

ФИЛОЗОФСКИ ФАКУЛТЕТ

Б Е О Г Р А Д

Уш 154

Учв. бр 12804

СЕМАНТИЧНИТЕ ПАРАДОКСИ И ОБИДИ
ЗА НИВНО РЕШАВАЊЕ

Магистерски труд

Ментор

Проф. д-р Светлана Њазева-Адамовић

Кандидат

Виолета Панзова

Београд, октомври 1981 год.



У В О Д

Парадоксите ги вознемирија уште античките мислителите и од тоа време ни останала нерешени: "лажецот", "ќелавиот", "рогатиот", "сорит" итн. Преданијата говорат дека стоикот Хризип посветил четири книги на анализата на парадоксот "лажец", Диодор Кронос умрел од огорченост и незадоволство поради неуспешните обиди за негово решавање, а епитафот на Филет Коски гласел: "Го уби "лажецот"".

Учењата за *Insolubilibili*-те завземаа значаен дел на логичките истражувања во средниот век. Некои од решенијата на познатите филозофи и логичари од овој период Алберт Саксонски, Вилијам Окам, Буридан, Стефан од Монте и др. потсеќаат на современите приоди - забрана на самореферентните искази, концепцијата за хиерархија на јазикот итн.

Познато е дека парадоксите им зададоа многу тешкотии и на логичарите и математичарите од поново време. Кон крајот на XIX и почетокот на XX век тие повторно ^{сериозно} скренуваат на себе особено внимание, продираат во две егзактни дисциплини: математиката и логиката. Парадоксот на Расел внесува неспокојство во филозофската и математичката мисла затоа што ги потресе основите не само на теоријата на множествата, а со тоа и на математиката, туку и на самата логика.

Во постскриптот на "*Grundgesetze der Arithmetik*" Фреге напиша: "Веројатно најлоша работа што може да му се случи на научникот писател е доведувањето во прашање на една од основите на неговата конструкција

тогаш кога тој го завршил своето дело"¹. Повод беше писмото на младиот Расел со кое го извести, веќе познатиот Фреге, дека во основата на неговиот систем лежи таканаречениот парадокс "класата на сите класи" и го загрозува целиот систем.

Посебното интересирање за проблемите на јазикот во нашиов век, неговото наметнување за предмет на логичните истражувања честопати се доведува во врска со појавувањето на парадоксите и потребата за надминување на овие тешкотии.

Со хронолошкото прикажување на извесни приоди кон одреден вид, имено семантичките парадокси, ќе се обидам да иследам дали постојат и ако постојат кои се заедничките моменти во различните обиди за нивно решавање, како и тоа какво влијание извршиле врз развитокот на филозофската и научната мисла консеквенциите во кои воделе секое од нив и сите заедно воопшто.

Предметот на логиката бил најразлично одредуван, па Бохенски вели дека таа, после филозофијата, има најмногу определби. Меѓутоа, употребата на терминот логика дури и во неговото популарно значење обврзува на доследност и непротивречност. Оттука, е разбирливо возбудувањето предизвикано од појавувањето на парадоксни ситуации токму во логиката, особено кога до тоа доведува следењето и почитувањето на нејзините упатства и норми. Такви состојби во логиката, а соодветно и во науката настануваат кога од вистинити или претпоставени како вистинити премиси а со помош на нејзините правила се изведуваат искази противречни еден на друг.

1. G. Frege. *Grundgesetze der Arithmetik, begriffsschriftlich abgeleitet*. Jena, vol I 1893, 254 p. vol II 1903, 265 p.

Чу е јасно!

Изворното значење на зборот парадокс (Παρά - против и δοξος - мислење) е нешто необично, неочекувано, што се разидува со општоприфатените гледишта или дури и со здравиот разум. До такви тврдења, пак, се доаѓа со правилно формално логичко расудување, а тие не упатуваат на взаемно исклучувачки резултати или вредности кои се под еднакво прифатливи, а со тоа не можат да се вбројат ниту во вистинити ниту во лажни. Аргументацијата, споменав, е сосема исправна и во друг контекст таа не доведува до таква тешкотија. (?)

две вистинити
или противречни
сржа на друга!

и тоа не
може да
биде
се случува
со законите
на искар.
норми.)

пошироко
на логичките
привира доведува
до манипулација
на само лог.
привира
со која се
наведува
логичките,
и - е.
мислата!
но - врз
логичките!

Честопати во својство на синоним се употребува терминот антиномија (од ἀντι - противставеност и νόμος - закон) - противречност во законите, исказите, заклучоците, од кои секој од нив е издржано да биде прифатен, но тие се противречни меѓу себе, а од тоа произлегува дека не можат да бидат допуштени заедно. Антиномиите во логиката, како типични за овој вид тешкотија од која излезот е неизвесен се состојат од пар противречни искази, при што едниот следува од другиот. (?)

Понекогаш² се наведува дека логичките антиномии се екстремни форми на парадоксите а се изразуваат во привидна еквиваленција на два исказа, од кои едниот е негација на другиот.

Френкел и Бар-Хилел³ говорат за антиномии, а терминот парадокс го воведуваат со специјална намена, имено кога расправаат за теоријата на Кари, зошто, според нив, "антиномија" не е применлив на логики кои не содржат негација како и на поливалентните логики.

2. J. Heijenoort, *Logical Paradoxes*. The Encyclopedia of Philosophy v 5, New York, The Macmillan Company and The Free Press London, Collier - Macmillan Limited 1967 p.45

3. А. Френкел и И. Бар-Хилел, Основния теории множеств. Москва, "Наука", 1967, стр. 236

Треба да се спомене што одреден вид на вакви безизлезни ситуации кај филозофите на стариот свет биле изразувани во форма на познатите апории (Зенон). Стјашкин⁴ вели дека апориите, во извесен степен одговараат на логичките парадокси, но тие се однесуваат на поими како: движење, простор, време итн., додека парадоксите на мегарците имаат чисто логички карактер. Се чини неопходно да се каже дека тешкотиите извесни како апории не ги содржат самите феномени во себе туку обидот тие логички да се изразат.

Во историјата на филозофијата покрај другите, познати се и Кантовите антиномии, но тие се однесуваат повеќе на епистемолошки отколку на логички проблеми.

Постојат гледишта според кои⁵ антиномијата е пар на противречни искази, а парадоксот изразува тешкотија која се случува внатре во исказот, најчесто при обидот тој нешто самиот за себе да изрази, од што произлегува тој да биде и вистинит и лажен.

Со прифаќањето на терминот парадокс за понатамошна употреба мислам дека се запазува веќе спомнатата специфичност на оние тешкотии кои се познати како семантички парадокси, а се од посебен интерес овде.

Логичката литература обилува со различни приоди кон парадоксите. Тие биле предмет на многу расправи, а соодветно и на многу поделби и групирања. Коментирајќи го Ричардовиот парадокс Пеано во "*Rivizita di Mathematika*" 1906 год. заклучува дека тој не се однесува на математиката

4. Н.И. Стјашкин, Формирование математической логики. Москва, "Наука", 1967, стр. 63

5. Ј. Јосифовски и М. Илиевски, Логика за III клас гимназија. Скопје, "Просветно дело" 1976, стр. 166

и логиката туну на лингвистиката. Пеановиот критериум за дистинкција на парадоксите го развива Ремзи⁶ и ги дели во две групи:

A. Парадокси на теоријата на множествата

1. Класата на сите класи кои не се содржат себе си како елемент
2. Релација меѓу две релации, кога едната од нив не се наоѓа во таа релација према другата
3. *Burali-Forti*-ев парадокс

B. Семантички парадокси

1. Лажецот
2. Најмал цел број кој не може да се именува со помалку од 28 слога⁷
3. Најмал реден број кој не може да се дефинира
4. *Richard*-ов парадокс
5. *Weyl*-ов парадокс⁸

Парадоксите од групата A се однесуваат или се појавуваат во логичките и математичките системи и содржат само логички или математички термини како: класа, својство, број итн. Тие сигнализираат дека нешто не е во ред со логиката и математиката. Оние кои се однесуваат на

6. *F.P. Ramsey, The Foundations of Mathematics and other Logical Essays* London, Routledge and Kegan Paul LTD. 1931, p.20

7. Нај Ремзи овој парадокс е формулиран на англиски и гласи: *The least integer not namable in fewer than nineteen syllables*

8. *E.W. Beth, Les fondements logique des mathematiques. Paris - Louvain, 1951* p. 241, наведува и опишува дванаесет видови парадокси. Во литературата се среќаваат различни формулации на горе споменатите парадокси и под разни имиња. Повеќето од нив ќе се споменуваат понатаму во текстот, заради што овде се воздржувам од единствено формулирање

групата Б не можат да се изразат само во споменатите термини, за нив е карактеристично повикување на мислата, јазикот, односно поими како што се: вистина, дефинирливост, именливост итн. Ако ваквата претпоставка стои, тогаш последните не би биле релевантни за математиката и логиката, ако под логика се подразбира симболички систем, иако би биле значајни за логиката сфатена како анализа на мислата. Но некои гледишта, кои ќе бидат изнесени подоцна очигледно ќе го побиваат овој став. Од друга страна, покажано е дека постојат парадокси кои содржат и математички и поими кои се однесуваат на јазикот, па математичарите ги занемаруваат тврдејќи дека дефектот е во лингвистичките елементи, а лингвистите ги отфрлаат од спротивните разлози, но тие остануваат како такви.

Самиот Ремзи признава дека ставот во однос на парадоксите од групата Б е превземен од Пеано, но не се согласува со него тие да се отфрлат. Она што Пеано го нарече лингвистика, тој предпочитува да се вика епистемологија за која овие парадокси се карактеристични.

Ремзиевата поделба станува скоро општоприфатена. Меѓутоа, понекогаш се прават забелешки не толку на самото групирање одколку на нивното карактеризирање. Така, се смета⁹ дека семантичките поими имаат добиено соодветно прецизни дефиниции во термините на теоријата на множествата, а пак систематски се решаваат, меѓу другото, со дистинкции на нивоа на јазикот при што се користени термини за кои тешко може да се одрече дека се логички. Ако се спореди Тарскиевото решение на "лажецот" и Раселовото решение на парадоксот именуван по него, се вели понатаму, изгледа тешко да се зацрта остра граница меѓу нив зашто и во двата случаја се работи за прочистена логичка и теоретско-множествена интуиција.

9. Heijenoort, Цит. статија, стр. 49

Се забележува дека Рамзиевата дистинкција имала своја издржаност кога парадоксите биле поврзани со обичниот јазик, но со развитокот на семантиката, нејзиното формализирање и аксиоматизирање, при што фундаменталните поими се дефинирани во термините на теоријата на множества-та, таа тешко може да се одржи. Меѓутоа, фактот дека и покрај обидите да се постават општи барања за одбрана од парадоксите, од типот на Раселовата порака за почитување на принципот *circulus vitiosus*, не е најден универзален метод за елиминирање на сите видови парадокси и само на нив, говори дека е сочувана извесна специфика, во духот на Горната поделба, која овде ќе биде запазена. Имено интересот ќе биде насочен на семантичките парадокси, но од оправданоста на некои од горенаведените аргументи, допирањето со останатите парадокси се покажува неизбежно.

ПАРАДОКСИТЕ НА СТАРИОТ СВЕТ

Парадоксите "лажец", "ќелавиот", "рогатиот", "сорит" и др. се врзуваат за имињата на претставниците на Мегарската школа. Во формулацијата на "лажецот" се споменува Епименид од Крит (околу 600 години п.не.): "Епименид критјанинот вели дека сите критјани лажат", од каде и верувањата оти овој е негова творба. Обично се смета дека Евбулид во многубројните расправи во форма на прашања ги изнесувал своите игри со зборови, како онаа со роговите и ги збунувал соговорниците. Диоген Ларције вели оти доказите познати како "покриениот" и "рогатиот" ги открил Диодор Кронос ученик на Аполоние Кронос, а овој на Евбулид. Според традицијата Диодор бил на прием кај кралот Птоломеј Сотер, каде Стилпон му поставил еден вид ваква загатка, но бидејќи не можел веднаш да ја реши кралот му го дал прекарот "Кронос". Тој ја напуштил забавата, напишал мала логичка расправа за тој проблем и набрзо животот го завршил во малодушност. Овие загатки им задавале главоболки и на другите мислителите од ова време, но немале вака трагичен ефект како овде и веќе споменатиот Филет од Кос.

Според В. и М. Нил мегарците го концентрирале своето внимание на Зеноновата дијалектика и секојдневните судири во процесот на дијалогот, кои се предмет на она што Платон и Аристотел го нарекуваат еристика. Ваквото гледиште го поткрепуваат со специфичноста на обликувањето на нивните аргументи. Евклид, незнатно постариот современик на Платон се посветил на учењето на Парменид, а Диодор Кронс ги конструирал аргументите против можноста за движење. Меѓу повеќето придонеси на мегарците за развитокот на логиката се споменуваат следниве три: 1. откривање на неколку

интересни парадокси; 2. преиспитување на модалните поими; 3. теоретска расправа за природата на кондиционалните искази.

Соодветно на толкувањата кои се дадени од различни мислители на подоцнежната антика, изгледа дека од седумте парадокси кои се среќаваат кај мегарците, некои се варијанти едни на други, па нивниот број се све-дува на следниве четири вида:

1. "Лажецот" - Човек вели дека лаже. Дали тој зборува вистина или лаже?

2. "Покриениот" или "Електра" - Вие велите дека го знаете вашиот брат. Но човекот кој доаѓа во моментот со покриена глава е вашиот брат и вие не го знаете него.

3. "Ќелавиот" или "сорит" - Ќе речете ли дека човекот што има само едно влакно е ќелав? Да... Тогаш, каде ќе ја зацртате границата?

4. "Рогатиот" - Она што не сте го изгубиле го имате. Но не сте изгубиле рогови, следува вие имате рогови.

Парадоксите од првиот вид ја покажуваат необичноста на обидот да се направи исказ кој ќе може нешто да каже за својата вредност на вистинитост, вистинит или лажен. Оние од вториот вид го покренуваат прашањето околу различната употреба на некои зборови, во овој случај "знае" и особеноста на претпоставката ако x е идентичен со y , се што може да се рече вистинито за x , може исто така да се рече вистинито за y . Парадоксите од третиот вид ја откриваат двосмисленоста, неодредената употреба на значењето на некои секојдневни изрази, а пак оние од четвртиот тип покажуваат дека исказот: "Вие немате изгубено рогови" претпоставува што "некогаш сте имале рогови". Такви тврдења можат да бидат прифатени, но

со ограничување или сосема да бидат отфрлени.

Нилови¹⁰ велат дека сите посочени примери на парадокси се интересни и е неверојатно што Евбулид ги измислил сосема без потреба, како тврди традицијата. Веројатно тие требало да послужат како илустрации на некои тези на мегарската филозофија, но од причини што не можеме да го реконструираме контекстот на дебатите во кои тие се дадени, овој проблем останува отворен. Овој дел на мегарското учење, иако доаѓа до нас, сигурно доста изобличен, имал интересен ефект врз подоцнежната историја на логиката.

Ова група на парадокси, вели Бохенски¹¹, е разгледувана во стоичкото учење, а кон нив биле додадени и други. Од тие може да се споменат следниве:

1. Човек не е Сократ. Сократ е човек. Следува - Сократ не е Сократ.
2. Оној кој е во Атина, не е во Мегара. Некој човек е во Атина, значи - нема човек во Мегара.
3. Крокодилот ѝ го зема бебето на жената и ѝ вели дека ќе ѝ го врати ако таа точно одговори на неговото прашање кое гласи: "Ќе го вратам ли јас детето назад?" Жената одговара - не. Тогаш двајцата можат да изведат заклучок по своја желба. Крокодилот, ако одговорот е точен не може да го врати детето според вистината, ако е лажен соодветно на договорот. Жената пак од спротивните разлози.

Парадоксите на античките мислителите имаат извесно историско значење зошто биле предмет на повеќе студии во средниот век.

10. W. and M. Kneale, *The Development of Logic*.
Oxford, at The Clarendon Press. 1962, p. 114

11. I.M. Bochenski, *Ancient Formal Logic*. Amsterdam, North-Holland
Publishing Company, 1957, pp 100-101

Но, покрај парадоксот "сорит" кој е поврзан со проблемот на континуумот, од посебен логички интерес е само "лажецот". Овој парадокс изгледа не му бил познат на Платон, не се среќава во неговите дела. Првпат е цитиран, во една своја верзија, во "За софистичните побивања" на Аристотел. Според изворите изгледа дека тој се споменува уште во "Никомахова етика", но тоа место подоцна било преформулирано. Денес многу малку се знае за обидите за решавање на парадоксите во антиката. Единствен текст кој го имаме е оној на Аристотел. Тој "лажецот" го вбројува во грешки кои настануваат со употребата на зборови со, или без квалификација: "Ако е невозможно контрарните, и контрадикторните спротивности, ѝ тврдење (афирмација) и одрекување (негација) апсолутно да и припаѓаат на иста ствар, ништо не пречи и едната и другата (од тие спротивности) да припаѓа во исто време на таа ствар во извесен поглед, или во извесен однос или на извесен начин, или една од нив да припаѓа во извесен поглед, а другата во апсолутна смисла. Од тоа произлегува што ако едната (од тие спротивности) и припаѓа на стварта апсолутно, а другата во извесен поглед, тогаш уште нема побивање¹².

Во духот на цитираното, Аристотел понатаму се прашува дали е можно ист човек во исто време вистинито и лажно да се заколне, па одговара: "Но ништо не стои на патот еден говор да биде лажен во апсолутна смисла, а вистинит во извесен поглед, или за една поединечна ствар ..."¹³

Ако овој текст е автентичен, очигледно е дека Аристотел не можел да излезе на крај со разгледуваниот парадокс. Саламуха¹⁴ смета дека ова е

12. *Aristotel, Organon. Beograd, "Kultura" 1965, str. 635-636*

13. Исто, стр. 636

14. *J. Salamucha, Pojawienie sie zagadnien antynominalnych na gruncie logiki sredniowiecznej. Przegląd Filozoficzny, 1937, 40, s. 68-88; s. 320-343*

повеќе поставување на проблемот и тоа доста нејасно, отколку одредено решение. Аристотеловиот текст бил потстрек на многубројните средновековни интересирања за овој проблем, а општиот метод кој тој го предлага за надминување на овој вид тешкотија не може едноставно да се примени на споменатиот парадокс.

Во врска со овој парадокс се споменуваат имињата на Теофраст и Хризип. Се смета дека Теофраст напишал три книги за "лажецот", кои се изгубени, а списокот на трудовите на Хризип содржел најмалку шест наслови со четири книги кои се однесуваат на него. Ристов¹⁵ изнесува претпоставка дека решението на Теофраст одело на линија на временско разграничување. Квалификацијата "вистинит" или "лажен" изречена во основниот исказ би се однесувала не на него самиот, туку на непосредно претходниот исказ.

Меѓу папирусите откриени во Херкуланум се наоѓаат фрагменти од Хризиповата *Λογικὰ Ζητήματα*. Еден од нив се однесува на парадоксот "лажец". Во него тој го отфрла решението на Аристотел и она кое се претпоставува дека му припаѓа на Теофраст, па смета дека парадоксниот исказ не е исказ воопшто, но тоа гледиште овде не е развиено и образложено.

Овој став Ристов го развива во насока на гледиштата кои парадоксните изрази ги сметаат за бесмислени па ги отфрлаат, но Саламуха смета дека ваквиот приод е недоволно аргументиран, зошто фрагментот на кој се базира е многу краток и нејасен. Сепак, се чини дека споменатото решение на Хризип му создало опозиција во самата стоичка логика.

Од коментаторите на Аристотел треба да се спомене Александар Афродизиски и неговиот коментар на "Топика".

15 A. Rüstow, *Der Lügner, Theorie, Geschichte und Auflösung*. Leipzig, 1910, ss. 54-55

Ставот на Аристотел од ова дело, според кој не може да се прифати нешто чие прифаќање повлекува со себе противречност, Афродизиски го поврзува со парадоксот "лажец" и вели дека "јас лажам" не може да биде исказ, зошто ако е тоа, ќе биде истовремено и вистинит и лажен, што е недопуштиво, зошто е противречно¹⁶. Во овој случај би требало да се одрече дека секој исказ е или само вистинит или само лажен, затоа што ако било која од овие две можности се прифати, од неа произлегува спротивната. Да претпоставиме дека "јас лажам" е вистинит, од тоа следува дека оној што говори, лаже. Ако пак лаже, тогаш вели вистина, зошто лаже оној кој вели лаже и затоа говори вистина.

Според Саламуха Александар Афродизиски го изнесува гледиштето на Хризип, не споменувајќи го неговиот автор, но нема индикации дека самиот го сметал ова решение за исправно. Историски гледано овој пристап е значаен од следниве моменти:

1. Првпат овој парадокс е добро развиен и јасно е согледана тешкотијата од повратното значење на реченицата.

2. Основниот исказ е даден во, дотогаш непозната формулација: "Јас лажам", која подоцна често ќе се споменува

Решението сугерирано од Аристотел многу подоцна го развива Михаил од Ефес во коментарот на "Софистичките побивања". "Она што е во извесен однос такво, а во друга смисла инакво, не е просто вистинито, а под извесни околности пак лажно, ниту е пак лажно, а под извесни околности вистинито, но во извесен поглед значи истовремено и лажно и вистинито. Дали се случува некој истовремено да говори и вистина и лага? Не. Но, оној што вели "јас лажам" истовремено и лаже и зборува вистина"¹⁷

16. Толкувањето е според фрагментите кои се приложени во цитираната статија на Саламуха, стр. 77

17. Исто, стр. 78

Извесното отклонување од Аристотел се состои во тоа што тука основниот исказ се зема во извесна смисла, а не просто лажен. Овде се среќава и онаа формулација која ја споменува Александар Арфодизиски со забелешка дека некои ја користат неа како аргумент за побивање на принципот на непротивречноста.¹

Од недостатноста на изворите и краткоста или оштетеноста на оние кои се останати, обидите за реконструкција на решенијата на парадоксите во антиката секогаш содржат значителна доза на несигурност. Дури нема индикации и за нивно единствено формулирање. Според подоцнежните прикази формулациите на, меѓу нив најпознатиот "лажец", Бохенски ги групира во три групи:¹⁸

1. Цицерон и Гелиус го изразуваат парадоксот во едно прашање: "Ако некој искрено каже дека лаже, дали тој лаже?"

2. Св. Павле - "Критјанинот вели дека сите критјани секогаш лажат."

3. Во текстови од позрелиот период на Цицерон тој се формулира на следниот начин: "Ако речеш дека лажеш и тоа точно го велиш, ти лажеш." Од ова некои подоцнежни мислителите ќе го изведат спротивното: "Ако велиш дека лажеш и ти лажеш, говориш вистина".

Парадоксите на античките мислителите веројатно преку арапската филозофија продираат во средновековната логика.

18. J.M. Bochenski, *Ancient Formal Logic*, p. 102

INSOLUBILII-ТЕ НА СРЕДНОВЕКОВНАТА ЛОГИКА

Парадоксите од типот на "лажецот" биле познати уште во XII век, но интензивната разработка на оваа проблематика паѓа во периодот од XIV-XV век, кога за нив се пишуваат посебни трактати *De insolubilibus*, кои, како вели Стјашкин, сведочат за високиот ниво на логичките истражувања во ова време.

Во почетокот средновековните мислителци го разгледувале споменатиот парадокс во коментарите на "Софистичките побивања" или во парафразите по друг повод на познатото место од текстот на Стагиритот.

Алберт фон Болштед - Велики го опишува него во својот коментар на следниот начин: "... Слично е и во оној заклучок во кој се изведува дека се случува така што исто лице во исто време и лаже и вели вистина. Зошто да претпоставиме дека ќе рече: "Јас лажам" и ќе излаже, во извесна смисла говори вистина, а така велејќи лаже, Овие нешта се случуваат заедно и не се противречни. Бидејќи во такви паралогизми не е лесно да се забележи на кој начин овие противречности се однесуваат на исто, имено дали двете во извесна смисла или двете апсолутно, или едната во извесен однос, а другата апсолутно, или пак обратно, тешко е да се заклучи дали постои противречност. Но ништо не пречи истата личност во исто време да говори просто лажно, а некако (во извесна смисла) вистинито и ништо не овозможува некој во извесна смисла да говори вистина, а непосредно - лажност"¹⁹.

Според Саламуха, покрај тоа што текстот претставува парафраза на Аристотел сепак очигледно се забележливи следниве отклонувања:

19. Цитатот е поред фрагментите од оригиналниот текст даден кај Саламуха, стр. 75.

1. Решението сугерирано од Аристотел е појасно формулирано.

Основниот исказ е едноставно лажен, а во извесен однос вистинит, што е незнатна измена која може и да не биде забележана.

2. Појасна е и формулацијата на самата тешкотија: "Некој вели "лажам" и притоа искажува лажна реченица". Во вториов случај сосема е отклонет парадоксниот карактер на исказот со тоа што јасно е отфрлена само-референтноста на реченицата "јас лажам" сооднесувајќи го кажаното на другиот, непосредно потоа исказ. Очигледно е што ако вториот е лажен, тогаш првиот е вистинит и обратно, но ова веќе не содржи таква тешкотија, освен ако втората реченица нема специфична структура. Изнесеново гледиште во многу потсеќа на решението за кое се смета дека му припаѓа на Теофраст, но не е сосема идентично.

Изворот на тешкотијата значи е во реченицата "јас лажам", така што формулацијата потсеќа на онаа од Александар Афродизиски. Се наметнува прашањето дали Алберт Велики го знаел коментарот на "Топика" од Афродизиски или пак оној на "Софистичките побивања", а со тоа и како допира овој проблем во средновековието, особено ако се знае дека повеќето мислителите од овој период не го познавале грчкиот јазик за да ги користат оригиналните извори. Исто така познато е што коментарот на Александар Афродизиски е преведен на латински во XVI век, како и коментарот на "Софистичките побивања". Саламуха допушта мала веројатност Алберт Велики да дошол до истата формулација како и Афродизиски, независно од него.

Теоретски, вели Саламуха, е возможно и тоа Алберт Велики да имал преводи на фрагменти од овие коментари за лична употреба ако се има предвид неговата сериозност и интересот за Аристотеловите текстови.

Постојат толкувања дека Алберт Велики бил запознат со формулацијата на "лажецот" од Афродизиски преку арапскиот филозоф Ал Фараби. Но исто така е проблем дали Ал Фараби ги знаел коментарите на Афродизиски на "Топика". Коментарот на "Софистичките побивања" не можел да го знае, зошто не постоел во тоа време. Посебен проблем е и тоа дали Алберт Велики ги познавал делата на овој арапски филозоф.

Значајни дела за ова проблематика на Ал Фараби се: "Големиот" и "Малиот логички компендиум". Треба да се спомене дека не постои на арапски ниту коментарот на Аристотеловите "Софистички побивања" ниту самостојната разработка на ова проблематика (нема ни печатен текст ни ракопис, ниту пак латински превод). Единствено се сочувани два некомплетни ракописи, еврејски превод од логичкиот компендиум²⁰.

Во текстовите, вели Саламуха, постојат некои моменти кои одат во прилог на тоа дека Алберт Велики ги знаел трудовите на Ал Фараби - двапати се повикува на логиката на споменатиот филозоф во уводните размислувања на својот коментар кон Аристотеловите "Софистички побивања"²¹. Навистина тие во своето општо тематизирање не внесуваат ништо суштински нов за проблемот, но ја зголемуваат веројатноста за постоењето на некаков латински превод на логиката на Ал Фараби. Во прилог на ова гледиште се наведува и следниот факт: Авероес во коментарот на "Аналитика втора" споменува дека Ал Фараби ја поделил логиката на два основни дела - за дефиницијата и за расудувањето, но се спротивставува на ваквото делење сметајќи оти не може да се оформи општа теорија на дефиницијата. Авицена исто така говори за ова поделба но се однесува кон неа со резерва. Алберт Велики²²

20. Упатувам на фрагментите дадени кај Саламуха и неговите коментари стр. 82-83

21. Овие текстови не ги споменува Прантл.

22. *Salamucha*, цит. стат., стр. 56

потцртува дека и Авероес и Авицена зборуваат за споменатото делење на логиката, но со сигурност тврди оти тоа го направил Ал Фараби од што се неметнува заклучокот дека нему му била позната логиката на овој мислител.

Кај Авероес и Авицена нема траги од формулации на парадоксот "лажец", со што е исклучена можноста тие да бидат посредници. Според тоа најверојатно е дека Алберт Велики со посредство на Ал Фараби ја земал основната реченица на "лажецот" од Александар Афродизиски, но јасната формулација кај него ја заматил со отстранувањето на саморефлексивноста на основниот исказ.

Саламуха заклучува дека енциклопедистот Алберт Велики ја исполнил својата задача - го превзел проблемот од Грците и Арапите и го предал на натамошна обработка на своите наследници.

Така, веројатно парадоксите продираат во логиката на средновековните мислител. Имајќи ја јасно формулирана основната реченица, многу од нив ќе забележат дека услов за појавување на вакви безизлезни ситуации е нејзиното необично својство - самата да се искажува за својата вистинитост.

Формулирање на парадоксите

Аристотеловата тешкотија за оној што во исто време и вистинито и лажно се колне станува посебен проблем за средновековните мислител. Видовме дека во почетокот тој се разгледува во коментарите на Аристотеловите "Софистички побивања" за подоцна да биде предмет на посебни логички расправи. Увидувајќи ја специфичната природа на оваа тешкотија,

логичарите од овој период констатираа дека таа не може да се смести во Аристотеловата класификација на грешките. Но да проследиме како таа се формулира кај некои автори.

Единствен извор за сфаќањата на Томас Аквински, генијалниот ученик на Алберт Велики за парадоксот "лажец" е трактатот "*De fallaciis*", кој нему му се припишува, иако автентичноста не е сосема сигурна. Тој е издаден во 1927 година²³ и во предговорот се зборува како за скоро сигурно автентичен. Овој трактат припаѓа на првите дела на Аквински, од периодот 1244-1245 година, т.е. е дело на момче од дваесетина години. Саламуха вели што и да не е автентичен, потекнува од автор кој е современик на Аквински, но во својот труд тој говори како да му припаѓа нему.

Трактатот претставува синтетичка и систематска обработка на Аристотеловите "Софистички побивања". Софизмите се поделени во пет групи со шеми на изведување како кај Алберт Велики. Парадоксот "лажец" е вклучен во категоријата грешки во кои дадената дефиниција се спротивставува на дефинираниот предмет (*quando determinatio adiuta habet oppositum ad illud cui additur*). Тој е развиен на следниот начин: "Лажецот говори вистина, велејќи дека говори лага. Значи говори вистина. Не следува, зошто да се говори вистина е спротивно на говорењето лага и обратно"²⁴.

Споредувано со она што се среќава кај Алберт Велики можат да се забележат следниве разлики:

1. Кај Аквински парадоксот е вметнат во шема на заклучување.
2. Иако тешкотијата не е сосема очигледно покажана, таа е значително појасна, зошто саморефлексивноста на реченицата не е наполно отфрлена.

23. Издаден е од Mandonnet: *St. Thomae Aquinatis Opuscula omnia*. Paris 1927

24. J. Salamuha, цит. статија, стр. 320

3. Ја нема карактеристичната формулација "Јас лажам" зошто, смета Саламуха, можеби е потешко таа да се вообличи во шема на заклучок.

Еден од најистакнатите ученици на Аквински - Егидиј Римски го разгледува овој парадокс во својот детален коментар на "Софистичките побивања". Во почетокот се држи за решението сугерирано од Аристотел, но поцртувајќи ја повеќепати тешкотијата на "лажецот" заклучува дека овој паралогизам задава посебни проблеми. Него го развива на следниот начин: "Некој наговестува лажен исказ а потоа го искажува вака: "Јас велам лага", и го изговара овој лажен исказ - "Магарето лета"."²⁵

Овде, очигледно се работи за јасно развиената формулација на Алберт Велики при што тешкотијата типична за парадоксите сосема исчезнува. Првиот исказ е вистинит, а вториот лажен. Егидиј, навистина не го расчленува прашањето за вистинитоста на секој исказ туку нејасно зборува за двата одеднаш.

Треба да се спомене и прилогот на Дунс Скот во неговиот коментар на "Софистичките побивања". Овој мислител на парадоксот "лажец" му посветил две долги "прашања"²⁶.

Во прашањето педесет и два, кое е увод на педесет и три во врска со реченицата "Јас говорам лага" се зацртува општиот приод - дали може израз кој е дел од една реченица да ја означува целата таа реченица? Се гледа дека Скот забележува каде е проблемот и наведувајќи аргументи "за" и "против" размислува дали воопшто е можно вакво својство на искази. Бохенски ова му го припишува на Псевдо-Скот.

25. Исто, стр. 321

26. Фрагментите од оригиналот дадени кај Саламуха стр. 334-336

Во познатото дело на Петар Шпански "*Summulae Logicales*" се споменува "лажецот", но авторот овде не го напушта Аристотеловото толкување, така што не може да се зборува за негов сопствен прилог кон третирањето на ова проблематика.

Името на Вилијам Окам е особено значајно за статусот на парадоксите во средновековната логика. Иако Бохенски²⁷ говори дека терминот *insolubilia* му бил познат уште на Алберт Велики, сепак од Окам тие добиваат достоинство на еден од основните делови на схоластичкото учење.

Во почетокот Окам го разгледува парадоксот "лажец" во коментарот на "Софистичките побивања" во духот на Аристотеловиот приод, но веќе во *Summa Totius Logicae* му посветува посебен дел на него.

Според Прантл печатениот текст од логиката на Окам е преработка која потекнува од крајот на XV век, а особено трактатот за *insolubiliis*-те е неафентичен. Но, Саламуха тврди дека ракописот на овој мислител од 1352 година во основа се согласува со печатениот текст. Во него постои увод (*Quam magnos veritatis sectatoribus fructus*), предговор за дедукцијата (*Dudum me frater et amice*), трактатот за нерешливите (*De insolubiliis*) заедно со оној за облигациите (*De obligationibus*), во кого исто така се сомнева Прантл. Соодветно на ова, трактатот *De insolubiliis* треба да се припише на периодот најдоцна до 1352 година. Против мислењето на Прантл, според кое парискиот ракопис го нема овој трактат, Саламуха наведува два ракописа од Јагелонската и Ватиканската библиотека²⁸.

27. J.M. Bochenski, *Formale Logik*. Freiburg/München, Karl Alber Verlag, 1956, s. 276

28. За проблемот на автентичноста на овој дел упатувам на текстот на Саламуха во цитираната статија, стр. 325

Во споменатиот коментар парадоксот "лажец" е прикажан доста нејасно. Основната реченица е дадена во овој вид: "Јас велам лага" со додатна напомена дека оној што го изрекува исказот не вели ништо друго. Потоа, без понатамошни објаснувања се преминува на друга формулација: "Сократ вели лага ...", која подоцна ќе биде развиена (во трактот за нерешливите).

Во "*De insolubilibus*" се среќава и дефиниција на нерешливите - *insolubilibus*-те се такви софизми во кои од еден исказ логички произлегува неговата негација. Основните реченици во нив ги содржат изразите "лага", или "не е вистина" или пак некој друг сличен на нив. Интересно е да се спомене дека според Окам, овие софизми не се викаат *insolubilibus* затоа што во принцип не можат да се решат, но затоа што се тешко решливи.

Парадоксот го излага на следниот начин: "... И на овој начин станува нерешливо: да почне Сократ вака да говори Сократ вели лага така? бидејќи ништо друго не изрече (и ништо не вели) јас прашувам дали Сократ говори вистина или лага ..."²⁹.

Нај окамистот Буридан среќаваме сосема поинаква формулација: "*propositio scripta in illo folio est falsa*"³⁰ која обично се преведува: "Се што има напишано на овој лист е лажно", а притоа ништо повеќе нема напишано на тој лист. Ако исказот во наводниците се означи со А, треба да се определи дали тој е вистинит или лажен. Ако се претпостави дека е вистинит, тогаш според сопствената изјава (сопствените зборови) тој е лажен, како што е напишано на листот. Но, ако пак се допушти да биде лажен, тогаш мора да има барем еден вистинит исказ, а таков може да биде А, бидејќи само тој се наоѓа на листот. Следствено, мора да се прифати

29. *Salamucha*, цит. статија стр. 342

30. *Стяжкин*, *Формирование математической логики*, стр. 167

дека A е вистинито. Така претпоставувајќи дека A е вистинито следува дека тоа е лажно и обратно, очигледно парадоксна ситуација.

Кај Буридан се среќаваат и такви системи од искази, од кои ниту еден не е парадоксен, но каде секој се определува со другиот на единствен начин, како во примерот: p и q се искази при што p гласи: " q е лажно" а q тврди " p е лажно".

Стјашкин покажува дека лесно може да се констатира оти тие не се противречни, ако се претпостави:

(I) p е вистинито, тогаш q е лажно

(II) p е лажно, q е вистинито

Да проследиме неколку примери на парадокси кај ученикот на Буридан - Алберт Саксонски во неговата *Perutilis Logica*³¹.

1. "'Ако Бог постои, некој кондиционален исказ е лажен" и освен овој никаков друг исказ не е изречен".

2. "'Човекот е магаре или некоја дисјункција е лажна" и ниту една друга дисјункција нема".

3. "'Бог постои и некоја конјункција е лажна" при што друга конјункција не постои".

4. "Сократ вели: "Бог постои" и Платон вели: "Само Сократ говори вистина" и ниту едно друго тврдење не е искажано". Се прашува дали Платон говори вистина или лага?

Стјашкин го развива и го формализира парадоксот во примерот 4, задржувајќи ја формата, а делумно менувајќи ја содржината. Тој вели дека парадоксот може да се изведе и од самата содржина.

31. Примерите се наведени кај Стјашкин, цит. дело стр. 168-170

Ако се допушти Платон да говори вистина, тогаш само исказот "Бог постои" е вистинит, а се друго различно од него е лажно. Но, исказот на Платон е различен од оној на Сократ. Значи Платоновите исказ е лажен. Ако пак се претпостави дека Платон говори неистина, тогаш треба да се најде барем еден исказ различен од Сократовиот кој е вистинит. Таков може да биде само оној на Платон, освен нивните два исказа не постојат други. Значи, Платон говори вистина, што води во парадокс. За да се формализира посочениот парадокс Стјашкин ги воведува овие термини: IsS (искажал Сократ), IsP (искажал Платон). Така го добиваме следниот систем од премиси:

1. p_1 (p_1 е фиксираниот вистинит исказ);
2. $IsS(p_1)$;
3. $p_2 \equiv IsS(p_1) \cdot (z)((z \neq p_1) \supset \bar{z})$;
4. $IsP(p_2)$;
5. $(w)((w \neq p_1) \vee (w \neq p_2))$

со што се изразува фактот дека освен p_1 и p_2 во временскиот интервал t не е изречен ниту еден друг исказ.

$$6. p_1 \neq p_2$$

Ако се претпостави дека е вистинито она што го искажал Платон, тогаш е точна формулата: (1)

$$(1) IsS(p_1) \cdot (z)((z \neq p_1) \supset \bar{z})$$

Во (1) првиот коњугат е вистинит (премиса 2.) и тој може да се редуцира, па се добива

$$(2) (z)((z \neq p_1) \supset \bar{z}) \quad \text{од што следи}$$

$$(3) (p_2 \neq p_1) \supset \bar{p}_2$$

Антеценсот на импликацијата (3) е премисата 6. па по *m.p.* имаме:

$$(4) \bar{p}_2$$

Така, допуштајќи p_2 да биде вистинито следува дека тоа е лажно.

Ако, пак се претпостави p_2 да е лажно, тогаш е точна формула-

та:

$$(5) \overline{IsS(p_1)} \cdot (z)((z \neq p_1) \supset \bar{z}) \text{ што е еквивалентно на:}$$

$$(6) \overline{IsS(p_1)} \vee \exists z((z \neq p_1) \cdot \bar{z})$$

Од ова, според премисата 2. следува:

$$(7) \exists z((z \neq p_1) \cdot \bar{z})$$

Место z се воведува константната z_0 што значи дека на неа не може да се врши супституција.

$$(8) (z_0 \neq p_1) \vee (z_0 = p_2)$$

Со примената на правилото за исклучување на универзалниот квантификатор на премисата 5. добиваме:

$$(9) (z_0 = p_1) \vee (z_0 = p_2)$$

Споредувајќи ги (8) и (9) и земајќи во вид дека $\bar{z}_0$ е еквивалентно на z_0 , се заклучува дека z_0 се совпаѓа со p_2 . Оттука

$$(10) (p_2 \neq p_1) \cdot \bar{p}_2$$

Првиот член на (10) се редуцира бидејќи тоа е премисата 6.

На тој начин се добива:

$$(11) p_2$$

Се покажува дека од претпоставката за лажноста на p_2 следува дека p_2 е вистинито, што споредено со формулата (4) води во парадокс.

Стјашкин наведува примери кај Алберт Саксонски во кои не се јавува типичната тешкотија за парадоксите туну се работи за систем на

премиси несовмесни едни со други, како во случајов: Нека се дадени премисите кои се означени со А и В, при што В означува некој одреден лажен исказ, а А гласи: "се освен А е различно од В". Треба да се определи дали е вистинито или лажно А? Ако допуштиме А да биде вистинито, т.е. дека е вистинит исказот "само А не е различно од В", тогаш мора да се признае дека В е различно од В (освен А и В ништо друго не ни е дадено), но тоа го нарушува законот на идентитетот. Оттука, значи допуштањето на А е невозможно, А е лажно. Ако се претпостави што А е лажно, следува дека В не е различно од В, но не се јавува типичното за парадоксите - А е вистинито. Така системот од премиси А и В е противречен, а анализата покажа дека А е лажно.

Кај Алберт Саксонски се среќаваат примери на парадокси во чие јазично изразување фигурираат термини: "се сомнева", "претпоставува", како во примерите: "Софрат се сомнева во тоа што ...", "Платон претпоставува дека ..." Стјашкин заклучува оти не се работи овде за парадокси во модалната логика, зошто овие можат да се изразат во двовалентни формализам, а прашањето дали схоластичарите ги анализирале парадоксите во модалната логика останува отворено. Самиот Алберт Саксонски сметал дека овие парадокси немаат чисто логички, туку лингвистички карактер.

Во формулациите на "нерешливите" кај Паоло Николета од Венеција среќаваме дистинкции во значењето: "... (1) Софрат го вели следниов исказ: "Софрат говори лага", а ако овој исказ е А и (2) (дека тој) не вели ниеден друг (исказ освен А) (при што исказот А) (3) точно и адекватно значи, што тој не треба во одговорот да се менува. Го поставувам (исказот) А и прашувам дали е (тој) вистинит или лажен. Ако се рече дека е вистинит, (тогаш велам) напротив: тоа се совпаѓа со емпириската

претпоставка дека Сократ е секој Сократ, а ако тоа се допушти, следува дека А е лажно. Но, ако се рече дека А е лажно (тогаш велам) напротив, тоа одговара на емпириската претпоставка дека има два Сократа, од кои едниот вели А, а другиот (вели) оти нема бог: ако тоа е прифатено сле-
ди дека А е вистинито³².

Покрај овој, наведени се низа други примери на "нерешливи" кои се класифицирани во две групи: "сингуларни" и "квантифицирани". Од "сингуларните" ќе ги споменеме следните:

- Сократ ... верува во овој (исказ): "Сократ се лаже" ... и никој друг;

- Сократ верува во овој (исказ) и во никој друг: "Платон се лаже"... Но Платон верува во овој ... "Сократ не се лаже".

Меѓу "квантифицираните" се вбројуваат и овие "нерешливи":

- Јас ја поставувам емпириската претпоставка дека исказот "Тоа е лажно" е секој исказ. Следната емпириска претпоставка би била: има само (два) исказа А и В (при што) А е вистинит, а В е "секој вистинит е А"

- Велам дека А, В, С се сите искази, притоа А и В се вистинити, а С е следново: "Секој исказ е различен од овој", се укажува на А и В;

- Велам дека А и В се сите искази, при што А е следново: "Гаволот постои", а В Секој исказ е лажен;

- А, В, С се сите искази ... А би бил: "Бог постои", В - "Човекот е магаре", С - "Има исто толку вистинити колку и лажни (искази)";

- Слично треба да се одговори, (ако (е) дадено дека сите искази

32. Во *"Logica Magna"*, цит. според: I.M. Bochenski, *Formale Logik ...* ss. 277-278

се пет ... притоа два се вистинити, два лажни, а петиот би бил:

"Има повеќе лажни отколку вистинити (искази)";

- На ист начин се одговара ..., се вели дека секој човек освен Сократ вели: "Бог постои" и Сократ го вели само следниов (исказ): "Секој човек освен мене ја зборува вистината"³³.

Меѓу наброените примери, како и кај Буридан, некои се вистински "нерешливи", други само на особен начин сложени, а соодветна анализа би можеле да покаже дека се само навидум такви.

Решавање на парадоксите

Многубројните обиди за елиминирање на парадоксите Павле Венетски ги сложил во четиринаесет типа, а петнаесеттиот е неговото сопствено решение. Стјашкин со право смета дека некои од нив се повторувања на другите. Тој ги класифицира во три различни приода:

1. отфрлање (*cassatio*)
2. ограничување (*restrictio*)
3. решение (*olutio*)

Меѓутоа, се покажува дека различни мислителите ги менувале своите концепции од дело во дело, па е тешко да се приклучат кон еден од наброените видови: Така поранешната концепција на Павле Венетски е типична за првиот вид - "нерешливите" не се искази па според тоа не се ниту вистинити ниту лажни, тоа се бесмислици, гледиште многу слично на она за кое се претпоставува дека му припаѓало на Хризип. Но, подоцна, споменатиот автор ќе има сосема поинаков пристап, што е слично и со толкувањата од Окам.

33. Исто, стр. 280

Карактеристично за вториот вид е убедувањето дека причината за појавувањето на "нерешливите" е тоа што термините кои се составни делови на исказот се однесуваат на самиот тој исказ. Со цел да се избегнат парадоксите се поставува барање делот од исказот (предикатот "лажен") да не може да го означува целиот исказ каде што тој самиот влегува. Со други зборови не се допуштаат такви јазични конструкции во кои дадени изрази апелираат на сопствената лажност или недокажливост. Гледиштата на Алберт Велики (неговиот подоцнежен став), Егидиј Римски, за кого некои мислители сметаат дека правел разлика на употребата на зборовите во материјална и обична супозиција, Дунс Скот и други клонат кон овој третман.

Во коментарот на "Софистичните побивања" Скот споменува дека исказот во "лажецот" - "Јас велам лага" со оглед на своето значење не не принудува да го сметаме за самоповратен, тој е таков под извесни услови, што ќе му овозможи да го интерпретира во согласност со традицијата. Ваквиот став, Саламуха смета, се должи на односот на Скот, како и на многу други мислители кон Аристотел. Подоцна, како веќе споменавме, неговите размислувања многу ќе потсеќаат на основните ставови на теоријата на типовите - делот од исказот не може да ја означува целината, истото не може да биде сложена целина и интегрален дел на таа целина.

Во приодот 2. Стјашкин го вбројува гледиштето на Окам, но Саламуха покажува дека кај него се преплетуваат две различни толкувања. Решението дадено во Коментарот, вели тој, треба да се образложи низ следниве моменти:

1. Во исказот "Сократ говори лага" - изразот "лага" не може да се придава на целата реченица, чиј дел е тој.

2. Во врска со основниот исказ не е направена дистинкција меѓу овие две прашања: а) дали тој е лажен; и б) дали Сократ вели лага. Се констатира дека е тешко да се утврди дали основниот исказ е просто лажен, а Сократ ниту просто (без ограничување) не лаже, ниту просто не говори вистина. Во ова толкување Саламуха препознава нејасно чувство кај Окам за тоа дека изразот "лага" во изводот припаѓа на друга семантичка категорија, од оној во премисата.

Истата мисла, уште поизразито, иако сеуште колебливо, се провлекува во *"Summa totius Logicae"*. Во трактатот за облигациите "лажецот" се споменува попатно, но особено се чувствува двоумењето дали да се приклони кон традицијата и парадоксалниот израз да се признае за исказ, или да се постапи радикално и тој да се отфрли. Тој е исказ по својата структура, а Окам не можел да се помири со ограничувањата од некои внатрешни законитости на дадениот јазик, а мислата, пак, дека тој не може да се допушти се наметнува од противречните последици кои таков исказ ги повлекува. После долгото "размислување" и изнесување на аргументи "за" и "против" превагнува убедувањето дека изразите како овој: "А значи лага" - при претпоставката дека токму тој израз е А - воопшто не се изрази со смисла и како такви треба да се отфрлат.

Во трактатот *"De insolubilibus"* лесно воочливи се следните ставови:

- Делот понекогаш не може да ја означува целината. Изразот "лага" во реченицата "Сократ вели лага" се однесува на некој друг исказ, не на самиот тој;

- Исказот "Сократ вели лага" при што Сократ ништо друго освен ова не изрекол, е лажен, зошто не е вистина оти тој искажал некој друг, лажен исказ, додека пак "Сократ не вели лага" и "Сократ не вели вистина"

под истата претпоставка се вистинити;

- Уште појасно, отколку во Коментарот се прави разграничување меѓу прашањата: 1. дали основниот исказ е лажен? и 2. дали Сократ говори лага? - Основниот исказ е лажен, но Сократ не вели ниту вистина, ниту лага, зошто ништо друго освен основната реченица, во согласност со прифатените околности, не е изговорено. Саламуха тврди дека и овде доаѓа до израз убедувањето што изразот "лага" во двете прашања се однесува на различни семантички категории.

Се наведува уште еден фрагмент од "*Summa Logicae*", кој според Саламуха, независно од Окам и од самота содржина одиграл извесна улога во третманот на овој парадокс во Средновековието. Во § 18 од четвртиот дел, последен параграф, Окам патем го споменува "лажецот" во контекстот на Аристотеловата класификација на логичките грешки, каде се прашува дали таа е потполна. Посебно ги разгледува оние грешки кои настануваат од начинот на изразувањето (*fallacie figurae dictionis*) и ги илустрира со овој пример: Ако некој заради правилноста на оваа шема на заклучување

Ова е човек

Ова е органско сетилно суштество, значи

Органското сетилно суштество е човек;

ја смета за правилна и следната шема поради сличноста во структурата со првата

Тој вели лага

Таа лага е непосредно претходен исказ, значи

Лагата е искажана од него;

тогаш би направил логичка грешка на формата на изразувањето³⁴

34. Саламуха, цит. дело, стр. 331

Иако формулацијата не е прецизна, а и сличноста во структурата на двете шеми не е сосема јасна, според Саламуха примерст е добар и е во склад со изнесеното мислење на Окам. Во него се прави грешка на формата на изразувањето, а покрај привидната сличност, во вториот случај, изразот "лага" во малата премиса припаѓа на друга семантичка категорија споредено со големата премиса, па не може да го изрази она што со истиот се изразува во првата.

Овој текст често се доведува во врска со подоцнежните третирања на "нерешливите" како грешки на формата на изразувањето, од што не може да се заклучи дека тоа, се должи на Окам. Веројатно, објаснувањето за ваквата состојба може да се најде во авторитетот на Аристотел за овој период, па мислителите тешко се решавале да излезат од рамките на толкувањето и класификацијата кај античкиот филозоф.

Видовме, овој вид приоди се потпираат на основниот став - делот не може да ја означува целината на која и припаѓа самиот. Меѓутоа, Буридан укажува на одредени соодветни ситуации во кои е запазена споменатата забрана, но тоа не е доволна заштита од парадоксите, тие сепак остануваат. Тоа е случај во веќе посочениот пример: "Сократ вели "Бог постои" и Платон вели "Само Сократ говори вистина" "кој Стјашкин³⁵ го изразува на следниот начин:

Нека биде даден овој систем од премиси:

(C₁) "Бог постои"

(C₂) "Само C₁ е вистинит"

(C₃) "C₁ и C₂ се единствени".

(C₂) е парадоксен исказ, а неговата особеност се состои во тоа што апелирањето кон сопствената лажност не се случува директно, туку

35. Стјашкин, цит. дело, стр. 174

повикувајќи се на премисата (C_1) . Ако не се знае ништо за содржината на (C_1) не може да се каже нешто одредено за вредноста на вистинитоста на (C_2) . Кога содржината на (C_1) би се совпаѓала со изразот: "Смислата на (C_1) е идентична со смислата на (C_2) ", тогаш парадоксот не би се појавувал. Ова забелешка се потпира врз Буридановата класификација на парадоксните искази на оние кои непосредно ја одразуваат својата вредност на вистинитоста, во согласност со Аристотеловиот поим на вистината, и оние кои тоа го чинат индиректно. "Лажецот" е пример за непосредно одразување, а во горенаведениот случај станува збор за посредно упатување. Според некои автори овие дистинкции му послужиле на Буридан да го покаже Окамовото решавање на парадоксите несоодветно и да побара сопствена насока за нивно надминување.

Меѓу обидите за вистинско решавање Бохенски го izdelува петнаесетото решение на Венетски, кое, според него, им припаѓало на вонредните логичари од доцната схоластика, а Стјашкин и Муди³⁶ се осврнуваат посебно на Буридановиот придонес.

Во делото "*Sophismata*" Буридан ги критикува тврдењата според кои "нерешливите" не се искази и заради тоа треба да се отфрлат, како и толкувањата дека се тие или вистинити или лажни, но не само вистинити и само лажни. Ова го нарекува повеќе бегане од проблемот отколку вистинско решавање. Неговото гледиште поаѓа од критиката на ставот според кој секој исказ, врз основа на својата форма, ја имплицира својата вистинитост и понатаму развива теорија на вистината во која Аристотеловата дефиниција ја дополнува со егзистенцијална поставка.

Буридан побива дека исказите како такви означуваат нешто општо, освен во смисла што нивните термини го десигнираат она за што стојат,

36. E. Moody, *Truth and Consequences in Medieval Logic*. Amsterdam, North-Holland Pub. Company, 1953

со исклучок на синкатегорематичните знаци кои ја одредуваат формата и единството на реченицата. Тоа е поочигледно во негативните и лажните реченици. Исказите "Сократ постои" и "Сократ не постои" имаат ист референт - Сократ, не постои ништо различно или некои додатни ентитети за двете реченици како десигнат. Овие објаснувања ги применува на споменатата теорија - секоја реченица врз основа на својата форма означува дека самата е вистинита. Наспроти критичките забелешки на гледиштето според кое секоја реченица имплицира некоја друга во која на местото на субјектот стои првата реченица за која се тврди предикатот "вистинита", Буридан ја сметаше за важна дистинкцијата меѓу она што реченицата имплицира врз основа на својата содржина и врз основа на формата. Според него реченицата не е вистинита ако во имплицираниот консеквенс, кој е афирмативен, субјектот и предикатот не стојат за исто нешто. Ако ова се допушти, тогаш реченицата која ја тврди сопствената лажност имплицира, врз основа на својата содржина, некоја друга која тврди дека првата не е вистинита, од што следува: исказ кој ја тврди сопствената лажност имплицира контрадикторни консеквенси и секој таков исказ е лажен. Сепак Буридан не е задоволен од оваа формулација, ја смета за непотполна.

Претпоставката која ја допушта Аристотеловата дефиниција на вистината изразена во импликација е следнава:

$$I(p) (p \supset "p")$$

Според концепцијата на материјалната импликација ако е p лажно, тогаш таа е вистинита. Но самата импликација и тврдењето за нејзината вистинитост Буридан не ги отфрла со такви аргументи. Тој смета што информацијата која се содржи во p може навистина да се остварува, но ако не биде тврдена со определен исказ, тогаш " p " ќе биде име, на исказ кој

отсуствува и консеквенсот, бидејќи е афирмативен, не ќе означува ништо³⁷. Од тие причини предлага добавување на додатна поставка која го тврди постоењето на p . Врз основа на ова може да се рече дека за секој исказ со додавање на реченицата: "тој исказ постои", следува-тој е вистинит. Буридан не прави разлика меѓу реченица и исказ. Ваквиот додатен услов може да се постави за секој исказ, но не е нужно да се прави таму каде што тој не покажува карактеристики на самореферентност и тогаш Аристотеловата дефиниција на вистината е валидна и општоприфатена. За оние искази кои поседуваат такви својства, ова е неопходно да се стори заради заштитување од контрадикции кои тие ги имплицираат.

Во случајот кога реченицата е самореферентна како: "Сократ вели "она што јас го велам е лажно"", фактот што Сократ навистина го вели тоа, го исполнува споменатиот услов за постоење, консеквентно, од неговата реченица и тоа дека таа е изговорена следува: исказот е вистинит. Но бидејќи самиот тој рече: "она што го изговори е лажно", исказот имплицира контрадикторни консеквенци, а таков исказ, во овој случај Сократовиот, заклучува Буридан, е лажен.

Да ја изложиме аргументацијата и дефиницијата на вистината која се потпира на неа, сега од формалната страна. Условот - исказот мора да постои ако тој имплицира некој друг во кој терминот "вистинит" е афирмиран за неговото име, игра значајна улога во одредувањето на корелацијата меѓу "употребениот" и истиот "споменат" исказ. Ако се рече: $p \supset T"p"$, мора да се разбере дека " p " кое се среќава во консеквенсот го именува p во антецеденсот, а бидејќи тоа не може да именува нешто што

37. Буридан го поткрепува тоа со пример кој е даден кај Муди, цит. дело стр. 106

не постои, претпоставката дека "p" стои за p е истовремено допуштање дека она за што е "p", постои. Така, на Аристотеловата дефиниција и се додава екзистенцијалната реченица: $\exists x) "p_s x \cdot x = p$, која може кратко да се изрази со: " p_s p и тогаш се добива ревидирана дефиниција на вистината:

$$II \quad T"p" \equiv Def. "p_s p \cdot p$$

Да проследиме како се применуваат гореспоменатите разгледувања при анализата на "лажецот" во една од наједноставните Буриданови формулации: "Реченицата напишана на овој лист е лажна". Буквата s ќе биде кратенка за реченицата што е напишана на тој лист, а "s" за нејзиното име. Оттука се добива: $s = "s"$ е лажно, односно $s = \sim T"s"$, кое ја изразува емпириската претпоставка или "причината" во "лажецот". Но, да видиме дали супституцијата на $\sim T"s"$ за p и "s" за "p" во дефиницијата II води до така парадоксни резултати:

$$(1) T"s" \supset "s_s \sim T"s" \cdot \sim T"s"$$

$$(2) "s_s \sim T"s" \cdot \sim T"s" \supset \sim T"s"$$

според: $p \cdot q \supset q$

$$(3) T"s" \supset \sim T"s"$$

од (1), (2) и $((p \supset q) \cdot (q \supset r)) \supset (p \supset r)$

$$(4) \sim T"s"$$

според: $(p \supset \sim p) \supset \sim p$

Од изложеното се наметнува заклучокот: ако предикатот "вистинит" се тврди за името на исказот во кој истиот предикат е одренуван за тоа исто име, тој исказ е лажен. Како што беше објаснето погоре, претпоставка која формално ја имплицира својата противречност, е лажна.

Но, да видиме до какви резултати води претпоставувањето на лажноста на истиот исказ, при што повторно се поага од дефиницијата II.

$$(1') \sim T"s" \supset (\sim ("s" \sim T"s") \vee \sim (\sim T"s"))$$

од $(p \supset q) \supset (\sim q \supset \sim p)$ и
Де Моргановиот закон: $(p \cdot q) = \sim p \vee \sim q$

$$(2') \sim T"s" \supset (\sim ("s" \sim T"s") \vee T"s")$$

со редукција на двојната негација:
 $\sim \sim p \supset p$

Со додавањето на егзистенцијалната поставка во Аристотеловата дефиниција на вистината се избегнува ситуацијата типична за парадоксите: ако се претпостави лажноста на еден исказ, да следува неговата вистинитост, имено од таква претпоставка сега се изведува дисјунктивен исказ: "или "s" е вистинито, или "s" не тврди дека "s" е лажно."

Ова решение Муди го карактеризира како обид да се избегне магепсаниот круг во кој се запага при придавањето вистинитосна вредност на исказот кој ја тврди сопствената лажност, гледиште кое се совпаѓа со подоцнежното Раселово решавање на парадоксите. Стјашкин во него препознава никулци на теоријата на Тарски за различни нивсана јазикот. Сепак, очигледно е дека разликувањето меѓу исказот и неговото име, како и средствата кои Муди ги користи при реконструкцијата на Буридановото решение содржат низ моменти од Тарскиевата дефиниција на вистината.

Сличен став на овој Буридан застапува и во "*Johannes Buridani Questiones in Methaphisicam Aristotelis*". За елиминирањето на парадоксите се предлага кон некој исказ p , кој покажува карактеристики на само-референтност, да се додаде тврдењето дека тој исказ е навистина изречен (Δp). Од конјункцијата на p и Δp може да се изведе исказот p . Врз основа на значењето на p во парадоксот следува $\sim p$, а ако од даден исказ се изведува противречност, тогаш тој е лажен, т.е. $\sim (p \cdot \Delta p)$ е вистинит. Од $\sim (p \cdot \Delta p)$ следува $p \supset \sim \Delta p$, односно тој не може да биде изречен. Но, од $\sim (p \cdot \Delta p)$ исто така следува и $\Delta p \supset \sim p$ т.е. ако некој го изговори тој исказ, тој е лажен.³⁸

38. Изложено според: Стјашкин, Формирование математической логики, стр. 175

Независно од тоа како ќе се квалифицира ова гледиште и кон кое од современите клони, факт е дека овде среќаваме суптилни семантички разгледувања кои се однесуваат на значењето на изразите во употребата и нивното именување, како и искази конструирани со помош на јазичните знаци и оние за јазичните изрази.

Решението на Павле Венетски се потпира врз строгото разликување на "обичното" и "точно и адекватно" значење на исказот, како и соодветната дефиниција на вистината. Тоа потсеќа на единаесетото и дванаесеттото од четиринаесетте набројани решенија кај него³⁹.

Исказот "точно и адекватно" означува две нешта:

- (1) неговиот семантички корелат;
- (2) дека тој самиот е вистинит.

Приодот на Венетски е упростен и прикажан од Бохенски на следниот начин:⁴⁰

Во својство на аксиоми земени се следниве тврдења:

- (1) А значи: А е лажно;
- (2) Ако А значи р, тогаш: А е вистинито само тогаш ако р;
- (3) Ако А значи р, тогаш: А е лажно само тогаш, кога не р;
- (4) А е лажно само тогаш, ако не е: А е вистинито.

Во (1) е изразен самиот "нерешлив" исказ, а од (2)-(4) се различни формулации на Аристотеловата дефиниција на вистината. Со супституција на "А е лажно" за р во (2) се добива (1):

- (5) А е вистинито само тогаш, кога А е лажно, а со (4):
- (6) А е вистинито само тогаш, кога не: А е вистинито дадено,

а ова допушта:

39. Bochenski, *Formale Logik*, ss 280-291

40. Исто, стр. 291-293

(7) не: A е вистинито, да се заклучи со (4):

(8) A е лажно

Ако се замени " A е лажно" за " p " во (3) тогаш следи:

(9) A е лажно само тогаш кога не: A е лажно, од што непосредно се изведува:

(10) не: A е лажно дадено, кое противречи на (8). Ова го изразува познатиот стар парадокс. Но, до вакви резултати не се доаѓа кога наместо со "простото" оперираме со "точното и адекватно" значење. Тогаш (1) и (4) остануваат да важат, а другите две аксиоми ја добиваат оваа форма:

(2') Кога A значи p , тогаш: A е вистинито само кога [(1) A е вистинито и (2) p]

(3') Ако A значи p , тогаш A е лажно само кога не е: [(1) A е вистинито и (2) p]

Применувајќи ги овие измени на првиот дел од постапката добиваме:

(8') A е лажно.

Ако се супституира " A е лажно" за " p " во (3') следи:

(9') A е лажно само тогаш кога не е: [(1) A е вистинито и (2) A е лажно].

Врз основа на еден од т.н. Де Морганови закони се добива:

(10') A е лажно само тогаш кога или (1) не е: A е вистинито или (2) не е: A е лажно, а со (4):

(11') A е лажно само тогаш кога или (1) A е лажно или (2) не е: A е лажно. Оттука следува:

(12') A е лажно. Во однос на (8') не се јавува противречност и парадоксот е решен.

Ова решение подоцна Бохенски ќе го формализира и изложи во двовалентното пресметнување на исказите на Лукашиевич⁴¹.

Резимирајќи ги средновековните разгледување на парадоксите, а соодветно на тоа и проблемот на вистината, лесно е наметлив заклучокот дека дискусиите за природата на "нерешливите" и предлаганите решенија многу потсекаат на некои современи приоди па би можеле да се сметаат, во извесна смисла, за нивни антиципации. Така Саламуха открива употреба на изрази во различни семантички категории кај Окам. Повеќепати се среќаваме со она што подоцна Расел го нарекува принцип на *circulus vitiosus*. Во решението на Скот некои гледаат зачеток на теоријата на типовите. Учењето за својствата на термините, посебно теоријата за супозицијата формулира посебни правила за зачувување на дистинкцијата меѓу јазичните знаци и она за што тие стојат, како и тоа кога тие стојат за самите себе, вклучувајќи го и самото изразување на таа дистинкција.

Покрај имплицитното разликување на објект-јазик и мета-јазичи кај повеќе споменати мислителите, Стефан од Монте во "*Ars insolubiliis*" разликува дури седум степени на мета-јазикот.

Оние тврдења според кои "нерешливите" не подлежат на поделбата на вистинити и лажни, туку се нешто меѓу нив, наговестуваат нови терени за решавање на парадоксите, кои излегуваат од рамките на класичната логика, имено она што денес се нарекува тровалентна логика.

Некои автори сметаат дека решенијата на средновековната логика од неразвиената техника и степен на формализација не можеле уште повеќе да личат на современите.

41. I.M. Bochenski: *Formalisation of a Scholastic Solution of the Paradox of the "Liar"*. *Logico-philosophical studies*. Ed. by Albert Menne. Dordrecht/Boston, Reidel Pub. Co., 1964, pp. 64-68

На крајот ќе споменам дека се воздржав од изложувањето на филозофските претпоставки за прикажаните решенија и од позициите на нивните автори во познатиот спор за универзалиите, кои, сепак, обусловуваат одредени толкувања.

Во XVI век Стипулензис прави напори за обновување на "*ars insolubiliis*" набројувајќи 12 различни видови парадокси и 5 кои се навидум парадокси. Тој предлага и пет типа посебни методи за нивно елиминирање. Но, веќе во логиката на *Port Royal*, покрај деловите за консеквенциите и облигациите конечно се отфрла и делот за "нерешливите".

Новиот век со познатиот повик за "отворање кон големата книга - природата" и интензивниот развој на природните науки не се интересираше за такви схоластички "сплетки". Тие повторно, во ново светло, но и со нови грижи ќе се појават на почетокот на XX век.

РАСЕЛОВОТО РЕШЕНИЕ НА ПАРАДОКСИТЕ

Простата теорија на типовите

Во сеопштото воодушевување од примената на Канторовата теорија на множествата како основа на математиката, самиот Кантор во 1895 година се судри со првата тешкотија - сфати дека неговата теорија содржи парадокс. Во почетокот тој не го публикува, но го извести Хилберт за својот проблем. Две години подоцна истиот парадокс е откриен од Бирали-Форти, но од причини што тој се однесуваше на една специфична област, трансфинитните броеви, постоеја надежи повторната разработка на теоријата да донесе разрешување на проблемот. Раселовото откривање на парадоксот кој лежи во основата на теоријата на множествата во 1902 година, а ќе биде наречен според него - Раселов, значеше сериозен удар за овие надежи.

Во *The Principles of Mathematics*¹ Расел го разгледува парадоксот кој произлегува од следнава ситуација: Ако w е класа на сите класи кои не се членови на самите себе, тогаш може да се докаже w да биде член на самата себе и да не биде тоа. Имено, ако се претпостави дека таа е член на самата себе, мора да ја поседува онаа особина која ја конституира - значи не смее да се содржи себе си како елемент, ако пак претпоставиме обратно, тогаш таа припаѓа на класите кои се содржат себе си како елементи.

Раселовото откритие предизвика вистинска бура и ја парализира работата на многу математичари и други мислители. Дедекинд го запре

1. B. Russell, *The Principles of Mathematics*. London, George Allen and Unwin LTD. First edd. 1903, Seventh Imp. 1956, pp 101-107

издавањето на своите трудови. Поенкаре ја промени првобитната позиција, но веројатно најиндикативна е изјавата на Фреге во постскриптитот на вториот том на неговото *Grundgesetze* по повод известувањето на Расел дека во основата на овој систем лежи споменатиот парадокс.² Некои нивни современици, како Хилберт, не го доживеаа така трагично ова откритие и тврдеа дека "ништо не може да ги истера од рајот" кој им го створи Кантор.

Раселовиот парадокс ја потресе не само математиката туку и логиката. Противречната природа на поимот класа, како основа на теоријата на бројот, го доведе во прашање и целиот логистички проект - изведувањето на математиката од логиката. Појавувањето на овој парадокс побуди интерес за други видови парадокси меѓу кои и за оние кои беа познати многу порано, како што е "лажецот". Така дојде до формулирање на посебна група парадокси - семантичките. Иако Ремзи, кој ја експлицира поделбата на парадоксите во две групи: логички и семантички (за ова подетално се говореше во уводот) смета дека вторите не се однесуваат на математиката, туку на лингвистиката, односно епистемологијата, Расел тврди што тие, навистина посредно ја засегаат математиката, но со испитувањата на нејзините основи проблемот на семантичките парадокси станува еден од основните пунктови во современите математичко-логички истражувања.

Во X^{от} оддел на "Принципите"³, каде што го разгледува парадоксот на класата од сите класи што не се членови на самите себе, Расел нуди излез од парадоксалните ситуации. Предлогот сугерира разликување на типови објекти: индивидуи, класи од индивидуи итн. Така исказната

². Искажувањето на Фреге е цитирано во уводот, стр.2

³. B. Russell, *The Principles...* p. 107

функција ϕx , за да има значење, се наложува неопходно x да припаѓа на еден единствен тип, зашто парадоксите настануваат токму од тоа што не постои ограничување за x и тој може да биде заменет со било кој израз, не само со име на една индивидуа туку и со име на било која класа, меѓу кои и класата која е дефинирана со својство самореферентност. Идејата за дистинкција на видови на нештата не е нова, ја среќаваме уште во Аристотеловите "Категории". Фреге разликува нивоа на функциите, но таа досега не е доведувана во врска со проблемот на парадоксите.

Во *Appendix*-от В⁴ Расел поопстојно ја објаснува својата доктрина, но самиот вели дека таа треба да биде трансформирана во една посуптилна форма за да може да одговори на сите тешкотии, што ќе го направи по-доцна⁵. Ова учење ќе стане познато како теорија на типовите со своите две варијанти проста и разгранета, кои тој експлицитно не ги изддели за одделно да ги изложи.

Првиот, основен принцип на простата теорија на типовите⁶ е формулиран на следниот начин: Секоја исказна функција ϕx , покрај својата област⁷ на вистинитост, има и област на значење, т.е. областа во која мора да лежи секое x за да може ϕx да биде вистинито или лажно. Во својствена втора суштинска поставка е тврдењето: областа на значењето го формира типот, имено ако x припаѓа на областа на значењето на ϕx , тогаш постои класа на објекти, типот на x , од кои секој мора да припаѓа на областа на значењето на ϕx , при што ϕ може да биде менувана. Самиот Расел е свесен

4. B. Russell, *The Principles ...* pp 523-528

5. B. Russell, *Mathematical Logic As Based on the Theory of Types. Logical Theory*. Ed. By I.M. Copi and J.A. Gould, New York, The Macmillan Co., London, Collier-Macmillan Limited, 1970, p. 135-153; и A.I. Whitehead and B. Russell, *Principia Mathematica*, Vol I, Sec. edd. Cambridge at the University Press, 1950, Introduction to the Second edition, p. XIII-XIV

6. B. Russell, *The Principles ...* p. 523

7. Расел го употребува терминот *range*

за непрецизността на оваа поставка во однос на првата, особено во случајот со броевите таа внесува тешкотии, но се надева и ветува дека понатаму ќе биде дообјаснета.

Термин или индивидуа е оној објект кој нема област на значење, што е всушност најнискиот тип на ентитети. Ако во извесен исказ се среќава одредена индивидуа таа може да биде заменета со друга без промена на значењето. Индивидуите се единствени објекти за кои броевите не може да се придаваат со смисла.

Следниот тип се однесува на области или класи од индивидуи. Ако u е област детерминирана со исказната функција fx , $ne-u$ ги опфаќа сите објекти за кои fx е лажно така што $ne-u$ се содржи во областа на значењето на споменатата функција и се состои од објекти од ист тип како и членовите на u . Во врска со ова, вели Расел, може да се јави тешкотија која произлегува од фактот што две исказни функции fx и gx можат да имаат иста област на вистинитост, а нивната област на значење да биде различна. Тогаш $ne-u$ станува двосмислена. Секогаш постои минимум тип во кој u е содржано, а $ne-u$ ќе биде дефинирано како дополние на тој тип. Сума од два типа е тип, а минимум тип е оној кој не е таква сума. Во однос на парадоксите, тврди авторот, ова гледиште се чини најприфатливо, имено $ne-u$ мора да биде од областа на лажноста на " x е u ", а " x е x " ќе се смета за бесмислено воопшто. Соодветно на ова " x е y " бара x и y да се однесуваат на различен тип.

Наредниот тип го чинат класите од класи од индивидуи. За него Расел наведува пример од секојдневите - друштвата на клубовите. Членовите на таквите друштва, клубовите, се самите класи од индивидуи. Предлагам да се говори за класи, кога се во прашање класи од индивидуи, а за класи од класи, кога се работи за класи од класи од индивидуи. Како

поопшт поим се употребува област, затоа што, смета авторот, постои прогресија во типовите, додека областа може да биде формирана од објекти на некој даден тип, а резултатот е област од повисок тип од неговите членови.

Новата серија на типови кај Расел започнува со типови од двојки. Нивната област се релациите, екстензионално земени. Може да се формираат области на релации, релации од релации, релации од двојки или релации на индивидуи кон двојки итн. Потоа следуваат типови од тројки, кои се членови на тримесните релации. Некои од нив можат да се редуцираат на претходниот тип. Така, ако $\phi(x, y, z)$ е исказна функција, таа може да биде продукт од $\phi_1(x) \cdot \phi_2(y) \cdot \phi_3(z)$, или продукт од $\phi_1(x) \cdot \phi_2(y, z)$ или пак од исказот за x и парот (y, z) . Во тој случај не се појавува нов тип. Но ако исказот не може така да се анализира и не постои оправдување за ваква постапка, резултатот е нов тип - тип на тројки. Понатаму можат да се формираат области од тројки, парови од тројки, тројки од тројки итн., со што се добива огромна хиерархија од типови и како вели Расел, тешко е да се согледа крајот, но начинот на кој се добиени сугерира дека нивниот целокупен број не ги надминува конечните цели броеви. Секој од горенаведените типови е минимум тип, т.е. ако ϕx е исказна функција која има значење за една вредност на x , кој се однесува на еден од споменатите типови, тогаш ϕx има значење за секоја вредност на x , која припаѓа на соодветниот тип.

Според Расел, вон од споменатите типови е типот исказ (*proposition*) и од него како појдовна точка почнува нова хиерархија. Но, самиот овде вели, но не и подоцна, оти постојат некои тешкотии кои го поткрепуваат сомневањето: дали исказите можат да бидат третираны како

другите објекти?⁸

Броевите исто така не припаѓаат на горните серии и тие пројавуваат извесни проблеми кои се должат на фактот што секој број селектира одредени објекти вон од секој друг тип на областите, имено оние области кои имаат даден број членови, Тоа, на пример, ја чини дефиницијата на 0 (нулата) погрешна, бидејќи секој тип на област ќе има сопствена нулта-област, која ќе биде член на 0-та разгледувана како област на областите, но не ќе може да се рече дека 0 е област чиј единствен член е нултата област. Така покрај делењето во типови на природните, рационалните, реалните, комплексните итн. броеви треба да се прават дистинкции во самите природни броеви применливи на множество од различни типови. Оваа тешкотија ја согледуваат Нилови⁹ и од фактот дека нумералите во равенките "2 човека + 2 човека = 4 човека" и "2 својства + 2 својства = 4 својства" не означува исти броеви, следува дека мора да постои посебна аритметика за секој изделив тип. Самиот Расел признава што разликувањето на типовите на броевите бара разгледувањето на целокупноста на типовите и областите, од што произлегуваат посебни проблеми. Некои од нив тој ќе се обиде да ги надмине со понатамошното развивање на својата теорија во други свои дела, за кои ќе се говори понатаму.

Нилови меѓу другото му приговараат на Расел за онтолошката оправданост на дистинкцијата на ентитетите во типови. Подоцна¹⁰ и Расел не е задоволен од придавањето одредени типови на објектите и смета дека е поправилно тоа да се прави во однос на симболите од што споменатите автори

8. B. Russell, *The Principles ...* p. 525

9. W. and M. Kneale. *The Development of Logic ...* p. 668

10. Во делото: *Introduction to Mathematical Philosophy*, London, George Allen and Unwin, First pub. 1919, Tenth Imp. 1960

ќе изведат заклучок дека сега веќе е во прашање нова верзија на простата теорија на типовите, која ги вклучува сите предности на оригиналот, не заштитува од парадоксите и како подобрување овозможува посоодветно разбирање на ситуацијата. Видовме дека "Платон" и "мудроста" се однесуваат на различни типови и не се заменливи без губење на значењето, додека кога се конструираат имиња за нив со додавање наводници ("...") нашите нови знаци припаѓаат на ист тип и ако ги замениме во реченицата: "Платон е од ист тип како и Сократ", исказот кој резултира од супституцијата има значење иако е лажен. Нилови заклучуваат: "Но погрешно е да се претпостави дека зборувајќи за зборови наместо за ствари можеме да ги избегнеме сите метафизички стапици и нашата дистинкција да ја засноваме едноставно на извесни граматички разгледувања."¹¹

Решението на Раселовиот парадокс со помош на простата теорија на типовите нема да биде прикажано овде, иако веќе може лесно да се согледа а излагањето на нејзините основни принципи беше неопходно како воведување во разгранетата теорија на типовите која е во непосредна врска со предметот на оваа тема.

Разгранетата теорија на типовите

Сега ќе ја разгледаме, како велат Френкел и Бар-Хилел, другата страна на Раселовиот програм за надминување на парадоксите - формулацијата на принципот *circulus vitiosus* и разгранетата теорија на типовите како консеквенција од него¹². Според Ремзи простата теорија на типовите и

11. W. and M. Kneale, *The Development ...* p. 670

12. Изложена во цитираниот предговор на: *Principia Mathematica ...*

разгранетата се два различни дела уперени против два вида парадокси, но токму принципот *circulus vitiosus* ги унифицира.

Уште средновековните мислителци, видовме во претходниот дел, констатираа што основната тешкотија во однос на парадоксите кои беа познати дотогаш доаѓа од претпоставката: целината содржи елементи дефинирани во таа целина. Сличен став се наметна во Раселовите резгледувања на овој проблем од што тој ќе ги прогласи ваквите целини за нелегитимни. Така, ако се претпостави целокупноста на исказите да содржи исказ кој вели: "Сите искази се вистинити или лажни" тој израз ќе биде нелегитимен, т.е. изразите за "сите искази ..." се бесмислени. Истото, вели Расел, се однесува за пропозиционалните функции кога тие се одредени како такви што можат, со значење, како аргумент да имаат некој даден објект а. Во овие случаи неопходно е таквите целокупности, односно множества да се разделат во помали, од кои секое има својство на целина. Токму тоа, според Расел, треба да го направи ова верзија на теоријата на типовите.

Самиот *circulus vitiosus* принцип е формулиран на следниот начин: Она што се однесува на "сите" во едно множество не може да биде единка на таа целокупност¹³. Ова ограничување овозможува избегнување на *circulus vitiosus* претпоставките содржани во нелегитимните целини. Аргументите кои се под удар на овој принцип Расел ги нарекува *circulus vitiosus* грешки, но тие, под извесни околности, водат во противречност. Тој го наведува како пример законот за исклучениот трет во оваа форма: "Сите искази се вистинити или лажни". Но самиот закон е исказ, значи вистинит или лажен, од што следува: ние сме вовлечени во *circulus vitiosus* грешка. Изразот "сите искази" мора да биде лимитиран пред да води во нелегитимна це-

13. Исто стр. 37

лина и самото ограничување мора да биде исказ кој е вон таа целина.

Изразите на симболичката логика вклучуваат во себе различни видови симболи за искази, класи, кардинални и ординални броеви и некои од нив репрезентираат нелегитимни целини кои се извор на *circulus vitiosus* грешки. Со помош на теоријата на типовите Расел ги редуцира изразите за класи и релации на изрази кои содржат искази и исказни функции. Парадоксите што се однесуваат на исказите, веќе спомнавме, Расел смета, се идиректно релевантни за математиката додека оние кои опфаќаат исказни функции им се поблиски на математичарите.

Во објаснувањето на својата теорија Расел започнува со определбата на поимот исказна функција—она што содржи менлива x и станува исказ кога ќе се определи вредноста на x . Исказните функции се слични на функциите во математиката, но се разликуваат по тоа што вредностите на првите се искази. Вредностите на функцијата се претпоставени со неа, но обратно то не е случај. Тоа, сепак не значи дека тие треба да бидат дадени индивидуално и екстензионално, но тоталитетот на вредностите треба интензивно да се определи така што за некој објект барем теоретски да може да се одреди дали е или не е вредност на функцијата.

Авторот прави дистинкција меѓу функцијата и нејзината неопределена вредност, имено функцијата е она што неопределено означува и неа ја бележи со ϕx , а нејзината вредност она што е неопределено означено со ϕx . Самата функција е нешто единечно, кое неодредено ги означува своите вредности, додека ϕx , каде x не е специфицирано, е еден од означените објекти со извесен степен на неодреденост која произлегува од начинот на означувањето. Ако се допуштат како можни аргументи на функцијата изрази

кои ја претпоставуваат самата функција воведени сме во *circulus vitiosus* грешки. Надминувањето на овој вид грешки не води во хиерархијата на типовите. Значи, вредности на $\hat{x}$ се сите искази од типот ϕx , а не смее да се случи меѓу нив да се појави $\hat{x}$, или изрази кои вклучуваат $\hat{x}$. Симболот $\phi(\hat{x})$ не може да означува ништо, тој е бесмислен. Расел нагласува дека треба да се избегнуваат недоразбирања. Кога ќе се рече $\phi(\hat{z})$ нема значење треба да се сфати оти тоа не е ниту вистинито, ниту лажно, но ако $\phi(\hat{z})$ се интерпретира со значење: "вредноста за $\hat{z}$ со аргумент $\hat{z}$ е вистинита", тогаш изразот не ќе биде бесмислен, туку лажен, од истите причини од кои "Кралот на Франција е ќелав" е лажно, имено затоа што нема такво нешто што е "вредноста за $\hat{z}$ со аргумент $\hat{z}$ ", т.е. Франција нема крал. Но кога со некој аргумент а тврдиме ϕa , не мислиме да означиме "вредноста за ϕx со аргумент а е вистинита", туку тврдиме актуелен исказ кој е вредност за $\hat{x}$ со аргумент а. Соодветно на принципот *circulus vitiosus* не можеме правилно да го побиеме изразот "функцијата, $\hat{x}$ е човек" е човек" бидејќи тој е бесмислен, но може без нарушување на правилата да се побие следното: "вредноста на функцијата, $\hat{x}$ е човек" со аргумент $\hat{x}$ е човек" е вистинита", не врз основа на тоа што вредноста за која се говори е лажна, туку од тоа што нема таква вредност за функцијата.

Со симболот $(x)\phi x$ се означува исказ кој ги тврди сите вредности за $\hat{x}$, т.е. сите искази како можни аргументи за кои $\hat{x}$ има значење. Изразот $(x)\phi x$ обично се чита " ϕx е вистинито за сите можни вредности на x ", но Расел скренува внимание дека тоа не е сосема коректно и треба да се толкува во смисла: " ϕx секогаш", бидејќи "вистинито" не е дел на нашето судење. Во врска со ова тој разликува "вистина од прв ред", "вистина од втор ред" итн., соодветно и за лажноста, но тоа ќе биде изложено понатаму во текстот кога ќе се говори за неговото непосредно решавање на парадоксите

Хиерархијата на функциите започнува со матриците, како функции кои можат да имаат и повеќе менливи, но никако не содржат привидни менливи. Првите матрици се од следниот вид:

$$\phi x; \psi(x, y); \lambda(y, x, z) \text{ итн.}$$

Симболите $a, b, c, x, y, z \dots$ означуваат објекти кои ниту се искази, ниту функции, туку индивидуи. Од погорниот вид можат да се добијат други функции $(y) \cdot \psi(x, y); (\exists x) \cdot \psi(x, y)$ итн. кои не претпоставуваат никакви други целокупности освен оная на индивидуите. Така добиваме ново множество на функции кои како свои аргументи имаат само индивидуи-функции од прв ред и ги бележиме со симболот $\phi!x$, а било која вредност за таквата функција со $\phi!x$. Може да се покаже дека $\phi!x$ е самата функција од две менливи $\phi!z$ и x , значи $\phi!x$ содржи менлива која не е индивидуа, имено $\phi!z$. Со воведувањето на поимот менлива функција од прв ред Расел добива нова целокупност на матрици:

$$f(\phi!z); g(\phi!z, \psi!z); F(\phi!z, x)$$

кои за свои аргументи имаат индивидуи и функции од прв ред, но според определбата на матриците не содржат привидни менливи. Од било која ваква матрица, ако содржи повеќе од една менлива, можат да се добијат нови функции со трансформирањето на сите менливи, освен една, во привидни:

$$(\phi) \cdot g(\phi!z, \psi!z)$$

која е функција од $\psi!z$

Матриците со аргументи индивидуи и функции од прв ред се матрици од втор ред.

Функциите од втор ред Расел ги определува како такви кои се матрици од втор ред или се добиени од нив со претварање на некои од

аргументите во привидни менливи. Меѓу нив авторот дистингвира три типа:

1. Функции од втор ред со еден аргумент кој е функција од прв ред и ја бележи со

$$f!(\hat{\phi}!\hat{z})$$

а некоја од нејзините вредности со

$$f!(\phi!\hat{z})$$

Нив ги нарекува предикативни функции од прв ред.

2. Функции од втор ред со два аргумента од кои едниот е функција од прв ред, а другиот индивидуа:

$f!(\phi!\hat{z}, \hat{x})$, а нејзината неодредена вредност се изразува со:

$$f!(\phi!\hat{z}, x)$$

3. Функции од втор ред со аргументи индивидуи. Сите тие се добиваат од функциите од следниот вид:

$$f!(\phi!\hat{z}, x)$$

со трансформирање на ϕ во привидна менлива така што нема потреба од посебна нотација за нив.

Од матриците од трет ред со аргументи индивидуи, функции од прв и втор ред, но без привидни менливи се доаѓа до функции од трет ред. Хиерархијата продолжува, но не до бесконечност, бројот на аргументите и привидните менливи мора да биде од некој конечен ред. Постапката може да се воопшти: Ако највисокиот ред на менливата која се среќава во функцијата, или како аргумент или како привидна менлива е $n^{\text{ти}}$, функцијата што ја содржи е од $n+1$ ред¹⁴.

14. Whitehead and Russell, *Principia Mathematica* ... p. 53

В. и М. Нил ја забележуваат промената во Раселовата определба на поимот предикативна функција¹⁵. Порано, тој ја одреди како функција од една менлива која припаѓа на наредниот ред од оној на кој се однесува нејзиниот аргумент. Сега за предикативната функција се искажува на следниот начин: Ако функцијата има неколку аргументи и највисокиот ред на некоја функција меѓу нејзините аргументи е n , ќе ја наречеме предикативна ако е таа од $n+1$ ред¹⁶. Но, Расел дообјаснува веднаш потоа, од предикативна функција со неколку аргументи, ако тие имаат одредена вредност, освен еден, добиваме предикативна функција со еден неодреден аргумент.

Авторот заклучува што сите можни функции од споменатата хиерархија можат да се добијат со помош на предикативните функции и привидните менливи, имено ако $\phi!u$ е предикативна функција за задоволително висок ред некоја непредикативна функција е една од следниве видови:

$$(\phi) \cdot (F!(\phi!u, x); \exists x) \cdot F!(\phi!u, x)$$

каде F е предикативна функција од $\phi!u$ и x .

За решавање на семантичките парадокси неопходно е да се развие соодветна хиерархија на исказите, која може да се изведе од хиерархијата на функциите. Расел разликува елементарни искази, елементарни искази од прв ред, кои можат да бидат вредности на функциите од истиот ред и да се редуцираат на нив итн. Исказот од n -ти ред сепределува како таков кој содржи привидна менлива од $n-1$ ред од хиерархијата на функциите.

15. W. and M. Kneale, *The Development ...* p. 661

16. Whitehead and Russell, *Principia ...* p. 53

Решение на парадоксите

Парадоксите кои Расел ги разгледува, а како вели самиот, се селектирани од огромниот број, именувани со различни називи, поседуваат општа карактеристика која може да се нарече саморефлексивност или самореферентност и се илустрации на *circulus vitiosus* грешки. Исклучувањето на таканаречените нелегитимни целини со помош на хиерархијата на редовите ќе го проследиме прво во примерот на "лажецот".

Една од наједноставните формулации на овој стар парадокс "Јас сум лажец" овде се интерпретира како: "Постои исказ кој јас го тврдам и тој е лажен" т.е. се тврди определена вредност на вистинитоста за функцијата "Тврдам p и p е лажно"¹⁷. Но Расел покажа дека зборовите "вистинито" и "лажно" поседуваат систематска типична двосмисленост (*ambiguous*) и треба да се специфицира редот при нивната употреба. Така, ако ϕa е една од вредностите на ϕx , вредноста на вистинитоста која се однесува на неа е прва вистинитост, соодветно и за лажноста. Исказот $(x)\phi x$ поседува втора вистинитост, а на секое ϕx му припаѓа прва вистинитост. Вакви својства поседуваат и термините "дефинирлив" и "именлив". Имајќи го предвид горекажаното, во изразот " $p.p$ е лажно" треба да се одреди редот на исказот на кој се придава лажноста, имено ако p е исказ од $n^{\text{ти}}$ ред, оној во кој p е привидна менлива е од следниот повиок ред $(n+1)$. Оттука искажувањето на Епименид не ќе припаѓа на својата сопствена област. Изразот "Јас сум лажец" се разгледува како збиено, симултано изрекување на следните изрази: "Јас тврдам лажен исказ од прв ред", "Тврдам лажен исказ од втор ред" итн., но ако не постои

17. Исто, стр. 62

исказ од прв ред што е тврден - "Јас тврдам лажен исказ" е лажен, а ова тврдење е од втор ред. Изразот "Јас тврдам лажен исказ од втор ред" е вистинит и е исказ од трет ред. Постапката се воопштува така што изразот "Јас тврдам лажен исказ" од $2n$ е вистинит, а од $2n+1$ лажен. На овој начин парадоксот е разрешен¹⁸.

Решенијата на останатите парадокси се всушност расветлувања на скриената двосмисленост на термините кои тие ги содржат. Се чини неопходно да се изложи Раселовиот приод уште кон еден од нив - "најмал цел број кој не може да се именува со помалку од дваесет и осум слога" а самиот се именува со дваесет и седум слога, од кој ќе стане очигледно дека соодветна постапка може да се примени и на останатите семантички парадокси.

Зборот "именлив" се однесува на целокупноста на имињата и е допуштено да биде еден член меѓу нив. Хиерархијата на функциите во теоријата на типовите ја чини целокупноста на имињата невозможна. Имињата се дистингвираат на следниот начин:

а) елементарни имиња, оние кои се вистински сопствени имиња и не содржат никакви дескрипции;

в) имиња од прв ред - вклучуваат дескрипции, т.е. термини кои ги задоволуваат функциите од прв ред;

с) имиња од втор ред - ги задоволуваат функциите од втор ред и опфаќаат референтност на целокупноста на имињата од прв ред. Овие дистинкции водат во нова хиерархија.

Зборот "именлив" не може да добие значење додека не се специфицира редот на имињата. Така некое име во кое се среќава фразата "именлив со имиња од $n^{\text{ти}}$ ред" мора да припаѓа на зависок ред од n .

18. Цит, дело, стр. 62

На овој начин парадоксот исчезнува¹⁹.

Унифицираниот приод предизвика низа реагирања и приговори кои ја засегаа целата Раселова концепција. Фенкел и Бар-Хилел²⁰ сметаат дека конфузијата во неа е резултат на употребата на најмалку три различни збора: *definable*, *which presuppose* и *which involve* кои се земаат како синоними, а Гедел покажа дека не се работи само за три различни збора туку за три различни принципа, од кои вториот и третиот се значително посоодветни, а првиот е оној кој пречи на изведувањето на математиката од логиката и примената на општото прифатените методи во математиката. Нејасноста потекнува и од тоа што овие поими се употребуваат во однос на зборови кои се чисто лингвистички и поими кои имаат сосема поинаква природа, имено, "реченица", "дефиниција", "својства", "множества", "образување поими" и не се превземени мерки за констатирање на взаемните врски меѓу нив.

Френкел и Бар-Хилел ги разгледуваат четирите вида аргументи со кои се настојува да се оправда примената на принципот *circulus vitiosus* и ги критикуваат:

1. Со помош на овој принцип се надминуваат семантичките парадокси. - Покажано е дека тоа може да се направи со други средства кои не ја загрозуваат математиката, со хиерархија на нивоа на јазикот.

2. Тој ја исклучува самореферентноста - Подоцна е утврдено дека самореферентноста во себе носи карактеристики на круг, но без

19. Решенијата на останатите парадокси можат да се проследат во цит. дело стр. 62-65

20. Во Френкел, Бар-Хилел, Основни Теории множеств ... стр. 213

додатни околности, не обврзано на *circulus vitiosus*. Ова го сеќаваше и Расел.

3. Со примената на овој принцип се избегнува бесконечниот регрес во обидот да се применуваат непредикативни поими. На ова споменатите автори одговараат дека конечните процедури на доказот често се доволни за одредување на применливоста на такви концепти.

4. Неконструктивниот карактер на непредикативно воведените објекти. Овој аргумент може да има различни толкувања и прифаќањето или одбивањето води на соодветни онтолошки и општофилософски позиции.

Разгранетата теорија на типовите е погодна за справување со семантичките парадокси, како видовме, но таа бара и скапи жртви - оневозможува дефинирање на низа значајни поими во математиката меѓу кои и поимот на идентитетот. Самиот Расел²¹ е свесен за овој проблем и низ пример покажува дека се добива хиерархија од различни степени на идентитет. Така, ако x и y се идентични и ϕx е вистинито, мора и ϕy да биде вистинито, независно од тоа која функција е во прашање. Но, не може да се каже обратното "ако за сите вредности на ϕ , ϕx имплицира ϕy , тогаш x и y се идентични" бидејќи изразот "сите вредности на ϕ " е недопустив, т.е. ако говориме за нив мораме да се ограничиме на функциите од некој ред. Значи, иако x и y имаат исти предикати не може да се каже дека тие се идентични. Од овие и слични причини е воведена познатата аксиома на редуктибилноста.

Во веќе цитираниот предговор кон II-то издание на *Principia Mathematica* среќаваме неколку формулации на оваа аксиома:

1. Аксиомата на редуктибилноста е претпоставка дека некоја дадена функција ϕx има формално-еквивалентна предикативна функција,

21. Whitehead and Russell, *Principia Mathematica*, p. 57

т.е. постои предикативна функција која е вистинита кога ϕx е вистинито и лажна кога е тоа лажно.

2. Оваа аксиома има значајна улога во теоријата на класите. Во споменатиот труд од 1908 г.²² ја нарекува аксиома на класите. Ако се допушти егзистенција на класите таа може да се докаже. За некоја дадена функција ϕx од било кој ред постои класа $\underline{a}$ која се состои од оние објекти кои ја задоволуваат ϕx . Оттука, ϕx е еквивалентно на " x припаѓа на a ". Но " x припаѓа на a " е израз кој не содржи привидна менлива и значи е предикативна функција на x .

Расел го преферира постулирањето на оваа аксиома пред претпоставката за егзистенцијата на класите, затоа што смета дека последната бара покомплициран третман на парадоксите, а веројатно и од причини што една таква поставка води на позициите на класичниот реализам.

3. Аксиомата на редуктибилноста е истоветна со претпоставката: некоја комбинација или дисјункција на предикати е еквивалентна на единичен предикат, т.е. ако се тврди дека x ги има сите предикати што ја задоволуваат функцијата $(\phi! \hat{x})$ постои некој предикат кој x ќе го има секогаш кога нашето тврдење ќе биде вистинито и ќе го нема кога тоа е лажно.

Последнава формулација овозможува редот на непредикативната функција да се снижи, по некој конечен број чекори од неа да се добие формално-еквивалентна предикативна функција. Изгледа дека ова претпоставка не може да биде супституирана за аксиомата на редуктибилноста,

22. B. Russell, *Mathematical Logic as Based on the Theory of Types*

зашто таа бара додатна заснованост, но покажано е што ако ова алтернативна аксиома е вистинита, вистинита е и првата.

Се смета дека аксиомата на редуктибилноста е една од најслабите точки во Раселовиот систем за што се упатувани најразлични забелешки. Повеќе мислители приклучуваат кон аргументите на Ремзи²³.

Меѓу трите суштински дефекти во *Principia Mathematica*, за кои говори Ремзи, едниот е аксиомата на редуктибилноста. Тој тврди дека не постојат здрави разлози да се претпостави нејзината вистинитост, а ако сепак се покаже како таква, тоа е среќен случај, а не логична нужност, значи таа не е тавтологија. Испитувајќи ги консеквенциите од примената на оваа аксиома на конкретните случаи кои ги потврдуваат следните две претпоставки: 1. аксиомата не е контрадикција, може да биде вистинита; 2. не е тавтологија и може да биде лажна, Ремзи заклучува дека таа е еден емпириски став што не може да биде тврден и побиван со јазикот на логиката и математиката. Во врска со неа тој поставува едно навистина значајно прашање, кое често е занемарувано: Зошто аксиомата на редуктибилноста со која е избришана дистинкцијата меѓу елементарните и останатите функции не ги репродуцира парадоксите? Што се однесува до семантичките парадокси, Ремзи скренува внимание на нивната специфична природа, имено, функциите кои обично се сметаат за еквиваленти овде не можат да се заменуваат една со друга, а тоа се должи на фактот што тие содржат поими кои не се математички и во извесен случај може да се употреби определен збор или симбол, но не и во друг. Меѓутоа, иако не е докажана самопротивречноста на аксиомата на редуктибилноста, со нејзина помош, а врз основа на ме-

23. F. Ramsey, *The Foundations of Mathematics* ... pp. 56-57

шањето на елементарните и неелементарните функции можат да се воспостават повторно некои чисто математички парадокси.

Расел е свесен за одредени слабости кои ги носи аксиомата на редуктибилноста. Самиот признава дека разлогот за нејзиното прифаќање, како и за други системи на аксиоми има индуктивен карактер, но од неа можат да се изведат многу искази кои се скоро несомнени, а не е познат друг, поверодостоен начин тоа да се стори. Извесноста, вели Расел, е недостижен идеал и за секоја аксиома останува одредена доза на сомнение. Тој допушта можност да се најде некој поопшт принцип од кој би можела да се дедуцира оваа аксиома, како и тоа дека потребата од неа би се надминала со не така драстична примена на принципот *circulus vitiosus*.

Правени се различни обиди да се задржат позитивните карактеристики на разгранетата теорија на типовите, но без аксиомата на редуктибилноста. Во системот ξ на Хао Ванг,²⁴ на пример, наместо изразите "за сите нешта од определен ред" се допушта: "за сите нешта". Најнискиот ред овде се состои од некоја изброива целокупност на објекти или сите построени конечни множества поаѓајќи од празното множество. Воопшто $n+1$ ред ги опфаќа сите објекти од n -ти ред и сите множества на таквите објекти, чија област на вредностите на привидните менливи се објекти од повисок ред од n . Имено се работи за концепција на кумулативни редови според која сите објекти на некој ред влегуваат во сите редови со повисок број. Хиерархијата на редовите во овој систем продолжува преку границата на конечните редни броеви. Очигледно, ова гледиште е наспроти ексклузивниот приод кој и е својствен на оригиналната верзија.

24. Hao Wang, *The Formalisation of Mathematics*. *Journal of Symbolic Logic*, 1954, 19, pp. 241-266

Интересно е да се спомне дека ниту Лоренцен, ниту Хао Ванг не го одрекуваат важењето на *circulus vitiosus* принципот иако доопуштаат мешање на редовите. Фенкел и Бар-Хилел покажуваат дека тоа не ја ослабува теоријата, како што би можело да се претпостави на прв план.

Приврзениците на разгранетата теорија на типовите се спремни да прават низ ограничувања со цел да ги задржат техничките детали кои се доволни за решавање на парадоксите, а да ја жртвуваат интуитивната соодветност на теоријата, меѓутоа и таквите жртви се покажаа мошне сериозни. За оние кои приклонуваа кон гледиштето што разгранетата теорија на типовите како средство за надминување на семантичките парадокси е непотреба, зашто тие можат да се решат со превземање на специјални синтактички мерки, аксиомата на редуктибилноста исчезнуваше како проблем. Најчесто нивното внимание се насочуваше кон простата теорија на типовите.

Вредноста на ефектите кои ги нуди Раселовата теорија се доведува и во врска со степенот на нивната применливост на обичните, говорните јазици. Да ги проследиме консеквенциите од обидот оваа теорија да се примени на еден таков јазик, во овој случај англискиот, кои ги изведе Макс Блек. Тој смета дека граматички коректните реченици честопати носат во себе скриени бесмислености кои резултираат од супституирањето на зборови во ист контекст кои граматички се истоветни, но не и логички. Лингвистичкиот превод на Раселовата теорија претпоставува целокупност на критериуми што ќе одредуваат кои супституции на зборови се правилни при одредениот систем на граматички правила кои се во употреба. Место А и В се од ист тип ќе се говори дека тие се синтактички истоветни. Но, Блек покажува што Раселовата дефиниција, според која два ентитета се од ист тип ако можат да се супституираат

еден за друг без губење на значењето, води во нов парадокс.²⁵ Излезот од оваа и слични тешкотии се потпира на две можности. Едната е на линија на веќе споменатата подоцнежна Раселова сугестија - теоријата на типовите да се однесува на симболи, а не на објекти. Во тој случај решението повлекува додатно усложнување - неопходно е да се конструира бесконечна хиерархија од значењата на изразот "синтактички истоветни" во согласност со различните синтактички нивоа на кои се сооднесуваат зборовите, имено релацијата на истоветност меѓу зборовите, потоа меѓу имињата на зборовите, имињата на имињата итн. Од друга страна постојат синтактички контексти кои можат да добиваат зборови од најразлични синтактички типови без да бидат преобразени во бесмислености. Блек смета дека нема друго решение за овој проблем, освен теоријата на типовите да биде интерпретирана негативно. Како инструмент за востановување на разлики меѓу синтактичките типови новата процедура мора да содржи два момента: 1. Два збора се синтактички различни ако постои барем еден контекст во кој не можат да бидат супституирани еден за друг; 2. Елементите на контекстот, кој е во можност да добива синтактички неистоветни зборови, самите треба да бидат разгледувани како синтактички различни.

Што и да им се приговори на овие Блекови расудувања²⁶ факт е дека примената на теоријата на типовите на обичните јазици е многу покомплицирана отколку што би можело да се претпостави од Раселовиот

²⁵. Max Black, *Language and Philosophy, Studies in Method*. Ithaca, New York, Cornell University Press. 1949, p. 120

²⁶. F. Sommers, *Types and Ontology. Philosophical Logic*, Ed. by P.F. Strawson. Oxford, Univ. Press, 1977, pp.138-168, се обиде да ги побие Блековите приговори и да го реafirмира Раселовиот проект.

приказ, зашто таа првобитно се однесуваше на јазикот на математиката и логиката, односно може да се допушти извесна оправданост на Блековиот заклучок: "... дистинкцијата на зборовите во типови е корисна техника за откривање на двосмисленостите, чие надминување е релевантно за разрешување на филозофските спорови, но консеквенциите од обидот таа да се примени универзално можат да бидат сватени како *reductio ad absurdum* за гледиштето кое претендира на обичниот јазик да примени критериум својствен на еден вештачки конструиран калкулус".²⁷

Критичките забелешки главно ја засегаат разгранетата теорија на типовите, додека таканаречената проста теорија се смета за коректна. Меѓутоа, не може да се занемари сериозноста на принципиелната забелешка која ја упатуваа В. и М. Нил: "... Постои пофундаментална тешкотија од која изгледа невозможно да се формулира простата теорија на типовите без повреда на нејзините сопствени прописи, бидејќи зборовите "функција", "ентитет", "тип" мораат секогаш да останат слободни од типовите ограничувања. Нашите изрекувања содржат неограничени обопштувања кои таа ги опиша како невозможни".²⁸

Конвенцијата која ја предлага Витгенштајн може да изгледа како еден од излезите од оваа ситуација: "Логичките правила не смејат сами повторно да се потчинуваат на логичките правила."²⁹ Всушност и самиот Расел нагласи дека изразот "сите искази" мора да се лимитира, а самото ограничување мора да биде исказ кој е вон таа целина. За надминувањето на овој проблем со дистинкција меѓу теорија и мета-теорија ќе стане збор понатаму во текстот.

27. M. Black, *Language and Philosophy*... p. 122

28. W. and M. Kneale, *The Development of Logic*... p. 670

29. Л. Витгенштајн, *Tractatus Logico - Philosophicus*. Сараево, "Веселин Маслеша" 1959, стр. 163

ОДГЛАСИ НА ТЕОРИЈАТА НА ТИПОВИТЕ

Појавувањето на теоријата на типовите се чинеше дека донесе разрешување на извесни тешкотии кои се наогаа во основите на логиката од најстарите времиња. Но, одредени постапки, веќе споменати во текстот, од првиот момент подгреваа недоверба и изнудија значителни напори низ многубројните понатамошни усовршувања тие да се надминуваат. Сепак, идеата која лежеше во нејиното јадро изгледаше плодотворна и доволно примамлива да мотивира разновидни обиди таа да се сочува. На примерот на најзабележаните поедноставувања на оваа теорија ќе ги проследиме можностите кои ги пружаше за модификации и преку нејзино вклопување во сопствените приодѓања во истражувањата.

Познатиот полски логичар и математичар Леон Хвистек беше под влијание на општиот тек, кој силно продираше во математичко-логичките истражувања, имено испитувањето на логичките основи на математиката и едно од првите имиња на таа насока - Расел. Во прилог може да се наведе неговото сфаќање на логиката: фундаменталната задача на оваа дисциплина е изградување систем на априорни науки кој не прифаќа други претпоставки освен обичните правила на дедукцијата и правилата за смислата на изразите. Иако системот на Вајтхед и Расел е најблизо до ова, сепак тој не може потполно да одговори на поставената цел, зошто меѓу неговите основни принципи се среќава еден кој е *ad hoc* прифатен, не спаѓа ниту во едниот ниту во другиот вид правила, принципот на редуктибилноста, заради што на овој систем, како беше нагласено, му беа направени многубројни забелешки.

Не остана без осетно влијание ни Хвистековиот престој во Гетнинген, пролетта 1909 година, каде го слушаше Поенкаре, особено Поен

каревата основна теза за идеалистичкиот карактер на некои фундаментални поставки во математиката кои воведуваат неконструктивни поими, а како такви се судбоносни за губењето на научниот карактер на егзактните дисциплини. Неколките правила кои Поенкаре ги сугерира за раководење на логичките истражувања кога тие се однесуваат на бесконечноста, Хвистек ги вклопува во својата теорија, за што подетално ќе се зборува понатаму. Тие правила се следниве:¹

1. Да се земаат предвид само оние објекти кои можат да бидат дефинирани во конечен број зборови;

2. Никогаш да не се заборава фактот дека секој исказ кој се однесува на бесконечноста е превод, скратен израз на исказите кои се однесуваат на конечноста;

3. Да се избегнуваат калсификации и дефиниции кои се непредикативни.

Согласно со Поенкаре и Хилбертовиот повик во математиката да не се воведуваат "полуистини" и "истини од разни видови" од системот на Р.М. треба да се отстранат поставките на егзистениција, особено аксиомата на редуктибилноста, која со една од своите основни формулации: за секоја функција од било кој ред постои еквивалентна предикативна функција, независно од тоа дали таква може да биде изградена или не, воведува такви неконструктивни, идеални предмети.

Првиот Христенов труд² од областа на логиката го опфаќа неговиот неуспешен обид да докаже дека аксиомата на редуктибилноста го чини

1. H. Poincare, *Dernieres Penrees*, Paris 1913, pp 138-139

2. L. Chwistek, *Zasada sprzeczności w seietle nowszych badan Bertranda Russella*. *Rozprawy Akademii Umjetnosci*, Krakow, Wydział historyczno-filozoficzny 1912, vol 30, z.2, s.270-334

системот на Р.М. противречен. Понатамошните напори³ покажаа дека иако овој систем не поседува такво својство во него може да се реконструира парадоксот на Ричард. Овде Хвистек испитува и некои конвенции од теориско спознаен карактер кои го следат допуштањето на една таква аксиома, имено во тој случај сме принудени да се откажеме од основната концепција логиката да биде изложена во форма на пресметнување, независно од било какви метафизички претпоставки. Ако не се отфрли споменатата аксиома, вели Хвистек, би се жртвувала и основната ориентација на Поенкаре, што би имало за резултат скоро мистична интерпретација на поимот егзистенција, а истовремено и одземање на сепаква основа за разбирање на поимот на логичките типови.

Овие размислувања го водеа Хвистек во нови истражувања чии резултати се изложени во *The Theory of Constructive Types*⁴ и *Zasady czystej teorii typow*⁵. Последниов труд, како вели и самиот автор, е скратена верзија во која се изложени основните поставки и сознанија од првиот. Во него Хвистек се согласува со Расел дека функцијата што допушта сепакви супституции е лишена од смисла, од што следи дистинкцијата на типовите на: индивидуи, функции од прв тип, функции од втор тип итн. Расел го отфрли изразот "сите својства на даден објект" и го замени со вредности на функциите од прв, втор ред итн. Воведувањето на редовите, смета авторот, навистина ја усложнуваат оваа доктрина, но таа сепак останува доволно јасна. Споменатите поими, десетте правила на конструкцијата кои ја избегнуваат аксиомата на редук-

3. *Über die Antinomien der Prinzipien der Mathematik. Mathematische Zeitschrift* 1922, Bd 14, ss. 236-243

4. L. Chwistek, *The Theory of Constructive Types. Principles of Logic and Mathematics. Rocznik Polskiego Towarzystwa Matematycznego*, 1923, vol. 2, pp. 9-48; 1929, vol. 3, pp. 92-141

5. L. Chwistek, *Zasady czystej teorii typow. Przegląd Filozoficzny* 1922 r. 25, z. 3, s. 359-391

тибилноста и останатите аксиоми од системот на *Principia* ја чинат Хвистековата чиста теорија на типовите или теорија на конструктивните типови.

Потполниот приказ на овој систем, веќе споменав, се содржи во *The Theory of Constructive Types*, чии два дела сукцесивно се издадени во 1923 и 1924 година. Првиот дел се состои од четири глави, од кои првата ја содржи критиката на Р.М., втората ги опфаќа правилата на конструкцијата или на смислата на изразите и правилата на изведување: *modus ponens*, генерализација и супституција, како и аксиомите на пресметнувањето на исказите и квантификаторите. Третата содржи некои тези и дефиниции кои се однесуваат на типовите на изразите, додека четвртата - тези на теоријата на множествата, релациите и идентитетот. Вториот дел опфаќа извесни елементи на теоријата на броевите. Со правилата на конструкцијата кои се премногу раширени се воведуваат букви за изрази од кои можат да се градат посложени. Десетте вида букви на латинската и грчката алфабета репрезентираат искази, индивидуи, множества од индивидуи, множества од множества, односи меѓу множествата итн., а покрај тоа постојат и особени групи букви: првични, фундаментални и псевдо букви. Сите тие можат да се појават како реални, привидни менливи и менливи со знакот $\wedge$. Воведени се исто така посебни букви при формулирањето на правилата, но нивната улога и значење не се изјаснети. Во трудовите кои следеа, како веќе е споменато, елементите од кои можат да се градат изразите и правилата се подвргнати на редукција.

Иако системот на Хвистек, вели Пасенкиевич, поседува повисок степен на формализација, поправилна и поконсеквентна градба од својот образец, поставена цел за потполна формализација делеку ги надминувала можностите на Хвистек и неговите современици, такашто таа не можела во

целост да се реализира⁶. Особено се правени забелешки на долгата листа на правила која е недоволно прегледна. Правилата на конструкцијата навистина се поделени во групи, но во некои од нив се наоѓаат правила од друга сфера, тие се мешаат припишувајќи му на еден израз или име или смисла или пак некое синтактичко својство, а меѓу вистинските синтактички правила се вклучени и обични тврдења на системот. Исто така при формулирањето на правилата кои се однесуваат на сложените изрази се појавуваат симболи кои порано не се воведени. Сомненија будат и некои термини и имиња чии значења и употреба не се експлицирани, на пример: првични, фундаментални букви и псевдо букви, предикативна функција, значење и означување.

Сепак, Хвистек сметаше дека таквата теорија би била многу едноставна и на неа би можела да се изгради математиката, зошто парадоксите кои потекнуваат од изразот "сите својства на даден предмет" спаѓаат во семантиката. Но, систем на логиката кој допушта некакви парадокси, како оние од типот на "лажецот" не може да се смета за образец на кој би можело да се изгради секоја дедуктивна наука и да биде последен збор во оваа област. Споменатиот парадокс Хвистек го разгледува на следнов начин: Да претпоставиме дека ги сметам за интересни само оние елементарни судови кои се истозначни со судот "го сметам за интересен извесен елементарен суд и тој е лажен". Функцијата $M(p)$ значи "го сметам за интересен елементарниот суд p ", а судот A е одреден со дефиницијата:

$$\overset{\text{def}}{A} = (\exists p)(M(p) \cdot \sim p)$$

Изведувањето на противречност од него, A и $\sim A$ говори дека функцијата

6. K. Pasenkiewicz, *Przedmowa: L. Chwistek, Pisma filozoficzne i logiczne. T. I, Warszawa, P.W.N., 1961, s.XI*

$M(p)$ која го исполнува условот (I) $M(p) \equiv p \equiv A$ не може да постои. Значи, заклучува Христек, не можам да ги сметам за интересни тие и само тие судови кои сакам да ги сметам за такви⁷.

Горниот парадокс, како може да се види е независен од принципот на редуктибилноста, покажува дека ни чистата теорија на типовите не ослободува напoлно од парадоксите. Но, треба да се истакне, вели Христек, дека судот $M(p) \equiv P \equiv A$ не е просто констатирање на факт, зошто како факт може да се смета само она што е дадено непосредно, а утврдувањето на тоа што е дадено мора да се врши со помош на елементарните судови или предикативните функции, такви како "ме моли", "х е црвено" итн., исклучувајќи ги привидните менливи. Тврдењето

$$(1) ((\exists p) p \equiv A \supset (\exists p) M(p))$$

не може да се смета за резултат од потставувањето на судот A во $M(p) \equiv p \equiv P$ бидејќи A не е сам посебе ниту лажен ниту вистинит, но таков станува дури врз основа на тврдењето (1), не може а да се потставува на местото P во горната функција. Според тоа (I) мора да се смета за дефиниција на функцијата $M(p)$ или за аксиома. Првата можност се отфрла врз основа на забелешката дека $M(p)$ е од различен логички тип од $p \equiv A$ според што не може со смисла да се напише:

$$M(p) \stackrel{def}{=} p \equiv A$$

Ако треба (I) да се смета за аксиома, тогаш се појавува потребата да се докаже нејзината непротивречност со другите аксиоми на логиката, а во тој случај овој парадокс би можел да се смета за доказ дека тврдењето (I) не може да се приклучи кон аксиомите на логиката.

7. L. Chwistek, *Antynomie logiki formalnej. Przedglad Filozoficzny*, 1921 r. 24, 2, 3, 4, s. 164-171

На крајот од излагањето на овој парадокс Хвистек упатува апел, кој многу заличува на Раселовиот принцип на *circulus vitiosus*, но и на едно од споменатите правила на Поенкаре, имено да се исклучуваат *a limine* таквите дефиниции во кои симболот е дефиниран со помош на самиот себе. Меѓутоа, во англиското издание на "Границите на науката", како ќе видиме подоцна, се среќаваме со поинаков третман на овој парадокс.

Меѓу малубројните познавачи на делото на Леон Хвистек нема несогласувања дека со споменатите дела завршува критичкиот период од неговите истражувања и започнува трагање по сопствен пат во оваа област. Хвистек доаѓа до сознание дека дедуктивните науки не можат во целост да се формализираат и ќе подгреваат постојано разни сомненија, ако не се потпираат на однапред дадена теорија на изразите, нивните својства и односи, што обично се третираат интуитивно и површно. Доделувајќи и улога на една продлабочена анализа на формалните својства на изразите во која ќе можат да се одредат поимите на математиката и логиката, таа теорија ја нарекува елементарна семантика и ја определува на следниот начин: "Интуитивното третирање на конструкцијата на изразите во кои на секој чекор се појавува експлицитна или скриена индукција бев смо навидум поедноставни проблеми од оние на самата математика. Всушност, јасно е дека се бара една нова наука која е исто толку длабока и допира далеку како и самата математика"⁸. Таа наука Хвистек реши да ја формализира, да ја претстави во форма на пресметнување, кое доведе до изградување на системот на елементарната семантика, а подоцна покажа дека со помош на тој систем може да се изгради математиката

8. L. Chwistek, *The Limits of Science, Outline of Logic and of the Methodology of the Exact Sciences. Introduction and Appendix by Helen Charlotte Bródie*, p.XXI-IVII. London, Kegan Paul, Trench, Trubner and Co., LTD 1948, p.84

заено со метаматематиката.

Треба да се нагласи, како што покажа Х. Броди⁹, дека под семантика Хвистек не мислеше да развие теорија на значењето. Наспроти својот атак врз хипостазирањето на поимите, тој не бараше референти за зборовите и не се занимаваше експлиците со такви изрази како: "вистинито", "означување", "задоволување", што не значи дека не се интересираше за овие проблеми и ја отфрлаше дистинкцијата меѓу симболи и она што тие симболизираат.

Системот на елементарната семантика требаше да ги исполни следниве задачи:

1. Потполна формализација, дотогаш највисок степен, на логичките и математичките теории;
2. Сведување на сите изрази од логиката и математиката на изрази кои содржат два вида знаци: буквата С и знакот звездичка *;
3. Логиката и математиката да се потпираат на несомнените елементарни својства на изразите и на едноставните односи меѓу нив, како и исцрпните правила на конструкција, кои не допуштаат идеални и неконструктивни објекти.

Системот на елементарната семантика ги помагаше логичките истражувања дополнувајќи ги дедуктивните системи и воведувајќи единствена симболика, им претходеше на математичките теории со анализата на структурните својства и функциите на изразите, но не создаваше нови теоретски основи за понатамошни иследувања. Таа не ја содржеше теоријата на типовите. Се чини дека беше во состојба да одговори само

9. H. Brodie, *Introduction to: L. Chwistek, The Limits of Science...* p. XXXVIII, n. 1

на две од поставените задачи и да послужи како прва етапа во реализацијата на плановите на Хвистек. Суштинска основа за повеќе логички теории создаде системот на теоретската семантика заснован на теоријата на типовите, кој содржи општи искажувања што се однесуваат на сите семантички изрази на одреден тип. Овие тврдења се исто така семантички изрази, но од повисок тип од оној на кој припаѓаат првите. Повеќестепената градба на овој систем овозможи на одредени негови нивоа да се репродуцираат одделни логички и математички теории.

Целосен приказ на системот на теоретската семантика најнапред е даден во "Основите на рационалната метаматематика" со Хетпер и Херзберг¹⁰, но во подоцнежните истражувања и публикации тој е изменет. Информации за новиот облик на овој систем се содржат во VII глава на "Границите на науката", но тие имаат фрагментарен карактер, такашто е тешко од нив да се добие целосен преглед и основа за оценување на нејзината вредност. Системот на теоретската семантика е сложен и многустепен, се состои од низ системи од кои секој за своја основа го има претходниот, што значи содржи изрази кои можат да бидат опишани, анализирани врз основа на изразите или тврдењата на претходниот систем, а првиот е таканаречениот помошен систем. Ова е резултат на напорите кои се присутни од крајот на XIX век метатеориите како и теориите да бидат формализирани и изградени на прости системи, основани на тврдења со интуитивен карактер кои ќе се однесуваат како на просторните така и на елементарните логички односи. Системите од поширок обем можат да се изградат само како хиерархија на системите од

10. *Podstawy metamatematyki racjonalnej. Bulletin International de l'Academie Polonaise des Sciences et des Lettres. Classes des sciences mathematiques et naturelles, Serie A, sciences mathematiques, Krakow, 1933, pp. 253-264*

потесен обем.

Во понатамошниот систем со помош на правилата на конструкција се воведуваат едноставни изрази, а се добива било кој израз изграден од двата спомената симболи C и звездичка $*$. Бројот на C - знаците е за единица поголем од бројот на звездичките. Во таблицата на кратенките како основа за правилата на конструкцијата, се конструира цела низа на C - звездички изрази кои се скратуваат со природните броеви и буквите $\alpha L, \beta L, \dots$, каде L го означува типот на изразите. Во кратенките се среќаваат симболите $\vee, \exists, /$ со исто значење кое го имаат во логиката, а од друга страна и своевидни симболи на семантиката: $=, \{ \dots \}, (\dots)$ - семантички идентитет, содржи, е потставување итн. Симболите од вториот тип воведуваат критериуми на целесообразност и економија, но не играат суштинска улога во докажувањето. Покрај правилата на конструкција вклучени се и правилата на изведувањето. Овој систем не содржи квантификатори, па во него не можат да се формулираат општи тврдења. Во споменатиот систем се испитуваат структурните својства на изразите и на него како основа може да се изгради следниот прав систем во хиерархијата од типот L . Правилата се така избрани што структурните својства на изразите од системот L не можат да се откријат во него самиот, туку во помошниот систем. Во својство на поврзувач на логиката и семантиката е таканаречената логичко-семантичка аксиома. Но, правиот систем од типот L нема сопствено значење и служи единствено како основа за градење на метасистеми на рационалната семантика. Аксиомите и правилата на овие системи од различни типови се исти, бидејќи се формулирани за изрази од типот L , а за L може да се постави било кој број при што $*LL$ е за единица поголем.

Хиерархијата на метасистемите на рационалната семантика мораше да се судри со веќе познатите тешкотии на Раселовата разградета теорија на типовите, зошто секој од системите содржи изрази само од еден тип, а за нивно избегнување е неопходно создавање на сложен семантички метасистем кој ќе опфаќа изрази од различни типови, во кој може да се изгради систем соодветен на класичната метаматематика. Треба да се нагласи дека во Хвистековиот систем на семантиката во која е вклучена теоријата на типовите не може да се говори за хиерархија на нивоа на јазикот, во него не се разликува објект јазик од мета-јазичи. Изградбата не оди по вообичаениот тек, од јазичи со пониско ниво кон повисоко, туку прво се конструира еден систем на елементарни претпоставки, а потоа системите на логиката, математиката и метаматематиката, кое е последица од гледиштето на авторот дека логиката и математиката се бават со одредени изрази, а семантиката со изразите воопшто. Исто така треба да се нагласи дека и кај него, како и кај неговите сонародници семантиката одговара на она што се нарекува синтакса во современата логика, а во таа смисла и појавувањето на термините "вистинито" и "лажно" имаат само синтактичко значење.

Подоцнежните напори на Хвистек се насочени кон проширување на теоретската семантика со намера да ги опфати и Канторовите бесконечни броеви, но таа задача не ја реализира ниту тој ниту неговите ученици.

Согласно со номиналистичката филозофска ориентација на Хвистек и отфрлањето на идеалните предмети и аксиомите кои ги постулираат нив, како аксиомата на редуктибилноста и слични на неа, во семантиката не постојат ни множества ни релации на предмети, но можат да се воведат изрази што ги содржат нив како кратенки за некои квантифи-

цирани изрази само во сложените семантички системи кои опфаќаат изрази од разни типови зошто множествата и елементите припаѓаат на посебни типови.

Но да се вратиме повторно на проблемот кој е од потесен интерес овде, на проблемот на парадоксите и да видиме колку оваа концепција обезбедува соодветно справување со нив. Општопознато е дека Хвистековиот приод кон нив не беше јасно одреден. До последната ревизија на англиското издание на "Границите на науката" тој не ја усвои дистинкцијата меѓу логичките и семантички парадокси, но во него тоа го чини експлицитно. Интересно е да се спомене дека стариот парадокс на Епименид е вон од оваа класификација, не е ниту логички, ниту семантички, туку може да се нарече дијалектички¹¹. Тој не е од формална природа иако содржи *circulus vitiosus* грешка. Тешко е да се одговори што точно Хвистек мислеше под "дијалектички", зошто оваа изјава понатаму не е аргументирана, а ниту подоцна во текстот не се навраќа на неа. Останува ова да се поврзе со неговото поранешно толкување на овој парадокс или пак со неговиот став за непротивречноста на нашите знаења, односно Хвистековата филозофија на здравиот разум и неговите граници. Овие парадокси, вели Хвистек ја решија судбината на рационалната метафизика бидејќи со избегнувањето на овој вид расудувања се оневозможува напредување во метафизиката. Парадоксите несомнено покажаа дека токму фразите "сите искази", "сите својства" итн. се нејасни и водат кон нив, а суштината на метафизиката се потпира на можноста одеднаш да се зборува за сите мисли, за сите својства. Ако се прифати принципот на непротивречноста овој вид на размислувања мора да се отфрлат како бесмислени, односно една индивидуа не може да говори истиот момент за она што самиот го вели, сегашниот момент не може да биде објект на истражување. Тој може да биде тоа само

11. L. Chwistek, *The Limits of Science* ... p. 41

подоцна и да е различен од сретствата со кои се спроведува истражувањето, но во тоа време се појавува нов субјект кој тогаш не може да се истражува објективно. Принципот на непротивречноста не допушта комплетно знаење. Решението на овој проблем, вели Хвистек, е даден со доктрините на позитивистите, од една страна и дијалектичниот материјализам од друга, на кои тој им наоѓа заедничка основа во учењето на Хераклит, но во тоа понатаму нема да навлегувам.

За разлика од "лажецот", Вејловиот парадокс¹² не зависи од фактите, тој има чисто формален карактер, но обата се среќаваат само во секојдневниот јазик. Хвистек не се сложи со тоа дека термините на кои се должат споменатиот и Ричардовиот парадокс се од ист вид, имено како што денес се нарекуваат семантички. Од Ричардовиот парадокс се реши со својата концепција за класите, односно можноста за дефинирање на класите и релациите во термините на изразите. Попрецизно, исказите кои почнуваат со општ квантификатор се разгледуваат како класи, врз основа на што другите значајни поими на теоријата на класите можат да бидат дефинирани без страв од појавување на парадоксите¹³. Изложувањето на оваа теорија во детали претпоставува објаснување и примена на низа поими и постапки кои се чисто математички, од што овде се воздржувам.

Така, иако ја прифати поделбата на парадоксите во две групи, во својот третман Хвистек ги занемари оние карактеристики кои беа суштински за одделни видови, еден сосема отфрли, а на оние од вториот вид им придаваше спротивставени својства, давајќи им предност на некои белези, не така битни, како појавувањето во секојдневниот јазик. За ваквата

12. Парадоксот за "хетерологичниот", како често се среќава во литературата, Хвистек го нарекува Грелинг-Нелсонов.

13. L. Chwistek, *The Limits of Science ...* pp. 182-183

состојба сигурно придонесе конфузната употреба на терминот "семантика" во вообичаената и неговата сопствена употреба.

Влијанието на Хвистек за понатамошниот тек на оваа проблематика и логиката воопшто, како што покажува Пасенкиевич, не е соодветно на неговиот придонес, веројатно заради изолираноста и необичната симболика која тој ја употребуваше во своите трудови. Независно од него Ремзи во 1925 година формулира своја проста теорија на типовите. Честопати се тврди дека Ремзи незнаел за Хвистековиот обид, меѓутоа во својот прв есеј од "Основите на математиката" тој го споменува него во врска со формулацијата на аксиомата на редуцибилноста¹⁴.

Воведувањето на нови дефиниции, а со тоа и промената на значењата на некои поими во системот на Р.М. како основа, а со задржување на неговата форма, го води Ремзи во позиција сосема спротивставена на Хвистековата. Поврзувајќи некои поранешни резултати од истражувањата на Витгенштајн со својата критика на неколкуте сериозни недостатоци на Расел-Вајтхедовиот систем развива модифицираниот теорија на типовите.

Првата забелешка се однесува на дефинирањето на класите со помош на пропозиционалните функции, приод кој исклучува секаков допир со бесконечните класи. "Дали постојат бесконечни класи, или не, вели Ремзи, е емпириско прашање, двете можности се подеднакво сфатливи, но дури и под претпоставка сите класи да се дефинирливи, не може во логиката да се идентификуваат класите со дефинирливите класи без да се разруши поимот на априорност и нужност, кој е суштината на логиката. Појавувањето на недефинирливи класи и релации во екстензија, суштинскиот

14. F.P. Ramsey, *The Foundations of Mathematics* ... p. 28

дел на екстензионалниот приод во модерната математика кој е занемарен во Р.М. е првиот од трите значајни недостатоци на ова дело¹⁵. Според Ремзи, грешката не е во тоа што меѓу првичните пропозиции има таква која тврди дека сите класи се дефинирливи, туку во дадената дефиниција на класата, која е применлива само на дефинирливите, а од тоа следи несоодветна интерпретација на математичките искази кои се однесуваат на сите или некои класи. Тој покажува дека ова лошо толкување не е само по себе така погубно, отколку што е во однос на мултипликативната аксиома, имено таа тогаш станува еден емпириски исказ за кого нема доволно разлози да се признае како вистинит.

Вториот дефект Ремзи го доведува во врска со тешкотиите кои настануваат од обидот да се даде задоволително решение на сите парадокси, односно директно се однесува на теоријата на типовите, која со своите два дела беше наменета против двата вида на парадокси, а принципот *circulus vitiosus* ги унифицира. Првиот дел на оваа теорија, имено делењето на функциите според типот на нивните аргументи се смета за коректен, а критиката е упатена против нејзиниот втор дел-разликувањето на функциите со исти аргументи во хиерархија на редови. Како што беше покажано во претходниот дел на овој труд, таканаречената разгранета теорија на типовите ги избегнува семантичките парадокси, но создава не помали проблеми од оние кои ги решава, во смисла што обезвреднува некои значајни математички аргументи, кои од своја страна имаат сериозни последици по извесни делови на математиката. За нивно оправдување беше воведена аксиомата на редуктибилноста за која Ремзи покажа, а проследивме веќе и други обвинувања, дека не е тавтологија и за неа нема место во логиката и математиката.

15. Исто, стр. 23-24

На прашањето-зошто оваа аксиома не репродуцира некои од парадоксите бидејќи со неа се премавнува дистинкцијата меѓу елементарните и другите видови функции, кое исто така го разгледувавме, Ремзи одговара дека тоа не е случај, што се должи на специфичната природа на парадоксите од втората група, имено тие не се чисто математички и содржат поими од јазикот, мислата, значењето, такашто функциите кои обично се сметаат за еквиваленти не се взаемно заменливи, но чисто математичките парадокси кои произлегуваат од мешањето на елементарните и неелементарните функции во принцип би можеле да бидат репродуцирани врз основа на екстензионалниот приод на математиката во кој еквивалентните функции се взаемно заменливи. Сепак, бидејќи не е покажано да постои таков случај изгледа дека аксиомата на редуктибилноста не е самопротивречна.

Во својот обид да го поправи вториот дел на теоријата на типовите кој ќе ја избегнува споменатата аксиома, Ремзи мораше значително да го помести поимот на предикативната функција. Потпирајќи се на Витгенштајновото сфаќање на функциите на вистинитоста, предикативната функција од индивидуи ја дефинира како функција на вистинитостачии аргументи, конечен или бесконечен број, се сите или атомарни функции на индивидуи или искази¹⁶, што доведе до проширување на об-
ласта на функциите во однос на онаа од Р.М. Но, нагласува Ремзи тоа проширување доаѓа од вклучувањето на бесконечниот број на аргументи, во спротивно, ако тој е конечен предикативните функции би биле едно-
ставно елементарни од Р.М. Функциите од функции имаат помалку или повеќе аналогна дефиниција. "Една предикативна функција од предикативни функ-
ции од индивидуи е онаа која е функција на вистинитоста чии аргументи се сите или искази или атомарни функции од функции од индивидуи и од индивидуи"¹⁷

16. Исто, стр. 39

17. Исто, стр. 40

Ваквата определба овозможува вклучување не само на оние функции кои се одредени со можноста за нивно конструирање на одреден начин, туку и оние кои така или инаку не можат да се конструираат, што се толкува како навлегување на неконструктивни моменти во системот на Ремзи. Тоа сепак му овозможи сите функции од индивидуи од системот на Расел и Вајтхед да ги вклучи во предикативни и со тоа да ја избегне потребата од аксиомата на редуктибилноста или некоја слична на неа.

Ремзи покажува дека ваквиот поим на предикативната функција не води во парадокси, особено оние од втората група, кои навистина не се должат на некаков недостаток на овој поим, туку на двосмисленоста на одредени зборови во нив, од типот на "значи". Својот приод кон парадоксите го започнува со анализа на Вејловиот парадокс за "хетерологичниот" збор. Придавките чие значење им се придава на самите нив, пр. зборот краток и самиот е краток, се наречени автологични, а оние кои не го поседуваат својството кое го опишуваат - хетерологични. Дали "хетерологичниот" е хетерологичен? Ако е, по дефиницијата на хетерологичните зборови, неговото значење не му е додадено нему и тој не е хетерологичен. Ако не е хетерологичен, тогаш го поседува својството што го придава и е хетерологичен. Решението кое е дадено во Р.М. Ремзи го смета за несоодветно. Ако R е релација на значењето меѓу ϕ и ϕx , " x е хетерологично" е еквивалентно на

$$(\exists \phi)(\forall x(R(\phi x) \cdot \sim \phi x)$$

каде областа на ϕ е онаа на предикативните функции. Тогаш,

$$(\exists \phi)(\forall x(R(\phi x) \cdot \sim \phi x)$$

кое го бележи со $\hat{F}x$ и самото е предикативна функција.

Така од

$$\begin{aligned} & "F"R(\hat{F}x) \quad \text{и} \\ & (\exists \phi) ("F"R(\hat{\phi}x)) \quad \text{следи} \\ & F("F") \equiv \sim F("F") \end{aligned}$$

Парадоксот зависи од дедуцирањето на $(\exists \phi) ("F"R(\hat{\phi}x))$ од $"F"R(\hat{F}x)$

Според Р.М. ова изведување е недопуштено бидејќи $\hat{F}x$ не е можна вредност на $\hat{\phi}x$, но ако областа на $\hat{\phi}x$ е онаа на предикативните функции, ова решение отпаѓа бидејќи $\hat{F}x$ е предикативна функција. Ремзиовото решение се состои во порекнувањето на премисата $"F"R(\hat{F}x)$ која вели дека $"F"$ значи $\hat{F}x$. Тоа, секако е вистинито за некое значење на "значи", така што за да се поткрепи неговото порекнување мора да се покаже двосмисленост во значењето на "значи" и да се рече дека смислата во која $"F"$ значи $\hat{F}x$ т.е. во која "хетерологично" значи хетерологично не е смислата одредена со R , односно онаа која се среќава во дефиницијата на хетерологичното. Може лесно, вели Ремзи да се покаже дека е тоа така, од што следи дека парадоксот се должи на двосмисленоста на зборот "значи" и така тој воопшто не е релевантен за математиката¹⁸.

Во споменатиот парадокс ако R , симболот на релацијата на значењето меѓу ϕ и $\hat{\phi}x$ треба да има некое одредено значење, ϕ може да биде само симбол кој означува на одреден начин, пр. ако се ограничи ϕ да биде елементарна функција, а R релација меѓу $\phi!$ и $\hat{\phi}x$, тогаш $\hat{F}x$ или $(\exists \phi)(xR(\hat{\phi}x) \sim \phi x)$, не е елементарна функција туку ϕ_2 . Оттука $"F"$ означува не во смисла на значењето одредено со R , својствено на сите $\phi!$, туку својствено на ϕ_2 , така што се добива $\sim("F"R(\hat{F}x))$ кое, како се спомена погоре, го решава парадоксот.

18. Ремзи, цит. дело, стр. 43

Ремзи нагласува дека поентата овде е следнава: причината за тоа што $(\exists \phi) ("F" R(\phi \phi))$ може единствено да биде вистинито ако $"F"$ е елементарна функција, не се должи на тоа што областа на ϕ е онаа на елементарните функции, туку дека еден симбол не може да има релација R кон функција освен ако не е тој елементарен. Ограничувањето доаѓа овде не од $\exists \phi$, туку од R . Дистинкцијата на $\phi!$, $\phi_1!$ и $\phi_2!$ се однесува на симболите и на тоа како тие означуваат, а не што означуваат. Наместо нелегитимноста на целокупноста од функциите Ремзи ја прогласува за таква целокупноста на значењата на значењето. Имено, вели Ремзи, она што изгледа јасно од парадоксите е дека не може да се добие една сепкупна релација на значења за пропозиционалните функции, односно, која и да биде земена, останува можноста за конструирање на симболи што означуваат на начин кој не е вклучен во нашата релација.

Од погорните дистинкции Ремзи добива хиерархија од искази и хиерархија на функции од индивидуи. Двете се базираат на фундаменталната хиерархија од индивидуи, функции од индивидуи, функции од функции од индивидуи итн. Функцијата на индивидуа ја нарекува функција од прв тип, а функцијата од функции од индивидуи - функција од втор тип итн. Хиерархијата на исказите се конструира на следниот начин:

- Искази од нулти (0) ред (елементарни), кои не содржат привидни менливи;
- Искази од прв ред - содржат индивидуална привидна менлива;
- Искази од втор ред, во кои се среќаваат привидни менливи чии вредности се функции од прв тип;
- Искази од n -ти ред кои содржат привидни менливи чии вредности се функции од типот $n-1$.

Од оваа хиерархија се изведува хиерархијата на функциите, независно од нивниот тип, а според редот на нивните вредности, односно вредностите на функциите од $n^{\text{ти}}$ ред се искази од $n^{\text{ти}}$ ред.

Ремзи нагласува дека типот на функциите е реална карактеристика која зависи од аргументите што тие можат да ги добиваат. Наспроти на неа, редот на исказите или функциите е карактеристика на симболите кои се само посебни случаи на искзот или функцијата, како што p и q се случаи на еден ист исказ. Овие разгледувања ги користи за решавање на останатите семантички парадокси.

Парадоксот "лажец" го излага на следниот начин: $(\exists "p", p)$ - "Јас велам $"p" \cdot "p"$ значи $p \cdot p$ ". Да се добие одредено значење на "значи" неопходно е да се ограничи редот на $"p"$. Ако се претпостави дека $"p"$ е од $n^{\text{ти}}$ или понизок ред, тогаш означувајќи ја со ϕ_n функцијата од типот n , $"p"$ може да биде $(\exists \phi_n)(\phi_{n+1}(\phi_n))$. Оттука $(\exists "p")$ го содржи $\exists \phi_{n+1}$ и "Јас лажам" во смисла "Тврдам лажен исказ од $n^{\text{ти}}$ ред" е најмалку од $n+1$ ред и не е самопротивречно.

Останатите парадокси од втората група резултираат од двосмисленоста на "именлив", "дефинирлив". Името и дефиницијата се само функционални симболи кои се име или дефиниција кога означуваат нешто. Сместата во која тие означуваат мора да биде прецизирана со одредувањето на нивните редови, името или дефиницијата која ги содржи сите имиња или дефиниции би биле од повисок ред. На тој начин парадоксите исчезнуваат. Разликата на решението кое се нуди овде и она од Р.М. се должи на различната концепција на редот од исказите и функциите, иако двете решенија се навидум многу слични. Според Ремзи, пропозициите сами по себе немаат редови, тие се различни функции на вистинитоста на ато-

марните искази - одреден тоталитет кој зависи само од тоа какви атомарни искази има. Редовите и нелегитимните целисти доаѓаат со симболите кои ги употребуваме да ги симболизираме фактите на различен комплициран начин.

Теоријата на типовите можеше да се развие не само како чисто логичка теорија, туку да биде отелотворена во разните варијанти на аксиоматизираната теорија на множествата. Но, за многубројните напори кои настојуваа на овој начин да го оневозможат појавувањето на парадоксите овде нема да се говори. Познати се исто така низа други аксиоматички кои успешно се справуваа со парадоксите. Кратко ќе го спомнам приодот на Квајн, кој понекогаш се толкува како зближување на овие две ориентации, имено настојување да се обедини приодот на Цермело, според кого причината за логичките парадокси е неограниченото користење на аксиомата на апстрахирањето, со што се допуштаат премногу широки множества и приодот на Расел, кој коренот на тешкотијата го гледаше во употребата на бесмислените фрази. Како резултат на овие истражувања настанува системот на Квајн познат како *NF* (според статијата *New Foundations for Mathematical Logic*¹⁹, во која е изложен).

Основата за појавувањето на парадоксите според Квајн се така-наречените нестратифицирани формули. Една атомарна формула од типот "... ξ ..." е добро оформена ако е стратифицирана т.е., ако на менливата од нејзината лева страна може да и се припише ниво за единица помало од нивото на менливата од десната страна. Воопшто, една формула е стратифицирана, односно добро оформена ако може на сите менливи кои се среќаваат во нејзиниот запис да им се придаде ниво такашто сите

¹⁹ W. van O. Quine, *New Foundations for Mathematical Logic*. Am. Mathem. Monthly 1937, 44, pp. 70-80

атомарни формули кои се нејзини делови би биле едновременно стратифицирани (притоа на сите појавувања на една иста менлива им се припишува едно единствено ниво). Се покажува дека тоа е можно да се направи така во секој случај освен кога во формулата и левата и десната страна имаат една иста менлива, со што проблемот на определбата на идентитетот повторно се исправа.

Системот *NF* послужи како основа за повеќе други системи, меѓу кои и оној на самиот Квајн во делото *Mathematical Logic*,²⁰ познат како *ML*. Во него не се појавува парадоксот на Расел, а аналогното расудување води кон две можности: од една страна не постои такво нешто како класа на сите ентитети кои не се сопствени членови и од друга, класата на сите елементи кои не се сопствени членови не е елемент.

Во првата варијанта на *ML* (1940) изведлив е парадоксот на Бирали-Форти, но Френкел и Бар-Хилел покажуваат дека тоа е случаен пропуст, а за надминување било доволно да се направат незначителни интервенции во формулацијата на една од шемите на аксиоми, на што му укажал Хао Ванг.

Споменатите автори го сметаат системот *ML* за врв на една од насоките во засновувањето на теоријата на множеството, поаѓајќи од теоријата на типовите во кого таа има типичен преставник за своите можности - да служи како ефикасно средство за избегнување на парадоксите, но и на низата ограничувања кои за таа цел се наметнуваа на математичкиот симболизам. Ни овде, како велат тие не изостанува она здодевно ослабување на теоријата, *ML* како и *NF* немаат стандардни модели²¹.

20. W. van O. Quine, *Mathematical Logic*. First ed. New York 1940, rev. ed. Cambridge, Mass., 1951

21. А. Френкел ; И. Бар-Хилел, Основания теории множеств... стр.185

ТЕОРИЈАТА НА СЕМАНТИЧКИТЕ КАТЕГОРИИ

Проблемот на парадоксите и нивното решавање во дваесеттиот век се среќава и во еден поинаков контекст на истражувања од оние кои веќе ги проследив. Зголемениот интерес за испитување на можностите и функциите на зборовите во јазикот кај афирмираните полски логирачи Лешњевски, Тарски, Ајдукиевич и др. понекогаш¹ се толкува како повторно заживување на схоластичкото учење за својствата на термините, посебно учењето за супозицијата. Потстрекот може да се најде уште подалеку во историјата на логиката, но несомнено е дека тие трпеле непосредно влијание од еден филозоф на поновото време - Едмунд Хусерл.

Хусерловите интересирања и третирања на проблемите на јазикот се преплетуваат низ целото негово творештво, но главно се концентрирани во два есеја на "Логичките истражувања". Првиот, наречен "Израз и значење"² започнува со истражување на знаците воопшто како подготовка за интензивна разработка на феноменологијата и продолжува во разгледување на изразите за кои може да се рече дека имаат значење, без оглед на тоа дали нешто означуваат. Хусерл дистингира три составни дела на значењето или "значенската ситуација": 1. значенско одредувачки акт или "значенска интенција" на оној кој го продуцира изразот, а се поврзува со "значенско исполнителниот акт" од оној кој го интерпретира; 2. содржината на тие акти, или значењето на изразот; 3. објектот на тие акти, или во Хусерловата поширока терминологија, објективноста што е означена.

1. G. Shenk, *Zur Geschichte der logischen Form. Er. Bd. Berlin, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1973, s. 343*

2. Ed. Husserl, *Recherches Logiques. T. II Recherches pour la phenomenologie et la theorie de la connaissance. Paris, Press. Univ. de France 1961, Pr. part. pp. 29-71*

Најзначајните ставови од "Израз и значење" се сумирани во деловите кои се занимаваат со двосмисленостите, односно со значенските и безначенските изрази. Така "зелено или" (Хусерлов пример) само навидум е израз. Тој нема значење, а изразите кои се безначенски не се изрази воопшто. Оние изрази кои имаат значење вклучуваат референца кон некој објект, без оглед дали таков постои или е фиктивен, но непостоењето на објект не треба да се меша со немање значења.

Во врска со проблематиката која се третира овде особено е значаен есејот "Дистинкцијата на независните и зависните значења и идејата за чиста граматика"³. Овде Хусерл го развива поимот на "чистата логика" како чисто формална теорија на значењата со образложување дека не може да се разбере функционирањето дури и на нашиот сопствен јазик ако не се конструира "чиста логичка граматика" чиј предмет би била "идеалната форма" на јазикот. Првата задача на оваа чиста логичка граматика е да се одредат "првичните форми" или значенските категории, од кои фундаментална е формата на исказните значења, а другите, како именските и придавските се форми на значење кои се однесуваат на конституентите на исказите. Следната задача на логичката граматика се чистите форми на композиција и модификација на значењето, изразени со пропозиционалните функтори и модалните изрази.

Хусерл прави разлика меѓу бесмисленостите кои настануваат со повреда на условите за значеност воспоставени од самата логика од бесмисленостите кои настануваат од содржината. Се смета дека иако Хусерловите разгледувања можат да сугерираат она што Карнап и други го нарекоа синтактички категории, кај него не може да се забележи дистинкција на

³. *Isto, Sec. part. pp. 299-342*

синтактички и семантички категории, односно категориите на чистата логичка граматика не се ниту само едното ниту само другото. Хусерловото учење за значенските категории најде свој продолжувач во познатиот полски логичар - Станислав Лешњевски.

Првите обиди за разрешување на некои од традиционалните парадокси Лешњевски ги направи во својот труд "Критика на логичкиот принцип на исклучениот трет"⁴, пред да се запознае со делото на Расел и Вајтхед - *Principia Mathematica* и познатата теорија на типовите. Авторот смета дека за секој систем на симболи е неопходно да се има клуч, извесни правила за нивно читање. Функцијата на различни сложени симболи во еден правилно построен јазик зависи од функциите или редот на составните делови што се одредуваат врз основа на некои општи конвенционални шеми чие познавање овозможува правилно симболизирање на некој предмет во тој јазик или дешифрирање на одреден симбол. Во таа смисла, во една поранешна расправа⁵ тој воспостави конвенција за тоа што може да симболизира една реченица: Реченицата симболизира само поседување од страна на предметот означен со субјектот својства со-означени од предикатот. Таа конвенција го олеснува толкувањето на симболичката функција на исказот и овие или оние зборови во него. Ако зависноста меѓу нив не биде поедноставно експлицирана за различни искази, јазикот би бил сосема несигурно средство за комуникација, односно функцијата на секој исказ би зависела од одделните зборови сосема различно употребени од желбите, навиките на оној кој говори и оној кој слуша. Од оваа конвенција Лешњевски изведува два "формални"

⁴ St. Leśniewski, *Krytyka logicznej zasady wyłączonego środka. Przegląd Filozoficzny*, 1913, z. II, s. 315-352

⁵ St. Leśniewski, *Próba dowodu ontologicznej zasady sprzeczności. Przegląd Filozoficzny*, 1912, z. II, s. 211

услова за вистинитоста на секој исказ: 1. вистинитиот исказ секогаш има субјект кој нешто означува; 2. вистинитиот исказ има предикат кој нешто соозначува; или негативната определба - 1. секој исказ чиј субјект ништо не означува е лажен; 2. секој исказ чиј предикат ништо не соозначува е лажен.

Споменатата конвенција, која кај Лешњевски е во својство на несомнен постулат ќе му овозможи да го побие универзалното важење на законот на исклучениот трет според кого од два контрадикторни исказа еден мора да е вистинит, покажувајќи дека во извесни случаи, кои не се потчинуваат на горниот критериум, и двата исказа можат да бидат лажни. Од ова ќе произлезе прогласувањето на споменатиот принцип за еден непожелен теоретски товар во науката, кој со ништо не придонесува за разрешување на помалку или повеќе сложените логички проблеми. Според тоа нема причини за загриженост ако некое размислување на одредена тема се најде во конфликт со овој принцип и логичките "парадокси" кои настануваат од кршењето на истиот, според Лешњевски, не се никакви парадокси и не бараат посебен напор и средства за нивното разрешување. Таков е пристапот кон парадоксот на Мејнонг и оној кого го нарекува Грелин - Нелсонов.

Од два контрадикторни исказа "Ниеден квадратен круг не е круг" и "Некој квадратен круг е круг", како што се тврди во Мејнонговиот парадокс, еден мора да биде вистинит. Лешњевски покажува дека овде, како и во тврдењето: "Секој кентаур има опашка" и "Некој кентаур нема опашка" и двата исказа се лажни, од тоа што немаат симболична функција. Разрешувањето на овој "парадокс" се одвива во духот на следно:

размислување: Ако е точна претпоставката дека ниеден предмет не е противречен (Лешњевски констатира дека не постојат такви нешта во доменот на науката)⁶, тогаш не може да биде вистинита ниту една реченица во која се појавува, па дури и реченицата "противречниот предмет не е предмет" од причини што нејзиниот субјект не означува ништо. Ако ниеден предмет не е противречен, исказот "Ниеден противречен предмет не е предмет" е лажен, но тогаш отпаѓа нужноста, од споменатите причини, да се смета за вистинит исказот "Некој предмет е противречен".

Многу сличен е Грелинг - Нелсоновиот "пардокс" кој настанува како резултат од настојувањето да се одговори на прашањето: "Дали човек кој ги убива сите несамоубијци, но не убива ни еден самоубиец, ќе се убие самиот себеси?" "Парадоксален" овде, вели Лешњевски, ќе биде ставот што и потврдниот и одречниот одговор на ова прашање мора да бидат лажни искази, а тоа произлегува од следните причини:

1. Исказот "човек што ги убива сите несамоубијци, но не убива ниеден самоубиец, ќе се убие себеси" е лажен бидејќи води во противречност, ако некој се убива себе си, е самоубиец, значи убивајќи се, убива самоубиец, односно човек кој не убива ниеден самоубиец, убива токму еден, односно себе; 2. Исказот пак "Човек што ги убива сите несамоубијци, но не убива ни еден самоубиец, не се убива самиот себе" е исто така лажен, бидејќи и тој води во противречност, ако некој не се убива себе си, не е самоубиец, значи не убивајќи се, не убива некој несамоубиец, односно човек кој ги убива сите несамоубијци не ги убива сите несамоубијци, зашто не се убива себеси. Оттука решението

6. St. Lesniewski, *Krytyka logicznej zasady wyłączonego środka...* s. 340

на овој "парадокс" е следново: Не постои таков предмет што би можел да биде симболизиран со изразот "човек кој ги убива сите несамоубијци, но не убива ниеден самоубиец", таков предмет е противречен, односно ова искажување нема симболичка функција. Од тоа следи дека мора да бидат лажни сите реченици во кои тој израз се појавува како субјект, односно и двата одговора, и потврдниот и одречниот се лажни. Како и во тврдењето на Мејнонг не се појавува никаква противречност.

Лешњевски воведува уште една конвенција која ќе му послужи за решавање на еден од најстарите парадокси - "лажецот", кого, наспроти споменатите го смета за вистински парадокс. Таа се однесува на симболичката функција на соозначувачките изрази: "Соозначувачкиот израз V го симболизира секој предмет кој има својства соозначени од изразот V со исклучок на самото V и оние кои имаат заеднички составен дел со него"⁷. Од примената на оваа конвенција на соозначувачките изрази се добиваат различни резултати, пример изразот "човек" го означува секое нешто кое има својства соозначени со зборот човек, значи изразот "човек" го означува секој човек без исклучок, зашто ниеден човек не е зборот "човек", ниту пак јазичен израз кој има заеднички дел со овој збор, додека изразот "полски израз напишан на местото M_1 " ги означува сите полски изрази со исклучок на овој кој е напишан на местото M_1 , и оној "израз" од "полски израз" напишан на местото M_1 .

Наспроти принципот на исклучениот трет кого Лешњевски го порекнува во неговата категоричка и условна формулација принципот на непротивречност го смета за валиден зошто "издржува во огнената проба" на суптилното размислување од парадоксот на Епименид. Овој парадокс

⁷. Исто, стр. 331

го формулира на следниот начин: Епименид го изрекува во времето $t_1 - t_2$ исказот "исказот изречен од Епименид во времето $t_1 - t_2$ е лажен". Дали овој исказ е вистинит или лажен?

Првиот чекор од решавањето на парадоксот, според Лешњев - ски, се состои во проверката дали субјектот на исказот "исказот изречен од Епименид во времето $t_1 - t_2$ е лажен", т.е. изразот "исказот изречен од Епименид во времето $t_1 - t_2$ " има симболичка функција. Ако е така, тогаш, според конвенцијата, тој израз симболизира секое нешто кое има својства соозначени од тој израз, со исклучок на самиот себе си и на такви кои имаат заеднички составен дел со него, односно ја симболизира секоја реченица искажана од Епименид во времето $t_1 - t_2$ која не е субјект на исказот искажан од Епименид во времето $t_1 - t_2$, ниту пак израз кој има заеднички составен дел токму со субјектот на споменатиот исказ. Субјектот на исказот искажан од Епименид во времето $t_1 - t_2$ има заеднички составен дел со тој исказ, на пример : зборот "исказ" кој е прв збор од исказот искажан од Епименид во времето $t_1 - t_2$ е исто така прв збор на субјектот на овој исказ, од што следува дека тој субјект нема симболичка функција и исказот на Епименид е лажен. Секој друг исказ кој ја тврди лажноста на Епименидовиот исказ во било кое време, освен $t_1 - t_2$ е вистинит. Така претпоставката дека исказот изречен од Епименид во времето $t_1 - t_2$ е лажен не води во противречност карактеристична за парадоксот, зашто од тврдењето дека исказот "исказот искажан од Епименид во времето $t_1 - t_2$ е лажен" е вистинит не произлегува дека е вистинито токму она искажување кое е изречено од Епименид во времето $t_1 - t_2$.⁸ На тој начин парадоксот е разрешен.

⁸. Исто, стр. 349

Сепак, востановените конвенции наложуваат знатни ограничувања и за јазикот и за логиката. Покрај принципот на исклучениот трет за невалидни се прогласени непосредните заклучувања по опозиција, по конверзија и ред други логички постапки. Самиот Лешњевски е свестен за произволниот карактер на своите конвенции и настојува да се обезбеди од приговорите кои можат да му бидат упатени, меѓу другото и приговорот дека парадоксот не може да се реши ако не се прифатат соодветните спогодби.⁹ "... не би згрешил, вели тој, ни оној кој оваа конвенција ќе ја прогласи за произволна во смисла што стои на патот на природните развојни тенденции на јазикот. Таквите забелешки би биле сосема на место, но тоа нема да ги разниша моите предходни размислувања зошто со прилагодувањето на таквите природни тенденции на јазикот се запаѓа во парадокси, кои научниот јазик може да ги избегне со тоа што ќе одстапи од некои шеми на обичниот јазик. Научниот јазик ставен во вештачки рамки на точно одредени конвенции е многу посигурно средство за размислување од оној кој се расплинува во матните контури на "природните" навики често имплицирајќи неизлечиви противречности".⁹

Незадоволен од своите први обиди соодветно да се решат парадоксите тој се откажува од нив и пристапува кон разработка и формулирање на една поцеловита теорија - теоријата на семантичките категории, на чии принципи мора да се придржува секој кој сака со смисла да говори, дури и под услов да не постои ниту еден парадокс. Поделбата на изразите во посебни класи или категории е аналогна на онаа според која изразите од секојдневниот јазик се делат на делови од речениците. Лешњевски смета дека нарушувањето на ограничувањата кои се припишуваат со

⁹. Исто, стр. 349-350

теоријата на семантичките категории е огрешување против логиката. Така, тој преоѓа од едни конвенции на други. Неговата теорија е во тесна врска со интуитивно сфатениот услов за смисленоста на изразите на говорниот јазик, кој потекнува од Хусерл, а не превосходно како средство за одбрана од парадоксите: "Иако мојата концепција за семантичките категории со оглед на своите теоретски консеквенции останува во тесно формално сродство со познатата теорија на типовите - таа се надоврзува, што се однесува до нејзината интуитивна страна, пред сè на текот од традицијата на Аристотеловите категории, видовите зборови на традиционалната граматика и Хусерловите значенски категории".¹⁰

При споредувањето на оваа теорија со теоријата на типовите честопати се нагласува дека теоријата на семантичките категории е конципирана така што да ги систематизира изразите на јазикот, а не на означените ентитети, додека теоријата на типовите се однесува токму на категоријата на означените ншта. Меѓутоа, како покажав веќе во овој труд, ова се однесува само за Раселовите трудови од поранешниот период, додека подоцна тој ја промени својата концепција така што типовите се однесуваат на симболите, а не на со нив симболизираните ентитети. Во споредбата која ја прави ученикот на Лешњевски - Слупецки, кој врз основа на белешки од предавањата извршил реконструкција на неговиот систем,¹¹ нагласува дека и едната и другата теорија имаат за цел обезбедување од парадоксите, но теоријата на семантичките категории е поедноставна од разгранетата теорија на типовите, а побогата и поинтуитивна од таканаречената проста теорија на типовите.

¹⁰. St. Leśniewski, *Grundzüge eines neuen System der Grundlagen der Mathematic. Fundamenta Mathematicae, Warsawa, 1929, s. 14*

¹¹. J. Słupecki, *St. Leśniewski's prototetics. Studia Logica, 1953 T. I, s. 45*

Два вида семантички категории се основни во многу разгранетата и потенцијално бесконечната хиерархија на категории: категијата на искази и категијата на имиња. Во првспоменатата категорија покрај исказите спаѓаат и исказните функции од кои настануваат искази кога на местото на менливата се стави константен термин. Соодветни правила важат и за изразите кои се однесуваат на семантичката категорија имиња. Сите останати изрази кои се јавуваат во јазиците на дедуктивните науки спаѓаат во категоријата функтори, освен заградите и квантификаторите на кои Лешњевски не им придава никаква категорија.¹²

Во категоријата искази допуштени се само индикативните ставови, додека прашалните, заповедните и др. се исклучени. Експлицитно е отфрлена било каква дистинкција меѓу сопствените и општите именки, помеѓу празните, еднозначно означувачките и повеќеоднозначно означувачките именски фрази, иако подоцна овие разлики се зацртани на друга основа.

Функторите можат да бидат: исказнотворечки (*proposition-forming, zdaniotwórcze*) ако заедно со своите аргументи чинат искази и именотворечки (*name-forming, nazwotwórcze*) ако со аргументите чинат име. Два функтора од два аргумента припаѓаат на иста семантичка категорија ако и само ако двата се или исказнотворечки или именотворечки, односно ако нивните први аргументи припаѓаат на одредена семантичка категорија, а исто така и вторите се однесуваат на таа категорија.

Константите на исказното пресметнување: симболите за импликација, конјункција, негација итн. како и симболите на Аристотеловата силогистика можат да бидат сметани како примери на функтори. Секој функтор со неговите аргументи формира израз кој се однесува или на категоријата исказ или на категоријата име.

¹². Приказот е според: J. Slupecki, *St. Leśniewski's prototetics...* pp. 44-112

Еден од системите на Лешњевски - прототетиката, што прво го нарекол логистика, ги вклучува категоријата на исказите и категориите на исказнотворечките функтори чии аргументи припаѓаат на категориите на овој систем. Категориите на функторите од исказното пресметнување, независно од бројот на нивните аргументи и категориите на оние функтори чии аргументи се функтори или искази исто така припаѓаат на семантичката категорија на изразите од прототетиката. Поимот на семантичката категорија овозможува да се карактеризираат теоремите на овој систем. Тие можат да содржат константни или менливи изрази кои припаѓаат на било која категорија на изразите на прототетиката, квантифактори кои ги врзуваат слободните менливи што се однесуваат на тие категории и загради. Никакви други изрази не можат да се појават во него.

Се воведува и поимот - ред на функторот кој припаѓа на семантичката категорија на изразите од прототетиката. Функтори од прв ред се сите оние чии аргументи, независно од нивниот број, припаѓаат на категоријата искази. Секој функтор на кој барем еден аргумент е функтор од $n-1$ ред и ниту еден аргумент не припаѓа на ред повисок од $n-1$ е функтор од $n^{\text{ти}}$ ред (каде $n > 1$). Во овој труд се изложени три система на прототетиката која е всушност обопштено, но степенувано, двовалентно пресметнување на исказите. Првичен термин на двата система S и S_1 е импликацијата, а се разликуваат по правилата на изведување, а на третиот S_2 е еквиваленцијата, во чии подробности нема натаму да навлегувам.

На системот прототетика, како примерно логичко пресметнување се надоврзуваат две комплексни пресметнувања, два система - онтологија и мереологија. Покрај термините од прототетиката во онтологијата се воведуваат менливи на чие место можат да се заменуваат имиња, се јавува

нов првичен термин ε со значење на класна припадност, а се однесува на категоријата именски функтори, една нова аксиома и нов дефиниран термин - егзистенцијален квантификатор. Френкел и Бар-Хилел сметаат дека аксиомите на системот овозможуваа да се изрази едно сопствено толкување на ε како единство на различните сфаќања за функциите на честичката *est*, што на Лешњевски му послужило за избегнување на парадоксите.¹³ Останатите логички константи кои припаѓаат на категоријата именски функтори и се употребуваат во онтологијата се дефинирани со помош на логичните константи на пресметнувањето на исказите, универзалниот и егзистенцијалниот квантификатор, како и недефинираниот термин ε .

Самиот назив на системот онтологија може да побуди извесни размислувања дека во него филозофски се третираат одредени прашања за битието. Френкел и Бар-Хилел предупредуваат што, иако онтологијата навистина ги разгледува во некоја смисла "општите својства на битието", овој термин не подразбира никакви дополнителни метафизички значења.¹⁴ Од тие причини некои автори, како Котарбински, заради оградување, предпочитаат да го употребуваат терминот пресметнување на имињата (*calculus of names*).

На овој систем како основа се гради системот на мереологија, која прво е замислена од авторот како теорија на множествата, но подоцна и самиот отстапува од тоа, зошто измеѓу овој систем и она што обично се подразбира под овој термин постои значителна разлика. Како што покажува Св. Њазева,¹⁵ бидејќи овој систем не допушта постоење на празни класи би можел да одговара на оној дел од Буловата алгебра кој

13. А. Френкел; И. Бар-Хилел, Основания теории множеств... стр. 228

14. Исто, стр. 229

15. Св. Њазева, *Filozofija Lavovsko-Varšavske škole. Beograd, IDN, 1964, str. 138*

преостанува ако се иземат сите тези во кои фигурира симболот за празна (0) класа или претставува една од интерпретациите на тој дел од алгебрата.

Се наметнува прашањето дали теоријата на семантичките категории на Лешњевски која се однесува само на јазичните изрази и два формални, синтактички критериуми за делење на тие изрази во категории може и понатаму да го носи тој назив по поделбата на теоријата за јазикот на синтакса, семантика и прагматика. Очигледно е дека таа е всушност теорија на синтактичките својства, а името го добива во она време кога во Полска сите разгледувања за јазикот во рамките на логиката се нарекуваа семантички, име кое сеуште е задржано, но има сосема друго значење.¹⁶

Повеќето од своите значајни трудови Лешњевски не ги публикува, но тие им беа познати на неговите современници. Популаризацијата и афирмацијата на основните идеи од оваа теорија се должи на неговите ученици кои го продолжуваа, консеквентно го развиваа и го модифицираа ова учење. Почитувањето на ограничувањата кои ги наложуваат принципите на теоријата на семантичките категории, за Тарски беше нужен услов за смисленоста на изразите во јазикот. "Додека теоријата на типовите превосходно претставуваше средство за одбрана од парадоксите, теоријата на семантичките категории продира длабоко во интуитивното разгледување на смисленоста на изразите така што е тешко да се замисли научен јазик во кого речениците имаат јасно интуитивно значење, а чија структура не може да биде доведена во согласност со оваа теорија.¹⁷ Во недостаток на прецизна дефиниција за поимот семантичка категорија

¹⁶. Исто, стр. 154

¹⁷. *Al. Tarski, Logic, Semantics, Metamathematics. Trans. by I.H. Voodger Oxford, At the Clarendon Press, 1956, p. 215*

Хусерловата имплицитна претпоставка - ако два изрази, врз основа на нивната доброоформеност, се заменливи во некој контекст, мораат да бидат такви во секој, е подигната на ранг "основен принцип" за семантичките категории. Според Тарски два изрази припаѓаат на иста семантичка категорија ако: 1. постои реченична функција која содржи еден од нив; и ако 2. ниедна реченична функција во која се среќава еден од овие изрази не престанува да биде таква ако тој израз во неа го замениме со другиот. Од ова следи дека релацијата да се припаѓа на иста семантичка категорија е рефлексивна, симетрична и транзитивна.

На наједноставните семантички категории припаѓаат категоријата на имиња на индивидуи, категоријата на имиња на класи на индивидуи, онаа на релациите на индивидуи и тн.

Тарски разликува редови на семантичките категории, неколку категории можат да припаѓаат на ист ред. Првиот ред им е додаден само на имињата на индивидуите и менливите кои ги репрезентираат нив, единствено во него бројот на категориите се поклопува со нивниот ред. Но подоцна го нарекува нулти ред.¹⁸ Вториот ред содржи неколку категории: категоријата на имињата на класите од индивидуи, категоријата на имињата на двомесните, тромесните и тн. релации од индивидуи. На третиот ред му припаѓаат категориите на имиња на релации од релации или релации од класи. Категориите на имињата од повисок ред би можеле да содржат само функции на категориите на имињата од понизок ред.

Реченичните функции според семантичките категории на слободните менливи кои се среќаваат во нив се класифицираат во семантички типови. Две функции поседуваат ист семантички тип ако бројот на сло-

18. Во постскриптот на: *The Concept of Truth in Formalized Languages, in Logic, Semantics, Metamathematics...* p. 269

бодните менливи кои припаѓаат на секоја семантичка категорија во двете е ист, односно ако слободните менливи можат да се стават во релација едно-едно.

Тарски забележува дека терминот семантичка категорија, од логичка гледна точка, се употребува во извесна смисла некоректно, имено се врши хипостазирање на тој поим и се применува не на изразите на јазикот туку на објектите кои тие ги означуваат. Сепак, според него, тоа ја упростува формулацијата на повеќе идеи. Овој момент ќе му послужи на Ајдукиевич да направи дистинкција меѓу семантички и синтактички категории.

Теоријата на семантичката категорија Тарски ја доведува во врска со можноста за коректна дефиниција на вистината. Степенот на тешкотијата, вели тој, која треба да се надмине во конструирањето на коректна дефиниција на вистината за даден јазик, зависи во прв ред од мултиплицирањето на семантичките категории и од тоа дали менливите на јазикот припаѓаат на конечен или бесконечен број категории, односно редовите на тие категории се ограничени или не.¹⁹ Врз основа на бројот на семантичките категории и редовите на кои тие се однесуваат, јазичите Тарски ги дели на: посиромашни - менливите во нив припаѓаат на бесконечен број семантички категории, но на конечен број редови; и побогати - менливите се однесуваат на бесконечно многу категории и бројот на редовите е бесконечен, односно разликува четири групи јазичи, за што подетално ќе стане збор во наредната глава.

Подоцна Тарски го напушта своето првобитно гледиште за важноста на основните принципи на теоријата на семантичките категории како

¹⁹. *Al. Tarski, Logic, Semantics Metamathematics... p. 220*

битни услови за смисленоста на изразите, допушта менливи од бесконечен ред кои "прибегнуваат" по сите можни редови, што ќе повлече значителни модификации на некои основни тези во неговиот систем.

Во својот напор да ја воопшти и модифицира теоријата на семантичките категории за да може таа да ги определува основните услови под кои една јазична творба, низа од зборови кои сами по себе имаат значење, представува синтактички добро поврзана целина, Ајдуниевич прави разлика меѓу основни и функторни значенски категории. Во почетокот тој го употребува терминот семантичка категорија во значење кое му е придадено од Лешњевски и Тарски, но подоцна експлицитно ги нарекува синтактички,²⁰ зошто поделбата се врши според функцијата на изразите во реченицата, а терминот семантичка категорија го резервира за изразите на јазикот кои се делат според онтолошката категорија на битието на кои тие изрази се однесуваат или ги денотираат.²¹

Основната категорија се нарекува онаа значенска категорија која не е функторна, а постојат барем две такви: категоријата на искази и категоријата на имиња. Кон функторните категории се сооднесуваат значенските категории на кои им припаѓаат функторите, а бројот на функторните категории во принцип не е ограничен.

За да се утврди дали еден израз е синтактички добро оформен прво треба на секој збор да му се определи неговата категорија. Основните категории ги бележи со буквите S (за искази) и N (за имиња). За симболизирање на функторите се употребуваат дробки чиј броител ја изразува категоријата на која се однесува изразот настанат од поврзувањето

²⁰. Се смета дека Карнап прв го употребил терминот "синтактички категории"

²¹. K. Ajdukiewicz, *Związki składniowe między członami zdań oznajmujących* *Studia filozoficzne*, 1960, No 6, s. 79

на функторот со неговите аргументи, а именителот содржи букви или дробки кои ја означуваат категоријата на неговите аргументи. Така се добиваат индекси на изразите. По назначеното припаѓање на изразите во значенските категории добиените знаци треба да се средат така што прво доаѓа главниот функтор на целиот израз, а потоа неговите аргументи, а ако тие се сложени и кај нив прво се редат функторите по сложеност, а потоа аргументите. На овој начин се доаѓа до она што се нарекува права низа на индекси. Следната постапка е скратување на изразите. Оние кои во именителот имаат буква или дробка како следниот израз, се скратуваат од лево на десно, по што се добива прв извод. Постапката се повторува и ако изразот е синтактички добро поврзан се појавува една буква или една дробка што покажува на која значенска категорија припаѓа изразот чија синтактичка поврзаност се испитува, односно се добива конечен извод на правата низа индекси- показател.

Според Ајдукиевич изразот е синтактички добро поврзан ако и само ако

1. е сосема добро сложен (тој е сосема добро сложен ако може да се одреди кои изрази се функтори, кои се нивни аргументи, а во случај кога тие се сложени и кај нив да се разликува функтори од аргументи);
2. ако на секој функтор кој се јавува во тој израз како главен од било кој степен му е додадено точно толку аргументи колку букви има именителот на неговиот индекс; и
3. ако има показател кој содржи еден индекс.²²

Посебна тешкотија се јавува во врска со третманот и бележењето на квантификаторите. Тие се разликуваат од функторите по тоа што врзуваат менливи во изразите, а наспроти нив, функторите можат да

22. K. Ajdukiewicz, *Die Syntaktische Konnexität*. *Studia Philosophica*, T. I, 1935, препечатено во: K. Ajdukiewicz, *Język i poznanie*, T.I: Warszawa, PWN, 1960, s. 223

бидат аргументи на други функтори, додека квантификаторите не можат да играат таква улога. Ајдукиевич сепак ги третира слични на функторите, ги бележи со $\frac{S}{S}$ и става пред нив вертикална црта, а нивното кретење се врши од десно на лево.

Посебната нотација со букви и друпки обезбедува едноставен метод за проверување на синтактичката поврзаност, прецизно ја покажува синтактичката структура и тоа не само за формализираните јазици, но и за сите останати чија структура е доволно одредена. Во литературата од поново време се среќаваат трудови во кои таа се разработува и се прават напори за проширување на нејзината примена.²³ Адаптирајќи ја нотацијата на Ајдукиевич, Бар-Хилел²⁴ во 1947 година разви теорија на синтактичките категории применлива на природните јазици, имено врз нејзините принципи изложи серија на модел-јазици од кои секој, во извесна смисла, е подјазик на англискиот. Оваа и теоријата на Чомски²⁵ забележливо ја зголемија лингвистичката важност на овој тип истражувања што имплицира создавање на нов вид граматика - категоријални.

Но, дали принципите на теоријата на семантичките, односно синтактичките категории обезбедуваат соодветна заштита од парадоксите? Бохенски²⁶ покажува дека во термините на таканаречените синтактички категории можат да се разрешат "логичките" парадокси и смета дека тие

-
23. Меѓу нив значаен е да се спомене следниот труд: Е.Д. Смирнова, *Формализованные языки и логическая форма. Логическая структура научного знания*. Москва, "Наука", 1965
24. Y. Bar-Hillel, *The revival of "The Liar"*. *Philos. and Phenomen. Research*, 1947, 8, pp. 245-253
25. N. Chomsky, *Aspects of the Theory of Syntax*. Cambridge, Mass. 1965
26. I. M. Bocheński, *On the Syntactical Categories*. *Logico-Philosophical Studies*, ed. by Al. Menne. Dordrecht/Boston, Reidel Pub. Co., 1964, pp. 67-88

се погрешно наречени логички, затоа што се чисто синтактички. Како пример го наведува Раселовиот парадокс: Класата C е дефинирана како класа на сите класи кои не се содржат себе си како елементи. На тој начин се добива:

$$(a) \quad a \in C \equiv \sim(a \in a), \quad \text{од заменувањето на } C \text{ за } a \text{ следува:}$$

$$(b) \quad C \in C \equiv \sim(C \in C)$$

$C \in C$ може да се изрази во формата $C(C)$ каде првото C е функтор на второто. Теоријата на синтактичките категории покажува дека овде нема парадокс, зошто двете формули се бесмислени. $C(C)$ е бесмислено бидејќи не е добро оформена формула, имено функторот од некој аргумент не може да припаѓа на иста синтактичка категорија како неговиот аргумент и извршената супституција не е коректна. Така ниту (a), ниту (b) не се искази, туку бесмислени комбинации од знаци.

Наспроти ова, семантичките парадокси не можат да се разрешат единствено со теоријата на синтактичките категории. Како пример е земен Вејловиот парадокс за "хетерологичниот" збор. Нека g означува својство, а G име на g . Својството да се биде хетерологичен нека се означи со h , а името хетерологично со H . Кога ќе се рече дека еден збор е хетерологичен значи неговото значење не е својство на самиот збор, односно:

$$(a) \quad h(G) \equiv \sim g(G) \quad \text{со заменување на } H \text{ за } G \text{ и } h \text{ за } g:$$

$$(b) \quad h(H) \equiv \sim h(H) \quad \text{што е формулацијата на парадоксот.}$$

Но овде нема нарушување на правилата на споменатата теорија бидејќи, наспроти g кое е функтор, G е име. Така h припаѓа на синтактичката

- О категорија $\frac{S}{N}$ како и g , а нивните имиња H и G се елементи на N . Според тоа супституцијата на H за G е коректна, се заменува едно име со друго, како и супституцијата на h за g бидејќи и двата се функтори од типот $\frac{S}{N}$. Истото може да се илустрира на примерот на "лажецот" и другите семантички парадокси. Излезот кој го предлага Бохенски се базира врз воведувањето нови поделби во оваа теорија на нивоа на јазикот, за што ќе говорам повеќе во наредната глава.

ХИЕРАРХИЈА НА ЈАЗИЦИТЕ

Идејата за разбивање на јазикот во посебни нивоа се среќава уште во средниот век, потоа во истражувањата на Расел од периодот кога веќе не се занимава со проблемот на основите на математиката, така што таа остана неискористена. Својата теорија за хиерархијата на јазиците Тарски ја разви независно од своите претходници, дури се чини и дека не знаел за нивните обиди, а му беше неопходна, меѓу другото, за отстранување на парадоксите кои не можеа задоволително да се решат со теоријата на типовите и семантичките категории.

Тарски доаѓа до закључок дека примарниот извор на парадоксите е универзалноста на обичниот јазик, т.е. што тој покрај сопствените изрази ги содржи имињата на изразите и такви семантички термини како: "вистинит исказ", "именува", "означува" и др. Во *"O ugruntowaniu naukowej semantyki"* нагласува: "... иако содржината на семантичките поими кои се јавуваат во говорниот јазик изгледа сосема јасна, сите обиди тие да се карактеризираат попрецизно пропаднаа и различните дискусии во кои се среќаваа, а беа базирани на сосема евидентни и веројатни премиси честопати водеа во парадокси".¹ Коренот на тешкотиите со кои се среќаваме, според Тарски, изгледа лежи во тоа што се испушта од вид релативниот карактер на овие поими, дека тие мораат да бидат сооднесени кон посебен јазик, имено се заборава оти јазикот за кој се зборува не мора никако да коинцидира со јазикот на кој се говори. Се настојува семантиката на јазикот да се востанови во истиот јазик, како да постои само еден единствен јазик на светот.

1. Al. Tarski, *O ugruntowaniu naukowej semantyki*. *Przegląd Filozoficzny*, 1936, vol 39, s. 50-57, препечатено во: Al. Tarski, *Logic, Semantics, Metamathematics*. Oxford, At the Clarendon Press, 1956, pp. 401-408

Анализата на парадоксите покажува дека семантичките поими не можат да се содржат во јазикот на кој се однесуваат, односно јазик кој е универзален во споменатата смисла, кој ја содржи својата сопствена семантика и во кого важат обичните закони на логиката неизбежно мора да биде неконсистентен.

Наспроти овој вид се конструираат посебни, формализирани јазици за одредени намени со секогаш посиромашни речници, тие не содржат изрази кои опишуваат различни особени на знаците од истиот јазик и структурни врски кои важат меѓу нив. Бидејќи овие јазици не опфаќаат семантички поими, можноста за појавување на парадоксите е отстранета. Сепак, овие поими можат да бидат иследувани без таква опасност, ако се воведени не во самиот јазик, туку во еден друг чиј предмет на истражување е првиот, имено во мета-јазикот. За да можат семантичките поими да се дефинираат во мета-јазикот кој и самиот треба да биде формализиран, тој треба да содржи основни поими и аксиоми од три различни вида:

1. Општологички термини (импликација, еквиваленција, конјункција и др.) и општологички аксиоми;
2. Изрази кои имаат исто значење како и изразите на објект-јазикот, а по форма се или идентични со изразите на објект-јазикот или се превод на истите во мета-јазикот;
3. Специфични термини од структурално-описен карактер, т.е. имиња за изразите од јазикот на кого е тој мета-јазик и аксиоми со кои се одредуваат особините на тие имиња.

Основниот услов кој мора да го задоволи мета-јазикот, за да можат во него да се истражуваат овие поими без страв од појавување на парадокси, е тој да поседува менливи кои припаѓаат на семантички кате-

гори од повисок ред од највисокиот на кој се однесуваат изразите од објект-јазикот, менливи на чие место можат да бидат заменети имињата на изразите на објект-јазикот.

Основната задача на Тарскиевата студија "Поимот на вистината во формализираните јазици"² која навистина посредно го засега проблемот кој е предмет на овој труд, но сепак е најрелевантна за него, е конструирање на "формално коректна и материјално адекватна" дефиниција на терминот "вистинита реченица". Обидите попрецизно да се одреди овој термин, како и останатите семантички термини, во обичниот јазик водеа во семантички парадокси. Тарски нема претензии да даде единствена, општоважечка дефиниција на вистината. "Проблемот кој овде не интересира ќе биде разбиен во серии на одделни проблеми од кои секој се однесува на поединечен јазик"³. Што се однесува до обичниот јазик, констатира тој, изгледа не само што не е можно во него да се даде дефиницијата на вистината, туку е невозможна и консистентна употреба на овој термин во согласност со законите на логиката. Тоа се должи главно на две карактеристики на овој јазик: прво, непрецизноста, неодреденоста на неговата структура, т.е. не постои можност за конструирање на такви дефиниции кои би се заснивале на структуралните особини, а неговата непрецизност оневозможува формулирање на прецизни дефиниции во мета-јазикот; второ, неговата семантичка затвореност што е услов за појавувањето на парадоксите, т.е. како што веќе се спомена,

2. Овој труд прво е публикуван на полски. *Al. Tarski, O pojęciu prawdy w odniesieniu do sformalizowanych nauk dedukcyjnych. Rush Filozoficzny 1930-31.XII, s. 210-311*, под наслов: *The Concept of Truth in Formalize Languages*, заедно со *Postscriptot* препечатен е во: *Al. Tarski, Logic, Semantics, Metamathematics...* pp. 152-278

3. *Al Tarski, Logic, Semantics, Metamathematics...* p. 153

покрај своите изрази тој ги содржи имињата на тие изрази и разни семантички термини. Сепак, смета Тарски, ако за нешто може со смисла да се говори, за тоа може да се говори во обичниот јазик, такашто секој израз на било кој формализиран или мета-јазик во принцип мора да биде преводлив на говорниот јазик. Ако би било можно да се формулира мета-јазик на обичниот јазик, без оглед на тешкотиите кои оневозможуваат една таква постапка, тогаш неговите изрази би биле или непреводливи на обичниот јазик, т.е. бесмислени, или ако би биле тогаш обичниот јазик би го содржел во себе својот мета-јазик, со што повторно се создаваат услови за појавување на парадоксите.

Да ги проследиме тешкотиите кои го придружуваат обидот точно да се определи поимот на вистината во природните јазици. Според класичната теорија на вистината, или теоријата на кореспонденција вистината е онаа реченица ⁴ која констатира одредена состојба на нештата и таа одговара на реалноста. Општата шема на овој вид реченици Тарски ја претставува на следниот начин:

(I) x е вистинита реченица ако и само ако p .

За да се добијат конкретни дефиниции на местото на p се супституира некоја реченица, а за x се подставува името на таа реченица, кое се нарекува наводничко име (*quotation-mark name*). На оваа категорија имиња припаѓа секое име на реченица (или на било кој друг дури и бесмислен израз) кое се состои од знаци за наводници, лево и десно и изразот што лежи меѓу нив, кој (израз) е објект означен со соодветното име".⁵

⁴ Според *W. and M. Kneale, The Development of Logic...* p. 589, сите тешкотии со кои се среќава Тарски произлегуваат од неговото несомнено верување дека вистината е својство на реченицата, а не на исказот.

⁵ *Al. Tarski, Logic, Semantics, Metamathematics...* p.156

Пр.: "вее снег" е вистинита реченица ако и само ако вее снег.

Тарски воведува уште еден вид имиња - структурално-дескриптивни и ги користи за опишување на зборовите кои го сочинуваат изразот означен со името, го изразуваат начинот на кој одредени знаци чинат поединечен збор и редот по кој знаците, односно зборовите следат еден по друг. Тие можат да се формулираат без знаци за наводници. Но, се појавува потреба во јазикот со кој се служиме, сега говорниот, да постојат индивидуални имиња за сите букви и други знаци од кои се составени изразите и зборовите во јазикот, на пр.: А и В да бидат имиња за а и в. Структурално-дескриптивните имиња, можат да се корелираат со секое наводничко име ако поседуваат ист обем (денотираат ист израз) и обратно.

Се покажува дека е можно да се конструираат посебни дефиниции на вистината, од погореспоменатиот вид, за структурално-дескриптивните имиња на речениците, но Тарски предупредува оти понекогаш тврдењата од овој вид во комбинација со други, интуитивно јасни премиси водат во противречности, како во случајот на "лажецот". Формулацијата на овој парадокс авторот ја превзема од Лукашиевич и му ја припишува нему, а видовме дека таа се среќава уште во средниот век: "Реченицата печатена на оваа страница, на 5^{тиот} ред одозгора е лажна". Како кратенка за изразот "реченицата печатена на оваа страна на 5^{тиот} ред одозгора" се употребува симболот с, така што се добива реченицата:

с не е вистинитата реченица.

Имајќи го на ум значењето на симболот с може да се констатира:

(α) "с не е вистинита реченица" е идентично со с

Според објаснувањата за наводничките имиња и I следува:

(β) "с не е вистинита реченица" е вистинита реченица ако и само ако с не е вистинита реченица.

(α) и (β) водат во противречност:

с е вистининта реченица ако и само ако с не е вистинита реченица.

Изворот на тешкотијата може лесно да се открие. Во конструирањето на тврдењето (β), кое е добиено од I, за р е супституирано израз кој самиот го содржи терминот "вистинита реченица" од што (β) не може да се смета за посебна дефиниција на вистината. Но, Тарски нагласува, незгодата е во тоа што не постои рационална основа за принципиелна забрана на такви супституции. Од ова се наметнува заклучокот дека не може во општата шема на дефиницијата или во посочениот пример: "'вее снег" е вистинита реченица ако и само ако вее снег" да се супституира било која реченична менлива за изразот "вее снег" кој се јавува двапати и на тој начин да се добие формула која важи за сите вредности на менливата, односно реченица која ги вклучува сите тврдења од типот на дадениот пример како специјални случаи:

(II) За сите р, "р" е вистинита реченица ако и само ако р.

Но, (II) не може да биде во својство на општа дефиниција за изразот "х е вистинита реченица" и од тоа што тоталитетот на можните супституции за х е ограничен на наводничките имиња, а секое наводничко име означува точно одредена реченица, т.е. е константно индивидуално име на одреден израз. На пр.: името "р" означува една буква од абедцедата и со тоа не е оправдана никаква супституција за него.

Замената на наводничките имиња со структурално-описни приобидот парцијалната дефиниција да се обопшти доведува до апсурдни

резултати. Како излез од тешкотијата се предлага уште една можност-поинаква интерпретација на наводничките имиња. Тие се третираат како сложени синтактички изрази во кои наводниците и изразот меѓу нив се посебни делови. Тогаш "'р'" станува наводничка функција чиј аргумент е реченична менлива, а вредностите - константни наводнички имиња на реченици. Но, сега настануваат нови тешкотии, смислата на наводничките функции и наводниците не е сосема јасна. Знаците за наводници стануваат независни зборови кои се однесуваат на семантиката и се приближуваат во своето значење кон зборот "име", а од синтактичка гледна точка играат улога на функтори, функциите на именување не се екстензионални и не е можно нивното вклучување во еден систем на екстензионални функции. Уште полошо, тие не изложуваат на опасност од повторно појавување на разни семантички парадокси.

Со воведување на наводничките функции "лажецот" може да се формулира без употреба на изразот "вистинита реченица" на следниов начин:

За сите p , ако s е идентично со реченицата " p ", тогаш не p .
 " s " е кратенка за изразот "реченицата печатена на оваа страна на 5^{тиот} ред одозгора"

Емпириски може да се констатира:

(α) реченицата "за сите p , ако s е идентично со реченицата " p " тогаш не p " е идентично со s .

Со додавање на претпоставката која се однесува на наводничките функции:

(β) за сите p и q , ако реченицата " p " е идентична со реченицата " q ", тогаш p ако и само ако q .

Од (α) и (β) лесно се изведува противречноста.⁶

Покрај "лажецот" Тарски го споменува и парадоксот за "хетерологичниот" збор, но не го анализира. Тој смета дека последниот е поедноставен од "лажецот" затоа што не содржи никаква емпириска претпоставка аналогна на (α) , но за разлика од првиот случај овде не се работи за реченици, туку за имиња и не за вистинитост, туку за релација на означување.

Тарски упатува уште на една можност за надминување на проблемот, имено конструирање на структурални дефиниции. Нивната општа шема би била следнава: "вистинита реченица е онаа која поседува такви и такви структурални својства (својства кои се однесуваат на формата и редот на поединечните делови на изразот) или реченица која може да се добие од такви и такви структурално опишани изрази со помош на одредени структурални трансформации".⁷ На пр.: Секој израз кој се состои од четири дела од кои првиот е зборот "ако", третиот е зборот "тогаш", а вториот и четвртиот се истата реченица, е вистинита реченицата. Но, што се однесува до обичниот јазик и овој начин изгледа безнадежен, бидејќи овој јазик не е нешто конечно, ограничено, не може да се одреди кои зборови можат да му се додадат, односно кои, во извесна смисла тој потенцијално ги содржи. Не сме во состојба структурално да ги специфицираме оние изрази на јазикот кои се нарекуваат реченици, а уште помалку вистинитите реченици.

На крајот, за оние кои не сакаат да се откажат од употребата на природниот јазик, останува да се зафатат, како вели Тарски, со небла-

⁶. Тарски, цит. дело, стр. 162

⁷. Исто, стр. 163

годарна задача за реформа на истиот, да ја специфицираат неговата структура, да се надмине двосмисленоста на термините кои се среќаваат во него и конечно да се разбие јазикот во низ јазици од поширок и поширок обем, од кои секој стои во ист однос кон другиот како формализираниот јазик кон својот мета-јазик. Но, се наметнува прашањето, а тоа го чувствува и самиот Тарски, дали обичниот јазик после такво расчленување ја сочувува својата природност и дали по тоа не добива карактеристики на вештачките јазици?

Појавувањето на парадоксите, и покрај превземените мерки, недвосмислено говори дека не може да постои консистентен јазик за кого важат обичните закони на логиката и во исто време ги исполнува следните услови:

I За било која реченица која се среќава во јазикот нејзиното име исто така да се однесува на тој јазик;

II Изразот кој резултира од заменувањето на симболот "p" (во I) со некоја реченица и "x" со името на истата, да се смета за вистинита реченица на соодветниот јазик;

III Една емпириска претпоставка што има исто значење како (α) да може да се формулира и прифати како вистинита реченица на истиот јазик.⁸

Проблемот на дефинирањето на вистината понатаму Тарски го сооднесува кон вештачко конструираниите, формализирани јазици. Семантичките поими, според него, можат да се дефинираат во една специјална семантика за даден, конкретен јазик. Врз основа на богатството на граматичките форми и семантичките категории на кои се однесуваат

⁸. Исто, стр. 165

менливите од даден јазик, разликува четири вида формализирани јазичи:
(сеуште ги уважува принципите на теоријата на семантичките категори
рии како битен услов за смисленоста на изразите)

1. Јазичи чии менливи припаѓаат само на една семантичка категорија (пр.: јазикот на пресметнувањето на класите во кого сите менливи припаѓаат на категоријата имиња на класи од индивидуи;

2. Јазичи чии менливи се однесуваат на повеќе од една семантичка категорија, но нивниот број е конечен (јазикот на пресметнувањето на двомесните релации каде се појавуваат менливи од прв и втор ред т.е имиња на индивидуи и имиња на двомесни релации);

3. Јазичи чии менливи припаѓаат на бесконечно многу категории, но категориите спаѓаат во конечен број редови (јазикот на пресметнувањето на релациите);

4. Јазичи чии променливи припаѓаат на бесконечен број редови.
(Јазикот на општата теорија на класите)

Првите три вида се јазичи од конечен ред, наспроти нив, четвртиот е од бесконечен ред. Јазичите од конечниот ред би можеле понатаму да се делат на јазичи од прв, втор ред и тн. соодветно на највисокиот ред на менливите што се среќаваат во нив. За да може да се преведе било кој израз од еден јазик во неговиот мета-јазик, во кого првиот се истражува, мета-јазикот мора да ги поседува барем сите семантички категории кои се појавуваат во јазикот чиј мета-јазик е тој.⁹

⁹. Исто, стр. 221

Методот на дефинирање на семантичките поими наједноставно е применлив на јазиците од првата група. Тарски го демонстрира на јазикот на пресметнувањето на класите, кој е земен како објект на иследување, а доменот на тие иследувања, односно опишувањето на изразите на јазикот, односите меѓу нив не е самиот тој туку соодветниот мета-јазик. Овие истражувања се однесуваат на мета-пресметнувањето на класите развиено во тој мета-јазик. Експлицирањето на структурата на двата јазици ќе го изоставам, а ќе се задржам само на главниот проблем - конструирање на дефиниција на "вистинита реченица".

Тарски смета дека нема оправдување дистинкцијата меѓу докажливите и вистинитите реченици во потполно апстрактните формализирани јазици, но бидејќи се занимава со формализирани јазици кои имаат интуитивна смисла збирот на вистинитите реченици е поширок од оној на докажливите и го вклучува во себе како дел, а пак множеството на вистинитите реченици е подмножество на смислените реченици. Врз основа на разликувањето меѓу вистинитите и докажливите реченици Карнап ќе покаже дека е можно да се формулира семантиката на еден јазик во самиот јазик без опасност од појавување на парадокси, за што поопстојно ќе зборувам подоцна.

Навраќајќи се на интуитивното сфаќање на поимот вистина, кое е во согласност со теоријата на кореспонденција, за дефинирањето на "вистинита реченица" Тарски ја востановува следната конвенција:

Т. Формално коректна дефиниција на симболот "Tr" формулирана во мета-јазикот ќе се нарече една адекватна дефиниција на вистината ако ги има следните консеквенции:¹⁰

¹⁰. Исто, стр. 189-190

(α) Сите реченици кои се добиени од изразот " $x \in Tr$ " ако и само ако p " со супституција на местото на " x " некое структурално-дескриптивно име за одредена реченица од јазикот кој се испитува и за симболот " p " израз кој претставува превод на таа реченица во мета-јазикот;

(β) Реченицата "за било кое x , ако $x \in Tr$, тогаш $x \in S$ " (со други зборови " $Tr \subseteq S$ ").
 Симболот " Tr " ја означува класата на сите вистинити реченици, а " S " класата на сите смислени реченици.

Основниот семантички поим врз кого се заснива дефиницијата на вистината, кој ги исполнува овие услов е поимот задоволување на дадена реченична функција од одредени објекти. Треба да се нагласи дека не се работи за "задоволување воопшто", туку за даден конкретен јазик. Според тоа: вистинита реченица е смислена реченица која е задоволена со секој бесконечен низ објекти од оној вид за кој се говори во објект јазикот, односно за јазикот на пресметнувањето на класите: $x \in Tr$ ако и само ако $x \in S$ и секој бесконечен низ на класите го задовлува x . Оваа дефиниција може да се преобрази во структурална, за дадениот јазик.

На поимот "задоволување" се потпираат дефинициите на останатите семантички термини: "денотација", "дефинирливост" и др. Да се рече дека името x денотира даден објект α е исто што и да се тврди дека објектот α (или секоја низа во која припаѓа α) задоволува една реченична функција од посебен тип. Во обичниот јазик тоа би било функција која се состои од три дела по следниот редослед: менлива, "е" и дадено име x . Што се однесува до "дефинирливост",

во однос на системот на пресметнувањето на класите можат да се дефинираат следниве својства на класите: непразност, поседување на еден, два и тн. елементи, но својството - поседување на бесконечно многу елементи е недефинирливо.

Наведениот метод не може во целост да се примени на јазиците од вториот и третиот вид, одредени проблеми настануваат околу дефинирањето на поимот "задоволување". За вториот вид јазици (чиименливи припаѓаат на многу, но конечен број категории) се користи методот на низови со повеќе редови, а за третиот вид (менливите се однесуваат на бесконечен број категории, но бројот на редовите е конечен) - метод на семантичка унификација на менливите, по што се доаѓа до јазик од првиот вид, т.е. сите менливи припаѓаат на една семантичка категорија. Самиот Тарски чувствува дека оваа постапка во извесна смисла е вештачка. Притоа мора да се внимава на следните нешта:

1. Категоријата на која се сведуваат сите останати не смее да припаѓа на понизок ред од било која употребена категорија.

2. Во јазикот можат да се сретнат голем број такви категории од највисок ред и да се појави проблемот за избор на една од нив, но тоа може да се избегне со примена на некоја категорија која не припаѓа на јазикот, а сепак е погодна за одредената цел. Ништо слично не може да се примени на јазиците од четвртиот вид, оние кои содржат менливи на бесконечен број семантички категории и бесконечен број редови. Консистентната и коректна употреба на поимот вистина во овој случај се должи на можноста за негово вклучување меѓу првичните поими на мета-јазикот, а неговите фундаментални својства се

одредуваат со помош на воведените аксиоми." Семантиката на било кој формализиран јазик од бесконечен ред може да се востанови како посебна наука базирана на сопствени првични поими и аксиоми, која како своја логичка основа го има системот на морфологијата на дадениот јазик."¹¹ Главниот недостаток на овој приод е тоа што во овој случај, не сме сосема обезбедени од повторно појавување на парадоксите. Иако не предлага никакви мерки за одбрана од нив, Тарски тврди, ако внимателно се оперира со менливите од различни редови таквата опасност може да се избегне.

Во претходната глава споменав дека во Постскриптот на "Поимот на вистината во формализираните јазици" Тарски се одрехнува од своето претходно убедување дека формализираните јазици мораат да поседуваат структура која е во согласност со основните принципи на теоријата на семантичките категории. Да ги проследиме консеквенциите од тоа:

Поимот ред на еден израз е исто така значаен како и порано. Како што споменав веќе, на имињата за индивидуи и менливите кои ги репрезентираат нив сега им се придава 0 (нулти) ред. Редот на реченично-творечкиот функтор на една реченична функција не е повеќе недвосмислено определен со редовите на сите нејзини аргументи. Може да се случи еден ист знак да игра улога на функтор во две или повеќе реченични функции во кои аргументите, завземаат соодветно исти места иако припаѓаат на различни редови. Така, за да се одреди редот на било кој знак мора да се земат предвид редовите на сите аргументи во сите реченични функции во кои тој знак е реченично-творечки функтор. "Ако редот на сите тие аргументи е помал од природниот број n и

11. Исто, стр. 266

ано барем во една реченична функција се среќава аргумент кој е точно од $n-1$ ред, тогаш на односниот симбол му се додава редот n .¹² Сите такви реченично-творечки функтори, имињата на индивидуите и менливите кои ги репрезентираат нив се вклучени меѓу знаците од конечен ред.

Тарски наоѓа можност во својата процедура на дефинирање на вистината да ги вклучи и оние објект-јазичи кои поседуваат изрази од бесконечен број семантички категории, а тие се однесуваат на бесконечно многу редови. Под услов тој број да одговара на низот на природните броеви, мета-јазикот може да содржи менливи од повисок ред кои одговараат на трансфинитните броеви.

Со цел да се добијат јазичи посупериорни од претходните Тарски допушта менливи не само од одреден ред туку такви кои "прибегнуваат" по сите можни редови, односно кои можат да бидат во исто време и фунctors и аргументи во исти реченични функции. Но, самиот предупредува дека сега мора да се оперира со најголема опрезност за да не се западне повторно во парадокси, особено од типот на Раселовиот парадокс.

Јазичите добиени на овој начин располагаат со многу погодна и полесно применлива апаратура за развитокот на логиката и математиката. Од формална гледна точка тие се со многу едноставна структура, можат да се вбројат во јазичите од првиот вид бидејќи сите менливи се однесуваат на една единствена семантичка категорија. Поимот ред веќе не се додава на изразите на јазикот туку или на објектите денотирани со нив или на јазикот во целост. Во овој вид јазичи,

¹². Исто, стр. 269

со соодветен избор на аксиоми, може да се изгради теоријата на многествата и целата класична математика.

Сега, повеќе нема потреба од примена на методот на називи со повеќе редови, или методот на семантичка унификација, единствено за што треба да се води сметка е - мета-јазикот во кого се вршат истражувања да поседува повисок ред, од самиот објект-јазик.

Во светлината на новите сознанија, поранешните основни тези кои се однесуваа на можноста за коректна дефиниција на вистината добиваат поопшти формулации, со интенција нивната примена да се прошири на другите семантички поими:

А. Семантиката на било кој формализиран јазик може да се заснива како дел на морфологијата на јазикот базирана на погодно конструирани дефиниции, под услов јазикот во кој е изложена морфологијата да поседува повисок ред од оној чија морфологија е таа.

В. Невозможно е да се востанови семантиката на еден јазик на овој начин ако редот од јазикот на неговата морфологија е најмногу еднаков на самиот јазик.¹³

Тезата А во нејзината нова формулација е особено значајна за методологијата на дедуктивните науки. Самиот Тарски говори за подударноста на нејзините консеквенции со резултатите од Геделовите истражувања. Имено, Гедел покажа¹⁴ дека е невозможно да се докаже консистентноста на една теорија ако доказот се бара на основа на мета-теоријата, од ист или понизок ред. Од друга страна, дефиницијата на

¹³. *Al. Tarski, Logic, Semantics, Metamathematics... p. 273-274*

¹⁴. *K. Gödel, Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I. Mh. Math. Phys., 1931, XXXVIII, s.173-198*

вистината допушта консистентноста на една дедуктивна наука да се докаже на основа на метатеорија на која и припаѓа повисок ред од редот на самата теорија.

До слични резултати во своите истражувања доаѓа и Карнап.¹⁵ Семантичките парадокси, кои тој ги нарекува синтактички, се појавуваат во случај кога синтаксата на еден јазик S е формулирана во самиот S . На пример, "лажецот" настанува како резултат од примената на својствата "вистинитост" и "лажност" кои се однесуваат на исказите од S во самата S . Опасноста од парадокси исчезнува ако својството "вистинитост во S_1 " (и останатите синтактички својства) се применува во синтаксата на S_1 , која не е формулирана во самиот S_1 , туку во некој S_2 , кој може да се добие, на пр. со додавањето на овие предикати како нови првични термини кон S_1 , како и соодветни првични искази кои се однесуваат на нив. Меѓутоа, Карнап тврди дека под извесни услови синтаксата на еден јазик може да биде формулирана во него самиот без страв од појавување на парадокси.

Во логичките истражувања "вистинит" и "лажен" се употребуваат на различен начин. Ако вистинитоста на еден исказ следи според правилата на трансформација, тогаш "вистинит" се заменува со "аналитички", "докажлив", а соодветно, "лажен" со "контрадикторен", "оповрглив". Нека се замени "лажен" со "оповрглив" во исказот на "лажецот". Да претпоставиме дека некој исказ G_2 е конструиран во S и тој тврди дека G_2 е оповрглив (во S). Тогаш G_2 е аналогно на тврдењето во споменатиот парадокс. Треба да се утврди дали се јавува противречност на вообичаениот начин. Прво, нека G_2 е актуелно оповрглив. Тогаш

¹⁵. R. Carnap, *The Logical Syntax of Language*. London, Routledge and Kegan Paul LTD, 1959

G_2 е вистинит и значи аналитички. Од друга страна секој оповрглив исказ е контрадикторен, а сѐтаму не е аналитички. Следува дека претпоставката е лажна и G_2 е неоповрглив. Од ова не се изведува никаква противречност, G_2 е актуелно неоповргливо. Бидејќи G_2 значи спротивно на ова, G_2 е лажен, односно контрадикторен. Но, својствата "неоповрглив" и "контрадикторен" според Карнаповата класификација на својствата на јазикот се консистентни едно со друго.¹⁶

Невозможноста за реконструирање на "лажецот" со помош на термините "недоказлив" или "оповрглив" се должи на фактот што не сите аналитички искази се исто така доказливи и не сите контрадикторни се оповргливи. Но, ако "вистинит" и "лажен" се заменат со синтактичките својства "аналитички" и "контрадикторен" парадоксите се појавуваат повторно.¹⁷

Но, да се вратиме повторно на Тарски и да проследиме на каков одзив наидоа резултатите од неговите истражувања. На целиот Тарскиев проект, а посебно на дефиницијата на вистината се упатувани најразлични критички забелешки: за применливоста, релевантноста, филозофската неутралност и др.

Самиот Тарски нагласи дека добиените резултати од примената на неговата процедура врз формализираните јазици ќе имаат извесна важност за обичниот јазик, а тоа се должи пак на неговата универзалност, имено "ако една дефиниција на вистинита реченица која е конструирана за некој формализиран јазик се преведе во обичниот јазик добиваме фрагментарна дефиниција на вистината која покрива потесна или поширока категорија на реченици".¹⁸ "Безнадежноста" на еден та-

¹⁶. Шемата на стр. 210 во цитираното дело на Карнап

¹⁷. Исто, стр. 218. Слична постапка применува на Вејловиот и Ричардовиот парадокс

¹⁸. *Al. Tarski, Logic, Semantics, Metamathematics...* p. 165, n.2

нов обид Макс Блек ја "изведе" од апсурдните резултати до кои дојде при примената на Тарскиевата дефиниција на еден модел-јазик на англискиот, кој го конструира самиот.¹⁹

Појавувањето на семантичките парадокси е причина за извесни модификации во обичниот англиски јазик (E), имено засилување на разликата меѓу објект-јазикот L_E , и мета-јазикот M_E , како и воведувањето на соодветни типографски знаци за дистингирање на термините кои се однесуваат на L_E , од оние на M_E . Сите семантички термини: "вистинито", "лажно", "изразува", "име" и се исклучуваат од L_E . За таа цел особено значајни се следниве две барања:

(i) Сите термини дефинирани во E мораат да се заменат со нивните дефиниции и неопходно е да ни е достапен комплетен список на недефинираните термини во L_E ;

(ii) Секој недефиниран термин во L_E мора да има одредено име во M_E и комплетниот список на таквите имиња мора да ни биде даден.²⁰

Следењето на овие барања доведува, според Блек, до нелагодни ситуации. Ако од тој список е испуштено едно име, вистината не може да се дефинира за сите реченици во кои тоа се појавува, односно не може да се каже дали тие се вистинити или не. Но, и во случај таквиот пропуст да се прогласи за недоволна претпазливост тоа не ја менува ситуацијата. Колку и да се биде внимателен при создавањето на комплетен список на термините во англискиот јазик, тој ќе стане застарен секогаш кога едно дете ќе се крсти или некој ракопис ќе добие наслов, а оттука и дефиницијата вистината ќе биде невозможна.

19. M. Black, *Language and Philosophy*... pp. 91-107

20. Исто, стр. 99 - 100

"Отворениот" карактер на природниот јазик изразен во некомплетната композиција на неговиот речник го оборува секој напор да се применува дефиниција на вистината, базиран врз набројување на едноставните случаи.

Од овие разгледувања Блэк ќе изведе, секако еден пресилен, заклучок дека Тарскиевата процедура сугерира теорија на "невистина".²¹

Тарски се надеваше дека неговата дефиниција на вистината и останатите семантички поими ќе најде примена во повеќе хуманитарни науки, потоа, без ограничување во емпириските науки чии јазици се формализирани, а со извесна апроксимација во оние кои се користат со природниот јазик. Но, со право се прашува Св. Њџазева, дали тој степен на апроксимација не е така незнатен што се губи право да се говори за примена на Тарскиевитот, а не на некој друг поим на вистината?²²

Во интерес на проблемот кој е предмет на овој труд, ќе се оградам од понатамошни разгледувања на некои прашања кои се битни за оценување на вредноста на Тарскиевите резултати²³, а ќе се задржам само на следново: колку неговата процедура на дефинирање на семантичките поими обезбедува соодветна одбрана од семантичките парадокси? Видовме дека коректната употреба на семантичките поими во обичниот јазик е можна само при неговото раслојување на низа јазици со што се избегнува и појавувањето на парадоксите. Дефинирањето на семантичките поими, без страв од парадокси е можно за "посиромашните" јазици, но кога постапката напредува кон "побогатите", и покрај предупредувањата

21. Исто, стр. 106

22. *Sv. Knjazeva, Filozofija Lavovsko-Varšavske škole... str. 176*

23. Исто, стр. 174

за особена претпазливост, опасноста од повторно појавување на некои од семантичките парадокси не е исклучена. Бидејќи е невозможно да се даде општа дефиниција на еден семантички поим која би важела за сите јазици, изгледа дека ни оваа теорија не не ослободува сосема од проблемот на парадоксите.

Р Е З И М Е

Многубројните страници од логичката и математичката литература посветени на толкување, решавање, па и отфрлање на парадоксите говорат за особениот интерес, загриженост и напори предизвикани од нивното присуство во еден долг период, од антиката преку средниот век до денес. Публикувањето на Раселовиот парадокс во почетокот на овој век ги исправи математичарите пред сериозен проблем, но набрзо се покажа дека тој е само еден од знатно поширокиот комплекс на слични тешкотии. Формулирањето на посебна група парадокси-семантичките, наспроти оние кои се јавуваа во математиката, отвори широко поле на истражување за сите кои се занимаваа со логика, методологија и филозофија.

Во текстот изложив некои од попознатите обиди за решавање на семантичките парадокси како примери за различните аспекти од кои се приогаше и соодветно различните мерки кои се предлагаа за надминување на овие тешкотии. Факт е дека основните идеи на приложените решенија послужија како појдовна точка за низа модификации на постојните теории и како поттик за сопствени приобања кон проблемот. Извесен дел од публикациите кои ги третираат парадоксите опфаќаат поединечни решенија на некои од нив без укажување на општа методолошка основа, но се среќаваме и со такви пристапи во кои тие се сметуваат во пошироки теоретски ориентации, во поцеловити теории. Паѓа во очи присутното несогласување околу карактерот и изворите на парадоксите расудувања. Коренот на тешкотијата се бара во различни моменти.

Изборот на причините и мерките кои се воведуваат за надминување варираат во еден широк дијапазон и досегаат до создавање на алтернативни логики.

Иако општиот впечаток сугерира едно шаренило од толкувања сосема различни едно од друго, сепак, се чини, врз основа на претпоставената причина за појавувањето на парадоксите тие би можеле да се сврстат во неколку групи: оние кои за ваквите ситуации ја криват неограничената употреба на некои термини и изрази, потоа гледиштата според кои незгодата е во претпоставките од кои се поаѓа во изведувањето на парадоксните изкази и становиштата кои за ова ги обвинуваат логичките принципи и правила според кои тие се изведуваат.

Една од општите карактеристики на парадоксните искази е нивната самореферентност и со неа поврзаниот круг во расудувањата. Во делот посветен на средновековните решенија на парадоксите од овој труд се сретнавме со повеќе гледишта кои изворот на тешкотијата ја бараат токму во ова, односно во самоповратноста на основната реченица од формулациите на парадоксите. Од мислителите на дваесеттиот век изгледа прв Поенкаре забележа оти дефинициите на парадоксните изрази се непредикативни, во смисла што дефинираните објекти се определени единствено со својствата на некоја целокупност на која и припаѓаат самите. На пр. парадоксната дефиниција на "нелагодниот" реален број во Ричардовиот парадокс се потпира на својствата на множеството од сите изрази на еден јазик кои ги дефинираат реалните броеви кон кое припаѓа и оваа дефиниција. Раселовиот принцип на магепсан круг ги исклучува непредикативните дефиниции, а теоријата на ти-

повите ги прогласуваа ваквите целокупности за нелегитимни. Но, познато е дека непредикативните дефиниции се покажуваат сосема безопасни, дури и пожелни во математиката и секојдневието. Правени се обиди за извесни ограничувања на споменатиот принцип, имено непредикативноста носи незгоди само во случај кога даден објект настанува со помош на такви дефиниции и нема друга основа за своето постоење. Неговата примена во математиката е исто така проблематична од причини што низа математички објекти немаат друга основа освен дефинициите од кои настануваат. Но, како што е веќе споменато во текстот, се покажа дека самореферентноста поседува извесни карактеристики на круг, но без додатни околности не обврзува на магепсан круг.

Од забраната на самоприменливоста на изразите, кога станува збор за карактеризирање на семантичките својства од типот на "вистинито", "лажно", што е својствено за еден семантички затворен јазик, произлегува дистинкцијата на јазикот во нивоа. Тарски покажа дека парадоксите можат да се избегнат кога "универзалниот" јазик ќе се раслои во низа јазици од кои секој кон наредниот стои во ист однос како објект-јазикот кон својот мета-јазик. Но, и при зачувувањето на оваа хиерархија за "побогатите" формализирани јазици можноста за нивно појавување не е сосема исклучена. Самата идеја за многумина беше неприфатлива зошто, како и дистинкцијата на редови во разгранетата теорија на типовите е противречна на интуицијата.

Семантичките парадокси во своите формулации содржат термини "вистинито", "значи", "именува", односно за нив е карактеристично извесно повикување на јазикот, мислата. Од овие причини тие можат да

се пресретнат ако се специфицира значењето на овие термини како што се обиде да направи Ремзи.

Делењето на изразите на јазикот во семантички категории и востановувањето на одредени принципи кои ќе важат при нивното поврзување, како еден од напорите да се избегнат парадоксите претпоставува исто така извесни ограничувања на функциите на зборовите и изразите.

Едно од гледиштата кои можат да се сооднесат кон вториот вид, имено дека изворот на тешкотијата лежи во претпоставките од кои се тргнува, е она кое го застапува Рајт. Според Рајт, погрешно е претпоставено хетерологичноста да биде својство на зборот кој го изразува него. Хетерологичноста е својство во одредени случаи и до моментот кога тоа се придава на зборот кој го искажува. Самиот парадокс покажува дека тоа не е својство во дадениот однос. Парадоксите за Рајт, се доказ за непостоењето на еден објект или едно својство. Секако, веднаш се наметнува прашањето дали е можно одредено својство кое се прифаќа во нормални ситуации, да се одрекува тогаш кога носи незгоди?

Во случај кога се претпоставува дека причините за парадоксите лежат длабоко во принципите и правилата на логиката решенијата се бараат во отфрлање на некои од нив и создавање на алтернативни логики. Уште во средниот век се среќаваат гледишта според кои парадоксите искази не се ниту вистинити ниту лажни, туку нешто трето. Хвистек ја споменува сугестијата на Слешински дека со отфрлањето на принципот на исклучениот трет би можел да се реши проблемот на пара-

доксите но, не ја прифаќа, ниту ја коментира. Првите обиди на Ле-
 шевски за решавање на некои од старите парадокси се потпираат врз отфрла-
 њето на споменатиот принцип.

Една од најпознатите ориентации во современата математика
 - интуиционизмот се "ослободува" од парадоксите токму со одрекува-
 ње на принципот на исклучениот трет. Според Брауер тој принцип и
 целата Аристотелова логика се апстрахирани од математичкото мислење
 во оној период кога тоа се бавело со конечни множества и тогаш се
 прогласени за апсолутно валидни не само за математичкото мислење
 туку и за било кое друго. За приврзаниците на овој правец парадокси-
 те не се ништо друго освен прост збир на зборови кои се лишени од
 смисла и од било какво конструктивно значење, а настануваат со нару-
 шување на извесни принципи на интуиционизмот и конструктивизмот.
 Оттука нема потреба од така сериозно замислување над парадоксите,
 а да не се говори и за нивните решенија. Во овој случај останува
 прашањето за логичката независност на принципот на исклучениот трет
 од останатите принципи на класичната логика. Покрај тоа, според не-
 кои мислења, нивната логика не доаѓа до парадоксите зашто не досега
 до границите на класичната математика.

Јадрото на секој парадокс е конјункцијата од p и $\sim p$, што е
 противречно во двовалентната логика, но не би биле во некоја која
 допушта трета валенција. Така, негацијата на еден исказ во тровален-
 тната логика кој има вредност $1/2$ исто така поседува вредност $1/2$.
 Бачвар покажа дека во системот L_3 од тровалентната логика на Лука-
 шевич не е изводлив парадоксот на Расел, но може да се изведе па-
 радоксот на Хари, кој овозможува докажување на произволно тврдење

во дадениот систем што е еднакво на изведување на формална противречност.

Секако, наједноставно е парадоксите да се прогласат за бесмислени комбинации од зборови и како такви да се отфрлат. Такво гледиште му се припишува на Хризип, а слични се среќаваат во историјата на логиката до денес. Тоа не налага никакви ограничувања на постојните теории, ни создавање на нови.

Ниту едно од предложените решенија не е доволно ефикасно и толку локално за да ги отстрани само парадоксите. Секое од нив нуди извесен излез од проблемот потесно земен, но влече по себе, како велат Френкел и Бар-Хилел едно здодевно "но...". Секој од предлозите станува можно решение за сметка на обезвреднување на значајни поими, постапки, методи.

Но, зашто парадоксите со векови го ангажираа вниманието на логичарите, математичарите, изнудуваа толку неспокојства и напори, а изгледаа како вештачко создадени конструкции? Нивното присуство гоореше и говори за извесни граници на јазикот како систем од различни сретства, за граници на логиката. Противречноста се покажува катастрофална за егзактните дисциплини и нивните системи. Ако принципите на логиката врз кои се гради еден формален систем допуштаат противречност, во него е изводливо секое тврдење, и вистинито и лажно, а со тоа дадениот систем губи секаква вредност. Не е случајно што интензивната, разработка на парадоксите воопшто паѓа во периодот на првите децении од овој век. Тој се подудира со периодот во кој се трагаше по сигурни основи и максимална строгост на математиката. Логичките парадокси покажуваа дека таква сигурност не е при-

бавена. Посебни усилби за неа се правеа на три фронта во современата математичка мисла: логицизмот, формализмот и интуиционизмот. Кога се чинеше дека Хилбертовиот програм е најблизу до целта, се појави статијата на младиот Гедел "За формално неразрешливите искази на *Principia Mathematica* и сличните системи I" (1931 год.) која ги сруши надежите за несомнен доказ на непротивречноста на целата математика и апсолутна гаранција против можноста за појавување на нови парадокси.

После ова многу често се среќаваат разни варијанти на ставиштето на Рајт: Минато е времето на надешта да се најде конечно решение на парадоксите. Изгледа тие ќе останат постојан предмет на дискусии за да го привлекуваат одново и однови вниманието на логичарите, на кое би можело да се додаде: да водат во нови теории и во понатамошен развиток на мислата воопшто.

Можеби сепак, парадоксите говорат за извесни граници на некој јазик, некоја логика, а не на сепкои.

Б И Б Л И О Г Р А Ф И Ј А

1. AJDUKIEWICZ, K
Język i poznanie I, II Warszawa, P.W.N. 1960/1965
2. ARISTOTEL ,
Organon. Beograd, Kultura, 1965
3. ARMOUR, L.
Logic and Reality. Assen, Van Gorcum and Comp., 1972
4. AUSTIN, J.D.
How to do Things with Words. Oxford, At the Clarendon Press,
1962
5. AYER, Al.
Language, Truth and Logic. London, Nicholls and Comp. LTD, 1948
6. BAHTIN, M.
Marksizam i filozofija jezika. Beograd, Nolit, 1980
7. BAR-HILLEL, Y.
Aspects of Language. Amsterdam, North Holland, 1970
8. BAR-HILLEL, Y
The Revival of "The Liar" Phil. And Phenom. Research, 1947,
8, pp. 245 - 253
9. BEHMANN, N.
The paradoxes of Logic. Mind, 1937, 46, pp. 218-221
10. BETH, E.
Les fondement Logiques des mathematiques. Paris-Louvain, 1955

11. BETH, E.

Remarks on the paradoxes of Logic and Set-theory.

Ierusalem, 1962

12. BLACK, M.

Language and Philosophy, Studies in Method, Jthaca. New York,

Cornell Univ. Press, 1949

13. BOCHENSKI, I. M.

Ancient Formal Logik. Amsterdam, Nort-Holland Pub. Comp., 1957

14. BOCHENSKI, I. M.

Formale Logik. Freiburg/München, Karl Alber Verlag, 1956

15. BOCHENSKI, I. M.

Formalisation of a Scholastic Solution of the Paradox of

the "Liar". Logico-Philosophical Studies, Ed. by Al. Menne.

Dordrecht/Boston, Reidel Pub. Com., 1964, pp. 64-68

16. BOCHENSKI, I. M.

On the Syntactical Categories. Logico-Philosophical Studies,

Ed. by Al. Menne. Dordrecht/Boston, Reidel Pub. Co., 1964,

pp. 67-68

17. BORKOWSKI, L.

Logika formalna. Warszawa, P.W.N., 1970

18. БОЧВАР, Д.

К вопросу о парадоксах математической логики и теории

множеств. Матем. сб. Т. 15(57) 1944, №3, стр. 369-382

19. БОЧВАР, Д.

Об одном трёхзначном исчислении и его применении к анализу

парадоксов. Матем. сб., 4(46) 1938, № 2, стр. 287-308

20. CARNAP, R.

The Logical Syntax of Language. London, Routledge and Kegan

Paul LTD, 1937

21. CHOMSKI, N.

Aspects of the Theory of Syntax. Cambridge, Mass., 1965

22. CHURCH, Al.

Schröder's Anticipation of the Simple Theory of Types.

Journal of Unif. Sciences, 1939, 9, pp. 149-152

23. CHWISTEK, L.

Antynomie logiki formalnej. Przegląd Filozoficzny 1921,

z. 3,4, s. 164 - 171

24. CHWISTEK, L.

The Limits of Science, Outline of Logic and of Methodology
of the Exact Sciences. Longon, Kegan Paul, Trench, Trubner
and Co., LTD, 1948

25. CHWISTEK, L.

Pisma filozoficzne i logiczne. Warszawa, P.W.N., T.I/1961,

T, II/1963

26. CHWISTEK, L.

The Theory of Constructive Types, Principles of Logic and
Mathematics. Roczn. Pol. Tow. Matematycznego, 1923, vol. 2,
pp. 9-48; 1929, vol. 3, pp. 92-141

27. CHWISTEK, L.

Zasady czystej teorii typow. Przegląd Filozoficzny, 1922

r. 25, z. 3, s. 359 - 391

28. CHWISTEK, L.

Zasada sprzeczności w świetle nowszych badań Bertranda

Russella. Roz. Akad. Umjet. 1912, vol. 30, z. 2, s. 270-334

29. FREGE, G.

Grundgesetze der Arithmetik, Begriffsschriftlich Abgeleitet.

Jena, vol. I 1893, vol. II 1903

30. ФРЕНКЕЛ, А.; БАР-ХИЛЛЕЛ, И.

Основания теории множеств. Пер. с англ. Гастева. Москва,
"Мир", 1966

31. ФРЕЙДЕНТАЛ, Х.

Язык логики. Москва, "Наука", 1969

32. FODOR, J.; KATZ, J.

The Structure of Language, Englewood Cliffs, Prentice-Hall,
1964

33. GELLNER, E.

Words and Things. London, Routledge and Paul Kegan, 1979

34. ГРОСС, М.; ЛАНТЭН, А.

Теория формальных грамматики. Москва, "Мир", 1972

35. GRZEGORCZYK, A.

The Systems of Lesniewski in Relations to Contemporary
Logical Research. *Studia Logica*, 1955, T. III, s. 77-95

36. GRZEGORCZYK, A.

Zarys logiki matematycznej. Warszawa, P.W. N. 1973

37. HAO WANG

The Formalisation of Mathematics. *Journal of Symbolic
Logic*, 1954, 19, pp. 241-266

38. HUSSERL, Ed.

Recherches Logiques. Paris, Press. Univ. de France, 1961

39. ЈОСИФОВСКИ, Ј.

Увод во симболичката логика. Скопје, Изд. Унив. "Кирил и
Методиј", 1970

40. ЈОСИФОВСКИ, Ј.

Историја на логиката. Скопје, Изд. Унив. "Кирил и Методиј",
1973

41. НАРПИ, Х. Б.

Основания математической логики. Пер. с англ. В.В. Донченко.
Москва, "Мир", 1969.

42. KATZ, J.

Linguistic Philosophy the Undelying Reality of Language
and its Philosophical Import. Hemel Hempstead, Allen and
Unwin, 1972

43. KLEENE, S.

Mathematical Logic. New York · London · Sydney, John Wiley
and Sons Inc., 1967

44. KNEALE, W. and M.

The Development of Logic. Oxford, At the Clarendon Press, 1961

45. KNJAZEVA, S.

Filozofija Lavovsko-Varšavske škole. Beograd, I.D.N., 1964

46. КОТАРБИНСКИЙ, Т.

Античные парадоксы и современные антиномии. Избранные
произв. Москва, "Наука", 1963

47. LESNIEWSKI, S.

Czy klasa klas nie podporządkowanych sobie jest podpo-
rządkowana sobie? Przegląd Filozoficzny, 1914, z. 17, s. 63-7.

48. LESNIEWSKI, S.

Krytyka zasady wyłącznego środka. Przegląd filozoficzny,
1913, z. II, III, s. 315-352

49. Logika i język. Studia z semiotyki logicznej.

Warszawa, P.W.N., 1967

50. Логическая семантика и модельная логика. Москва, "Наука",

1967

51. ЛУКЪЯНЕЦ, В. С.

Философские основания математического познания. Киев,
"Наукова думка", 1980

52. MOODY, E.

Truth and Consequences in Medieval Logic. Amsterdam, North-
Holland Pub. Company, 1953

53. МШВЕНИЕРАДЗЕ, В.

О философской сущности "семантической концепции истины".
Сб. Логические исследования. Москва, Изд. А.Н. СССР, 1959,
стр. 48-69

54. НОВИКОВ, П.

О логических парадоксах. Доклады АН СССР Т. VI, 1947,
№ 5, стр. 451-453

55. ПАНФИЛОВ, В. З.

Грамматика и логика. Москва. Ленинград, Изд. АН СССР, 1963

56. ПАВИЛЕНИС, Р.

Философия языка: проблема смысла. Вопросы философии, 1976/3,
стр. 106-112

57. ПЕТРОВ, С.

Логическите парадокси във философска интерпретация. София,
"Наука и искусство", 1971

58. ПЕТРОВ, С.

Логическите антиноми. Формулировки. Философска мисъл 1970/4,
стр. 67-75

59. ПЕТРОВ, С.

Логическите антиномии. Решения. Философска мисъл, 1970/5,
стр. 73-81

60. ПЕТРОВ, С.

Логическите антиноми. Тълкувания. Философска мисъл, 1970/12,
стр. 47-55

61. The Philosophy of Mathematics. Ed. by I. Hintikka. Oxford,
Univ. Press, 1969

62. PLATTS, M.

Ways of Meaning. An Introduction to a Philosophy of Language.
London, Routledge and Paul Kegan, 1979

63. QUINE, W. van O.

Mathematical Logic. Cambridge, Mass., 1951

64. QUINE, W. van O.

New Foundations for Mathematical Logic. Am. Mathem. Monthly,
1937, 44, pp. 70-80

65. QUINE, W.

On a So-called Paradox. Mind, 1955, Vol. 62, pp. 65-67

66. RAMSEY, E.

The Foundations of Mathematics and Other Logical Essays

67. ROSEBOOM, W.

Is Epimenides still lying? Analysis, April, 1958

68. RUSSEL, B.

Introduction to Mathematical Philosophy. London, George
Allen and Unwin, 1919

69. RUSSELL, B.

Mathematical Logic as Based on the Theory of Types.
American Journal of Mathematics, 1908, v. 30, pp. 222-262

70. RUSSELL, B.

The Principles of Mathematics. London, George Allen and Unwin
1956

71. RUSTOW, A.

Der Lügner, Theorie, Geschichte und Auflösung. Leipzig, 1910

72. SALAMUHA, J.

Pojawienie się zagadnień antynomialnych na gruncie

logiki średniowiecznej. *Przegląd Filozoficzny*, 1937, 40,

s. 68-89, s. 320-343

73. SCHAFF, Ad.

Język i poznanie. Warszawa, P.W.N., 1964

74. SHENK, G.

Zur Geschichte der logischen Form. Er. Bd. Berlin, VEB

Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1973

75. SZUPECKI; BORKOWSKI

Elementy logiki matematycznej i teorii mnogości.

Warszawa, P.W.N., 1963

76. SZUPECKI, J.

St. Lesniewski's prototetics. *Studia Logica*, 1953, T.I,

s. 44-112

77. СМЕРНОВА; ТАВАНЕЦ

Семантика в логике. Сб. Логическая семантика и модальная логика. Москва, "Наука", 1967, стр. 3-53

78. SOMMERS, F.

Types and Ontology. *Philosophical Logic*, Ed. by P.F. Strawson.

Oxford, at the Univ. Press, 1977, pp. 138-169

79. STANOSZ, B.; NOWACZYK, A.

Logiczne podstawy języka. Wrocław. Warszawa. Kraków.

Gdańsk, Wyd. Polskiej Akademii Nauk, 1976

80. СТЯЖИН, Н.И.

Формирование математической логики. Москва, "Наука", 1967

81. СТЯЖНИН, Н. И.

Элементы алгебры логики и теории семантических антиномий в поздней средновековой логике. Сб. Логические исследования. Москва. А.Н. СССР, 1959, стр. 20-33

82. СТЯЖНИН, Н. И.

О логических парадоксах и их отношении к диалектическим противоречиям. Вопросы философии, 1958/, стр. 145-148

83. SUSZKO, R.

Syntactic structure and semantical reference. *Studia Logica*, 1958, T. VIII

84. SUSZKO, R.

Zarys elementarnej składni logicznej. W sprawie antynomii kłamcy i semantyki języka naturalnego. Warszawa, P.W.N. 1957

85. TARSKI, A.

Logic, Semantics, Metamathematics. Oxford, At the Clarendon Press, 1956

86. TARSKI, A.

Pojęcie prawdy w językach nauk dedukcyjnych. Warszawa, Nakł. Towar. Naukowego Warszawskiego, 1935

87. ТАВАНЕЦ, П. В.

О семантическом определении истины. Сб. Философские проблемы современной формальной логики. Москва, Изд. А.Н. СССР, 1962 стр. 140-151

88. УЕЛОВ, А.И.

Антиномия лжеца и метод её разрешения. Вопросы философии, 1976/8, стр. 54-61

89. ŠAF, A.

Uvod u semantiku. Beograd, Nolit, 1965

90. ШЕГОЛЬКОВА, Т. М.

О парадоксальности дедуктивных систем. Вопросы философии,
1970/6, стр. 54-73

91. ВЕТРОВ, А. А.

Лингвистика, логика, семиотика. Вопросы философии,
1967/12, стр. 71-82

92. WHITEHEAD, A.; RUSSELL, B.

Principia Mathematica. I. Cambridge, At the Univ. Press,
1950

93. WINOGRAD, T.

Understanding Natural Language. New York, Academic Press, 1972

94. WRIGT, G. von,

The Heterological Paradox. Soc. Sci. Fenn. Comment.
Phys. - Math. 1960, No 5, pp. 28-42

С О Д Р Ж И Н А

Увод-----	1
Парадоксите на стариот свет-----	8
<i>Insolubilibili</i> -те на средновековната логика-----	15
Раселовото решение на парадоксите-----	42
Одлгаси на теоријата на типовите-----	65
Теоријата на семантичките категории-----	87
Хиерархија на јазиците-----	107
Резиме-----	128
Библиографија-----	135

