа
броеви од 1 до 5	броеви од 6 до 10

Суштествените својства на поимот природен број како аритметичка категорија се создаваат врз основа на неаритметички категории-множества, и тоа на следниот начин:

- восприемање на множества кои претставуваат некаква целина, поточно неколку еквивалентни множества,
- сфаќање на бројноста како суштествено својство на множествата.

Поконкретно, бројноста на множествата се создава низ активности со еквивалентни и нееквивалентни множества од конкретни предмети. Врз основа на набљудувањето на множествата и анализирањето на нивните елементи, се апстрахираат квалитативните, несуштествените својства на множествата (видот на елементите, нивната форма, боја, големина, положба во просторот и сл.). На пример, при воведувањето на бројот 4 учениците можат да разгледуваат множества од 4 јаболка, 4 крушки, 4 боички, 4 кружни плочки, претставени со апликации на фланелограф или со логички плочки и со придружување 1 на 1 на елементите на овие множества (црт. 1) и да утврдат дека тие се еквивалентни, односно имаат ист број елементи - 4, што е општо, суштествено својство на овие множества. На тој начин неаритметичките категории од областа на множествата овозможуваат усвојување на поимот природен број - 4, како аритметичка категорија.



Ваквиот методички приод на воведување на природните броеви од 1 до 5 вклучува три важни компоненти на сознанието:

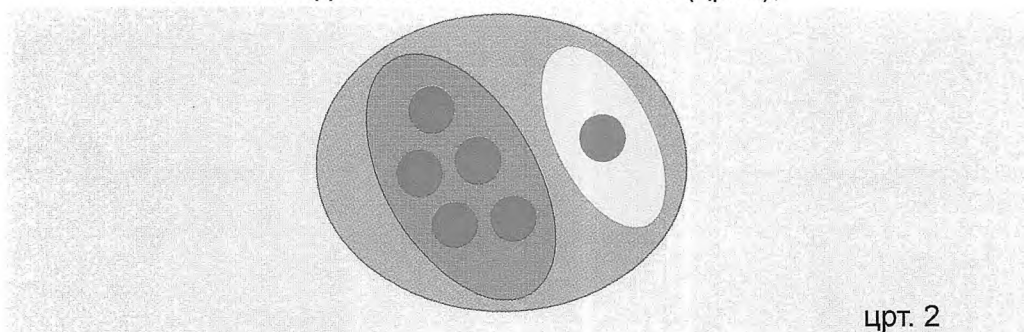


Ваквиот приод е во согласност со теорија за етапно формирање на мисловните операции на **Галперин**, односно патот од материјалната до мисловната дејност води преку говорното подрачје.

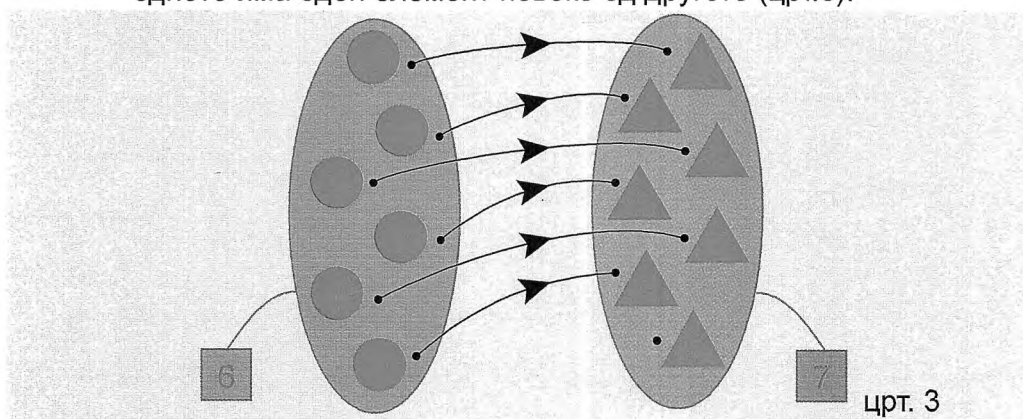
Воведувањето на бројот 0 се врши преку празно множество, при што на ова множество му се придружува бројот 0.

За воведувањето пак на природните броеви од 6 до 10 се диференцираат две приода, и тоа :

1. со примена на унија на дадено множество со познат број елементи и едноелементно множество (црт.2);

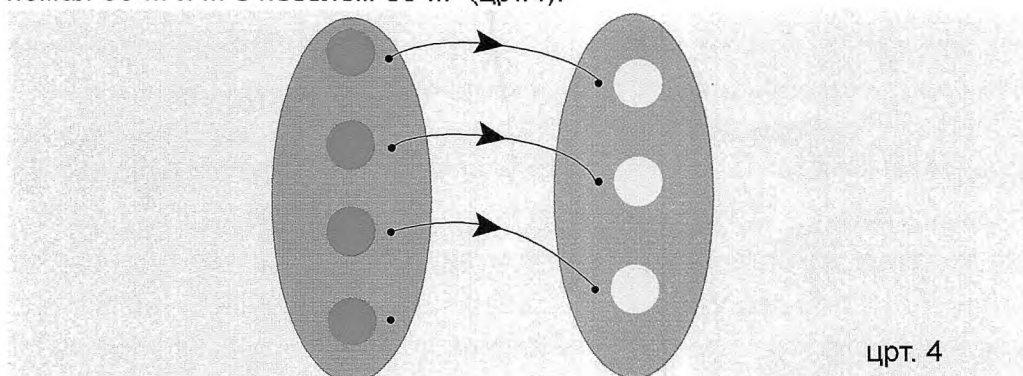


2. со квантитативното споредување на две множества, такви што едното има еден елемент повеќе од другото (црт.3).



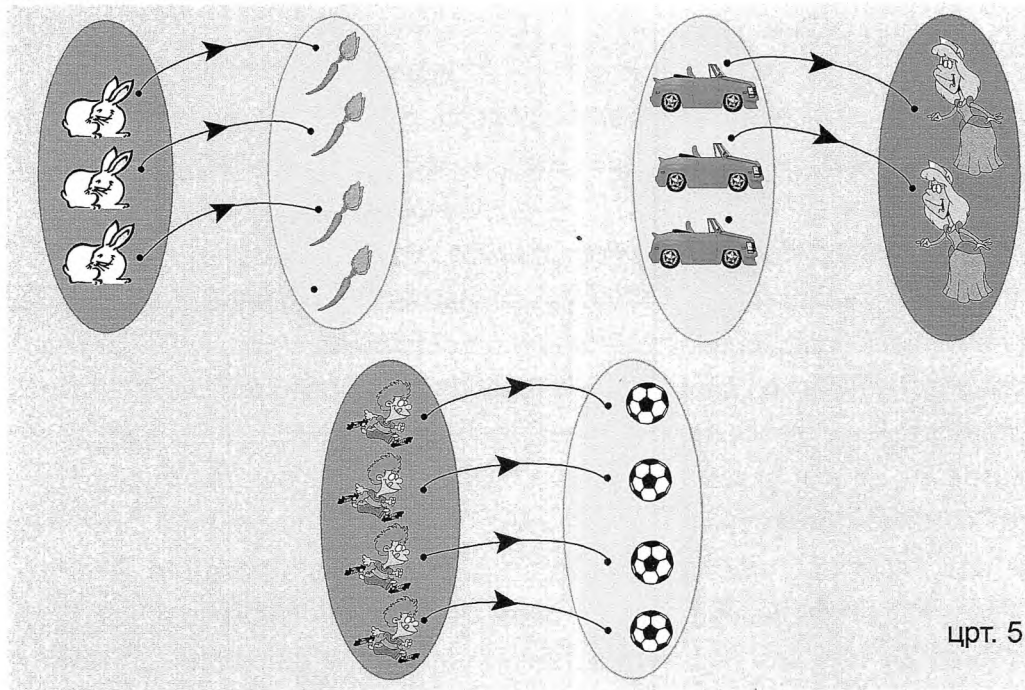
Современата методика на почетната настава по математика му дава приоритет на вториот приод, во кој може да се согледа и втората аксиома на **Пеано** (Peano), која подоцна може да успешно да се примени при формирањето на низата на природните броеви и броењето.

Споредувањето на природните броеви се засновува на еквивалентноста, односно нееквивалентноста на множествата, како и на формираните природни броеви. При тоа се применува иста методичка постапка: формирање на еквивалентни и нееквиваленти множества, придружување 1 на 1, со што треба да се воведат релациите: ... *има исто толку* ..., ... *има помалку од* ..., ... *има повеќе од* Од овие релации со неаритметички категории - множества, треба да произлезат релациите со природните броеви, како аритметички категории: ... *е еднаков со* ..., ... *е помал од* ... и ... *е поголем од* ... (црт.4).



4.5 СПОРЕДУВАЊЕ НА ПРИРОДНИТЕ БРОЕВИ

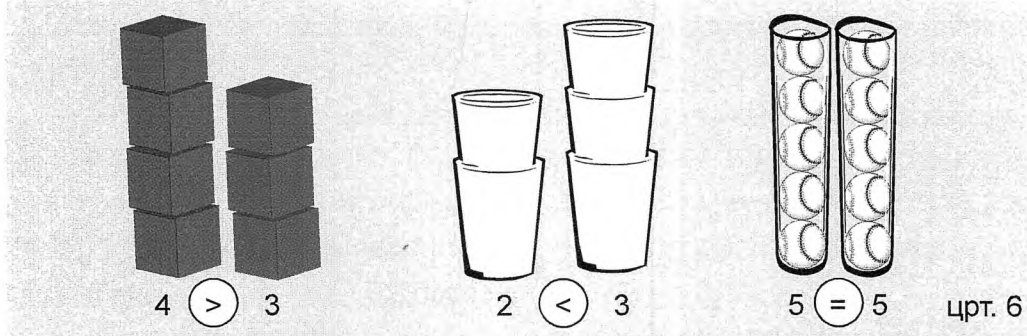
Процесот на формирање на поимот природен број опфаќа и изградување на умеења за споредување на природните броеви по големина. Основа за формирање на овие умеења претставуваат релациите ... има повеќе од ... , ... има помалку од ... , ... има исто толку Децата уште во предучилишна возраст, ориентирајќи се во непосредната околина, воочуваат одредни односи помеѓу предметите. На пример, „кучето е зад детето“, „дрвото е повисоко од куќата“, „лубеницата е поголема од дињата“ и сл. Тие односи меѓу предметите подоцна при квантитативното споредување на множествата, ќе преминат во релации меѓу множествата, кои се сведуваат на: ... има повеќе од ... , ... има помалку од ... , ... има исто толку На пример, на црт. 5: „зајчиња има помалку од морковчиња“, „колички има повеќе од кукли“, „деца има исто колку и топки“. Тоа се утврдува со примена на придружување 1 на 1, односно на секој елемент од првото множество му се придружува само еден елемент од второто множество.



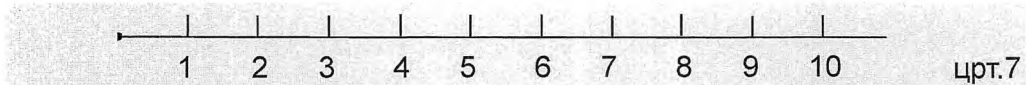
Ваквите активности со множества од конкретни предмети, подоцна ќе се претворат во релации помеѓу броевите на елементите на дадените множества. Појдувајќи од бројноста на множествата како суштествено својство на множествата, со квантитативно споредување на множествата ќе се утврди дали множествата се еквивалентни - имаат ист број на елементи, т. е. им одговара ист број, или, пак не се еквивалентни - имаат различен број на елементи, односно им одговараат различни броеви.

Врз основа на искуствата со кои учениците ќе се здобијат со манипулирање со конкретни множества и нивно квантитативно споредување, тие подоцна ќе можат да вршат споредување на броевите на две дадени множества : ... е поголем од ... , ... е помал од ... , ... е еднаков на Така, во цртежот 5: „зајчиња има помалку од морковчиња“, зајачиња се 3, а морковчиња 4. Од тука следува $3 < 4$. На сличен начин, врз основа на конкретните случаи на цртежите, учениците ќе согледаат дека $3 > 2$ и $4 = 4$. Значи, неаритметичката категорија релации е основа на споредување на природните броеви.

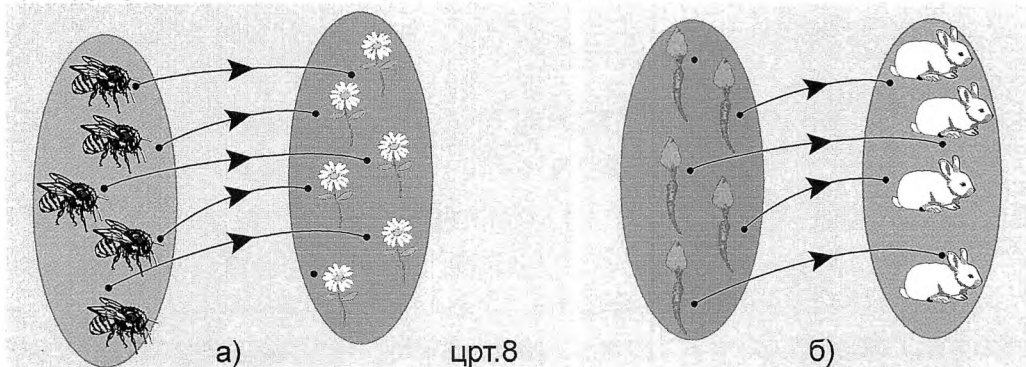
Почетните примери на споредување на природните броеви задолжително се илустрираат, за да се обезбеди конкретна подршка на мислењето, а процесот на учење и поучување да се заснова на дидактичкиот принцип на нагледност. Погодни за тоа се низи од еднакви предмети, обоени во две бои, кои можат да се споредуваат по висина, затоа што учениците веќе имаат изградено претстава за *повисоко* и *пониско*, односно *поголемо* и *помало*. Така, на пример, при илустрирање на споредување може да се применат коцки наредени една врз друга, чаши една врз друга, тениски топчиња ставени во кутија и сл. (црт.6)



Ваквите примери можат да се сметаат и како примери еталони кои овозможуваат да се создадат претстави за *големината* на броевите и подоцна по тие претстави да се врши споредување. Од таквите примери може да се премине на бројна права, на која се редат броевите, така што на неа може тие да се споредуваат според местото на бројната права. Имено, $7 > 5$ бидејќи 7 е понадесно од 5, или 7 е подалеку од 1, отколку што е 5. (црт.7)



Меѓутоа, споредувањето на природните броеви треба да послужи за изградување на низата на природните броеви. Затоа е потребно да се воведат аритметичките поими *претходник* и *следбеник*. И тие поими се формираат врз основа на споредување на конкретни множества со придружување *1 на 1*. На пример, на цртежот 8а)



пчелички се за една помалку од цветови. Пчелички се 5, а цветови се 6. Значи, 5 е за 1 помалку од 6 или 5 е *претходник* на 6. На цртежот 8б) моркови има за 1 повеќе од зајачиња. Моркови се 4, а зајчиња 5. Бројот 5 е *следбеник* на бројот 4.

Поимите претходник и следбеник овозможуваат посодржајно да се пријде на формирањето на низата на природните броеви и да се воочат некои нејзини својства. На пример, учениците уште во прво одделение ќе дознаат дека само бројот 1 нема претходник, односно дека тој е најмал природен број и дека нема најголем природен број, што ќе го дознаат во IV одделение, кога го изучуваат множеството на природните броеви N .

Поимот следбеник има големо методичко значење во почетната настава по математика, особено кога се проширува бројното множество кое учениците веќе го изучиле. На пример, во II одделение учениците го изучиле множеството на природни броеви до 100, а во III одделение тоа треба да се прошири на множеството на природни броеви до 1 000. Преминот од 100 на 101 е врз основа на следбеникот на бројот 100, кој е за 1 поголем од него или тоа е бројот 101, па потоа неговиот следбеник итн. Ист е случајот и при *излегувањето* од множеството природни броеви до 1 000. После бројот 1 000 следува неговиот следбеник, кој е за 1 поголем до 1 000, односно 1 001, па потоа неговиот следбеник 1 002 итн.

На тој начин се создаваат поволни претпоставки учениците во IV одделение да прифатат дека нема најголем природен број, односно дека множеството на природни броеви е бесконечно. Така, тие прифаќаат дека „ако земеме дека n е најголем природен број, тогаш неговиот следбеник $n + 1$ ќе биде поголем од него.“

Од напред изнесеното може да се согледа дека неаритметичката категорија релации, чија основа е манипулирање со конкретни предмети, е мошне податлива основа за сознајно и посодржајно сфаќање на споредувањето на природните броеви и особините на низата на природни броеви.

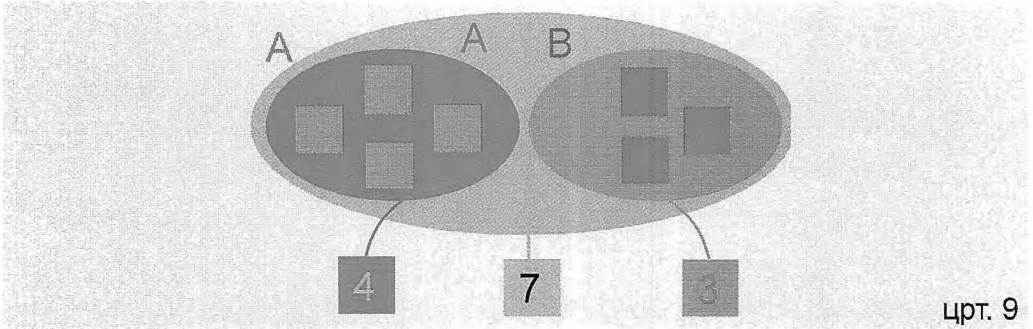
4.6 ВОВЕДУВАЊЕ НА ОПЕРАЦИИТЕ СО ПРИРОДНИ БРОЕВИ

Аритметичките операции собирање и одземање се воведуваат со примена на неаритметички категории, односно со унија на множества. Имено, процесот на формирање на поимот **собирање** треба да помине, во главно низ две етапи:

- **прва етапа**—набљудување на множества и формирање на унија на две дисјунктни множества;
- **втора етапа**—постапки за апстрахирање.

Во првата етапа учениците при формирањето на унија на две дисјунктни множества A и B ($C = A \cup B$), ќе се здобијат со претстави

за количествените односи на тоа множество. Во втората етапа ќе се апстрахираат несуществените својства на множествата и ќе се генерализира суштественото својство - нивната бројност, каде што $\text{card } A = 4$, $\text{card } B = 3$, а $\text{card } C$ ќе се определи како $\text{card } A + \text{card } B$, т.е. $\text{card } A + \text{card } B = \text{card } C$, односно $4 + 3 = 7$ (црт.9).



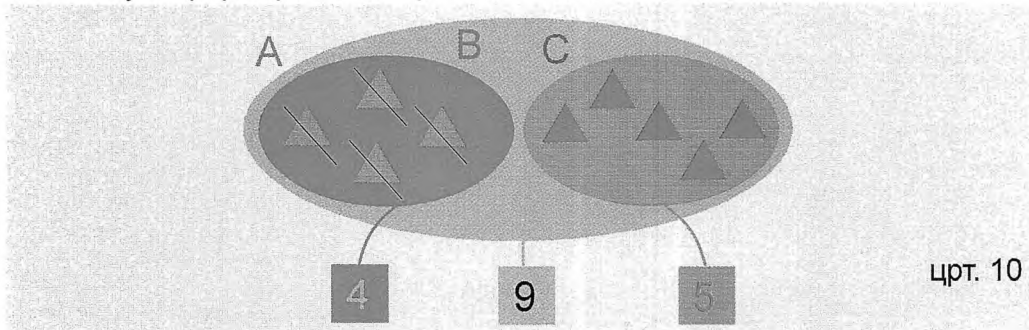
Учениците дури на поголема возраст ќе достигнат повисоко апстрактно ниво и ќе можат да ја дефинираат операцијата собирање, запишувајќи: $\text{card } A + \text{card } B = \text{card } (A \cup B)$ или $\text{card } A + \text{card } B = \text{card } (A \cup B)$, при што $A \cap B = \emptyset$.

Одземањето се воведува по истите методички постапки, само што како основа на аритметичкиот поим се зема:

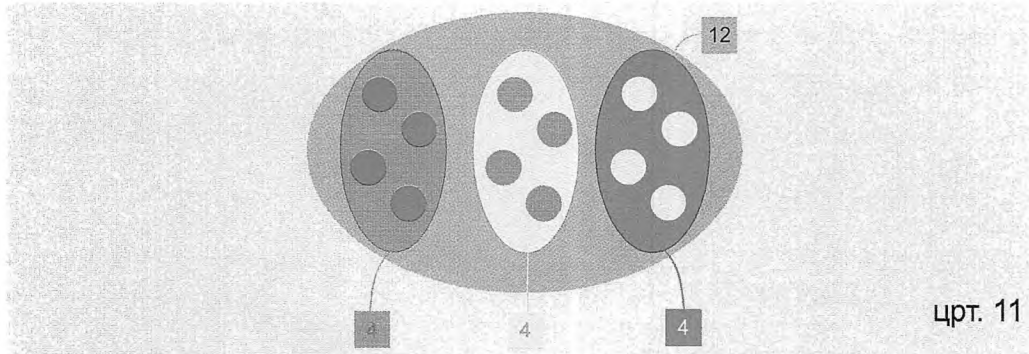
- **прва етапа** → набљудување на множества и формирање на подмножество на даденото множество;
- **втора етапа** → постапки за апстрахирање.

Во првата етапа учениците формираат подмножество на дадено множество, што претставува операција со неаритметички категории. При тоа, се организираат разни активности со множества од конкретни предмети и разни дидактички материјали, со што се создаваат претпоставки за апстрахирање на несуществените својства. Од овие активности произлегуваат генерализации, поврзани со квантитативните својства на множествата (црт.10) $9 - 4 = 5$. Имено, ако од множеството A се формира едно негово подмножество (множество сини плочки), тогаш *преостануваат* само елементите кои сочинуваат некое множество C , така што $\text{card } A = 9$, $\text{card } B = 4$ и $\text{card } C = 5$ и од $\text{card } A - \text{card } B = \text{card } C$ следува $9 - 4 = 5$. Со овие активности со неаритметичките категории множества, подмножества и релации се

овозможува формирање на аритметичката операција одземање.



Во математичката наука аритметичката операција **множење** се дефинира врз основа на Декартов производ на две множества. Меѓутоа, бидејќи во содржината на наставата по математика од I до IV одделение не е застапен Декартов приод, во почетната настава по математика операцијата множење се воведува како унија на еквивалентни, дисјунктни множества (црт.11), т.е. $6A + 6B + 6C = 6(A \cup B \cup C)$, $4 + 4 + 4 = 3 \cdot 4 = 12$.



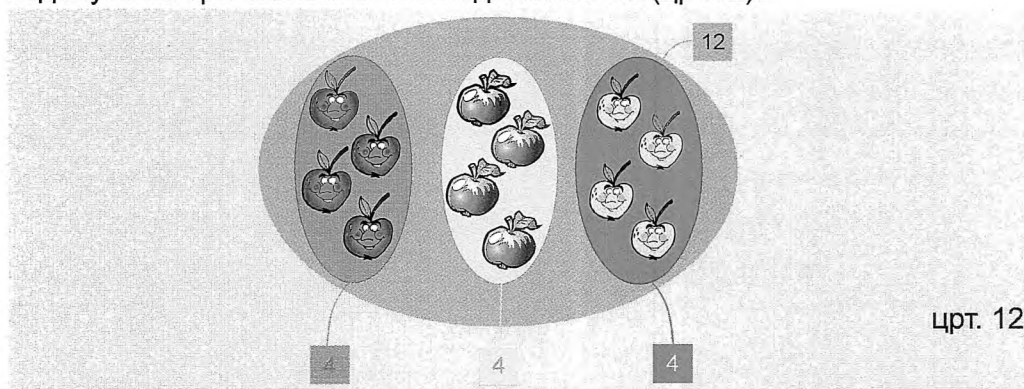
Ваквиот приод е соодветен на возрасните особености на учениците од оваа возраст, затоа што новата содржина се засновува на ретроспектива на порано усвоени знаења и искуства, односно множењето се сведува на собирање на еднакви собироци. Притоа, множествата, како неаритметичка категорија претставуваат илустрација на аритметичката операција множење. Исто така примената на овој приод овозможува учениците од мала возраст лесно да воочат и разберат некои својства на множењето, како што е комутативноста. На пример:

$$3 \cdot 5 = 5 + 5 + 5 = 15 \quad \text{и} \quad 5 \cdot 3 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15,$$

Од ова лесно можат да заклучат дека $3 \cdot 5 = 5 \cdot 3$ односно по

индуктивен пат да дојдат до заклучок дека ако множителите си ги променат местата, тогаш производот останува ист.

Сличен е и начинот на нагледно претставување на аритметичката операција **делење**. Тоа се врши преку разделување на дадено множество на еквивалентни подмножества. Заради поврзување на математиката со секојдневниот живот на учениците, пожелно е да при тоа се примени задача која искажува некоја конкретна ситуација. На пример, ► Во една кошница има 12 јаболки. Тие треба да се поделат на три деца подеднакво. Задачата се илустрира со множество од 12 елементи, кое се поделува на три еквивалентни подмножества (црт.12).



На тој начин апстрактната аритметичка операција делење станува поим кој е конкретен и податлив за сфаќање од учениците на стадиум на конкретни операции и заснован на дидактичките принципи на: системност, постапност и нагледност. Улогата на неаритметичките категории - еквивалентни множества и подмножества, е да го илустрираат тој апстрактен процес.

Според наведеното може да констатираме дека апстрактните поими собирање, одземање, множење и делење на природни броеви, кои претставуваат аритметички категории, се усвојуваат со примена на повеќе неаритметички категории (множество, подмножество и еквивалентни множества). Со тоа учениците кои се наоѓаат на стадиум на конкретни операции можат да усвојат некои апстрактни поими како собирање, одземање, множење и делење, а самите поими стануваат конкретни и податливи за учениците.

4.7 АЛГЕБАРСКИТЕ СОДРЖИНИ ВО ПОЧЕТНАТА НАСТАВА ПО МАТЕМАТИКА

Во традиционалната настава по математика како да постоеше едно непишано и необразложено правило во одделенската настава на основното училиште да се изучуваат *посебни броеви*, а во предметната настава *општи броеви* (броеве означени со букви). Ваквото сфаќање не водеше сметка дека наставата по математика во одделенска настава, треба да биде основа на која ќе се надградува математиката во предметната настава. Како последица на таквото сфаќање недоволно се осмислуваше поимот *општ број*, се јавуваа потешкотии во разбирањето на тој поим и формализам во знаењата на учениците.

За да се избегнат овие негативности, со модернизацијата на наставата по математика во втората половина на XX век, во наставните програми наменети на почетната настава по математика се внесуваат и *алгебарски содржини*. Овие содржини имаат повеќе пропедевтички карактер, и настануваат како воопштување на аритметичките содржини. Тие, пред сè, се усогласени со возрасните особености на учениците и се однесуваат на содржини кои се поврзани со поимите: променлива, изрази со променливи, функции, равенки и неравенки. Меѓутоа, алгебарските содржини на овој степен на образование имаат и друга, мошне значајна функција. Поконкретно, тие играат значајна улога за:

- развој на способностите на учениците за воопштување,
- во способноста да ги искажуваат различните својства и законитостите на симболички начин,
- сфаќање на обратноста на аритметичките операции: собирање и одземање, односно множење и делење,
- развивање на поимите променлива и функција.

Алгебарските поими се формираат плански и систематски уште од прво одделение. Пред употребата на буква, која заменува еден или неколку броеви, учениците решаваат задачи од типовите: ► *Кој број треба да стои на местото на квадратчето (прашалникот) за да биде точно*

равенството $5 + \square = 8$ ($5 + ? = 8$) ? Во случајов празното квадратче и прашалникот *држат* место на некој број, кој кога ќе се стави на тоа место се добива точно бројно равенство.

По одредено искуство за учениците со вакви примери, *празното место* се означува со буква и добиеното равенство всушност е *равенка* од видот: $5 + x = 8$. Нејзиното решавање не се врши според алгебарски правила, туку врз основа на својствата на аритметичките операции. Имено, непознатиот собирок x е број кој собран со 5 дава збир 8, а тоа е бројот 3, односно x игра улога на непозната, која во случајов го означува бројот 3.

Во почетната етапа на решавањето на равенките учениците често пати ќе го откријат непознатиот број со погодување. Меѓутоа, целта на овие содржини е учениците да го откриваат непознатиот број врз основа на согледување на врските помеѓу резултатите и компонентите на аритметичките операции.

Решавањето на равенките на тој начин подразбира *подготвителна етапа*, во која ќе се решаваат задачи од следниве типови:

а) $3 + 5 =$	б) $4 \cdot 5 =$
$8 - 3 =$	$20 : 4 =$
$8 - 5 =$	$20 : 5 =$

а потоа се составуваат равенки од типот:

а) $x + 5 = 8$	б) $x \cdot 5 = 20$
$8 - x = 5$	$20 : x = 4$
$x - 5 = 3$	$x : 4 = 5$

Решавањето на бројните задачи овозможува учениците да се здобијат со искуства, кои можат да ги применат при решавањето на равенките. Имено, со решавањето на разликата $8 - 3 = 5$, се добива идеја за решавање на равенката $8 - x = 5$, дека $x = 8 - 5$.

Покрај наведените типови равенки, учениците треба да решаваат задачи од видот: ► *За кој број $a \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ е точно равенството $2 + x = 6$?* Во ваквите случаи учениците треба да согледаат дека a може да има различни вредности, но само за една од нив е точно равенството.

Решавањето на неравенките, исто како и равенките има

пропеедевтчки карактер. Со нив се осмислуваат релациите меѓу природните броеви: ... е поголем од ... , ... е помал од Но, за разлика од решението на равенките, каде што има само една вредност на непознатиот број, и тоа е решение на равенката, решение на неравенката можат да бидат повеќе вредности на непознатата. На пример, на почетокот се дава неравенка од типот $\square < 5$, каде се бара број кој треба да стои во квадратчето, за да биде точно неравенството. Во случајов тоа можат да бидат броевите 1,2,3 и 4. До сличен заклучок учениците доаѓаат и во неравенките од типот $x < 7$. Тие ќе согледаат дека x заменува секој број што е помал од 7, т.е. $x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Идејата за функција во почетната настава по математика треба да се негува уште од прво одделение, особено при формирање на поимот природен број и операциите со природни броеви. Мошне погодни за тоа се табелите, во кои е искажана зависност меѓу компонентите и резултатите во аритметичките операции. На пример,

a	4	5		
$a + 4$			10	8

a	5	6	7	
b	3	1		2
$a + b$			9	8

a	2	4	6	8
$a \cdot 4$				

x	3	4	8	
$24 : x$	3	1		6

Од табелите учениците можат да согледаат дека, за различни вредности на непознатиот број се добиваат различни вредности на бројниот израз, односно збирот $a + 4$ зависи од собирокот a , за колку тој се зголемува, за толку се зголемува и збирот и обратно. Ист е случајот и со производот $a \cdot 4$, колку пати ќе се зголеми множителот a , толку пати се зголемува и производот итн.

Од напред изнесеното може да се согледа дека наведените

алгебарски категории имаат значајна улога во согледувањето на својствата на аритметичките операции, гледани преку врските меѓу компонентите и резултатите во нив, кои учениците можат да ги совладаат на повисоко ниво. Затоа тие не се одделени од аритметичките, туку се *проткајуваат* низ нив и се во функција на нив.

4.8 ПРАКТИЧНА ПРИМЕНА НА КОНЦЕПТОТ

Воведување на бројот 4

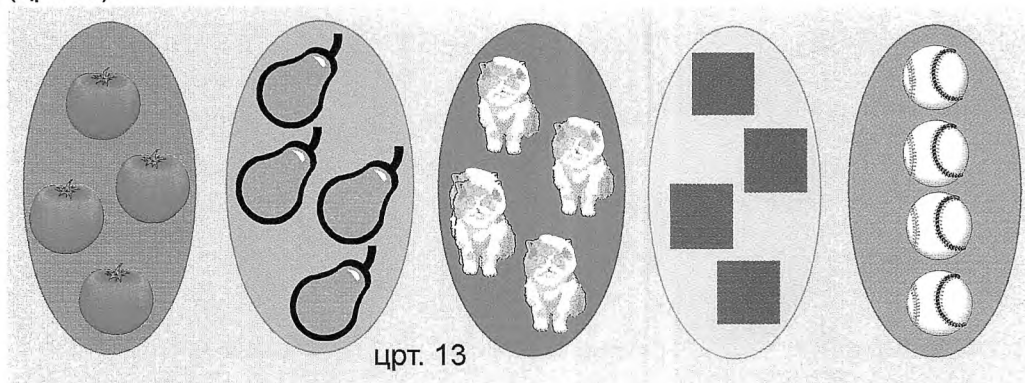
Практичната реализација на концептот неаритметички категории, ќе ја спроведеме во наставната содржина **Воведување на бројот 4**. Во организацијата на наставниот час ќе појдеме од некои компоненти, кои ќе ги прикажеме табеларно:

ЦЕЛИ	ПРЕДЗНАЕЊА И ИСКУСТВА	АКТИВНОСТИ	ОБРАЗОВНИ ИЗЛЕЗИ
Учениците да се - запознаат со бројот 4, - запознаат со цифрата 4, - да се оспособат да го придружуваат бројот 4 на секое множество од 4 елементи.	Учениците знаат: - да формираат множества според дадено својство на елементите, - да ја применуваат релацијата: ... има исто толку ... , - да ги препознаваат броевите 1, 2 и 3, - да бројат до 5.	- Формирање на множества од 1, 2 и 3 елементи и придружување на број што одговора на множеството, - Формирање на повеќе множества со 4 елементи, - Придружување на бројот 4 на множество со 4 елементи, - Разликување на бројот 4 од броевите 1, 2 и 3, - Формирање на множества според даден број на елементи.	Учениците знаат: - на множество од 4 елементи да го придружат бројот 4, - да формираат множества од 4 елементи, - да го разликуваат бројот 4 од броевите 1, 2 и 3.

А. Сознајна ретроспектива → Учениците знаат да формираат

множество според одредено својство на елементите, го сфаќаат значењето на релацијата ... има исто толку ... , ги препознаваат цифрите 1, 2 и 3, формираат множества од 1, 2 или 3 елементи и им го придружуваат соодветниот број. Со актуализација на предзнаењата и искуствата наведени во табелата, може да се оствари активна сознајна работа на учениците при воведување на бројот 4. Затоа наставничката на почетокот на часот и ги актуализираше наведените предзнаења преку следниве активности : самостојно решавање на задачите 1 и 2 на стр.27 од работните листови **Математика 1 + 2** . Истите беа проверени преку читање на резултатите, со што се утврди дека актуализацијата е успешно извршена.

Б. Учечко - поучувачка акција → Процесот на учење и поучување започна со прикажување на графофолии - 5 множества секое по 4 елементи, така што елементите на множествата се разликуваат меѓу себе (црт.13) .



По извршената анализа на множествата , учениците утврдија дека тие се составени од различни елементи - јаболка, крушки,мачиња, квадрати и топчиња. Така го издвоија несущественото својство (круши, зајчиња и сл.) - видот на елементите на множествата.

Потоа наставничката побара да одредат по колку елементи има во секое множество, на што учениците одговорија:

У1: „Секое множество има по 4 елементи.“

Бидејќи бројот на елементите на сите множества е ист, беше утврдено суштественото својство на множествата - нивната бројност. Потоа методот на разговор меѓу наставничката и учениците продолжи вака:

Н : „Кој број ќе го придружине на множествата јаболка?“

У2 : „На множеството јаболка ќе му го придружине бројот 4.“

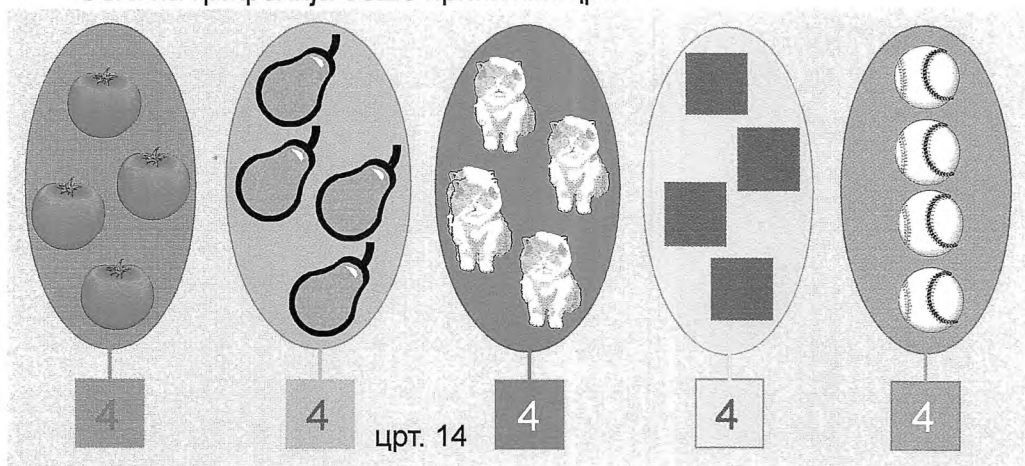
Н : „А кој број ќе го придружине на останатите множествата?“

У3 : „И на останатите множества ќе им го придружине бројот 4.“

Н : „А зошто и на останатите множества им го придруживме истиот број 4?“

У4 : „Бидејќи и тие имаат по 4 елементи.“

Сега на графолија беше прикажан црт. 14



Натамошните активности продолжија со работа во учебникот **Математика 1**, на стр.27, при што учениците самостојно ја решија задачата 2. Со увидот во учебникот констатиравме дека сите ученици го разликуваат бројот 4 од броевите 1, 2 и 3.

В. Сознајна перспектива → За да ја потврди оствареноста на образовните излези, наставничката организираше дидактичка игра за учениците, со следниве правила:

- ученикот бира од понудените две корпи со модели, (модел 1 - цифри од 1 до 4 и модел 2 - форми на логички плочки)
- според наведениот избор ученикот формира множества.

Учениците со задоволство ја играа играта, во која ги применија здобиените знаења за бројот 4, а особено умеенјата да формираат множества според приznakот - форма на логички плочки, а бројот на

елементите одговараше цифрата 1, 2, 3 или 4.

Здобиените знаења во врска со воведувањето на бројот 4, учениците ќе ги применат при:

- воведување на броевите до 10,
- формирање на низата на природни броеви од 1 до 10,
- собирање и одземање на природните броеви до 10,
- споредување на природните броеви од првата десетка.

Буквата заменува број

Како и во претходно наведениот наставен час, така и при реализацијата на овој час, најнапред ги одредивме целите, предзнаењата и искуствата, активностите и образовните излези. Овие компоненти за нас претставуваат детерминанти од кои се поаѓа во практичната реализација на концептите. При реализацијата на овој наставен час ќе појдеме од следниве компоненти, кои ги прикажуваме табеларно.

ЦЕЛИ	ПРЕДЗНАЕЊА И ИСКУСТВА	АКТИВНОСТИ	ОБРАЗОВНИ ИЗЛЕЗИ
Учениците да: - се оспособат да заменуваат буква со број, - се оспособат да означат непознат број со буква, - да научат да решаваат елементарни равенки.	Учениците знаат: - да собираат броеви до 20, - да одземаат броеви до 20, - да одредат непознат собирок , намаленик или намалител во даден збир или разлика.	- Одредување на непознат собирок на чие место стои цртичка, или прашалник, - Одредување на број кој треба да стои во квадратче, за да биде точен збирот или разликата, - означување на компоненти во собирањето и одземањето со буква, - одредување на вредноста на буквата, компонента во собирањето и одземањето.	Учениците знаат: - буквата заменува број, - да одредат кој број заменува буква, - да решаваат елементарни равенки.

А. Сознајна ретроспектива→ На почетокот на часот наставничката ги подели учениците во 5 групи, при тоа им објасни дека ќе решаваат задачи групно, според начинот на кој и досега работеле. Со цел да ги актуализира предзнаењата и искуствата на учениците, наведени во табелата, на секоја група им подели ливчиња со следниве задачи:

① $3 + ? = 8$	② $4 + ? = 7$	③ $6 + ? = 8$
$7 + \underline{\quad} = 10$	$6 + \underline{\quad} = 8$	$5 + \underline{\quad} = 9$
$5 + \square = 9$	$7 + \square = 10$	$4 + \square = 10$
④ $7 + ? = 8$	⑤ $5 + ? = 9$	
$2 + \underline{\quad} = 10$	$6 + \underline{\quad} = 7$	
$6 + \square = 9$	$5 + \square = 10$	

По решавањето на задачата, наставничката на секоја група и го постави прашањето:

Н : „Кој број треба да стои на местото на прашалникот, за да биде точно собирањето?“

У1 : „Бројот 5.“

У2 : „Бројот 3.“

У3 : „Бројот 2.“

У4 : „Бројот 1.“

У5 : „Бројот 4.“

И во втората задача, во која беше употребена цртичка, учениците добија точни решенија, и заеднички го донесоа заклучокот:

Цртичката заменува некој број, кој кога се стави на местото на цртичката се добива точно собирање.

За решавање на третата задача наставничката почувствува потреба од давање на упатство:

Н : „Најдете сега кој број го заменува квадратчето во задача 3.“

Како и претходната така и оваа задача беше точно решена, но сега заклучокот се прошири:

Н : „Значи, прашалникот, цртичката и квадратчето го заменуваат непознатиот број во задачата, за кој собирањето е точно.“

Б. Учечко - поучувачка акција → За да ја поттикне мотивацијата на учениците, наставничката ги стави пред проблем ситуација, со што на секоја група и постави задача во која буквата заменува број, и тоа:

$$\begin{array}{lll} \textcircled{1} & 4 + a = 7 & \textcircled{2} & a + 5 = 9 & \textcircled{3} & 6 + a = 10 \\ & \textcircled{4} & a + 5 = 10 & \textcircled{5} & 3 + a = 8 \end{array}$$

Следејќи ја аналогијата од претходните задачи, учениците успешно ја решија и оваа задача, што констатиравме со увидот на нивната работа. Потоа секоја група извести за решението што го добија:

У1: „ Буквата a го заменува бројот 3.“

У2: „ Буквата a го заменува бројот 4.“

У3: „ Буквата a го заменува бројот 4.“

У4: „ Буквата a го заменува бројот 5.“

У5: „ Буквата a го заменува бројот 6.“

Од решавањето на овој вид задача учениците воочија дека наместо празното место, квадратчето и сл. може да стои буква, која всушност го заменува бројот - непознатиот собирок и го изведоа заклучокот:

Во оваа задача некој број е заменет со буквата a .

Активностите на часот продолжија со задачата:

► **Составете задача во која буквата a го заменува бројот 5 !**

Наставничката со цел да им помогне на учениците го даде примерот: $a + 4 = 9$.

Учениците добро соработуваа во рамки на групата и ги составија задачите:

$$\begin{array}{lll} \textcircled{1} & a + 3 = 8 & \textcircled{2} & 2 + a = 7 & \textcircled{3} & a + 1 = 6 \\ & \textcircled{4} & a + 5 = 10 & \textcircled{5} & 4 + a = 9 \end{array}$$

Овие задачи беа истакнати на училишното пано во катчето за математика.

На часот беше дадена и задача од типот:

► **Кој од броевите 1, 2, 3, 4 и 5 буквата ја заменува буквата e во задачата: $e + 6 = 8$.**

Како и претходните и оваа задача групите успешно ја решија, што го согледавме од нивните изработки.

В. Сознајна перспектива → Повторувајќи ги добиените заклучоци, еден ученик запраша:

У : „Може ли буква да замени број во одземањето?“

Н : „Може, еве на пример: $a - 3 = 5$, $7 - e = 4$. Ајде да најдеме кои броеви ги заменуваат буквите a и e !

Сите групи добија слични задачи, кои успешно ги решија, што увидовме од нивните презентации.

Од согледаното при следењето на часот, може да се констатира дека образовните излези презентирани во претходно дадената табелата, се потврдени и успешно остварени.

Здобиените знаења понатаму ќе се применуваат при:

- обработка на равенки,
- обработка на неравенки,
- симболичко изразување на аритметичките законитости, како што се комутативноста и асоцијативноста на собирањето и множењето, идр.
- изведување на формулите за пресметување на периметар и плоштина на геометриски фигури.

РЕФЕРЕНЦИ:

1. Ансаров, Р., (1973), *Осовременување на наставата по математика во основното училиште во СР Македонија*, Београд: Математика
2. Ачовски, Д.,(1998), *Методика на наставата по математика, I - IV одделение*, Скопје :П.Ф. „Св. Климент Охридски“
3. Ачовски, Д., (2002), *Математика за I одделение - 1*, Скопје: Просветно дело
4. Ачовски, Д., (2002), *Математика за I одделение - 2*, Скопје: Просветно дело
5. Ачовски, Д., Макашевска, В., (2003), *Математика за 1+2 за I одделение - 1*, Скопје:Просветно дело
6. Benčić, V., Markovac, J., (1972), *Teme iz nastave matematike u I razredu osnovne škole*, Zagreb: Školska knjiga
7. Дајовић, В.,(1974), *О реформи наставе математике*, Настава математике, бр.1 - 2
8. Давыдов, В.В., (1966), *Возрастные возможности усвоения знаний*, Москва:Просвещение
9. Dines, Z., Golding, N., (1969), *Les premiers pas en mathématique, Logique et sémantique*, Paris: O.C.D.L.
10. Лалчев, З., (1997), *Переходът множество - число*, София: Веда Словена
11. Маджаров, А., Манова, А., Димитров, Д., (1997), *Методика на обучението по математика в началните класове*, Благоевград: Универзитет „Неофит Рилски“
12. Marjanović, M., (1996), *Методика математике*, Beograd: Učiteljski fakultet
13. Markovac, J., (1992), *Metodika početne nastave matematike*, Zagreb: Školska knjiga
14. Маркушевич, А.И., (1962), *Об очередных задачах преподавания математики в школе*, Математика в школе, №2

15. Маслова, Г.Г., (1977), *III Международнѝ конгрес по математическому образованию*, Математика в школе, №4
16. Метельский, Н.В., (1977), *Психолого - педагогические основания дидактики математики*, Минск: Высѝшая школа
17. Мицковиќ, Н., (1984), *Современите сфаќања на наставата по математика во основното училиште*, Скопје: Просветно дело
18. Монахов, В.М., (1985), *Международнѝ конгрес по математическом образовании*, Математика в школе, № 5
19. *Наставен план и програми за основното училиште*, (1997), Скопје: Биро за развој на образованието
20. Neuning, W., Sorger, P., (1969), *Wir lernen Mathematik III/3*, Freiburg: Schuljar
21. Николић, М., (1972), *Еволуција проблема избора содржаја математичког образовања*, Математика, бр.4
22. Penavin, V., i dr., (1972), *Metodički problemi obrade nastavne građe iz teorije skupova*, Matematika, Matematika, br.2-3-4
23. Penavin, V., i dr., (1974), *Metodički priručnik za neka pitanja početne nastave matematike*, Novi Sad: Меѓуопштински просветно - педагошки завод
24. Пијаже, Ж., (1988), *Развој на интелигенцијата*, Скопје: Просветно Дело
25. Prešić, S., (1973), *Kako u osnovnoj školi predaviti prirodne brojeve*, Matematika, br.4
26. *Savetovanje o početnoj nastavi matematike, održano 9 i 10 januara u Sarajevu*, (1975), Matematika, br.2 i 3
27. Семадени, З., (1979), *Современата математика при обучението на децата*, София: Народна просвета
28. *Стандарди и постигања*, Математика, (2001), Скопје: Биро за развој на образованието на Македонија
29. Столяр, А. А., (1976), *Педагогика на математиката*, София: Народна просвета

30. Стройк, А., (1978), *Краткий очерк истории математики*, Москва: Наука
31. Frederika i Papi, (1972), *Dijete i grafovi*, Zagreb: Školska knjiga
32. Фройндентал, Г., (1982), *Математика как педагогическая задача, I часть*, Москва: Просвещение
33. Фройндентал, Г., (1982), *Математика как педагогическая задача, II часть*, Москва: Просвещение
34. Хогбен, Л., (1972), *Стваранье математике*, Београд: Вук Караџић

5. ТРАНСФОРМАЦИЈА НА ТЕКСТ ВО БРОЕН ИЗРАЗ

5.1 ПОИМ ЗА МАТЕМАТИЧКА ЗАДАЧА

Човекот, во секојдневниот живот, честопати е во ситуација да решава задача од една или друга област. Независно од тоа на која област и припаѓа задачата, за сите нив е карактеристично тоа што при нивното решавање решавачот треба:

- да ја осмисли содржината на задачата;
- да ја одреди областа на која таа и припаѓа;
- да согледа кои од знаењата со кои располага му се потребни за решавање на задачата;
- да согледа кои дополнителни знаења му се потребни за решавање на задачата;
- да направи план за решавање на задачата и истиот да го реализира.

Успешноста во решавањето на задачите, пак, може да се смета за движечка сила во личниот и општествениот напредок, во сите области на човековото живеење. За решавање на голем дел од задачите со кои човекот се сретнува во секојдневниот живот се потребни математички знаења. Такви задачи се именуваат како *математички задачи*. При нивното решавање решавачот ги користи математичките знаења со кои порано се здобил, често пати тие знаења ги збогатува, притоа се потпира на личното искуство во решавањето на математички задачи, понекогаш пронаоѓа нови начини на решавање на одредени типови на задачи, користи технички средства за олеснување на пресметувањата (дигитрон, компјутер и сл.).

Успешноста во решавање на задачите зависи од математичките знаења со кои располага, личното искуство во решавањето математички задачи, интересот за здобивање на нови знаења и барањето начини за нивно решавање. Здобивањето на математички знаења и збогатувањето на личното искуство во решавање на задачи е организиран процес, кој започнува уште во почетната настава по математика, каде што се поставуваат основите и се формираат умеења за нивно решавање.

Обично, „кога е дадено некое множество објекти, својства на објектите и релациите во него и се бара да се одредат некои елементи на тоа множество се вели дека е зададена математичка задача“. (8, 68) Мисловните и практичните активности, пак, што треба да се преземат за да се реши задачата, со цел да се определи непознатиот елемент (или елементи) од множеството се вика *решавање на задачата*.

Во методичката литература се сретнуваат различни класификации на математичките задачи, зависно од критериумот од кој се поаѓа. За проблемот на истражување позначајни се следниве класификации:

а) Според **содржината** што преовладува во нив, математичките задачи можат да бидат:

- аритметички;
- алгебарски;
- геометриски;
- задачи со множества и др.

б) Аритметичките задачи, пак, според **начинот на изразување на условот и прашањето**, можат да бидат:

- симболички претставени задачи (бројни изрази, равенки, неравенки);
- јазично искажани задачи или текстуални задачи.

Предмет на нашето истражување се аритметичките текстуални задачи и нивната трансформација во броен израз (аритметички или алгебарски).

5.2 ДЕФИНИРАЊЕ НА ПОИМОТ АРИТМЕТИЧКА ТЕКСТУАЛНА ЗАДАЧА

Во методичката литература можат да се сретнат различни дефиниции за поимот аритметичка текстуална задача (во понатамошниот текст само текстуална задача). Така, според руските автори **М. И. Моро** и **А. М. Пишкало** (А. М. Пышкало) текстуална задача е „прашање формулирано со зборови, на кое може да се даде одговор со помош на аритметички операции“. (10, 86)

Ј. Ф. Чекмарев (Я. Ф. Чекмарев) и **Б. Т. Снугирев** даваат дефиниција во која се спомнуваат величини и зависностите меѓу нив. Според нив,

текстуална задача се вика „прашање во кое треба да се определи бројната вредност на некоја непозната величина, по дадени бројни вредности на други величини, кои се наоѓаат во определена зависност, како меѓу себе, така и со непознатата величина“. (20, 95)

Бугарските автори **Маџаров** (Маджаров), **Манова** и **Димитров**, пак, текстуалната задача ја сметаат за модел на проблемска ситуација. Според нив „по својата суштина аритметичките текстуални задачи се симболички (идеални) модели на проблемска ситуација од стварноста, така што одразуваат конкретни животни ситуации“. (9,212)

Според **А. П. Стојлова** (А. П. Стойлова) и **А. М. Пишкало** „текстуална задача е опишување на некаква ситуација на природен јазик, со барање да се даде количествена карактеристика на некоја компонента на таа ситуација, да се воспостави постоење или непостоење на некаков однос меѓу нејзините компоненти или да се определи видот на тој однос.“ (15, 43)

Заедничко за напред наведените дефиниции е тоа што во нив се нагласува дека во текстуалната задача, на природен јазик се опишува конкретна ситуација, со која се искажува која величина (или величини) треба да се одреди и да се даде одговор на прашањето. Зависностите помеѓу величините, всушност, се скриени аритметички операции, кои треба да се откријат и да се решат, за да се даде одговор на прашањето.

Според тоа, може да се прифати дека : **аритметичка текстуална задача е вербално опишана конкретна ситуација, во која на проблемски начин се искажани врските помеѓу повеќе величини од кои барем на една од нив не и е позната бројната вредност и таа може да се определи со примена на аритметички операции што произлегуваат од врските помеѓу величините.**

Со ваквата дефиниција на текстуалната задача се истакнува дека во неа вербално се искажува некоја конкретна ситуација, во која, функционално се поврзуваат дадените и непознатите величини меѓу себе, како и дадените, кои се трансформираат во броен израз, со чие што решавање ќе се добие вредноста на бараните величини.

5.3 СТРУКТУРА НА ТЕКСТУАЛНАТА ЗАДАЧА

Прашањето на структурата на текстуалната задача има мошне суштествено значење за оспособувањето на учениците за нивното решавање. Врз основа на структурата на задачата, наставникот може да прави правилен избор на задачите, да ги степенува по сложеност, да ги подредува во систем од поедноставни кон посложени, да ги оспособува учениците правилно да приоѓаат на утврдувањето на врските помеѓу величините, да ги оддели непознатите од познатите и со трансформација на врските помеѓу величините, дадени со текст, во броен израз да дојде до решение на задачата.

Во методичката литература нема единствен став по прашањето за структурата на текстуалната задача. Според едни автори, како **Моро**, **Пишкало**, **Пчелко**, текстуалната задача во својата структура има само два елемента, и тоа: услов на задачата и прашање, при што во условот се дадени вредностите на познатите величини, а во прашањето бараната (непознатата) величина.

Други автори, како **Бантова**, **Статкивич**, **Поја** (Polya), **Маџаров** определуваат три структурни елементи на текстуалната задача и тоа: услов, бројни податоци и прашање. Според **Аргинска**, пак, во структурата на текстуалната задача има четири структурни елементи и тоа: услов, прашање, бројни податоци и непознат број.

Според наша оценка, најприфатлива е онаа структура што ги содржи следниве елементи:

- услов на задачата,
- бројни податоци, и
- прашање.

Условот на задачата во себе содржи две компоненти и тоа: објекти за кои се зборува во задачата и врските помеѓу нив. Објектите, пак, можат да бидат основни и дополнителни. Основните објекти се носители на основната информација во задачата и зависностите што се однесуваат на нив, дадени во условот. Основните објекти можат да бидат познати и

непознати. Во почетната настава по математика познатите објекти обично се даваат со конкретни вредности, а тоа се бројните податоци во задачата. Тие се даваат во рамките на множеството на природни броеви што се изучуваат на дадена возраст.

Прашањето покажува кој објект, обично број, е непознат во задачата, а неговата вредност (решението на задачата) се добива откако текстот ќе се трансформира во броен израз и истиот ќе се реши. Прашањето може да биде дадено во прашална или во заповедна форма.

Односите помеѓу познатите и непознатите величини, што се дадени во условот на задачата, покажуваат во каква врска се наоѓаат објектите меѓу себе. Врз основа на нив се прави избор на аритметички операции, што се потребни за решавање на задачата.

5.4 КЛАСИФИКАЦИЈА НА ТЕКСТУАЛНИТЕ ЗАДАЧИ

Во стручната литература се сретнуваат различни класификации на текстуалните задачи, во зависност од признакот, односно критериумот од кој поаѓаат авторите - дидактичката функција, сложеноста, содржината, типот на мислење што преовладува при решавањето и сл. Појдувајќи од предметот на нашето истражување, ќе ги разгледаме само класификациите според сложеноста и функцијата во осмислувањето на аритметичките операции.

Според функцијата во осмислувањето на аритметичките операции, текстуалните задачи можат да бидат:

1. *Задачи насочени кон откривање на смислата на аритметичките операции.* Во оваа група спаѓаат:

- задачи за пресметување на збир,
- задачи за пресметување на разлика,
- задачи за пресметување на производ,
- задачи за делење на еднакви делови, и
- задачи за делење по содржина

2. *Задачи со кои се откриваат различни релации помеѓу броевите.*

Овие задачи се изразени со соединување на зборови, како што се:

- ... е за _____ поголем од ... ,
- ... е за _____ помал од ... ,
- ... е _____ пати поголем од ... ,
- ... е _____ пати помал од

Во оваа група задачи авторите **М. Бантова** и **Г. Бетјуква** одвојуваат 12 типови задачи, од кои 6 типови се решаваат со собирање и одземање, а 6 типови со множење и делење. Тука се вклучени и посредните задачи во кои текстот упатува на аритметичката операција што треба да се примени, за да се реши задачата.

3. *Задачи со кои се открива врската помеѓу компонентите и резултатите на аритметичките операции.* Суштината на овие задачи е по дадена една од компонентите и резултатот од аритметичката операција, да се одреди другата компонента. Тука спаѓаат 6 типови задачи и тоа:

- одредување на непознатиот собирок, ако се познати збирот и другиот собирок;
- одредување на непознатиот намаленик, ако се познати разликата и намалителот;
- одредување на непознатиот намалител, ако се познати разликата и намаленикот;
- одредување на непознатиот множител, ако се познати производот и другиот множител;
- одредување на непознатиот деленик, ако се познати количникот и делителот;
- одредување на непознатиот делител, ако се познати количникот и деленик.

4. *Според бројот на бројот на аритметичките операции во бројниот израз,* во кој се трансформираат текстуалните задачи можат да бидат:

1. *Прости текстуални задачи,* кои при решавањето се трансформираат во броен израз со една аритметичка операција;
2. *Сложени текстуални задачи,* кои при решавањето треба

да се трансформираат во броен израз со две или повеќе операции или се решаваат со примена на две или повеќе аритметички операции. Сложените текстуални задачи всушност се состојат од две или повеќе прости текстуални задачи - *задачи компоненти*.

5.5 ДИДАКТИЧКА ФУНКЦИЈА НА ТЕКСТУАЛНИТЕ ЗАДАЧИ

Во Наставната програма по математика за одделенска настава на основните училишта и усвоените Стандарди и постигања, покрај усвојувањето на математичките знаења, се поставуваат и цели кои се однесуваат на интелектуалниот, емоционалниот, волевиот и естетскиот развој на учениците. Остварувањето на овие задачи, во значителна мера, се засновува и на решавањето на текстуални задачи, што ја определува и нивната дидактичка функција во наставата. Овде ќе се обидеме да излеземе од рамките на класичната поделба на задачите на наставата, со цел поконкретно и поцелосно да ја согледаме функцијата на текстуалните задачи во почетната настава по математика.

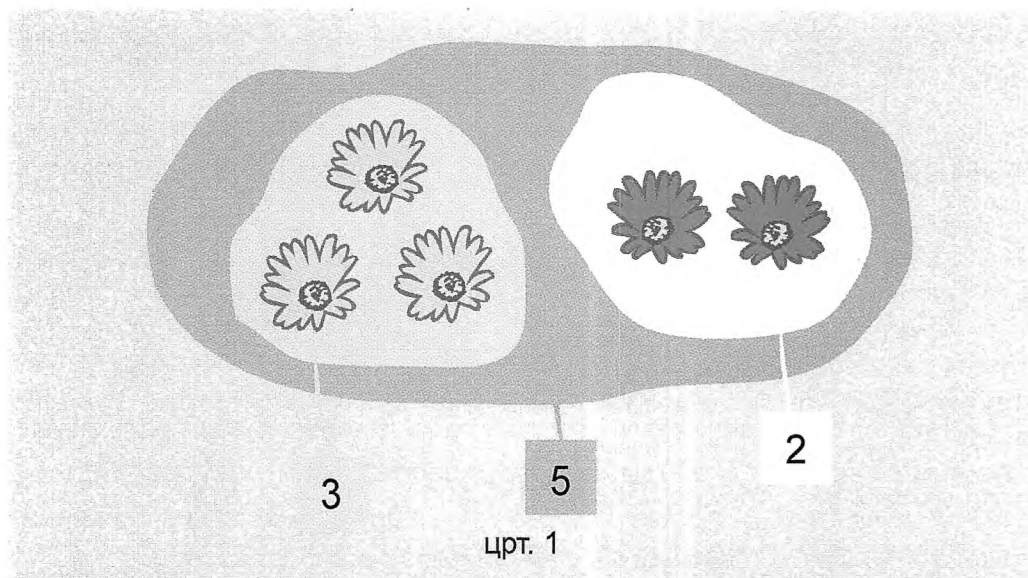
Појдувајќи од карактеристиките на мислењето на учениците од одделенската настава (според **Пијаже** тие се на стадиум на конкретни операции во интелектуалниот развој), и нивното сиромашно животно и учебно искуство, на нив не можат непосредно да им се соопштуваат теориски знаења, својства и законитости што се однесуваат на природните броеви и операциите со нив. Едно од тие средства се текстуалните задачи. Во таа смисла овој тип задачи треба да придонесат за:

а) Формирање кај учениците математички поими, односно за усвојување на теориски знаења во врска со некои суштествени својства на поимите, потребни и доволни за нивно запознавање на овој стадиум на интелектуалниот развој.

Така на пример, за да може кај учениците да се формираат првите сознанија за аритметичката операција собирање, кои ќе бидат основа за формирање на поимот, потребно е тие да решат

повеќе текстуални задачи, прво прости, потоа сложени, со што ќе ја осмислат оваа аритметичка операција. Во таа смисла треба да се применат задачи, во кои ќе се согледа:

- врската помеѓу собирците и збирот, појдувајќи од унијата на две дисјунктни множества: *Во една корпа има 3 жолти и 2 црвени цветови. Колку цветови има во корпата?* (црт. 1)



- зависноста на збирот од промената на собирците;
- врската помеѓу резултатите и компонентите во операциите собирање и одземање и сл.

И овие врски треба да се обработуваат преку текстуални задачи, кои можат да се илустрираат, за да послужат како конкретен материјал, врз основа на кој учениците ќе се здобијат со нови знаења, ќе ги осмислат суштествените својства на поимот што се обработува, ќе ги применуваат здобиените знаења во нови ситуации на учење, ќе ја поврзуваат теоријата и практиката. Во случајов илустрациите се јавуваат како елемент за олеснување на трансформацијата на текстот во броен израз.

б) **Влијание на умствениот развој на учениците.** При

решавањето на текстуалните задачи учениците извршуваат мисловни операции, како што се: анализа, синтеза, споредување, апстрахирање и воопштување. Така, со анализа на текстуалната задача учениците го одделуваат прашањето од условот, сложената текстуална задача ја разложуваат на задачи - компоненти, ги бараат суштествените врски помеѓу величини, прават план за решавање на задачата, при што вршат синтеза. Потоа вршат споредување на решението на задачата со условот, со што ја образложуваат точноста на решението, со што се развиваат длабочината, еластичноста и логичноста на мислењето.

в) **Развојот на сознајните способности на учениците.**

Содржината на некои текстуални задачи одразува одредена ситуација од непосредната околина на учениците, во која и тие можат да бидат учесници, а податоците се поврзани со секојдневната дејност на луѓето. Со решавањето на такви задачи учениците ја создаваат околината во која живеат ги согледуваат и нејзините математички белези. Воедно, за истакнување е и тоа што при решавањето на задачи со таква содржина учениците доаѓаат до конкретни податоци, поврзани со општествениот и техничко-технолошкиот развој. Од друга страна, пак, со решавањето на текстуални задачи со чисто математичка содржина на учениците им се овозможува создавање на некои својства на математичките поими, особено оние поврзани со релациите помеѓу броевите, со аритметичките операции (комутативност, асоцијативност, дистрибутивност), како и можност да ја согледаат обратноста на аритметичките операции собирање - одземање и множење - делење.

г) **Мотивирање за здобивање на нови знаења.** Преку решавањето на текстуални задачи учениците го согледуваат практичното значење на математичките знаења, нивната примена во секојдневниот живот, како и при изучувањето на други наставни предмети. Покрај тоа, некои текстуални задачи можат да послужат како основа за примена на здобиените знаења во нови ситуации на учење. Тоа придонесува учениците да се мотивираат за здобивање на математички знаења, што е значаен услов за успешност и ефикасност на наставата по математика.

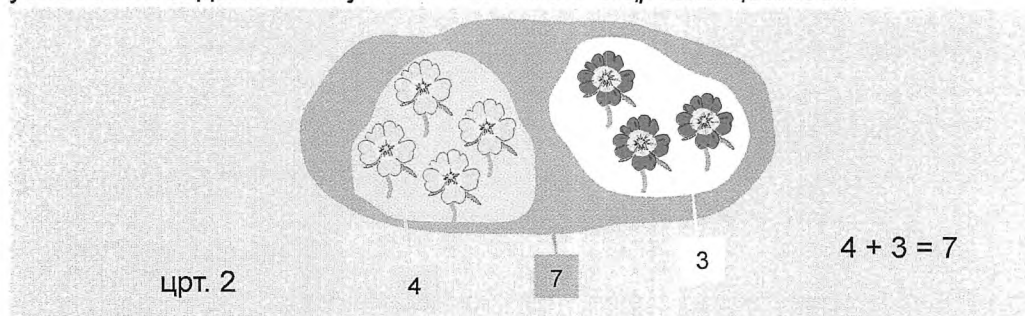
5.6 ЗАПОЗНАВАЊЕ НА УЧЕНИЦИТЕ СО ПРОСТИ ТЕКСТУАЛНИ ЗАДАЧИ

Успешното решавање на прости текстуални задачи од страна на учениците е непосредно поврзано со нивното оспособување за трансформација на текстот во броен израз (аритметички или алгебарски), односно запишување на текстот математички, како едноставен (со една операција) или сложен (со две или повеќе операции) броен израз или равенка. Оваа постапка е мошне сложена и се остварува етапно:

- запознавање на учениците со текстуалната задача и нејзината структура,
- подготовка на учениците за решавање на текстуални задачи,
- оспособување на учениците за решавање на текстуални задачи.

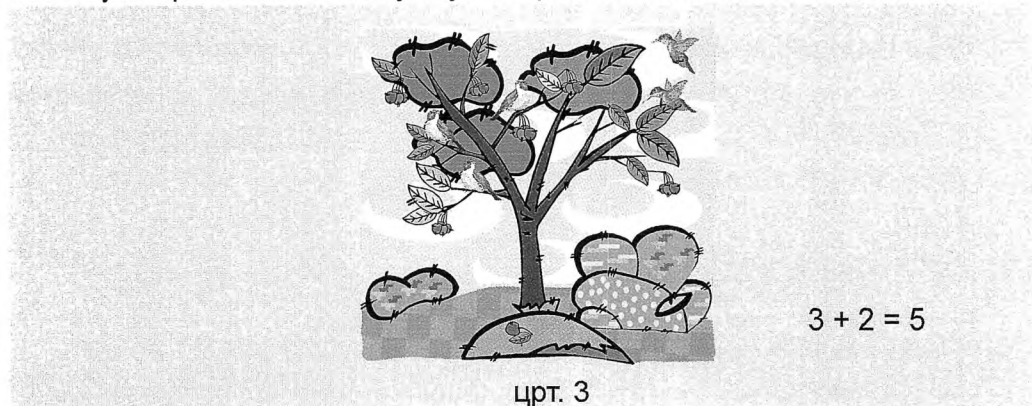
Првичното запознавање на учениците со текстуалните задачи се случува во прво одделение, по воведувањето на собирање и одземање во рамките на првата десетка. Тоа може да се оствари на повеќе начини:

1. **Драматизација на ситуација** → На учениците им се составува краток расказ за некоја реална ситуација, при што се доведуваат во некаква врска неколку величини (броеви), од кои една е непозната. На крајот на расказот се поставува прашање со кое се бара да се одреди непознатата величина (или број). На пример, наставникот повикува еден ученик (Маја) на табла и ѝ дава 4 жолти и 3 црвени цветови. Се формира условот на задачата: *Маја има 4 жолти и 3 црвени цветови.*



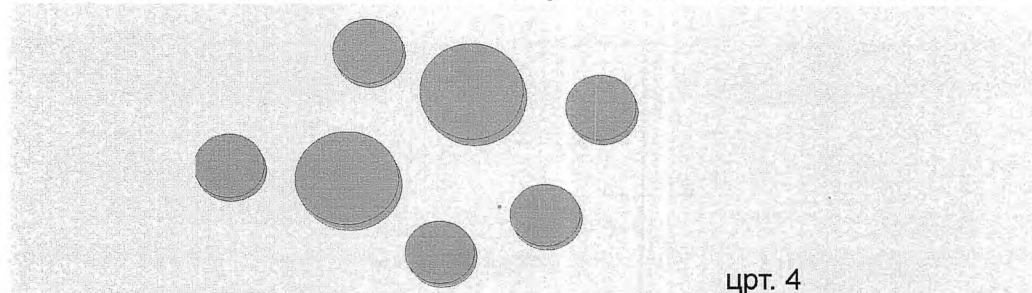
Потоа се поставува прашањето: *Колку вкупно цветови има Маја?* Задачата треба да биде запишана (во учебник, на наставно ливче, на табла) , од каде учениците ќе можат да го прочитаат условот на задачата и прашањето.

2. **Составување на задача по цртеж.** На учениците им се прикажува цртеж, на кој е претставена некоја ситуација, разбирлива за нив, но во себе да содржи елементи на математичка зависност. На пример:
► *На една гранка има 3 врапчиња. Долетале уште 2 врапчиња.* Потоа се поставува прашањето: *Колку вкупно врапчиња има сега на гранката?*



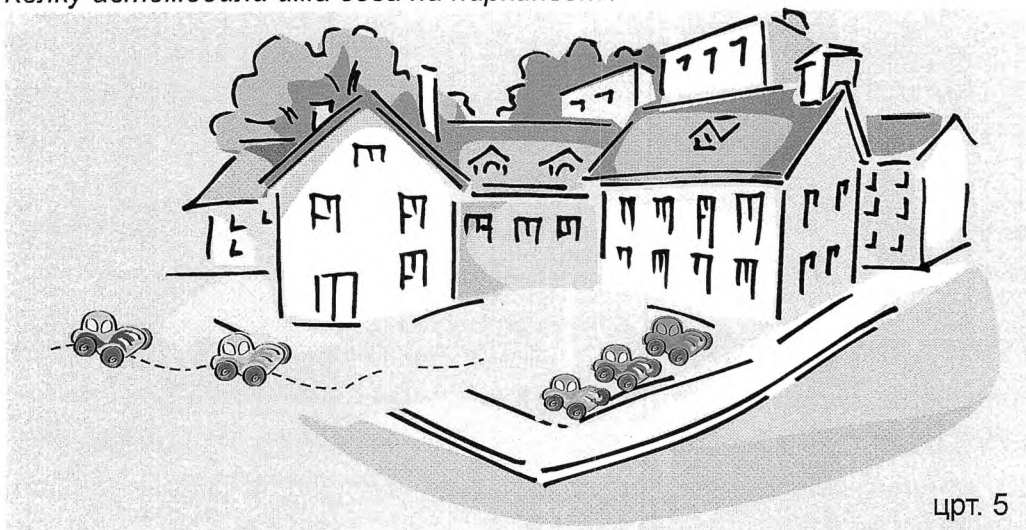
3. **Илустрирање на условот на задачата со дидактички материјали.** Текстот на задачата учениците го читаат од учебникот или се запишува на таблата. Потоа условот на задачата се илустрира со дидактички материјал, со што се олеснува решавањето на истата. На пример:

► *На таблата има 7 плочки. Од нив 2 се големи, а останатите се мали.* Условот се илустрира на таблата со плочки од дидактички комплет. Потоа се поставува прашањето : *Колку мали плочки има на таблата ?*



4. **Користење на подвижни елементи.** Тоа е ситуација кога кон група објекти (зајачиња, пилиња, автомобилчиња, плочки...) може да се додадат неколку со придружување или да се одземат неколку од нив. На пример:

► На еден паркинг има 3 автомобили. Дошле уште 2 автомобили. Условот на задачата се прикажува практично, со придвижување на автомобилите (играчки) што дошле. Потоа се формулира прашањето: Колку автомобили има сега на паркингот?



црт. 5

Со ваквиот приод учениците ќе согледаат дека во текстуалната задача е зададен некаков услов, кој ги поврзува објектите во некаков однос, искажан со броеви, како и укажувања за врските помеѓу тие броеви, кои се дадени условно. Текстот на задачата завршува со прашање, кое покажува што се бара во задачата.

Откако учениците ќе се здобијат со првични искуства од решавање на текстуални задачи, може да се премине на решавање задачи по готов текст. Во напред наведените случаи: драматизацијата, илустрирањето со слика, со дидактички материјали, или со подвижни елементи, покрај потпомагањето на мислењето на учениците, се во функција и на разбирањето на условот на задачата и на одделувањето на прашањето од условот.

Поради сиромашното животно и учебно искуство на учениците од прво одделение, доколку не е посветено нужното внимание на

подготвителната етапа за решавање на текстуални задачи, можат да се појават тешкотии од видот:

- учениците да го сфаќаат текстот на задачата како расказ или загатка, без да навлезат во неговата суштина,
- да не обрнат доволно внимание на зависностите помеѓу величините (броевите), дадени во условот на задачата,
- да не го осмислат доволно прашањето на задачата,
- да направат погрешен избор на аритметичката операција и текстот да го трансформираат во погрешен броен израз, поради недоволното умеење да го анализираат условот на задачата,
- погрешно да го сфатат значењето на некои од термините: додадам, одземам, се зголеми, се намали, ќе се добие, ќе остане и сл.

5.7 ЗАПОЗНАВАЊЕ НА УЧЕНИЦИТЕ СО СЛОЖЕНА ТЕКСТУАЛНА ЗАДАЧА

Запознавањето на учениците со сложена текстуална задача станува тогаш кога тие веќе се здобиле со знаења и умеења за решавање на прости текстуални задачи, во второ одделение. На почетната етапа на оваа постапка учениците се запознаваат со текстуални задачи кои се решаваат со две пресметувања. Во тие задачи треба:

- во условот на задачата да фигурираат три број, од кои еден може да биде даден посредно;
- редот на операциите опишан во текстот на задачата да се совпаѓа со редот по кој се извршуваат аритметичките операции;
- двете пресметувања да бидат со различни аритметички операции, односно собирање и одземање.

Погодно е првите сложени текстуални задачи, со кои се сретнуваат учениците, да бидат составени од две прости текстуални задачи, при што одговорот (решението) на првата задача да биде составен дел (број) на условот на втората задача. На учениците прво им се дава да ги решат задачите - компоненти, а потоа да се состави сложената. На пример:

► Во една продавница се донесени 36 kg јагоди и 42 kg црешни. Колку килограми овошје е донесено во продавницата?

Овој текст учениците лесно ќе го трансформираат во броен израз, односно $36 + 42$, со чие решавање ќе добијат: $36 + 42 = 78$ и ќе дадат одговор: Во продавницата се донесени 78 kg овошје. Потоа одговорот од првата задача влегува во условот на втората проста задача: ► Во една продавница имало 78 kg овошје. Преку денот се продадени 52 kg овошје. Уште колку килограми овошје останало во продавницата? И оваа проста текстуална задача учениците лесно ќе ја решат, затоа што условот укажува на операцијата потребна за решавање на задачата, т.е. $78 - 52 = 26$, односно одговорот на задачата е: Во продавницата останале 26kg овошје.

По решавањето на двете прости текстуални задачи, од нив се составува сложена текстуална задача:

► Во една продавница имало 36kg јагоди и 42kg цреши. Преку денот се продадени 52kg овошје.

Во првите сложени текстуални задачи, покрај прашањето, треба да се даде и меѓупрашање, со кое се одредува и посредно дадениот број. Во случајов тоа би било:

- а) Колку овошје имало во продавницата? - меѓупрашање, и
- б) Колку килограми овошје останало во продавницата? - прашање.

Со ваквиот приод се обезбедува учениците да согледаат дека решението на првата задача - компонента е составен дел (посредно даден број) од условот на сложената задача. Тогаш учениците полесно ќе извршат трансформација на текстот во броен израз, да го решат истиот и да дадат одговор на поставеното прашање:

- имало: $36 + 42 = 78$ (78 kg овошје)
- продадени се: 52 kg

останале: $78 - 52 = 26$ (26kg овошје)

Одговор: *Во продавницата останале 26 kg овошје.*

Бидејќи меѓупрашањето го олеснува патот до решението на задачата, потребно е на почетокот да се решат одреден број задачи со меѓупрашање, а потоа тоа да се изостави и да се применува при некои нови типови задачи. Искуството од решавањето на задачи со меѓупрашање ќе придонесе учениците него да го прифатат како составен дел на задачата и кога тоа не е дадено.

По сложените задачи со две пресметувања, при кои во условот фигурираат три броја, треба да се воведат и задачи со две пресметувања и два броја во условот. Од таков тип е, на пример, задачата: ► *Драган има 35 денари, а Борче 8 денари помалку од Драган. Колку денари имаат двајцата заедно?*

И во овој тип задачи, првите треба да бидат со меѓупрашање, а подоцна тоа да се изостави. Ако не се даде меѓупрашањето, многу често учениците текстот го трансформираат во погрешен броен израз, во случајов $35 - 8$, наместо $35 + (35 - 8)$, односно како одговор на задачата се дава бројот на парите што ги има Борче, односно, $35 - 8 = 27$.

Со помош на меѓупрашањето учениците можат да решаваат и задачи од просто правило тројно, со сведување на единица. На пример: ► *Во 9 кутии има вкупно 72 боички. Колку боички има во 6 такви кутии?* Меѓупрашањето во случајов е: *Колку боички има во една кутија?* Во третто и четврто одделение учениците ќе решаваат сложени текстуални задачи, со три и четири операции, за кои ќе стане збор подоцна.

5.8 ПОДГОТОВКА НА УЧЕНИЦИТЕ ЗА РЕШАВАЊЕ НА ТЕКСТУАЛНА ЗАДАЧА

Етапата на подготовка има за цел да им помогне на учениците во изборот на аритметички операции што произлегуваат од текстот на

задачата, а со што се посочува и процесот на решавање на задачата. Првите подготвителни активности се т.н. **задачи - дејства**. Тие се остваруваат со материјални објекти или со нивни модели.

На пример, наставникот става на магнетна табла неколку од логичките блокови. Кон нив додава уште неколку и прашува:

► *Што ќе стане со бројот на блоковите ако кон нив додадеме уште неколку? Дали нивниот број ќе се намали или ќе се зголеми?*

Постапката се повторува со одземање на неколку блокови од дадените, со поставување на претходно поставените прашања. Со тоа се осмислува значењето на термините: ќе се зголеми, односно ќе се намали. Потоа на учениците им се прикажуваат уште неколку ситуации, слични на претходната.

На оваа етапа треба да се обработат и неколку **задачи - прашања**. Во овој тип подготвителните задачи, наместо со материјални објекти, може да се работи со шеми, со што постепено се зголемува степенот на апстрактност. Во таа смисла треба да се обрне внимание на следниве типови прашања:

► *Што треба да знаеме, за да определиме колку вкупно има?*

(Во корпата има кружни и квадратни плочки);

► *Што може да се определи (пресмета), ако се знае бројот на едниот вид предмети (кружни плочки) и бројот на другиот вид предмети (квадратни плочки).*

Овие прашања може да се конкретизираат со следниве активности:

► *На таблата има 4 кружни плочки и 3 квадратни плочки. Колку вкупно плочки има на таблата?*

Во оваа ситуација се посочува и бројниот израз $(4 + 3)$, со чие решавање се добива решението на задачата.

Потоа треба да следува сличен пример, но прашањето да се дополни со друго прашање: *Со која аритметичка операција ќе го одредиме (дознаеме) тоа?* Треба да се даде и слична задача, чие што решавање се сведува на одземање. На пример:

► На табла има 7 плочки. Од нив 2 се кружни, а останатите се триаголни. Колку триаголни плочки има на таблата? Со која аритметичка операција ќе го одредиме тоа?

Посебно внимание во подготвителната етапа треба да се посвети на зголемувањето, односно намалувањето за неколку единици. Тоа треба да се поткрепува со нагледност. На пример, наставникот става на магнетна табла (или на маса) неколку плочки и прашува: *Што треба да направиме за плочките да станат за 2 повеќе (помалку)?* На таблата се поставуваат 6 црвени плочки во ред, а под нив 4 жолти плочки. Наставникот прашува: *За колку жолтите плочки се помалку од црвените?* Потоа се преминува на прашањата: *Како тоа може да се најде, со која аритметичка операција?*

Од наведените активности треба да се очекува учениците да ги осмислат релациите: ... е за ... поголем од ...; ... е за ... помал од ...; ... има за ... повеќе од...; ... има за ... помалку од...; двојната смисла на разликата меѓу броевите, односно ако 8 е за 2 поголем од 6, тогаш 6 е за 2 помал од 8, односно „ако првиот број е неколку единици поголем од вториот, тогаш вториот број е помал од првиот за исто толку единици“. (5, 206). Во второ одделение истата постапка треба да се повтори со зголемување, односно намалување даден број неколку пати. Тука треба да се воочи разликата во релациите: ... е за ... поголем (помал) од ... и ... е ... пати поголем (помал) од Таа разлика треба да се согледа и на конкретен, илустриран пример, како на црт. 6.



Бројот 6 е 2 пати поголем од бројот 3

црт. 6

Сфаќањето на разликата во наведените релации е мошне значајно за изборот на аритметичката операција при трансформација на текстот на задачата во броен израз.

Етапата на подготовка за решавање на сложени текстуални задачи треба да го опфати и разложувањето на истата на прости задачи, односно да се одделат нејзините задачи - компоненти. Во таа насока во методичката литература се присутни два проблема и тоа:

1. По кој начин да се пријде на разгледувањето на сложените текстуални задачи: аналитички, синтетички или аналитичко - синтетички?
2. Кои задачи прво да се воведат - оние што во условот имаат 3 броја или оние што имаат 2 броја?

Што се однесува до првото прашање, практиката покажала дека секој од наведените начини има свои предности. Така, при синтетичкиот начин на учениците им се даваат две прости текстуални задачи, такви што втората да биде продолжение на првата. Учениците ги решаваат простите текстуални задачи, а потоа тие се соединуваат во една сложена текстуална задача. По споредувањето на двете прости текстуални задачи со сложената, се утврдуваат сличностите и разликите меѓу нив, при што се утврдува дека сложената текстуална задача е добиена од двете прости текстуални задачи, односно има две задачи компоненти. Тоа, од друга страна, упатува на сознанието дека: да се реши сложена текстуална задача, значи да се решат задачите - компоненти од кои таа е составена. Да го разгледаме тоа на следниов случај:

1. Во една продавница има 38 литри сок од боровинки и 42 литри сок од малини. Колку литри сок има во продавницата? - прва задача и
2. Во една продавница имало 80 литри сок. Во текот на денот се продадени 25 литри сок. Колку литри сок останале во продавницата? - втора задача.

Од овие две прости текстуални задачи се формира една сложена текстуална задача:

3. Во една продавница имало 38 литри сок од боровница и 42 литри сок од малини. Преку денот се продадени 25 литри сок. Колку литри сок останале во продавницата?

Меѓутоа, некои автори, меѓу кои **Моро, Пчелко, Менчинскаја, Скаткин** и др. му даваат предност на аналитичкиот приод. Така, според **Менчинскаја** „изборот на аналитичкиот пат е диктиран од неопходноста јасно да им се покаже на учениците спецификата, необичноста на сложената задача, во споредба со простата“. (19, 140)

При овој начин на учениците им се задава сложена текстуална задача, се разгледува истата, но се согледува дека веднаш не може да се даде одговор на поставеното прашање, туку прво треба да се одговори на некое дополнително прашање, коешто не е дадено во задачата, но се подразбира. На пример во задачата:

► *Иван има 35 денари, а Милена има 15 денари повеќе од Иван. Колку денари имаат двајцата заедно?*

Во овој случај учениците согледуваат дека прво треба да одговорот на прашањето : *Колку денари има Милена ?* , кое во задачата не е поставено, а потоа да се бара одговорот на поставеното прашање во задачата. Сепак според нашето мислење, најпогоден е аналитичко-синтетичкиот начин, бидејќи со неговата примена може да се согледа и спецификата на сложената задача и начинот на кој таа е образувана.

Суштината на аналитичко-синтетичкиот приод е во обединувањето на предностите на двата приода. Според овој приод најпрво на учениците им се задаваат две прости текстуални задачи, но и сложената задача што е формирана од нив. Со споредување на условите, броевите што се дадени, како и прашањата во задачите, учениците ќе можат да согледаат дека сложената задача е составена од првите две прости задачи, прашањето на втората проста задача и на сложената се совпаѓаат, а прашањето на првата проста задача е и меѓупрашање (прашање кое треба да се подразбере) кое не е дадено во сложената задача. Според тоа, за да се реши сложената задача, треба да се решат простите задачи од кои таа е составена. Еден таков пример би биле задачите :

1. *Алек има 45 денари. Татко му му дал уште 30 денари. Колку денари има сега Алек?*
2. *Алек има 75 денари. Купил пенкало за 50 денари. Колку денари му останале на Алек?*
3. *Алек има 45 денари. Татко му му дал 30 денари. За 50 денари тој купил пенкало. Колку денари му останале на Алек ?*

Што се однесува до вториот проблем, на кои задачи да им се даде предност - со дадени два или три броја, тој зависи од методичкиот приод што ќе се примени при нивното решавање. Со примена на аналитичко-синтетичкиот приод полесно може да се согледа меѓупрашањето што се однесува на некоја од задачите - компоненти. Овој приод може да даде добри резултати, доколку во првите задачи што се решаваат, независно дали во нив се зададени 3 или 2 броја, во првата задача - компонентата се постави меѓупрашање, а потоа се даде прашањето на сложената текстуална задача.

5.9 ЕТАПИ ВО РЕШАВАЊЕТО НА ТЕКСТУАЛНИТЕ ЗАДАЧИ

Секоја текстуална задача, а особено сложената за учениците е проблемска ситуација. Од каде произлегува проблемноста? Учениците треба да дадат одговор на поставеното прашање во задачата. За да можат да го формулираат одговорот, претходно треба да ги откријат врските помеѓу дадените и бараните величини, релациите меѓу нив, да ги изберат аритметичките операции што произлегуваат од тие врски и односи и истите да ги трансформираат во бројни изрази. При овие постапки учениците вложуваат интелектуален напор, ги користат сопствените искуства и помошта што притоа ја добиваат од наставникот. Оспособувањето на учениците за решавање на текстуални задачи е сложен и долготраен процес кој треба да се остварува плански и системски.

Според американскиот методичар **Џорџ Поја** при решавањето на текстуалните задачи треба да се помине низ четири етапи и тоа:

- А. *Разбирање на задачата;*
- Б. *Составување на планот;*
- В. *Остварување на планот;*
- Д. *Осврт на добиеното решение.*

А. ПРВА ЕТАПА: *Разбирање на текстот на задачата*

Решавањето на секоја текстуална задача започнува со разбирање на текстот на задачата, односно нејзината содржина. Во таа смисла учениците треба да ја осмислат ситуацијата што е опишана во задачата, да го разберат условот и прашањето што е поставено, а на кое треба да се даде одговор. Разбирањето на текстот и содржината на задачата започнува со барањето на зборови и термини коишто учениците не ги разбираат и можат да бидат пречка во разбирањето и истите се објаснуваат. Разбирањето на содржината на задачата може да се поткрепи и со скратен запис на истата или со табела. Скратениот запис на текстуалната задача е мошне значаен при првичното решавање на овој тип задачи, како и при воведувањето на сложените текстуални задачи. Така, на пример, текстот на задачата:

► *На таблата има 6 кружни и 3 квадратни плочки. Колку вкупно плочки има на таблата?*

кратко може да се запише на следниов начин:

- Кружни плочки _____ 6
- Квадратни плочки _____ 3
- Вкупно плочки _____

При преминот од прости на сложени текстуални задачи, скратениот запис на текстот може да го олесни сфаќањето на текстот на задачата. Така, во задачата:

► *Виктор има 25 денари. Мила има 15 денари повеќе. Колку денари имаат двајцата заедно?*

скратениот запис на текстот може да изгледа вака:

- Виктор _____ 25 денари
- Мила _____ 15 денари повеќе, или _____ денари
- Двајцата заедно _____ денари

При овој тип задачи може да се внесе и отсечка како додаток за олеснување, па краткиот запис може да изгледа вака:

- Виктор:  25 денари
- Мила:  15 денари повеќе,

Виктор и Мила заедно денари.

Наставникот може да провери дали ученикот го разбрал текстот на задачата, ако од него побара да го повтори. „Ученикот, исто така, треба да биде способен да укаже на главните делови на задачата: на непознатата, зададените податоци и условот“. (13, 6)

Затоа наставникот постојано треба да ги има во предвид прашањата: *Што е непознато?, Што е дадено?* со кои ќе провери колку ученикот го разбрал текстот на задачата.

ВТОРА ЕТАПА: Составување план за решавање на задачата

Доколку учениците решаваат проста текстуална задача, нејзиното решавање се сведува на извршување на една аритметичка операција, според тоа во каква зависност се дадената и бараната величина. Во тој случај не е неопходен план за решавање на задачата. Доколку задачата е кратко запишана, самиот запис е еден вид план за решавање.

При оспособувањето на учениците за решавање на сложена текстуална задача, за да се дојде до планот за решавање, тие треба да направат редица од расудувања, за да го сфатат текстот. Во таа смисла тие треба да ги разјаснат зависностите меѓу дадените и бараните величини, да ја разложат сложената задача на задачи - компоненти, со цел да се направи план за решавање на задачата. Тоа подразбира да се разгледа

и да се анализира текстот на задачата, за да се сфатат врските и односите помеѓу величините.

Анализата на текстот на задача може да се оствари на два начина:

1. **Анализата да започне од прашањето на задачата.** Тоа подразбира да се изберат познатите величини, што се во врска со прашањето, според кои може да се даде одговор на истото. Ако во условот на задачата недостигаат бројни податоци, тогаш за нив се поставуваат нови прашања, кои упатуваат на тоа како тие податоци да се определат. Така, се продолжува се дури не се дојде до таква проста задача, за чиешто решавање ги има сите податоци.
2. **Анализата да започне од бројните податоци во условот на задачата.** При овој начин се одделува првата задача - компонента, за која има доволно податоци за нејзино решавање, потоа бројот што е решение на првата задача, заедно со еден од податоците во друга задача - компонента или нејзиното решение, дава можност да се состави нова проста задача. Така се постапува се додека не се добие одговор на последната задача - компонента, што ќе биде одговор на прашањето поставено во сложената текстуална задача.

Во методиката на наставата по математика првиот начин се именува **аналитички**, а вториот **синтетички**.

Да ги разгледаме тие два начина на задачата:

► Јана купила на пазар 12 кг компири по 10 денари, 3 кг моркови по 20 денари и 5 кг јаболка по 30 денари. На продавачот му дала банкнота од 500 денари. Колку денари кусур и вратил продавачот ?

Краток запис на задачата:

- | | |
|-----------------------------|----------------------------|
| • 12kg компири по 10 денари | • Јана дала 500 денари |
| • 3kg моркови по 20 денари | |
| • 5 kg јаболка по 30 денари | • Колку кусур добила Јана? |

Според **аналитичкиот** начин анализата на бројните податоци во задачата треба да се одвива преку дијалогот претставен во табелата:

ПРАШАЊЕ ОД НАСТАВНИК	ОЧЕКУВАН ОДГОВОР
▪ Што се бара во задачата?	▪ Колку денари кусур добила Јана.
▪ Што треба да знаеме за да одговориме на прашањето?	▪ Колку денари чинат производите што ги купила Јана.
▪ Од дадените податоци што ни е познато, а што непознато?	▪ Познато е колку чини 1 kg од секој производ и по колку килограми купила Јана.
▪ За да дознаеме колку чинат сите производи што ги купила Јана, што треба да направиме?	▪ Треба да се пресмета по колку денари платила Јана одделно за компирот, за морковите и за јаболката.
▪ Што треба да знаеме за да пресметаме колку платила Јана за компирот (моркови, јаболка) ?	▪ Колку kg компири (моркови, јаболка) купила Јана и колку чини 1kg компир (моркови, јаболка).
▪ Што знаеме од условот за секој производ?	▪ Во задачата е дадено дека 1kg компири чини 10 денари, а Јана купила 12kg
▪ Колку денари платила Јана за компирот?	▪ Од условот на задачата знаеме дека Јана купила 12kg компири по 10 ден. и платила: $12 \cdot 10$ ден.
▪ Колку денари платила Јана за морковите?	▪ Од условот на задачата знаеме дека Јана купила 3kg моркови по 20 ден. и платила: $3 \cdot 20$ ден.
▪ Колку денари платила Јана за јаболката?	▪ Од условот на задачата знаеме дека Јана купила 5kg јаболка по 30 ден. и платила: $5 \cdot 30$ ден.

На крај се поставува прашањето:

„По кој план може да се реши задачата?“

Планот го составуваат учениците, со упатства на наставникот.

Според *синтетичкиот начин* анализата на бројните податоци во задачата треба да се одвива преку дијалог со следниов редослед:

ПРАШАЊЕ ОД НАСТАВНИК	ОЧЕКУВАН ОДГОВОР
▪ Бидејќи знаеме колку чинат 1 kg компири, може ли да дознаеме колку чинат купените компири?	▪ Треба да го помножиме бројот на килограмите со цената за 1 kg.
▪ Знаеме колку чинат 1 kg моркови, може ли да дознаеме колку чинат купените моркови?	▪ Треба да го помножиме бројот на килограмите со цената за 1 kg.
▪ Бидејќи знаеме колку чинат 1 kg јаболка, може ли да дознаеме колку чинат купените јаболка?	▪ Треба да го помножиме бројот на килограмите со цената за 1 kg.
▪ Од платеното за секој производ одделно, што ги купила Јана, што можеме да дознаеме?	▪ Колку денари платила Јана за сите производи.
▪ Кога знаеме колку чинат сите производи и колку денари Јана му дала на продавачот, можеме ли да дознаеме колку денари кусур добила?	▪ Од парите што му ги дала Јана на продавачот, треба да се одземат парите што се платени за купените производи.

Тоа скратено може да се запише вака:

Аналитички начин:

Колку денари кусур добила
Јана?
Колку платила таа за сите
производи?
Колку денари чини
компирот?
Колку денари чинат
морковите?
Колку денари чинат
јаболката?

Синтетички начин:

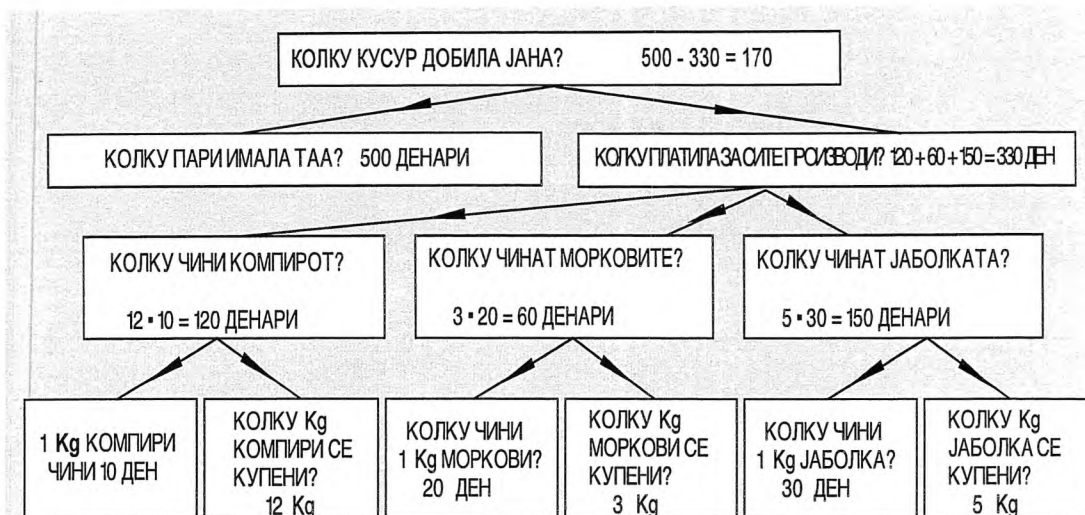
Колку денари чини компирот?

Колку денари чинат
морковите?
Колку денари чинат
јаболката?
Колку вкупно чинат сите
производи?
Колку денари кусур добила
Јана?

Тоа е планот за решавање на задачата. Со споредување на двата начина во дадената шема може да се согледа дека при синтезата, учениците имаат можност веднаш да пристапат на решавање на задачата. Всушност, при синтетичкиот начин разгледувањето на задачата започнува со такво прашање, за чие што решавање има доволно податоци во условот. При анализата, пак, е обратно - разгледувањето започнува со прашањето, но нема доволно податоци во условот за да се даде одговор. Потребните податоци се добиваат откако дополнително ќе се решат некои задачи - компоненти на сложената задача.

Аналитичкиот начин е посложен и потежок за учениците, бидејќи пронаоѓањето на задачите - компоненти, одредувањето на нивната последователност и соединување е доста сложена мисловна дејност. Сепак, треба да се има во предвид дека анализата има поголемо воспитно значење, бидејќи учениците уште од мала училишна возраст се навикнуваат на строга последователност на мислењето.

Анализата (разгледувањето) на сложените текстуални задачи треба да се спроведува систематски, а не од случај до случај, како што тоа е често се прави во практиката. „Од разгледувањето произлегува планот за решавање на задачата, т.е. укажува на последователноста на прашањата на простите задачи, на кои се разложува сложената задача“. (17, 114) Аналитичкиот начин може да се претстави и со шема. Да го покажеме тоа на претходната задача.



Често пати, особено во решавањето на сложените текстуални задачи, за полесно разбирање на текстот, планот за решавање на задачата и решавањето на истата, се применува комбинација од аналитичкиот и синтетичкиот начин, што во методичката литература е познат како **аналитичко - синтетички** начин на решавање.

При аналитичко - синтетичкиот начин на решавање на текстуалната задача, со анализата на текстот се постигнува истиот да се рабере, да се согледаат задачите - компоненти на сложената задача и врските помеѓу величините што се дадени, како и прашањето што е поставено. Со синтезата, пак, со решавање на задачите компоненти една по една, се доаѓа до крајното решение на задачата, врз основа на која се дава и одговорот.

Да го прикажеме овој приод на следнава задача:

► Двајца работници заедно изработиле 150 алатки, при што првиот изработил 10 алатки повеќе. За секоја изработена алатка тие добиле по 300 денари. По колку денари заработил секој од работниците?

Решавањето на задачата ќе се одвива по следниов начин:

ПРАШАЊЕ ОД НАСТАВНИК	ОЧЕКУВАН ОДГОВОР
▪ Можеме ли веднаш да дадеме одговор на прашањето во задачата?	▪ Не можеме.
▪ Зошто?	▪ Не знаеме по колку алатки изработил секој од работниците.
▪ Како можеме тоа да го дознаеме?	▪ (На ова прашање учениците не можат веднаш да одговорат и треба да се постават потпрашања.)
▪ Колку алатки изработиле двајцата заедно?	▪ 150 алатки
▪ Колку алатки повеќе изработил првиот?	▪ 10 алатки
▪ Ако тие 10 алатки ги одземе од вкупниот број, колку ќе останат?	▪ $150 - 10 = 140$ алатки
▪ Од останатите алатки какви делови им припаѓаат на двајцата?	▪ По еднакви делови.
▪ Колку алатки изработил вториот работник?	▪ $140 : 2 =$
▪ Колку алатки изработил првиот работник?	▪ Колку вториот и уште 10.
▪ Колку алатки изработил вториот работник?	▪ $140 : 2 = 70$ Тој изработил 70 алатки.
▪ Колку алатки изработил првиот работник?	▪ 10 повеќе од вториот: $70 + 10 = 80$ алатки
▪ Колку денари чини изработката на една алатка?	▪ 300 денари
▪ Колку денари заработил првиот работник?	▪ 80 алатки по 300 денари, $80 \cdot 300 = 24\,000$ денари
▪ Колку денари заработил првиот работник?	▪ 70 алатки по 300 денари, $70 \cdot 300 = 21\,000$ денари

Одговорот на прашањето во задачата е :

Првиот работник заработил 24 000 денари, а вториот работник 21 000 денари.

Овој приод во решавањето на сложени текстуални задачи овозможува слобода во размислувањето за решавање на задачата, како и при изготвувањето на планот за решавање на задачата. Со тоа учениците се ставени во ситуација да направат избор на начин на решавање на задачата, на анализа на задачата и нејзино расчленување на задачи компоненти, на поврзување на добиените резултати од задачите компоненти во една целина. При тоа доаѓа до израз креативноста во мислењето, задоволување на истражувачкиот дух на учениците. Досегашните наши искуства покажале дека овој начин на решавање на сложените текстуални задачи, е најприфатлив од страна на учениците и затоа треба на него да му се посвети најголемо внимание во наставата.

Подготовка на учениците за аналитички, синтетички и аналитичко - синтетички начин на решавање на текстуална задача

Од претходно изнесеното за анализата на задачата, може да се согледаат подрачјата каде што кај учениците можат да се појават тешкотии при составување на планот за решавање на задачата. Тоа пред сè, се однесува на следниве појави:

- често пати учениците почнуваат да ги поврзуваат првите броеви, што се појавуваат во текстот на задачата;
- не обраќаат внимание на врските и односите помеѓу дадените броеви, поради што избираат погрешна аритметичка операција.

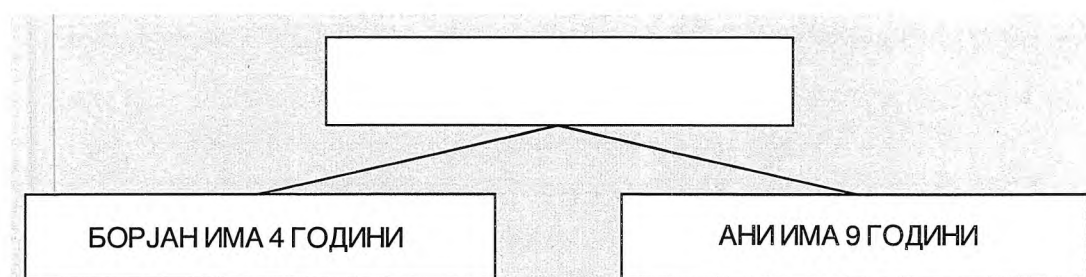
Основна причина за тоа е недоволното искуство на учениците и недоволната оспособеност за правилно расудување при разгледувањето на текстот на задачата. Овие слабости можат да се надминат доколку се практикуваат подготвителни активности од типовите:

1. На учениците им се дава задача со податоци, без поставено прашање, а тие сами треба да постават прашање;
2. На учениците им се дава задача со еден податок и прашање, а тие сами треба да откријат дека за решавање на задачата е потребен и друг податок;
3. На учениците им се поставува прашање, а тие сами треба да откријат какви податоци се потребни, за да се даде одговор на поставеното прашање.

Да го разгледаме тоа на примерите:

1. *Борјан има 4 години, а Ани има 9 години.*

Се бара да се постави прашање, кое може да гласи: *Колку години имаат двајцата заедно или за колку години Ани е постара од Борјан (или обратно)?* Тоа шематски може да се прикаже на следниов начин:



2. *Колку момчиња има во паралелката, ако бројот на девојчињата е 16?*

Овде недостига еден податок, кој може да биде: вкупен број на ученици во паралелката или релација меѓу бројот на момчињата и девојчињата (момчиња се за ... повеќе - помалку од девојчиња). Тоа може шематски да се прикаже на следниов начин:



3. Зоран купил тетратки. Колку платил за нив?

Во случајов се потребни податоците:

- Колку тетратки купил Зоран? и
- Колку денари чини една тетратка?

Учениците треба да ги посочат податоците, потребни за решавање на задачата. Шематски приказ на задача 3:



Со ваквиот приод се придонесува за формирање на умеења за расудување и правилно одредување на врските помеѓу величините што се јавуваат во структурата на задачата. Овие типови задачи учениците треба да ги решаваат пред воведувањето на сложените текстуални задачи, особено на почетокот на второ отделение.

Преку ваквите задачи учениците ги согледуваат:

- значењето на прашањето во задачата;
- доволноста, односно недоволноста на податоците;
- врската меѓу дадените и бараните величини.

Овде треба да најде место и составувањето на задачи според цртеж, каде што учениците од цртежот ќе ги изведат податоците, а според нив ќе формираат прашање, односно ќе состават текстуална задача.

Наредната етапа за оспособување на учениците за аналитички и синтетички начин на разгледувањето на текстуалните задачи е запознавањето на учениците со сложена текстуална задача и начинот за нејзино решавање.

Во таа смисла во тие активности значајна улога треба да одигра:

- а) составување на сложена текстуална задача од две прости текстуални задачи;
- б) задавање на меѓупрашање (посредно прашање) во сложената текстуална задача, особено кога еден од податоците во задачата е даден посредно.

Ова посебно го нагласуваме од причина што краткиот запис на овие задачи е мошне близу до синтетичкиот начин на анализа на текстот на задачата и изготвување план за решавање на задачата. Успешното оспособување на учениците во изготвување на план за решавање на посложени текстуални задачи, кои се решаваат со примена на две аритметички операции, ќе биде основа за изработка на план за решавање на посложени текстуални задачи. Притоа може да се применуваат и шеми, особено кога е дадена задача со посредно даден некој податок. На пример, задачата:

4. Јована за еден ден прочитала 25 страници од една книга, а вториот ден 8 страници повеќе.
- а) Колку страници Јована прочитала вториот ден?
 - б) Колку страници Јована прочитала за двата дена?

Краток запис:

• Првиот ден 25 стр.	25
• Вториот ден 8 стр. повеќе	$25 + 8$
• За двата дена заедно	$25 + (25 + 8)$

Учениците треба да ги посочат податоците, потребни за решавање на задачата. Шематски приказ на задача 4:



Со ваквиот приод се придонесува за формирање на умеења за расудување и правилно одредување на врските помеѓу величините што се јавуваат во структурата на задачата. Овие типови задачи учениците треба да ги решаваат пред воведувањето на сложените текстуални задачи, особено на почетокот на второ одделение. Преку ваквите задачи учениците ги согледуваат:

- значењето на прашањето во задачата;
- доволноста, односно недоволноста на податоците;
- врската меѓу дадените и бараните величини.

Овде треба да најде место и составувањето на задачи според цртеж, каде што учениците од цртежот ќе ги изведат податоците, а според нив ќе формираат прашање, односно ќе состават текстуална задача.

Наредната етапа за оспособување на учениците за аналитички и синтетички начин на разгледувањето на текстуалните задачи е запознавањето на учениците со сложена текстуална задача и начинот за нејзино решавање. Во таа смисла во тие активности значајна улога треба да одигра:

- а) составување на сложена текстуална задача од две прости текстуални задачи;
- б) задавање на меѓупрашање (посредно прашање) во сложената текстуална задача, особено кога еден од податоците во задачата е даден посредно.

Ова посебно го нагласуваме од причина што краткиот запис на овие задачи е мошне близу до синтетичкиот начин на анализа на текстот на задачата и изготвување план за решавање на задачата. Успешното оспособување на учениците во изготвување на план за решавање на посложени текстуални задачи, кои се решаваат со примена на две аритметички операции, ќе бидат основа за изработка на план за решавање на посложени текстуални задачи. Притоа може да се применуваат и шеми, особено кога е дадена задача со посредно даден некој податок. На пример, задачата:

4. *Јована за еден ден прочитала 25 страници од една книга, а вториот ден 8 страници повеќе.*

- а) Колку страници Јована прочитала вториот ден?
 б) Колку страници Јована прочитала за двата дена?

Краток запис:

- Првиот ден 25 стр.
- Вториот ден 8 стр. повеќе $25 + 8$
- За двата дена заедно $25 + (25 + 8)$

Со шема:



ТРЕТА ЕТАПА: Исполнување на планот

Откако учениците го составиле планот за решавање на задачата, преминуваат на исполнување на истиот. Простите текстуални задачи можат да се решаваат усно и писмено, зависно од тоа каква математичка структура има таа и какви се дадените броеви. Во секој случај, учениците треба да извршат една аритметичка операција, на која се трансформира текстот на задачата.

Доколку учениците решаваат сложена текстуална задача, исполнувањето на планот зависи од методичкиот приод во решавањето. Така, при синтетичкиот начин учениците ја трансформираат задачата во сложен броен израз, односно броен израз со повеќе аритметички операции (понекогаш и со примена на загради). Исполнувањето на планот во вакви случаи се состои во решавањето на сложениот броен израз. Така задачата од стр. 172 се трансформира во броен израз:

$$500 - (120 + 60 + 150) = 500 - 330 = 170$$

што значи одговорот на задачата е:

Јана добила кусур од 170 денари.

Исполнувањето на планот според аналитичкиот начин се состои во решавање на редица прости задачи, како што се:

Јана платила:

- | | |
|-----------------------|-------------------------------|
| • за компирот | $12 \cdot 10 = 120$ денари |
| • за морковите | $3 \cdot 20 = 60$ денари |
| • за јаболката | $5 \cdot 30 = 150$ денари |
| • Вкупно | $120 + 60 + 150 = 330$ денари |
| • продавачот и вратил | $500 - 330 = 170$ денари |

Одговорот на задачата е:

Продавачот и вратил на Јана кусур од 170 денари.

Запишувањето на планот за решавање на текстуална задача со единствен броен израз, претставува посложена, продлабочена мисловна дејностна учениците, но кај нив, пак, овој начин овозможува задачата да ја сфатат како целина.

ЧЕТВРТА ЕТАПА : Проверка на добиеното решение

Во нашата практика честа е појавата да се даде одговор на задачата и со тоа да е завршена работата. Со тоа се создава можност и неточното решение да биде прифатено како точно. За да не дојде до вакви ситуации, потребно е да се врши проверка на добиеното решение, односно да се провери дали дадениот одговор е вистинскиот за поставеното прашање во задачата. Секако дека при проверка на решението на задачата учениците треба да се стимулираат да откриваат рационални начини за утврдување на точноста на решението.

Во врска со проверката на решението на задачата треба секогаш да се има предвид дека ако не е направена, не значи дека решението не е точно. Меѓутоа, значајно е тие да се навикнат на самоконтрола, што е полезно од воспитен аспект во однос развој на самокритичноста, како својство на карактерот.

5.10 ПРАКТИЧНА ПРИМЕНА НА КОНЦЕПТОТ

Текстуалните задачи се основниот вид математички задачи, при чие што решавање се врши трансформација на текст во броен израз. Меѓутоа, во Наставната програма тие не фигурираат како одделна математичка содржина, ниту пак во учебниците по математика е посветено внимание на методичките приоди на нивното решавање. Единствен случај е во учебникот Математика за II одделение, каде е обработено решавање на текстуални задачи со содржина од движење. Во учебниците по математика од I до IV одделение текстуалните задачи се дадени заедно со други типови задачи, што е позитивно од аспект на разновидноста, за избегнување на монотонијата на часот. Меѓутоа, недоволно е присутен принципот на системност и постапност, што е посебно значајно при решавањето на сложена задача, да се подготвува со претходно решавање на прости, кои на некој начин се содржат во сложената.

Напред наведеното, е една од причините на решавањето на текстуални задачи да не им се посветува цел наставен час, на кој ќе се обработат и методичките приоди за решавањето на истите. Според наше мислење, тоа е особено потребно во ситуации кога учениците:

- се запознаваат со текстуална задача,
- се воведуваат во решавање на сложена текстуална задача,
- се запознаваат со текстуални задачи од посебен тип (задачи за движење, задачи со примена на просто тројно правило и сл.),
- се оспособуваат за примена на аналитички или синтетички приод при решавање на текстуални задачи и сл.

Често пати е увидена недоволна успешност на учениците во трансформацијата на текстот во броен израз, како и во нивното решавање. Ваквите состојби се воочени при следењето на низа часови по математика во педагошката практика и хоспитации на студентите од Педагошкиот факултет во Скопје. Надминувањето на проблемот, може да се оствари

со поместување во учебниците наставни единици што се однесуваат на методичките приоди при решавање на задачи од овој тип и поттикнување иницијатива кај наставниците во таа насока.

Овде ќе прикажеме реализација на три часа, што ги следевме, со кои сметаме дека ќе ја прикажеме нашата идеја. Во реализирањето на идејата појдовме од одредени структурни компоненти на организацијата на процесот на учење, кои ги прикажуваме во следнава табела, а се однесуваат на трите часа:

ЦЕЛИ	ПРЕДЗНАЕЊА И ИСКУСТВА	АКТИВНОСТИ	ОБРАЗОВНИ ИЗЛЕЗИ
- Учениците: - да се запознаат со сложена текстуална задача и нејзината структура; - да се оспособуваат за правење на краток запис на задачата; - да се оспособуваат да решаваат сложени текстуални задачи; - да применуваат аналитички, синтетички и аналитичко-синтетички приод во решавање на текстуалните задачи; - практично да ги применуваат здобиените знаења.	- трансформација на едноставен текст во броен израз; - решавање на прости текстуални задачи; - пресметување на вредност на броен израз; - решавање на равенки со примена на својствата на аритметички операции.	- запознавање со структурата на сложената задача; - правење на краток запис на задачата; - анализа на текстот на задачата; - исполнување на планот за решавање; - осврт на добиеното решение; - решавање на текстуални задачи по аналитички, синтетички или аналитичко-синтетички приод.	Учениците да умеат: - да вршат краток запис на задачата; - да ги откриваат врските помеѓу величините во задачата; - практично да го применуваат и објаснуваат планот за решавање на задачата; - да решаваат сложени текстуални задачи со примена на аналитичко-синтетички приод; - да прават осврт на решението на задачата; - да ги применуваат знаењата во решавањето на проблеми од секојдневниот живот.

Воведување на учениците во решавање на сложена текстуална задача

А. Сознајна ретроспектива → Учениците веќе имаат одредено искуство од решавање на прости текстуални задачи, го разликуваат прашањето од условот на задачата, имаат одредено искуство од избор на аритметичка операција врз основа на даден математички текст, односно трансформација на текст во броен израз. Исто така го сфаќаат и значењето на термините: *има повеќе од*, *има помалку од*, *има за неколку повеќе од*, *има за неколку помалку од* и уште разликуваат сложена од проста текстуална задача.

Напред наведените знаења и умеиња беа основа на запознавањето на учениците со сложена текстуална задача. Така, во ретроспективата на часот наставничката им постави две прости текстуални задачи, такви што од нив може да се формира сложена текстуална задача. Такви беа задачите:

1. Во една продавница се донесени 25 kg портокали и 32 kg мандарини. Колку килограми овошје е донесено во продавницата?
2. Во една продавница има 57 kg овошје. Од него во еден ден се продадени 36 kg. Колку килограми овошје останало во продавницата?

На секоја од задачите, учениците со наставничката извршија анализа, а потоа преминаа на нејзино самостојно решавање. Учениците истите ги решија без никакви потешкотии, што го утврдивме со непосреден увид во тетратките на учениците.

Б. Учечко - поучувачка акција → Акцијата започна со соединување на простите задачи 1 и 2 во една сложена:

3. Во една продавница се донесени 35 kg портокали и 42 kg мандарини. Првиот ден се продадени 46kg овошје.

а) Колку килограми овошје се донесени во продавницата?

б) Колку килограми овошје останало во продавницата?

Со анализа на задачата се утврди, дека задачата може да се реши со броен израз со две аритметички операции - собирање и одземање. Значајно е дека при решавањето на сложената задача учениците го искористија искуството од претходните прости задачи 1 и 2. Притоа се примени кратко запишување на задачата, кој може да се искористи како план за нејзино решавање.

- Донесени се: 35kg портокали и 42 kg мандарини;
- Продадени се 46 kg овошје;
- Останале _____ kg овошје.

Од овде следува бројниот израз:

$$(35 + 42) - 46 =$$

Со решавање на овој броен израз се доаѓа до решението на задачата, односно:

$$(35 + 42) - 46 = 77 - 46 = 31\text{kg}$$

Одговор: Останале непродадени 31 kg овошје.

По решавањето на задачата, наставничката побара осврт на решението, за да се утврди дали тоа е точно.

Осврт на решението: Ако останале 31 kg овошје, а се продадени 46kg, значи дека во продавницата се донесени 77 kg овошје.

Во претходно решените задачи беа давани две прашања: меѓупрашање и прашање во задачата. Меѓупрашањето во задачата им помогна на учениците полесно да преминуваат од првата кон втората проста задача. Овие задачи наставничката ги зема како подготовка за решавање на сложена текстуална задача без меѓупрашање. Конкретно ја решија задачата:

4. Ивана купила книга и пенкало. Книгата чини 45 денари, а пенкалото 8 денари помалку од книгата. Колку вкупно денари платила Ивана за книгата и пенкалото?

Наставничката побара учениците сами да направат краток запис, односно план на задачата, а потоа еден ученик истиот го запиша на таблата:

- Книга: 45 денари,
- Пенкало: 45 - 8 денари,
- Книгата и пенкалото чинат _____ денари.

Потоа учениците самостојно ја решаваа задачата. На крајот на иницијатива на наставничката се водеше следниов дијалог:

Н: „Кој е одговорот на прашањето?“

У1: „Ивана за книгата и пенкалото платила 82 денари.“

Проверка на решението на задачата учениците направија врз основа на решавање на задачата на таблата. Од увидот на решавањето на задачите во тетратките, воочивме дека дел од учениците ја решиле со примена на две одделни операции:

$$45 - 8 = 37$$

$$45 + 37 = 82$$

а, дел со трансформација на текстот во еден броен израз, како што беше презентирано на таблата:

$$45 + (45 - 8) = 45 + 37 = 82$$

При освртот на решението на задачата, наставничката укажа на можните два начина на решавање на задачата, посебно акцентирајќи дека и на едниот и на другиот начин се добива точното решение.

В. Сознајна перспектива → Со намера да го потврдиме овој методички приод при решавањето на сложена текстуална задача со две операции, од наставничката побаравме да примени наставно ливче (види прилог) кое се состоеше од 3 сложени текстуални задачи, од кои само првата имаше меѓупрашање. Таа го прифати тоа со задоволство, укажувајќи и на можноста која ја има со примената на наставното ливче - потврдување на предвидените образовни излези.

Учениците самостојно ги решаваа задачите во наставните ливчиња и при тоа малку од нив бараа дополнителни објаснувања од наставничката. Работеа во пријатна атмосфера, а мотивација беше на завидно ниво.

По завршувањето на решавањето на наставното ливче ја

замоливме наставничката да ни овозможи да извршиме анализа на истите, без направена корекција на грешките во решавањето. Затоа и наставничката им укажа на учениците дека ќе направат само осврт на решенијата на задачите, а поправката ќе ја направат подоцна.

По направената анализа на наставните ливчиња од наша страна, добивме резултати кои ги прикажуваме табеларно:

РЕДЕН БРОЈ	ТОЧНО РЕШЕНИ ЗАДАЧИ		НЕТОЧНО РЕШЕНИ ЗАДАЧИ	
	БРОЈ	%	БРОЈ	%
1.а)	23	100	/	/
1. б)	22	99,5	1	0,5
2.	22	99,5	1	0,5
3.	20	98,59	3	1,41
ВКУПНО	87	94,57	5	5,43

Од табелата може да се согледа дека:

- учениците точно решиле 94,57% од вкупниот број задачи;
- учениците неточно решиле само 5,43% од вкупниот број задачи.

Ваквите резултати потврдуваат дека воведувањето на сложена текстуална задача со две операции, кое треба да започне во второ одделение, со примена на меѓупрашање во текстот на задачата и после одредено искуство со меѓупрашање, сложената задача да се сведува само на едно прашање, обезбедува мошне висока успешност на учениците во решавањето на таквите задачи.

При анализата на наставното ливче посебно внимание обрativме на грешките што ги направиле учениците, при што утврдивме дека:

- од 5 грешки што ги направиле учениците 2 се однесуваат на примена на погрешна аритметичка операција, но постапката е соодветна на методичкиот модел што го препорачуваме;
- во три задачи е погрешно извршена аритметичката операција.

Здобиените знаења и искуства од примената на концептот се мошне солидна основа при:

- решавањето на задачи слични на задачите со две прашања, каде што првото прашање (меѓупрашањето) ќе биде изоставено;
- решавање на задачи од примена на просто правило тројно;
- решавање на задачи со содржина од секојдневниот живот;
- при воведување на сложени текстуални задачи со повеќе од две операции;
- при оспособувањето на учениците за примена на аналитички, синтетички и аналитичко-синтетички приод при решавањето на сложени текстуални задачи.

Запознавање на учениците со синтетичкиот приод при решавањето на текстуални задачи

А. Сознајна ретроспектива → Синтетичкиот приод се применува при решавање на текстуални задачи, кои се трансформираат во броен израз со 3 и повеќе операции. Тоа значи дека овој приод може да се применува во III и IV одделение. До тогаш учениците имаат стекнато одредено искуство од решавање на различни типови текстуални задачи. Простите текстуални задачи, најчесто, ги решаваат без проблеми, а воедно и сложените текстуални задачи, кои се сведуваат на две аритметички операции. Наставничката тоа го искористи при

запознавањето на учениците со синтетичкиот приод при решавање на сложени текстуални задачи.

На почетокот учениците добија, две прости и една сложена текстуална задача, составена од простите, и тоа:

1. Филип купил 2 тетратки по 25 денари. Колку денари платил Филип за тетратките?
2. Филип купил 4 боички по 8 денари. Колку денари платил Филип за боичките?
3. Филип купил 2 тетратки по 25 денари и 4 боички по 8 денари. Колку денари платил Филип за тетратките и боичките?

Преку решавањето на простите текстуални задачи 1 и 2, и задача 3 од кои таа е составена, наставничката ги подготви учениците за решавање сложена задача.

Б. Учечко - поучувачка акција → Потоа на учениците им беше зададена сложена текстуална задача, со друга содржина, во која може да се искористи искуството од решавањето на задачите 1, 2 и 3.

4. Марија купила на пазар 6 kg јаболка по 30 денари и 3kg мандарини по 50 денари. На продавачот му дала 500 денари. Колку денари кусур и вратил продавачот?

При решавањето на задачата беше применет на синтетичкиот приод, и затоа се водеше дискусија за задачата од аспект на можности за некои пресметувања, во рамки на истата. Така на почетокот следуваа:

Н: „Ако ја знаеме цената на 1 kg јаболка, можеме ли да дознаеме колку чинат јаболката?“

У1: „Треба да ги помножиме бројот на килограмите со цената на еден килограм.“

Н: „Ако ја знаеме цената на 1 kg мандарини, можеме ли да дознаеме колку чинат мандарините?“

У2: „Треба да ги помножиме бројот на килограмите со цената на еден килограм.“

Н: „Ако знаеме колку денари Марија треба да плати за јаболката и за мандарините, можеме ли да дознаеме колку денари таа треба да му плати на продавачот?“

У3: „Ќе ги собереме парите платени за јаболката и парите платени за мандарините.“

Н: „Кога знаеме колку чинат јаболката и мандарините и дека Марија му дала на продавачот 500 денари, можеме ли да дознаеме колку кусур треба да добие таа?“

У4: „Од 500 денари ќе ги одземеме парите платени за јаболката и за мандарините.“

Тоа скратено го запишаа на следниот начин:

Колку денари чинат јаболката?	$6 \cdot 30$ ден.
Колку чинат мандарините?	$3 \cdot 50$ ден.
Колку вкупно денари чинат јаболката и мандарините?	$6 \cdot 30 + 3 \cdot 50$ ден.
Колку денари кусур добила Марија?	$500 - (6 \cdot 30 + 3 \cdot 50)$ ден.

Со тоа беше направен и планот за решавање на задачата, врз основа на кој текстот се трансформираше во бројниот израз:

$$500 - (6 \cdot 30 + 3 \cdot 50)$$

Со решавање на бројниот израз дојдоа до решението на задачата:

$$500 - (6 \cdot 30 + 3 \cdot 50) = 500 - (180 + 150) = 500 - 330 = 170 \text{ ден.}$$

Одговор: *Марија добила 170 денари кусур.*

По дадениот одговор наставничката не го изостави и освртот на решението:

Осврт на решението: Продуктите чинат 330 денари, а кусурот е 170 денари.

$$330 + 170 = 500 \text{ денари.}$$

Потоа беше зададена слична задача:

5. *Горазд во касичката има 35 монети по 5 денари и 24 банкноти по 10 денари. Купил книга за 200 денари. Колку денари му останале Горазд?*

Во соработка со наставничката беше направена анализа на текстот на задачата, според кој се изготви планот за решавање на истатата:

Колку денари има во монети по 5 денари?	$35 \cdot 5 = ?$
Колку денари има во банкноти по 10 денари?	$24 \cdot 10 = ?$
Колку вкупно денари има Горазд?	$35 \cdot 5 + 24 \cdot 10 = ?$
Колку денари му останале на Горазд?	$(35 \cdot 5 + 24 \cdot 10) - 200 = ?$

По составувањето на краткиот запис, следуваше решавањето на бројниот израз, давањето одговор и осврт на решението:

$$(35 \cdot 5 + 24 \cdot 10) - 200 = (175 + 240) - 200 = 415 - 200 = 215 \text{ ден}$$

Одговор: *На Горазд му останале 215 денари.*

Осврт на решението: Горазд имал 415 денари. За книгата платил 200 денари. Му останале 415.

Првите две задачи беа решавани со упатства од наставникот, и затоа наредната беше дадена за самостојна работа на учениците. Тоа беше задачата:

6. *Во една продавница се донесени 24 гајби со по 10 кг јаболка и 14 гајби со по 8 кг мандарини. За една седмица се продадени 156 кг овошје. Колку овошје останало во продавницата?*

Од направениот увид констатиравме дека учениците мошне успешно го направија краткиот запис на задачата, а со него и планот за решавање на истата. Тоа продонесе за нејзино успешно решавање од страна на учениците, и тоа од 23 ученика, 18 ученици точно ја решија задачата. Бидејќи при решавањето на задачата дојде до израз целосната самостојност на учениците, активностите завршија со дискусија за постапката во решавањето на задачата.

В. Сознајна перспектива → На крајот за да се добие повратна информација за усвоеноста на синтетичкиот приод во решавањето на текстуалните задачи, беше зададена и задачата:

7. *Во акцијата за пошумување учествувале две младински бригади. Првата бригада посадила 3 реда по 128 садници, а втората бригада посадила 3 реда по 156 садници. Колку вкупно садници посадиле двете бригади?*

Истата беше решавана самостојно, а одговорот на прашањето и освртот на решението беа прочитани. Со увидот во тетратките на учениците дознавме дека 21 од 23 ученика точно ја решиле задачата.

Знаењата и умеењата со кои што учениците се здобиле на овој час ќе им послужат при:

- запознавање со примената на аналитичкиот начин при решавањето на сложени текстуални задачи со содржини од секојдневниот живот;
- здобивање на умеења за организација на податоци;
- здобивање умеења и навики за правење на план за решавање на сложена проблемска ситуација;
- оспособување на учениците за аналитичко - синтетичка дејност и одредување на суштествените врски и односи помеѓу величините во сложената задача.

Запознавање на учениците со аналитичкиот приод при решавање на текстуални задачи

А. Сознајна ретроспектива → Аналитичкиот приод при решавањето на текстуалните задачи е посложен и потежок за учениците. Тоа произлегува од сложеноста во пронаоѓањето на задачите - компоненти, одредувањето на нивната последователност и соединување во сложен броен израз. Имајќи го тоа во предвид наставничката на почетокот на часот, преку одредени активности, ги актуализираше учениковите знаења и искуства, претходно дадената табела.

Во тој контекст, во оваа етапа од часот, наставничката побара од учениците да направат краток запис и да ја решат задачата:

1. Од една овошна градина се набрани 1440 kg јаболка, круши 4 пати помалку од јаболка и сливи 3 пати помалку од јаболка. Колку вкупно овошје е набрано од овошната градина?

Пред учениците да преминат на решавање на задачата, беше извршена анализа на истата, во која беа потенцирани дадените величини и прашањето во задачата. Учениците самостојно работеа при краткиот запис на задачата, а потоа на таблата го запишаа краткиот запис, односно планот на задачата:

· јаболка	1440kg
· круши	(1440 : 4) kg
· сливи	(1440 : 3) kg
Вкупно	1440 + 1440 : 4 + 1440 : 3

Учениците го реализираа планот и го добија следново решение:

$$1440 + 1440 : 4 + 1440 : 3 = 1440 + 360 + 480 = 2280 \text{ kg}$$

Одговор: Од овошната градина се набрани 2280 кг овошје.

Б. Учечко - поучувачка акција → Процесот на учење и поучување започна со следнава задача:

2. Еден овоштар планирал да насади овошна градина со 200 овошки. Тој насадил 6 реда по 12 кајсии и 5 реда по 15 праски. Уште колку овошки треба да насади овоштарот за да го исполни планот?

При анализата на задачата беше воден следниот дијалог:

Н: „Како ќе дознаеме уште колку овошки треба да насади овоштарот?“

У1: „Треба да најдеме колку овошки посадил и тоа да го одземеме од планираниот број.“

Н: „Колку овошки треба да посади овоштарот?“

У2: „Овоштарот планирал да посади 200 овошки.“

Н: „Колку кајсии посадил овоштарот?“

У3: „Тој насадил 6 реда по 12 кајсии.“

Н: „Колку праски посадил овоштарот?“

У3: „Тој насадил 5 реда по 15 кајсии.“

Потоа беше запишан планот за решавање на задачата, кој изгледаше вака:

Уште колку овошки треба да посади овоштарот?	
Колку овошки требало да посади овоштарот?	200
Колку кајсии посадил овоштарот?	$6 \cdot 12 = 72$
Колку праски посадил овоштарот?	$5 \cdot 15 = 75$

По краткиот запис учениците ги составија следниот броен запис:

$$200 - (72 + 75) = 200 - 147 = 53$$

Беше даден одговорот на задачата и осврт на решението. Потоа наставничката даде образложение на аналитичкиот приод на решавањето на задачата, кој го содржеше следново:

Н: „Со анализа на задачата утврдивме дека можеме да пресметаме колку кајсии и колку праски посадил овоштарот, а потоа колку вкупно овошки посадил. Бидејќи знаеме дека планирал да посади 200 овошки, а пресметавме дека посадил 143 овошки, со одземање на овие броеви го добивме решението на задачата - 57 овошки.“

Акцијата продолжи со самостојно решавање на задача од страна на учениците. Задачата гласи:

3. Во еден воз има вкупно 450 седишта. Во 4 вагони има по 40 патници, а во 6 вагони по 34 патници. Колку седишта биле слободни?

Пред да се премине на самостојна работа беше направена кратка анализа на задачата. Истата беше запишана на табла со планот:

Колку седишта биле слободни?	
Колку вкупно седишта имало во возот?	450
Колку вкупно патници имало во 4 вагони?	$4 \cdot 40 = 160$
Колку вкупно патници имало во останатите 6 вагони?	$6 \cdot 34 = 204$
Колку вкупно патници има?	$160 + 204 = 364$

На крајот беше даден одговорот и освртот на решението на задачата. Од следењето на самостојната работа на учениците констатиравме дека од 23 ученика 17 точно ја решиле задачата, 2 ученика направија техничка грешка во пресметувањето, а 4 ученика погрешно го поставија планот.

Тие ученици по презентирањето на решавањето на задачата ги поправија грешките.

В. Сознајна перспектива → За да утврди колку учениците го совладале аналитичкиот приод во решавањето на текстуалните задачи, наставничката зададе една задача за самостојно решавање.

4. Во една продавица се донесени 200 kg шеќер. Шеќерот е спакуван во ќеси по 5 kg и 2 kg. По 5 kg имало 24 ќеси, Колку ќеси од 2 kg се употребени за пакување на шеќерот?

Оваа задача успешно ја решија 19 ученика, а кај 4 ученика се јавија грешки во решавањето. Земајќи го во обзир текот на часот, можевме да утврдиме дека учениците успешно извршија трансформација на текстот во краток запис, со неколку едноставни бројни изрази, кои успешно ги поврзуваат во сложен броен израз, кој води до точно решение на задачата. Тоа се должи на успешната анализа на задачите, со што се доаѓа до правилен избор на операциите, што треба да се применат и нивно поврзување во целина.

Знаењата и умеењата со кои учениците се здобија на овој час, во перспектива ќе им послужат:

- при решавање на сложени текстуални задачи со содржини од секојдневниот живот;
- оспособување за организација на податоци;
- здобивање умеења и навики за планско решавање на сложени проблемски ситуации;
- оспособување за одредување на суштинските врски и односи на величините во сложени задачи.

РЕФЕРЕНЦИ

1. Ачовски, Д.,(1998), *Методика на наставата по математика, I-IV отделение*, Скопје: П.Ф. "Св.Климент Охридски"
2. Ачовски, Д.,(1997), *Математика 2 за I отделение*, Скопје: Просветно дело
3. Ачовски, Д., Макашевска, В.,(2002), *Математика 1+2 за I отделение*, Скопје: Просветно дело
4. Ачовски, Д., Трајковски, М.,Макашевска, В., (1998), *Математика за II отделение*, Скопје: Просветно дело
5. Ачовски, Д., Макашевска В., (2004), *Збирка задачи по математика за II отделение*, Скопје: Просветно дело
6. Ачовски, Д., Макашевска В.,(2003), *Збирка задачи по математика за IV отделение*, Скопје: Алби
7. Бантова, М.А.,идр., (1976), *Методика преподавания математики в начальных классах*, Москва: Просвещъение
8. Јанев, И., (2000), *Математика за IV отделение*,Скопје: Табернакул
9. Колягин, Ю. М., и други,(1975), *Методика преподавания математики в средней школе*, Москва: Просвещение
10. Маджаров, А., и др.,(1980), *Методика на обучението по математика, 1-3 клас*, Софија: Народна просвета
11. Маджаров, А., Манова, А., Димитров, Д.,(1997), *Методика на обучението по математика в началните класове*, Благоевград: „Неофит Рилски“
12. Манова, А., (1989), *Текстовите задачи в началното обучение по математика*, Благоевград: Универзитет Неофит Рилски
13. Макашевска В., Ачовски, Д.,(2004), *Збирка задачи по математика за III отделение*, Скопје: Алби
14. Менчиская, Н., Моро, М., (1965), *Вопросы методики и психологии обучения арифметике в начальных классах*, Москва: Просвещение

15. Моро, М.И., Пышкало, А.М., (1975), *Методика обучения математике в I-III классах*, Москва: Просвещение
16. Новакова, З., (1998), *Методика на математиката за началните класове*, София: Веда Словена
17. *Основно образование—одделенска настава, Наставен план и наставни програми, I - IV одделение*, (1997), Скопје: Министерство за образование и физичка култура, Педагошки завод на Македонија
18. Polja, G., (1966), *Kako ću riješiti matematički zadatak*, Zagreb: Školska knjiga
19. Радојевиќ, П., Радојевиќ, В., (1984), *Методика наставе математике*, Београд: Завод за уџбенике и наставна средства
20. Семадени, З., (1979), *Съвремената математика при обучението на децата*, София: Народна просвета
21. Стефановски, Ј., и др., (1998), *Математика за III одделение*, Скопје: Алби
22. Столяр, А. А., (1974), *Педагогика математики*, Минск: Высшая школа
23. Стоилова, А., Пышкало, А.М., (1988), *Основы начального курса математики*, Москва: Просвещение
24. Чекмарев, Я.,Ф., Сингирев, Б.,Т., (1962), *Методика преподавания арифметики*, Москва: Учпедгиз
25. *Стандарди и постигања*, (2001), Скопје: Биро за развој на образованието

НАСТАВНО ЛИВЧЕ
РЕШАВАЊЕ НА СЛОЖЕНА ТЕКСТУАЛНА ЗАДАЧА

Име и презиме _____

Одделение _____ Дата _____

1, Во домашната библиотека на Анастасија на првата полица има 30 книги, а на втората 15 книги повеќе отколку на првата.

а) Колку книги има на втората полица?

Одговор _____

б) Колку книги има на двете полици?

Одговор _____

2, Денис купил пенкало и книга. Пенкалото чини 30 денари, а книгата е за 15 денари поскапа од пенкалото. Колку денари платил Денис за пенкалото и книгата?

Одговор _____

3, Татко му на Марко има 36 години. Мајка му е 6 години помлада од татко му. Колку години имаат двајцата заедно?

Одговор _____

6. КОНЦЕПТ НА КВАНТИФИКАЦИЈА НА ПРОСТОРОТ

6.1 ПРЕГЛЕД НА РАЗВОЈОТ НА ГЕОМЕТРИЈАТА КАКО НАУКА

Математиката е една од најстарите науки, која се развивала низ долг временски период, во кој се формирани, одредени математички знаења во свеста на луѓето, особено во древните цивилизации - Кина, Вавилон, Египет, Индија. Во таа емпириска етапа созреале одредени математички знаења поврзани со: поимот природен број и операциите со природните броеви, симболичкото запишување на броевите, поимот геометриска фигура во рамнината, мерења поврзани со одредени геометриски фигури, поим за кружница и круг, поим за агол и др. За геометриските знаења од тоа време постојат голем број сведоштва, како што се: квадратната основа на пирамидите, правоаголната основа на палатите и храмовите, кружната основа на свездарницата во Индија, премерувањето на земјишните парцели по повлекувањето на Нил после поплавите и сл. Всушност геометријата во тоа време, како што покажува и нејзиниот назив $\gamma\epsilon\omega$ - *земја* и $\mu\epsilon\tau\epsilon\omega$ - *мерење*, била *наука* за мерење на *парчиња* земја. Како и останатите науки и геометријата, на првата етапа од развојот (емпириската), се бавела со собирање на факти, карактеристични за својствата на просторот, ги проучувала односите помеѓу тие факти и ги воопштувала пројавените законитости.

На почетната етапа од својот развој геометријата се одликувала со едноставност и сиромашност со факти и односи за квантитативната страна на појавите што ги проучува, односно таа првенствено била *емпириска наука*. Таа во своите сознанија, кои повеќе или помалку биле општ какрактер, воведувала поединечни факти што биле резултат на набљудување. Според тоа, геометријата воедно била и *индуктивна наука*.

По долг емпириски период, како историска нужност, геометријата почнала да се развива како апстрактна наука. „Тој развој започнал тогаш кога се случил еден квалитативен скок од емпириски степен, од ниво на прибирање на математички факти, на ниво на првите математички (поточно геометриски) апстракции.“ (12,9)

Процесот на научно засновување на геометриските апстракции, на одреден начин, бил поврзан со проучувањето на природата и појавите во неа од природните науки, како и со развојот на филозофијата и логиката. За разлика од другите природни науки, сиромашноста со факти и едноставноста на односите за квалитативната страна на појавите што ги проучувала, во геометријата почнале да се развиваат поинакви форми на сознание. Всушност, „почнало да се чувствува дека геометриските вистини стојат во намерна заемна врска, која може да се открива со внимателно расудување.“ (33,2)

Ваквата состојба довела до тоа во геомеријата, порано од другите природни науки, да биде возможна примената на најдобрите во тоа време рационални методи во истражувањето - дедуктивните, односно логичките. Можноста за користење на дедукцијата мошне брзо довела до тоа воочените од луѓето врски и односи помеѓу предметите во просторот, постепено да се претвараат во логички изводи, при што едни ставови на геометријата да бидат основа за изведување на други, другите на трети итн. Во основа на наоѓањето на логичката врска стои т.н. метод на **логичка редукција**, кој е карактеристичен за геометријата само тогаш кога се изведува систематски, така што геометриските ставови ќе се поставуваат во низа во која секој став ќе се документира врз основа на порано утврдените ставови во таа низа. „Кога геометриските ставови се изведуваат со логичко расудување едни од други, подоцнежните од поранешните, одејќи по извесен ред, геометријата постанува **дедуктивна наука**.“ (33,3)

Така се појавуваат **основните поими**, врз основа на кои се дефинираат останатите, се определуваат геометриските тврдења, кои поради нивната очигледност се прифаќаат како вистинити без доказ - **аксиомите**, а потоа и **теоремите** и нивното докажување.

Највисокиот домет во стариот век геометријата го дистигнала со класичното дело на александринскиот математичар **Евклид** - **Елементи**, кое настанало во III век п.н.е. „Ма колку и да била апстрактна, евклидовата геометрија претставувала математичка теорија на вистинскиот простор во кој живееме.“ (11,7)

Во историјата на развојот на човештвото не може да се најде таква книга, која може да се спореди со **Елементи** на **Евклид**, по должина

на своето влијание на културата и науката на цивилизираните народи, која со векови служела како научно - педагошко раководство, извор на научни идеи и стимул за понатамошен развој на математичката творечка мисла. За неа познатиот руски математичар **Трајнин** (Л. Трајнин) вели: „Ниту во една наука ние немаме така неспоредлив историски факт, кога учебник од древноста би останал во истата улога на учебник во тек на илјади години, како што имал место **Елементи на Евклид**.“ (39,37)

Во својот натамошен развој геометријата долго време се сметала за симбол на математиката. „И додека другите математички дисциплини претставувале, пред сè, случајно собрани, лошо засновани формули, геометријата се сметала за идејно заснован систем, каде што едно строго логички произлегувало од друго, на крајот сè се сведува на дефиниции и аксиоми.“ (40,36)

Сè до средината на XIX век „европските математичари еднодушно и експлицитно се определувале за верувањето дека Евклидовата геометрија е логички цврсто поврзан систем, како и за догмата дека таа е неопходна основа за интерпретација на просторните релации воопшто.“ (41,92)

Многу генерации продолжувачи на делото на **Евклид**, работеле на доградување на геометријата како наука. Во тоа најмногу успеал рускиот математичар **Николај Лобачевски** (Николай Лобачевски 1792-1856), кој прв пат ја искажал мислата дека петтиот постулат на **Евклид** не зависи од останатите аксиоми во геометријата, заради тоа не може да се изведе од останатите постулати. Тоа, нешто подоцна, но независно од **Лобачевски** го утврдил и унгарскиот математичар **Јанош Бојаи** (Janos Bolyai 1802-1860). Со тоа е проширено сфаќањето на смислата на геометријата и е направен значаен чекор во еден сосема нов свет на геометријата.

Резултатите на **Лобачевски** и **Бојаи** придонеле за изградување на логички принципи на кои е заснована геометријата, односно тогаш геометријата е логички коректно заснована. Тоа го оставрил **Давид Хилберт** (David Hilbert 1862-1943) кој во своето дело **Засновување на геометријата**, издадена во 1899 година, геометријата ја засновал на непротивречен, независен и целосен систем на аксиоми.

„Новите теории придонеле геометријата да се изгради како наука за просторот“ (33,6) во најопшт случај или како „наука за својствата на геометриските фигури“ (34,6) во потесна смисла. На крај треба да напоменеме дека и покрај тоа што „е изградена како апстрактна наука, сепак геометријата го води своето потекло од проучувањето на формата и својствата на телата во природата, засновано на човековото интуитивно сфаќање на просторот.“ (26,83)

Во дефинирањето на геометријата како наука во поново време се конкретизира нејзиниот предмет на проучување, односно се земаат предвид геометриските форми и својствата на просторот. Така, според рускиот методичар **Пишкало** „геометријата изучува одредни непроменливи (независни од времето) форми и својства на просторот.“ (30,5)

6.2 ГЕОМЕТРИСКИТЕ СОДРЖИНИ ВО ПОЧЕТНАТА НАСТАВА ПО МАТЕМАТИКА

6.2.1 ГЕОМЕТРИСКИТЕ СОДРЖИНИ ВО ТРАДИЦИОНАЛНАТА НАСТАВА

Содржината на наставата, гледана во најширока смисла на зборот значи, целокупното генерациско искуство да се пренесе на генерациите што доаѓаат и во тој процес тие да се оспособат за понатамошно збогатување на тоа искуство. Меѓутоа, големите количества натрупани искуства го прави невозможно неговото комплетно пренесување на генерациите што доаѓаат. Затоа преку наставните предмети се прави избор од тоа искуство, што ќе биде содржина на наставата по тој предмет.

Тоа е случај и со наставниот предмет математика во одделенската настава на основното училиште, во чии рамки се и геометриските содржини што се изучуваат на таа возраст. Геометријата како наука, има натрупано мошне богато искуство. Меѓутоа, од фундаментално значење е фактот дека, генерациското искуство, собрано во геометријата како наука, треба да се трансформира, односно педагошки да се преработи во дидактички систем од геометриски знаења, кој ќе ги задоволи потребите на настава по математика. Всушност, тоа значи

дека треба да се направи квантификација на просторот како предмет на проучување на геометријата како наука, кој како обем на геометриски знаења ќе послужи како основа за изработка на наставна програма.

Содржината на традиционалното математичко образование во почетната настава по математика долго време се сведувала на изучување на четирите аритметички операции со природни броеви и елементарни геометриски мерења. Таа состојба можела да се смета за нормална, доколку од учениците не се барало се друго, освен да умеат да решаваат аритметички задачи. Тоа се засновувало сфаќањето дека: „*децата од 7 до 10 години, по сила на своите возрасни особености не се во состојба да разберат ништо повеќе од математиката, освен четирите аритметички операции.*“ (37,47) Што се однесува до геометриските содржини, тие се сведуваа на мерење и се остварувале во последователност соодветна на историскиот од на геометријата како наука - од **геометрија на мерење** кон **геометрија на форми**. Поконкретно, во почетните одделенија на основното училиште доминирала геометрија на мерење, а во повисоките степени на образование геометрија на форми.

6.2.2 РЕФОРМАТА НА МАТЕМАТИЧКОТО ОБРАЗОВАНИЕ И ОДРАЗОТ ВРЗ ГЕОМЕТРИСКИТЕ СОДРЖИНИ

Сфаќањето дека децата од 7 до 10 години не се во состојба да разберат ништо повеќе од математиката, освен аритметичките операции, се покажало како сиромашно со идеи и научни сознанија, за да може да послужи како задоволителна основа на почетното математичко образование. Ваквата состојба поттикнала многу педагози, психолози и математичари да се зафатат со истражување на проблемот на возрасните особености на учениците од 7 до 10 години и изучувањето на математиката. Без можност и претензии да ги наброиме сите, ќе наведеме само некои кои дале мошне голем придонес во решавањето на тој проблем: **Виготски, Давидов, Елконин, Галперин, Маркушевич** и др. во Советскиот сојуз, **Пијаже** и неговите соработници во Швајцарија, **Бигл, Дејвис и Брунер** во САД, **Динес** во Англија и Канада, **Фредерика** и **Жорж Папи** во Белгија и др.

Резултатите што се добиени од истражувањата на наведените и други педагози, битно се разликуваат од традиционалното сфаќање за содржината на почетното математичко образование и за можностите на учениците од почетните оддленија на основното училиште. Истражувањата покажале дека:

- Учениците на возраст од 7 до 10 години се способни да восприемаат многу повеќе, отколку што се сметало во традиционалната настава;
- Реално е можно наставата да се издигне на повисоко теориско ниво;
- Потребно е да се зголеми обемот на геометриските содржини во почетното математичко образование.

Покрај тоа, истражувањата покажале дека *„кај децата геометриските факти одат по обратна насока, односно првите информации што се јавуваат по суштина се квалитативни, а не квантитативни.“* (29,23)

Овде треба да ги нагласиме и ставовите на **Пијаже** и **Серве** (Cervet), кои се однесуваат на геометриските содржини во почетната настава по математика. Имено, според **Пијаже** редот на развојот на геометриските поими кај децата настануваат по обратен ред од нивното историско настанување. *„Детето почнува од последното: неговите први откритија се тополошки.“* (28,37)

Белгискиот математичар и методичар **Серве** се спротивставувал на сведувањето на геометриските содржини во почетната настава по математика на мерење. Имено, тој смета дека ако изучувањето на геометријата започнува со метрички својства *„се замаглуваат дури докрај се скриваат афините својства на геометриски објекти.“* (35,46)

Норвешкиот методичар **Р. Невалина** (R. Nevallina) критикува некои идеи на реформата на наставата по математика во втората половина на XX век. Тој смета дека *„Евклидскиот приод е основа на која треба да се изгради училишниот курс по геометрија и во него да се внесат нови идеи.“* (Според 24,5-16)

Наведените сознанија се мошне значајни за квантификацијата на

просторот како наставна содржина во почетната настава по математика, особено од аспект на:

- **обемот на содржините**, односно интензитетот на наставната програма, што се однесува на геометриските факти и генерализации, кои учениците треба да ги усвојат;
- **длабочината или екстензитетот** на наставната програма што ја определува длабочината и строгоста на геометриското образование, изразена низ степенот на аналитичност во проучувањето на содржините и нивото на формираните способности.
- **редослед на содржините**, што подразбира неопходност од придржување на одредени принципи, а пред се:

1	2	3	4	5	6
системност и постапност, како внатрешна логичка врска на содржините	можност за дидактичка обработка на содржините, зависно од возрастните особености на учениците	можности за аналитичко - синтетичка дејност, споредување, апстрахирање и воопштување од страна на учениците	обезбедување можности за практични активности на учениците	постапно и рамномерно воведување на математичката терминологија и симболика	можности за развој на создајните способности на учениците

Меѓутоа, редоследот на содржините треба да се гледа и од аспект на изградување дидактички систем на математички факти и генерализации, кој ќе биде соодветен на стратегијата новите знаења и умеења да се здобиваат врз основа на порано усвоените знаења, умеења и искуства на учениците.

6.2.3 ПОЈДОВНИ ОСНОВИ ЗА ОПРЕДЕЛУВАЊЕ НА ГЕОМЕТРИСКИТЕ СОДРЖИНИ ЗА ПОЧЕТНАТА НАСТАВА ПО МАТЕМАТИКА

Во врска со определувањето на појдовните основи за избор на содржините на почетната настава по математика, ќе го наведеме ставот на рускиот методичар **П.А.Компанијц** (П.А.Компанийц) и неговото

мислење за постапката за одредување на наставната програма по математика. Имено, тој вели: *„Најпрво треба да се одбере тоа што е полезно - достапното за учениците, а од одбраното полезно и достапно - неопходното.“* (Според 14,21) Таков приод е напълно логичен и неопходен и за определување на геометриските содржини во почетната настава по математика.

Компанијц поаѓа од стојалиште дека при определувањето на геометриските содржини најбитни се: геометријата како наука и ученикот како субјект кој треба да се здобива со геометриски знаења и истите практично да ги применува. Ние овде ќе напоменеме неколку појдовни основи, кои произлегуваат од наведените две, но придонесуваат истите продлабочено да се сфатат.

1. Геометријата како наука е конзистентен и логички изграден систем. При изборот на геометриските содржини на почетната настава по математика мора да се поаѓа од него. Но, бидејќи геометријата како наука има натрупано огромен фонд на знаења, не е можно тој целесно да им се пренесе на учениците. Оттука, при изборот треба да се поаѓа од полезното за општото образование. Меѓутоа, *„прашањето на степенот на строгоста во конструирањето на предметот се наоѓа во заедничкото на формалната логика и психологијата. Обично овде се судираат две спротивставени тенденции: од чисто математичка гледна точка потребна е максимална строгост, и од друга страна се ограничува од нивото на математичкото мислење на учениците.“* (31,67)

Според наше мислење, давајќи еднакво значење на двете тенденции, ќе се дојде до најдоброто решение - *геометриска точност соодветна на возраста на учениците.*

2. Пробивот на геометриските знаења и методи во различните области на човековата дејност, служат како моќно средство во рацете на човекот, при запознавањето и искористувањето на природните ресурси, за развој на техниката и технологијата. Геометриските знаења се тесно поврзани со секојдневниот живот и дејност на човекот. Во таа смисла, потребна е нивна поврзаност со секојдневниот живот на човекот, да придонесуваат за запознавање на стварноста и да наоѓаат примена во сознајната и практичната дејност на учениците.

3. Изучувањето на геометриските содржини треба да содејствува со правилниот **математички развој** на учениците. Како важни компоненти на математичкиот развој на учениците, рускиот методичар **Маркушевич** ги наведува следниве:

- просторно претставување,
- умеење да анализираат,
- умеење да мислат апстрактно,
- умеење да преминуваат од конкретни ситуации, кон математички формулации,
- навики да мислат дедуктивно,
- умеење да вршат научни изводи (заклучоци) од конкретни ситуации,
- владеење на математичкиот јазик.

Сепак, треба да се нагласи дека при избор на соодветни содржини, формирањето на секоја од наведените компоненти на математичкиот развој во најголема мера зависи од квалитетот на наставата, од тоа во колкава мера таа обезбедува развој на просторните претстави, творечката имагинација, логичкото мислење.

Појдувајќи од компонентите на математичкиот развој, многу автори (**Столјар, Моро, Пишкало, Радев**) во своите трудови го користат и терминот **геометриски развој**.

За да објасниме поконкретно што подразбираме под овој термин, ќе се повикаме на резултатите од некои истражувања на подрачјето на поранешниот Советски сојуз. Имено, во втората половина на XX век, пореализирањето на бројни истражувања, педагозите и психолозите направиле „обид подобро и подлабоко да проникнат во процесот на развојот на геометриското мислење, за да ги откријат и разјаснат неговите специфики.“ (30,19) Врз основа на резултатите, тие определиле неколку нивоа на мислење во областа на геометријата, кои условно ги именувале како **нивоа на геометрискиот развој**. Секое од тие нивоа се карактеризира со свој јазик, кој содржи соодветна длабочина на обработката на геометриските содржини, што се изучуваат на одредена возраст. Преминот од пониско на повисоко ниво е следен со соодветни промени во јазикот, симболиката и длабочината на логичката обработка на геометриските објекти. Притоа, преминот не

се јавува како самостоен процес, туку оди заедно со биолошкиот развој, односно зависи од возраста на учениците. Оставарувањето на преминот од пониско на повисоко ниво е во рамки на организираната настава, а зависи од содржината и методите на наставна работа, затоа што *„нивното менување може да придонесе за забрзување на преминот кон наредното повисоко ниво или да бидат кочница на тој премин.“* (30,20)

Првото ниво, односно почетното ниво на геометрискиот развој се карактеризира со што ученикот ја гледа фигурата како *цело*. Учениците кои се на првото ниво, при перцепирањето на фигурата не ги одделуваат нејзините елементи, туку фигурите ги разликуваат според нивниот надворешен изглед. Ученик што мисли на првото ниво лесно може да ги научи термините и да ги именува фигурите како: топка, коцка, круг, квадрат, правоаголник, триаголник, но во квадратот не гледа правоаголник, во коцката не гледа квадар и сл. За ученикот секоја од тие фигури суштествува индивидуално. При правилна организација на наставата, првото ниво можат да го достигнат сите ученици од I одделение и од повисоките одделенија.

Второто ниво го достигнале учениците коишто умеат да ги согледаат односите меѓу елементите на фигурата или на повеќе фигури. Тие прават анализа на перцепираната фигура, но нејзините својства ги објаснуваат само по експериментален пат (метод на лабораториска работа).

Својствата на фигурите учениците ги запознаваат низ процес на набљудување, анализирање, мерење, цртање, моделирање, а ги користат при продлабочено запознавање на фигурата. Тоа значи дека својствата не се изведуваат, ниту логички се средуваат, односно учениците не ја сфаќаат структурата на логичкото следство.

На ова ниво на геометрискиот развој фигурата се јавува како носител на своите својства, меѓутоа својствата уште не се поврзуваат едно со друго. Така, на пример, учениците лесно забележуваат дека во правоаголникот и во квадратот сите агли се прави, но уште не можат да дојдат до заклучок дека квадарот е правоаголник. Експериментите потврдиле дека со правилна организација и реализација на наставата второто ниво го достигнуваат учениците од III одделение.

Третото ниво на геометрискиот развој го достигнале учениците што можат да ги утврдат врските помеѓу својствата на фигурите и самата фигура. На тоа ниво се случува и логичко средување на својствата, се објаснува можноста едно својство да произлегува од друго, а логичката врска помеѓу својствата на геометриската фигура се утврдуваат со дефиниција. На почетната етапа од третото ниво ученикот се уште не е способен да го примени редот на логичкото следствие дадено од наставникот или учебникот.

На третото ниво ученикот почнува дедуктивно да расудува. Поконкретно, ученик сфаќа дека дедукцијата му овозможува својствата на фигурата да ги утврдува поекономично и општо, отколку што тоа беше случај при примената на експеримент. Всушност, ученикот согледува дека по откривањето на некои својства на геометриската фигура по експериментален пат, со логичко расудување можат да се откријат други нејзини својства. Така, на ова ниво ученикот сфаќа дека квадратот е правоаголник, дека коцката е квадар и сл. Третото ниво на геометрискиот развој започнува во IV одделение и продолжува понатаму на повисоките степени на образование.

4. Геометријата и аритметиката се основните составни компоненти на содржината на почетната настава по математика. Според тоа, геометриските содржини треба да создаваат основа и за успешно изучување на аритметичките. Така, би се почувствувало и единството на наставниот предмет математика. Уште од почетокот на прво одделение учениците се запознаваат со повеќе видови геометриски фигури, кои се користат како дидактички материјал за броење и пресметување, искршена линија за поткрепа на асоцијативноста на собирањето и сл.

5. Напоредно со знаењата за геометриски форми и својства на геометриските фигури, кај децата треба да се формираат знаења и умеања за цртање со помош геометриски справи (линир, триаголен линир и шестар). Според **Галкина** „геометрискиот цртеж е практична дејност, која бара единство на просторните и количинските претстави и заедно со тоа сам го формира.“ (32,41)

Геометрискиот цртеж придонесува за усовршување на просторните претстави на учениците, создавање на сложена синтеза на умствената и практичната дејност, воспитување на совесност, точност и уредност.

6.3 ГЕОМЕТРИСКИТЕ СОДРЖИНИ ВО НАСТАВНАТА ПРОГРАМА ПО МАТЕМАТИКА ОД I - IV ОДДЕЛЕНИЕ.

6.3.1 СТРУКТУРА И СОДРЖИНА

Наставната програма по математика започнува со цел на наставата, која е дефинирана на следниов начин: „Низ наставата по математика од I до IV одделение учениците стекнуваат знаења за броевите, формите и величините и се оспособуваат за успешно продолжување на своето математичко образование. Преку ангажирање во соодветни активности учениците стекнуваат самодоверба и желба да се занимаваат со математика. Тие решаваат проблеми од различни математички области и други наставни предмети, како и проблеми врзани со секојдневието.“ (23,7) Вака дефинираната општа цел е конкретизирана со задачи - образовни, функционални и воспитни. Овде ќе ги наведеме само задачите кои се однесуваат на изучувањето на геометриските содржини:

- да стекнат претстави за најважните просторни и рамнински фигури,
- да ги воочуваат елементите, својствата и заемните односи меѓу геометриските фигури,
- да ги познаваат основните и некои изведени единици мерки, соодветните инструменти за мерење и практично да ги применуваат,
- логично, флексибилно, флуентно и оригинално мислење,
- помнење, формирање на претстави, користење на мисловните операции (споредување, идентификација, анализа, синтеза, апстракција и генерализација) и моделирање,
- јасност, конкретност, логичност и точност во искажувањето при математичките активности и во секојдневниот живот, како и вештина во користење на соодветна стручна терминологија.

Низ наставата по математика учениците стекнуваат:

- доверба во сопствените можности,
- однос кон наставата: самостојност и прецизност во наставата, упорност, истрајност во работата, рационалност, одговорност, критичност и естетска осетливост.

Покрај тоа, кај учениците треба да се изгради: сознание за полезноста и практичната потреба од математиката; умеење да ги користат математичките знаења за решавање проблеми од другите наставни предмети; умеења за практична примена на техничките средства, како и да се оспособат за успешно продолжување на математичкото образование. (Според 23,7-8)

Овие цели и задачи треба да се остварат низ следниве содржини:

I одделение

- Предмети во форма на топка, коцка, квадар, цилиндар, конус и пирамида;
- Линии: права, крива, отворена и затворена;
- Триаголник, круг, квадрат и правоаголник;
- Мерење на должина, сантиметар и дециметар.

II одделение

- Права, полуправа и отсечка;
- Искршена линија. Многуаголник - препознавање и цртање со шаблон на: триаголник, правоаголник и квадрат;
- Агол. Прав агол;
- Мерење на должина со сантиметар, дециметар и метар.

III одделение

- Права низ една точка. Права низ две точки. Заемна положба на точка и права;
- Отсечка и полуправа;
- Пресек на две прави;
- Агол. Остар, прав и тап агол. Цртање на агли;
- Нормални прави. Паралелни прави;
- Видови триаголници - според страните и според аглиите;
- Кружница и круг;
- Мерење на должина - милиметар и километар.

IV одделение

- Хоризонтални, вертикални и коси прави и рамнини;
- Многуаголник. Елементи на многуаголник. Карактеристични својства на правоаголникот и квадратот. Цртање на правоаголен триаголник по дадени катети. Цртање на правоаголник и квадрат по дадени страни;
- Периметар на триаголник, правоаголник и квадрат;*
- Геометриско тело. Квадар и коцка;
- Плоштина. Поим за плоштина. Плоштина на правоаголник, квадрат, квадар и коцка.

(Според 23)

Покрај целите и содржините, со Програмата се одредни и знаењата, умеењата и способностите со кои учениците треба да се здобијат со изучувањето на геометриските содржини.

Првите геометриски знаења со кои се здобиваат учениците во почетната настава по математика се на степен на препознавање, односно во рамките на првото ниво од геометрискиот развој. Цртањето, пак, се сведува на *прецртување* геометриски фигури со помош на шаблон и прави линии со помош на линир.

Понатаму степенот на знаењата и умеењата се издига на повисоко ниво. Преку мерење и споредување се откриваат својствата на геометриските фигури, се опишуваат и се изведуваат заклучоци. Исто така, се доаѓа до одделување на класи во рамките на даден поим (видови триаголници, облести и рабести геометриски тела и сл.); се одредуваат врските и односите меѓу елементите на даден поим, со што се утврдуваат неговите суштествени својства; се идентификуваат и разликуваат геометриски фигури според даден признак. Овие знаења и умеења се соодветни на преминот од првото во второто ниво и од второто во третото ниво на геометрискиот развој.

Геометрискиот цртеж од *прецртување* со шаблон се движи кон елементарни конструкции со линир и шестар и објаснување на истите. При тоа, посебно внимание се придава на конструкција на триаголник, правоаголник и квадрат, без конструкција на прав агол.

6.3.2 АНАЛИЗА НА НАСТАВНАТА ПРОГРАМА

Бидејќи идеите на нашиот концепт во голема мера зависат од карактеристиките на Наставната програма, направивме анализа на истата, од аспект на можностите за примена на методички приоди засновани на современите достигнувања на педагошката и психолошката наука. Во таа смисла утврдивме дека:

1. Геометриските содржини, по својот обем и длабочина, соодветствуваат на возрастните особености на учениците од мала возраст. Имено, програмата е усогласена со *геометрискиот развој* на учениците, односно овозможено е да се достигне секое од предвидените три нивоа, што одговараат на учениците од I до IV одделение.

2. Редоследот на содржините овозможува во голема мера новите знаења и умеења да се здобиваат врз основа на порано здобиени знаења и умеења, како и со личните искуства на учениците. Темите, со кои се предвидени геометриските содржини, се компонирани така што да сочинуваат еден мини дидактички систем во кој секој поим што се воведува се засновува на основни поими или на порано изучени поими. На пример, во II одделение темата **Геометриските фигури во рамнината** започнува со основниот поим права, па преку полуправа и отсечка, како делови од правата, се воведуваат искршената линија и аголот и на крајот правоаголникот и квадратот како четириаголници со прави агли.

3. Со средствата и активностите се придава соодветното значење на набљудувањето и експериментот, односно на манипулирањето со конкретни објекти, со што се создаваат можности процесот на здобивање на нови знаења да започне со материјална дејност, која преку говорното подрачје ќе премине во мисловна. Тоа е во согласност со *теоријата за етапно формирање на мисливните операции*, една од мошне значајните теории за методиката на почетната настава по математика.

4. Мерењето во геометријата е поврзано со множеството природно броеви, што се изучуваат на дадена училишна возраст. Покрај геометриското и практичното значење, тоа има и методичка функција при обработката на одредени геометриски содржини. Така,

асоцијативното својство на собирањето може да се прикаже нагледно со должина на искршена линија од три отсечки; множењето со 3 и 4 може да се илустрира со обиколка на рамностран триаголник, односно обиколка на квадрат и сл.

5. Напоредно со знаењата за геометриската форма и просторната големина кај учениците од одделенската настава се формираат и првите знаења и умеања за цртање со геометриски справи: шаблон со геометриски фигури, линир, триаголен линир и шестар. Цртањето започнува со шаблон и *прецртување* на фигурите, потоа линир за цртање на прави линии, триаголен линир за цртање на правоагол, шестар за цртање на кружница и круг, до едноставни конструкции со линир и шестар (некои видови триаголници, правоаголник и квадрат). Предвидените геометриски цртања се усогласени со возрастните карактеристики и искуствата на учениците.

6. Што се однесува до знаењата, умеањата и способностите, со кои што учениците треба да се здобијат:

- соодветствуваат на возрастните особености на учениците,
- го потенцираат суштественото за наставата - препознавање и именување на поимите, согледување на некои суштествени својства на истите,
- ја нагласуваат потребата од објаснување на постапките за пресметување на периметар и плоштина на геометриските фигури за кои тоа е предвидено ,
- го прецизираат цртањето на геометриски фигури - од цртање со шаблон, до цртање според дадени елементи на фигурата, а во IV одделение моделирање на геометриски тела,
- го одредуваат нивото на кое треба да се обработуваат геометриските поими.

Според нашето мислење во знаењата и способностите никаде не се спомнува дефинирањето на поимите. Сметаме дека, покрај сложеноста на дефинициите на геометриски поими, некои ученици од одделенска настава можат да ги прифатат, особено ако тоа се дефиниции со најблизок родов поим и видова одлика или пак описни дефиниции.

6.3.3 УСВОЈУВАЊЕ НА ГЕОМЕТРИСКИТЕ ЗНАЕЊА

Остварувањето на целите, определени со Наставната програма по математиката од I до IV одделение, подразбира избор на методички постапки, кои тоа ќе го обезбедат. Тоа се однесува и на остварувањето на целите и задачите што се однесуваат на геометриските содржини што се составен дел на таа Програма. Поконкретно, со методичките приоди треба да се обезбеди:

- активно и сознајно учество на учениците во здобивањето на новите знаења;
- патот до новото знаење да е заснован на современите достигнувања на педагошката наука и психологијата на учење и поучување;
- почитување на возрастните особености на учениците од мала училишна возраст;
- здобивањето на нови знаења и умеења да се засновува на порано добиени знаења и умеења.

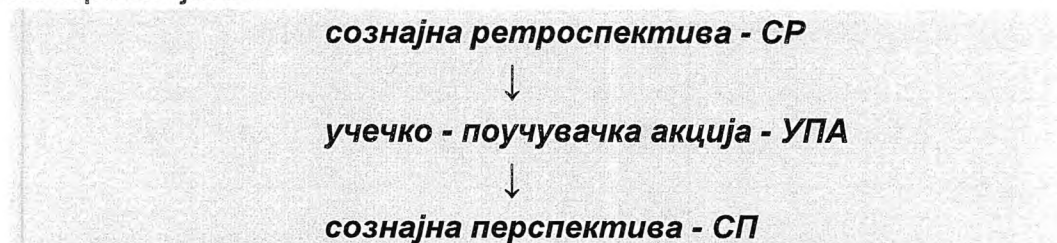
Во таа смисла нашето внимание во концептов ќе го насочиме на:

- засновувањето на новите знаења и умеења на порано усвоените знаења и умеења, како и на личните искуства на учениците;
- улогата на набљудувањето и експериментот во здобивањето на новите знаења, односно при формирањето на математичките поими;
- развојот на просторните претстави на учениците.

Засновување на новите знаења и умеења на порано усвоените знаења и умеења

Активно и сознајно учество на учениците во наставата по математика може да се оствари само ако до новите знаења се доаѓа со вложување на сопствен интелектуален напор. Еден од носечките сегменти во процесот на реализација на наставата е актуализација на порано добиените знаења и умеења на учениците, кои што можат да послужат како основа за здобивање на нови знаења и

умеења, односно микроорганизацијата на наставата да биде заснована на стратегијата :



Во геометриските содржини во почетната настава по математика доминираат геометриски поими, кои произлегуваат од аксиоматскиот систем на геометријата како наука, а се обработени како дидактички систем во Наставната програма. Дидактичкиот систем, пред сè, се карактеризира со подреденост на поимите во систем или *минисистеми*, во кои секој нареден поим се засновува на претходните. Така, поимот многуаголник се засновува на поимот затворена искршена линија, поимот четириаголник се засновува на поимот многуаголник, поимот правоаголник се засновува на поимот четириаголник итн.

Ваквата поставеност на дидактичкиот систем на геометриските содржини овозможува обработката на новиот поим да се засновува на порано усвоени поими, односно успешно да се примени стратегијата **СР- УПА - СП**. Во таа смисла, пред обработката на секој нов поим, наставникот треба да направи ретроспектива на порано усвоените поими, за да ги идентификува оние што се во врска со новиот поим (родов поим, заеднички својства, елемент на новиот поим и сл.) Актуализацијата на порано усвоените знаења и умеиња ќе придонесе за активна и сознајна дејност на учениците во здобивањето на новите знаења и умеиња, односно во усојувањето на новиот поим. Всушност на тој начин се создаваат поволни услови за примена на мисловните операции: анализа, споредување, синтеза, апстракција и генерализација, со што усвојувањето на новото знаење ќе се оствари низ доминантна самостојна учечка дејност на учениците, проследена со неопходната поучувачка дејност на наставникот.

Со ваквиот приод се обезбедува „*основното во психолошкиот процес на разбирање на новиот поим, објаснувањето преку средствата на јазикот, најопшто речено, е неговиот однос и поврзаност со порано разбраните поими.*“ (9,72)

Ефектите од примената на наведената стратегија доаѓаат до израз во учечко - поучувачката акција, во која се остварува:

- со примена на анализа и споредување, одделување на суштествените својства на поимот;
- апстрахирање на несуштествените својства на поимот;
- синтеза на суштествените својства на поимот;
- утврдување на еднаквоста и разликата во суштествените својства на поимот и порано усвоените поими;
- создавање основа за опишување на суштествените својства на поимот, што најчесто резултира со формирање на јасна содржајна претстава за поимот, а во одредени случаи и дефиниција на истиот.

На крајот треба да се согледа и перспективата на здобиените знаења и умеења, од аспект на :

- збогатување на фондот на знаења и умеења на учениците;
- применливоста на здобиените знаења и умеења во добивање на нови знаења и умеења;
- практичната применливост на здобиените знаења и умеења, во решавање на проблеми од секојдневниот живот.

Примената на овој методички приод го следевме при реализација на наставен час, чија цел беше формирање на поимот триаголник, во II одделение.

6.4 ПРАКТИЧНА РЕАЛИЗАЦИЈА НА НАСТАВНАТА ЕДИНИЦА: ТРИАГОЛНИК

За усвојување на поимот триаголник следевме час во II одделение, за кој баравме да се оствари според одредени стандарди изразени во цели кои треба да се остварат, предзнаења и искуства потребни во создајната ретроспектива, активности преку кои ќе се оставарат целите, како и образовните излези. Овие наводи ги даваме во табелата:

ЦЕЛИ	ПРЕДЗНАЕЊА И ИСКУСТВА	АКТИВНОСТИ	ОБРАЗОВНИ ИЗЛЕЗИ
Учениците да: - се запознаат со триаголникот; како многуаголник - научат да ги именуваат елементите на триаголникот; - научат да означуваат триаголник; - ја научат постапката за одредување обиколка на триаголник.	Учениците: - знаат што е отсечка, искршена линија и многуаголник; - умеат да нацртаат отсечка со зададена должина, искршена линија и многуаголник; - ги именуваат елементите на многуаголникот; - умеат да одредат обиколка на даден многуаголник и да ја објаснат постапката.	- цртање на многуаголник со четири страни и именување на неговите елементи; - пресметување на обиколка на даден многуаголник - цртање на многуаголник со три страни; - именување на многуаголник со три страни, како триаголник; - именување на елементите на триаголникот; - цртање и означување на триаголник; - одредување на обиколка на триаголник.	Учениците: - го разликуваат триаголникот од другите видови многуаголници; - ги именуваат елементите на триаголникот; - црта и означува триаголник; - објаснува што е триаголник; - одредува обиколка на триаголник, по зададени страни.

А. Сознајна ретроспектива → При воведувањето на поимот триаголник треба да се појде од фактот дека учениците усвоиле повеќе знаења, кои имаат врска со овој поим и можат да послужат како основа за негово полесно и посодржајно усвојување. Тие знаења се однесуваат на следново:

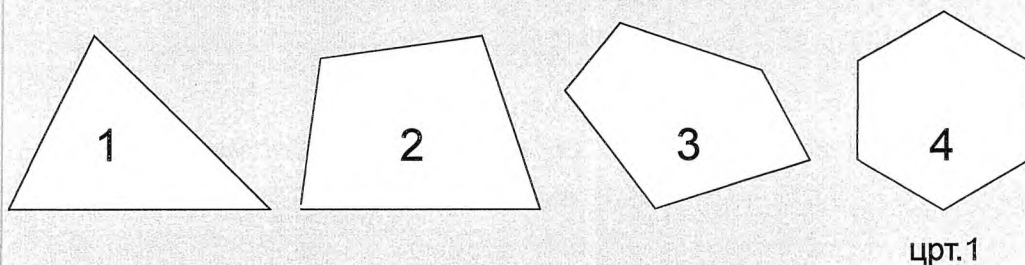
- препознавање и цртање на отсечка, отворена и затворена линија;
- многуаголник и одредување на неговите елементи - страни, агли и темиња;
- пресметување на должина на искршена линија и обиколка на многуаголник.

Имајќи ги во предвид наведените предзнаења и искуства, како и оние во табелата, наставничката ги организираше следниве активности:

- цртање на многуаголник со 4 страни,
- именување на неговите елементи (страни, агли и темиња),
- пресметување на обиколка на даден четириаголник (задача 3 на стр.36 од работните тетратки).

Првите две активности учениците ги реализираа со самостојно решавање во училишните тетратки, а нивната успешност ја согледавме од постојаниот увид во нивната работа. Последната активност ја реализираа преку самостојно решавање во работните тетратки, а резултатите ги проверија преку усно читање на истите. На тој начин успешно беа актуализирани предзнаењата и искуствата на учениците, а мотивацијата се издигна на задоволително ниво.

Б. Учечко - поучувачка акција → Активноста на часот продолжува со набљудување на илустрација на која се претставени: триаголник, четириаголник, петоаголник и шестаголник (црт.1). При набљудувањето се врши анализа на геометриските фигури на цртежот.



Н : „Какви геометриски фигури се дадени на цртежот?“

У1 : „На цртежот се дадени 4 многуаголници.“

Н : „Колку агли има многуаголникот означен со 1?“

У2 : „Многуаголникот 1 има три агли.“

Н : „Колку агли има многуаголникот означен со 2?“

У2 : „Многуаголникот означен со 2 има 4 агли.“

Н : „Колку агли имаат многуаголниците означени со 3 и 4?“

У2 : „Многуаголникот означен со 3 има пет агли, а оној со 4 има четири агли.“

Со тоа беше утврдена еднаквоста на геометриските фигури - сите се многуаголници, како и разликата меѓу нив - имаат различен број агли.

Н : „Како се вика фигурата означена со 2 ?“

У5 : „Фигурата се вика четириаголник.“

Н : „Зошто се вика четириаголник ?“

У6 : „Затоа што има 4 агли.“

Н : „А како ќе го викаме многуаголникот означен со 1 ?“

У7 : „Ќе го викаме триаголник.“

Н : „А зошто?“

У8 : „Затоа што има три агли.“

Н : „Кој многуаголник го викаме триаголник?“

У9 : „Многуаголникот кој има три агли го викаме триаголник.“

Реализираниот дијалог укажа дека умешно беше утврдена разликата на триаголникот од другите многуаголници и потеклото на терминот со кој се означува поимот. Активностите продолжија со задачата:

► *Нацртај триаголник изначи ги неговите темиња.*

Во исто време наставничката нацрта на таблата триаголник и ги означи неговите темиња со А, В и С.

Н : „Колку темиња има триаголникот?“

У10 : „Триаголникот има три темиња.“

Н : „Колку страни има триаголникот?“

У12 : „Триаголникот има три страни.“

Н : „Како се означени страните на триаголникот?“

У13 : „Страните се означени со АВ, ВС и СА.“

Така беа утврдени и елементите на триаголникот - агли. страни и темиња. Во наредната активност наставничката ги стави учениците пред проблемска ситуација - да ја одредат обиколката на триаголникот од задачата 2 на стр. 74 од учебникот. Беше укажано дека решението на задачата под а) е дадено, а тоа ќе им помогне самостојно да ја решат задачата под б) и в).

Со увидот во тетратките воочивме дека учениците успешно го решија проблемот со точно решавање на задачата, а неколку учениците дадоа и образложение на начинот на решавање на задачата.

В. Сознајна перспектива → Повратна информација за оствареноста на образовните излези наставничката доби со самостојно решавање на задачите 3 и 4 од учебникот. На крајот учениците даваа осврт на решението на задачите, преку што можеше да се види дека ги познаваат елементите на триаголникот, го именуваат истиот и ја познаваат постапката за пресметување на обиколка на триаголникот. Воедно со увидот во тетратките констатиравме дека значително голем број од учениците точно ги решиле задачите. Кај неколку ученици увидовме дека имаат проблем со точното мерење на должината на страните, при што истиот со помошта од наставничката беше надминат.

Здобиените знаења за триаголникот и неговата обиколка, во перспектива, учениците ќе го применат при:

- класификација на триаголници според страни и агли,
- изведување на формула за обиколка на секој од видовите триаголници,
- решавање на проблеми од секојдневниот живот.

6.5 НАБЉУДУВАЊЕТО И НЕГОВАТА ФУНКЦИЈА ВО ФОРМИРАЊЕТО НА ГЕОМЕТРИСКИТЕ ПОИМИ

Појдувајќи од природата на содржината на почетната настава по математика, учениците главно, усвојуваат поими, за разлика од другите наставни предмети, каде доминираат факти. *„Фактите се од емпириско потекло, реалност која егзистира независно од актот на создавање, додека поимот не е реално постоечки објект, па поради тоа не е достапен на набљудувањето, на суштината или на некоја друга сетилна активност.“* (18,201)

Од таквата природа на фактите и на поимите произлегуваат и различните методички приоди при нивното формирање, односно усвојувањето на факти е резултат на емпириското, додека усвојувањето на математички поими е резултат на рационалното сознание. На проблемот на формирањето на математичките поими му се приоѓа од повеќе аспекти, и се однесува на одредено подрачје на тој процес - возрасните особености на учениците, нивото на интелектуалниот

развој, принципите, формите и методите на наставна работа, системот на математичките поими и нивното дефинирање и сл. Учечката и поучувачката дејност со учениците од почетната настава по математика треба да се конкретизира со постепено издигнување од сетилното - конкретното, кон апстрактното, што во основа е насочено кон формирање на општи претстави за математичките објекти. Тоа е во согласност со возрастните особености на учениците, кои според **Пијаже**, се на стадиум на конкретни операции во интелектуалниот развој, што подразбира нагледна (конкретна) поткрепа на мислењето.

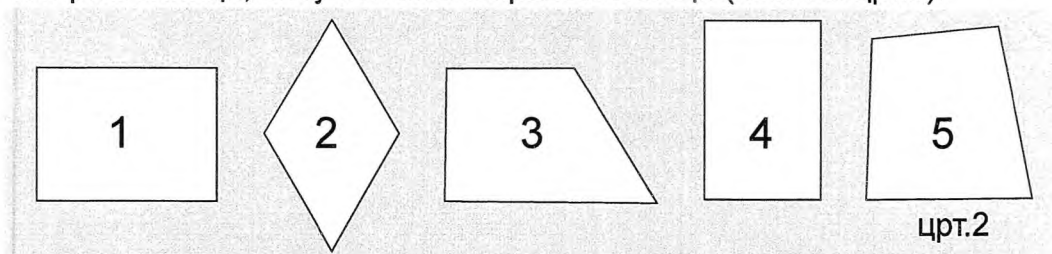
Во стручната литература се познати повеќе методички приоди при формирањето на математичките поими: **остенсивен, конкретно - индуктивен, апстрактно - дедуктивен и аксиоматски**. Појдувајќи од возрастните особености на учениците, во почетната настава по математика погодни за примена се остенсивниот и конкретно - индуктивниот. Апстрактно - дедуктивниот и аксиоматскиот приод се применуваат во повисоките степени на образование.

Остенсивениот приод, во суштина, се состои во прочување и набљудување на објекти од обемот на поимот и посочување на терминот со кој тој се означува. Тоа продолжува се дури во сознанието на учениците не се формира доволно јасна претстава за поимот. Овој приод отпаднал од употреба бидејќи во себе не вклучува вербални и мисловни активности.

Конкретно - индуктивениот приод се карактеризира со тоа што процесот на формирање на геометриските поими започнува со **акт на набљудување**. Резултат на набљудувањето се перцепции и претстави, кои се **првата етапа** во изградување на поимот. При набљудувањето учениците ги воочуваат својствата на објектите што се предмет на проучување. Покрај тоа, тие ги воочуваат еднаквоста и разликата на својствата на објектите што се набљудуваат, со нивно споредување.

Процесот продолжува со **втората етапа** на формирањето на поимот, со апстрахирање на несуществените и генерализирање на суштествените својства на поимот што се проучува. Поконкретно, со анализа на воочените својства при набљудувањето, несуществените се апстрахираат, а суштествените се генерализираат. На пример, при

формирањето на поимот правоаголник, учениците набљудуваат повеќе четириаголници, меѓу кои има и правоаголници (како на црт.2).



Учениците воочуваат дека сите геометриски фигури на цртежот се четириаголници, односно ја воочуваат еднаквоста. Меѓутоа со мерењето на агли на тие фигури и нивно споредување, утврдуваат дека, во четириаголниците означени со 1 и 4 сите агли се прави, додека тоа не е случај со четириаголниците означени со 2, 3 и 5. Со тоа е утврдена и разликата на правоаголникот од останатите четириаголници. Со апстрахирање на несуштествените својства (боја, форма, големина, положба во просторот и др.), се апстрахираат несуштествените, а се генерализираат суштествените, односно правоаголник е четириаголник со прави агли.

Во процесот на апстракција и генерализација, во откривањето на суштествените својства на геометриските објекти, значајно место во првата етапа зазема варирањето на нивните несуштествени својства. Така, на пример, при изучувањето на коцката во IV одделение, на учениците им се демонстрираат модели на коцка изработени од различен материјал, обоени во различни бои, различни по големина и по положба во просторот. Набљудувајќи ги тие модели, учениците ќе воочат дека тие својства се несуштествени и ќе ги апстрахираат. Од друга страна, пак, формата е постојана, сите рабови се еднакви, сите страни се квадрати, складни меѓу себе, што учениците го утврдуваат со мерење, споредување и анализа. Тие својства се постојани, односно суштествени и учениците ги генерализираат и врз основа на нив ја опишуваат коцката.

Во откривањето на суштествените својства на геометриските поими значајно место зазема и споредувањето. Тоа придонесува при набљудувањето да се открие еднаквоста и разликата меѓу својствата на поимот што се изучува и некои порано усвоени поими. Со тоа поимот што се изучува може да се смести во системот на поими

предвидени со Наставната програма.

Овде е значајно да се напомене дека споредувањето како мисловна операција се движи во насока од споредување при непосредно набљудување (во II и III одделение) кон споредување по претстави, како и од споредување по едно својство, кон споредување според повеќе својства. Тоа, всушност, е развојниот карактер на споредувањето и е значајно тие насоки да се почитуваат. Геометриските поими треба да се формираат етапно, со посветување на нужно внимание на психолошките активности, како и на конкретното опишување на поимот со зборови. Тоа шематски ќе го прикажеме на формирањето на поимот правоаголник.

Етапи во наставниот процес	Психолошки етапи при формирање на поимот	Конкретно искажување на дадениот поим со зборови
I чекор: Практични примери за правоаголникот	Перцептивно и сетилно запознавање на објектот	Стаклата на прозорците, таблата, горната површина на клупата и сл.
II чекор: Истакнување на несуштествените и суштествените својства на правоаголникот	Преминување од перцепции кон претстави	Набљудуваните објекти се: • различни по големина, • од различен материјал, • во различни положби во просторот, • четириаголници, со прави агли. Се воведува терминот правоаголник.
III чекор: Одделување на суштествените од несуштествените својства	Премин од претстава кон поим	1. Правоаголникот е четириаголник. 2. Сите агли во правоаголникот се прави. Подготовка за дефинирање.
IV чекор: Илустрирање на поимот	Формирање на поимот	1. Цртежи на хамер, 2. Цртеж на правоаголник во учебник или работна тетратка, 3. Страните на пластичен модел на квадар.
V чекор: Можно дефинирање на поимот	Усвојување на поимот	1. Правоаголникот е: • четириаголник, • сите агли му се прави. 2. Дефиниција: Правоаголникот е четириаголник на кој сите агли му се прави.

6.6 ПРАКТИЧНА РЕАЛИЗАЦИЈА НА НАСТАВНАТА ЕДИНИЦА: ВИДОВИ ТРИАГОЛНИЦИ СПОРЕД АГЛИТЕ

Како и при реализацијата на другите наставни часови, во кои ја следеваме практичната реализација на методичките концепти, така и при оваа појдовме од одредни компоненти, кои го детермираат процесот на учење и поучување, и истите ги прикажуваме табеларно:

ЦЕЛИ	ПРЕДЗНАЕЊА И ИСКУСТВА	АКТИВНОСТИ	ОБРАЗОВНИ ИЗЛЕЗИ
Учениците да: - се запознаат со критериумот за класификација на триаголниците според аглиите, - да ги сфатат дефинициите за остроаголен, правоаголен и тапоаголен триаголникот.	Учениците: - објаснуваат што е триаголник и го означуваат; - го одредуваат видот на аглиите во даден многуаголник; - мерат прав агол; - дефинираат прав агол; - имаат искуство од класификација.	- утврдување на видот на агол со модел на прав агол; - одредување видот на аглиите во даден многуаголник ; - воочување на разликата меѓу триаголниците според видот на аглиите; - групирање триаголници според еднаквоста на видот на аглиите и одделување на три класи; - дефирање на видовите триаголници; - одредување на видот на даден триаголник според аглиите.	Учениците: - го објаснуваат критериумот за класификација на триаголниците според аглиите; - ги именуваат видовите триаголници; - цртаат и означуваат правоаголен, тапоаголен и остроаголен триаголник; - дефинираат остроаголен, правоаголен и тапоаголен триаголник.

А. Сознајна ретроспектива → Пред обработката на класификацијата на триаголниците според аглите, учениците се здобиле со знаења и умеења за:

- триаголник како многуаголник со три страни,
- означување на триаголник,
- го определуваат видот на секој агол од триаголникот,
- со мерење со модел на прав агол мерат остар и тап агол,
- дефинираат остар и тап агол со помош на прав агол.

Појдувајќи од знаењата, идентификувани во ретроспективата, наставничката го започна часот со актуализација на истите. Поконкретно, таа на хамер им понуди цртежи на: прав, остар и тап агол. Од учениците побара да го одредат видот на секој од аглите на цртежот, користејќи го моделот на прав агол и да објаснат како го одредиле истиот.

У1 : „Аголот при темето А е прав, бидејќи се поклопува со правиот агол на триаголниот линир.“

У2 : „Аголот MNP е остар, тој е помал од правиот агол.“

У3 : „Аголот EFG е тап, затоа што е поголем од правиот агол.“

Наредната задача гласеше: ► *Одреди го видот на аголот при секоје теме на четириаголникот ABCD.* (Според црт. во учебникот на стр.116)

У4 : „Аголот при темето А е прав.“

У5 : „Аголот при темето В е остар.“

У6 : „Аголот при темето С е тап.“

У7 : „Аголот при темето D е прав.“

Б. Учечко - поучувачка акција → Овој дел од часот беше реализиран со примена на методот на работа со наставно ливче за здобивање на нови знаења, со кое беа реализирани активностите, предвидени со претходно наведената табела (наставното ливче е дадено во прилог 1).

Во задачата 1 од учениците се бара да го одредат видот на аглите во секој од трите триаголници на цртежот. Учениците тоа го направија успешно, бидејќи за тоа претходно беа подготвени.

Со задачата 2 се бара учениците да ја согледаат разликата во триаголниците, според видот на аглите. За насочување на вниманието на учениците, во наставното ливче беше даден одговорот на барањето

под а), според цртежот 1 кој го користат и во оваа задача. Одговорите на учениците беа во стилот:

б) два агли се остри и еден агол е прав,

в) два агли се остри, а третиот е тап.

За да ги воочат учениците трите класи триаголници, во задачата 3 се дадени 9 триаголници - 3 остроаголни, 3 правоаголни и 3 тапоаголни, со тоа што треба да ги заокружат триаголниците кои се еднакви според аглите. Оваа задача ја решија скоро сите ученици (двајца ученици со заокружување на еден тап агол со правите агли и по сугестија на наставничката да ги измерат аглите на тој триаголник, грешката беше исправена).

Со задача 4 се именуваат триаголниците според аглите, каде што два одговори се дадени, а именувањето на тапоаголниот триаголник учениците сами го извршија, по аналогија со претходните случаи.

Последниот чекор во класификацијата беше направен со задачата 5, во која учениците треба да ги дополнат речениците, за да бидат точни. Учениците мошне успешно ги дополнија дефинициите за секој вид триаголник според аглите.

По дефинирањето на видовите триаголници, за да се потврди колку е сфатена класификацијата, во задача 6 се бара да ги одредат видот на секој од дадените триаголници.

В. Сознајна перспектива → Со цел да се потврдат здобиените знаења, наставничката организираше групна работа со 4 групи ученици, при што секоја група доби задача од типот:

► *Поврзи ги темињата В и D во дадениот четириаголник.*

Какви триаголници според аглите доби?(Образложи го одговорот!)

Секоја група доби различен четириаголник, поделен на два различни триаголници според аглите. Групите решенијата ги претставија на хамер, усно ги презентираа, а потоа ги истакнаа на паното во училницата. Стекнатите знаења за триаголниците според аглите ќе го применат при:

- класификација на математичките поими,
- некои елементарни логички операции (негација, конјункција и дисјункција),
- решавање на проблеми од секојдневниот живот.

6.7 ГЕОМЕТРИСКИОТ ЦРТЕЖ И НЕГОВАТА ФУНКЦИЈА ВО ПОЧЕТНАТА НАСТАВА ПО МАТЕМАТИКА

Покрај знаењата за геометриските форми и просторните големини, учениците во почетната настава по математика треба да се здобијат и со првите знаења и умеања за цртање со помош на геометриски справи: **шаблон, линир, триаголен линир и шестар**.

Според Наставната програма геометриското цртање започнува со *прецртување* на некои геометриски форми со шаблон (круг, квадрат, триаголник и правоаголник). Натамошните активности продолжуваат со цртање само со линир - права линија, агол, многуаголник, триаголник. Само шестар се применува при цртање на кружница и круг, а само со триаголен линир се црта прав агол. Со две справи се цртаат две паралелни прави, заемно нормални прави и рамнини - линир и триаголен линир, правоаголник и квадрат - линир и правоаголен линир (модел на прав агол), геометриска конструкција на триаголник - шестар и линир.

Цртањето на геометриски фигури е комплексна дејност, која што се остварува во единство на умствена аналитичко - синтетичка дејност и практична работа со справи за геометриско цртање. Аналитичко - синтетичката дејност се состои во утврдување на видот на фигурата, кои се нејзините елементи, во каква последователност се цртаат тие, како се расположени во рамнината и каков е крајниот резултат. Од резултатите на аналитичко - синтетичка дејност зависи точноста на геометрискиот цртеж.

Според **Галкина** „*геометрискиот цртеж е практична работа, која бара единство на просторните и количинските претстави и заедно со тоа и сам ги формира.*“ (6,17-18)

Од посебно значење за почетната настава по математика е функцијата на геометрискиот цртеж во продлабочувањето на просторните претстави и нивното содржинско збогатување, како и за воспитување кај учениците навики за прецизност и точност во работата, бидејќи „*просторните претстави (ликови) ги одразуваат својствата на реалните предмети, т.е. својствата на тродимензионалниот видлив или перцепиран простор.*“ (29,32)

Организираното геометриско цртање започнува уште во предучилишното воспитание, каде децата цртаат главно, со шаблон (прецртување на геометриски ликови од шаблонот) и со слободна рака. Во I одделение, покрај шаблонот се применува и линир за цртање на прави линии. Тоа значи дека умеењата и навиките за геометриско цртање треба да се градат уште од I одделение. Во таа смисла, треба да се обрне сериозно внимание на изградување на правилни умеења и навик за цртање, затоа што грешките подоцна тешко се исправаат. Поконкретно, формирањето на умеења и навик за геометриско цртање треба да започнат со држење на справите за цртање, како да се гледа, како да се држи моливот и како тој да се движи.

Мошне значајно при геометриското цртање е објаснувањето на постапката за цртање на дадена фигура. Тоа на почетокот го прави наставникот, а потоа истото треба да се бара и од учениците. За учениците цртањето е посложено за објаснување, отколку за исполнување. Затоа, објаснувањето треба да е придружено со неколку кратки покажувања на изведување на цртеж, а потоа со индивидуални задачи за учениците. Тоа е гаранција за воспоставување на содејство меѓу гледањето, чувствувањето и движењето.

Во практиката се забележуваат повеќе неправилности во цртањето од страна на учениците, кои главно се сведуваат на:

- правилно објаснување и погрешно цртање,
- погрешно објаснување и правилно цртање.

Основна причина за тоа е нејасната претстава што е формирана за фигурата што е предмет на цртање. За надминување на овие слабости треба да се оствари цел систем од вежби со учениците, за да се оствари правилен индивидуален приод кон нив. Тоа, пред сè однесува на:

- цртање различни фигури во систем (отсечка, искршена линија - отворена и затворена, многуаголник);
- разликување на геометриски фигури на готови цртежи.

Цртањето на сложени геометриски цртежи е проследено со два проблема, и тоа:

1. Каде и како да се распореди фигурата што се црта, и
2. По кој ред да се цртаат одделните елементи на фигурата што се црта (темиња, агли, страни).

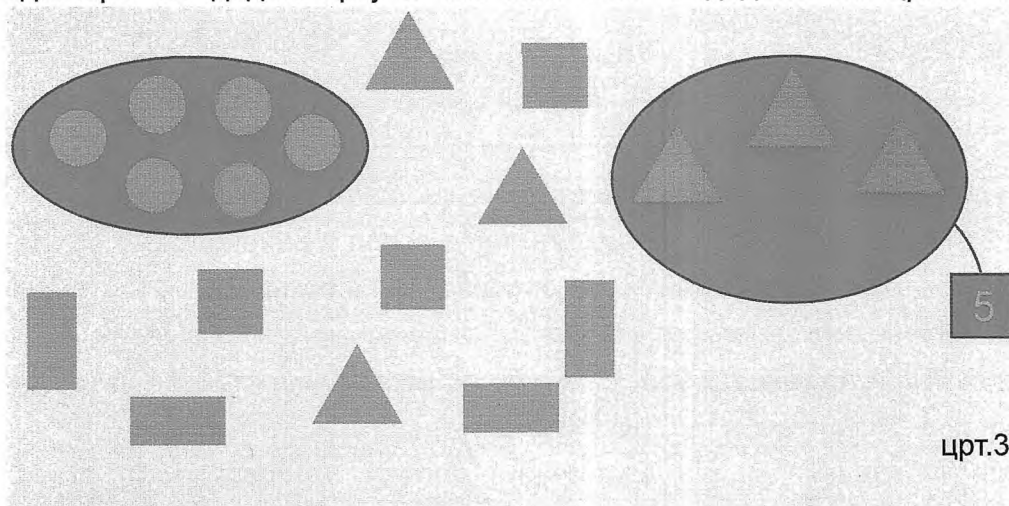
Надминувањето на овие проблеми претставува:

- покажување (демонстрирање) од страна на наставникот,
- формирање на систем од задачи, од поедноставни кон посложени,
- навремено поправање на воочените грешки,
- стремеж кон воспитување за творење на убав, чист и сразмерен цртеж.

Тоа е значајно за квалитетот на умењата за геометриско цртање и има значајно влијание на естетското воспитание на учениците.

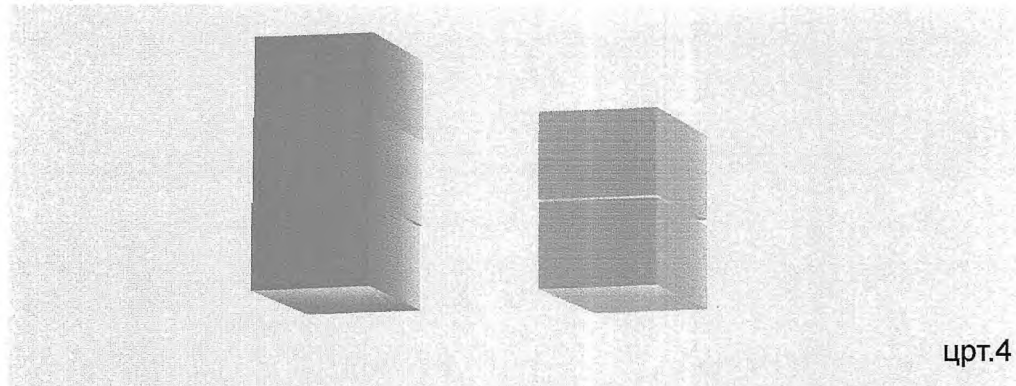
Една од поважните насоки на Наставната програма по математика од I до IV одделение е поврзување на аритметичките, алгебарските и геометриските содржини. Тоа особено треба да дојде до израз кога се објаснуваат аритметички знаења, но притоа геометриските знаења се користат како нагледна основа. Тоа посебно е ефикасно во случаите кога:

1. Елементите на дадено множество се геометриски фигури (коцки, топки, квадрати, кругови, триаголници и сл.) → Во тие случаи, геометриската форма може да биде својството кое ја определува припадноста на даден елемент на тоа множество, и тоа како бојење на геометриските слики за создавање својство на припадност или при доцртување на геометриски фигури за да се добие множество што одговара на даден број и сл. како што е дадено на цртеж 3.



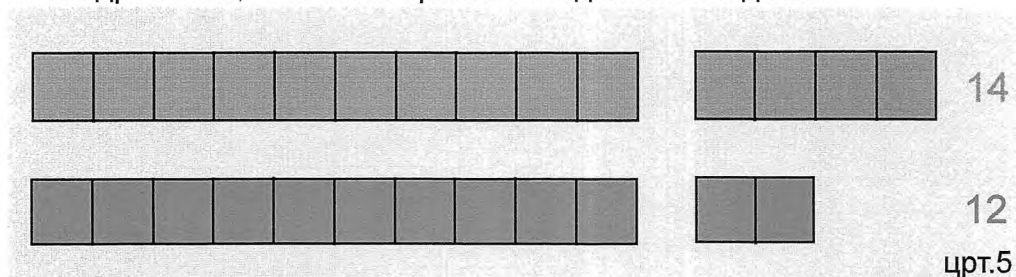
црт.3

2. Учениците од прво одделение, при обработката на броевите од 1 до 10 користат геометриски цртежи за илустрирање на споредување на броевите.



Коцките или квадратите се мошне погодни за илустрирање на релациите *...е поголем од...*, *...е помал од...* и *...е еднаков на...*. Овие илустрации овозможуваат да се формираат јасни претстави за споредувањето на броевите и нивно редување во низа, односно броење.

3. Во I одделение се применува илустрирање на броевите до 20 со квадратчиња, како и собирањето и одземањето до 20.



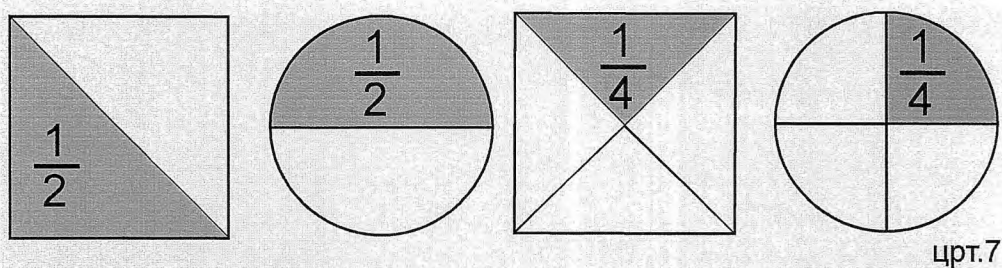
4. Отсечки како олеснителен елемент во решавањето на некои типови задачи → Некои врски помеѓу величините во некои типови задачи можат да се илустрираат со отсечки, што може да им помогне на учениците да ги согледаат тие врски. На пример, во задачата:

► *Збирот на два броја е 40. Вториот број е три пати поголем од првиот. Кои се тие броеви?*; првиот број може да се претстави со произволна отсечка, а вториот со три пати поголема отсечка.

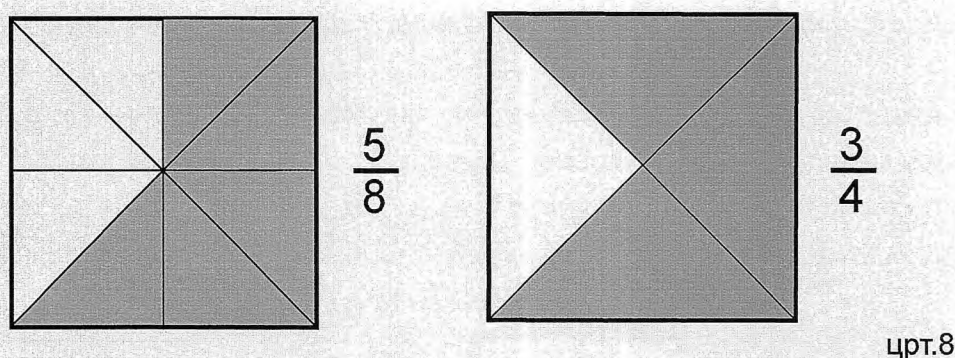


Во двете отсечки има 4 еднакви делови. Значи, првиот број е: $40 : 4 = 10$, а вториот број е $3 \cdot 10 = 30$.

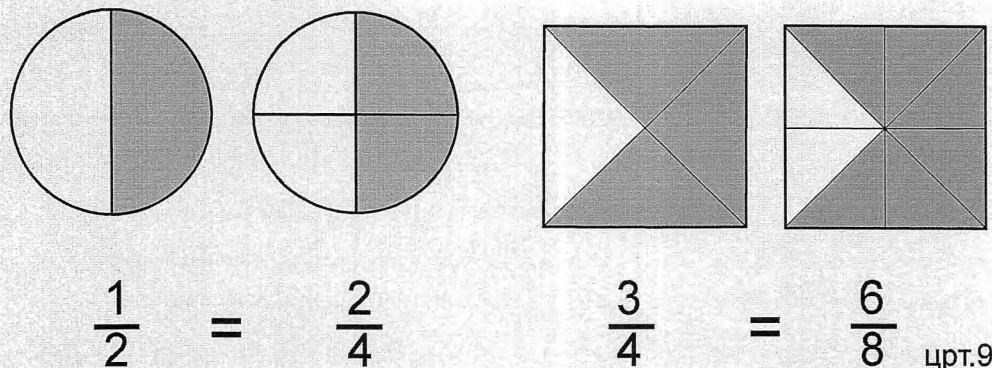
5. Геометриска илустрација на дробки → Можноста за делење на геометриските фигури на еднакви делови може да послужи како основа на која можат да се формираат првични претстави за дробки, со броител 1. Најчесто тоа се дробките $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{4}$, затоа што фигурите многу лесно се делат на 2 или на 4 еднакви делови. На пример:



На сличен начин може да се илустрираат и дробки со броител поголем од 1 ($\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$ и сл.).



На оваа етапа на запознавање на дробките, геометриската интерпретација се јавува како единствена за илустрирање на проширувањето на дробките.



6.8 ПРАКТИЧНА РЕАЛИЗАЦИЈА НА НАСТАВНАТА ЕДИНИЦА: КРУЖНИЦА И КРУГ

При реализацијата на оваа наставна единица, како и при претходно следенети часови, појдовме од неколку детерминанти и истите ги презентираме табеларно:

ЦЕЛИ	ПРЕДЗНАЕЊА И ИСКУСТВА	АКТИВНОСТИ	ОБРАЗОВНИ ИЗЛЕЗИ
Учениците да: • научат да цртаат кружница со шестар; • да ги сфатат елементите на кружницата: центар, радиус и дијаметар; • да одредуваат заемна положба на точка и кружница.	Учениците: • препознаваат што е круг; • цртаат круг со шаблон; • цртаат крива линија; • означуваат точки внатре, надвор или на линијата; • цртаат отсечка по дадена должина.	• цртање на крива затворена линија; • цртање на круг со модел; • цртање на отсечка со дадена должина ; • цртање на кружница со шестар; • цртање на радиус и означување на точки што припаѓаат и не припаѓаат на кружницата; • цртање кружница по даден дијаметар.	Учениците умеат • да нацртаат кружница со шестар по даден радиус или дијаметар; • да ја објаснуваат постапката на цртање; • го одредуваат односот меѓу радиусот и дијаметарот; • го одредуваат односот меѓу точка и кружница.

А. Сознајна ретроспектива → Учениците знаат за кругот на степен на препознавање од I одделение, можат да нацртаат круг со шаблон, затворена крива линија, како и отсечка со дадена должина. Овие предзнаења и искуства ги искористи наставничката во сознајната ретроспектива, и за таа цел ги организираше следниве активности:

- цртање на крива затворена линија и означување на точки што лежат внатре, надвор и на линијата;
- цртање на круг со помош на шаблон;
- цртање на отсечка со дадена должина.

Наведените активности учениците ги работеа индивидуално во

своите тетратки. Истите беа успешно изведени, што го согледавме со увидот во тетратките.

Б. Учечко - поучувачка акција → Во акцијата доминираше методот на демонстрација, комбиниран со насочен разговор, што произлегува од карактерот на наставната содржина. За да ја подигне мотивацијата на учениците, наставничката ги постави пред проблемот:

Н: „Како ќе нацртаме круг без шаблон?“

У1: „Можеме тоа да го направиме со рака.“

У2: „Треба да имаме справа за цртање.“

Н: „Таква справа е шестарот. Таа ќе ни овозможи да нацртаме круг, но да не го употребиме шаблонот.“

Наставничката го објасни шестарот, а потоа и го демонстрираше цртањето на крива затворена линија. При тоа цртањето го објасни на следниов начин:

Н: „Означуваме точка О во која ја забодуваме иглата на шестарот, го вртиме шестарот околу точката О и кредата (црнката) опишува една крива затворена линија. Таа крива линија се вика *кружница*.“

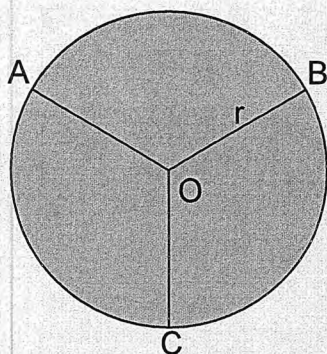
Потоа наставничката демонстрираше цртање на уште една кружница, со тоа што и учениците го направија истото во своите тетратки. По проверката, наставничката констатираше дека задачата успешно е решена. Од направениот увид во тетратките на учениците се уверивме во констатацијата на наставничката, но воедно забележавме и голем интерес на учениците за работа со ваква справа. Потоа наставничката побара од учениците и да ја објаснат постапката на цртање:

У3: „Прво нацртав точка О, и во неа ја ставив иглата од шестарот, а после го вртев шестарот и добив кружница.“

Учечко - поучувачката акција продолжи со следната активност:

Н: „Нацртајте кружница така да отворот на шестарот да е 3cm, а потоа означете три точки: А, В и С на кружницата и истите поврзете ги со точката О.“

Учениците самостојно ја решија задачата, без никакви потешкотии, и при тоа добија цртеж сличен како цртежот 10.



црт.10

Н: „Точката О уште се вика *центар на кружницата*. Измерете ги должините на отсечките ОА, ОВ, ОС. Што забележувате?“

У4: „Тие имаат еднакви должини.“

Н: „Каде лежат точките А, В и С?“

У5: „Точките А, В и С лежат на кружницата.“

Н: „Отсечките ОА, ОВ и ОС го поврзуваат центарот со една точка од кружницата. Секоја од тие отсечки се вика *радиус на кружницата* и се означува со малата латинска буква *r*. Значи што е радиус на кружницата?“

У6: „Радиус на кружница е отсечка што го поврзува центарот со една точка од кружницата.“

Понатаму следеше задачата:

► *Нацртај кружница со центар О и $r = 4\text{cm}$ и во неа повлечи радиус ОА.*

Откако учениците ја решија задачата, наставничката ја провери нивната точност. Потоа таа побара да го продолжат радиусот преку точката О до точката В од кружницата. Цртежот беше анализиран и беше утврдено дека:

Отсечката АВ е составена од два радиуса што лежат на иста права.

Оваа отсечка беше именувана како *дијаметар* на кружницата, за што искажувањата на учениците беа:

У7: „Дијаметарот е отсечка што поврзува две точки од кружницата и минува низ центарот.“

Учечко - поучувачката акција продолжи со задачата:

► *Нацртај кружница со дијаметар $d = 5\text{cm}$ изначи точки А и В што припаѓаат и точки С и D што не припаѓаат на кружницата.*

Од увидот во тетратките констатиравме дека учениците точно ја решија задачата и при тоа не побараа дополнителни објаснувања од наставничката.

В. Сознајна перспектива → За да добие повратна информација за усвоеноста на знаењата, наставничката ја постави следната задача:

- Нацртај отсечка $\overline{OA} = 25 \text{ mm}$, а потоа нацртај кружница со центар O и $r = \overline{OA}$. Одреди го дијаметарот на таа кружница!

Учениците самостојно ја решија задачата и направија осврт на решението. Од освртот на решението и од следењето на целокупната активност на часот можеше да се воочи дека образовните излези се остварени.

Знаењата здобиени на овој час, во перспектива на учениците ќе им послужат при:

- изучување на кругот,
- конструирање на некои видови триаголници,
- мерење и споредување на отсечки со шестар.

РЕФЕРЕНЦИ:

1. Ачовски, Д., (1998), *Методика на наставата по математика, I - IV одделение*, Скопје :П.Ф. „Св. Климент Охридски“
2. Ачовски, Д., Трајковски, М., Макашевска, В., (2004), *Математика за II одделение*, Скопје: Просветно дело
3. Ачовски, Д., Трајковски, М., Макашевска, В., (2004), *Работна тетратка по математика за II одделение*, Скопје: Просветно дело
4. Бантова, М., и др., (1976), *Методика преподавания математики в начальных классах*, Москва : Просвещение
5. Benčić, V., Markovac, J., (1972), *Teme iz nastave matematike u I razredu osnovne škole*, Zagreb: Školska knjiga
6. Галкина, О.И., (1954), *Развитие пространственных представлений у детей в начальной школе*, Москва: Просвещение
7. Галперин, Т.Ј., (1976), *За интелектуалниот развој на детето*, Просветно дело, бр.5-6
8. Ганчев, И., и др., (1981), *Международното движение за реформа на математическото образование*, София: Народна просвета
9. Ганчев, И., (1999), *Основни учебни дејности в урока по математика*, София: Модул - 96
10. Despotović, R., (1975), *Pojam dimenzije u nastavi matematike*, Matematika, br.3
11. Эрденев, П.М., (1977), *Обучение математики в начальных классах*, Москва: Просвещение
12. Илић - Дајовић, М., (1979), *Математика и стварност*, Настава математике, бр.1-2, стр.19-25
13. Колягин, Н.М., и др., (1980), *Методика на преподаванието на математика в средното училиште*, София: Народна просвета
14. Компанийц, П.А., (1961), *Особености преподавания геометрии в связи с арифметикой в I - IV классах*, Москва: АПН РСФСР

15. Маджаров, А., (1971), *Формиране на началните математически понятия*, София : Народна просвета
16. Маджаров, А., и др., (1980), *Методика на обучението по математика*, София : Народна просвета
17. Malinović, T., Malinović-Jovanović, N., (2002), *Metodika nastave matematike*, Vranje: Učiteljski fakultet
18. Markovac, J., (1992), *Metodika početne nastave matematike*, Zagreb: Školska knjiga
19. Марјановић, М., (1996) *Методика математике*, Београд: Учительски факултет
20. *Математическая энциклопедия*, том II, (1975), Москва: Просвещение
21. Метельский, Н.В., (1977), *Психолого-педагогические основания дидактики математики*, Минск: Высшая школа
22. Мотова, З.П., (1975), *Методика формирования геометрических понятий с помощью обучающих задач*, Москва: Просвещение
23. *Наставен план и програми по математика, I - IV одделение*, (1997), Скопје: Министерство за образование и физичка култура, Педагошки завод на Македонија
24. Невалина, Р., (1973), *Реформа наставе математике*, Математика, бр.4
25. *Opšta enciklopedija - matematika*, Larouse, (1973), Beograd: Vuk Karadžić,
26. *Pedagoška enciklopedija 1*, (1989), Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva
27. *Pedagoška enciklopedija 2*, (1989), Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva
28. Penavin, V., i dr., (1974), *Metodički priručnik za neka pitanja početne nastave matematike*, Novi Sad: Međuopštinski prosvetno - pedagoški zavod
29. Пијаже, Ж., (1988), *Развој на интелигенцијата*, Скопје: Просветно Дело
30. Пышкало. А. М., (1973), *Методика обучения элементарной геометрии в начальных классах*, Москва: Просвещение

31. Потоцкий, М., (1963), *О педагогических основах обучения математике*, Москва: Просвещение,
32. Радев, Р., (1970), *Начални геометрични знания*, София: Народна просвета
33. Саменов, Е.Е., (1987), *Изучаем геометрию*, Москва: Просвещение
34. Серве, В., (1967), *Аксиоматика и элементарна геометрия*, Математика в школе, Москва, № 5
35. *Стандарди и постигања*, (2001), Скопје: Биро за развој на образованието
36. Стефановски, Ј., (2002), *Математика за III отделение*, Скопје: Алби
37. Столяр, А. А., (1974), *Педагогика на математиката*, Минск: Высшая школа
38. Struik, D., (1963), *Abriss der geschichte der mathematik*, Berlin
39. Трайнин, Л.Я., (1961), *Основания геометрии*, Москва: Учпедгиз,
40. Фройндентал, Г., (1982), *Математика как педагогическая задача, I часть*, Москва: Просвещение
41. Фройндентал, Г., (1982), *Математика как педагогическая задача, II часть*, Москва: Просвещение
42. Хогбен, Л., (1972), *Стварање математике*, Београд: Вук Караџић

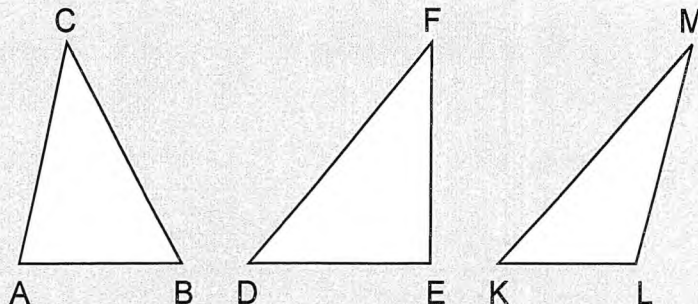
НАСТАВНО ЛИВЧЕ

О.У. „Кузман Јосифовски - Питу“ - Скопје

Име и Презиме

Одделение

1. Одреди го видот на секој од триаголниците на цртежот.



$\sphericalangle A$ е остар; $\sphericalangle D$ е _____; $\sphericalangle K$ е _____;

$\sphericalangle B$ е _____; $\sphericalangle E$ е _____; $\sphericalangle L$ е _____;

$\sphericalangle C$ е _____; $\sphericalangle F$ е _____; $\sphericalangle M$ е _____;

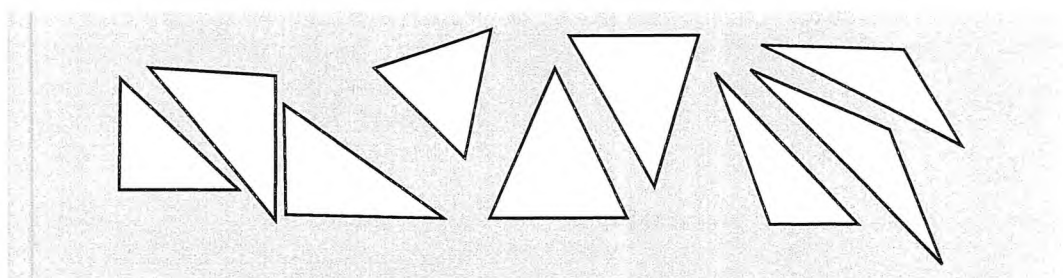
2. Според задачата 1. Од кој вид можат да бидат аглите во еден триаголник?

Одговор: а) сите агли да бидат остри _____:

б) _____:

в) _____:

3. Заокружи ги триаголниците кои што се еднакви според видот на аглите.



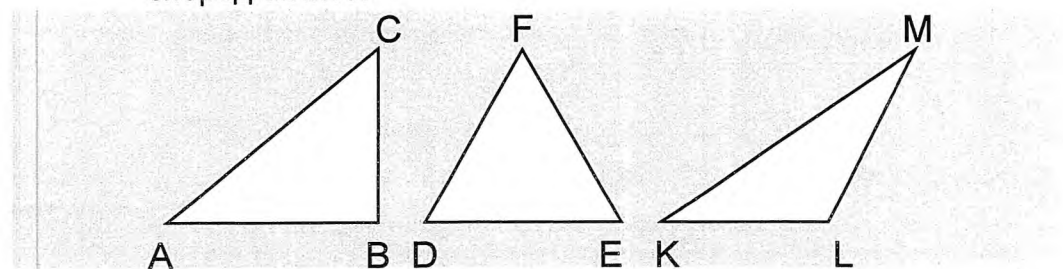
4.

- а) Има триаголници во кои сите три агли се остри. таков триаголник се вика остроаголен триаголник
- б) Има триаголници во кои два агли се остри, а третиот е прав. Таков триаголник се вика правоаголен триаголник.
- в) Има триаголници во кои _____
 _____.
 Таков триаголник се вика _____.

5. Дополни ги речениците, за да биде точно.

- а) Триаголник на кој сите агли му се остри се вика _____
 _____.
- б) Триаголникот во кој еден агол е прав се вика _____
 _____.
- в) Триаголникот во кој еден агол е тап се вика _____
 _____.

6. Определи го видот на секој од триаголниците на цртежот според аглите.



Одговор: $\triangle ABC$ е _____
 $\triangle DEF$ е _____
 $\triangle KLM$ е _____

7. КОНЦЕПТ НА МЕРЕЊЕ ВО ГЕОМЕТРИЈАТА

Во Наставната програма по математика од I до IV одделение предвидени се за обработка содржини од мерење на должина и мерење на плоштина, што се однесуваат на мерење во геометријата. Овие содржини се поместени во темите **Мерење**, што се дадени одделно за секое одделение. Со изучувањето на овие содржини учениците треба да се здобијат со конкретни претстави за наведените величини, да се здобијат со умеења и навики за нивно мерење, да научат да ги изразуваат резултатите од мерењето во различни единици мерки.

Поимот **величина** е еден од најзначајните поими во математиката, што го одредува и значењето на мерењето на величините во почетната настава по математика. Задачите од мерењето во геометријата, пак, придонесуваат за развој на просторните претстави на учениците, за нивно збогатување со важни практични навики, кои имаат широка примена во секојдневниот живот. Следствено на тоа изучувањето на величините е едно од средствата за поврзаноста на наставата со животот.

„Секоја величина е некое воопштено својство на објектите од објективната стварност.“ (4,278) Во таа смисла должината и плоштината, како величини се одликуваат со следните својства:

- да се споредува,
- да се мери, и
- да се изразува со број.

Осмислувањето на тие својства е од суштествено значење за сфаќањето на поимот величина. Мерењето е сложена човекова дејност, која е поврзана со анализа, синтеза, споредување, апстрахирање и генерализирање. „Тоа во себе вклучува разделување на просторот на делови, нивно соединување во цело и определување на нивното количество, со помош на избрана единица мерка“. (19, 33) Тоа во наставата се остварува низ практични и мисловни активности, со што се придонесува за развој на мислењето на учениците.

Многу автори (*Галперин, Давидов, Маџаров и други*) сметаат дека единството помеѓу мерењето и сметањето е значаен принцип при запознавањето на учениците со просторните големини. Имено, тие сметаат дека мерењето има мошне значајна улога во правилното формирање на поимот природен број, уште при обработката на броевите од првата десетка. Поконкретно, мерењето на должината на отсечка може да биде нагледна основа за споредување на природните броеви, да придонесе за согледување на подреденоста на низата на природните броеви, да помогне во осмислувањето на собирањето и одземањето на природните броеви и слично.

Знаењата за мерење на должина и плоштина се применуваат и во други наставни предмети, со што се придонесува за остварување на корелација со другите наставни предмети, но и како подготовка за натамошно изучување на математиката, физиката, хемијата, географијата, техничкото образование и друго.

7.1 МЕРЕЊЕТО ВО ГЕОМЕТРИЈАТА ВО НАСТАВНАТА ПРОГРАМА ПО МАТЕМАТИКА ОД I ДО IV ОДДЕЛЕНИЕ

Појдувајќи од напред изнесеното се одредува местото и функцијата на содржините од мерењето во геометријата. Со Наставната програма по математика од I до IV одделение мерењето во геометријата е застапено во сите одделенија. Поконкретно, во прво одделение е предвидено за изучување мерење на должина на отсечка и единиците мерки: сантиметар и дециметар; во второ одделение се изучува должина на искршена линија и обиколка на многуаголник, а се воведува и единицата мерка метар; во трето одделение се воведуваат единиците мерки: милиметар и километар и мерење со нив; и во четврто одделение се изучува темата плоштина и се воведуваат единиците мерки за плоштина: cm^2 , dm^2 и m^2 .

Што се однесува до **знаењата** и **способностите**, со кои што учениците треба да се здобијат со изучување на мерењето во геометријата, во Наставната програма се наведува дека учениците треба да знаат и умеат да:

- мерат и споредуваат отсечки во сантиметри, дециметри и метри;
- споредуваат должини на предмети (подолго од и пократко од) без мерење;
- проценуваат должини и вршат мерење за проверка;
- претвораат поголеми единици мерки во помали;
- собираат и одземаат именувани броеви;
- ги препознаваат и ги применуваат единиците мерки за плоштина: cm^2 , dm^2 и m^2 ;
- го објаснуваат начинот на пресметување на плоштината на правоаголник, квадрат, квадар и коцка;
- ги препознаваат, разликуваат и објаснуваат формулите за плоштина на правоаголник, квадрат, квадар и коцка;
- решаваат практични примери за плоштина на правоаголник, квадрат, квадар и коцка.

(Според 15)

Во Наставната програма се дадени и рубриките: **средства** и **активности** и тоа:

- а) средства:** линир, модели на метар, модели на cm^2 , dm^2 и m^2 , триаголен линир, шестар, модели на геометриски тела, мрежа на квадар и мрежа на коцка;
- б) активности** (дадени се само во делот од програмата за IV одделение): изработка на модели на cm^2 , dm^2 и m^2 ; цртање на правоаголници и квадрати со различни целобројни димензии, прават квадратни мрежи, ги бројат квадратчињата во мрежата и ја одредуваат плоштината; расклопуваат картонски кутии со форма на квадар и коцка, ги мерат димензиите на сидовите и ја пресметуваат плоштината.

(Според 15)

Во **задачи на наставата**, во врска со мерењето во геометријата, во Програмата е наведено само следново:

- учениците да ги познаваат основните и некои изведени единици мерки, соодветните инструменти за мерење и практично да ги применуваат.

(Според 15)

Вака концепираната програма дава големи можности за креативна работа од страна на наставникот и на учениците, како и големи можности за самостојна работа на учениците. Имено, средствата и активностите што се наведени во програмата се само еден мал дел од средствата и активностите што можат да се применат при реализацијата на содржините од мерење во геометријата.

Во нашиов труд, при изборот на средствата и активностите, ќе појдеме од определбата:

- до максимум да се искористат личните искуства на учениците и на нив да се засноваат содржините, особено во прво одделение;
- воведувањето на секоја единица мерка да се изврши со соодветна мотивација, поврзана со потребите во практиката;
- при изучувањето на единиците мерки и мерењето да биде обезбеден висок степен на нагледност во наставата;
- да се обезбедат соодветни средства и услови во наставата каде би доминирала самостојната работа на учениците;
- изучувањето на единиците мерки да биде научно издржано, особено да не дојде до мешање на поимите отсечка и должина на отсечка, правоаголник и плоштина на правоаголник, туку учениците да сфатат дека мерката на секој објект е број, кој се добива со примена на точно определена постапка и се придружува на соодветната мерна единица, затоа што зависи од неа.

По изучувањето на наставните содржини од мерење на должина и мерење на плоштина со примена на концептите што ги предлагаме, очекуваме :

- кај учениците да се изгради целосна претстава за единиците мерки: 1cm, 1dm, 1m, 1mm и 1km и истите правилно да ги применуваат при решавањето на задачи;
- учениците да умеат правилно да мерат, споредуваат и проценуваат разни должини;
- да претвараат поголеми единици мерки во помали ;
- стекнатите знаења да ги применуваат во различни ситуации на учење;
- кај учениците да се изгради целосна претстава за единиците мерки: 1cm^2 , 1dm^2 и 1m^2 и истите правилно да ги применуваат при решавањето на задачи;
- да умеат правилно да ги применуваат формулите за пресметување на плоштина на правоаголник, на квадрат, на квадар и на коцка;
- формулите за пресметување на плоштина на наведените геометриски фигури да ги применуваат во решавање на задачи со содржини од секојдневниот живот.

7.2 ТЕОРИСКИ ОСНОВИ НА МЕРЕЊЕТО ВО ГЕОМЕТРИЈАТА

Воведувањето на единиците мерки и мерењето во геометријата е непосредно поврзано со поимот **димензија** (лат. dimension - со значење простирање на телата, должина, ширина, висина) „Замислени прави линии помеѓу кои просторот на некое тело и неговите граници (површини, линии) или некој дел од просторот кој го претставуваме како празен, можат да се одредуваат и мерат“. (15,232)

Поимот димензија од методички аспект, е мошне значаен, бидејќи учениците со него се сретнуваат уште при првите мерења на геометриските величини, во почетната настава по математика. Пристапот кон тој поим е интуитивен и е заснован на личното искуство, здобиено низ активности во непосредната околина. Тоа е сосема разбирливо, земајќи ја предвид возраста на учениците. Уште може да се рече дека, „*ниту еден*

математички поим не останува толку долго исклучиво на интуитивна основа, без врзување за други математички поими и без математичко објаснување, ако не и ригорозна дефиниција“. (5,92)

Подоцна овој поим учениците ќе го сретнат и како основен критериум при класификацијата на геометријата на планиметрија и стереометрија. Сè до појавата на теоријата на множествата во математичката наука, димензиите на просторот се поврзувани со бројот на координатите во него. Потоа со проблемот на дефинирањето на поимот димензија се бават повеќе математичари, меѓу кои позначајни остварувања имаат: **Георг Кантор** (Gerg Kantor, 1845 - 1915), **Ѓузепе Пеано** (Guiseppe Peano, 1858 - 1932), **Анри Поенкаре** (Henri Poencare, 1854 - 1912), **Анри Лебескије** (Henri Lebesquea, 1875 - 1941), **Јан Брауер** (Jan Broywer, 1881 - 1996).

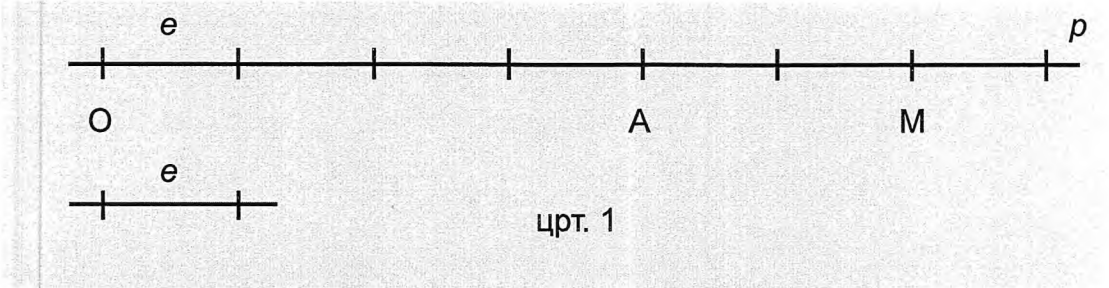
За нашиов труд значајни се теориите **Лебескије** и **Брауер**, затоа што тие имале влијание на методичките решенија на проблемот на мерките и мерењето во геометријата и ќе ни послужат како теориска основа за изградување на нашиот концепт. **Лебескије** ја формулирал т.н. **теорема за плочките**, но не дал сосема точен доказ за неа. Потполн доказ на таа теорема дал **Брауер** во 1913 година. Во таа теорема е содржана суштината на поимот димензија, на принципот на покривање на просторот. Идејата на **Лебескије** може да се илустрира на очигледен пример - поплочување на квадратен под со квадратни плочки со произволна големина, но помали од површината на подот.

Овде немаме претензии да ја докажуваме теоремата, туку теоријата на **Брауер** ќе ја изнесеме појдувајќи од нејзиното методичко значење. Според него постапката за воведување и осмислување на поимот димензија, а со тоа и мерењето како постапка во основа го има **пополнувањето** на права со произволно мала отсечка **e**, пополнување на правоаголник со доволно мал квадрат и пополнувањето на квадар со доволно мала коцка.

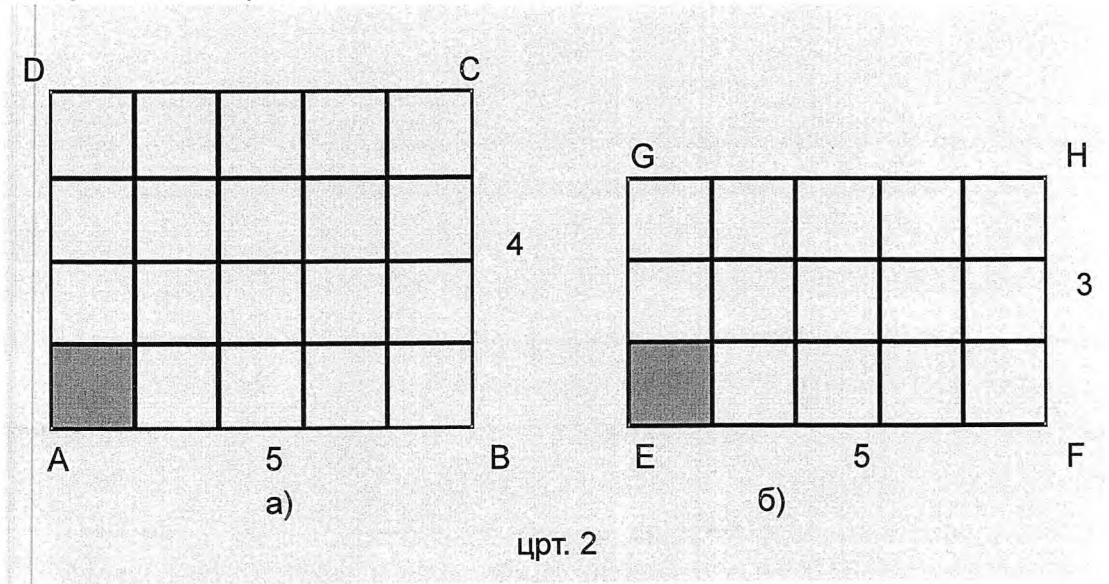
Пополнувањето на правата се врши на тој начин што од една нејзина точка **O**, во иста насока, произволно малата отсечка се нанесува со надоврзување - црт.1.

Притоа за делот од правата **p**, означен како отсечка **OM** може да се

рече дека е колку 6 пати отсечката **e**. Отсечката **OA**, пак, е еднаква на 4 отсечки **e**, и таа е помала од **OM**.



На тој начин интуитивно се создава впечаток дека нешто (во случајов отсечка) **може да се мери** , да се споредува и да се изразува со број, а се создава и нагледна основа за сфаќање на единицата мерка и мерниот број. Всушност „мерен број на величина е односот на таа величина и величината од ист вид што е земена за единица мерка“. (4, 33). Што се однесува до постапката мерење: „Да се измери една должина, значи таа да се спореди со друга должина, земена за единица мерка“. (4, 475) Согласноста на теориската основа со дефинициите за мерење на должина и мерен број ја потврдува правилноста на нашиот избор. Аналогно се постапува и при воведувањето на мерењето плоштина и воведувањето на димензиите должина и ширина. Оваа постапка се остварува со **пополнување** на правоаголник со произволно мали еднакви квадратчиња - црт.2.



При **пополнувањето** на правоаголникот и **редењето** на квадратчињата по ред и по колона интуитивно се **наметнуваат** две димензии - должина и ширина (бројот на квадратчиња по ред - должина и бројот на квадратчиња по колона - ширина).

Од методички аспект е значајно да се прикажат два правоаголника, исполнети со квадратчиња, кои имаат еднакви должини, а различни ширини - црт.2 а) и б), за да се согледа еднаквоста, односно разликата на димензиите и да се поткрепи нивното сфаќање.

9.3 МЕРЕЊЕ НА ДОЛЖИНА

Запознавањето на учениците со мерењето на отсечки е мошне одговорен момент во наставата по математика со ученици од мала училишна возраст. Тоа е пред сè, условено од фактот што поимот должина на отсечка, се појавува како прв пример, кој се однесува на формирањето кај учениците општа претстава за мерење на величина, во случајов геометриска, како и од тоа што навиките за мерење отсечки имаат големо практично значење.

Првите претстави за должината како суштествено својство на предметите децата ги здобиваат на предучилишна возраст. Досегашните искуства покажуваат дека децата при поаѓање на училиште правилно ги утврдуваат односите: подолго - пократко, повисоко - пониско, поблиску - подалеку, потенко - подебело, ако разликите меѓу предметите во тој поглед се доволно изразени и ако предметите по други својства се слични (на пример имаат иста форма, изработени се од ист материјал и слично). Уште од првите денови од наставата треба да се работи тие претстави да станат точни и применливи и во други ситуации на учење. Преку организирани вежби кај учениците треба да се формираат умеења за споредување на предмети по должина, при што треба да се дојде до воопштување на својството по кое се остварува споредувањето - должината. Значаен чекор во формирањето на дадениот поим е запознавањето со права линија и со отсечка, како носител на линиско растојание, односно должина. Споредувајќи отсечки **од око**, учениците се здобиваат со претстави за еднакви и нееднакви отсечки.

На следната етапа се остварува запознавање на првата единица мерка за мерење на отсечки. Во методичката литература има различни сфаќања за тоа која единица мерка прво да се воведе - метарот или сантиметарот. Некои методичари сметаат дека прво треба да се воведе метарот, бидејќи:

- децата во секојдневниот живот често набљудуваат мерење со метар;
- метарот е основна единица за должина;
- метарот постои како одделен еталон;
- со помош на метарот наставникот полесно може да го покаже процесот на мерење.

Други методичари, пак, сметаат дека со примена на метарот тешко можат да се реализираат доволен број вежби, при кои би бил активен секој ученик, што е неопходно за сфаќање на самиот процес на мерење. Од таа причина тие предлагаат како прва единица мерка да се воведе сантиметарот, со што ќе се овозможи секој ученик, седејќи на клупа, да оствари поголем број активности од мерење на должината на отсечки. Од друга страна, тоа не ја исклучува можноста во подготвителната етапа учениците да извршат повеќе мерења со метар - мерење на даска со чекори и метар, мерење на лента и сл., како етапа во која ќе се покаже процесот на мерење. Тогаш може да се согледа дека метарот е непогоден за мерење на мали должини. Така, на пример, при мерењето на должината на моливот не може да се примени метарот и се појавува потреба од воведување на помала единица мерка. Тоа особено ќе дојде до израз кога треба да се мери должина на отсечки, нацртани во учебникот, работната тетратка и слично.

Според сознанијата до кои дојдовме при проучувањето на проблемот на мерењето на должина во почетната настава по математика, сметаме дека воведувањето на учениците во мерењето на должина треба да се оствари во три етапи и тоа: **прва етапа** - етапа на подготовка, **втора етапа** - воведување на единицата мерка сантиметар, **трета етапа** - мерење на отсечки со линир.

7.3.1 **ВОВЕДУВАЊЕ НА ЕДИНИЦАТА МЕРКА САНТИМЕТАР**

Во создајниот процес на запознавање со единицата мерка сантиметар, ќе појдеме од дефинираните цели во Наставната програма. Активностите што ги спроведе наставничката беа насочени кон оставарување на поставените цели, а при остварувањето на целите беа до максимум искористени предзнаењата и искуствата на учениците. Што ќе биде успешен излез, одредивме преку Оставарувањата и стандардите, како државен документ. За наставната единица што ја следевме, ги одредивме следниве компоненти, изразени во табелава:

ЦЕЛИ	ПРЕДЗНАЕЊА И ИСКУСТВА	АКТИВНОСТИ	ОБРАЗОВНИ ИЗЛЕЗИ
Учениците треба да умеат да: мерат и споредуваат отсечки во сантиметри, со редување на модели сантиметри на неградуирана скала.	- споредување на предмети по должина; - релациите: ...е подолго од... , ... е пократко од ... , ...е еднакво на...; - споредување со проценување; - мерење на должина со педа, со чекор и со метар.	- запознавање со модели на сантиметар (од картон од кибритно дрвце од пластика и сл.); - мерење на должина на отсечка со редување на модели на сантиметар; - мерење на должина на отсечка со неградуирана лента.	Учениците да умеат: - да ја измерат должината на дадена отсечка во сантиметри; - да измерат должина на отсечка со примена на неградуирана лента; - да споредат должини на две отсечки изразени во сантиметри.

А. Созајна ретроспектива → Почнувајќи од создајната ретроспектива наставничката успешно ги примени поранешните знаења и искуства на учениците во создавањето на поволна атмосфера, за

успешна реализација на акцијата. На почетокот беа реализирани низа активности од споредување на предмети по должина, при што се искажува релациите: ...е подолго од... (...има поголема должина од...), ... е пократко од ... (... има помала должина од ...), ... има иста (еднаква) должина со На пример, „боичката има помала должина од фломастерот“, „црвената боичка има иста должина со сината боичка“ и слично. Предметите што се споредуваа им беа познати на учениците, лесно ги именуваа и ги искажуваа резултатите од овие споредувања. Учениците го извршуваа споредувањето од око (со проценување), затоа разликата во должината на предметите што ги споредуваа беше воочлива.

За да ја **почувствуваат** учениците постапката за мерење, наставничката спроведе неколку активности за мерење на одредени должини со чекори или со педи, а потоа и со метар. И покрај тоа што не е воведена единицата мерка метар, учениците со неа се сретнале уште во предучилишна установа или во секојдневниот живот и методички е сосем исправно таа единица мерка да се искористи во ретроспективата, односно во случајов тој е средство во наставата, а не нејзина цел. Активностите се одвиваа во овие насоки, најнапред учениците добија задача да ја измерат должината со педи. На прашањето од наставничката:

Н : „Колку педи е долга вашата клупа?“

Наставничката побара одговор од четворица ученици.

У1 : „ Нашата клупа е долга 8 педи.“

У2 : „ Нашата клупа е долга 9 педи.“

У3 : „ Нашата клупа е долга 10 педи.“

У4 : „ Нашата клупа е долга 7 педи.“

Н : „Вие знаете дека сите клупи се исти по должина. А, какви резултати добивте вие?“

Учениците во глас одговорија дека резултатите се различни. Затоа констатираа дека мерењето на овој начин не може да се земе за точно. Во натамошните активности беа спроведени мерења со чекори. Наставничката на подот од училницата постави два обрачи на оддалеченост од 4m и побара четири ученика да го измерат растојанието со чекори. На нејзиното

прашање кој колкав резултат добил, тие одговорија:

У5 : „Растојанието изнесува 9 чекори.“

У6 : „Јас измерив 8 чекори.“

У7 : „Јас добив 9 чекори.“

У8 : „Растојанието е 7 чекори.“

Значи, и со чекори учениците добија различни резултати. Потоа, од истите 9 ученици наставничката побара да го измерат растојанието со метар (употреби модел на дрвен метар). Сега добиените резултати беа еднакви. При извршените мерења учениците добија различни резултати, додека при мерењето со метар сите добија исти резултати. Од овие активности учениците :

- воочија дека чекорите се редат еден по друг;
- при редувањето чекори, односно метри бројат, а со бројот на последниот чекор го одредува и мерниот број на објектот што се мери но не го именуваат;
- воочија дека разликата во бројот на чекорите при мерењето на објектот од различни мерачи и еднаквоста на бројот на метрите при мерењето на објектот со метар, интуитивно ја наметнува потребата од единица мерка,
- се здобија со првите искуства во постапката за мерење на должина.

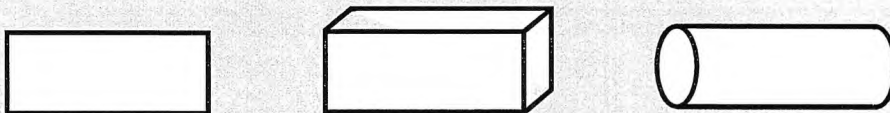
Б. Учечко - поучувачка акција → Појдувајќи од дефиницијата за мерење на должината како споредување на дадената должина со друга, усвоена за единица, на запознавањето на учениците со постапката за мерење на должина треба да и претходи воведување на соодветна единица мерка. Првата единица мерка за должина со која се запознаваат учениците во почетната настава по математика е **сантиметарот**. Сантиметарот се воведува по обработката на поимот отсечка. Воведувањето на оваа единица мерка треба да се оправда со тоа што предметите со мали должини, на пример моливот, пенкалото и слично, не можат да се измерат со метар, а друга единица не им е позната. Всушност учениците треба да ја почувствуваат потребата од помала единица мерка од практична потреба,

што има и мотивациски карактер. На барањето на наставничката да ја измерат должината на дневникот со метар тие одговорија дека не можат, бидејќи дневникот е помал од метарот. На тоа се надоврза наставничката со нови барања за мерење на тетратка, молив, и сл, но тогаш учениците даваа исти образложувања.

Н : „Затоа, за да измериме колкава е должината на некој мал предмет, ќе применуваме и помала единица мерка сантиметар.“

На почетокот на учениците им се покажуваат модели на сантиметар од: плочка, од тенок картон, од кибритно дрвце, од пластична плочка, од тел, како на цртежов, и од истите по еден комплет им даде на секоја од четирите групи ученици.

Учениците воочија дека моделите се од различен материјал, но сите се со еднаква должина, што е прво и значајно воопштување на основното својство на единицата мерка.



црт. 3

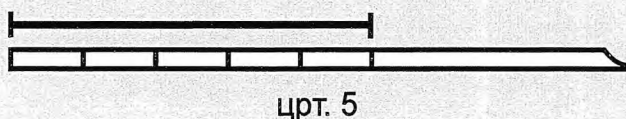
Првото мерење што го извршија учениците беше да измерат должина на отсечка со **редење** на неа модели на сантиметри, аналогно на **редењето** на чекорите, односно метрите по должината на училницата и слично.

Тоа мерење го извршија сите групи, со тоа што на отсечката **наредија** модели на сантиметар, до **исполнување** на отсечката (црт.4). Со броењето на сантиметрите учениците ја одредија должината на отсечката - во случајов 5cm. Сите групи точно ја одредија должината на дадената отсечка.



црт. 4

Вториот вид мерење, со кое треба да се олесни постапката, беше моделите на сантиметрите да се заменат со лента поделена на сантиметри, на која не е означена скала во броеви - неградуирана лента (црт.5). При ова мерење учениците со броење одредија колку сантиметри ја **покриле** целата отсечка и така го одредија мерниот број, а по него ја искажаа единицата мерка - 5 сантиметри (5cm) - (црт.5).



Учечко - поучувачката акција продолжи во постапно воведување на учениците во мерење со сантиметри. Наставничката на секоја група ученици им подели однапред подготвени стапчиња со должина од цел број сантиметри. Во случајов таа употреби обоени стапчиња. Секоја група доби по три стапчиња со различна должина во различна боја, а по извршените мерења истите ги подредија по должина, почнувајќи од најкраткото.

В. Сознајна перспектива → Кога сите групи завршија со поставените задолженија, наставничката постави исто прашање за сите групи :

Н : „Колкава е должината на секое од стапчињата што ги добивте?“

У1 : „Црвеното стапче е долго 2cm, жолтото 5 cm, а кафеавото пак 8 cm.“

У2 : „Портокаловото стапче е долго 10cm, жолтото 5cm, а зеленото 6cm.“

У3: „Кафеавото стапче е долго 8cm, црвеното 2cm, а портокаловото 10cm.“

У4 : „Зеленото стапче долго 6cm, жолтото 5cm, а црвеното 2cm.“

Здобиените знаења од мерење со неградуирана лента и единицата мерка сантиметар ќе бидат основа при стекнувањето на нови знаења за: воведување на учениците во мерење со градуиран линир, како и при воведување на другите единици мерки должина. Аналогијата од

пополнувањето на отсечка со сантиметри, ќе послужи како основа за пополнување на правоаголник со квадратчиња, при воведувањето на поимот плоштина.

7.3.2 МЕРЕЊЕ НА ОТСЕЧКИ СО ЛИНИР

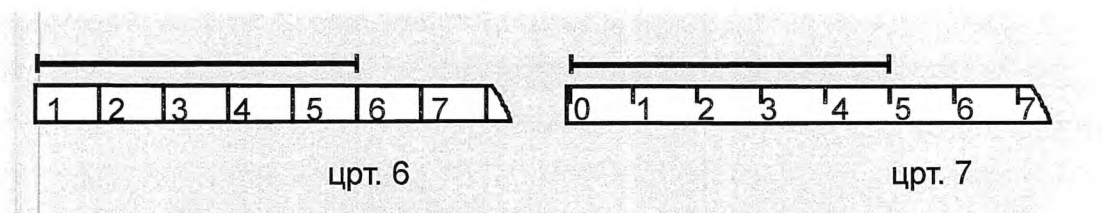
Како и во претходната наставна единица ги издвоивме целите, активностите, предзнаењата и искуствата, како и образовните излези, врз основа на Наставната програма и Стандардите, и тоа се следните:

ЦЕЛИ	ПРЕДЗНАЕЊА И ИСКУСТВА	АКТИВНОСТИ	ОБРАЗОВНИ ИЗЛЕЗИ
Оспособување на учениците за: • мерење на должини со линир; • цртање на отсечка по дадена должина во сантиметри.	• препознавање на единицата мерка сантиметар; • искуства за мерење на должина на отсечка со неградуирана лента; • одредување на мерниот број на должината на отсечка со броење на сантиметрите.	• мерење на должина на отсечка со градуирана лента; • мерење на должина на отсечка со примена на линир; • цртање на отсечка со дадена должина во сантиметри; • споредување на отсечки со споредување на нивни мерни броеви; • собирање и одземање на должини на отсечки.	Учениците да знаат и умеат: • да мерат должина со линир; • да цртаат отсечка по дадена должина во сантиметри; • да споредуваат, собираат и одземаат должини на отсечки според нивните мерни броеви.

А. Сознајна ретроспектива → Наставничката за да ги воведо учениците во мерење на отсечка со помош на линир, ги актуализираше здобиените знаења од: единицата мерка сантиметар, умеењата за мерење на отсечка со примена на неградуирана лента поделена во сантиметри, умеења за определување на мерниот број на должината на отсечката со броење на сантиметрите. Со актуализирањето на наведените знаења и умеења, се обезбедува континуитет во воведувањето на мерење на отсечки, почнувајќи од редување на сантиметри по отсечката, мерење на должината на отсечка со неградуиран линир, до мерење на должина со примена на градуиран линир, што е една од целите на наставата по математика во I одделение - „да познаваат и ракуваат со инструменти за мерење.“ (14, 9)

За таа цел беше употребено наставно ливче (види прилог 1). Во оваа етапа од часот учениците самостојно ги решија задача 1 и 2, во кои се бараше да ги применат актуализираните знаења - мерење на отсечка со неградуирана лента. Учениците без потешкотии точно ги решија задачите, што го согледаваме од набљудувањето на нивната работа.

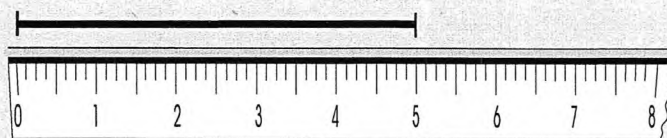
Б. Учечко - поучувачка акција → По актуализирањето на мерење должина со неградуирана лента, се премина на мерење со лента со скала (црт. 6), а може да се примени и лента - линир (црт. 7).



Предноста на овој начин на мерење на отсечка е во тоа што учениците директно го читаат мерниот број на должината на отсечката, односно се избегнува броењето, а секое олеснување е мотивирање за прифаќање на новото. Овој вид мерења учениците го применија во решавањето на задача 3 од наставното ливче. Тие со големо задоволство ги употребуваа лентите, бидејќи со нив се олеснува мерењето. Имаше повеќе реакции на учениците, но највпечатливо беше :

У1 : „Пеле колку е лесно сега! Само ја ставаш лентата и го читаш бројот на сантиметри.“

Лентата - линир лесно може да се замени со линир, при што треба да се обрне внимание на неговото градуирање: од 0 до 1 - 1cm, од 0 до 2 - 2cm, од 0 до 3 - 3cm итн. Овие објаснувања се потребни за да се научат учениците правилно да го поставуваат линирот до отсечката, за да може мерењето да се смета за точно. (црт. 8)



црт. 8

Во таа насока беа и поучувањата на наставничката. Таа на табла им демонстрираше како да го употребат линирот при мерењето на отсечка. Посебно обрна внимание на градуирањето на линирот. По дадените објаснувања учениците ги решаваа задачите 4 и 5 од наставното ливче, при што употребуваа линир. Од набљудувањето на активностите на учениците согледавме дека, скоро сите ученици точно го поставуваат линирот и успешно го извршуваат мерењето. Последната активност беше учениците со помош на линир да нацртаат отсечка со дадена должина - задача 6 од наставното ливче. Неколку ученици побараа помош од наставничката, а другите точно го поставуваа линирот и успешно го извршуваат мерењето.

Бидејќи се работи за ученици од целодневна настава, со слични активности продолжија и на часот за самостојна работа. На овој час решаваа задачи од следниве типови :

- мерење на должина на дадена отсечка;
- цртање на отсечка со дадена должина;
- мерење на должина на предмети (молив, тетратка, и сл.)
- споредување на отсечки со споредување на мерните броеви на нивните должини;
- собирање и одземање на должини на отсечки.

В. Сознајна перспектива → Од набљудувањето на работата на учениците и анализата на наставните ливчиња, воочивме дека образовните излези, се оставарени и тоа : учениците знаат и умеат да мерат должини со помош на линир, цртаат отсечки по должина изразена во сантиметри, споредуваат, собираат и одземаат отсечки според нивните мерни броеви.

Усвоените знаења за единицата мерка сантиметар ќе најдат примена при :

- воведување на поголемите мерни единици за должина (дециметар и метар);
- мерење и пресметување на должина на искршена линија;
- согледување на релациите меѓу страните на правоаголникот и квадратот преку мерење и споредување;
- со мерење и споредување на страните на триаголниците да вршат класификација на триаголниците според страните;
- успешно да вршат практични мерења во непосредната околина.

7.3.3 ВОВЕДУВАЊЕ НА ОСТАНАТИТЕ ЕДИНИЦИ МЕРКИ ЗА ДОЛЖИНА

Воведување на сантиметарот како прва единица мерка за должина и мерењето на должини со таа единица е првата етапа во оспособувањето на учениците за мерење на должина. Меѓутоа, оваа етапа ја сметаме и за најзначајна, бидејќи од неа ќе зависи како учениците ќе ги сфатат мерењето како постапка, единицата мерка и мерниот број. Поконкретно, понатамошното изучување на единиците мерки за должина и нивната примена во мерењето се засновува на искуствата здобиени во првата етапа. Во нивното изучување ќе се поаѓа од компонентите, кои се дадени во табела.

ЦЕЛИ	ПРЕДЗНАЕЊА И ИСКУСТВА	АКТИВНОСТИ	ОБРАЗОВНИ ИЗЛЕЗИ
Учениците да ги: - запознаат единиците мерки за должина: dm, m, mm и km; - применуваат дадените единици во практични мерења и пресметувања; - претвараат поголемите единици мерки во помали.	а) дециметар - cm како единица мерка; - мерење на должина во cm со линир; - цртање на отсечки дадени во cm. б) метар - cm и dm како единици мерки за должина; - мерење и споредување на должини во cm и dm; - цртање на отсечки дадени во cm и dm. в) километар - cm, dm и m како единици мерки за должина; - мерење и споредување должини дадени во cm, dm и m. - претворање на поголемите единици мерки во помали. г) милиметар - cm, dm и m како единици мерки за должина; - мерење и споредување должини дадени во cm, dm и m. - претворање на поголемите единици мерки во помали; - цртање на отсечки дадени во cm.	- воведување на единицата мерка dm и мерење на должини во dm; - споредување на dm и cm како единици мерки ($1\text{dm} = 10\text{cm}$); - запознавање со метарот како единица мерка за должина и модели на метарот; - споредување на m, dm и cm ($1\text{m} = 10\text{dm}$, $1\text{m} = 100\text{cm}$); - мерење на должини во метри;- претварање на m во dm и cm; - запознавање на km и мерење на должини во km; - претворање на km во помали единици мерки ($1\text{km} = 1000\text{m}$); - запознавање на mm и мерење на многу мали должини во mm; - претворање на m, dm и cm во mm ($1\text{m} = 1000\text{mm}$, $1\text{dm} = 100\text{mm}$ и $1\text{cm} = 10\text{mm}$)	Учениците да знаат и умеат: - да мерат и споредуваат должини на отсечки и предмети дадени во cm, dm, m и mm. - претвораат поголеми единици мерки помали; - собираат и одземаат именувани броеви; - решаваат практични примери со примена на единиците мерки: cm, dm, m и mm.

Воведувањето на поголемите единици мерки за должина треба да биде усогласено со дидактичкиот принцип на постапност, имено со проширувањето на множеството природни броеви што го изучуваат учениците. Така, со воведувањето на **десетката** (како декадна единица), а во рамките на множеството на природни броеви до 20, се воведува **дециметарот**. Појдувајќи од возрасните особености на учениците, воведувањето на дециметарот треба да биде проследено со практични активности за мерење на должина на отсечки и предмети од непосредната околина, меѓу кои ќе има и такви што имаат должина 10cm. При тоа, поаѓајќи од принципот на очигледност, пожелно е на учениците да им се прикажува **модел на дециметар**, на кој треба лесно да се воочува дека $1\text{dm} = 10\text{cm}$ (црт. 9).



црт. 9

Моделот на дециметар треба да помогне кај учениците да се формира претстава дека дециметарот е целина, нова единица мерка, чија што должина е еднаква на 10cm. За да се сфати подобро врската помеѓу сантиметарот и дециметарот, треба да се практикуваат вежби од мерење и споредување на должини помали, еднакви и поголеми од 1dm, при што должините еднакви и поголеми од 1 dm ќе се изразуваат во сантиметри и во дециметри (10cm, 1dm, 12cm, 1dm 2cm и сл.).

Метарот, како поголема единица мерка, се обработува по воведувањето на множеството природни броеви до 100. Тоа е од причина што треба да се воспостави врска помеѓу метарот и помалите единици мерки за должина - сантиметарот и дециметарот, односно:

$$1\text{ m} = 10\text{ dm} \text{ и } 1\text{ m} = 100\text{ cm}.$$

Тоа треба добро да се согледа на модел на метар, на кој ќе се воочат дециметрите и сантиметрите, со користење на аналогијата со декадните единици. Бидејќи во практиката се употребуваат различни модели на метар - дрвен, пластичен, метален и др., такви треба да им се покажат и

на учениците, и со истите да вршат различни активности.

Во активностите поврзани со мерење по воведување на метарот, треба да се практикуваат мерења на должини во различни единици мерки (2m 7dm, 15cm) и да се искажува добиениот резултат. Имено, учениците често пати го кажуваат само мерниот број, а ја изоставаат единицата мерка, што има негативни последици во сфаќањето на постапката мерење на должина. За сфаќање на односот помеѓу поголемите и помалите единици мерки, погодно е да се искористи аналогијата со односот помеѓу декадните единици:

$$1C = 10D, 1D = 10E, 1C = 100E, \\ 1m = 10dm, 1dm = 10cm, 1m = 100cm.$$

Тоа може да се согледа и на моделите на метар, каде што на скалата, на која, всушност, се наредени броевите до 100, воочливи се полните десетки, кои ги означуваат дециметрите и единиците кои ги означуваат сантиметрите.

Воведувањето на километарот и милиметарот е по обработувањето на множеството природни броеви до 1000. И при обработката на овие единици мерки треба да се даде нивниот однос со останатите мерки:

$$1km = 1000m, 1cm = 10mm, 1dm = 100mm, 1m = 1000mm.$$

За претворање на поголемите единици мерки во помали од помош може да биде познавањето на нивниот ред по големина: 1mm, 1cm, 1dm, 1m, при што секоја од нив е десетпати поголема од претходната и претворањето треба да се сведува на множење со 10 за секоја наредна единица. На пример,

$$3dm = 3 \cdot 10cm = 30cm, 30 \cdot 10cm = 300mm \text{ и сл.}$$

7.4 ПЕРИМЕТАР НА МНОГУАГОЛНИК

Со Наставната програма по математика за IV одделение (14, 138) е предвидено ученикот да се здобие со следниве знаења и способности:

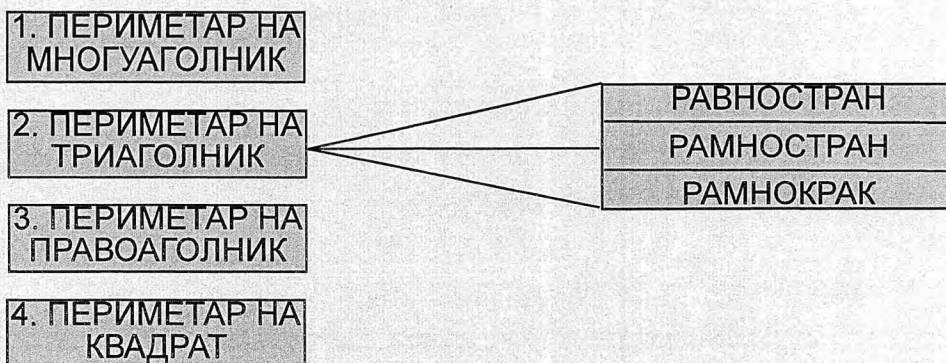
- да ја објаснува постапката за пресметување на периметар на многуаголник,

- да користи формули за пресметување периметар на разностран, рамностран и рамнокрак триаголник, правоаголник и квадрат,
- да одредува една страна на триаголникот, ако се познати другите две страни и периметарот,
- да одредува една страна на рамнокрак триаголник, ако е позната другата страна и периметарот,
- да одредува страна на квадрат, ако е познат периметарот.

Наша оценка е дека наведените цели можат успешно да се остварат, затоа што:

- учениците од IV одделение се на почетокот на третото ниво на геометрискиот развој и можат да ги сфатат врските помеѓу елементите на дадена геометричка фигура и да ги споредуваат со друга,
- умеат да ги означуваат должините на страните на геометриските фигури со општи броеви,
- вербално можат да ги искажуваат воочените зависимости и воопштувања,
- умеат да пресметаат должина на искршена линија.

Покрај тоа, содржините од оваа наставна целина можат да се постават во систем, кој овозможува примена на усвоените знаења во нови ситуации на учење, што ќе овозможи учениците да ги здобиваат новите знаења со самостојна сознајна работа. Овој систем би изгледал вака:



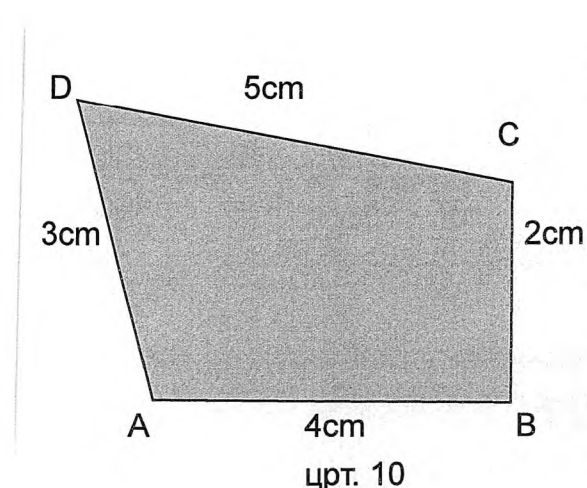
Во нашиот концепт ќе појдеме токму од таа определба, здобивањето на новите знаења да се засновува на порано здобиените знаења и самостојна сознајна работа на учениците, со поучувачка улога на наставникот.

Во наставната целина **Многуаголник** што и претходи на наставната целина **Периметар на триаголник, правоаголник и квадрат**, учениците ќе се запознаат со отворена и затворена искршена линија и искршената затворена линија ќе ја именуват како **многуаголник**. Ќе ги запознаат и елементите на многуаголникот: агли, страни и темиња и нивното означување. Покрај тоа, ќе ги запознаат основните својства на видовите триаголници, правоаголникот и квадратот.

Здобиените знаења за многуаголник и некои видови многуаголници ќе послужат како основа за обработка на наставната целина **Периметар на многуаголник, триаголник, правоаголник и квадрат**.

7.4.1 ПРЕСМЕТУВАЊЕ НА ПЕРИМЕТАР НА МНОГУАГОЛНИК

Постапката за пресметување на периметар на многуаголник треба да произлезе од разгледување на конкретни примери. Така, може да се започне со задача: ► *Пресметај го збирот на должините на страните на многуаголникот ABCD на цртежот, според дадените податоци.*



Учениците решаваат на следниов начин:

$$4 + 2 + 5 + 3 = 14\text{cm}$$

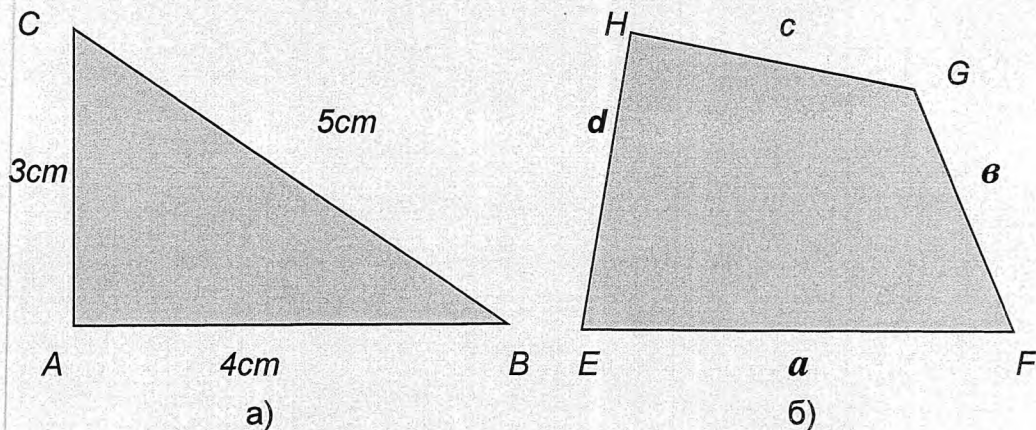
и го даваат следниов одговор:

Збирот на должините на страните на многуаголникот ABCD е 14cm.

Тогаш наставникот го воведува терминот **периметар** - периферија на многуаголникот и тој се обележува со L . Во натамошната работа учениците ќе го користат терминот периметар и неговата ознака L .

Осмислувањето на овој термин продолжува со задача од типот:

► Пресметај го периметарот на секој од многуаголниците.



црт.11

Притоа се укажува дека постапката ќе се запишува на следниов начин:

а) $L = 4 + 5 + 3$

$L = a + в + c + d$

б) $L = 12\text{cm}$

До записот под б) се стигнува со објаснување на записот под а), односно со образложувањето - **периметарот на многуаголник се одредува кога ќе се пресмета збирот на неговите страни.**

Тогаш записот под б) е, исто така, збир од должините на страните на многуаголникот кои се означени со букви и можат да бидат било кој број. Наставникот објаснува дека записот како оној под б) $L = a + в + c + d$ се вика формула, а овде конкретно станува збор за формула за пресметување периметар на многуаголник.

За да се добие повратна информација за тоа колку учениците ја сфатиле формулата се дава задача од типот: ► Пресметај го периметарот на многуаголник со страни: $a = 6\text{cm}$, $в = 4\text{cm}$, $c = 3\text{cm}$, $d = 5\text{cm}$ и $e = 3\text{cm}$. Треба да се инсистира на решавање на задачата на следниов начин:

$$a = 6\text{cm}$$

$$b = 4\text{cm}$$

$$c = 3\text{cm}$$

$$d = 5\text{cm}$$

$$e = 3\text{cm}$$

$$L = a + b + c + d + e$$

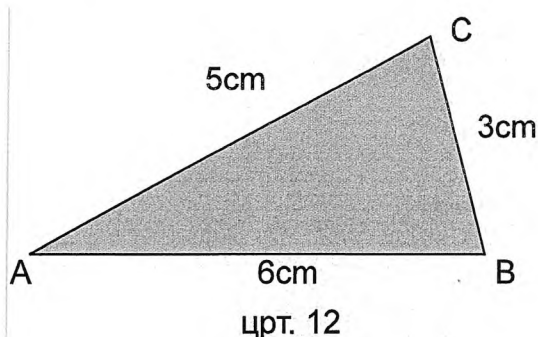
$$L = 6 + 4 + 3 + 5 + 3$$

$$L = 21\text{cm}$$

Одговор: Периметарот на многуаголникот е 21 cm .

7.4.2 ПЕРИМЕТАР НА РАЗНОСТРАН ТРИАГОЛНИК

Искуствата од пресметување на периметар на многуаголникучениците можат да ги искористат при изведувањето на формулата за периметар на разностран триаголник. Тие веќе пресметувале периметар на разностран триаголник, но без формула. Затоа сега од нив може да се бара да ја решат задачата: ► Пресметај го периметарот на многуаголникот ABC на цртежот 12.

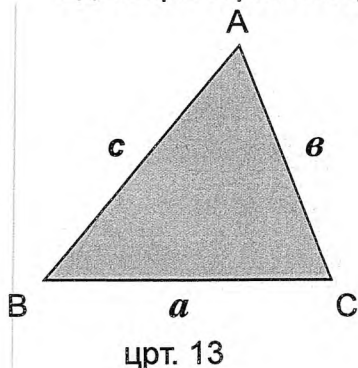


Прво се определува видот на триаголникот, дека тој е разностран, а потоа се пресметува неговиот периметар:

$$L = 6 + 3 + 5$$

$$L = 14\text{cm}$$

Одговор: Периметарот на триаголникот ABC е 14cm.



Потоа се дава задача каде страните се означени со букви: ► Пресметај го периметарот на разностранниот триаголник ABC (црт13).

Учениците ќе запишат $L = a + b + c$, а потоа се објаснува дека тоа е формула за пресметување периметар на разностран триаголник.

Потоа следува задача од типот: ► Пресметај го периметарот на разностран триаголник со страни: $a=8\text{cm}$, $b=10\text{cm}$, и $c=6\text{cm}$.

Решавањето треба да се одвива на следниов начин:

$a = 8\text{cm}$	
$b = 10\text{cm}$	$L = a + b + c$
$c = 6\text{cm}$	$L = 8 + 10 + 6$
$L = ?$	$L = 24\text{cm}$

Одговор: Периметарот разностраниот триаголник е 24cm .

За продлабочено сфаќање на формулата треба да се даде задача од типот: ► Во разностран триаголник со периметар $L = 18\text{cm}$, две страни се: $a = 5\text{cm}$ и $b = 7\text{cm}$. Пресметај ја страната c .

Решавањето на задачата треба да се одвива на следниов начин:

УСЛОВ НА ЗАДАЧАТА	РЕШАВАЊЕ	АНАЛИТИЧКО-СИНТЕТИЧКИ ПРИОД
$L = 18\text{cm}$ $a = 5\text{cm}$ $b = 7\text{cm}$ $c = ?$	$L = a + b + c$ $18 = 5 + 7 + c$	може да се пресмета $5 + 7$
	$18 = 12 + c$	непознат е собирокот c
	$c = 18 - 12$ $c = 6\text{cm}$	собирокот c е еднаков на збирот 18 минус собирокот 12

7.4.3 ПЕРИМЕТАР НА ПРАВОАГОЛНИК

Ценевме дека идејата за напред прифатениот методички приод убаво може да се согледа при обработката на периметар на правоаголник, затоа ја набљудувавме токму оваа наставна единица.

Како и во минатите, така и во оваа практична реализација на содржината **Периметар на правоаголник**, ќе појдеме од одредување на целите на наставната содржина, претходните знаења и искуства на учениците потребни за усвојувањето на новите знаења, активностите кои се реализираат на наставниот час, како и очекуваните образовни излези.

ЦЕЛИ	ПРЕДЗНАЕЊА И ИСКУСТВА	АКТИВНОСТИ	ОБРАЗОВНИ ИЗЛЕЗИ
Учениците да : - ја сфатат формулата за периметар на правоаголник; - умеат да ја објаснуваат формулата; - умеат да ја применуваат формулата во решавање на задачи и да ја објаснуваат постапката; - ја применуваат формулата во пресметување на непозната страна на правоаголникот по дадени периметар и друга страна.	- периметар на многуаголник и на рамнокрак триаголник; - еднаквоста на спротивните страни на правоаголникот; - умеат да применат формулата со која се пресметува периметар во одредување на непозната страна; - умеат практично да применуваат формули за пресметување на периметар .	- пресметување на периметар на четириаголник и на рамнокрак триаголник и објаснување на постапките; - објаснување на релациите меѓу страните на правоаголникот; - самостојно изведување на формулата за пресметување на периметар на правоаголник; - пресметување на периметарот според формулата; - одредување на непозната страна на правоаголникот по дадени периметар и другата страна.	Учениците умеат да : - ја објаснат формулата за пресметување на периметар на правоаголник; - ја одредат непознатата страна по дадени периметар и другата страна; - умеат да решаваат задачи со примена на формулата и да ја објаснуваат постапката.

А. Сознајна ретроспектива → Учениците веќе располагаат со знаења и умеења за пресметување на периметар на многуаголник и на видовите триаголници, во примената на соодветните формули и нивно преобразување. Ги знаат и својствата на правоаголникот - спротивните страни две по две се еднакви и можат да ги означат со иста буква.

Наставничката, на почетокот на часот, ги актуелизираше токму наведените знаења и умеења, преку задачите:

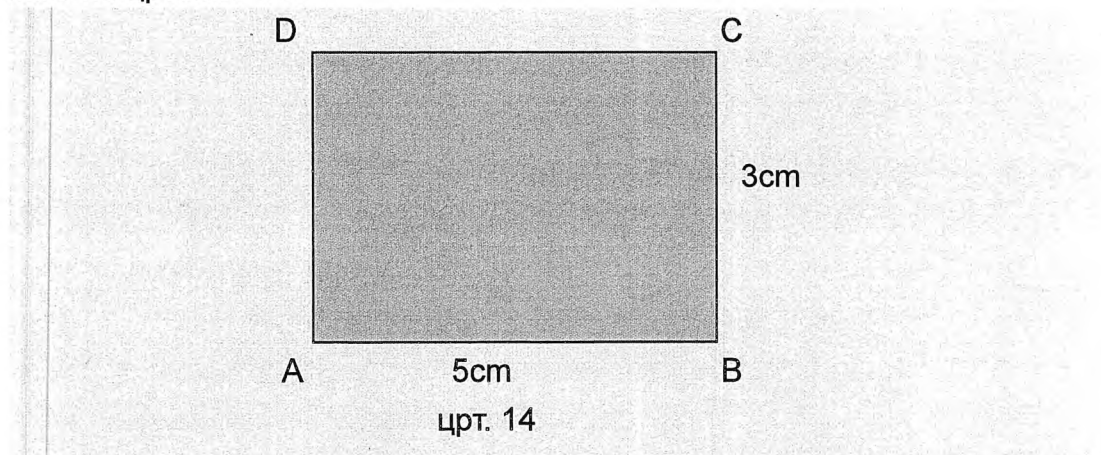
1. Пресметај го периметарот на четириаголникот $ABCD$, ако $a = 7 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$ и $d = 4 \text{ cm}$.
2. Пресметај го периметарот на рамнокрак триаголник со основа $a = 6 \text{ cm}$ и крак $b = 8 \text{ cm}$.

По решавањето учениците вербално ја образложуваа постапката за пресметување на периметарот на четириаголникот, односно на рамнокракиот триаголник.

Од увидот во тетратките на учениците се уверивме дека тие лесно и точно ги решија дадените задачи, но вербалното искажување не беше на ниво на решавањето на задачите.

Б. Учечко - поучувачка акција → Оваа етапа од наставниот час беше реализирана со примена на комбинација од метод на разговор и илустративен метод. Соодветна нагледност беше обезбедена со примена на графофолии.

Почетната активност се однесуваше на анализа на правоаголник како на цртежот 14.



Притоа акцент беше ставен на еднаквоста на спротивните страни.

Н: „Ако страната AB е 5cm, тогаш колкава е страната CD?“

У1: „Страната CD е исто така 5cm, бидејки таа е спротивната страна на AB.“

Н: „Тогаш колкава е страната AD?“

У2: „Страната AD е еднаква на 3cm, колку што е и нејзината спротивна страна BC.“

Н: „Кога ги знаете должините на страните на правоаголникот ABCD, пресметајте го неговиот периметар.“

Учениците користејќи ги претходните знаења и умеења, запишаа вака:

$$\overline{AB} = 5\text{cm}$$

$$\overline{BC} = 3\text{cm}$$

$$\overline{CD} = 5\text{cm}$$

$$\overline{DA} = 3\text{cm}$$

$$L = 5 + 3 + 5 + 3$$

$$L = 16\text{cm}$$

Одговор: Периметарот на правоаголникот ABCD е 16cm.

Помал дел од учениците не го запишаа условот на задачата, но точно го одредија периметарот на правоаголникот.

Потоа учениците нацртаа произволен правоаголник ABCD.

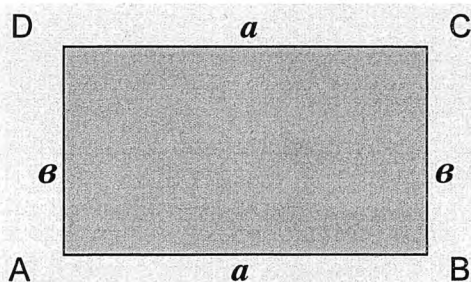
Н: „Обележети ги страните на правоаголникот со латинските букви *a* и *b*. Како тоа го направивте?“

У3: „Страните AB и CD ги означив со буквата *a*, а страните BC и AD со буквата *b*.“

Н: „Зашто по две страни означивме со иста буква?“

У4: „Затоа што тие се еднакви.“

Учениците го означија правоаголникот како на црт.15.



$$L = a + b + a + b$$

црт. 15

Откако направи увид во решението на поставената задача, наставничката прикажа цртеж како црт.15 со графофолија.

Н: „Дали формулата $L = a + b + a + b$ можеме да ја запишеме пократко? Потсетете се на формулата за периметар на рамнокрак триаголник.“

У5: „Оваа формула пократко може да се запише како

$$L = 2 \cdot a + 2 \cdot b, \text{ бидејќи } a + a = 2 \cdot a \text{ и } b + b = 2 \cdot b.$$

Н: „Значи, формулата за пресметување периметар на правоаголник е $L = 2 \cdot a + 2 \cdot b$. Според таа формула решете ја задачата: ► Пресметај го периметарот на правоаголник со страни: $a = 7\text{cm}$ и $b = 5\text{cm}$.“

Скоро сите ученици задачата ја решија на следниов начин:

$a = 7\text{cm}$	$L = 2 \cdot a + 2 \cdot b$
$b = 5\text{cm}$	$L = 2 \cdot 7 + 2 \cdot 5$
$L = ?$	$L = 14 + 10$
	$L = 24\text{cm}$

Одговор: *Периметарот на правоаголникот е 24 cm.*

Само тројца од учениците задачата ја решија користејќи го искуството од задачата во врска со црт.14, односно $L = 7 + 5 + 7 + 5 = 24\text{cm}$

Потоа наставничката ја зададе задачата:

► *Пресметај ја страната b на правоаголник со периметарот $L = 28\text{cm}$ и страна $a = 8\text{cm}$.*

$L = 28\text{cm}$	$L = 2 \cdot a + 2 \cdot b$	Помош од наставничката- пресметајте $2 \cdot b$; На што е еднаков собирокот $2 \cdot b$? Ако $2 \cdot b = 12$, тогаш на што е еднаков множителот b ?
$a = 8\text{cm}$	$28 = 2 \cdot 8 + 2 \cdot b$	
$b = ?$	$28 = 16 + 2 \cdot b$	
	$2 \cdot b = 28 - 16$	
	$2 \cdot b = 12$	
	$b = 12 : 2$	
	$b = 6\text{cm}$	

Всушност почувачката улога на наставникот дојде до израз при решавањето на оваа задача.

В. Сознајна перспектива → Со оглед на тоа дека во оваа етапа од часот, треба да се увиди колкав е степенот на усвоеност на знаењата и нивната применливоста во нови ситуации на сознавање, а особено оние што се поврзани со секојдневниот живот, наставничката на учениците им ја постави следнава задача:

► *Колку е долга линијата на ракометното игралиште, ако неговата должина е $a = 40\text{m}$, а ширината $b = 20\text{m}$, ако ракометното игралиште има форма на правоаголник?*

(игралиштето како и текстот на задачата беа илустрирани на графофолија)

Освен поврзување на математичките проблеми со секојдневниот живот, при решавањето на оваа задача учениците со пресметувањето на

страната на правоаголникот, ако се дадени периметарот и другата страна, ги продлабочуваат знаењата за врските помеѓу компонентите и резултатите во аритметичките операции. Оваа задача учениците успешно ја решија, при што само на четворица ученици им беше дадена помош од страна на наставничката.

Знаењата и умеењата со коишто учениците се здобија на овој час, им овозможуваат:

- да пресметуваат периметар на правоаголник, ако се дадени двете негови страни,
- да одредат страна правоаголник, ако се дадени периметарот и другата страна на правоаголникот,
- да решаваат практични задачи.

Од реализацијата на наставниот час, како и од увидот на изработките на учениците, констатиравме дека образовните излези наведени во табелата се остварени и потврдени.

7.5 МЕРЕЊЕ НА ПЛОШТИНА

Плоштината се дефинира како „големина на делот од рамнината, ограничен со затворена контура“ (15, 124). Ваквата дефиниција не соодветствува на возрастните особини на учениците од IV одделение, ниту на нивното стекнато искуство. Покрај тоа, во неа се применети поими кои на учениците не им се познати - големина на дел од рамнината и затворена контура. Возрастните особености и личното искуство на учениците упатуваат на примена на методички приоди соодветни на нив, кои „не дозволуваат овој математички поим да се внесе во наставата со сета своја апстрактност и ригорозност“. (5, 96) Меѓутоа, тоа не подразбира поимот плоштина да се обработува толку упростено, за да се загуби математичката смисла и учениците да добијат погрешна претстава за него.

Според наведеното, проблемот е во дефинирање на методички приоди со кои ќе се отстапи од **апстрактноста** и **ригорозноста** на

поимот плоштина, но нема да се наруши неговата математичка смисла, а кај учениците да се формираат правилни претстави за него. Притоа треба да се појде од зададените со програмата знаења и способности со кои што учениците треба да се здобијат, но со подруги средства и активности од наведените.

Мерењето на плоштината не се **вклопува** во стекнатите искуства на учениците од областа на мерење на величините. Имено, до тој момент учениците мереле величини со позната единица мерка и соодветна направа: вага, линир или лента, термометар и сл. **Направа** за мерење плоштина нема, а за единицата мерка треба да се почувствува потребата. **Направата** за мерење на плоштината е формула, според која таа се пресметува.

Активностите и **средствата** предвидени со Наставната програма не упатуваат на постапка со која може да се **почувствува** потребата од единицата мерка, а уште помалку на осознавање на формулата. Тој проблем не е доволно истражен, а последиците од несоодветни методички приоди можат да доведат до:

- формализам во наставата, особено ако се даваат готови знаења за единиците мерки и формулите за пресметување на плоштина на правоаголник, квадрат, квадар и коцка;
- несоодветна примена на формулите при решавање на проблемски ситуации;
- настава без примена на здобиените знаења во нови ситуации на учење;
- тешкотии во претворувањето на поголемите единици мерки во помали, поради несоодветното воведување на единицата мерка и сл.

Решавањето на овој проблем подразбира засновување на обработката на овие содржини на практични активности на учениците, манипулирање со конкретни предмети, говорно искажување на дејноста, дури таа премине на мисловното подрачје. Во таа насока е и концептот што го обработуваме.

Некои наши лични искуства покажуваат дека формулите за пресметување плоштина, учениците можат да ги изведат самостојно, ако тоа добро се програмира. Секако дека ова наше искуство треба да се истражи од сите аспекти (средства, активности, методички постапки), за да можат да се изведат релевантни заклучоци.

Искуствата од **пополнувањето** на правоаголникот со квадратчиња може да се земе како појдовна основа за изведување и осмислување на формулата за пресметување на плоштина на правоаголник, а таа, пак, да биде основа на изведување формули за пресметување плоштина на квадрат и квадар, а формулата за плоштина на квадрат како основа за формулата за плоштина на коцка. Овој приод може да обезбеди мошне успешна примена на здобиените знаења во нови ситуации на учење.

Според изнесеното, со концептот ќе направиме обид да дефинираме методички постапки со кои ќе може да се оствари:

- поимот плоштина да се воведе интуитивно, но да се осмисли како величина;
- единицата мерка за плоштина да се согледа како вистинска потреба, а соодносот помеѓу различните единици мерки да добие реална основа (врз основа на **пополнување** на квадрат со основа 1dm со квадратни сантиметри да се добие квадратен дециметар, а со **пополнување** на квадрат со страна 1m со квадратни дециметри, да се добие квадратен метар);
- формулата за пресметување плоштина на правоаголник да се изведе почнувајќи од идејата за **пополнување** на правоаголник со квадратни сантиметри (да се појде од конкретното), со активно учество на учениците, до нејзиното означување симболички $P = a \cdot b$ (да се стигне до апстрактното);
- формулата за пресметување плоштина на правоаголник да биде основа за изведување на формулите за плоштина на: квадрат, квадар и коцка;

- здобиените знаења да се применуваат во нови ситуации на учење;
- примена на здобиените знаења при решавање на проблеми од секојдневниот живот;
- развој на мислењето на учениците низ активности во кои значајна улога имаат: споредувањето, анализата, синтезата, логичкото расудување, апстрахирањето и генерализирањето.

На тој начин, според нашето мислење, програмските барања што се поставени пред наставната тема што ја обработуваме ќе бидат исполнети мошне успешно.

Во таа смисла во Концептот за обработка на поимот плоштина ги определивме следниве етапи:

1. Интуитивно прифаќање на поимот плоштина од страна на учениците;
2. Согледување на потребата од единица мерка за плоштина;
3. Пресметување на плоштина на правоаголник, на квадрат, на квадар и на коцка.

Во продолжение ќе ги обработиме наведените етапи, во кои акцентот ќе го ставиме на методички постапки, наставните средства и начинот на добивање на повратната информација за успешноста на учениците во совладувањето на наставните содржини.

7.5.1 ИНТУИТИВНО ПРИФАЌАЊЕ НА ПОИМОТ ПЛОШТИНА ОД СТРАНА НА УЧЕНИЦИТЕ

Процесот на учење и поучување при интуитивното прифаќање на поимот плоштина ќе го засноваме на дефинираните цели во Наставниот план и програм. Воедно, и активностите кои беа спроведени во тој процес, беа насочени кон остварување на тие цели, а предзнаењата и искуставата на

учениците што беа актуализирани, до максимум беа искористени во процесот на ретроспективата. Одредувањето на образовните излези го засновавме на компонентите дадени во државниот документ Остварувања и стандарди. За наставната единица што ја следевме ги одредивме следните компоненти, изразени табеларно.

ЦЕЛИ	ПРЕДЗНАЕЊА И ИСКУСТВА	АКТИВНОСТИ	ОБРАЗОВНИ ИЗЛЕЗИ
Учениците да ја прифатат плоштината како величина: • која може да се мери, • да се споредува, • да се изразува со број.	• мерење на должина; • споредување на предмети по должина; • споредување на логичките плочки по големина со поклопување.	• споредување на геометриски фигури по плоштина со поклопување; • согледување на релациите: „... има иста плоштина со ...”, „... има поголема плоштина од ...”, „... има помала плоштина од ...”.	Учениците да : • ги објаснува релациите: „... има иста плоштина со ...”, „... има поголема плоштина од ...”, „... има помала плоштина од ...”; • утврдат со поклопување која од две фигури има поголема (помала или еднаква) плоштина.

А. Сознајна ретроспектива → Учениците досега не изучувале геометриски содржини кои имаат директна врска со пресметувањето на плоштина. Меѓутоа, имаат одредени искуства од мерење на должина, споредување на предмети по должина (стапчиња, моливи, боички и

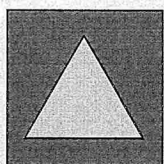
др.), при употребата на логичките плочки, ги ставале едни врз други и вршеле нивно споредување и утврдување која од нив е поголемата. Затоа наставничката ги искористи предзнаењата и личните искуства на учениците наведени во претходно дадената табелата. Во таа смисла разговараше со нив и ги постави следниве прашања:

Н : „Кое игралиште е поголемо, фудбалското или ракометното?“

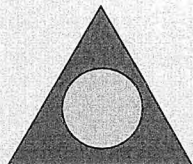
У1 : „Фудбалското игралиште е поголемо од ракометното.“

Натамошните активности се одвиваа на сличен начин со споредување на подот на училницата и фискултурната сала, клупата и тетратката што е на клупата, катедрата на наставничката и дневникот што стои на неа, и сл. По извршените споредувања наставничката ги подели учениците во четири групи, при што на секоја група им подели модели со кои ќе работат.

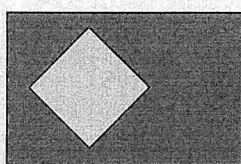
Б. Учечко - поучувачка акција → Групите добија задача да утврдат која од фигурите е поголема, користејќи поклопување на истите. Меѓу моделите има такви што еден **се собира** во друг, за да се согледа јасно дека се различни по плоштина, но има и модели кои при поставувањето еден врз друг целосно се поклопуваат, што ќе асоцира дека имаат еднакви плоштини, како на црт. 16, 17, 18 и 19.



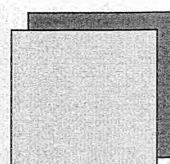
црт. 16



црт. 17



црт. 18



црт. 19

Првата група со поставувањето на триаголникот на квадратот, согледаа дека триаголникот се собира во квадратот. На прашањето на наставничката, што забележуваат, таа го доби следниот одговор:

У2: „Триаголникот се собира во квадратот.“

Наставничката дополни:

Н : „Или уште велиме дека квадратот има поголема плоштина од триаголникот.“

Потоа наставничката на втората група им го постави следново прашање:

Н : „Која од фигурите триаголникот или кругот има поголема плоштина?“

У3 : „Поголема плоштина има триаголникот.“

Н : „Како дознавте? “

У3 : „Кругот се собира во триаголникот.“

Постапката беше иста и со третата и четвртата група, при што на поставеното прашање, таа ги доби следниве одговори и објаснувања:

У4 : „Квадратот има помала плоштина правоаголникот, затоа што квадратот се собира во правоаголникот.“

У5 : „Двата квадрати се поклопуваат, односно тие имаат еднакви плоштини.“

Со примена на методот на разговор во разгледувањето на одговорите на секоја од групите, наставничката интуитивно го внесе поимот плоштина, а учениците согледаа едно од својствата на плоштината како величина, односно таа може да се споредува.

За да се надоврзе со искуствата на учениците и да го поврзе со изведениот заклучок со конкретен пример, наставничката од работа со модели премина на активности со примери од непосредната околина на учениците, пред се од училищата. При тоа, учениците ги наведоа следниве примери:

У6 : „ Сидот има поголема плоштина од таблата (затоа што таблата се собира на сидот)“

У7 : „Стаклата на двете крила од прозорецот имаат еднакви плоштини“

У8 : „Листовите од учебникот (затоа што се поклопуваат) имаат еднакви плоштини.“

У9 : „Масата има поголема плоштина од дневникот.“

У10: „Таванот и подот имаат еднакви плоштини.“

Примерите од непосредната околина што ги дадоа учениците беа добар показател за првиот чекор во обработката на поимот плоштина.

Притоа треба да се има предвид дека со наведените активности, учениците го прифатија терминот плоштина и споредувањето како

суштествено својство на плоштината како величина. Имајќи предвид дека станува збор за апстрактен поим, овој приод за негово конкретизирање се покажа успешен и прифатлив за учениците.

В. Сознајна перспектива → Потоа наставничката нацрта на таблата правоаголник, а побара еден ученик да нацрта триаголник што има помала плоштина од правоаголникот. Во исто време учениците тоа го правеа во своите тетратки. Задачата беше точно решена од страна на учениците, што го воочивме од направениот увид во нивните тетратки. Потоа следуваše наредната задача, со слични барања, и тоа:

Н : „ Нацртај квадрат, а потоа круг кој има поголема плоштина од квадратот!“

Учениците задачата ја решија успешно, без помош на наставничката. Во тоа се уверивме преку нашите непосредни набљудувања на нивната работа. Со интуитивното прифаќање на поимот плоштина, а пред се на споредувањето на геометриски фигури по плоштина со поклопување, се создадоа потребните услови за согледување на потребата од воведување на единица мерка за плоштина. Здобиените знаења учениците ќе ги применат при обработката единиците мерки за плоштина, како и за пресметување плоштина на некои геометриски фигури.

7.5.2. ЕДИНИЦИ МЕРКИ ЗА ПЛОШТИНА

Согледување на потребата од единица мерка за плоштина

Како и во другите наставни единици, следени во нашето истражување, така и за оваа наставна единица одредивме појдовни елементи на кои се засновува нашето истражување. Имено, поаѓајќи од Наставниот план, Стандардите и очекувањата, ги одредивме целите и образовните излези. Одредивме и кои предзнаењата и искуства се потребни во етапата на создајната ретроспектива, како и кои активности ќе се реализираат во создајниот процес. Наведените компоненти ги даваме во табелава:

ЦЕЛИ	ПРЕДЗНАЕЊА И ИСКУСТВА	АКТИВНОСТИ	ОБРАЗОВНИ ИЗЛЕЗИ
Учениците да: - прифатат дека плоштината може да се мери со квадратчиња; - го прифатат cm^2 како единица мерка за плоштина; - да споредуваат две фигури по плоштина според бројот на cm^2 на кои се поделени.	- мерење на должина со педа, чекор и метар; - споредување на геометриски фигури по плоштина со поклопување; - запишување на величина со број и единица мерка.	- споредување на модели на геометриски фигури по плоштина, според бројот на квадратчиња на кои се поделени; - споредување на модели на геометриски фигури по плоштина, поделени на нееднакви квадратчиња со поклопување и собирање на квадратчиња; - споредување на модели на геометриски фигури по плоштина, поделени на cm^2; - изразување на плоштината на дадена геометриска фигура во cm^2	Учениците да : - го објаснуваат мерењето на плоштина; - ја користат единицата мерка cm^2; - изразуваат плоштина на фигура, поделена на квадратни сантиметри со број.

А. Сознајна ретроспектива → За да го насочи вниманието на учениците кон потребата од воведување на единица мерка за плоштина, наставничката ги искористи порано здобиените знаења, умеења и искуства на учениците од :

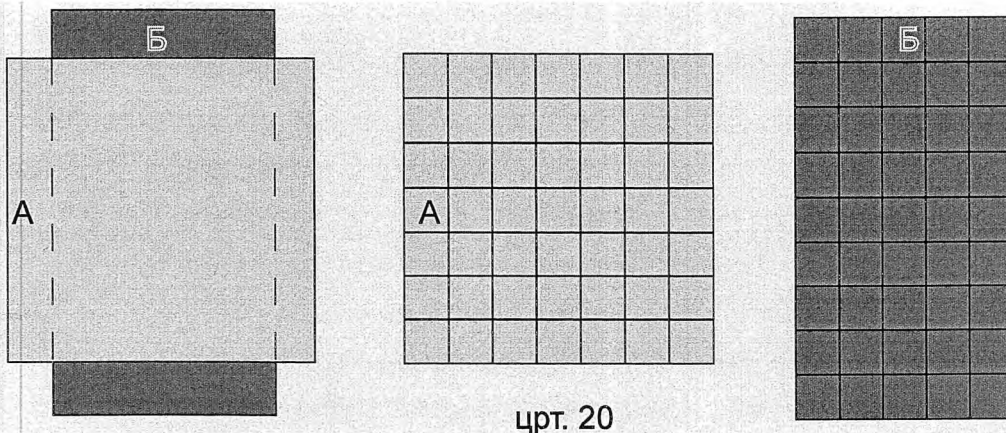
- мерење на должина со педа и чекор , каде се добиваат неточни резултати при различни мерачи;
- искуствата од мерењето на должина на отсечки со градуирана лента;
- умеењата за мерење на должини со линир;
- споредување на геометриски фигури по плоштина со поклопување.

Сметавме дека актуализираните знаења и искуства ќе бидат доволна основа за согледување на потребата од единица мерка за плоштина.

Б. Учечко - поучувачка акција → Во нашиот концепт како една од централните по значење идеи е моментот кога учениците ќе ја почувствуваат потребата од единица мерка за плоштина, затоа што нејзиното сфаќање значајно придонесува за сфаќање на едно од основните својства на плоштината како величина - мерењето со единица мерка. Покрај тоа, оваа постапка е значајна и за изразување на плоштината со број, исто така нејзино значајно својство, како и за практичната примена на здобиените знаења. За таа цел побаравме од наставничката да ги спроведе следните активности:

- споредување на правоаголник и квадрат по плоштина, кои не можат да се поклопат, но од задната страна се поделени на еднакви квадратчиња;
- споредување на правоаголници по плоштина, кои се поделени на нееднакви квадратчиња;
- споредување на правоаголници по плоштина, што не се поклопуваат, а се поделени на квадратчиња од 1cm^2 .

1. Учениците добија модели на квадрат и на правоаголник, такви што ниту се поклопуваат, ниту, пак, едниот може да се собере во другиот. Со тоа учениците не можат да ги искористат претходните искуства за да утврдат која од дадените фигури има поголема плоштина, или имаат еднакви плоштини (црт. 20). Со тоа се создаде проблемска ситуација, за која треба да се бара решение. Учениците реагираа дека фигурите не може да се поклопат, ниту пак едната да се собере во другата.



црт. 20

Наставничката ги упати учениците да ја погледнат задната страна на фигурите. Потоа следуваше дијалогот:

Н : „Што забележавте на заданата страна на фигурите?“

У1: „Фигурите се поделени на еднакви квадратчиња.“

Н : „Ајде да изброиме по колку квадратчиња има секоја фигура?“

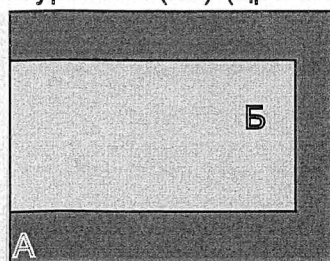
У2: „Фигурата А има 49 квадратчиња, а фигурата Б 45 квадратчиња.“

Н : „Која фигура има поголема плоштина?“

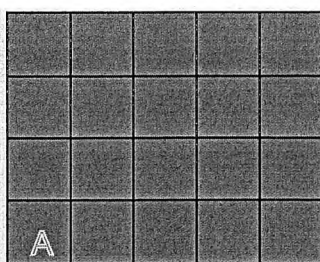
У3: „Поголема е плоштината на фигурата А, бидејќи има повеќе квадратчиња.“

Од овој пример учениците запознаа уште еден начин на споредување на две фигури според плоштините, каде се **наметнува** квадратчето како основа за тоа, Уште повеќе и што плоштината може да се изрази со број.

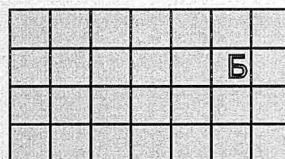
2. Меѓутоа, проблемот и натаму се усложнува кога фигури слични на оние од претходниот пример се поделени на квадратчиња со различни големина (црт. 21). Учениците со поклопувањето увидоа дека фигурата А има поголема плоштина од фигурата Б (црт.21 а). Спротивно на тоа, тие воочија и дека фигурата Б е **исполнета** со повеќе квадратчиња (28) од фигурата А (20) (црт. 21 б)



а)



црт. 21



б)

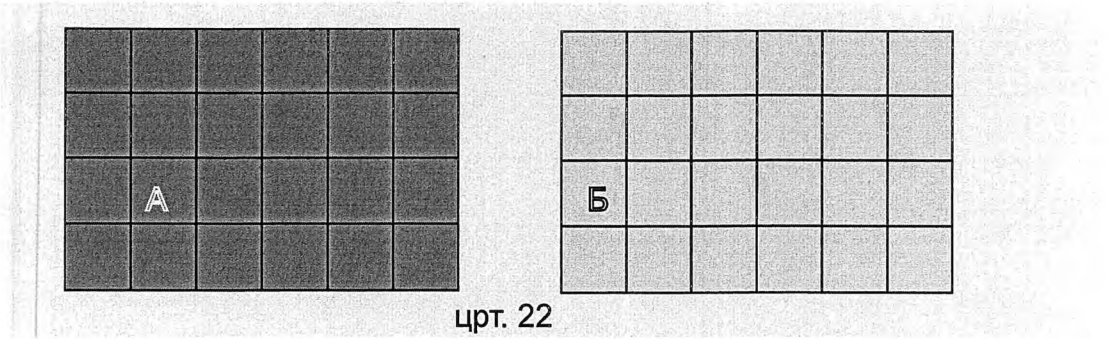
На прашањето:

Н : „Како може да се избегне оваа грешка?“

У4: „Тоа нема да ни се случи, ако квадратчињата се еднакви.“

3. За да се утврди заклучокот од претходната активност, учениците разгледаа два правоаголника кои се поклопуваат, а на задната страна се

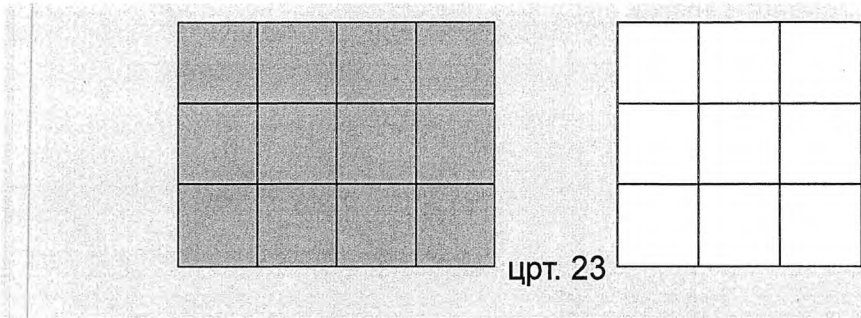
поделени на квадратни сантиметри. Учениците утврдија дека фигурите се **поклопуваат**, значи имаат еднакви плоштини, а и двете се исполнети со по 24 квадратни сантиметри (црт. 22).



Сега учениците, со помош на наставникот, запишаа дека $P = 24\text{cm}^2$, каде P е ознака за плоштина, а cm^2 е единица мерка за плоштина.

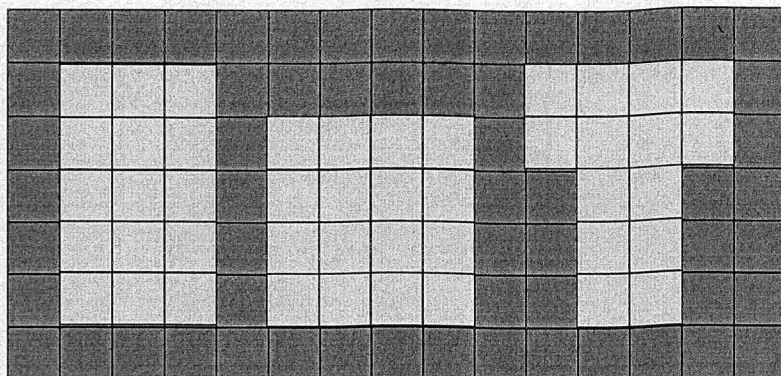
Колку учениците го сфатиле cm^2 како единица мерка за плоштина, наставничката провери преку следнава задача:

1. Колку cm^2 е плоштината на следниве фигури:

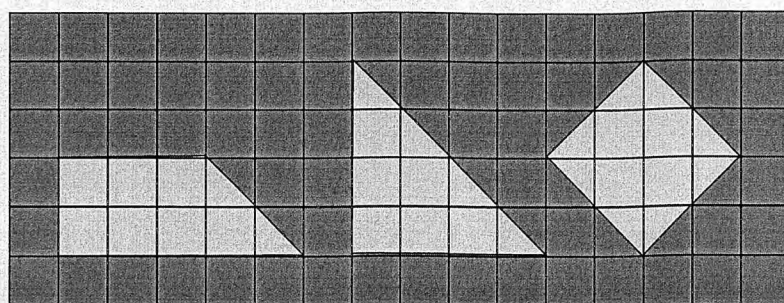


В. Сознајна перспектива → Во акцијата учениците согледаа дека за мерењето на плоштината и споредувањето на две геометриски фигури по плоштина, може да се направи, само ако дадените фигури се исполнети со еднакви квадратчиња. Тие квадратчиња да бидат со страна од 1 cm, т.е. квадратни сантиметри. По броењето на квадратчињата, плоштината можат да ја изразат со број, а споредувањето на плоштината да го вршат според тој број. Учениците може да ја применат оваа постапка при различни фигури. Затоа наставничката ја постави следнава задача:

2. Во мрежа со квадратчиња од 1cm^2 се дадени повеќе геометриски фигури. Определи ја и запиши ја плоштината на секоја од нив во cm^2 . (црт. 24 и црт. 25).



црт. 24



црт. 25

Учениците мошне лесно ја решија задачата, а на прашањето од наставничката како постапија со фигурите од црт. 25, тие одговорија:

У5: „Два триаголника споив и добив еден квадрат.“

Овие знаења учениците ќе ги применат при: воведување на поголемите единици мерки (dm^2 и m^2), изведување на формули за плоштина на правоаголник и квадрат, и при решавање на практични задачи. Тоа покажува дека новоздобиевите знаења се основа за здобивање на нови, односно знаењата можат да се постават во систем.

Воведување на единиците мерки квадратен дециметар и квадратен метар

Воведувањето на поголемите единици мерки за плоштина, се засновува на претходно усвоените знаења за квадратниот сантиметар. При тоа треба да се поаѓа од дефинираните цели во Наставниот план и

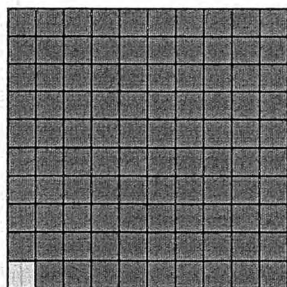
програм, и да се одреди преку кои активности ќе се реализираат целите. Исто така треба да се определат предзнаењата и искуствата кои се потребни во ретроспективата, за полесно усвојување на поголемите единици мерки за плоштина . Не смее да се изостават и образовните излези, со кои се потврдува оствареноста на целите. Наведените компоненти ги даваме во следниов табеларен преглед:

ЦЕЛИ	ПРЕДЗНАЕЊА И ИСКУСТВА	АКТИВНОСТИ	ОБРАЗОВНИ ИЗЛЕЗИ
Учениците да ги: - запознаат поголемите единици мерки за плоштина dm^2 и m^2; - претвараат поголемите единици мерки во помали.	- да мерат плоштина на фигура изразена во cm^2; - да поделат квадрат со страна со цел број сантиметри на квадратни сантиметри; - да претвараат dm и m во cm.	- изработка на модели на dm^2 и m^2; - примена на dm^2 и m^2 во решавање на практични задачи; - изразување на иста плоштина во различни единици мерки.	Учениците да ги : - препознаваат и користат единиците мерки dm^2 и m^2; - претвараат поголемите единици мерки во помали.

Квадратниот дециметар ($1dm^2$) се воведува со примена на практична работа на учениците. Имено, со примена на наставно ливче и самостојна работа, учениците добиваат квадрат со страна $10cm$ и задача истиот да го поделат, *пополнат* со квадратни сантиметри (црт. 26). Истата активност може да се реализира и со примена на групна работа со практична работа на групите со модели на квадрат, како на црт.26. Со таа активност учениците, низ практичната работа, ќе дознаат дека:

1. тоа е квадрат со страна $a = 10cm$, односно $a = 1dm$;
2. плоштината на тој квадрат е $100cm^2$.

По аналогија со квадратниот сантиметар овој квадрат се именува како 1 квадратен дециметар, што се бележи $1dm^2$ и дека $1dm^2=100cm^2$. Квадратниот метар се прикажува на цртеж на хамер или на табла, како квадрат со страна еден метар, поделен на квадратни дециметри. По аналогија со претходните единици мерки, овој квадрат се именува како квадратен метар ($1m^2$). Потоа се утврдува дека $1m^2 = 100dm^2 = 10000cm^2$.



црт. 26

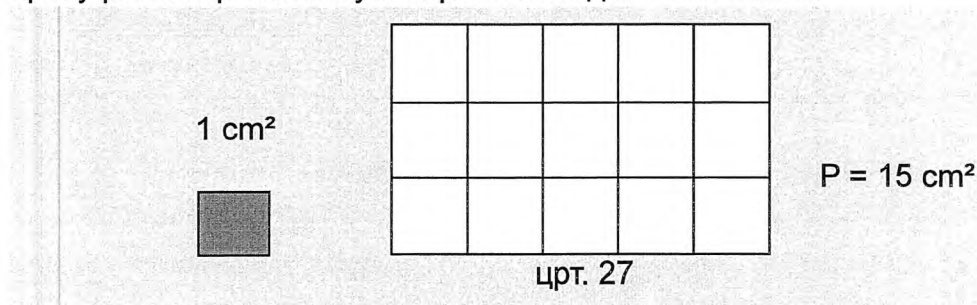
Соодносот помеѓу единиците мерки се насочува кон програмското барање - претворање на поголемите единици мерки во помали. На пример, $2\text{dm}^2 = \underline{\hspace{2cm}}\text{cm}^2$, $17\text{dm}^2 = \underline{\hspace{2cm}}\text{cm}^2$, $5\text{m}^2 = \underline{\hspace{2cm}}\text{dm}^2$, $34\text{m}^2 = \underline{\hspace{2cm}}\text{dm}^2$, $3\text{dm}^2 = \underline{\hspace{2cm}}\text{cm}^2$ и сл.

Плоштина на правоаголник

Како и во претходно наведените концепти, така и во концептот за формирање на поимот плоштина, појдовме од првично одредување на целите, активностите, предзнаењата, искуствата, како и образовните излези. Тие ги издвоивме во табеларен преглед даден во табелава.

ЦЕЛИ	ПРЕДЗНАЕЊА И ИСКУСТВА	АКТИВНОСТИ	ОБРАЗОВНИ ИЗЛЕЗИ
Учениците да: - ја научат постапката за пресметување на плоштината на правоаголник; - ја одредуваат плоштината на правоаголник според дадена формула; - ја објаснуваат формулата за пресметување на плоштината на правоаголник.	- одредување на плоштина на правоаголник поделен на cm^2; - пополнување на правоаголник со целобројни димензии со квадратчиња од 1cm^2; - својствата на правоаголникот; - димензии a и b, еднаквост на спротивните страни, прави агли.	- одредување на плоштината на правоаголник со броење на cm^2 на кои е поделен; - одредување на плоштината со броење на cm^2 само по должина; - одредување на димензиите на правоаголникот без делење на квадратчиња; - запишување на формулата за плоштина; - практична примена на формулата за плоштина во решавање на задачи.	Учениците да: - го објаснуваат начинот на пресметување на плоштина на правоаголник; - ја препознаваат, објаснуваат и практично применуваат формулата за плоштина на правоаголник; - ја определуваат плоштината на правоаголникот според формулата и ја изразуваат во соодветна единица мерка.

А. Сознајна ретроспектива → Учениците прв пат треба да применат формула за пресметување на плоштина. Сфаќањето на формулата и нејзината примена треба да се засновува на активности, кои водат кон тоа. Така, нужно е учениците да се потсетат на некои својства на правоаголникот, неговите димензии должина a и ширина b , како и за формулата за пресметување на обиколка на правоаголникот. Сепак, значајно место во актуализацијата на порано здобиените знаења треба да добијат знаењата во врска со поимот плоштина, квадратниот сантиметар (cm^2), како единица мерка за плоштина и **пополнувањето** на правоаголник со квадратни сантиметри и определувањето на неговата плоштина. Во таа насока се одвиваше воведниот дел на часот. Имено, преку разговор беа актуализирани наведените знаења.



Б. Учечко - поучувачка акција → Нашата идеја е учениците активно да учествуваат во постапката за изведување на формулата за плоштина на правоаголник, независно од формата на работа. Наставничката тоа го оствари со примена на индивидуална форма на работа, во која сите ученици на наставно ливче добија исти задачи.

Решавањето на задачите се оствари низ четири етапи, при што секоја од нив е заснована на претходната, а првата етапа е заснована на порано здобиените знаења од пополнување на правоаголник со квадратчиња од 1 cm^2 . Задачите се зададени во наставно ливче НЛП, дадено во прилог 2.

Во првата етапа, беше даден правоаголник како на црт. 27, каде учениците можат да ја одредат плоштината на правоаголникот со примена на броење на квадратчиња, што веќе го применувале во претходните активности. Учениците тоа мошне успешно го направија и запишаа дека $P = 15 \text{ cm}^2$, а димензиите се: $a = 5 \text{ cm}$ и $b = 3 \text{ cm}$.

При решавањето на задачата немеше прашања од учениците.

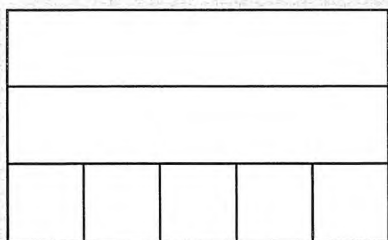
Втората етапа е нешто посложена, затоа што со квадратчиња е исполнета само должината на правоаголникот (црт. 28). За да ги упати на правилно размислување, наставничката го водеше следниов дијалог:

Н: „Ако во првиот ред има 5 квадратчиња, тогаш по колку квадратчиња ќе има во вториот и третиот ред?“

У1: „Во вториот и третиот ред има исто, по 5 квадратчиња.“

Н: „Тогаш колку вкупно квадратчиња ќе има во правоаголникот?“

У2: „Во правоаголникот има $5 + 5 + 5 = 15$ квадратчиња.“

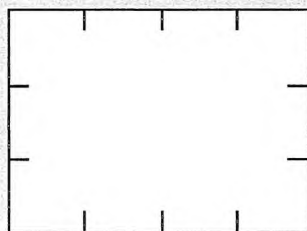


црт. 28

$$5 + 5 + 5 = 15$$

$$5 + 5 + 5 = 3 \cdot 5 = 15$$

Во третата етапа учениците треба да ги одредат димензиите на правоаголникот, зададени како на цртежот 29, односно да одредат дека должината $a = 4\text{cm}$ и ширината $b = 3\text{cm}$. Користејќи го искуството од претходната активност, учениците постапија на следниов начин:



црт. 29

$$a = 4\text{cm}$$

$$b = 3\text{cm}$$

$$P = a \cdot b$$

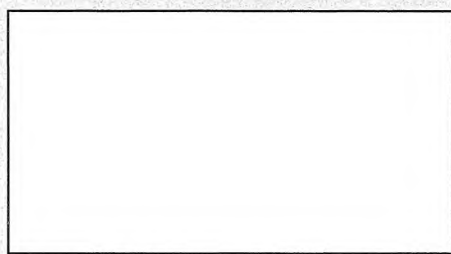
$$P = 4 \cdot 3$$

$$P = 12\text{cm}^2$$

Со тоа е утврдена постапката како се пресметува плоштината на правоаголник, ако се познати неговите димензии. Наставничката за да утврди дека тоа е разбрано, во задача 3 од учениците бараше да ја објаснат постапката. Со увидот во одговорите во наставното ливче утврдивме дека одговорите главно се сведуваа на следнава формулација:

Ги одредив димензиите a и b , ги помножив и ја добив плоштината.

Меѓутоа имаше и одговори каде учениците го поделиле правоаголникот на квадратчиња, но плоштината ја пресметале како производ од должината и ширината.



a

b

$$P = a \cdot b$$

$$P = 5 \cdot 3$$

$$P = 15\text{cm}^2$$

црт. 30

Во четвртата етапа учениците треба да ја запишат формулата за пресметување на плоштина на правоаголник, при што прво треба да ги означат димензиите a и b , да запишат како ќе ја пресметаат плоштината, а на крај да ја објаснат постапката за пресметување. (црт.30). Со поттикнувања и потсетувања на претходните случаи од страна на наставничката, учениците успешно одговорија на поставените прашања. Во следењето на работата на учениците, наставничката забележа дека кај неколку ученици недостасува одговор под а), односно не ја запишаа формулата за плоштина, иако другите одговори беа точни, таа даде дополнително упатство:

Н: „Што треба да правиме со димензиите a и b , за да ја добиеме плоштината?“

У4: „Треба да се помножат a и b .“

Н: „Ајде да го запишеме тоа на ливчето.“

У5: „Запиша на таблата $P = a \cdot b$ “

Н: „Сега вие сами најдете начин како ќе ја одредите плоштината, ако ги знаете димензиите на правоаголникот.“

Забележавме дека некои ученици го поделиле правоаголникот на

квадратчиња, како во задачата 1, а потоа ги изброиле. Меѓутоа го додаде уште и решението: $a = 5\text{cm}$, $b = 3\text{cm}$, $P = 5 \cdot 3 = 15\text{cm}^2$.

В. Сознајна перспектива → За да добие повратна информација колку успешно е совладана постапката, наставничката на учениците им зададе две задачи, од типовите:

1. Пресметај ја плоштината на правоаголник со димензии: $a = 6\text{ cm}$ и $b = 5\text{ cm}$.
2. Подот на една училница има форма на правоаголник со должина $a = 8\text{ cm}$ и ширина $b = 6\text{ cm}$. Пресметај ја плоштината на подот.

Учениците успешно ги решија наведените задачи, со што се потврдија образовните излези, дадени во табела 6. Пресметувањето на плоштина на правоаголник наоѓа примена во решавањето на задачи со содржини од секојдневниот живот. Воедно, тоа е и основа за пресметување на плоштина квадрат и квадар, затоа што квадратот е правоаголник со еднакви страни ($a = b$), а страните на квадарот се правоаголници. Изучувањето на пресметувањето на плоштина на правоаголник претставува значајна основа во совладувањето на геометриските знаења во погорните одделенија на основното училиште. Освен тоа, пресметувањето на плоштина на правоаголник има голема практична примена во секојдневниот живот, а и во техниката.

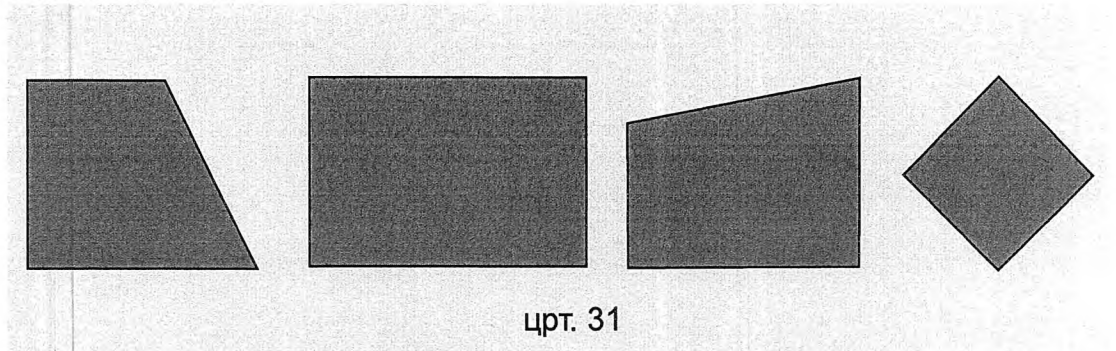
Плоштина на квадрат

Сознајниот процес во кој ќе се усвојува постапката за пресметување на плоштина на квадрат се засновува на претходно здобиените знаења за пресметување на плоштина на правоаголник, како и за својствата на квадратот. При реализацијата на овој процес треба да се обрне внимание на детерминирање на следниве компоненти: цели, активности, предзнаења и искуства, како и образовни излези.

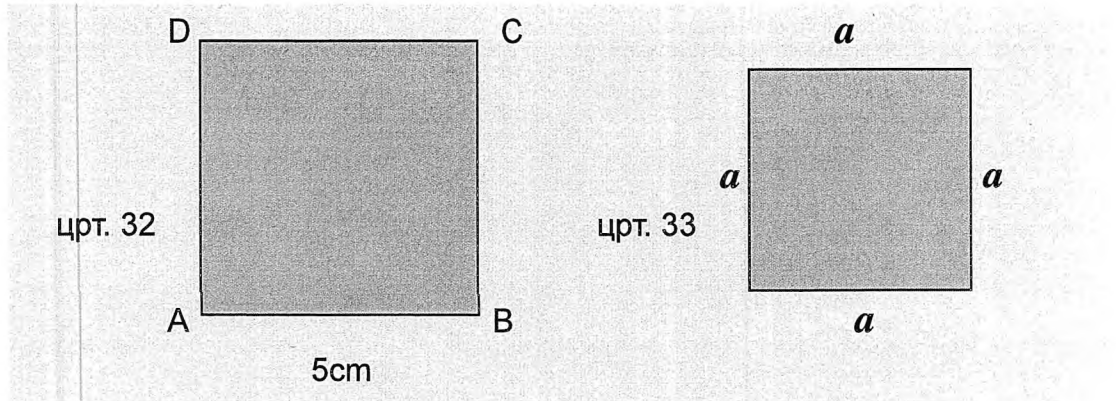
ЦЕЛИ	ПРЕДЗНАЕЊА И ИСКУСТВА	АКТИВНОСТИ	ОБРАЗОВНИ ИЗЛЕЗИ
Учениците да: - ја научат постапката за пресметување на плоштина на квадрат; - ја одредуваат плоштината на квадрат според дадена формула; - ја објаснуваат формулата за пресметување на плоштината на квадрат.	- својствата на квадратот еднакви страни и прави агли; - пресметување на обиколка на квадрат; - пресметување на плоштина на правоаголник.	- работа со модели на квадрат; - примена на формулата за пресметување на плоштина на правоаголник во решавање на задачи; - споредување на правоаголник и квадрат и сведување на квадратот на правоаголник со еднакви страни; - одредување на димензиите на квадратот; - запишување на формулата за плоштина; - практична примена на формулата за плоштина на квадрат.	Учениците да : - го објаснуваат начинот на пресметување на плоштина на квадрат; - ја препознаваат, објаснуваат и практично применуваат формулата за плоштина на квадрат; - ја определуваат плоштината на квадрат според формулата и да ја изразуваат во соодветна единица мерка; - ја разликуваат формулата за плоштина на квадрат од формулата за плоштина на правоаголник.

Во геометријата квадратот се дефинира како „правоаголник со еднакви страни“ - дефиниција со најблизок родов поим и видова одлика. Ако се појде од оваа дефиниција, тогаш формулата за плоштина на квадрат едноставно може да се изведе од формулата за плоштина на правоаголник, кога во специјален случај должината и ширината на правоаголникот се еднакви. Но, за да може тоа да се примени, потребно е да се изведе напред наведената дефиниција: „правоаголник со еднакви страни се вика квадрат“.

Тоа може да се оствари преку практична активност на учениците, каде што тие треба да утврдат во кои од повеќето дадени четириаголници сите агли се прави, односно се правоаголници, но во нив да има и квадрат, како на црт. 31.



Учениците ќе треба да направат разлика меѓу правоаголниците **Б** и **Г**, при што ќе утврдат дека во правоаголникот **Г** сите страни се еднакви, односно тој е квадрат. Така се доаѓа до дефиницијата „правоаголник со еднакви страни се вика квадрат“. Потоа на учениците им се дава задача да ја пресметаат плоштината на квадратот ABCD на црт. 32 со упатство, ако должината е еднаква на 5cm, тогаш на колку сантиметри е еднаква ширината?



Наредната задача се однесува на квадратот на црт. 33, односно,

► Запиши на што е еднаква плоштината P на квадратот на црт. 32, ако неговата страна е a . Очекуваме учениците да запишат дека

$$P = a \cdot a .$$

Повратна информација за совладувањето на постапката за

пресметување на плоштина на квадрат, од учениците ќе добиеме со решавање на следниве типови задачи:

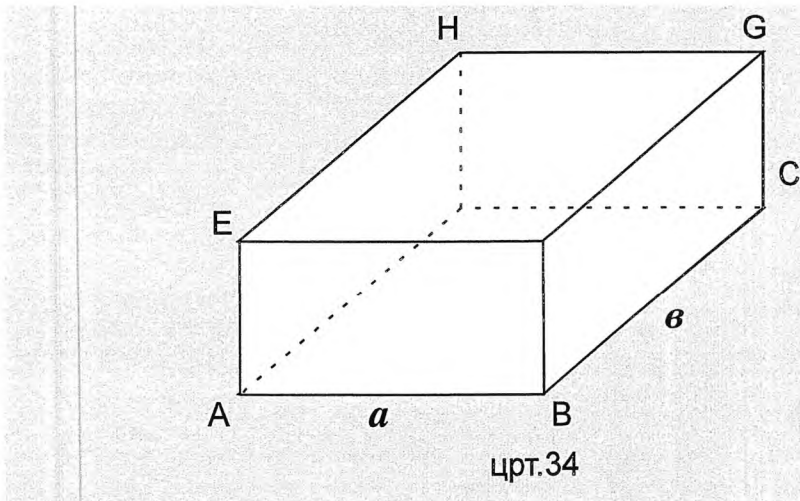
1. Пресметај ја плоштината на квадратот со страна $a = 8\text{cm}$.
2. Нива во форма на квадрат има страна 40m . Колку квадратни метри е плоштината на нивата?
3. Пресметај ја плоштината на квадрат со обиколка $O = 24\text{cm}$.

Сметаме дека со овој тип задачи, за кои очекуваме учениците успешно да ги решат, ќе дознаеме колку била успешна совладана спроведената постапка за изведување формула за плоштина на квадрат, затоа што со нив се опфатени претходно наведените образовни резултати. Знаењата стекнати при овој сознаен процес, запознавањето на формулата за пресметување на плоштина на квадрат, учениците во перспектива ќе ги применуваат при: решавање на проблеми со содржини од секојдневниот живот, како и при изведување на формулата за пресметување плоштина на коцка.

Плоштина на квадар

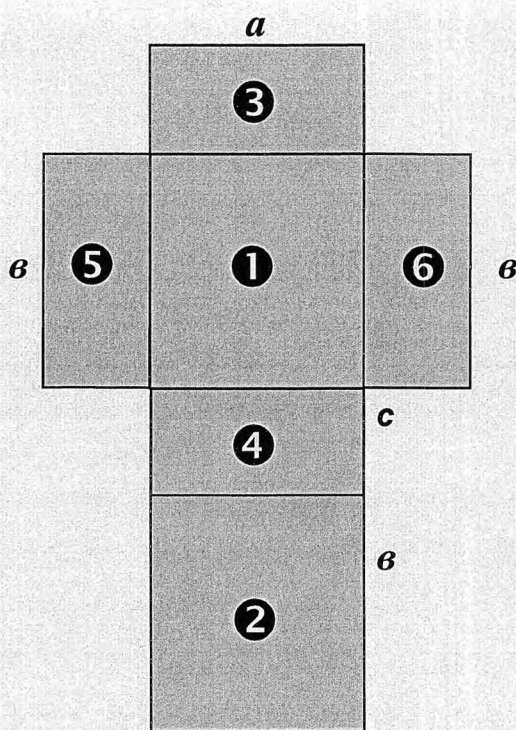
Формулата за плоштина на квадар може да се изведе со активно учество на учениците и делумно самостојна работа, доколку се направи добра ретроспектива и се идентификуваат порано здобиените знаења што се однесуваат на страните на квадарот и плоштина на правоаголник. Актуализирањето на знаењата се однесува на бројот на страните на квадарот, видот на неговите страни, релациите помеѓу спротивните страни на квадарот, плоштина на правоаголник со димензии a и b , обезбедуваат учениците сами да изведуваат заклучоци, засновани на претходно здобиените знаења и да ја сфатат формулата за плоштина на квадар. На самиот почеток треба да се одредат и следните компоненти, дадени во табела.

ЦЕЛИ	ПРЕДЗНАЕЊА И ИСКУСТВА	АКТИВНОСТИ	ОБРАЗОВНИ ИЗЛЕЗИ
Учениците треба: - да ја усвојат постапката за пресметување на плоштина на квадар; - ја одредуваат плоштината на квадар според дадена формула и да ја применуваат во решавање на задачи; - ја објаснуваат формулата за пресметување на плоштината на квадар.	- пресметување на плоштина на правоаголник; - својствата на квадарот-страните, бројот и видот, релациите меѓу нив.	- работа со модели на квадар - склопување и расклопување; - одредување на бројот и видот на страните на квадарот и релациите меѓу нив; - самостојно запишување на формулата за плоштина на квадар; - практична примена на формулата во решавање на задачи.	Учениците да: - ја препознаваат формулата за плоштина на квадар; - ја објаснуваат постапката за пресметување на плоштина на квадар; - ја применуваат формулата во решавање на разни видови задачи.



Ако се направи ретроспектива на порано здобиените знаења, ќе се дојде до сознание дека, од значење за обработка на плоштина на квадар се следниве својства на квадарот (анализа на модел - црт.34 и утврдување на бројот и видот на страните) односно:

- квадратот има шест страни;
- страните на квадратот се правоаголници (ABCD, EFGH, ADHE, BCGF, ABFE и DCGH);
- спротивните страни на квадратот се складни правоаголници;
- ако страните на правоаголникот ABCD се a и b , тогаш неговата плоштина е $P = a \cdot b$.



црт. 35

Покрај тоа, на мрежата се означуваат и димензиите - должина a , ширина b и висина c , за да може тие да се користат при запишување на формулата за плоштина на секој од правоаголниците на мрежата. Со анализа на мрежата, учениците можат да дојдат до заклучок: „ако ги пресметаме плоштините на сите правоаголници на мрежата и потоа ги собереме, ќе ја добиеме плоштината на квадратот“. Секако дека треба да се обезбеди мрежа на квадратот, со означени страните и димензиите

за секој ученик, ако со паралелката се работи фронтално или за секоја група, ако се примени групна форма на работа.

Откако е извршена анализа на мрежата се преминува на самостојна индивидуална или на самостојна групна работа на учениците. Што се очекува од учениците во оваа фаза од работата?

- За секој правоаголник да запишат на што е еднаква неговата плоштина ($P_1 = a \cdot v$, $P_2 = a \cdot v$, $P_3 = a \cdot c$, $P_4 = a \cdot c$, $P_5 = v \cdot c$ и $P_6 = v \cdot c$);
- за квадарот да запишат:
 $P = a \cdot v + a \cdot v + a \cdot c + a \cdot c + v \cdot c + v \cdot c$
(според упатството: $P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6$).

По дискусијата за формулата во однос на еднаквите собироци во неа, може да дојде до нејзино **средување** и таа да се запише:

$$P = 2 \cdot a \cdot v + 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot v \cdot c$$

или со користење на дистрибутивното својство на множењето во однос на собирањето: $P = 2 (a \cdot v + a \cdot c + v \cdot c)$. Потоа наставникот демонстрира како треба практично да се применува формулата. На пример: ► Да се пресмета плоштината на квадар со димензии: $a = 6\text{cm}$, $v = 4\text{cm}$ и $c = 3\text{cm}$.

$$\begin{aligned} a &= 6\text{cm}, \\ v &= 4\text{cm}, \\ c &= 3\text{cm} \\ P &= ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P &= 2 \cdot (a \cdot v + a \cdot c + v \cdot c) \\ P &= 2 \cdot (6 \cdot 4 + 6 \cdot 3 + 4 \cdot 3) = 2 \cdot (24 + 18 + 12) = 2 \cdot 54 \\ P &= 108\text{cm}^2. \end{aligned}$$

За осмислување на формулата за плоштина на квадар се решаваат задачи од типот:

1. Пресметај ја плоштината на квадар со димензии:

$$a = 8\text{cm}, b = 5\text{cm} \text{ и } c = 4\text{cm}.$$

Упатство: $P = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$; $P = 2 \cdot ($

2. Колку квадратни дециметри картон е употребен за да се направи кутија со форма на квадар, со димензии:

$$a = 6\text{dm}, b = 5\text{dm} \text{ и } c = 4\text{dm}?$$

Преку наведените задачи ќе се обезбеди и повратна информација за успешноста на учениците во сфаќањето на формулата за плоштина на квадар, како и потврдување на претходно наведените образовни излези.

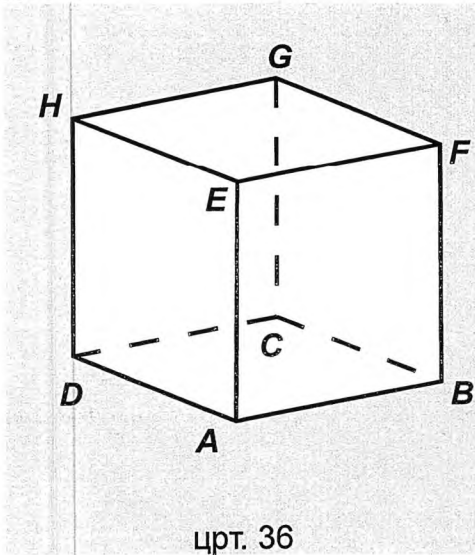
Постапката за изведување на формулата за плоштина на квадар, може да се примени при изведување на формулата за плоштина на коцка. Во натамошното математичко образование, знаењата за плоштина на квадар ќе се имплементираат и ќе претставуваат основа за проширување на знаењата за плоштина.

Плоштина на коцка

Учениците веќе се здобија со одредено искуство во изведување формула за плоштина на геометриско тело - квадарот. Имајќи ја предвид големата сличност меѓу квадарот и коцката (коцката е квадар со еднакви рабови), реално е да се очекува дека тие самостојно можат да дојдат до формулата за плоштина на коцка, користејќи ја аналогијата со постапката применета кај квадарот. Најнапред, потребно е да се одредат некои компоненти, кои ќе ги прикажеме табеларно:

ЦЕЛИ	ПРЕДЗНАЕЊА И ИСКУСТВА	АКТИВНОСТИ	ОБРАЗОВНИ ИЗЛЕЗИ
Учениците: - да ја усвојат постапката за пресметување на плоштина на коцка; - да ја одредуваат плоштината на коцка според дадена формула; - да ја објаснуваат формулата за пресметување на плоштината на коцка; - да ја применуваат формулата за плоштина на коцка во решавање на задачи;	- пресметување на плоштина на квадрат; - својствата на коцката-страните, бројот и видот	- работа со модели на коцка-склопување и расклопување; - одредување на бројот и видот на страните на коцката - самостојно запишување на формулата за плоштина на коцка; - примена на формулата во решавање на задачи од секојдневниот живот.	Учениците да: - да ја препознаваат формулат за плоштина на коцка; - ја објаснуваат постапката за пресметување плоштина на коцка; - ја применуваат формулата во решавање на разни видови задачи.

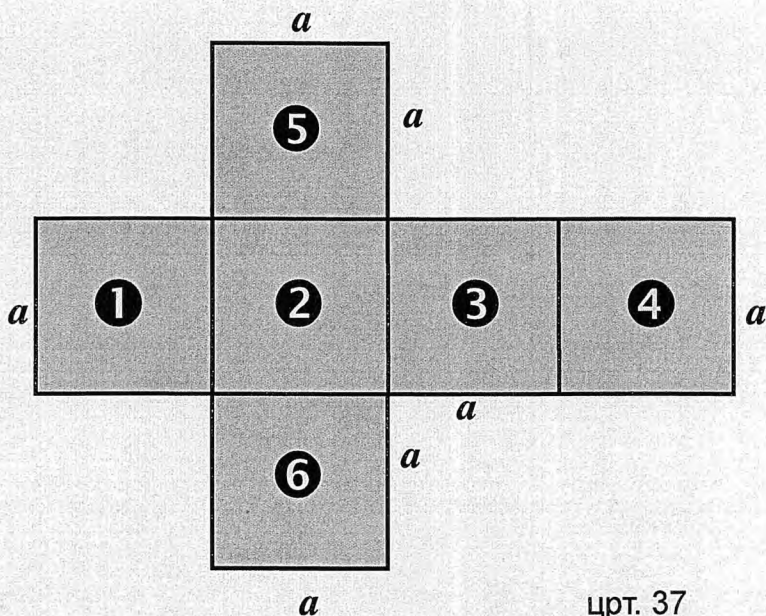
Со анализа на модел на коцка (црт. 36), учениците ќе се потсетат дека:



- коцката има шест страни;
- сите страни на коцката се квадрати;
- сите шест квадрати се складни фигури (сите имаат еднакви плоштини);
- плоштината P на квадрат со страна a се пресметува според формулата $P = a \cdot a$. На пример, ако $a = 6\text{cm}$, тогаш:

$$P = a \cdot a = 6 \cdot 6 = 36\text{cm}^2.$$

Моделот на коцка од картон се отвора и се добива мрежа на коцката. Потоа се разгледува мрежата на коцката (црт.37) со означени страни со броеви како и означени рабови со a .



црт. 37

Аналогно на постапката при изведување на формулата за плоштина на квадар, учениците ќе запишат дека:

$$P_1 = a \cdot a, P_2 = a \cdot a, P_3 = a \cdot a, P_4 = a \cdot a, P_5 = a \cdot a \text{ и } P_6 = a \cdot a$$

Очекуваме дека некои ученици веднаш ќе запишат дека

$$P = 6 \cdot a \cdot a$$

но треба да им се даде упатство да запишат дека:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6,$$

$$P = a \cdot a + a \cdot a + a \cdot a + a \cdot a + a \cdot a + a \cdot a$$

што кратко може да се запише $P = 6 \cdot a \cdot a$.

Потоа на учениците им се даваат задачи, каде директно ќе ја применат формулата. На пример:

► Пресметај ја плоштината на коцка со раб:

$$a) a = 5cm;$$

$$б) a = 8dm.$$

За осмислување на формулата за плоштина на коцка треба да се дадат задачи од типовите:

1. Колку квадратни дециметри картон е употребено за да се направи кутија со форма на коцка со раб $a = 4\text{dm}$?
2. Направена е лимена кутија со форма на коцка со раб $a = 20\text{cm}$, без капак. Колку лим е употребено за тоа?

Овие задачи ќе ни дадат и повратна информација за успешноста на учениците во сфаќањето на формулата за плоштина на коцка, како и за нејзината примена. Сметаме дека учениците ќе ги оправдаат нашите очекувања за успешноста во сфаќањето и примената на наведените знаења, а со тоа ќе се увериме во остварувањето на поставените образовни излези.

Со содржините за плоштина на коцка завршува изучувањето на мерењето во геометријата. Здобиените знаења од **Мерење во геометријата** учениците ќе ги применуваат во:

- решавање на различни типови задачи, предвидени со Наставната програма;
- примена во решавање на проблеми со содржина од секојдневниот живот;
- други наставни предмети (општотехничко образование);
- при пресметување на плоштина на други геометриски тела, што ќе ги изучуваат во натамошното образование.

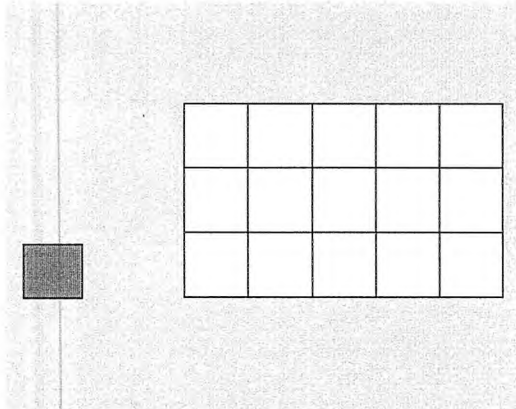
РЕФЕРЕНЦИ:

1. Ачовски, Д.,(1998), *Методика на наставата по математика, I - IV одделение*, Скопје :П.Ф. „Св. Климент Охридски“
2. Ачовски, Д., (2003), *Математика 2 за I одделение*, Скопје: Просветно дело
3. Ачовски, Д., Трајковски, М., Макашевска, В., (2004), *Математика за II одделение*, Скопје: Просветно дело
4. Бантова, М., и др., (1976), *Методика преподавания математики в начальных классах*, Москва : Просвещение
5. Despotović, R.,(1975), *Pojam dimenzije u nastavi matematike*, Matematika,br. 3
6. Јанев, И., (2004), *Математика за IV одделение*, Скопје: Табернакул
7. Компанийц, П.А., (1961), *Особености преподавания геометрии в связи с арифметикой в I - IV классах*, Москва:АПН РСФСР
8. Маджаров, А., (1971), *Формиране на началните математически понятия*, София : Народна просвета
9. Маджаров, А., и др., (1980), *Методика на обучението по математика*, София : Народна просвета
10. Malinović, T., Malinović-Jovanović, N., (2002), *Metodika nastave matematike*, Vranje: Učiteljski fakultet
11. Markovac, J., (1992), *Metodika početne nastave matematike*, Zagreb: Školska knjiga
12. Марјановић, М., (1996) *Методика математике*, Београд: Учительски факултет
13. Мотова, З.П., (1975), *Методика формирования геометрических понятий с помощью обучающих задач*, Москва: Просвещение
14. Микуновиќ, Љ., (1990), *Современ лексикон на странски зборови и изрази*, Скопје: Наша книга
15. *Наставен план и програма по математика, I - IV одделение*, (1997), Скопје: Педагошки завод на Македонија

16. *Opšta enciklopedija - matematika, Larouse*, (1973), Beograd: Vuk Karadžić,
17. *Pedagoška enciklopedija 1*, (1989), Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva
18. *Pedagoška enciklopedija 2*, (1989), Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva
19. Пышкало. А. М., (1973), *Методика обучения элементарной геометрии в начальных классах*, Москва: Просвещение
20. Радев, Р., (1970), *Начални геометрични знания*, София : Народна просвета
21. Радојевић, П., Радојевић, В., (1984), *Методика наставе математике*, Београд: Завод за уџбенике и наставна средства
22. Стефановски, Ј., (2003), *Математика 2 за I одделение*, Скопје: Алби

НАСТАВНО ЛИВЧЕ Н Л П

1. Пресметај ја плоштината на правоаголникот ABCD на цртежот:



Одговор: $P = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^2$.

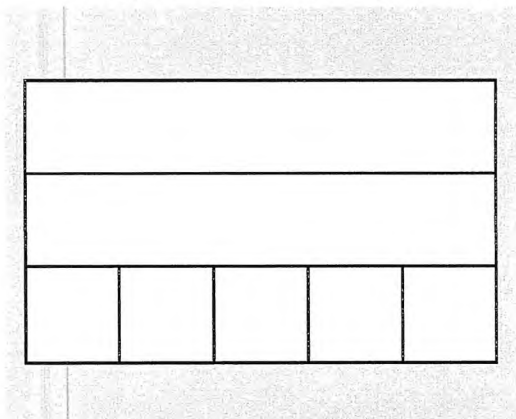
Одреди ги должините на страните AB и BC на правоаголникот.

Одговор: $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm};$

$\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}.$

- * Страната AB уште се вика должина на правоаголникот и најчесто се бележи со ***a***;
- * Страната BC уште се вика ширина на правоаголникот и најчесто се бележи со ***b***.

2. Пресметај ја плоштината на правоаголникот на цртежот. Колкави се димензиите на правоаголникот?



Одговор:

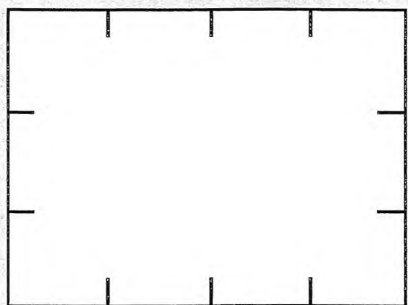
a = $\underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$

b = $\underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$

$P = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^2$

3. Пресметај ја плоштината на правоаголникот ABCD на цртежот.

Упатство: Одреди ги димензиите на правоаголникот, а потоа искористи го тоа што го дозна од претходната задача.



$a = \underline{\hspace{2cm}}$ cm; $b = \underline{\hspace{2cm}}$ cm.

Одговор: $P = \underline{\hspace{2cm}}$ cm².

Објасни како ја пресмета плоштината.

4. а) Запиши на што е еднаква плоштината на правоаголник, ако должината е a , а ширината е b .

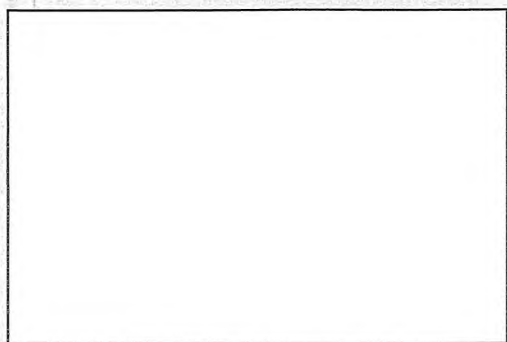
Одговор:

$P = \underline{\hspace{2cm}};$

- б) Измери ги димензиите a и b и пресметај ја плоштината.

Одговор:

$P = \underline{\hspace{1cm}} \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ cm².



- в) Дополни ја реченицата за да биде точна:

Плоштината на правоаголникот е еднаква на производот од $\underline{\hspace{2cm}}$ и $\underline{\hspace{2cm}}$ на правоаголникот.

ЗАКЛУЧНИ СОГЛЕДУВАЊА

Врз основа на парципативното набљудување на наставата од I до IV одделение во едно основно училиште, непосредните контакти со учесниците во истражувањето (учениците и наставниците), како и резултатите добиени од спроведеното интервју со наставниците, ни овозможува да ги идентификуваме можностите за примена на некои методички концепти во почетната настава по математика. Низ непосредната примена на истите во наставната практика и компарирање со досегашната теорија и практика дојдовме до неколку општи констатации:

1. Стратегијата **сознајна ретроспектива** → **учечко - поучувачка акција** → **сознајна перспектива** овозможува:

- успешна актуализација на порано здобиените знаења, која го олеснува патот до новите знаења;
- системот на активности во сознајната ретроспектива и учечко-поучувачката акција создава поволни претпоставки за активна сознајна работа на учениците, односно става акцент на оспособувањето на учениците за самостојно добивање на нови знаења, умеења и навики;
- индивидуален пристап кон секој ученик - почитување на индивидуалните способности, темпото на напредување, потребите од помош, желбата да го прикаже резултатот од својата работа и слично;
- согледување на остварувањето на образовните изрази и перспективата на новите знаења, како при добивањето на нови знаења, исто така и при практична примена на знаењата;

- поучувачката функција на наставникот дава поголем простор на самостојната работа на учениците, ја прави подемократска и попријатна работната атмосфера, ја збогатува комуникацијата меѓу наставникот и учениците, како и меѓу учениците, а особено во групната форма на работа.

2. *Практичната примена на концептите придонесува:*

- формирањето на математичките поими да се засновува на современите психолошки теории, при што се воспоставува врска помеѓу сетилното и рационалното сознание;
- сетилното сознание најчесто е поврзано со набљудување, кое создава претпоставки за активна аналитичка дејност и споредување, за опишување на воочените својства и формирање на содржајни претстави, врз основа на кои несुштествените својства на поимот се апстрахираат, а суштествените се генерализираат;
- согледувањето на еднаквоста и разликата на објектот што се изучува и некои порано изучени објекти, овозможува да се сознаат својствата - признаци, кои можат да бидат основа за дефинирање на даден поим или за класификација во рамките на еден род поими;
- за дефинирање систем во воведувањето на текстуалните задачи, почнувајќи од прости (во I одделение), преку сложени, составени од две задачи - компоненти (во II одделение), до сложени задачи составени од три и повеќе задачи - компоненти (во III и IV одделение);

- значително подобар успех на учениците во решавањето на сложени текстуални задачи, ако тие се воведени во претходно наведениот систем, а при решавањето се применува аналитичко - синтетичкиот приод и изготвувањето план за решавање на задачата;
- примена на наставни методи засновани на практични активности и истражувачка работа на учениците, што придонесува тие самостојно да доаѓаат до воопштување на некои својства на математичките поими и да изведуваат засновани заклучоци, да изведуваат геометриски формули;
- учениците можат самостојно да дојдат до дефиниции на некои математички поими, обично преку родов поим и видова одлика, кои ги утврдуваат со примена на еднаквост и разлика;
- учениците да прифаќаат умерена примена на математичката терминологија и симболика, соодветна на нивните можности;
- низ примената на концептите учениците да се оспособуваат за аналитичко - синтетичка дејност, споредување, апстрахирање и генерализирање, со што се придонесува кај нив да се развива математички стил на мислење.

ПРЕПОРАКИ И СУГЕСИИ

Од анализата на Наставната програма по математика, на некои преокти за кои стана порано збор, како и од контактите со наставниците и увидите во дневните подготовки што тие ги изготвуваат, можевме да согледаме дека се присутни одредени слабости, чие што надминување може да придонесе за поуспешна примена на концептите во наставната практика. Според нашето мислење тие треба да се земат во предвид при натамошните активности за унапредување на почетната настава по математика. Во таа смисла мошне значајно е:

- Во планирањето на наставата, при детерминирањето на средствата и активностите што треба да се применуваат во наставата, да се предвидат повеќе истражувачки активности, кои ќе ја стимулираат самостојната сознајна активност на учениците.

Средствата и активностите кои се предвидени во Наставната програма не се доволни за задоволување на потребите на наставата. Затоа укажуваме на потреба од рedefинирање на ова подрачје и нивно проширување со активности од истражувачки карактер. Покрај тоа, треба да се преземат и чекори од соодветните институции за дефинирање стандард од наставни средства и опремување на училиштата со нив.

Исто така, треба да се стимулира наставната практика за создавање на сопствен фонд од наставни средства, затоа што техничките средства со кои што располагаат училиштата (компјутери, копирапарати и сл.) тоа го овозможуваат.

- При тематското планирање на наставата да се предвидуваат посебни часови за запознавање на учениците со некои типови задачи.

Поконкретно тоа се однесува на: запознавање на учениците со проста текстуална задача, воведување на сложена текстуална задача, методички приоди во решавањето на сложени текстуални задачи (аналитички, синтетички и аналитичко - синтетички), како и решавање на равенки. Тоа ќе придонесе за подобрување на состојбите во едно од најчувствителните подрачја на почетната настава по математика, посебно од аспект на развој на мислењето на учениците.

Во таа смисла треба да се нагласи и примената на учебник, програмиран материјал и наставно ливче, како средство за самостојно здобивање на нови знаења, односно проверка на оствареноста на образовните излези.

Обидот со изготвените образовни стандарди за наставата по математика треба да го најде соодветното место во наставната практика. Со тоа ќе се избегне сегашната состојба секој наставник да дефинира и остварува сопствени стандарди.

- При микропланирањето на наставата доминантно значење да се дава на активностите на учениците, а наставникот да има улога на поучувач, консултант, соработник, координатор.

Активностите во врска со актуализација на порано здобиените знаења да се во систем со активностите предвидени за здобивање на нови знаења. Со тоа засновувањето на новите знаења на порано здобиените ја добива својата вистинска смисла.

Во планирањето на наставниот час остварувањето на поставените цели да се согледува низ добиените образовни излези. Со тоа ќе се има вистински увид за ефективностa на наставата.

ЛИТЕРАТУРА

1. Адамческа, С., (1996), *Активна настава* . Скопје: Легис
2. Адамческа, С., (1991), *Тандемската работа на учениците*, Скопје: Редакција на списанието Просветно дело
3. Ангеловска - Галевска , Н., (1998) *Квалитативни истражувања во воспитанието и образованието*, Битола: Киро Дандаро
4. Ансаров, Р., (1973), *Осовременување на наставата по математика во основното училиште во СР Македонија*, Београд: Математика
5. Ачовски, Д.,(1998), *Методика на наставата по математика, I - IV одделение*, Скопје :П.Ф. „Св. Климент Охридски“
6. Ачовски, Д.,(1991), *Вреднување на наставната програма по математика за I - IV одделение*, Скопје : магистерски труд
7. Ачовски, Д., Трајковски, М., Макашевска В., (1998), *Математика за II одделение*, Просветно дело, Скопје
8. Ачовски, Д., (2002), *Математика за I одделение - 1*, Скопје: Просветно дело
9. Ачовски, Д., (2002), *Математика за I одделение - 2*, Скопје: Просветно дело
10. Ачовски, Д., Макашевска, В., (2003), *Математика за 1+2 за I одделение - 1*, Скопје:Просветно дело
11. Ачовски,Д., Трајковски,М.,Макашевска,В.,(1998),*Работна тетратка по математика за II одделение*, Скопје:Просветно дело
12. Ачовски, Д., Макашевска В., (2004), *Збирка задачи по математика за II одделение*, Скопје: Просветно дело
13. Ачовски, Д., Макашевска В.,(2003), *Збирка задачи по математика за IV одделение*, Скопје: Алби
14. Бантова, М., и др., (1976), *Методика преподавания математики в начальных классах*, Москва : Просвещение
15. Benčić, V., Markovac, J., (1972), *Teme iz nastave matematike u I razredu osnovne škole*, Zagreb: Školska knjiga

16. Блох, А. Я., Черкасов, Р. С., (1989), *Осовремененых тенденциях*, Математика в школе, №5
17. Vognar, I., Matijević, M., (1993), *Didaktika*, Zagreb: Školska knjiga
18. Брунер, Дж., (1962), *Процесс обичения*, Москва: Просвещение
19. Брунер, Ц., (1972), *Ток когнитивног развоја*, Психологија, бр. 1-2
20. Burns, M., *The I hate mathematics book*, Cambrige: Cambrige university press
21. Вайнер, Л. Р., Столяр, А. А., (1969), *О логических блоках Дьенеша*, Математика в школе, №5
22. Вертгеймер, М., (1987), *Продуктивное мишление*, (превод од англиски), Москва: Просвещение
23. Виготски, Л. С., (1988), *Говор и мислење*, Скопје: Просветно дело
24. Вујаклија, М., (1980), *Лексикон страних речи и изрази*, Београд: Просвета
25. Галкина, О. И., (1954), *Развитие пространственных представлений у детей в начальной школе*, Москва: Просвещение
26. Галкина, О. И., (1980), *Обучения измерению и развития измерительной деятельности в начальных классах*, Москва: Просвещение
27. Гальперин, Т. Ј., (1976), *За интелектуалниот развој на детето*, Просветно дело, бр. 5-6
28. Гальперин, Т. Л., (1954), *Опыт изучения умственных действий*, Москва: АПН РСФСР
29. Ганчев, И., и др., (1981), *Международното движение за реформа на математическото образование*, София: Народна просвета
30. Ганчев, И., и др., (2002), *Методика на обучението по математика (обща част)*, Благоевград: Универзитет „Неофит Рилски“
31. Ганчев, И., (1999), *Основни учебни дејности в урока по математика*, София: Модул - 96
32. Ганчев, И., (1976), *Математика - раководство за учителя за втори клас*, София: Народна просвета

33. Gdenko, B., V., (1982), *O formizaciji matematičkih pojmova*, Nastava matematike, br.1-2
34. Дајовић, В., (1974), *О реформи наставе математике*, Настава математике, бр.1
35. Давыдов, В.В., (1966), *Возрастные возможности усвоения знаний*, Москва: Просвещение
36. Давыдов, В.В., (1964), *Об изменении содержания начального обучения*, Советская педагогика, №4
37. Дамјановски, А., (1989), *Ученикот во наставата*, Скопје: Просветно дело
38. Дејић, М., Егерић, М., (2005), *Методика наставе математике*, Јагодине: Учительски факултет
39. Депмонт, И., М., (1965), *История арифметике*, Москва: Наука
40. Despotović, R., (1975), *Pojam dimenzije u nastavi matematike*, Matematika, br.3
41. Dines, Z., Golding, N., (1969), *Les premiers pas en mathématique, Logique et sémantique*, Paris: O.C.D.L.
42. Доблин, Н., Л., Никольский, Д., М., (1983), *VI Международный конгресс по математическому образованию*, Математика в школе, №5
43. Додоне, Ж., (1976) *Надо ли учить „современой“ математике*, Математика в школе, №1
44. Эрденев, П.М., (1977), *Обучение математике в начальных классах*, Москва: Просвещение
45. Эрденев, П.М., (1970), *О некоторых вопросах дидактики математики*, Математика в школе, №4
46. Есипов, Б., П., (1961), *Самостоятельная работа учащихся на уроке*, Москва: Просвещение
47. Икрамов, Дж., (1981), *Математическая культура школьника*, Укитувчи, Ташкент
48. Илиев, Л., (1968), *Элементарная математика - арифметика*, София: Народна просвета

49. Илић - Дајовић, М., (1979), *Математика и стварност*, Настава математике, бр.1-2, стр.19-25
50. Илић - Дајовић, М., (1980), *Нека питања почетне наставе математике*, Настава математике, бр.1
51. Јанев, И., (2000), *Математика за IV оделение*, Табернакул, Скопје
52. Керамитчиева, Р.,(1990), *Развој на мислењето кај децата*, Скопје: Просветно дело
53. Колмогоров, А., Н., (1969), *Научние основы школьного курса математике*, Математика в школе, №3
54. Колмогоров, А., Н., (1969), *Натуральные числа*, Математика в школе, №3
55. Колягин, Н.М., и др., (1980), *Методика на преподаванието на математика в средното училиште*, София: Народна просвета
56. Колягин, Н.М., Луканкин, Г., Л., (1974), *Основные понятия современного курса математике*, Москва: Просвещение
57. Компанийц, П.А., (1961), *Особенности преподавания геометрии в связи с арифметикой в I - IV лкассах*, , Москва: АПН РСФСР
58. Кудрявцев, Л., Д., (1977), *Мисли о современной математике и её изучения*, Москва: Наука
59. Кудрявцев, Л., Д., (1977), *Современая математика и её обучения*, Москва: Наука
60. Крыговская, А., С., (1966), *Развитие математической деятельности учащихся и роль задач в этом развитии*, Математика в школе, №6
61. Лалчев, З., (1997), *Переходът множество - число*, София: Веда Словена
62. Лекић, Ћ., (1979), *Методологија педагошког истраживања и стваралаштва*, Београд: Завод за уџбенике и наставна средства
63. Леонтьев, А.Н., (1950), *Умственное развитие ребенка*, Москва: Просвещение

64. Маджаров, А., (1971), *Формиране на началните математически понятия*, София : Народна просвета
65. Маджаров, А., и др., (1980), *Методика на обучението по математика*, София: Народна просвета
66. Маджаров, А., Манова, А., Димитров, Д., (1997), *Методика на обучението по математика в началните класове*, Благоевград: Универзитет „Неофит Рилски“
67. Макашевска В., Ачовски, Д.,(2004), *Збирка задачи по математика за III отделение*, Скопје: Алби
68. Malinović, T., Malinović-Jovanović, N., (2002), *Metodika nastave matematike*, Vranje: Učiteljski fakultet
69. Манова, А., (1989), *Текстовите задачи в началното обучение по математика*, Благоевград: Универзитет „Неофит Рилски“
70. Манова, Н., Димитров, Д., (2000), *Методика на обучението по математика в началните класове*, Благоевград: Универзитет „Неофит Рилски“
71. Markovac, J., (1985), *Skupovni i brojevni pristup u početnoj nastavi matematike*, Pedagoški rad, br.9-10
72. Markovac, J., (1992), *Metodika početne nastave matematike*, Zagreb: Školska knjiga
73. Марјановић, М., (1996) *Методика математике*, Београд: Учительски факултет
74. Маркушевич, А.И., (1962), *Об очередных задачах преподавания математики в школе*, Математика в школе, №2
75. Маслова, Г.Г., (1977), *III Международный конгрес по математическому образованию*, Математика в школе, №4
76. *Математическая энциклопедия*, том II ,(1975), Москва: Просвещение
77. *Математичка терминологија за основно и средни училишта*, (1971), Скопје: Просветно дело
78. Махмутов, М., (1977), *Организация проблемного обучения*, Москва: Просвещение

79. Махмутов, М., (1981), *Современный урок*, Москва: Издательство Педагогика
80. Меморандум американских математиков,(1964), *Математика в школе*, № 4
81. Менчинская, Н.А., Моро,М.И.,(1962), *Пути повышения качества усвоения знаний в начальных классах*, Москва:Просвещение
82. Менчиская, Н., Моро, М., (1965), *Вопросы методики и психологии обучения арифметике в начальных классах*, Москва: Просвещение
83. Метельский, Н.В., (1982), *Дидактика математики*, Минск: Издательство БГУ
84. Метельский, Н.В., (1977), *Психолого - педагогические основания дидактики математики*, Минск: Высшая школа
85. Мицковиќ, Н., (1984), *Современите сфаќања на наставата по математика во основното училиште*, Скопје: Просветно дело
86. Миќуновиќ, Љ., (1990), *Современ лексикон на странски зборови и изрази*, Скопје: Наша книга
87. Мицковска, Г.и др.,(2001), *Постигања на учениците по македонски јазик и по математика*, Скопје: БРО
88. Монахов, В.М., (1985),*Международный конгрес по математическом образовании*, *Математика в школе*, № 5
89. Моро, М.И., Пышкало, А.М., (1975), *Методика обучения математике в I-III классах*, Москва: Просвещение
90. Моро.М., Пышкало,М., (1977),*Актуальные проблемы методики обучения математики в начальных классах*,Москва
91. Мотова, З.П., (1975), *Методика формирования геометрических понятий с помощью обучающих задач*, Москва: Просвещение
92. Mužić, V., (1986), *Metodologija pedagoškog istraživanja*, Sarajevo: Svetlost
93. *Наставен план и програма по математика, I - IV одделение*, (1997), Скопје: Министерство за образование и физичка култура, Педагошки завод на Македонија

94. Невалина, Р., (1973), *Реформа наставе математике*, Математика,бр.4
95. Neuncing, W., Sorger ,P., (1960), *Wir lernen Mathematik*, Freiburg
96. Нешков, К.,И., Семушин, А.,Д., (1971), *Функции задач в обучений*, Математика в школе,№3
97. Николић, М., (1972), *Еволуција проблема избора садржаја математичког образовања*, Математика, бр.4
98. Новакова, З.,(1993), *Усвјершенствување на обучението по математика в началните класове*, Сборник на универзитета „Св. Климент Охридски“, том 84
99. Новакова, З.,(1996), *Груповото учене по математика в началните класове*, Началное образование, №8
100. Новакова, З.,(1998), *Методика на обучението по математика в началните класове*, София: Веда Словена
101. *Opšta enciklopedija Larousse - Matematika*,(1973),Beograd:Vuk Karadžić
102. *Pedagoška enciklopedija 1*,(1989), Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva
103. *Pedagoška enciklopedija 2*,(1989), Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva
104. Penavin, V., i dr., (1972), *Modernizacija nastave matematike*, Matematika, br.1
105. Penavin, V., i dr., (1974), *Metodički priručnik za neka pitanja početne nastave matematike*, Novi Sad: Međuopštinski prosvetno - pedagoški zavod
106. Пијаже, Ж.,(1960), *Структуры математические и операторные структуры мышления*, Москва: Преподавание математики
107. Пијаже, Ж., (1988), *Развој на интелигенцијата*, Скопје:Просветно Дело
108. Пијаже, Ж., (1966), *Как дети образуют математические понятия*, Вопросы психологии, № 4

109. Попоски, К., (1997), *Психолошки основи на современата настава*, Скопје: Просветно Дело
110. Polja, G., (1966), *Kako ću riješiti matematički zadatak*, Zagreb: Školska knjiga
111. Поја, Дж., (1970), *Обучение через задач*, Математика в школе, №3
112. Poljak, V., (1980), *Didaktika*, Zagreb: Školska knjiga
113. Prešić, S., (1973), *Kako u osnovnoj školi predavati prirodne brojeve*, Matematika, br.4
114. *Проект за реализирање на наставната програма по математика за основното училиште*, (1972), Скопје: РЗУОВ
115. Потоцкий, М.В., (1963), *О педагогических основах обучения математике*, Москва: Просвещение
116. Пышкало. А. М., (1973), *Методика обучения элементарной геометрии в начальных классах*, Москва: Просвещение
117. Радев, Р., (1970), *Начални геометрични знания*, София: Народна просвета
118. Радоевиќ, П., Радоевиќ, В., (1984), *Методика наставе математике*, Београд: Завод за уџбенике и наставна средства
119. Roegers, X., (1985), *Guide mathématique de base pour l'école primaire - ensembles, logique, relations, nombres, opérations*, Bruxelles
120. Roegers, X., (1985), *Guide mathématique de base pour l'école primaire - géométrie, grandeurs, problèmes*, Bruxelles
121. Рубинштейн, С.Л., (1958), *О мышлений и путях по иселдования*, Москва: Просвещение
122. Саменов, Е.Е., (1987), *Изучаем геометрию*, Москва: Просвещение
123. *Savetovanje o početnoj nastavi matematike, održano 9 i 10 januara u Sarajevu*, (1975), Matematika, br.2 i 3
124. Семадени, З., (1979), *Современата математика при обучението на децата*, София: Народна просвета
125. Серве, В., (1967), *Аксиоматика и елементарна геометрия*, Математика в школе, Москва, № 5

126. Slavin, S., (1976), *Math for Your First - and Second grader*, New York: John Wiles & Sons ini
127. *Стандарди и постигања*, (2001), Скопје: Биро за развој на образованието
128. Стефановски, Ј., (1998), *Математика за III одделение*, Алби, Скопје
129. Стоилова, А., Пышкало, А.М., (1988), *Основы начальново курса математики*, Москва: Просвещение
130. Столяр, А. А., (1971), *Логическо въведение в математику*, Минск: Высшая школа
131. Столяр, А. А., (1976), *Педагогика на математиката*, София: Народна просвета
132. Стройк, А., (1978), *Краткий очерк историй математики*, Москва: Наука
133. Struik, D., (1963), *Abriss der geschichte der mathematik*, Berlin
134. Трайнин, Л.Я., (1961), *Основания геометрии*, Москва: Учпедгиз
135. Турхаков, М., (1976), *Озбор зарубежних материјалов в преподаваний математики*, Математика в школе, № 4
136. Forsten, Ch., (1992), *Teaching Thinking and Problem Solving in Math*, New York: Professional Books
137. Frederika i Papi, (1972), *Dijete i grafovi*, Zagreb: Školska knjiga
138. Фройндентал, Г., (1982), *Математика как педагогическа задача, I част*, Москва: Просвещение
139. Фройндентал, Г., (1982), *Математика как педагогическа задача, II част*, Москва: Просвещение
140. Хогбен, Л., (1972), *Стварање математике*, Београд: Вук Караџић
141. Целакоски, Н., (1993), *Дидактика на математика*, Скопје: Нумерус
142. Чекмарев, Я., Ф., Сингирев, Б., Т., (1962), *Методика преподавания арифметики*, Москва: Учпедгиз
143. Šimleša, P., (1955), *Metodika I*, Zagreb: Pedagoško književni zbor
144. Якиманска, И.С., (1984), *Развиващо обучение*, София: Народна просвета

СОДРЖИНА

ВОВЕД	2
<i>Прв дел:</i>	
ТЕОРЕТСКИ ПРИСТАП КОН ПРОБЛЕМОТ НА ИСТРАЖУВАЊЕ	
1. ТЕОРЕТСКИ ПРИСТАП КОН ПРОБЛЕМОТ НА ИСТРАЖУВАЊЕ	7
1.1 Методика на наставата по математика како научна дисциплина	7
1.2 Историски преглед на развојот на почетната настава по математика	10
1.3 Некои позначајни истражувања	23
1.3.1 Некои позначајни истражувања во светот	23
1.3.2 Некои позначајни истражувања во Македонија ..	36
1.4 Карактеристики на современата методика на почетната настава по математика	39
1.4.1 Цели на наставата по математика.....	40
1.4.2 За содржината на наставата по математика.....	43
1.4.3 Методи на наставата по математика.....	47
1.5 Некои сознанија за почетната настава по математика.	49
2. ЗА НЕКОИ МЕТОДИЧКИ КОНЦЕПТИ ВО ПОЧЕТНАТА НАСТАВА ПО МАТЕМАТИКА	53
Референци	65
<i>Втор дел:</i>	
ПАРТИЦИПАТИВНО НАБЉУДУВАЊЕ НА ПОЧЕТНАТА НАСТАВА ПО МАТЕМАТИКА	
<i>(емпириско истражување)</i>	
1. Значење на истражувањето	70
2. Тек на истражување	72
2.1 Избор на проблем за истражување	72
2.2 Предмет на истражување	74

2.3 Цел и задачи на истражувањето	75
2.4 Хипотези на истражувањето	76
2.5 Примерок на истражувањето	77
2.6 Карактер на истражувањето	78
3. Истражувачки техники и инструменти.....	79
4. Обработка на податоците	81

Трет дел:

**АНАЛИЗА И ИНТЕРПРЕТАЦИЈА НА РЕЗУЛТАТИТЕ ОД
ПАРТИЦИПАТИВНОТО НАБЉУДУВАЊЕ**

1. ИНТЕРПРЕТАЦИЈА НА РЕЗУЛТАТИ ОД ПАРТИЦИПАТИВНОТО НАБЉУДУВАЊЕ	83
1.1 Обезбедување пристап на теренот	83
1.2 Резултати од дескриптивното набљудување	85
1.3 Резултати од фокусираното набљудување	86
1.4 Извештај за резултатите добиени по пат на интервју..	119
2. ДИСКУСИЈА НА РЕЗУЛТАТИ ОД ПАРТИЦИПАТИВНОТО НАБЉУДУВАЊЕ	125

Четврти дел:

**МЕТОДИЧКИ КОНЦЕПТИ ВО ПОЧЕТНАТА НАСТАВА ПО
МАТЕМАТИКА**

1. КОНЦЕПТ НА ДЕСКРИПЦИЈА, АНАЛИЗА, СИНТЕЗА, СПОРЕДУВАЊЕ, АПСТРАКЦИЈА И ГЕНЕРАЛИЗАЦИЈА	140
1.1 Дескрипција	141
1.2 Анализа и синтеза	144
1.3 Споредување	148
1.4 Апстракција и генерализација.....	151
Референци	155
2. КОНЦЕПТ НА ЕДНАКВОСТ И РАЗЛИКА	157
2.1 Основи на концептот.....	157
2.2 Примена на концептот во формирањето на математичките поими	158

2.3 Практична примена на концептот	160
Правоаголник.....	161
Комутативно својство на множењето.....	166
Референци	171
Прилог 1	173
3. КОНЦЕПТ НА МАТЕМАТИЧКА ТЕРМИНОЛОГИЈА И	
СИМБОЛИКА	175
3.1 Принципи во изградување на терминологијата.....	176
3.2 Училишна математичка терминологија	177
3.3 Математичка симболика	180
3.4 Насоки за педагошка работа врз терминологијата	
и симболиката	182
Референци	186
4. КОНЦЕПТ НА НЕАРИТМЕТИЧКИ КАТЕГОРИИ	188
4.1 Историски развој на поимот природен број	188
4.2 Методички приоди при формирањето на поимот	
природен број и операциите со природни броеви	191
4.3 Зошто во почетната настава по математика со поаѓа	
од множествата	196
4.4 Воведување на поимот природен број	197
4.5 Споредување на природните броеви.....	201
4.6 Воведување на операциите со природни броеви	204
4.7 Алгебарските содржини во почетната настава по	
математика.....	208
4.8 Практична примена на концептот	211
Воведување на бројот	211
Буквата заменува број	214
Референци	218
5. ТРАНСФОРМАЦИЈА НА ТЕКСТ ВО БРОЕН ИЗРАЗ	221
5.1 Поим за математичка задача	222
5.2 Дефинирање на поимот аритметичка	
текстуална задача	222

5.3 Структура на текстуалната задача	224
5.4 Класификација на текстуалните задачи	225
5.5 Дидактичка функција на текстуалните задачи	227
5.6 Запознавање на учениците со прости текстуални задачи	230
5.7 Запознавање на учениците со сложени текстуални задачи	233
5.8 Подготовка на учениците за решавање на текстуална задача	235
5.9 Етапи во решавањето на текстуалните задачи	240
5.10 Практична примена на концептот	256
Воведување на учениците во решавање на сложена текстуална задача	258
Запознавање на учениците со синтетичкиот приод при решавањето на текстуални задачи	262
Запознавање на учениците со аналитичкиот приод при решавање на текстуални задачи	266
Референци	270
Прилог 2	272
6. КОНЦЕПТ НА КВАНТИФИКАЦИЈА НА ПРОСТОРОТ	273
6.1 Преглед на развојот на геометријата како наука	273
6.2 Геометриските содржини во почетната настава по математика	276
6.2.1 Геометриските содржини во традиционалната настава	276
6.2.2 Реформата на математичкото образование и одразот врз геометриските содржини	277
6.2.3 Појдовни основи за определување на геометри- ските содржини во наставата по математика	279
6.3 Геометриските содржини во Наставната програма по математика од I - IV одделение	284
6.3.1 Структура и содржина	284

6.3.2	Анализа на Наставната програма	287
6.3.3	Усвојување на геометриските знаења	289
6.4	Практична реализација на наставната единица: Триаголник	291
6.5	Набљудувањето и неговата функција во формирањето на геометриските поими	295
6.6	Практична реализација на наставната единица: Видови триаголници според аглите	299
6.7	Геометрискиот цртеж и неговата функција во почетната настава по математика	302
6.8	Практична реализација на наставната единица: Кружница и круг	307
	Референци	311
	Прилог 3	314
7.	КОНЦЕПТ НА МЕРЕЊЕ ВО ГЕОМЕТРИЈАТА	316
7.1	Мерење во геометријата во Наставната програма математика од I - IV одделение	317
7.2	Теориски основи на мерењето во геометријата	320
7.3	Мерење на должина	323
7.3.1	Воведување на единицата мерка сантиметар	325
7.3.2	Мерење на отсечки со линир	330
7.3.3	Воведување на останатите единици мерки за должина	333
7.4	Периметар на многуаголник	336
7.4.1	Пресметување на периметар на многуаголник	338
7.4.2	Периметар на разностран триаголник	340
7.4.3	Периметар на правоаголник	341
7.5	Мерење на плоштина	346
7.5.1	Интуитивни прифаќање на поимот плоштина од страна на учениците	349
7.5.2	Единици мерки за плоштина	353

Согледување на потребата од единица мерка за плоштина	353
Воведување на останатите единици мерки квадратен дециметар и квадратен метар	358
7.5.3 Плоштина на правоаголник	360
7.5.4 Плоштина на квадрат	364
7.5.5 Плоштина на квадар	367
7.5.6 Плоштина на коцка	371
Референци	375
Прилог 4	377
 ЗАКЛУЧНИ СОГЛЕДУВАЊА	379
ПРЕПОРАКИ И СУГЕСТИИ	382
ЛИТЕРАТУРА	384