

Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје
Економски факултет - Скопје

Марија Трпкова - Несторовска
„ПРИМЕНА НА ВЕКТОРСКИТЕ АВТОРЕГРЕСИВНИ МОДЕЛИ ВО
МАКРОЕКОНОМСКО МОДЕЛИРАЊЕ”
Докторска дисертација

Скопје, 2014 година

Ментор:
проф. д-р Славе Ристески

***На Јаков и Тихомир,
Виолета, Ефтим и Христина***

Примена на векторските авторегресивни модели во макроекономското моделирање

Апстракт

Овој труд има две цели. Првата цел е на сеопфатен и едноставен начин да ги прикаже концептите на нестационарност, тестовите на единечен корен, концептот на коинтеграција, векторските авторегресивни модели, векторските модели со корекција на грешка и нивното значење во моделирањето на макроекономските временски серии. Втората цел на овој труд е да изврши успешна примена на наведените концепти при анализирањето и моделирањето на инфлацијата во Република Македонија.

Со користење на векторскиот модел со корекција на грешка со блок егзогени ограничувања и коинтеграцијата на избраните променливи интегрирани од прв ред се изготвени модели кои потврдуваат дека најважна детерминанта на инфлацијата на Република Македонија е инфлацијата во евро зоната. Во групата на фактори кои ја диктираат домашната инфлација се вбројуваат цената на нафтата на светските пазари, увозот на стоки, монетарниот агрегат M1 и инфлаторната инерција. Во трудот е елаборирано дејството кое наведените фактори го имаат врз инфлацијата, нивниот интезитет, насока на дејствување и времетраење. Креирани се два модела и двата предвидуваат дека стапката на инфлација ќе се намалува во 2014 година. Намалувањето на инфлацијата е логично, бидејќи со моделите е потврдена зависноста на домашната инфлација од инфлацијата во евро зоната, каде што според најновите извештаи, веќе постои реален ризик од дефлација и каде што се преземаат конкретни мерки за регулирање на оваа неповолна тенденција. Авторот смета дека сериозна дефлација не е сценарио за Република Македонија, но многу е веројатно намалување на домашната инфлација во месеците што следат, тврдење што официјалните статистики веќе го потврдуваат.

Моделите ги идентификуваат клучните детерминанти на инфлацијата и предвидуваат реални оценки за стапката на инфлација, што укажува дека векторските авторегресивни модели се моќни и исклучително применливи модели во макроекономските истражувања.

Клучни зборови: коинтеграција, векторски модел со корекција на грешка, инфлација, инфлација во евро зоната, инфлаторна инерција, Република Македонија

Applied vector autoregressive models in macroeconomic modeling

Abstract

This paper has two objectives. The first objective is to use a simple and complete approach in order to elaborate the concepts of nonstationarity, unit root tests, cointegration, vector autoregressive models, vector error correction models and their importance in modeling of macroeconomic time series. The second objective of this paper is to demonstrate a successful application of the previous concepts while analyzing and modeling the inflation in Republic of Macedonia.

With the use of vector error correction model with block exogenous restrictions and cointegration of the selected variables, integrated of order one, models are created that confirm that the most important determinant of the inflation in Republic of Macedonia is the inflation in Euro Area. The group of other factors that influence the national inflation contains the variables such as the price of the oil on the world market, imports of goods, monetary aggregate M1 and inflation inertia. This paper contains explanation of the effect which the appointed factors have on the inflation, their intensity, direction of the effects and their duration. Two models are created and both models predict that the inflation rate will decrease in 2014. This decline is logical, since the models confirm the dependency of the domestic inflation from the inflation in the Euro area, where according to the latest reports, there is a real risk of deflation, and proper measures are taken for control of this difficult tendency. The author assumes that serious deflation is not a likely scenario for Republic of Macedonia, yet a decline in the domestic inflation in the months to follow is very plausible, as official statistics already confirm.

The models identify the key determinants of the inflation and they forecast real estimations for the inflation rate, which leads to conclusion that the vector autoregressive models are powerful and exceptionally applicable models in macroeconomic research.

Key words: cointegration, vector error correction model, inflation, inflation in Euro area, inflation inertia, Republic of Macedonia

Содржина

Вовед.....	3
Глава 1. Нестационарност	8
1. Временски серии, дефинирање и цели.....	8
2. Стохастички процеси и нестационарност.....	14
3. Тестирање на стационарноста.....	33
4. Моделирање на макроекономски временски серии	39
Глава 2. Коинтеграција, векторски авторегресивни модели, векторски модели со корекција на грешка.....	59
1. Поим за коинтеграција	59
2. Дефинирање на коинтеграцијата	62
3. Коинтеграција и заеднички трендови	73
4. Тестирање за постоење на коинтеграција	75
5. Модел со корекција на грешка	102
6. Векторски авторегресивен модел	114
7. Векторски модел со корекција на грешка	171
Глава 3. Оценување на детерминантите на стапката на инфлација во Република Македонија.....	186
1. Феноменот на инфлацијата-посебен осврт на инфлацијата во Република Македонија ...	186
2. Осврт кон литературата	191
3. Инфлацијата во Република Македонија во однос на клучните макроекономски променливи	196
4. Моделирање на инфлацијата во Република Македонија	210
Моделирање на инфлацијата во рамки на надворешни макроекономски детерминанти	211
Моделирање на инфлацијата во рамки на надворешни и домашни макроекономски детерминанти	227
Заклучок.....	245
Литература.....	254

"There is a way out of every box, a solution to every puzzle, it's just a matter of finding it."
Captain Picard, Star Trek, The Next Generation

"Things are only impossible until they're not!"
Captain Picard, Star Trek, The Next Generation

"Logic is the beginning of wisdom,... not the end."
Commander Spock, Star Trek

Во последните неколку децении коинтеграцијата се здобила со се поголема популарност како метод со кој може успешно да се анализираат нестационарните макроекономски податоци. Развојот на овој метод е последица на веќе добро познатиот факт, проверен низ бројни емпириски истражувања, дека најголем дел од макроекономските временски серии се карактеризираат со нестационарност. Нестационарноста на временските серии може да претставува потенцијално сериозен проблем бидејќи нестационарните податоци го поништуваат статистичкото заклучување и нивната понатамошна анализа може да донесе до појава на лажна регресија. Методот на коинтеграција овозможува елегантно решение. Основната идеја на овој метод е дека линеарната комбинација на две или повеќе нестационарни временски серии може да биде стационарна, под претпоставка дека сериите имаат исти стохастички трендови. Доколку постои ваква комбинација на временски серии, тогаш за нив се вели дека се коинтегрирани временски серии, додека пак линеарната комбинација помеѓу нив се нарекува коинтеграциска поврзаност (англ. cointegration relationship). Во многу случаи коинтеграциската поврзаност може да се толкува како долгорочна економска поврзаност, и претставува моќна алатка за тестирање на теоретските претпоставки врз емпириски податоци.

Поимот за коинтеграција стана еден од најважните концепти во економетријата на временските серии откако се појавиле трудовите на Granger (1983) и Engle and Granger (1987). Коинтеграцијата најде широка примена во анализата на економските податоци, и истите се често објавувани во економетриската литература. Посебни изданија на *Oxford Bulletin of Economics*, 54 (3), (1992) и *Journal of Policy Modeling*, 14 (3, 4), (1992) содржат многу трудови каде што овој метод е применет и проширен. Се појавија и многу книги во кои се објаснети основните концепти на коинтеграцијата: Reinsel (1991), Hamilton (1994), Lkepohl (1993), Cuthebertson et al. (1992). Книгите на Banerjee et al. (1993), Johansen (1996) и Hansen и Johansen (1998) претставуваат систематски третман на поимот за коинтеграција.

Коинтеграцијата денес наоѓа голема примена при испитувањето на макроекономските зависности. Постојат бројни трудови на автори низ целиот свет кои се користат со коинтеграцијата, поточно векторскиот авторегресивен модел со цел да потврдат зависност на макроекономски променливи кои се карактеризираат со нестационарност. Примери каде што може да се утврдува постоење на множество на коинтегрирани променливи има многу.

Примената на коинтеграцијата може да се согледа во имињата на бројни наслови на трудови на истакнати автори, децении наназад па до денес: „Долгорочна зависност помеѓу трудот и капиталот: Индиректни докази за еластичноста на супституцијата“, „Векторски авторегресивен модел за анализа на монетарната политика на мала отворена економија“, „Оценување на долгорочната зависност помеѓу нееднаквоста на доходот и економскиот развој“, „Тестирање на новиот кејнзијански модел на податоци од САД и евро зоната“.

Сето претходно говори дека станува збор за актуелна методологија која во Република Македонија тукушто започнува да се развива. Научниот придонес на оваа докторска дисертација се согледува во тоа што се работи за пионерски труд кој се обидува да ја прикаже примената на една комплексна и исклучително актуелна методологија од областа на анализата на временските серии во функција на решавање на посебно важни прашања поврзани со националната макроекономска политика. Докторската дисертација посебно ја третира инфлацијата во Република Македонија, нејзините детерминанти, начинот на кој таа (не)може да се контролира од страна на монетарните власти. Причините поради кои е избрана инфлацијата се бројни. Инфлацијата носи сериозни негативни ефекти, почнувајќи од недостигот на одредени добра, бидејќи потрошувачите ќе ги купуваат очекувајќи дека во иднина нивната цена ќе порасне, до намалување на реалната вредност на парите. Несигурноста за идното зголемување на инфлацијата може да ги намали инвестициите и штедењето, што за економија како македонската би било крајно неповолно. Во изминатите дваесет години Македонија одржувала релативно стабилно ниво на цените, но во 2011 година и 2012 година стапката на инфлација започнува да се зголемува. Трудот ќе треба да даде одговор за тоа кои се причинителите за растот на цените и дали истата стапка може да се контролира.

Предмет на истражувањето на докторската дисертација претставува коинтеграцијата кај векторскиот авторегресивен модел (или векторскиот модел со корекција на грешка) и негова примена при макроекономското моделирање, поточно моделирање на инфлацијата во Република Македонија.

Оваа докторска дисертација има за **цел** да спроведе истражување на тема од областа на емпириската макроекономија и да покаже успешна примена на векторскиот авторегресивен модел и коинтеграцијата при тестирање на теоретските претпоставки врз емпириски податоци кои се однесуваат на националната економија на Република Македонија.

Задачите на истражувањето се следните:

- 1) да се објаснат временските серии и стохастичките процеси;
- 2) да се објасни стационарноста и тестовите за стационарност;

- 3) да се објасни концептот на коинтеграција, да се прикажат тестовите со кои се тестира постоењето на контеграција кај временските серии;
- 4) да се објасни векторскиот авторегресивен модел;
- 5) да се објасни векторскиот модел со корекција на грешка;
- 6) да се прикаже целосен процес на спроведување анализа со користење на векторски авторегресивен модел (или векторски модел со корекција на грешка);
- 7) со прикажаната методологија да се истражат детерминантите на инфлацијата во Република Македонија;
- 8) да се предвиди стапката на инфлација на Република Македонија и да се посочат нејзините идни тенденции.

Методолошки гледано, прибирањето и анализирањето на расположливите податоци во докторската дисертација е извршено со употреба на научно основан пристап. **Основниот метод** кој ќе се користи е векторскиот авторегресивен модел со коинтеграција на временските серии (векторски модел со корекција на грешка), кој истовремено е и најзастапен во анализата на векторските временски серии. Овој модел се користи за предвидување на системи на меѓусебно поврзани временски серии. Овој пристап ја избегнува потребата за структурно моделирање со тоа што ја третира секоја ендогена променлива во системот како функција од вредности на ендогените променливи со временско доцнење. Во случај кога се вклучуваат надворешни економски променливи во моделите се поставени блок егзогени ограничувања.

Во анализата се користи економетрискиот софтвер EViews 6 и економетрискиот софтвер JMulti.

Трудот претставува **целина од три глави** во кои се настојува детално да се опишат моделите кои се користат за анализа на меѓузависностите во систем со повеќе зависни променливи кои се карактеризираат со нестационарност, како и преку реален пример да се прикаже нивната апликативност и корисност.

Во **првата глава „Нестационарност“** се започнува со дефинирањето на временските серии и целите на анализата на временските серии. Се опишуваат економските временски серии со нивните карактеристики, и посебно внимание се посветува на стохастичките процеси и концептот на стационарност. Се говори за трансформација на нестационарните временски серии и се објаснува феноменот на лажна регресија, која истовремено е поттик за развој на векторските авторегресивни модели. Се објаснува постапката за тестирање на стационарноста и најчестите тестови на единечен корен кои се применуваат при тестирањето. Главата се дополнува со дел за моделирање на макроекономските временски серии, класификација на макроекономските модели и низа други важни карактеристики на истите.

Втората глава, која има наслов „Коинтеграција, векторски авторегресивни модели, векторски модели со корекција на грешка“, навлегува во екстензивно елаборирање на концептот на коинтеграцијата и нејзиното значење. Ги објаснува тестот на Енгл – Грејнџер и Јохансеновиот тест за коинтеграција, двата најчесто користени теста, и дава објаснување за тестирање во случај на променливи интегрирани од втор ред. Во следниот дел се објаснува моделот со корекција на грешка и преминува кон векторскиот авторегресивен модел (VAR). Детално се обработени VAR моделите, од нивниот историски развој, до математичката форма на моделот, неговата спецификација и оценката на параметрите на моделот. Се објаснува и структурниот VAR модел. Се продолжува со векторскиот модел со корекција на грешка кој се користи во случај кога сериите се интегрирани од ист ред и кога помеѓу нив се потврдува коинтеграциска врска.

После теоретското објаснување на концептите за нестационарност, коинтеграција, векторските авторегресивни модели и векторските модели со корекција на грешка, во **третата глава, „Оценување на детерминантите на стапката на инфлација во Република Македонија“**, следи апликативна примена на векторските модели со корекција на грешка при оценување на детерминантите на стапката на инфлација во Република Македонија. Најпрво се објаснува феноменот на инфлација, а посебно се издвојува случајот на стапката на инфлација во Република Македонија. Следи дел во кој се образложува релевантна литература која се занимава со слична проблематика. Се дава посебен осврт на серијата на индексот на потрошувачки цени (инфлацијата) со клучните макроекономски променливи во Република Македонија. Се изработуваат два векторски модели со корекција на грешка, се коментираат добиените резултати и се врши предвидување.

Во **заклучокот** на докторската дисертација е даден краток приказ на најважните карактеристики на векторските авторегресивни модели и заклучок од емпириското истражување со корисни препораки за детерминантите на инфлацијата во Република Македонија и нејзините идни тенденции.

"Time is fluid... like a river with currents, eddies, backwash."
Commander Spock, Star Trek

"Time is a companion that goes with us on a journey. It reminds us to cherish each moment, because it will never come again. What we leave behind is not as important as how we have lived."
Captain Jean Luc Picard, Star Trek, The Next Generation

1. Временски серии, дефинирање и цели

Временската серија е основниот поим во анализата на временските серии. Наједноставно дефинирана, **временската серија** претставува подредена низа на опсервации, со што подредувањето се врши врз основа на времето и тоа најчесто во еднакви временски интервали (Ристески et al., 2012). Така, може да се говори за месечното движење на цените, годишното ниво на производството, кварталниот извоз, дневната температура. Квантитативната анализа на движењето на финансиските пазари користи моделирање на временски серии со високи фреквенции чии податоци се јавуваат во неправилни интервали низ текот на времето (промена на цените на акциите).

Анализата на временските серии е статистичка дисциплина, но **нејзината примена се разликува од претпоставките на теоријата на статистичкото заклучување**. Имено, основниот поим во теоријата на статистичкото заклучување е простиот случаен примерок, под кој се подразбира збир на n независни и еднакво распределени случајни променливи. Во анализата на временските серии исто така се разгледува збир на случајни променливи за кои се претпоставува дека меѓусебно се корелирани. **Предметот на интерес кај анализата на временските серии е испитување на природата и степенот на корелираност на случајните променливи низ текот на времето**.

Анализата на временските серии е **предмет на истражување во различни научни области**. На пример, во метеорологијата се изучуваат движењето на температурата, влажноста на воздухот, брзината на ветерот. Демографската анализа го следи движењето на наталитетот, морталитетот, природниот прираст. Економските истражувања се темелат на анализа на економските променливи на микро и макро ниво. Многу чести се и анализите на макроекономските променливи како што се цените, платите, паричната маса, девизниот курс, индустриското производство, вработеноста, невработеноста и низа други променливи.

Според Mladenović i Nojković (2008) **основните цели** на анализата на временските серии се: (1) опишувањето (2) објаснувањето и (3) предвидувањето на временските серии.

(1) Целта на **опишувањето на временските серии** е да се обезбедат информации за основните карактеристики на временските серии. Во оваа фаза на анализата се добиваат одговори на прашањата од типот: дали временската серија е стационарна или не, дали постојат специфичности во движењето на временските серии, дали временската серија има

нормален распоред, дали е потребно да се трансформира временската серија. Одговорите на овии прашања даваат почетна основа за реализација на втората цел на анализата.

(2) Целта на **објаснувањето на временските серии** е избор на економетриски модел со кој се опишува движењето на серијата на задоволувачки начин. Изборот и оцената на моделот зависат од тоа дали анализата на временските серии е еднодимензионална (со една променлива) или повеќедимензионална (со повеќе променливи). При еднодимензионална анализа временската серија се моделира исклучително врз основа на сопствената динамика. Повеќедимензионалната анализа се состои во користење на релевантна група на временски серии кои имаат улога на независни променливи. Во овој случај анализата на временските серии се поклопува со стандардната економетриска анализа.

(3) Според моделот кој ќе се избере и ќе се оцени во втората фаза се **прогнозира идното движење на временските серии**, што е од интерес за дефинирање и реализација на кредибилна економска политика. Исто така, врз основа на оценетиот модел може да се симулираат различни мерки на економска политика, на пример, како ќе реагираат цените при девалвација на валутата за 10 % или пораст на паричната маса за 5 %. Во постапката на предвидување на идните вредности се препорачува да се оценат повеќе модели и, секако, да се користи здрава логика. Прогнозирањето на основа на сопственото движење на временската серија нема многу смисла во услови на нестабилни и административни економии

Основни поими во анализата на временските серии

Според Hamilton (1994), Mills (1999) и Tsay (2005) основни поими кои се среќаваат во анализата на временските серии се: (1) случаен процес, (2) временска серија, (3) стационарност и (4) ергодичност. Во овој дел ќе се даде кратка дефиниција за секој од наведените поими, а некои ќе бидат и детално објаснети во делот што следи.

(1) Се набљудува множество на случајни променливи $y_1(\omega), y_2(\omega), \dots, y_t(\omega)$ каде што $\omega \in \Omega$ и $t \in T$. Со T се означува множеството на индекси, а со Ω множеството на исходи од даден експеримент. Истото може да се запише и како $\{y_t(\omega), \omega \in \Omega, t \in T\}$ или $y_t(\omega), \omega \in \Omega, t \in T$.

За секое фиксирано $t \in T$, $y_t(\omega)$ претставува случајна променлива дефинирана во множеството на настани Ω . Во тој случај индексот t може да се изостави, така што ќе се користи ознаката $y_t(\omega)$.

Ако се фиксира $\omega \in \Omega$, тогаш множеството на вредности на случајните променливи $y_t(\omega)$ станува само функција на множеството на индекси T . Вообичаено е да се користат ознаките $\{y_t, t \in T\}$, $\{y_t\}_{t \in T}$ или само $y_t, t \in T$. Фамилијата на случајни променливи $y_t, t \in T$ е

случаен процес. Со други зборови, колекцијата на случајни променливи, кои се подредени според множеството на индекси, е случаен процес.

Како се дефинира множеството на индекси T ?

Ако множеството T одговара на множеството на реални броеви или на неговото подмножество ($T \subseteq R$), тогаш случајниот процес е дефиниран на реалната права и се нарекува **случаен процес со непрекинат параметар**. Се означува со $\{y_t\}_{t \in R}$ или $\{y_t\}_{-\infty}^{\infty}$.

Ако T е множество на цели или природни броеви, тогаш соодветниот случаен процес се нарекува **случаен процес со прекинат (дискретен) параметар**. Во овој случај множеството на природни броеви има $T = N = \{1, 2, \dots\}$, одосно $\{y_t\}_{t \in N}$ или $\{y_t\}_1^{\infty}$.

Во економската анализа на временските серии најчесто се разгледува низата на случајни променливи кои се уредени според множеството на природни броеви $T = N = \{1, 2, \dots\}$.

Вака дефинираниот случаен процес е предмет на разгледување во анализата на временските серии. Тоа значи дека поимот случаен процес се користи за да се објасни фамилијата на случајни променливи кои се уредени според множеството на индекси $1, 2, \dots$. Ова множество $T = N = \{1, 2, \dots\}$ ги означува моментите во времето, или, едноставно, времето. Според тоа **случаен процес е низа на случајни променливи кои се подредени според времето**.

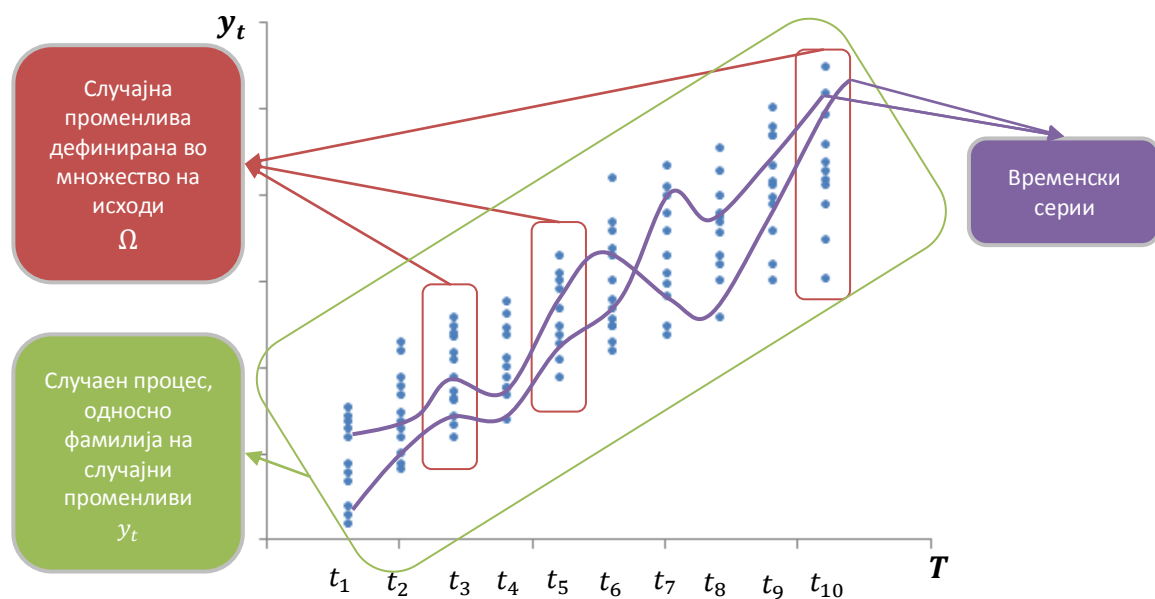
(2) Во литературата не постои единствен став околу дефинирањето на временската серија. Се издвојуваат следните две доминантни мислења.

Првото мислење вели дека **временска серија претставува една реализација на случајниот процес**. Во таа смисла односот помеѓу временската серија и случајниот процес одговара на односот помеѓу примерокот и основната маса во теоријата на статистичкото заклучување. Како што примерокот е дел од основната маса врз основа на која се изведуваат заклучоци за својствата на временската статистичката маса, така и во анализата на конкретна временска серија треба да се овозможи согледување на карактеристиките на случајниот процес.

Второто мислење вели дека **не постои разлика помеѓу случајниот процес и временската серија**. Тоа значи дека временската серија може да се набљудува како низа на случајни променливи кои се уредени според времето. Со други зборови, терминот случаен процес и временската серија се синоними. Бидејќи голем број автори ги користат овие два термини алтернативно, термините временска серија и случаен процес се користат за да се означи ист поим – временска низа на случајни променливи. Така, може да се каже дека **временската серија е низа на случајни променливи кои се подредени според времето**.

За сликовит приказ на концептот на случаен процес, случајна променлива и временски серии, може да се разгледа сликата 1.1. На апсцисната оска на координатниот систем е прикажано времето T , со неговите фиксирани вредности $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$, каде што $t \in T$. На ординатната оска се прикажани случајните променливи, y_t . За една фиксирана вредност на t , $y_t(\omega)$ претставува **случајна променлива** дефинирана во множеството на исходи Ω . Тоа значи дека за фиксна вредност на t , таа може да добие зема повеќе различни вредности. Збирот на случајните променливи, подредени хронолошки, се нарекува **случаен процес**. **Временската серија** е дефинирана според првото мислење, односно таа е една реализација на случајниот процес. На сликата се прикажани две можни реализации. Можат да постојат бесконечно многу различни временски серии како реализација на еден случаен процес.

Слика 1.1. Приказ на случаен процес и временски серии



Извор: приказ на авторот

(3) Можеби најважната поделба на временските серии е онаа која ги дели на **стационарни и нестационарни серии**. Може да се каже дека стационарноста е карактеристика на временските серии чие движење низ текот на времето се одвива по веќе воспоставен начин во смисла на непроменливост на средната вредност и варијансата. Спротивно, доколку параметрите на движењето на временските серии се функција од временскиот момент, тогаш станува збор за нестационарни временски серии. Оваа поделба е значајна бидејќи прави разлика помеѓу временски серии кои различно се однесуваат низ текот на времето, што бара

примена на различни статистички методи при нивната анализа. Влијанието на случајните шокови врз нивото на стационарните серии слабее со текот на времето, ефектот на шокот врз нивото на временската серија со единечен корен има перманентно дејство за неодреден период (Буцевска, 2005).

Постојат два концепти на стационарност, концепт на строга стационарност и концепт на слаба стационарност. Временската серија е **строга стационарна** (стриктно стационарна, јако стационарна, стационарна во потесна смисла) ако нејзините својства не се менуваат низ времето. Тоа значи дека случајните променливи кои припаѓаат на строга стационарната временска серија поседуваат идентична очекувана вредност, варијанса, како и моменти од повисок ред, доколку постојат. Временската серија е **слабо стационарна** доколку нејзината очекувана вредност и варијанса не се менуваат со текот на времето и коваријансата помеѓу кои било два члена е само функција на временското доцнење (англ. time lag) помеѓу нив. За дадена вредност на временско доцнење, коваријансата исто како и очекуваната вредност и варијансата, е непроменлива во однос на времето.

Како е односот помеѓу концептот на строга и концептот на слаба стационарност? Ако временската серија е строго стационарна таа е и слабо стационарна само доколку поседува конечна варијанса. Обратно, слабо стационарна временска серија не мора да биде строго стационарна. Тоа се случува тогаш кога слабо стационарната временска серија нема стабилни моменти со ред повисок од два.

Условите на строга и слаба стационарност се еквивалентни ако заедничкиот распоред на случајната низа е нормален. Таква случајна низа се нарекува **Гаусов случаен процес**. Како што нормалниот распоред е во целост дефиниран со двата први моменти (средната вредност и варијансата), така константноста на средната вредност и варијансата на членовите на Гаусовата случајна низа подразбира и константност на нивниот заеднички распоред.

Наједноставниот стационарен случаен процес се нарекува **бел шум**. Процесот на бел шум е низа на некорелирани случајни променливи со средна вредност нула и константна варијанса. Белиот шум е целосно случаен процес, кој на одреден начин кореспондира со случајната грешка кај класичниот регресионен модел. Самиот термин бел шум е изведен од спектралната анализа на белата светлост. Имено, спектарот на бела светлост е сочинет од подеднакви делови на седумте основни бои на спектарот. Со други зборови, вкупната енергија на белата светлост содржи подеднакво влијание од сите компоненти на различни фреквенции, што може да се каже и за белиот шум. Стационарноста ќе биде предмет на подетално разгледување во посебно поглавје.

(4) Уште еден поим кој се среќава како основен поим кај анализата на временски серии е **ергодичноста** (англ. ergodicity). Според Mladenović i Nojković (2008) за слабо стационарна временска серија x_t се вели дека е ергодична во средината ако важи следниот услов:

$$\bar{x} \xrightarrow{p} E(x_t), T \rightarrow \infty$$

каде што $\bar{x} = \frac{1}{T}(x_1 + x_2 + \dots + x_T) = \frac{1}{T}\sum_{i=1}^T x_i$. Според ова, временската серија е ергодична во средината ако аритметичката средина на даденото множество на податоци конвергира во веројатноста кон вистинската средна вредност на временската серија со зголемување на обемот на примерокот.

За стационарна временска серија да биде ергодична во средината доволно е да важи:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma_k < \infty$$

Тоа значи дека меморијата на ергодичниот процес опаѓа така што коваријансата помеѓу опсервациите на растечките временски доцнења конвергира кон нула доволно брзо.

Економски временски серии

Според Enders (2010), многу макроекономски временски серии се карактеризираат со нестационарност – средната вредност не е константа и јасно може да се воочи хетероскедастичноста. Првичните заклучоци се донесуваат преку графичкиот приказ на истите, но се потврдуваат со соодветните тестови за постоење на стационарност во временските серии.

Според Fregert (2004), главните карактеристики на различните временски серии можат да се опишат во следните пет точки.

(1) Многу економски временски серии покажуваат раст со текот на времето – постоење на **тренд**. Независно дали станува збор за бруто домашниот производ, потрошувачката или инвестициите, голем дел од макроекономските серии покажуваат тренд, кој најчесто има растечка насока. Со помош на просечната стапка на раст се мери оваа тенденција.

(2) Економските временски серии се **неправилни** (англ. irregular). Графичкиот приказ на овие серии покажува случаен или стохастички елемент и неможат да се опишат со едноставни функции, како функцијата за синус. Неправилноста се мери со мерките за варијабилност како варијансата и стандардната девијација.

(3) Економските временски серии се **постојани** (англ. persistent). Вредностите кај овие серии не се оддалечуваат премногу од својата претходна вредност. Постојат долги, иако неправилни, бранови во податоците. На пример, бруто домашниот производ секогаш има вредности блиски до својата претходна вредност. Економијата не „скокнува“ случајно од

голем пад во голем раст за време на еден квартал. Ако економијата е во рецесија, многу е веројатно дека и следниот период ќе го задржи истото движење, но некогаш и не е така. За да се долови степенот на спорост на временските серии се користат мерките за доследност како што се автоковаријансата и коефициентот на автокорелација.

(4) **Шоковите кај временските серии се карактеризираат со висок степен на истрајност.** Ова се серии кои во одредени периоди покажуваат раст, за подоцна да прикажат пад кој исто така трае неколку периоди. Ова движење „нагоре-надолу“ кое трае по неколку периоди е постојано за целиот набљудуван период.

(5) **Волатилноста на многу серии не е константна со текот на времето.** Во временски серии како што се движењата на цените на акциите на светските берзи може да се воочат периоди кога брзата мирува наспроти периоди кога се јавуваат големи падови и голем раст на пазарот. Овие серии се нарекуваат условно хетероскедастични серии ако неусловената (долгорочна) варијанса е константа, но постојат и периоди кога варијансата е релативно висока.

(6) Серии кои покажуваат **криволиниско движење.** Постојат и серии за кои не може да се каже ниту дека имаат тенденција на раст ниту пак тенденција на пад, а од друга страна не ни покажуваат тенденција да се вратат кон долгорочната средна вредност. Ова движење на „случаен од“ е типично за нестационарни временски серии. Од друга страна, без формално тестирање, тешко е да се заклучи дали сериите одат кон својата средна вредност или не.

(7) Некои временски серии се во **усогласено движење** со други временски серии. Постојат две или повеќе серии кои индивидуално не покажуваат тенденции на придвижување кон долгорочната средна вредност, но ако се разгледаат заедно ќе се воочи дека нивните движења се многу слични, и дека тие значајно не се оддалечуваат една од друга. Присуството на ваква усогласеност не треба да биде изненадувачко, бидејќи постојат сили (на пример пазарниот механизам) кои влијаат врз сериите да го одржуваат усогласеното движење.

Пример е движењето на бруто домашниот производ и потрошувачката. Штом се зголеми бруто домашниот производ, и потрошувачката вообичаено покажува раст. За да се утврди степенот на заедничко движење се користат мерките на коваријансата како што е коефициентот на коваријанса и коефициентот на корелација кренат на квадрат (коефициент на детерминација).

2. Стохастички процеси и нестационарност

Нестационарноста на временските серии е значаен проблем бидејќи има големо влијание врз начинот со кој податоците ќе се анализираат. Нестационарните серии не можат да

се анализираат со традиционалните економетриски техники бидејќи во случај на нестационарност некои основни претпоставки на моделите не се исполнети и правилно толкување на односите помеѓу нестационарни временски серии е невозможно. Затоа е од голема важност пред да се започне со анализата на податоците, најпрво тие да се проверат за да се утврди дали се стационарни.

За многу временски серии заклучокот дали тие се стационарни или не може да се донесе од нивниот графички приказ. Но, ова не е доволно прецизен начин, бидејќи секогаш може да се погреша за одредена серија. Најдобар начин за утврдување на стационарност се тестовите за стационарност или тестови на единечен корен.

Стохастички процеси

Според Ристески et al. (2012), случаен или стохастички процес е низа на случајни променливи подредени во времето. Случајната променлива се означува со Y . Таа може да биде континуирана и дискретна случајна променлива. Пример за континуирана случајна променлива е електрокардиограмот, додека, пак, примери за дискретна случајна променлива се бруто домашниот производ, платите, потрошувачката, извозот и слично. Бидејќи најголем дел од економските податоци се собираат во дискретни периоди од времето, ќе се бележат со Y_t . Ако со Y се означи бруто домашниот производ, неговите податоци се бележат со $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n$. Секоја од вредностите за Y преставува случајна променлива.

Зошто велíme дека бруто домашниот производ може да претставува случајна променлива? Нека хипотетичката вредност на бруто домашниот производ за $Y_3 = 234$ милијарди евра. Теоретската претпоставка вели дека вредноста за Y_3 може да биде која било вредност во зависност и економската состојба и политичката клима во земјата за која се мери бруто домашниот производ. Вредноста од 234 милијарди евра е една конкретна **реализација** на сите можни вредности. Затоа може да се каже дека бруто домашниот производ е стохастички процес и дека реалните вредности на серијата добиени за одреден временски период се една конкретна реализација на процесот (или примерокот). Разликата помеѓу стохастичкиот процес и неговата реализација е слична на разликата помеѓу популацијата и примерокот. Како што се користат примероците за да се донесат заклучоци за популацијата, во временските серии се разгледуваат реализациите на стохастичките процеси за да се донесат заклучоци за истите тие стохастички процеси.

Стохастичките процеси може да се поделат на стационарни и нестационарни стохастички процеси. Посебно ќе бидат разгледани и двата.

Стационарен стохастички процес

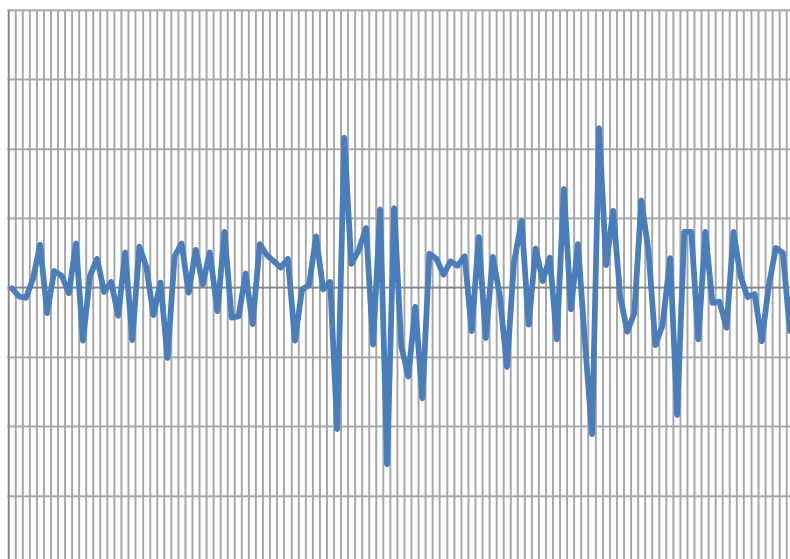
Вид на стохастички процес кој се здобил со големо внимание и е предмет на строго испитување од страна на аналитичарите на временските серии е таканаречениот **стационарен стохастички процес**. Стохастичкиот процес е стационарен ако неговата средна вредност и варијанса се константни низ текот на времето и вредноста на коваријансата помеѓу два периода зависи само од растојанието или јазот или од временското доцнење помеѓу двата временски периода и не од стварното време за кое коваријансата е пресметана. Во литературата на временските серии ваквиот стохастички процес е познат како **слабо стационарен процес** или **процес стационарен по коваријанса** или **стационарен процес од втор ред**.

За да се објасни слабата стационарност нека Y_t е стохастичка временска серија со следните карактеристики, средна вредност, варијансата и коваријансата респективно:

$$\begin{aligned} E(Y_t) &= \mu \\ \text{var}(Y_t) &= E(Y_t - \mu)^2 = \sigma^2 \\ \gamma_k &= E[(Y_t - \mu)(Y_{t+k} - \mu)] \end{aligned}$$

каде што γ_k , коваријансата (или автоковаријансата) за временско доцнење k , е коваријансата помеѓу вредностите Y_t и Y_{t+k} , односно помеѓу две вредности за Y раздвоени за k периоди. Ако $k = 0$, γ_1 е коваријансата помеѓу две соседни вредности на Y .

Слика 1.2. Приказ на стационарен стохастички процес



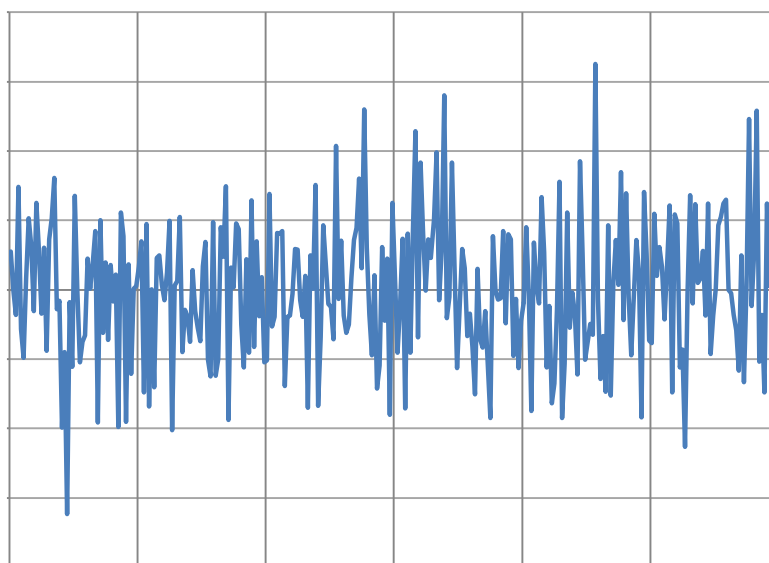
Извор: приказ на авторот

Да се разгледа случајот во кој се поместува почетокот на Y од Y_t кон Y_{t+m} . За да биде Y_t стационарен, средната вредност, варијансата и автоковаријансите на Y_{t+m} мора да бидат исти како и оние на Y_t . Тоа значи дека доколку временската серија е стационарна, нејзината средна вредност, варијанса и автоковаријанса (за различни временски доцнења) остануваат непроменети независно од тоа од која временска точка почнуваме да ги мериме, односно тие се непроменливи во однос на времето (англ. time invariant). Таквите временски серии ќе настојуваат да се враќаат кон својата средна вредност (овој процес се нарекува **враќање кон средината** (англ. mean reversion)) и флуктуациите околу средната вредност (мерени со варијансата) ќе имаат широка константна амплитуда или обем.

Ако временската серија не е стационарна според наведената дефиниција се нарекува **нестационарна временска серија** (се говори само за слаба стационарност). Со други зборови, нестационарна временска серија ќе има или средна вредност или варијанса (или и средна вредност и варијанса) кои ќе се менуваат со текот на времето.

Зошто се придава голема важност на стационарните временски серии? Бидејќи ако една серија е нестационарна, може да се проучува нејзиното однесување само за временскиот период за кој таа се набљудува. Истата временска серија во друг период може да покаже сосема поинакво однесување. Секоја група на податоци ќе претставува посебна епизода. Како последица на ова, нема да постои можност добиените заклучоци да се воопштат и за другите временски периоди. Оттука, при предвидувањето на идните вредности, ваквите нестационарни временски серии имаат многу мала практична вредност.

Слика 1.3. Приказ на процес на бел шум



Извор: приказ на авторот

За да се утврди дали одредена временска серија е стационарна се користат тестовите за стационарност (или тестови на единечен корен) кои подоцна ќе бидат објаснети.

Пред да се продолжи понатаму, може да се спомене и еден посебен вид стохастички процес (или временска серија), кој се нарекува **целосно случаен процес** или **процес на бел шум**. Еден стохастички процес може да се нарече процес на бел шум доколку неговата средна вредност е еднаква на нула, има константна варијанса σ^2 и е сериски некорелиран. Ако процесот е и независен, тогаш се нарекува **процес на строг бел шум**. Во моделот на класичната нормална праволиниска регресија, серијата на случајните грешки е процес на бел шум кој е независно и идентично распореден како нормален распоред со средна вредност нула и константна варијанса, односно $\varepsilon_t \sim IIDN^1(0, \sigma^2)$.

На сликата е прикажан процесот на бел шум. Тука јасно може да се воочи дека серијата има средна вредност нула и константна варијанса која се движи во интервал од -3 до 3.

Нестационарен стохастички процес

Иако предмет на интерес се стационарните временски серии, во економијата и пошироко, често се сретнуваат и нестационарните временски серии. Класичен пример за нив е **моделот на случаен од²** (англ. random walk model).

Случен од без насока (тренд) (англ. drift). Се претпоставува дека ε_t е серија на случајни грешки во форма на бел шум со средна вредност нула и варијанса σ^2 . За серијата y_t ќе се рече дека е случаен од ако

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Кај моделот на случаен од, како што покажува и равенката, вредноста на y за периодот t е еднаква на нејзината вредност за периодот $t - 1$ плус случајниот шок ε_t . Равенката на случаен од може да се разгледува и како регресија каде што зависната променлива е y_t , а независната променлива нејзината вредност со временско доцнење од еден период. Научниците кои ја поддржуваат хипотезата на ефикасен пазар на капитал тврдат дека цените на акциите се во суштина случајни, и поради тоа не постои простор за профитабилни спекулации на берзата: ако некој може да ја предвиди утрешната цена на акцијата на основа на денешната цена на акцијата, тогаш сите ние би биле милионери.

Од прикажаната равенка може да се запише

¹ *IIDN* – independently and identically distributed normally.

² Изразот случаен од често се споредува со движење на пијан човек. Кога пијан човек ќе излезе од кафеана, тој се движи по случајно растојание ε_t за време t , и доколку продолжи да оди неодредено тој ќе се одалечува се повеќе од кафеаната од која излегол. Истото се вели и за цените на акциите. Денешната цена на акцијата е еднаква на цената на акцијата вчера плус случајниот шок.

$$y_1 = y_0 + \varepsilon_1$$

$$y_2 = y_1 + \varepsilon_2 = y_0 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

$$y_3 = y_2 + \varepsilon_3 = y_0 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

Во општ случај, ако процесот започнал за одреден период 0 со вредност y_0 се добива

$$y_t = y_0 + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i$$

Оттука,

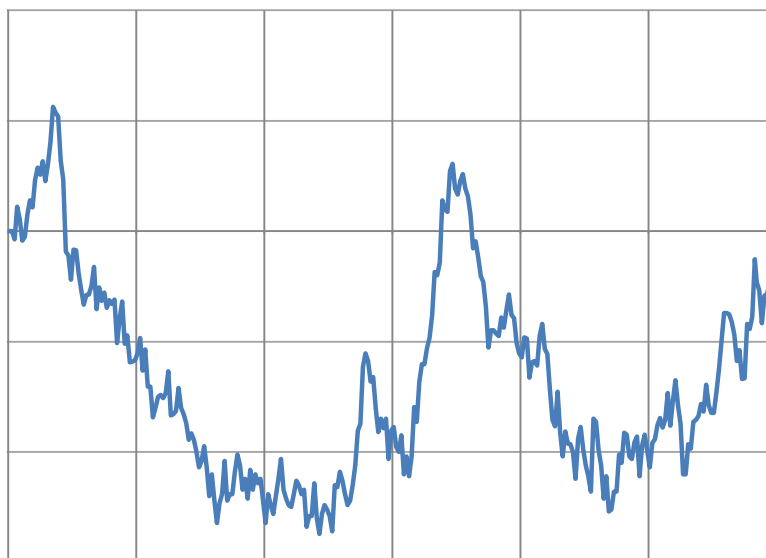
$$E(y_t) = E\left(y_0 + \sum \varepsilon_t\right) = y_0$$

На сличен начин може да се се покаже и дека

$$\text{var}(y_t) = t\sigma^2$$

Како што покажува претходниот израз, средната вредност на y_t е еднаква на нејзината иницијална или почетна вредност, која е константа, но како што t се зголемува, и варијансата се зголемува на неодредено време, со што се прекршува условот за стационарност. На кратко, случајниот од со насока е нестационарен стохастички процес. Во практиката y_0 најчесто е поставена да биде еднаква на нула, и во тој случај $E(y_t) = 0$.

Слика 1.4. Приказ на процес случаен од без насока



Извор: приказ на авторот

Според Gujarati (2003), интересна карактеристика на моделот на случаен од со насока е истрајноста на случајните шокови (или случајните грешки), што е јасно од равенката $y_t = y_0 + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i$. Јасно е дека y_t е збир од иницијалната вредност y_0 плус збирот на случајните шокови.

Како резултат, ефектот на еден одреден шок не се намалува со текот на времето. На пример, ако $\varepsilon_2 = 2$, тогаш сите вредности за y_t после y_2 ќе бидат поголеми за две единици и ефектот на овој шок никогаш нема да се отстрани. Затоа се вели дека случајниот од има бесконечна меморија.

Интересно е, доколку се запише равенката $y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$ на следниот начин:

$$(y_t - y_{t-1}) = \Delta y_t = \varepsilon_t$$

лесно може да се покаже дека иако y_t е нестационарна, нејзината прва диференција е стационарна. Со други зборови, првите диференции (англ. first differences) на временските серии со случаен од се стационарни.

Случаен од со насока (тренд). Равенката $y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$ се менува на следниот начин

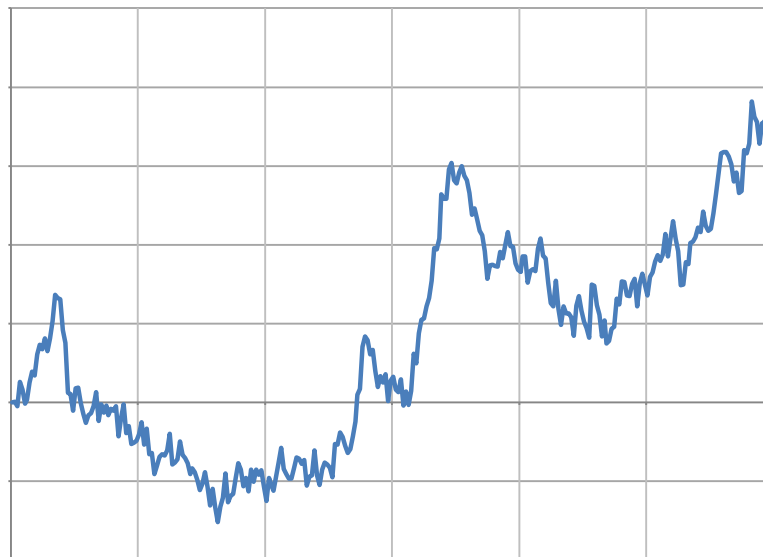
$$y_t = y_{t-1} + a_0 + \varepsilon_t$$

каде што a_0 е **параметарот на насоката** (англ. drift parameter). Името насока доаѓа од таму што ако се запише равенката која и претходи на следниот начин:

$$y_t - y_{t-1} = \Delta y_t = a_0 + \varepsilon_t$$

ќе покаже дека y_t се движи или по нагорна или по надолна насока, во зависност од тоа дали параметарот a_0 е позитивен или негативен. Моделот $y_t = y_{t-1} + a_0 + \varepsilon_t$ е истовремено и авторегресивен модел од прв ред (англ. autoregressive first order model).

Слика 1.5. Приказ на процес случаен од со насока



Извор: приказ на авторот

Ако се следи постапката која е објаснета кај моделот на случаен од без насока, може да се покаже дека кај моделот на случаен од со насока

$$E(y_t) = y_0 + ta_0$$

$$var(y_t) = t\sigma^2$$

Како што може да се види, кај моделот на случаен од со насока средната вредност и варијансата се зголемуваат со текот на времето, со што се нарушуваат условите за (слаба) стационарност. Може да се заклучи дека случајниот од, со или без насока, е нестационарен стохастички процес. Моделот на случаен од е пример за **процес на единечен корен** кој се објаснува во делот што следи.

Стохастички процес на единечен корен

Според Gujarati (2003), равенката $y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$ може да се запише на следниот начин

$$y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t \quad -1 \leq \rho \leq 1$$

Кај овој модел доколку $\rho = 1$, равенката станува модел на случаен од (без насока). Ако ρ е всушност 1, станува збор за таканаречениот **проблем на единечен корен** (англ. unit root problem), односно, состојба на нестационарност. Познато е дека во овој случај варијансата на y_t не е стационарна.

Името единечен корен се должи на фактот дека $\rho = 1$. Имено, ако $\rho = 1$ и ако равенката $y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$ се запише како

$$y_t - y_{t-1} = \varepsilon_t$$

со користење на операторот на временско доцнење (англ. lag operator) L така што

$$Ly_t = y_{t-1}$$

$$L^2 y_t = y_{t-2}$$

...

$$L^n y_t = y_{t-n}$$

равенката $y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$ може да се запише како

$$(1 - L)y_t = \varepsilon_t$$

Изразот единечен корен се однесува на коренот на полиномот кај операторот на временското доцнење. Ако се постави

$$(1 - L) = 0$$

се добива $L = 1$, и оттаму името единечен корен. Оттука **изразите нестационарност, случаен од и единечен корен може да се разгледуваат како синоними.**

Доколку $|\rho| \leq 1$, односно доколку апсолутната вредност на ρ е помала од еден, тогаш може да се покаже дека временската серија y_t е стационарна според дефиницијата за стационарност. Имено, ако во равенката $y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$ се претпостави дека иницијалната вредност $y_0 = 0$, дека $|\rho| \leq 1$ и ε_t е бел шум со нормален распоред, средна вредност нула и варијанса еден, тогаш следи дека

$$E(y_t) = 0$$

$$var(y_t) = 1/(1 - \rho^2)$$

Бидејќи и средната вредност и варијансата се константи, по дефиниција за слаба стационарност y_t е стационарна временска серија. Ако пак $\rho = 1$, y_t е случаен од или нестационарна променлива.

При спроведување на анализата, од големо значење е да се утврди дали временската серија има единечен корен. За тоа постојат повеќе тестови за кои е посветено посебно поглавје.

Тренд стационарни и диференцијоно стационарни стохастички процеси

Разликата помеѓу тоа дали стохастичкиот процес (или временската серија) е стационарен или нестационарен е од клучно значење за тоа дали трендот е **детерминистички** или **стохастички**. Доколку трендот кај временската серија е целосно предвидлив и не е променлив, тогаш се нарекува детерминистички тренд, додека пак доколку не е предвидлив, се нарекува стохастички тренд. За да се изведе формална дефиниција, се разгледува следниот модел на временска серија y_t

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \beta_3 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

каде што ε_t е процес на бел шум и каде што t се мери хронолошки. Постојат следните можности:

Чист случаен од (англ. pure random walk): Ако во равенката $y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \beta_3 y_{t-1} + \varepsilon_t$ коефициентите $\beta_1 = 0$, $\beta_2 = 0$ и $\beta_3 = 1$ се добива

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$$

што претставува модел на случаен од без насока кој е нестационарен. Но ако $y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$ се запише како

$$\Delta y_t = (y_t - y_{t-1}) = \varepsilon_t$$

тогаш моделот станува стационарен. Оттука следи дека моделот на случаен од без насока е **диференцијоно стационарен процес**.

Случаен од со насока: Ако во равенката $y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \beta_3 y_{t-1} + \varepsilon_t$ коефициентите $\beta_1 \neq 0$, $\beta_2 = 0$ и $\beta_3 = 1$ се добива

$$y_t = \beta_1 + y_{t-1} + \varepsilon_t$$

што претставува случаен од со насока и е нестационарен. Ако се запише како

$$(y_t - y_{t-1}) = \Delta y_t = \beta_1 + \varepsilon_t$$

тоа значи дека y_t ќе покаже позитивен тренд ако $\beta_1 > 0$ или негативен тренд ако $\beta_1 < 0$. Таквиот тренд се нарекува **стохастички тренд**. Равенката $(y_t - y_{t-1}) = \Delta y_t = \beta_1 + \varepsilon_t$ е

диференционо стационарен процес бидејќи нестационарноста кај y_t може да се отстрани со трансформирање на временските серии во нивните први диференции.

Детерминистички тренд: Ако во равенката $y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \beta_3 y_{t-1} + \varepsilon_t$ коефициентите $\beta_1 \neq 0$, $\beta_2 \neq 0$ и $\beta_3 = 0$ се добива

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \varepsilon_t$$

кој се нарекува **тренд-стационарен процес**. Иако средната вредност на y_t е еднаква на $\beta_1 + \beta_2 t$ и не е константа, нејзината варијанса, σ^2 е константа. Штом вредностите за коефициентите β_1 и β_2 се познати, средната вредност може идеално да се предвиди. Така, ако се одземе средната вредност на y_t од y_t ќе се добие серија која ќе биде стационарна, па така е добиено името **тренд-стационарна серија**. Оваа постапка се нарекува постапка на отстранување на (детерминистичкиот) тренд (англ. detrending).

Слика 1. 6. Приказ на детерминистички и стохастички тренд



Извор: приказ на авторот

Како што може да се види од приказот на сликата, разликата помеѓу стохастичкиот и детерминистичкиот тренд е очигледна. Кај детерминистичкиот тренд отстапувањата од линијата на трендот (која ја претставува нестационарната средна вредност) се сосема случајни и за многу кратко време исчезнуваат. Овие отстапувања не придонесуваат кон долгорочниот развој на серијата. Кај стохастичкиот тренд случајната компонента влијае на долгорочниот развој на серијата.

Случаен од со насока и детерминистички тренд: Ако во равенката $y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \beta_3 y_{t-1} + \varepsilon_t$ коефициентите $\beta_1 \neq 0$, $\beta_2 \neq 0$ и $\beta_3 = 1$ се добива

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 t + y_{t-1} + \varepsilon_t$$

случаен од со насока и детерминистички тренд, кој може да се види доколку равенката се презапише:

$$\Delta y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \varepsilon_t$$

што значи дека серијата y_t е нестационарна серија.

Детерминистички тренд со стационарна компонента на авторегресивен модел од прв

ред: Ако во равенката $y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \beta_3 y_{t-1} + \varepsilon_t$ коефициентите $\beta_1 \neq 0$, $\beta_2 \neq 0$ и $\beta_3 < 1$ се добива

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \beta_3 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

што значи дека y_t е стационарна околу детерминистичкиот тренд.

Според Gujarati (2003) при графички приказ, разликата помеѓу детерминистички тренд и стохастички тренд се воочува релативно лесно. Имено кај детерминистичкиот тренд отстапувањата од тренд линијата (која ја претставува нестационарната средина) се целосно случајни и брзо исчезнуваат. Тие не придонесуваат за долгорочниот развој на серијата. Во случај на стохастички тренд, случајната компонента ε_t влијае на долгорочниот развој на серијата y_t .

Табела 1.1. Приказ на различните стохастички процеси

Стохастички процеси	Коефициенти			Равенка
	β_1	β_2	β_3	$y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \beta_3 y_{t-1} + \varepsilon_t$
Чист случен од	= 0	= 0	= 1	$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$
Случаен од со насока	$\neq 0$	= 0	= 1	$y_t = \beta_1 + y_{t-1} + \varepsilon_t$
Детерминистички тренд	$\neq 0$	$\neq 0$	= 0	$y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \varepsilon_t$
Случаен од со насока и детерминистички тренд	$\neq 0$	$\neq 0$	= 1	$y_t = \beta_1 + \beta_2 t + y_{t-1} + \varepsilon_t$
Детерминистички тренд со стационарна компонента на авторегресивен модел од прв ред	$\neq 0$	$\neq 0$	< 1	$y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \beta_3 y_{t-1} + \varepsilon_t$

Извор: приказ на авторот

Трансформирање на нестационарни временски серии

Постојат важни разлики помеѓу сериите кои содржат тренд и стационарните временски серии. Шоковите кај стационарните временски серии траат привремено, со тек на време ефектот на шоковите исчезнува и серијата се враќа на своето долгорочно средно ниво. Од друга страна, сериите кои содржат тренд нема да се вратат на долгорочното средно ниво. Трендот може да има детерминистички и стохастички компоненти. Овие компоненти на трендот играат важна улога при определувањето на соодветна трансформација за серијата да стане стационарна (Enders, 2010).

Уште една причина за трансформација на временските серии е избегнувањето на проблемот на лажна регресија (англ. spurious regression) кој може да се јави при спроведување на регресија со нестационарни временски серии.

Вообичаените начини за отстранување на трендот се **диференцирањето** (англ. differencing) и **отстранувањето на трендот** (англ. detrending). Отстранувањето на трендот значи спроведување на регресија помеѓу променливата како зависна променлива и времето како независна променлива и зачувување на резидуалите од таа регресија. Серијата која има единечен корен може да стане стационарна преку диференцирање.

Методот со кој ќе се изврши трансформацијата ќе зависи од тоа дали сериите се диференцијано стационарни или тренд-стационарни серии. Целта на ова поглавје е да се споредат двата метода со кои се изолира трендот.

Диференцијано стационарни процеси-диференцирање. Ако временската серија има единечен корен, првата диференција на таа серија е стационарна. Ако временската серија е стационарна од втор ред, тогаш таа ќе има два единечни корени, и во тој случај треба двапати да се диференцира. Ако временската серија е стационарна од ред d , таа треба да се диференцира d пати, каде што d е кој било цел број. Значи дека кога има нестационарна временска серија, со диференцирање се решава овој проблем и серијата станува стационарна.

Претворањето на нестационарната временска серија во стационарна со пресметување на првата диференција се согледува ако се разгледа решението за моделот на случајниот од со насока:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \sum_{i=1}^t \varepsilon_t$$

Со пресметување на првата диференција се добива $\Delta y_t = \beta_2 + \varepsilon_t$. Јасно е дека секвенцијата $\{\Delta y_t\}$ – збир на константа и бел шум – е стационарна. Ако Δy_t е променливата која ќе се разгледува, тогаш

$$\begin{aligned} E(\Delta y_t) &= E(\beta_2 + \varepsilon_t) = \beta_2 \\ \text{var}(\Delta y_t) &\equiv E(\Delta y_t - \beta_2)^2 = E(\varepsilon_t)^2 = \sigma^2 \\ \text{cov}(\Delta y_t, \Delta y_{t-s}) &\equiv E[(y_t - \beta_2)(\Delta y_{t-s} - \beta_2)] = E(\varepsilon_t \varepsilon_{t-s}) = 0 \end{aligned}$$

Бидејќи средната вредност и варијансата се константи, и коваријансата помеѓу Δy_t и Δy_{t-s} зависи само до s , секвенцијата $\{\Delta y_t\}$ е стационарна.

Тренд-стационарни процеси-отстранување на трендот. Ако се погледне слика 1.6 „Приказ на детерминистички и стохастички тренд“, може да се види дека детерминистичкиот тренд, всушност, е временска серија која е стационарна околу трендот. Наједноставниот начин временската серија од овој тип да стане стационарна е да се вклучи во регресија каде што

времето ќе биде независна променлива, а резидуалите од оваа регресија ќе бидат стационарни. Со други зборови, ако се спроведе регресијата:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \varepsilon_t$$

каде што y_t е променливата која се разгледува во случајот, додека, пак, t е променливата која го мери времето хронолошки. Така, ако

$$\varepsilon_t = (y_t - \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 t)$$

тогаш серијата на резидуали ε_t е стационарна и уште се нарекува **временска серија од која (линеарно) е отстранет трендот** (англ. (linearly) detrended time series).

Треба да се спомене дека трендот може да биде и криволиниски. На пример, тој може да биде

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \beta_3 t^3 + \varepsilon_t$$

што претставува криволиниска временска серија. Во тој случај резидуалите ќе се нарекуваат **временска серија од која (криволиниски) е отстранет трендот** (англ. (quadratic) detrended time series) (Gujarati, 2003).

Треба да се нагласи дека доколку временската серија е диференцијано стационарна, но истражувачот ја третира како тренд стационарен процес, тогаш тоа се нарекува **поддиференцирање** (англ. underdifferencing). Од друга страна, ако серијата е тренд стационарен процес, но истражувачот ја третира како диференцијано стационарен процес, тогаш тоа се нарекува **прекудиференцирање** (англ. overdifferencing). Последиците од овие грешки во спецификацијата можат да бидат многу сериозни, во зависност од тоа како истражувачот ја решава сериската корелација на добиените резидуали.

Најголем дел од макроекономските временски серии се диференцијано стационарни процеси, додека помал број се тренд стационарни процеси.

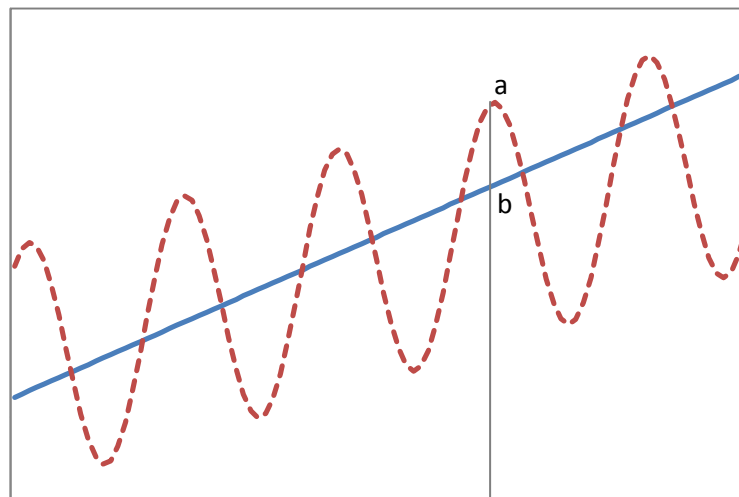
Постоење на деловни циклуси

Според Enders (2010) традиционалните истражувања на деловните циклуси ги разложуваат макроекономските временски серии на долгорочен (секуларен) тренд и циклична компонента. Типичната декомпозиција може да се воочи на прикажаната слика 1.7. Секуларниот тренд е претставен со права линија и за него се смета дека е во доменот на теоријата на раст. Насоката на трендот (праволиниска или инверзна) зависи од долгорочните фактори како што е технолошкиот раст, фертилитетот, имиграцијата и нивото на образовно достигнување.

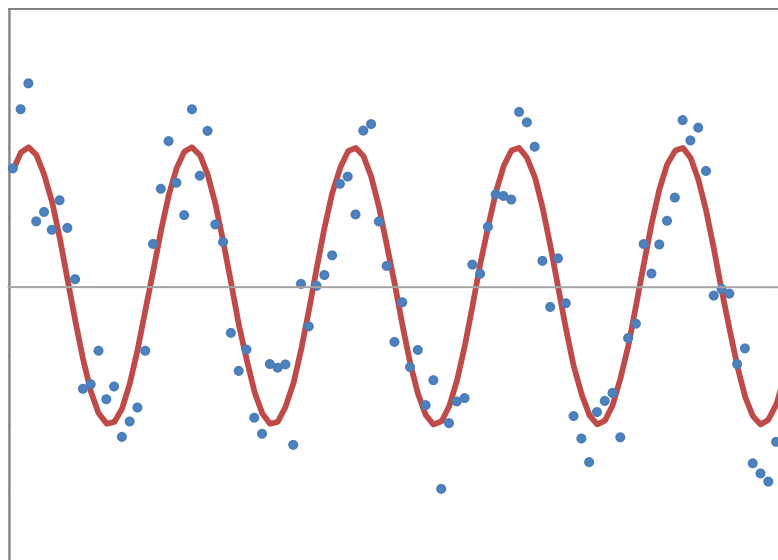
Еден извор кој ги предизвикува отстапувањата од трендот е секако реалната економска активност која се нарекува **деловен циклус**. Иако реалното движење на циклусот е ретко со прецизно изразена регуларност како на сликата, периодите на просперитет или раст и

обновување или пад се речиси неизбежни. Целта на монетарната и фискалната политика е да се намали амплитудата на циклусот (која се мери со растојанието ab). Земајќи го предвид претходно кажаното, трендот е нестационарната компонента додека пак цикличната и резидуалната компонента се стационарни компоненти.

Слика 1.7. Приказ на деловен циклус



— Тренд - - - - - Циклус



Извор: приказ на авторот

Иако постоеле периоди на рецесија и периоди на голем просперитет, искуството после Втората светска војна укажува дека деловните циклуси не траат секогаш исто. Иако, постои широко убедување дека долгорочно, макроекономските променливи растат со константна

стапка на трендот и дека отстапувањата од трендот се елиминираат со помош на *невидливата рака*. Верувањето дека трендот не се менува со текот на времето води до вообичаената практика на отстранување на трендот кај макроекономските податоци со користење на линеарни (или полиномни) детерминистички регресиони равенки. На вториот дел од сликата е прикажан циклусот и резидуалната компонента во случај кога е отстранет трендот.

Nelson and Plosser (1982) го промениле традиционалното гледање на временските серии и покажале дека важни макроекономски серии имаат тенденција да бидат диференционо стационарни процеси многу повеќе од тренд стационарни процеси.

Интегрирани стохастички процеси

Моделот на случен од е посебен случај на поопшта класа на стохастички процеси познати како **интегрирани процеси**. Моделот на случаен од без насока е нестационарен, но неговите први диференции се стационарни. Оттука, моделот на случаен од без насока е истовремено и **интегриран од прв ред, $I(1)$** . На сличен начин, доколку временските серии треба да се диференцираат два пати (да се пресмета прва диференција од првите диференции) за да станат стационарни, за тие серии се вели дека се **интегрирани од втор ред, $I(2)$** . Ако y_t е $I(2)$ тоа значи дека со трансформацијата

$$\Delta\Delta y_t = \Delta(y_t - y_{t-1}) = \Delta y_t - \Delta y_{t-1} = y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2}$$

$\Delta\Delta y_t$ ќе стане стационарна. Треба да се назначи дека

$$\Delta\Delta y_t = \Delta^2 y_t \neq y_t - y_{t-2}$$

Во општ случај, ако (нестационарна) временска серија треба да се диференцира d пати за да стане стационарна, се вели дека временска серија е интегрирана од ред d . Временска серија која е интегрирана од ред d се запишува $y_t \sim I(d)$. Изразите „стационарна временска серија“ и „временска серија интегрирана од ред нула“ означуваат исто (Gujarati, 2003).

Најголем дел од економските временски серии се интегрирани од прв ред, односно тие стануваат стационарни во нивните први диференции.

Интегрираните временски серии ги имаат следните **карактеристики**. Нека x_t , y_t и z_t се три временски серии.

(1) Ако $x_t \sim I(0)$ и $y_t \sim I(1)$, тогаш $z_t = (x_t + y_t) = I(1)$; тоа значи дека линеарната комбинација или збирот на стационарна и нестационарна временска серија е нестационарен.

(2) Ако $x_t \sim I(d)$, тогаш $z_t = (a + bx_t) = I(d)$, каде што a и b се константи. Тоа значи дека линеарна комбинација на временски серии интегрирани од ред $I(d)$ е исто така интегрирана од ред $I(d)$. Така, ако $x_t \sim I(0)$, тогаш $z_t = (a + bx_t) \sim I(0)$.

(3) Ако $x_t \sim I(d_1)$ и $y_t \sim I(d_2)$, тогаш $z_t = (ax_t + by_t) \sim I(d_2)$, каде што $d_1 < d_2$.

(4) Ако $x_t \sim I(d)$ и $y_t \sim I(d)$, тогаш $z_t = (ax_t + by_t) \sim I(d^*)$. Во најголем дел од случаите d^* е еднаков на d , но во некои случаи $d^* < d$ (станува збор за коинтеграција која ќе биде објаснета подоцна).

Како што може да се види од претходните изјави, истражувачот треба да обрне посебно внимание при комбинирање на две или повеќе временски серии кои се интегрирани од различен ред. Со цел да се согледа зошто ова е важно, се разгледува регресионен модел со две променливи

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_t + \varepsilon_t$$

Од претпоставките на класичниот метод на најмали квадрати познато е дека

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\sum_{i=1}^t x_i y_i}{\sum_{i=1}^t x_i^2}$$

Се претпоставува дека y_t е $I(0)$, но x_t е $I(1)$, односно првата променлива е стационарна, додека втората променлива е нестационарна. Бидејќи x_t е нестационарна, нејзината варијанса ќе се зголемува до бесконечност, со што ќе доминира во броителот на равенката за $\hat{\beta}_2$, со што $\hat{\beta}_2$ ќе конвергира кон нула асимптотски (како на пример во големите примероци) и нема да има ниту асимптотски распоред.

Феноменот на лажна регресија

Ако се разгледа регресионата равенка

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_t + \varepsilon_t$$

Претпоставките кај овој класичен регресионен модел бараат двете секвенции $\{y_t\}$ и $\{x_t\}$ да бидат стационарни и резидуалите да имаат средна вредност нула и конечна варијанса. Во присуство на нестационарни променливи, може да се јави случај кој Granger and Newbold (1974) го нарекуваат **лажна регресија** (англ. spurious regression). Лажната регресија има висок коефициент на детерминација, R^2 , и t -статистика која изгледа дека е значајна, но резултатите од оваа регресија немаат никакво економско толкување. Добиениот резултат од регресијата „изгледа добро“ бидејќи оценките добиени со методот на најмали квадрати не се конзистентни и вообичаените тестови кои се спроведуваат при статистичкото заклучување не важат. Granger and Newbold овозможиле детално испитување на последиците од прекршувањето на претпоставките за стационарност преку генерирање на две секвенции, $\{y_t\}$ и $\{x_t\}$, во вид на независни модели на случаен од:

$$y_t = y_{t-1} + e_{yt}$$

$$x_t = x_{t-1} + e_{xt}$$

Сериите се $e_{yt} \sim N(0,1)$ и $e_{xt} \sim N(0,1)$, односно имаат нормален распоред со средна вредност нула и варијанса еден и се меѓусебно независни. Почетните вредности на двете

променливи се еднакви на нула, односно $y_0 = x_0 = 0$. Се претпоставува дека e_{yt} и e_{xt} се сериски некорелирани, како и меѓусебно некорелирани серии. И двете серии се нестационарни, односно или се интегрирани од прв ред или пак покажуваат стохастички тренд (Enders, 2010).

Granger and Newbold генерирале многу вакви серии, и за секоја група на серии спровеле регресија според равенката $y_t = \beta_1 + \beta_2 x_t + \varepsilon_t$. Бидејќи сериите $\{y_t\}$ и $\{x_t\}$ се независни меѓусебно, јасно е дека регресијата е безначајна и која било зависност помеѓу појавите е лажна. При ниво на значајност од 95 %, стандардните t - тестови ја отфрлиле нултата хипотеза дека $\beta_2 = 0$ во приближно од 75 % од разгледуваните примери. Исто така, регресиите имале исклучително висок коефициент на детерминација R^2 . Бидејќи сериите $\{y_t\}$ и $\{x_t\}$ претставуваат некорелирани процеси, интегрирани од прв ред, коефициентот на детерминација R^2 од регресијата треба да биде приближен на нула, односно не би требало да се покаже зависност помеѓу овие две променливи. Резидуалите пак покажале висок степен на автокорелација.

Од овие резултати може да се извлече заклучок дека постои статистички значајна врска помеѓу променливите y_t и x_t , додека, пак, реално таква врска не би требало да постои. Тука станува збор за **феноменот на лажна или бесмислена регресија**. За прв пат таа била откриена од страна на Yule (1926). Тој покажал дека (лажната) корелација може да постои кај нестационарните временски серии дури и ако примерокот е многу голем. Еден од показателите дека нешто не е во ред со регресијата е многу ниската вредност d на Дурбин-Вотсоновата статистика, која кажува дека постои силна автокорелација од прв ред. Постои правило кое вели дека **доколку $R^2 > d$ треба да се појави сомнеж дека оценетата регресија е лажна** (Gujarati, 2003).

За да се објаснат резултатите на Granger and Newbold треба да се назначи дека **регресионата равенка $y_t = \beta_1 + \beta_2 x_t + \varepsilon_t$ е безначајна ако серијата на резидуалите $\{\varepsilon_t\}$ е нестационарна**. Јасно, ако секвенцијата $\{\varepsilon_t\}$ има стохастички тренд, која било грешка или шок во периодот t никогаш не исчезнува, така што секое отстапување од моделот е трајно. Тешко може да се замисли значаен економски модел во кој се содржани трајни грешки (шокови). Наједноставниот начин да се испитаат карактеристиките на секвенцијата $\{\varepsilon_t\}$ е да се исклучи коефициентот на отсечокот β_1 и да се запише

$$\varepsilon_t = y_t - \beta_2 x_t$$

Ако y_t и x_t се генерирани со моделите $y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$ и $x_t = x_{t-1} + u_t$, тогаш може да се постават почетните вредности на двете променливи $y_0 = x_0 = 0$ така што

$$\varepsilon_t = \sum_{i=1}^t e_{yi} - \beta_2 \sum_{i=1}^t e_{xi}$$

Јасно е дека варијансата на резидуалите се зголемува до бесконечност како што t расте. Исто така, резидуалите содржат трајна компонента во $E_t \varepsilon_{t+1} = e_t$ за сите $i \geq 0$. Оттука, претпоставките кои се содржани во вообичаените тестирања на хипотези се прекршени така што кој било t -тест, F -тест, или вредностите на R^2 се несигурни. Лесно е да се види зошто оценетите резидуали од лажната регресија ќе имаат висока автокорелација. Коефициентот на корелација помеѓу ε_t и ε_{t+1} се приближува до еден како што t се зголемува.

Ако нултата хипотеза гласи дека $\beta_2 = 0$, процесот на генерирање на податоците во равенката $y_t = \beta_1 + \beta_2 x_t + \varepsilon_t$ ќе биде $y_t = \beta_1 + \varepsilon_t$. Ако се претпостави дека серијата $\{y_t\}$ е интегрирана од прв ред, $I(1)$, следи дека $\{\varepsilon_t\}$ е исто така серија интегрирана од прв ред, $I(1)$, искажано исто така кај нулатата хипотеза. Но претпоставката дека резидуалите се процес со единечен корен не е конзистентна со теоријата на распоредот која пак е основа за користење на методот на обични најмали квадрати. Овој проблем нема да исчезне ако примерокот се зголеми. Всушност, Phillips (1986) докажал дека колку е поголем примерокот, толку е поголема веројатноста дека ќе се донесе погрешен заклучок кој вели дека $\beta_2 \neq 0$.

Уште еден начин со кој ќе се покаже дека добиените резултати во регресијата се бесмислени е доколку се спроведе регресија со првите диференции на сериите, Δy_t и Δx_t . Правилото кажано од претходното вели дека иако y_t и x_t се нестационарни, нивните први диференции се стационарни. Во оваа регресија R^2 ќе биде практично нула, како и што треба да биде, а Дурбин-Вотсоновата статистика d ќе биде приближна на 2.

Целта на ова поглавје е да се укаже дека економетричарот или истражувачот мора да биде многу внимателен при работа со нестационарни променливи. Исто така, треба внимателно да се толкуваат резултатите од регресијата добиени со променливи интегрирани од прв ред. Ако зависноста помеѓу променливите се моделира со равенката $y_t = \beta_1 + \beta_2 x_t + \varepsilon_t$, постојат четири случаи кои треба да се земат предвид:

Прв случај: И двете серии $\{y_t\}$ и $\{x_t\}$ се стационарни. Кога и двете променливи се стационарни, моделот на класична праволиниски регресија е соодветен да ја прикаже нивната зависност.

Втор случај: Секвенциите $\{y_t\}$ и $\{x_t\}$ се интегрирани од различен ред. Користење на регресиони равенки во случај на вакви променливи е бесмислено. На пример, ако се замени $x_t = x_{t-1} + e_{xt}$ со стационарниот процес $x_t = \rho x_{t-1} + e_{xt}$, каде што $|\rho| < 1$ така што $x_t = \sum_{i=0}^{t-1} \rho^i e_{x,t-i}$. Следно, $\varepsilon_t = \sum_{i=1}^t e_{yi} - \beta_2 \sum_{i=1}^t e_{xi}$ се заменува со $\varepsilon_t = \sum_{i=1}^t e_{yi} - \beta_2 \sum_{i=0}^{t-1} \rho^i e_{x,t-i}$. Иако изразот $\sum_{i=0}^{t-1} \rho^i e_{x,t-i}$ е конвергентен, секвенцијата $\{\varepsilon_t\}$ сè уште содржи тренд компонента.

Трет случај: Секвенциите $\{y_t\}$ и $\{x_t\}$ се интегрирани од ист ред и серијата на резидуали има стохастички тренд, односно е нестационарна. Ова е случајот во кој се јавува лажна регресија. Резултатите од лажната регресија се безначајни бидејќи сите грешки или шокови кои се јавуваат не исчезнуваат, туку се трајни. Во овој случај се препорачува регресијата да се оцени со првите диференции на променливите, односно равенката $y_t = \beta_1 + \beta_2 x_t + \varepsilon_t$ ќе се оцени како

$$\Delta y_t = \beta_2 \Delta x_t + \Delta \varepsilon_t$$

Бидејќи сите три серии, y_t , x_t и ε_t , имаат единечен корен, трансформацијата со прва диференција ги прави сите три серии стационарни. Оттука, вообичаените асимптотски резултати остануваат да важат. Се разбира, доколку еден од трендовите е детерминистички, а друг тренд е стохастички, трансформацијата со прва диференција и кај двата тренда не е соодветен чекор.

Слика 1.8. Четири можни случаи при работа со нестационарни променливи

1	$x_t I(0)$	2	$x_t I(m)$
$y_t I(0)$	Двете променливи се стационарни, се користи класичната праволиниска регресија .	$y_t I(n)$	Двете променливи се интегрирани од различен ред. Регресија со вакви променливи дава безначајни резултати .
3	$x_t I(n)$	4	$x_t I(n)$
$y_t I(n)$	ε_t не е стационарна серија, двете променливи се интегрирани од ист ред, лажна регресија . Оценување на регресија со први диференции.	$y_t I(n)$	ε_t е стационарна серија, двете променливи се интегрирани од ист ред и се коинтегрирани .

Извор: приказ на авторот

Четврт случај: Нестационарните секвенции $\{y_t\}$ и $\{x_t\}$ се интегрирани од ист ред, и серијата на резидуалите е стационарна. Во овој случај, $\{y_t\}$ и $\{x_t\}$ се **коинтегрирани**. Тривијален пример за коинтегрирани систем се јавува ако e_{yt} и e_{xt} се идеално корелирани. Ако $e_{yt} = e_{xt}$, тогаш $\varepsilon_t = \sum_{i=1}^t e_{yi} - \beta_2 \sum_{i=1}^t e_{xi}$ може да се постави да биде еднаков на нула (серијата е стационарна) со поставување на $\beta_2 = 1$. Уште поинтересен пример, ако се претпостави дека y_t и x_t се процеси на случаен од плус бел шум:

$$y_t = \mu_t + e_{yt}$$

$$x_t = \mu_t + e_{xt}$$

каде што e_{yt} и e_{xt} се процеси на бел шум и μ_t е процес на случаен од $\mu_t = \mu_{t-1} + e_t$. Треба да се назначи дека и двете серии $\{y_t\}$ и $\{x_t\}$ се процеси интегрирани од прв ред, $I(1)$, но $y_t - x_t = e_{yt} - e_{xt}$ е стационарна серија. Одземањето на x_t од y_t служи да се поништи стохастичкиот тренд.

На крајот на ова поглавје, важно е да се напомене дека од голема важност е да се изврши тестирање на променливите за утврдување дали тие се или не се стационарни пред да се спроведе регресиониот модел (Enders, 2008).

3. Тестирање на стационарноста

Постојат повеќе причини зошто концептот на нестационарност е важен и зошто е од клучно значење нестационарните променливи да се третираат на поинаков начин од стационарните променливи. Стационарните временски серии може да се дефинираат како серии со константна средна вредност, константна варијанса и константна автоковаријанса за секое временско доцнење. Од ова може да се каже дека дискусијата која следи ќе се однесува на концептот на слаба стационарност. Испитувањето дали серијата е стационарна или не, според Brooks (2008) е важно поради следните причини:

- **Стационарните и нестационарните временски серији се разликуваат по своето однесување и карактеристики.** Пример за тоа е терминот „шок“ кој се користи да се прикаже неочекуваната промена кај променливата, или, пак, тој укажува на вредноста која ја има случајната грешка за одреден временски период. Ако серијата е стационарна, шоките во системот со тек на време ќе исчезнат. Тоа значи, шокот во периодот t ќе има помал ефект во периодот $t + 1$, уште помал во периодот $t + 2$ и така натаму ќе продолжи да се намалува. Но кај нестационарните временски серии се случува спротивното. Кај нив присуството на шокови во податоците ќе остане трајно, па така ефектот на шокот во периодот t нема да биде поголем од ефектот за периодот $t + 1$, а ниту, пак, ќе се намалува влијанието на шокот кај $t + 2$.
- **Користењето на нестационарни податоци може да прикаже лажна регресија.** Ако две стационарни променливи се генерираат во вид на независни случајни серии, кога меѓу нив ќе се спроведе регресија со методот на обични најмали квадрати, ќе се очекува t -статистиката на коефициентот на наклон да не биде статистички различна од нула, и вредноста на коефициентот на детерминација ќе се очекува да биде многу ниска. Ова е јасно бидејќи променливите не се поврзани. Но, може да се случи да се покаже дека меѓу променливите постои зависност и тие да имаат висок коефициент на детерминација, иако тие, реално, никако не се поврзани. Тоа значи дека доколку

стандардните регресиони методи се применат на нестационарни податоци, конечниот резултат би бил регресија која според стандардните мерки (значаен коефициент на наклон и висок коефициент на детерминација) „изгледа“ во ред, но реално таа регресија нема никаква вредност и се нарекува уште лажна регресија.

- Доколку променливите во регресиониот модел се нестационарни, тогаш може да се докаже дека стандардните претпоставки за асимптотска анализа нема да бидат валидни. Вообичаената t - статистика нема да го следи t -распоредот, исто како што и F - статистиката нема да го следи F - распоредот.

Од претходно кажаното е јасно дека не е возможно да се спроведува тестирање на хипотези за регресионите параметри ако податоците не се стационарни.

Тестови на единечен корен

Тестот за стационарност (или нестационарност) кој бележи голема популарност во последните години е тестот на единечен корен (англ. unit root test). Почетна точка кај овој тест е стохастичкиот процес (или процесот на единечен корен). Се започнува со

$$y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t \quad -1 \leq \rho \leq 1$$

каде ε_t е серија на случајни грешки која истовремено е и бел шум.

Познато е дека доколку $\rho = 1$, односно во случај на бел шум, претходната равенка станува модел на случаен од без насока, за кој е познато дека е нестационарен стохастички процес. Оттука, ќе се спроведе регресија каде што y_t е зависната променлива, додека пак независната променлива ќе биде нејзиното временско доцнење од прв ред, y_{t-1} , за да се провери дали оценетиот коефициент ρ е статистички еднаков на еден. Доколку е, променливата y_t е нестационарна. Ова е основната идеја на тестот на единечен корен за стационарност.

Од теоретски причини, равенката $y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$ се менува на следниот начин: се одзема y_{t-1} од двете страни на равенката за да се добие

$$\begin{aligned} y_t - y_{t-1} &= \rho y_{t-1} - y_{t-1} + \varepsilon_t \\ &= (\rho - 1)y_{t-1} + \varepsilon_t \end{aligned}$$

израз кој алтернативно може да се запише како:

$$\Delta y_t = \delta y_{t-1} + \varepsilon_t$$

каде што $\delta = (\rho - 1)$.

Во практиката, наместо да се оценува равенката $y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$ се оценува равенката $\Delta y_t = \delta y_{t-1} + \varepsilon_t$ и се тестира нултата хипотеза која гласи $\delta = 0$. Ако $\delta = 0$ тогаш $\rho = 1$, што значи дека постои единечен корен, односно разгледуваната временска серија е нестационарна.

Доколку $\delta = 0$, тогаш равенката $\Delta y_t = \delta y_{t-1} + \varepsilon_t$ ќе стане

$$\Delta y_t = (y_t - y_{t-1}) = \varepsilon_t$$

Бидејќи ε_t е серија на случајни грешки која истовремено е и бел шум, таа е стационарна, што значи дека првите диференции на временските серии со случаен од се стационарни, како што е кажано и претходно.

Следува оценувањето на равенката $\Delta y_t = \delta y_{t-1} + \varepsilon_t$. Прво што треба да се направи е да се пресметаат првите диференции за променливата y_t и тие да се земат како зависна променлива, додека временските доцнења од прв ред y_{t-1} да се земат како независна променлива. После спроведената регресија треба да се провери дали оценетиот коефициент на наклон $\hat{\delta}$ е нула или не. Ако е нула, може да се заклучи дека y_t е нестационарна променлива. Но доколку е негативен, може да се заклучи дека y_t е стационарна променлива, бидејќи $\delta = (\rho - 1)$, за стационарност ρ мора да биде помал од еден. За да се оствари ова δ мора да биде негативен.

Единственото прашање тука е кој тест да се користи за да се открие дали оценетиот коефициент за y_{t-1} во равенката $\Delta y_t = \delta y_{t-1} + \varepsilon_t$ е еднаков на нула или не е. Може да се предложи вообичаениот t -тест, но при нулта хипотеза која вели дека $\delta = 0$ (и $\rho = 1$), t -статистиката на оценетиот коефициент за y_{t-1} не го следи t -распоредот дури ни во големи примероци, односно нема асимптотски нормален распоред.

Која е алтернативата? Dickey and Fuller (1979) покажале дека при нулта хипотеза која вели дека $\delta = 0$, t -статистиката на оценетите коефициенти за y_{t-1} во равенката $\Delta y_t = \delta y_{t-1} + \varepsilon_t$ ја следи τ (**тау**) **статистиката**. Овие автори ги пресметале критичните вредности на тау-статистиката врз основа на Монте Карло симулациите. Во литературата тау-статистиката или тестот е позната и како **Дики-Фулеров тест** (англ. Dickey - Fuller test), во чест на научниците кои ја откриле. Интересно, ако хипотезата која вели дека $\delta = 0$ се отфрли (временската серија е стационарна), тогаш може да се користи вообичаениот Студентов t -тест.

Постапката на имплементирање на Дики-Фулеровиот тест вклучува донесување на неколку одлуки. Во претходните поглавја беше нагласено дека процесот на случаен од може да има насока, или може и да нема насока, или пак може да има и детерминистички и стохастички трендови. За да се разгледаат разните можности, Дики-Фулеровиот тест се оценува во три различни форми, односно се може да се формулираат три различни нулти хипотези, прикажани во табела 1.2, каде што t го означува времето или тренд-променливата. Во секој од овие случаи нултата хипотеза вели дека $\delta = 0$, односно, постои единечен корен или временската серија е нестационарна. Алтернативната хипотеза вели дека δ се разликува од нула, односно временската серија е стационарна. Во овој случај се исклучува можноста $\delta > 0$

бидејќи во тој случај $\rho > 1$, што би значело дека временската серија би била експлозивна. Доколку се отфрли нултата хипотеза, значи дека y_t е стационарна временска серија со средна вредност нула во случајот со равенката $\Delta y_t = \delta y_{t-1} + \varepsilon_t$, дека y_t е стационарна со средина различна од нула $[= \beta_1/(1 - \rho)]$, како во случајот $\Delta y_t = \beta_1 + \delta y_{t-1} + \varepsilon_t$ и дека y_t е стационарна временска серија околу детерминистички тренд како во $\Delta y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta y_{t-1} + \varepsilon_t$.

Табела 1.2. Спецификации на Дики- Фулеровиот тест

Форма на временската серија y_t	
y_t е случаен од	$\Delta y_t = \delta y_{t-1} + \varepsilon_t$
y_t е случаен од со насока	$\Delta y_t = \beta_1 + \delta y_{t-1} + \varepsilon_t$
y_t е случаен од со насока околу стохастички тренд	$\Delta y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta y_{t-1} + \varepsilon_t$

Извор: приказ на авторот

Важно е да се напомене дека критичните вредности на тау-тестот со кој се тестира хипотезата дека $\delta = 0$ се различни за секоја од трите спецификации на Дики- Фулеровиот тест.

Постапката на Дики-Фулеровиот е следната. Најпрво се оценува една од трите равенки (форми на Дики-Фулеровиот тест), оценетиот коефициент за y_{t-1} се дели со стандардната грешка за да се добие тау-статистиката и таа се споредува со соодветните критични вредности. Ако добиената апсолутна вредност на тау-статистиката е поголема од критичната тау-вредност, се отфрла нултата хипотеза која вели дека $\delta = 0$, и во тој случај серијата е стационарна. Од друга страна, ако пресметаната тау-статистика е помала од критичната-тау вредност, не се отфрла нултата хипотеза, и временската серија е нестационарна. Од голема важност е да се користат соодветните тау-критични вредности (Gujarati, 2003).

Трите форми во кои се оценува Дики-Фулеровиот тест може да се заменат со следните авторегресивни процеси:

$$\Delta y_t = \delta y_{t-1} + \sum_{i=2}^m \alpha_i \Delta y_{t-i+1} + \varepsilon_t$$

$$\Delta y_t = \beta_1 + \delta y_{t-1} + \sum_{i=2}^m \alpha_i \Delta y_{t-i+1} + \varepsilon_t$$

$$\Delta y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta y_{t-1} + \sum_{i=2}^m \alpha_i \Delta y_{t-i+1} + \varepsilon_t$$

Истите тау-статистики се користат за да се тестира хипотезата $\delta = 0$. Дики и Фулер имаат пресметано и три дополнителни F -статистики кои се бележат со ϕ_1 , ϕ_2 и ϕ_3 за тестирање на заедничките хипотези на коефициентите. Ако се користи равенката $\Delta y_t = \beta_1 +$

$\delta y_{t-1} + \varepsilon_t$ или $\Delta y_t = \beta_1 + \delta y_{t-1} + \sum_{i=2}^m \alpha_i \Delta y_{t-i+1} + \varepsilon_t$, се тестира нултата хипотеза која гласи дека $\delta = \beta_1 = 0$ и се тестира со ϕ_2 статистиката. Со вклучување на временски тренд во регресијата, се оценува една од равенките $\Delta y_t = \beta_1 + \beta_1 t + \delta y_{t-1} + \varepsilon_t$ или $\Delta y_t = \beta_1 + \beta_1 t + \delta y_{t-1} + \sum_{i=2}^m \alpha_i \Delta y_{t-i+1} + \varepsilon_t$ - заедничката хипотеза $\delta = \beta_1 = \beta_2 = 0$ се тестира со користење на ϕ_3 статистиката.

Статистиките ϕ_1 , ϕ_2 и ϕ_3 се конструирани на ист начин како и вообичаените F -тестови:

$$\phi_i = \frac{[ЗК_{(ограничен)} - ЗК_{(неограничен)}]/r}{ЗК_{(неограничен)}/(T - k)}$$

каде што:

$ЗК_{(ограничен)}$ или $ЗК_{(неограничен)}$ = збир на квадрати на резидуалите од ограничен или неограничен модел (модел со и без ограничувања),

r = број на ограничувања,

T = број на корисни опсервации,

k = број на параметри оценети кај неограничениот модел.

Оттука, $T - k$ = степени на слобода кај неограничениот модел.

Со споредување на пресметаните вредности на ϕ_i статистиките со соодветните вредности на Дики и Фулер се овозможува да се утврди нивото на значајност при кое [то ограничувањето е врзувачко (англ. binding). Нултата хипотеза вели дека податоците се генерирани со ограничениот модел, додека, пак, алтернативната хипотеза вели дека податоците се генерирани со неограничениот модел. Ако ограничувањето не е врзувачко, збирот на квадрати кај ограничениот модел треба да е близок со збирот на квадрати кај неограничениот модел и статистиката ϕ_i треба да биде мала. Големите вредности на ϕ_i статистиката укажуваат обврзувачко ограничување и отфрлање на нултата хипотеза. Така, ако пресметаната вредност на ϕ_i статистиката е помала од онаа на Дики-Фулер, може да се прифати ограничувачкиот модел (не се отфрла нултата хипотеза дека ограничувањето не е обврзувачко). Ако пресметаната вредност на статистиката ϕ_i е поголема од онаа на Дики-Фулер, може да се отфрли нултата хипотеза и да се заклучи дека ограничувањето е обврзувачко (Enders, 2010).

Проширен Дики-Фулеров тест

При спроведување на Дики-Фулеровиот тест, како што е опишано претходно, се претпоставува дека случајните грешки ε_t се некорелирани. Но во случај кога случајните грешки ε_t се корелирани, Дики и Фулер развиле уште еден тест кој се нарекува проширен Дики-Фулеров тест (англ. Augmented Dickey-Fuller test). Овој тест се спроведува со „проширување“

на претходните три равенки со додавање на временски доцнења кај зависната променлива Δy_t .

За да се објасни проширениот Дики-Фулеров тест се разгледува авторегресивниот процес од p -ти ред:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 y_{t-1} + \beta_3 y_{t-2} + \beta_4 y_{t-3} + \dots + \beta_{p-2} y_{t-p+2} + \beta_{p-1} y_{t-p+1} + \beta_p y_{t-p} + \varepsilon_t$$

Следно, се додава и одзема изразот $\beta_p y_{t-p+1}$ за да се добие

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 y_{t-1} + \beta_3 y_{t-2} + \beta_4 y_{t-3} + \dots + \beta_{p-2} y_{t-p+2} + (\beta_{p-1} + \beta_p) y_{t-p+1} - \beta_p \Delta y_{t-p+1} + \varepsilon_t$$

Понатаму, се додава и се одзема $(\beta_{p-1} + \beta_p) y_{t-p+2}$ за да се добие

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 y_{t-1} + \beta_3 y_{t-2} + \beta_4 y_{t-3} + \dots - (\beta_{p-1} + \beta_p) \Delta y_{t-p+2} - \beta_p \Delta y_{t-p+1} + \varepsilon_t$$

Ако се продолжи на истиот начин, се добива

$$\Delta y_t = \beta_1 + \delta y_{t-1} + \sum_{i=2}^m \alpha_i \Delta y_{t-i+1} + \varepsilon_t$$

каде што $\delta = -(1 - \sum_{i=2}^m \alpha_i)$ и $\alpha_i = -\sum_{j=i}^p \alpha_j$.

Во последната форма на равенката, коефициентот кој е предмет на интерес е δ . Ако $\delta = 0$, равенката е целосно составена од први диференции и има единечен корен. Може да се изврши тестирање за постоење на единечен корен со истата Дики-Фулерова статистика од претходно. Која статистика ќе се користи зависи од детерминистичката компонента во регресионата равенка.

Проширениот Дики-Фулеров тест може да се прикаже и за равенка која содржи стохастички тренд, $\beta_2 t$. Се започнува со равенката $\Delta y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta y_{t-1} + \varepsilon_t$. Тестот на единечен корен се состои од оценување на следната регресија:

$$\Delta y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta y_{t-1} + \sum_{i=1}^m \alpha_i \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t$$

каде што ε_t е серија на случајни грешки која е чист бел шум и каде $\Delta y_{t-1} = (y_{t-1} - y_{t-2})$, $\Delta y_{t-2} = (y_{t-2} - y_{t-3})$ и така натаму. Бројот на изрази со временски доцнења кои треба да се вклучат во најголем број случаи се одредуваат емпириски, а идејата е да се вклучат доволно изрази за претходно наведената случајната грешка во регресијата да биде сериски некорелирана. И кај проширениот Дики-Фулеров тест тестирањето ќе се состои од тоа дали $\delta = 0$. Проширениот Дики-Фулеров тест го следи истиот асимптотски распоред како и Дики-Фулеровата статистика, со што ќе се користат истите критични вредности.

Дики-Фулеровите тестови подразбираат дека грешките се независни и дека имаат константна варијанса. Според Gujarati (2003) ова предизвикува шест значајни проблеми кои се поврзани со фактот дека истражувачот не е запознаен со процесот на генерирање на податоци:

- Стандардната грешка и коефициентот δ не можат соодветно да се оценат освен ако сите авторегресивни изрази не се вклучени во равенката што треба да се оцени. Јасно е дека простата регресија $\Delta y_t = \beta_1 + \delta y_{t-1} + \varepsilon_t$ е доволна за оваа задача ако $\Delta y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta y_{t-1} + \sum_{i=1}^m \alpha_i \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t$ е процесот на генерирање на податоци. Бидејќи правилниот редослед на авторегресивниот процес не е познат, се јавува проблем на избор на соодветно временско доцнење.
- Процесот на генерирање на податоци може да содржи и авторегресивни компоненти и компоненти на подвижни просеци. Треба да се знае како да се спроведе тестот ако редот на подвижните просеци (доколку ги има) е непознат.
- Дики-Фулеровиот тест зема предвид само еден единечен корен. Но, регресија од p -ти ред има p карактеристични корени. Ако има $d \leq p$ единечни корени, серијата треба да се диференцира d пати за да стане стационарна.
- Може да постојат корени кои бараат диференцирање на серијата од прв ред, како и други кои бараат сезонско диференцирање. Треба да се развие метод кој може да прави разлика помеѓу овие два вида процеси на единечен корен.
- Можно е да постојат структурни прекршувања во податоците. Овие прекршувања може да пренесат тренд во податоците.
- Може да не е познато дали коефициентот на наклон и/или временски тренд треба да стои во равенката $\Delta y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta y_{t-1} + \sum_{i=1}^m \alpha_i \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t$.

4. Моделирање на макроекономски временски серии

Макроекономските модели најпрво биле карактеристика на економската професија во шеесетите години од дваесетиот век, за веќе во доцните седумдесети години на истиот век да станат предмет на критика како на економските теоретичари, така и на стручните лица од бизнисот. Критиките доаѓале од многу страни: недостиг на макроекономски теоретски основи, импровизирање при моделирањето на очекувањата, недостиг на идентификација, запоставување на динамичките односи и нестационарноста и слабости во предвидувањето. Како резултат на ова, со почетокот на деведесетите години на дваесеттиот век, статусот на макроекономските модели значително опаднал. Во овој период било исклучително ретко да се најдат и универзитетски програми од областа на економијата кои вклучувале предмети за емпириско макроекономско моделирање на сложени системи.

Но, макроекономските модели, и покрај критиките, никогаш целосно не исчезнале. Употребата на изразот економетриско моделирање во поширока смисла ја задржала својата улога во економската политка. Креирањето на модели, нивно одржување, како и економски

анализи основани на модели продолжуваат да бидат дел од работата на многу економисти, или како креатор на моделот (член на тимот за моделирање) или како корисник на моделот (економист или консултант). Така, дисциплината на макроеконометриското моделирање успеала да се прилагоди на новонастанатите барања. При прилагодувањето се водело сметка тоа да биде во насока на проблемите кои истражувачите сакаат да ги решат со помош на моделите, како и задржување на квалитетот и сигурноста на тие модели. Така, во шеесетите години на дваесетиот век голем дел од моделите во економиите на многу земји биле креирани да ги исполнат барањата на владите кои сакале да ја водат економијата преку регулирани пазари. Денес, моделите се прилагодиле на ситуации со либерализирани финансиски и кредитни пазари. Процесот на дерегулација резултирал со зголемена побарувачка на економетриска анализа и предвидување (Bardsen et al., 2005).

Влијанието на политичките и институционалните промени врз економетриското моделирање преку примерот на промената на монетарната политика во однос на таргетирање на инфлацијата.

Потеклото на таргетирањето на инфлацијата може да се лоцира во практичните и оперативните прашања со кои владите на малите и отворените економии се соочуваат после поставувањето на флукуирачки девизен курс. Како алтернатива на таргетирањето на монетарните агрегати, неколку земји (Нов Зеланд, Канада, Обединетото Кралство и Шведска меѓу првите) се определиле за таргетирање на инфлацијата, со користење на каматните стапки како инструмент на политиката. Со промената на практиката на централните банки станало јасно дека под таргетирање на инфлацијата, условното предвидување на инфлацијата од страна на централните банки станува оперативна цел на монетарната политика. Зад целата идеја за таргетирање на инфлацијата стои претпоставката дека предвидувањето на инфлацијата е под значително влијание на прилагодувањето на каматните стапки „денес“. Предвидувањата на монетарните власти за инфлацијата треба да бидат вклучени во моделот на трансмисиониот механизам помеѓу каматните стапки и инфлацијата.

Таргетирањето на инфлацијата поставува множество интересни прашања, околу кои се водат широки дебати. На пример, како да се одлучи за големината и структурата на моделот, како да се квантифицираат неговите параметри, дали со теоретски дизајн, или со оценување преку користење на реални податоци, или со прикажување на различните гледишта на креаторите на макроекономските политики. Друга група прашања произлегуваат од предвидената стапка на инфлација како таргет. Постоеното на нестационарност во податоците која не е отстранета преу диференцирање или коинтеграција ги искривува макроекономските податоци. Последици се јавуваат дури и кога добро специфицирани модели произлегуваат со

наизменични пропусти во предвидувањето, односно значајни отстапувања во квалитетот на предвидувањето. И теоријата и практиката велат дека извор на неуспешно предвидување можат да бидат промените во односите на рамнотежа или во стапките на раст на егзогените променливи.

Таргетирањето на инфлацијата веќе започнало дебата за улогата на економетриската спецификација и евалуација на моделите – тоа значи не само како помошно средство во подготовка на предвидувањата на инфлацијата, туку и како начин за тестирање, квантификација и искажување на важноста на трансмисионите механизми во инфлаторните процеси. На овој начин, таргетирањето на инфлацијата ја пренасочува дискусијата за квалитетот и корисноста на економетриската методологија и практика во насока на економска дебата за политиката.

Креирање на макроекономски модел подразбира спој на економска теорија и економетриска анализа на историски податоци (временски серии). Различни истражувачи им доделуваат различна важност на овие два инпути при спецификацијата на моделот, што е и една од причините зошто моделите се разликуваат. Рамнотежата помеѓу теоретската конзистентност и емпириската релевантност е предмет на интерес на корисниците на моделите, креаторите на моделите и истражувачките институции. Во случај кога моделот се користи при креирање на економска политика, корисниците на моделот може да имаат тенденција да даваат релативно поголема важност на теоретскиот аспект на моделот. Тоа го прават бидејќи сметаат дека конзистентноста на моделот со теоријата ги осигурува карактеристиките на моделот (на пример, импулсните одговори на динамичките мултипликатори) и го прави моделот лесен за разбирање и лесен за претставување на пошироката јавност. Иако висок степен на теорија е посакувана карактеристика, посебно во економијата, не секогаш подразбира и оригинални модели. Причината за ова е фактот дека во макроекономијата не постои универзално прифатена теорија. Така, постојат малку причини за истражувачите да се откажат од барањето кое налага емпириското моделирање и тестирањето на теориите преку реалните податоци да бидат основни елементи во процесот на спецификација на сериозен макро модел. Посебна грижа мора да се води за да се избегне ситуацијата каде што конзистентноста на теоријата се употребува реторички со цел да се вклучат специфични и контроверзни карактеристики во моделите кои влијаат на креирањето на политиките.

Балансирањето помеѓу теоријата и анализата е многу важен процес. Иако теоријата е неопходна состојка во процесот на моделирање, емпириската анализа секогаш е потребна за да се дефинира „финалниот модел“. Бидејќи постојат бројни теоретски пристапи во

макроекономијата, секогаш се јавува прашањето која од нив да се користи во дадено истражување. Економистите секогаш се спремни да ја прифатат елегантната теоријата и нејзината строгост како основа за макроекономските односи, дури и кога претпоставките кои таа теорија ги претставува се нереални и со што моделот креиран врз основа на таа теорија е неиздржан. Затоа подобро е да се користат модели кои се базираат на претпоставки кои се реални и се конзистентни со веќе утврдени феномени како што се недоброволната невработеност или улогата на правичноста при утврдувањето на платите.

Многу макроекономски модели всушност се големи системи на равенки кои се составуваат дел по дел, односно равенка по равенка, или сектор по сектор (на пример, систем за прикажување на потрошувачката и трошењето, модул за побарувачка на работна сила, инвестиции и слично). Така, не постои начин со кој би се „заобиколила“ претпоставката која подразбира дека општите карактеристики на моделите ќе бидат познати само кога ќе се заврши креирањето на моделот. Во литературата на макроекономското моделирање се креирани методи на евалуација на системот на равенки како целина (Klein et al., 1999).

Но, креирањето на макроекономски модели дел по дел е предмет на голем број критики. Најпрво, процесот на спецификација на моделот може да стане неефикасен, бидејќи може да се случи на прв поглед валидна равенка да донесе неочекувани или несакани карактеристики на моделот. Оваа ситуација е поврзана со критиката на структурните економетриски модели на Sims (1980), каде што авторот говори дека таквите модели можат да бидат идентификувани само ако истражувачот постави „неверојатни“ ограничувања за идентификација врз системот на равенки. Второ, статистичките претпоставки кои се однесуваат на анализа со една равенка може да се прекршат штом равенката се постави во целосниот модел. Најчест пример за оваа ситуација е кога моделот за оценување со една равенка станува неконзистентен со статистичкиот модел кој содржи група равенки, или, пак, друга ситуација кога равенката е премногу едноставна за целиот модел (на пример, изоставува важна променлива). Овие грижи се реални, но на нив може да се гледа и како на неизбежни трошоци при формулирање на модели кои се многу сложени и овие трошоци мора да се избалансираат со бенефитите кои се добиваат од деталното моделирање на функционалните односи во макроекономијата.

Класификација на макроекономските модели

Според Welfe (2013) кога се креира модел за една национална економија се вклучуваат комплексни економски и социјални процеси и односите помеѓу економските агенти кои се вклучени во економските системи. Системите се составени од индивидуалните економски

агенти. На основа на главните функции кои ги имаат во економските процеси, може да се разграничат следните групи на економски агенти: (1) домаќинства, (2) претпријатија, (3) јавни институции (вклучувајќи ги и финансиските институции) и (4) странските агенти. Се среќаваат и различни видови пазари: пазар на добра и услуги, пазар на работна сила и пазар на пари. Продавачите и купувачите на пазарите учествуваат во спогодбени трансакции на кои потоа им следат текови на добра и услуги, прилагодувања на цени и финансиски текови. Критериумот кој се користи најчесто ја нагласува доминантната економска активност, што води до разграничување на делови и индустрии, како што се земјоделство и производство (Bodkin et al., 1991).

Со истражување на активностите на составните делови на економските агенти, може да се добие сознание за механизмите по кои тие функционираат, а тоа знаење може да се искористи за да се зголеми растот. Оваа е важна област за емпириска анализа основана на макроекономски модели.

Макроекономските модели најпрво биле создавани со користење на класификацијата која правела разлика помеѓу видот на економската активност. Поскорешна тенденција е видот на економскиот агент да се постави како главен критериум, а на останатите критериуми да им се додели секундарна улога.

Класификација на националната економија кај макромоделите

Економските агенти во макроеконометриските модели вообичаено се групирани врз основа на меѓународните статистички критериуми и правила. Овие критериуми и правила потекнуваат од Системот на национални сметки, кој бил развиен при Статистичката канцеларија на Обединетите нации (United Nations Statistical Office). Според овој систем економските агенти се групирани според нивната главна економска активност. Во делот на компаниите, агентите вообичаено се компании (кои често вршат различни активности), а не се вклучуваат производствените претпријатија кои претставуваат технолошки хомогени единици на униформен профил. Системот на национални сметки скоро е проширен до степен кој ги опфаќа и социјално-демографските процеси. Проширениот систем се нарекува матрица на социјални сметки.

Според Welfe (2013), раните макроекономски модели се користеле со групирање според активноста, кое е слично со групирањето според Системот на национални сметки, и акцентот го ставаат на макроекономската ориентација. Како резултат на тоа, најчестите модели вообичаено разликувале реални и финансиски процеси (текови), поврзани преку прилагодување на цените.

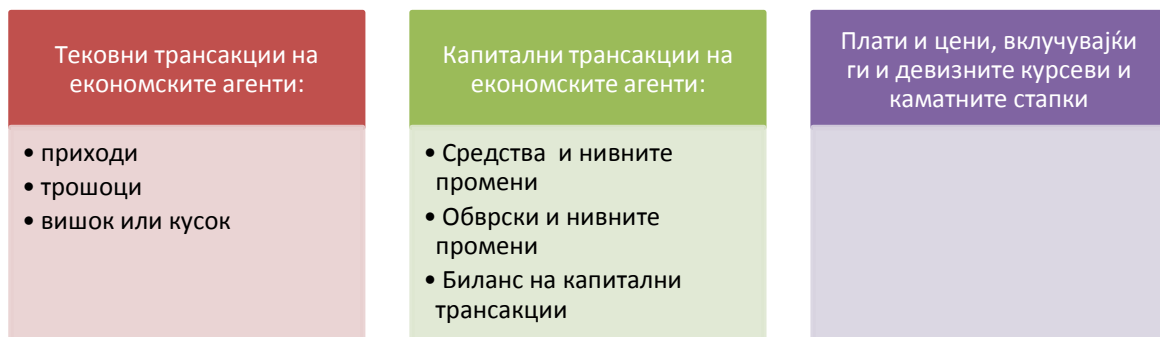
Слика 1.8. Компоненти на реалните процеси



Извор: приказ на авторот

На следната слика се прикажани составните компоненти на финансиските процеси.

Слика 1.9. Компоненти на финансиските процеси



Извор: приказ на авторот

Посебни видови финансиски текови се карактеристични за посебни видови економски агенти, со што тие се моделираат посебно за различни институционални сектори. Бидејќи постои недостиг на информации, моделирањето на капиталните текови не е доволно развиено.

Моделите кои ги користат наведените класификации може да бидат за само еден сектор и во тој случај тие не прават разлика за видот на активноста или може да бидат за повеќе сектори, доколку такво групирање постои. Моделите со повеќе сектори може да вклучат стотици или илјадници подгрупи, со што и голем број равенки во моделот.

Во групирањата во кои доминираат макроекономските критериуми, главните сектори се домаќинствата, претпријатијата, јавните институции и странските агенти. Економските агенти се назначени на секторите кои имаат теоретска поддршка и се прифатени од авторите на моделите, кои пак се застапници за оптимално однесување на економските агенти наместо за институционални критериуми. Овој вид групирање може да се илустрира со групирање на економските активности според моделот на Fair (Fair 2004).

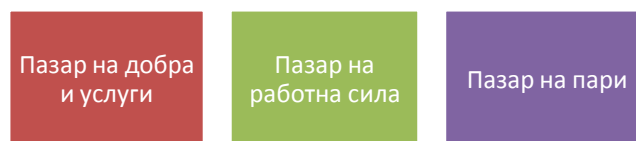
Слика 1.10. Групирање на економските активности според моделот на Fair



Извор: приказ на авторот

Можно е понатамошна поделба и тогаш критериумот „поделба врз основа на економската активност“ е најчесто користен. На пример, потрошувачката може да се раздели на потрошувачка на трајни добра, нетрајни добра и услуги, производството може да се раздели на земјоделство, индустрија.

Слика 1.11. Финансиски текови



Извор: приказ на авторот

Подетално расчленување на пазарите вообичаено се врши со посебно групирање. Моделите кои го опишуваат однесувањето на пазарите се вообичаено составени од системи на равенки кои ја објаснуваат побарувачката од потенцијалните купувачи, понудата од потенцијалните продавачи и цените со кои се чистат пазарите.

Наведените класификации се проширени во модели кои воведуваат динамички и стохастички односи, односно во моделите на динамичката, стохастичката општа рамнотежа. Посебено, кога домашните и увезените добра јасно се разграничени во моделите кои ги

прикажуваат тековите на добрата. Домашното производство се спроведува во рамките на производствениот сектор на интермедијарни добра. Домашните и увезените добра се комбинираат во производствениот сектор на финални добра, со што тие всушност го претставуваат домашниот трговски сектор.

Најважни макроеконометриски модели

Економетриските модели на националните економии припаѓаат на група економетриски модели кои го достигнале највисокото ниво на квалитет.

До скоро, одредени земји функционираше во услови на релативна „комотна изолација“, имплементирајќи ги своите национални економски политики и користејќи униформни социо-економски статистики. Макроекономските модели во овие земји не се користеле само за спроведување на макроекономски анализи, туку и да се спроведат секторски студии, анализи на одредени пазари, анализи на финансиски процеси и слично. Ограничената достапност на статистички податоци била пречка одредени регионални модели да се користат пошироко и во други земји. Од друга страна, пак, модели кои вклучувале повеќе земји се здобиле со сè поголема важност во последните дваесет години. Ова посебно се однесува на моделите на светската економија кои содржеле одделни модели за најголемите индустријализирани земји, како и модели за одделни региони за остатокот од светот.

Посебна група на макромоделите се моделите инпут-аутпут кои главно ги претставувале меѓуиндустриските и/или меѓусекторските текови на добра и нивните ценовни системи. Тие може да се поврзат со економетриски субмоделите кои, од една страна, го објаснуваат генерирањето на приходот и финалната побарувачка, а од друга страна, генерирањето на аутпутот и производствените фактори. Ова овозможува основа за конструирање на интегрирани модел на националната економија (Tomaszewicz, 1994).

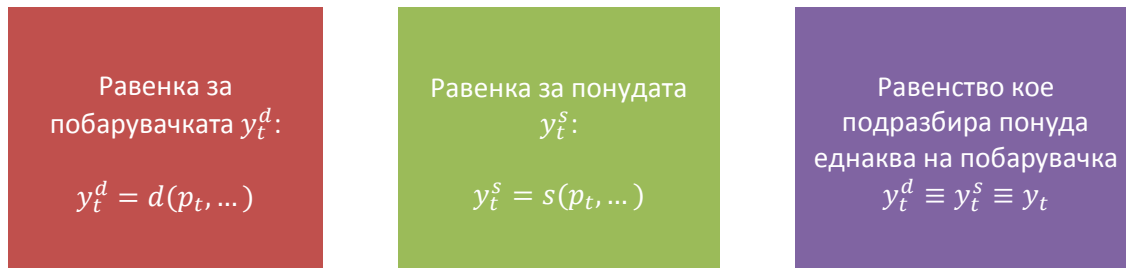
При конструирањето на макроеконометриските модели може да се користат алтернативните претпоставки за тоа кои главни економски механизми ги дефинираат специфичните економски режими. Првата група на модели се состои од систем каде што побарувачката и понудата на добра и производствени фактори ефективно се прилагодува кон цените и промените во платите. Овие се модели на национална економија при целосна рамнотежа. Оваа група на модели кохерентно може да се претстави со следниот систем на равенки, прикажан на слика 1.12.

Решението на наведениот систем со три равенки ја дава цената по која се чистат пазарите p_t^* :

$$p_t = p_t^*$$

Наведените модели нечесто се во нивната оригинална форма, бидејќи претпоставката која вели дека цените се единствениот инструмент за прилагодување на пазарот ретко може да се исполни и прилагодувањата не секогаш се ефективни. Постојат ригидности во однесувањето на цената и платата, како и трошочни прилагодувања. Овој неочејнзијанистички поглед е прифатлив за динамичките, стохастички модели на општа рамнотежа.

Слика 1.12. Систем на равенки при модел на национална економија при целосна рамнотежа



Со y е прикажана реализацијата.

Извор: приказ на авторот

Најголем дел макроекономски модели претпоставуваат дека главните економски механизми вклучуваат квантитативни прилагодувања, како што се промени во залихите, промени во искористеноста на капацитетите и работното време на вработените, како и при увозот и извозот. Прилагодувањата на цените, доколку се појават, или се со временски доценења или, пак, со со мало значење.

Во реалниот свет, претходно наведените прилагодувања се честа појава и се ефективни. Постојат неколку пазари каде што условот за рамнотежа не е исполнет. Макромоделите кои претпоставуваат дека овој тип пазари постојат се наречени модели на нерамнотежа во поширока смисла. Нерамнотежата може да заземе различни форми и да се јави кај различни пазари (пример за нерамнотежа е вишокот од страната на понудата на производствените фактори).

Во практиката ретко се среќаваат режими искажани во нивната оригинална форма, па така креаторите на моделите конструираат комбинирани модели претпоставувајќи дека постои коегзистенција на различни режими (Malinvaud, 1977).

Стилизирана структура на моделите на националната економија

Во текот на изминатите педесет години структурата на макроеконометриските модели значително се променила. Нејзината поедноставена, стилизирана верзија ќе биде прикажана во вид на систем во делот што следи (Klein et al., 1999 and Whitley, 1994). Најпрво ќе се прикаже стилзираната структура на макроеконометриски модели кои се користеле во

осумдесеттите години од дваесеттиот век, каде што видот на економската активност се користел како критериум за подредување на равенките.

Приказот на равенката за национална сметка која ја дефинирала побарувачката за бруто домашниот производ X_t , како и равенките кои ги опишуваат технолошките и бихејвиористичките односи е на слика 1.13. Објаснети се и ознаките на променливите вклучени во равенките. Спецификацијата на наведените равенки ќе биде кратко коментирана.

Функцијата на потрошувачката претставува кејнзијанска ориентација. Потрошувачката главно е одредена од реалниот расположлив доход на домаќинствата. Временските доцнења на потрошувачката се вклучени во равенката поради инертноста (Браунов ефект). Каматната стапка ги објаснува промените во потрошувачката предизвикани од промените во штедењето.

Функцијата на инвестициите е верзија на функцијата на флексибилен акцелератор. Се претпоставува дека посакуваното ниво на фиксен капитал е одредено од нивото на аутпутот и каматната стапка и дека фиксниот капитал се шири пропорционално со разликата помеѓу посакуваните и ефективните акции (англ. stocks) на фиксен капитал. Оттука, инвестициите ќе бидат еднакви на збирот на зголемувањето на фиксниот капитал и неговата депресијација. Во стилизираниот модел побарувачката на јавните инвестиции се смета за егзогена променлива.

Равенките за надворешна трговија се повеќе или помалку стандардни. Извозот зависи од светската побарувачка, а увозот зависи од вкупната домашна побарувачка. Во двата случаи побарувачката е соодветно прилагодена со релативните цени.

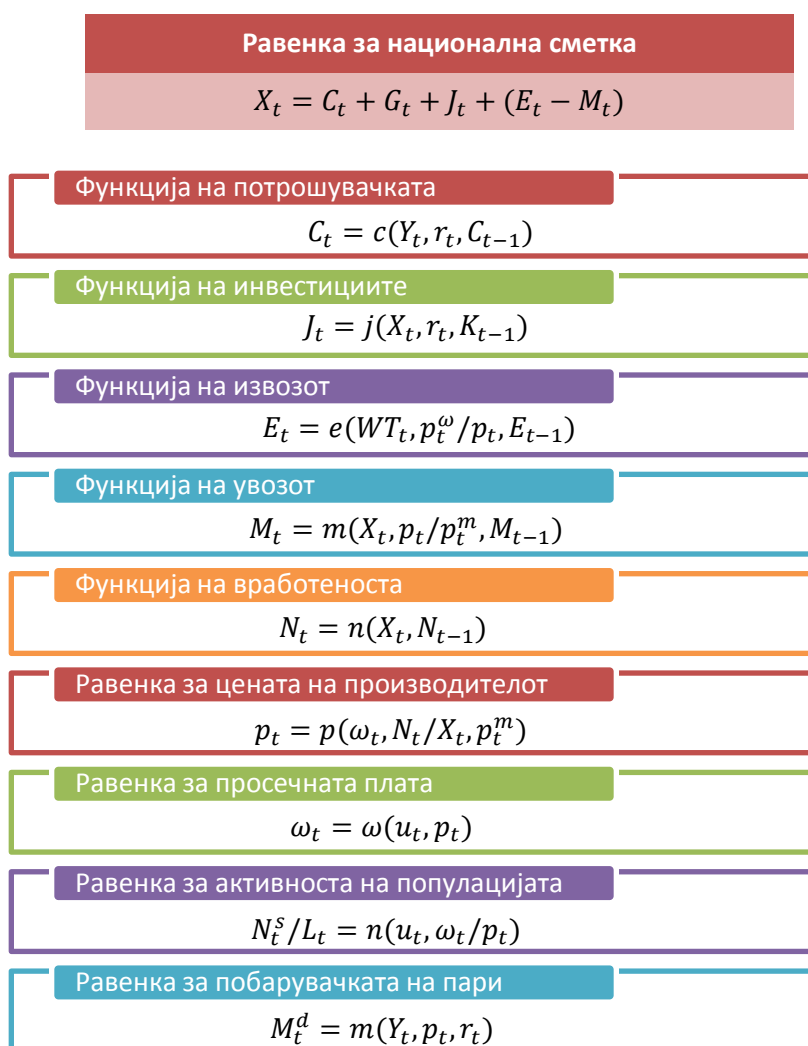
Функцијата на вработеноста најчесто се генерира со инверзија на функцијата на производството. Важна улога играат временските доцнења на прилагодувањата на вработеноста на промените во аутпутот. Понудата на работна сила е одредена со множење на вкупната популација со стапката на активна популација. Оваа стапка е под влијание на ситуацијата на пазарот на работна сила (нивото на невработеност) и атрактивноста на слободни работни места (реални плати). Стапката на невработеност е резидуал.

Цените на производителите зависат од единечните цени претставени преку цените на трудот и цените на увозот. Просечните цени се детерминирани со стапката на инфлација и стапката на невработеност.

Финансиските текови се опишани со **равенката која ја објаснува побарувачката на пари** која зависи од реалните приходи, цените и каматните стапки. Останатите компоненти на финансиските текови, вклучувајќи ги и државните буџетски приходи и расходи, се објаснети преку релевантни равенки.

Наведениот систем на равенки ги содржи сите важни карактеристики (со повратна спрега) на макроеконометриските модели.

Слика 1.13. Равенка за национална сметка, основни технолошки и бихејвиористички односи



Ендогени променливи
<ul style="list-style-type: none"> ▪ C_t е потрошувачката на домаќинствата (по константни цени) ▪ E_t е извозот (по константни цени) ▪ J_t се бруто инвестиции (по константни цени) ▪ K_t е фиксен капитал (за крај на периодот, по константни цени) ▪ M_t е увозот (по константни цени) ▪ N_t е вработеноста ▪ N_t^s е понудата на работна сила ▪ p_t се цени на производителот ▪ p_t^m се цени на увозот, $p_t^m = p(p_t^\omega)$ ▪ u_t е стапката на невработеност, $u_t = (N_t^s - N_t) / N_t^s$ ▪ ω_t се номиналните просечни плати ▪ Y_t е реалниот расположив приход на домаќинствата

Егзогени променливи
<ul style="list-style-type: none"> ▪ G_t се реалните трошоци на јавните институции ▪ L_t големината на популацијата ▪ WT_t е глобалниот светски извоз ▪ p_t^ω се светските цени

Извор: приказ на авторот

Проширувањето на реалниот расположлив приход е следено со зголемување на бруто домашниот производ, со што се допушта настанување на временски доцнења во вработувањето и предетерминирани плати, кај реалните приходи. Оттука се јавуваат и различни мултипликатори (Welfe, 2013).

Стилизирана верзија на моделите на структурата на макроеконометриските модели во последните дваесет години

Со настанатите промени од осумдесеттите години до денес е изведена алтернатива на стилизираниот систем на макромоделите детерминирани според побарувачката, во кој се внесени тие промени. Презентацијата ќе се концентрира на спецификацијата на долгорочните равенки.

Равенката за националната сметка и равенките поделени според секторот на побарувачката и секторот на понудата се прикажани на слика 1.14.

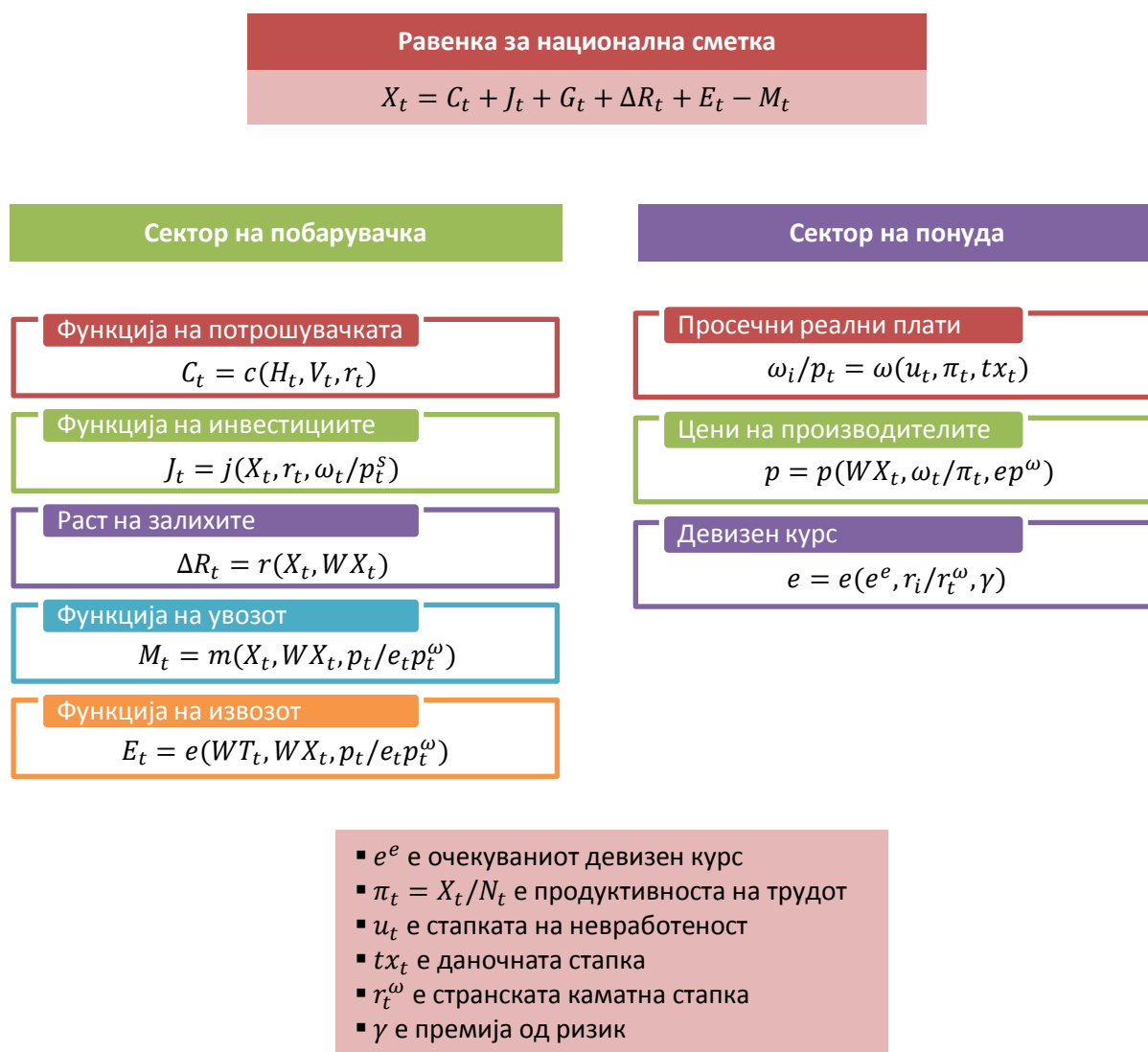
Потрошувачката зависи од очекуваниот приход H_t , личното богатство V_t и каматната стапка r_t . **Инвестициите** зависат од бруто домашниот производ, трошоците за користење претставени преку каматната стапка (r) и односот помеѓу цените на производните фактори (плати и дефлатори на фиксниот капитал). **Зголемувањето на залихите** зависи од бруто домашниот производ и од стапката на искористеност на капацитетот (WX_t). Во **равенката за надворешна трговија**, стапката на искористеност на капацитетот ги прилагодува количините на извозот и увозот, а на увозот и извозот влијаат и цените.

Равенките кои ја појаснуваат побарувачката на факторите за производство не се значително поразлични од равенките прикажани во првичниот модел (функцијата на вработеноста).

Според Welfe (2013) **реалните просечни плати** зависат од стапката на невработеност, продуктивноста на трудот и даночните стапки. **Цените на производителите** се изведени од цените на трудот, цените на увозот и стапката на искористеност на капацитетот. **Девизниот курс** е одреден од својата очекувана вредност, односот помеѓу каматните стапки и премијата од ризик.

Треба да се назначи дека прилагодувањата за краткорочната динамика следат со одредени временски доцнења, што го оправдува воведувањето на ендогени променливи со временски доцнења во краткорочните равенки. Очекувањата може да се воведат на сличен начин. Наведениот стилизиран систем на равенки може лесно да се трансформира во структура каде што точката на разделување е критична за видот на економски агент. Оваа структура прави разлика меѓу домаќинства, претпријатија, јавни институции и странски агенти.

Слика 1.14. Равенка за национална сметка, сектор на побарувачка и сектор на понуда



Извор: приказ на авторот

Методи на оценување и техники на пресметување

Промените во економската ориентација и во структурата на макромоделите се поврзани со промените во методите на оценување на параметрите во моделот, забрзани со компјутерската револуција со која се отстранија бариерите кои го ограничуваа бројот на равенките и овозможија користење на напредни нумерички техники. Развојот на итеративните процедури кои се користат за решавање на големи нелинеарни системи овозможил да се отстрани потребата да се линеаризира системот на равенки и да се трансформира во квази-рекурзивен систем.

При конструирањето на макроеконометриски симултани модели, одредени структурни равенки требаат да бидат специфицирани според постулатите на економската теорија.

Променливите чиешто воведување било теоретски неоправдано биле елиминирани со поставување на ограничувања со вредност нула на соодветниот параметар. Широк спектар на методи за оценување биле развиени со цел да се осигура конзистентноста на оценките на параметрите во групата на модели со симултани равенки. Методите кои најчесто се користеле се: двостепениот метод на најмали квадрати (англ. two stage least squares method), тристепениот метод на најмали квадрати (англ. three stage least squares method), методот на најголема веројатност (англ. maximum likelihood) и методот на инструментални променливи (англ. instrumental variables method), како и други посебни измени на процедурите. Најпрво моделите се користеле да се оценат параметрите на малите модели, но со зголемената моќност на компјутерите истите методи можат успешно да се применат и кај големите макромодели. Резултатите од многу истражувања покажале дека параметрите кои се добиени со методот на најмали квадрати (англ. ordinary least squares) имале речиси незабележлива пристрасност. Поради тоа, методот на обични најмали квадрати останува да важи како главна техника за оценување на параметрите од равенките на макроеконометриските модели на симултани равенки.

Во последните години се развиени методи на оценување кои излегуваат во пресрет на новите потреби во економското моделирање. Релевантни примери за тоа се моделите на рационални очекувања (Fair and Taylor, 1983) од една страна и моделите на нерамнотежа со променливи кои не можат да се набљудуваат (англ. disequilibrium models with unobservable variables) кои ја претставуваат понудата и побарувачката, од друга страна. Овие модели се окарактеризирани во монографија од Quandt (1988).

Голем дел од моделите со структурни равенки биле ставени под знак прашалник од страна на Sims (1980). Тој се спротиставил на конструкцијата на моделите, тврдејќи дека структурните равенки се специфицирани на несигурен начин, бидејќи ограничувањата со вредност нула кои се поставувале на параметрите биле избрани арбитрарно. Критиката довела до развој на **векторските авторегресивни модели**. Во својата првична верзија сите променливи на моделот се поставиле да бидат зависни од сите други променливи во истиот модел, но со временски доцнења. Со ова се елиминирала симултаноста на променливите, бидејќи заеднички независниот модел се трансформирал во својата редуцирана форма.

Равенките од претходните модели немале економска интерпретација, па така моделите главно се користеле за предвидување. Се извршила нивна генерализација со **поставување на соодветни ограничувања на параметрите, со што се осигурала можноста за повторно враќање кон структурните равенки (структурен векторски авторегресивен модел).**

Овој пристап главно се користел во секторските анализи, како во случај на анализирање на инфлаторните процеси (Staszewska – Bystrova, 2009).

Во последната декада на дваесет и првиот век веќе се направени обиди за поврзување на моделите со **коинтеграциската анализа**. Поради технички проблеми, истражувањата требале да се ограничат на мали системи составени од неколку равенки. Оттука тие работат со мали сегменти од националните економии, како што се инфлаторните процеси во Норвешка и Полска, или, пак, пазарите на пари во Обединетото Кралство, со надеж дека ќе се вратат кон идејата за рекурзивна сегментација на макромоделите.

Алтернатива на традиционалните процедури се методите за оценување изработени на основа на резултатите од анализата на временските сери. Емпириските истражувања покажале дека најголем дел од економските временски серии се нестационарни (и најчесто интегрирани од прв ред) како и дека користењето на сериите искажани во нивните оригинални вредности може да прикаже појава на лажна регресија. Engle and Granger (1987) предложиле решение на овој проблем, кое решение воедно е и теоретска основа на широко користените **модели со корекција на грешка**. Двостепената постапка која тие ја застапуваат најпрво го користи методот на најмали квадрати за да ги оцени параметрите на долгорочните статистички равенки, а во вториот чекор се користи методот на корекција на грешка во кој се земаат првите диференции на променливите, преку кој се претставени краткорочните прилагодувања. Наведените техники имаат широка примена при оценувањето на параметрите, посебно кај големите макроекономски модели.

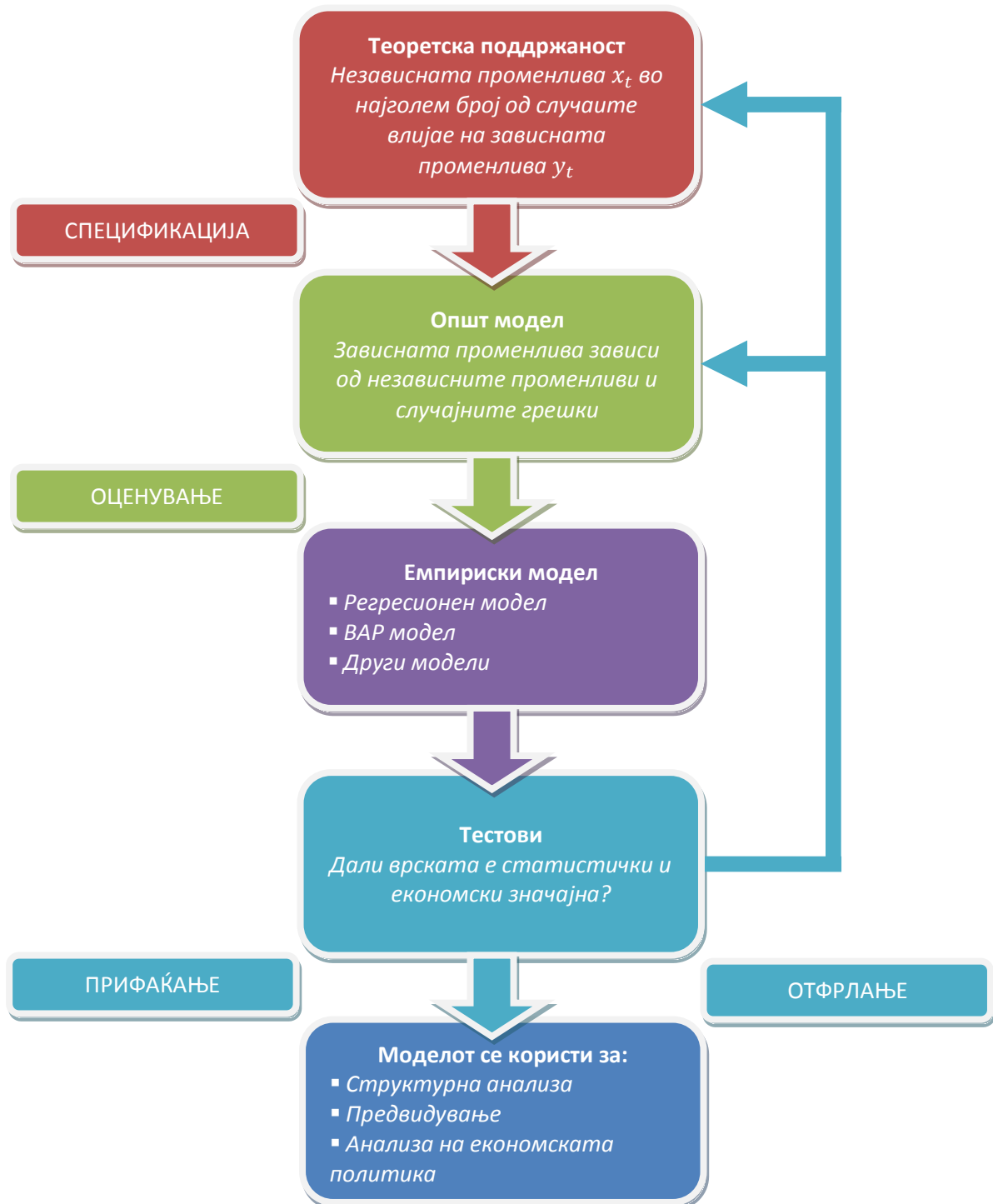
Целта на макроекономското моделирање

Според Fregert (2004), пред да се започне со експериментирање со економските политики, потребно е да се направат соодветни подготовки. Потребно е да се изготви модел кој ќе ја отсликува економијата и со кој би се изведувало експериментирањето со економските политики. Со цел да може да се спроведува тестирање на алтернативни политики, најпрво треба да се опише економијата со модел кој реално ќе ја претставува неа и политиките кои активно се спроведуваат.

Успешен модел мора да го долови однесувањето на реалните макроекономски променливи, односно нивните оперативните карактеристики. Во делот кој говори за економските временски серии се опишуваат главните карактеристики на временските серии како што се постоењето на тренд, доследноста на временските серии, заедничкото движење, криволиниското движење на сериите, доследноста на шоките. Макроекономските серии секогаш се карактеризираат со случајност и се релативно спори во својот развој. Тие, исто така,

генерално, покажуваат растечки трендови и заедничко движење. Прашањето е како да се пронајде макроекономски модел кој може да ги реално да ги долови овие карактеристики на временските серии.

Слика 1.15. Текот на научниот процес во макроекономијата



Извор: Fregert (2004)

Научниот процес кој е застапен во макроекономското моделирање е прикажан на сликата 1.15. Овој процес започнува со формулирањето на теоријата, а завршува со начините каде се можат да се користат макроекономските модели. Теоријата е застапена во првиот прозорец, каде што се вели дека y_t е променлива која меѓу другото зависи од променливата x_t . Следниот чекор е предложување на соодветен математички модел. Овој чекор се нарекува спецификација. Потоа следува оценувањето на коефициентите со што во моделот се вклучуваат реалните податоци. Оценувањето е процес каде што коефициентите се бираат така што моделот ги прикажува реалните временски серии колку што е можно подобро и попрецизно. Последниот чекор е користењето на моделот. Добиениот модел може да се користи при:

- структурна анализа - се врши симулација со моделот со цел да се објасни начинот на кој функционира економијата;
- предвидување - се врши симулација со моделот со цел да се предвиди што е можно да се случи во иднината;
- оценување на економската политика - се врши симулација со цел да може да се донесат препораки како би требало да се води политиката за да се добијат успешни резултати.

За сите овие цели се користи симулација. **Симулацијата** претставува експериментално изучување на моделите. Истражувачот ги внесува вредностите за променливите од десната страна на равенката и ја пресметува вредноста на променливата од десната страна на променливата. Откако ќе се оценат коефициентите од моделот со користење на реални податоци, можат да се спроведуваат експерименти со вештачки податоци со цел да се добијат одговори на разни хипотетички прашања. Симулацијата е од основно значење кај квантитативните општествени науки, бидејќи таму реални експерименти не се можни, а доколку се, би чинеле премногу. Симулацијата се користи и кај природните науки, како во физиката или хемијата, за експерименти кои во други случаи би биле или премногу тешки да се спроведат, или нивното реализирање би било многу скапо.

Видови макроекономски односи

Познато е дека многу макроекономски променливи може да имаат краткорочно, но не и долгорочно влијание меѓусебно. Можно е да се случи сериите искажани во нивни први диференции да бидат високо корелирани, додека оригиналните податоци долгорочно да не покажуваат никаква зависност. Пример за ваквото однесување е зависноста помеѓу номиналните и реалните променливи, кои може да се корелирани краткорочно, но не и

долгорочно. Оваа карактеристика се среќава речиси кај сите макроекономски модели. Уште еден пример се инфлацијата и невработеноста. На краток рок инфлацијата и невработеноста покажуваат инверзна зависност, додека долгорочно меѓу нив не се покажува никаква зависност. Стапката на невработеност не е под влијание на инфлацијата на долг рок. Ова макрокономистите го нарекуваат долгорочно неутрализирање на номиналните промени.

Отсуството на долгорочната зависност значи дека не постои механизам за корекција на грешка кој функционира помеѓу сериите. Со цел да се креира модел за две променливи кои се зависни краткорочно, но не и долгорочно, потребно е од равенката на моделот за корекција на грешка да се избрише изразот кој се однесува на корекцијата на грешката и на тој начин се добива равенка која ја покажува зависноста помеѓу променливите искажани во први диференции. Во наједноставен случај, постои само тековниот ефект на Δz_t врз Δy_t :

$$\Delta y_t = \gamma_0 \Delta z_t + \varepsilon_t$$

но можно во равенката е да се додадат и временски доцнења за Δz_t и Δy_t . Исто така, елелиминацијата на долгорочната рамнотежа може да се постигне доколку го постави коефициентот на прилагодување да биде еднаков на нула. Променливите y_t и z_t започнуваат да се оддалечуваат една од друга во своето движење поради настанатите шокови ε_t доколку се отстрани механизмот за корекција на грешка. Позитивна промена кај ε_t предизвикува промена кај променливата y_t со иста големина. Во исто време променливата z_t не е под влијание на шокот ε_t . Ова предизвикува долгорочна девијација помеѓу y_t и z_t . Со текот на времето y_t и z_t ќе се оддалечат една од друга бидејќи ќе се појават нови шокови кои ќе влијаат на y_t , но не и на z_t .

Аналитички, се доаѓа до заклучок дека равенката која ги содржи само диференциите не признава долгорочен однос на стабилна состојба (англ. steady state) помеѓу y_t и z_t бидејќи во стабилна состојба Δy_t и Δz_t се нула, со што неможе да се добие решение за односот на стабилна состојба. Друг начин за да се покаже наведеното е да презапише следната диференциона равенка со променливи со оригинални вредности со што експлицитно ќе се отстранат диференциите:

$$\Delta y_t = \gamma_0 \Delta z_t + \varepsilon_t$$

$$\Rightarrow y_t - y_{t-1} = \gamma_0 \Delta z_t - \gamma_1 \Delta z_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\Rightarrow y_t = y_{t-1} + \gamma_0 \Delta z_t - \gamma_1 \Delta z_{t-1} + \varepsilon_t$$

Може да се изврши споредба меѓу решението на стабилна состојба кај моделот со измешани авторегресивни временски доцнења (кој може да се запише во форма на модел со корекција на грешка:

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 z_t + \alpha_3 z_{t-1}$$

$$\Rightarrow \bar{y} = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1} + \frac{\alpha_2 + \alpha_3}{1 - \alpha_1}$$

Само со диференции, коефициентот α_1 е еднаков на еден и стабилната состојба не е дефинирана. Збирот на коефициентите од променливата z_t е еднаков на нула ($\alpha_2 + \alpha_3 = 0$). Отсуството на долгорочен однос значи дека не постои однос на стабилна состојба помеѓу y_t и z_t .

Може да се заклучи дека постојат макроекономски односи од два типа:

- променливите y_t и z_t се во краткорочна и долгорочна зависност, во динамичката равенка е вклучен делот за корекција на грешка:

$$\Delta y_t = \gamma_0 \Delta z_t - \gamma_1 (y_{t-1} - (\beta_0 + \beta_1 x_{t-1})) + \varepsilon_t$$

- променливите y_t и z_t се во краткорочна, но не и во долгорочна зависност, во динамичката равенка се вклучени само диференциите:

$$\Delta y_t = \gamma_0 \Delta z_t + \varepsilon_t$$

И покрај тоа што променливите може да бидат во краткорочен и долгорочен однос, не мора да значи дека насоката на односот е иста кај краткорочната и долгорочната зависна. Класичен пример за тоа е односот помеѓу растот на парите и номиналната каматна стапка. Порастот кај парите ја намалува каматната стапка краткорочно (ефектот на ликвидност), додека долгорочно ја зголемува каматната стапка (ефектот на Фишер). Доколку зависната променлива y_t е каматната стапка, а независната променлива z_t е стапката на порастот на парите, двата ефекта се доловуваат со тоа што се дозволува коефициентот за Δz_t да биде негативен додека коефициентот во равенката за долгорочниот однос да биде позитивен (Fregert, 2004).

"Computer, compute to the last digit the value of pi."
Commander Spock, Star Trek

1. Поим за коинтеграција

Коинтеграцијата претставува долгорочна врска помеѓу повеќе нестационарни временски серии. Ако постојат две или повеќе серии кои сами по себе се нестационарни, интегрирани се од ист ред и имаат линеарна комбинација која е стационарна, тогаш за нив се вели дека се **коинтегрирани серии**, односно постои **коинтеграција меѓу сериите**. Некогаш и од самиот графички приказ на сериите може да се донесе претпоставка за нивната коинтеграција.

Пред да се започне да се говори за коинтеграцијата, накратко за регресионата анализа и нестационарните временски серии.

При регресиона анализа, доколку променливите (временските серии) се стационарни, тогаш оценката на долгорочната рамнотежна врска помеѓу нив се добива со обичниот праволиниски регресионен модел. Ако постои регресионен модел во кој сите променливи се стационарни, тоа значи дека класичниот регресионен пристап дава сигурни резултати, под претпоставка дека не постои некоја друга грешка во спецификацијата на моделот.

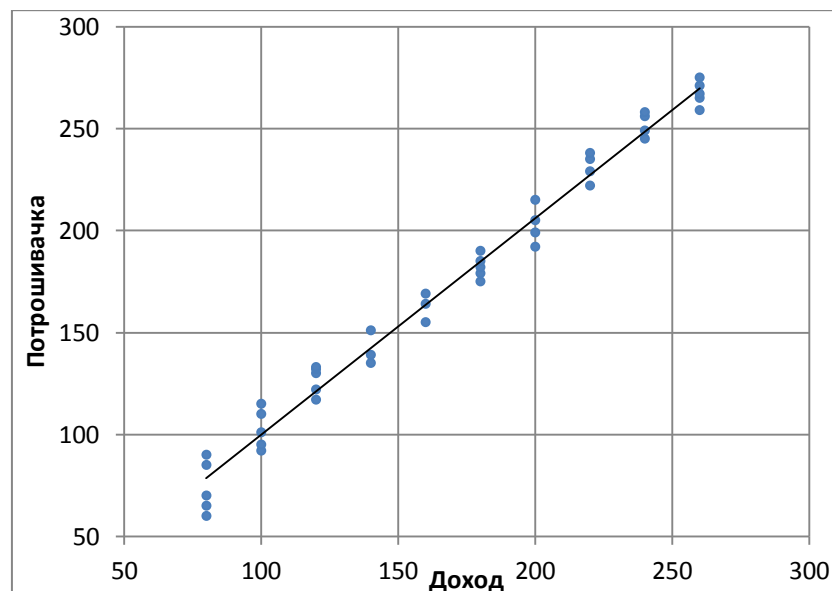
Оттука, се поставува прашањето: „зошто нестационарните временски серии претставуваат проблем при класичната регресиона анализа?“

Една од претпоставките на класичниот регресионен модел се однесува на својството независните променливи да земаат фиксни вредности при различни извлечени примероци. Пример за оваа претпоставка е прикажан на слика 1.1, каде што е прикажан неделниот доход и потрошувачката кај различни семејства, искажани во долари. Имено претпоставката гласи дека вредностите на независната променлива се фиксни при примерок со повторување. Ако вредноста на доходот е фиксна, на пример 80 долари, при случајно избрано семејство, потрошувачката може да биде 60 долари. Ако независната променлива уште изнесува 80 долари, со случајно извлекување на друго семејство, вредноста на нивната потрошувачка може да биде 75 долари. При секое извлекување (примерок со повторување) вредноста на независната променлива е фиксирана на 80 долари. Овој процес се повторува за сите вредности на независната променлива прикажани на сликата. Ова значи дека регресионата анализа е условена регресиона анализа, односно условена од дадените вредности на независните променливи, според Gujarati (2003).

Во овој случај независните променливи не се случајни променливи, при што се подразбира дека нивната варијанса е еднаква на нула. Според Mladenović i Nojković (2008),

доколку оваа претпоставка се наруши, тогаш не може да се изведе доказ дека со примена на методот на обични најмали квадрати се добиваат конзистентни оценки. Ако независната променлива е нестационарна, тогаш нејзината варијанса расте со текот на времето со што оваа променлива не добива фиксни вредности при различни примероци. Тоа значи дека со вклучување на нестационарни временски серии како независни променливи се добива модел кој не ги исполнува претпоставките на класичната праволиниска регресија. Со други зборови, класичниот регресионен праволиниски модел не е соодветен за анализа на меѓузависноста на нестационарните временски серии. Сепак, нестационарноста е иманентна за економските појави, со што сериозно се доведува во прашање релевантноста на примената на класичниот праволиниски регресионен модел при работа со временските серии.

Слика 2.1. Хипотетички пример на условен распоред на трошоците при различни нивоа на доход



Извор: Gujarati (2003: 38)

Според Davidson and MacKinnon (2004), не само што оценките добиени со методот на обични најмали квадрати не се конзистентни кога постои серија со единечен корен туку тие оценки немаат нормален распоред. Од тука произлегува дека вообичаените тестови со t и F распоред не се соодветни за примена, бидејќи статистичкото заклучување нема да биде точно.

Дополнителен проблем кој може да се јави во анализата на меѓузависност на нестационарните временски серии е познат како лажна регресија (англ. spurious regression). Ова се ситуации кога во регресиониот модел постојат некорелирани случајни променливи кои се карактеризираат со високи вредности кај коефициентот на детерминација и кај t -статистиката. Од овие показатели може погрешно да се заклучи дека оценетиот модел е

квалитетен. Иако овој теоретски резултат е познат во статистичката литература со години, во економетриските истражувања до крајот на осумдесеттите години на минатиот век е занемаруван. Јасна е импликацијата дека високата вредност на коефициентот на детерминација не мора секогаш да значи дека оценетата регресија е статистички значајна (Davidson and MacKinnon, 2004). За да постои сигурност во смислата на добиениот резултат од регресионата анализа, потребно е претходно да се утврди дали временските серии се стационарни.

Кои се можните решенија на проблемот со нестационарните временски серии? Според Kovačić (1995), едно од можните решенија на наведените ограничувања на регресионата анализа претставува оценувањето на меѓузависностите на **трансформациите на нестационарните променливи (временски серии)**. Преку овие трансформации се обезбедува нивна стационарна репрезентација. Најчесто користена трансформација е диференцирањето. Имено, наместо да се оценува регресиониот модел со сериите во нивната изворна форма, ќе се оценуваат диференцираните (трансформирани) временски серии. На овој начин променливите стануваат стационарни и регресиониот модел дава добри резултати. Но, постои еден недостаток. Имено, оценката на моделот не дава информација за зависноста гледана како долгорочна рамнотежна врска помеѓу оригиналните вредности (нивоа) на зависната променлива y_t и независната променлива x_t . Оваа информација е од посебна важност во економските анализи. Точноста на ова тврдење може да се потврди со динамичкиот модел:

$$y_t = \alpha + \beta x_t + \gamma x_{t-1} + \delta y_{t-1} + \varepsilon_t y$$

Ако е $|\delta| < 1$ тогаш моделот е стабилен и на долг рок се постигнува рамнотежа, со што $y_t = y_{t-1} = y'$, $x_t = x_{t-1} = x'$ и ε_t . Моделот во рамнотежна состојба гласи:

$$y' = \alpha^* + \beta^* x'$$

каде што $\alpha^* = \alpha/(1 - \delta)$ и $\beta^* = (\beta + \gamma)/(1 - \delta)$. Коефициентот β^* го мери долгорочното влијание врз променливата x_t кое е предизвикано од некоја промена. Доколку се користи модел со први диференции

$$\Delta y_t = \beta \Delta x_t + \gamma \Delta x_{t-1} + \delta \Delta y_{t-1} + \zeta_t$$

тогаш моделот е во рамнотежна состојба $\Delta y_t = \Delta y_{t-1} = \Delta x_t = \Delta x_{t-1} = 0$, со што не може да се заклучи ништо за долгорочната поврзаност помеѓу y_t и x_t . Овие два, на прв поглед меѓусебно неспојливи пристапи на моделирање на врската помеѓу y_t и x_t се поврзуваат преку концептот на коинтеграција. Тоа значи дека со диференцирање се губат значајни информации за долгорочната поврзаност на сериите, и затоа концептот на коинтеграција е најдоброто решение.

Коинтеграцијата е второто и воедно најдоброто решение за проблемот со нестационарните серии. Според Буцевска, (2005), коинтеграцијата подразбира стационарност

на линеарната комбинација на индивидуално нестационарни временски серии. Ако временските серии се нестационарни, тогаш оценката на долгорочната рамнотежна врска меѓу нив може да се разгледува исклучително преку концептот на коинтеграција. Нестационарноста на временските серии може да претставува потенцијално сериозен проблем бидејќи нестационарните податоци го поништуваат статистичкото заклучување и нивната понатамошна анализа може да предизвика појава на лажна регресија.

2. Дефинирање на коинтеграцијата

Во последните неколку децении коинтеграцијата се здобила со сè поголема популарност како метод со кој може успешно да се анализираат нестационарните макроекономски податоци. Развојот на овој метод е последица на веќе добро познатиот факт, проверен низ бројни емпириски истражувања, дека најголем дел од макроекономските временски серии се карактеризираат со нестационарност. Да се претпостави дека постојат две економски временски серии, од кои секоја поседува сопствен стохастички тренд, но нивното движење се одвива во одредени граници, односно сериите не се одалечуваат премногу една од друга. Според Engle and Granger (1987) ова се објаснува со постоење на „сила на привлекување“, која временските серии ги „влече“ една кон друга, а чиј извор се наоѓа на економијата (пазарниот механизам, државните мерки и слично). Според тоа, можни се ситуации каде што заедничкото движење на нестационарните временски серии се здобива со стационарен карактер.

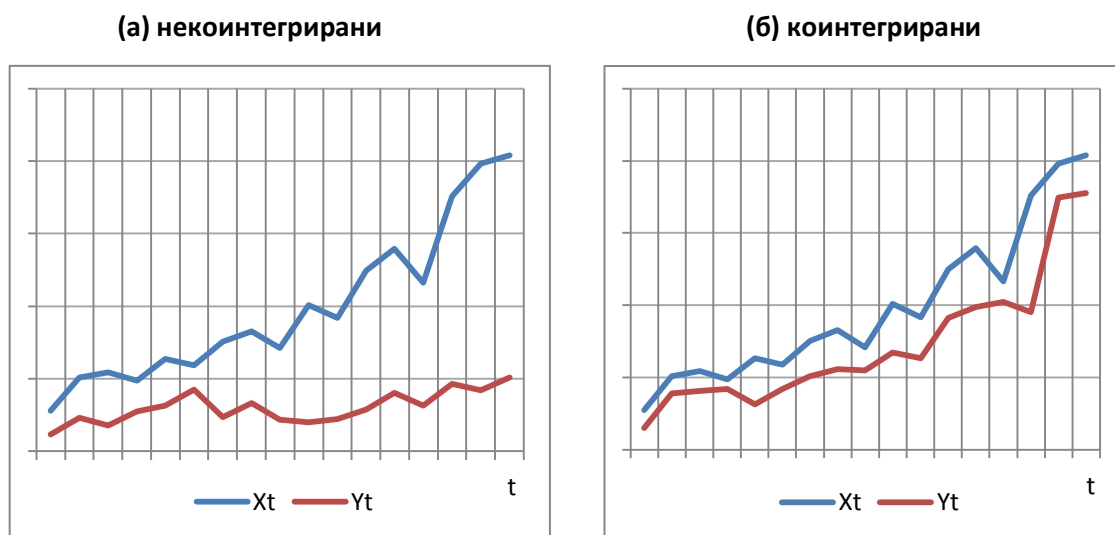
Една индивидуална економска променлива, набљудувана како временска серија, може да се движи слободно, но во пар со друга временска серија, двете серии можат да се движат на таков начин со што тие нема да се одалечуваат премногу една од друга. Економската теорија веднаш укажува на силите кои ги држат овие серии блиску. Пример за тоа се долгорочните и краткорочните каматни стапки, приходите на домаќинствата и нивните трошоци, цените на истиот производ на различни пазари или цените на супститутот на тој производ на истиот пазар.

Според Kovačić (1995) идејата на концептот на коинтеграција може да се изложи преку пример на два пара временски серии. Временските серии на слика 2.2 (а) со текот на времето се одалечуваат една од друга. Со други зборови, не се добива впечаток дека нивната разлика претставува стационарна серија. Исто така изгледа дека овие временски серии не се интегрирани од ист ред. Од друга страна, движењето на временските серии на слика 2.2 (б) е усогласено низ текот на времето, па изгледа дека се серии кои имаат ист ред на интегрираност. Разликата меѓу нив, или во општ случај за линеарната комбинација y_t и x_t

изгледа дека претставува стационарна серија. Ако се има предвид токму овој меѓусебен однос на временските серии, тогаш постои долгорочна поврзаност на две нестационарни серии и нивната коинтегрираност подразбира дека отстапувањата од рамнотежното движење се стационарни.

Основната идеја на концептот на коинтеграција е дека линеарната комбинација на две или повеќе нестационарни временски серии може да биде стационарна, под претпоставка дека сериите имаат исти стохастички трендови. Доколку постои ваква комбинација на временски серии, тогаш за нив се вели дека се коинтегрирани временски серии, додека пак линеарната комбинација помеѓу нив се нарекува **коинтеграциска врска** (англ. cointegration relationship). Во многу случаи коинтеграциската поврзаност може да се толкува како долгорочна економска поврзаност и претставува моќна алатка за тестирање на теоретските претпоставки врз емпириски податоци.

Слика 2.2. Движење на две нестационарни временски серии:



Извор: Kovačić (1995)

Според Mladenović i Nojković (2008) по својата суштина концептот на коинтеграција не се разликува од концептот на класична праволиниска регресија. Во регресионата анализа целта на истражувачот е да ги објасни варијациите на зависната променлива преку варијациите на независните променливи, со тоа што необјаснетиот дел да остане многу мал или неважен, односно тој да биде процес на бел шум (англ. white noise). Слично, **за две или повеќе временски серии со единечен корен се вели дека се коинтегрирани кога постои таков степен на слагање во нивното движење со кој се неутрализира поединечната нестационарност и се овозможува стационарност на нивната линеарна комбинација**. Тоа значи дека движењето на една нестационарна временска серија може добро да се објасни со

движењето на друга нестационарна временска серија, бидејќи необјаснетиот дел може да се земе како стационарен процес. Ова е малку поблаг услов од оној кој го наметнува класичната праволиниска регресија.

Кај моделите кои содржат само една променлива (англ. univariate models), стохастичкиот тренд може да се одстрани со диференцирање. Добиените стационарни серии можат да се оценат со користење на Бокс-Јенкинсовите техники (англ. Box-Jenkins techniques). Во еден период постоело правило со кое оваа идеја се генерализирала и при регресиона анализа сите нестационарни променливи се диференцирале. Но, овој пристап не е соодветен кога станува збор за модели кои содржат две или повеќе променливи (англ. multivariate models). Како што е кажано, можно е да постои линеарна комбинација на интегрирани променливи која е стационарна, и во тој случај се вели дека променливите се коинтегрирани. Постојат многу економски модели кои имаат коинтеграциски однос на променливите.

За добро проучување на концептот на коинтеграција, потребно е најпрво да се изучат основните концепти на коинтеграција, како и нивната примена во различни економски модели. Рамнотежниот однос помеѓу повеќе нестационарни променливи укажува дека нивните стохастички трендови мора да се поврзани. Рамнотежниот однос всушност укажува дека променливите неможат да се движат независно една од друга. Овој однос помеѓу стохастичките трендови укажува дека променливите се коинтегрирани.

Нека се разгледуваат динамичките движења на коинтегрираните променливи. Бидејќи трендовите на коинтеграциските променливи се поврзани, динамичките движења на овие променливи мора да имаат некоја релација со постојното отстапување од рамнотежниот однос. Врската помеѓу промената во променливата и отстапувањето од рамнотежата мора детално да биде проучена. Потврдено е дека динамиката на коинтеграцискиот систем е таква така што правилото за диференцирање на нестационарни серии при регресиона анализа станува неточно. Имено, доколку линеарната комбинација е веќе стационарна, со диференцирањето на сериите само ќе се направи грешка.

Потребно е да се знаат и повеќе начини за тестирање на коинтеграцијата и да се прикажат различни начини за оценка на систем од коинтегрирани променливи.

Карактеристики и елементи на коинтеграцискиот однос

Прикажана преку наједноставен модел, коинтеграцијата може да се запише како

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + e_t$$

но тука се претпоставува дека e_t е стационарна серија, додека променливите y_t и x_t се интегрирани од прв ред. Равенката со нестационарни променливи, но стационарна случајна грешка, ја нарекуваме **коинтеграциска равенка**. Векторот на коефициенти $(1, -\beta_0, -\beta_1)$, кој ја

прави равенката $1y_t - \beta_0 - \beta_1x_t = e_t$ стационарна, се нарекува **коинтеграциски вектор**. За две променливи, може да има само еден коинтеграциски вектор, кој за променливата y_t ќе има коефициент еден.

Значаен дел од литературата за коинтеграција (или **линеарна комбинација на интегрирани променливи**) бил инспириран токму од студиите за побарувачката на пари. Од оваа причина, со цел полесно да се илустрира концептот на коинтеграција, ќе се објасни едноставен модел за побарувачка на пари. Теоријата вели дека лицата сакаат да имаат одредена количина реални пари кај себе, така што побарувачката на номинални пари кои лицата ги чуваат кај себе треба да биде пропорционална со нивото на цените. Имено, како што реалниот доход и со него поврзаниот број на трансакции се зголемува, лицата ќе сакаат да ја задржат кај себе зголемената количина на пари. И бидејќи каматната стапка е опортунитетниот трошок на чувањето на пари кај себе, побарувачката на пари треба да е во обратнопропорционален однос со каматната стапка. Искажана во логаритми, економетриската спецификација на оваа равенка е

$$m_t = \beta_0 + \beta_1 p_t + \beta_2 y_t + \beta_3 r_t + e_t$$

каде што

m_t = побарувачка на пари,

p_t = ниво на цени,

y_t = реален доход,

r_t = каматна стапка,

e_t = стационарна случајна грешка,

β_i = параметри кои треба да се оценат,

и сите променливи, освен каматната стапка, се изразени во логаритми.

Хипотезата која вели дека пазарот на пари е во состојба на рамнотежа или еквилибриум му овозможува на истражувачот да собира податоци за временските серии и тоа за понудата на пари (која е еднаква на побарувачката на пари, доколку пазарот на пари секогаш се израмнува), нивото на цените, реалниот доход (најчесто мерен преку реалниот бруто домашен производ) и соодветната краткорочна каматна стапка. Претпоставките бараат $\beta_1 = 1$, $\beta_2 > 0$ и $\beta_3 < 0$. Истражувачот би требало да изврши тестирање на наведените ограничувања (англ. restrictions) на параметрите. Исто така не треба да се заборави дека својствата на необјаснетиот дел кој ја детерминира побарувачката на пари (како на пример $\{e_t\}$ секвенцијата) се интегрален дел од теоријата. Доколку моделот се води според теоријата, кое било отстапување во побарувачката на пари мора да биде привремено. Јасно, ако e_t има стохастички тренд, грешките во моделот ќе бидат кумулативни така што отстапувањата од

рамнотежната состојба на пазарот на пари нема да може да се отстранат. Оттука следи дека основната претпоставка на оваа теорија е дека секвенцијата $\{e_t\}$ е стационарна.

Проблемот со кој, многу веројатно, ќе се соочи секој истражувач е дека реалниот бруто домашен производ, понудата на пари, нивото на цени и каматната стапка се временски серии кои можат да се окарактеризираат како нестационарни $I(1)$ променливи интегрирани од прв ред. Како такви, секоја од променливите може да се движи на различен начин и да не се јави никаква тенденција таа да се врати на нејзиното долгорочно ниво. Сепак, теоријата изразена со равенката $m_t = \beta_0 + \beta_1 p_t + \beta_2 y_t + \beta_3 r_t + e_t$ тврди дека постои линеарна комбинација на овие нестационарни променливи која всушност е стационарна. Ако се запише истата равенка на начин да се изрази случајната грешка, ќе се добие

$$e_t = m_t - \beta_0 - \beta_1 p_t - \beta_2 y_t - \beta_3 r_t$$

Бидејќи e_t мора да биде стационарна, следи дека линеарната комбинација на интегрираните променливи $m_t - \beta_0 - \beta_1 p_t - \beta_2 y_t - \beta_3 r_t$ прикажана од десната страна на равенката мора да биде стационарна. На тој начин теоријата укажува дека временските движења на четирите нестационарни променливи $\{m_t\}$, $\{p_t\}$, $\{y_t\}$ и $\{r_t\}$ се поврзани. Така, со овој пример се илустрира воочување од клучно значање кое е доминантно во голем дел од макроекономската литература во последните години: **теориите на рамнотежа кои вклучуваат нестационарни променливи условуваат и постоење на комбинација на променливи која е стационарна.**

Функцијата на побарувачка на пари е само еден пример на стационарна комбинација на нестационарни променливи. Сите отстапувања од рамнотежната состојба мора да бидат привремени. Постојат и други економски примери кои вклучуваат стационарна комбинација на нестационарни променливи.

Со наведениот пример се илустрира концептот на коинтеграција, како што и бил воведен од страна на Engle and Granger (1987). Нивната формална анализа започнува со разгледување на повеќе економски променливи кои се наоѓаат во долгорочна рамнотежа кога

$$\beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_n x_{nt} = 0$$

Ако со β и x_t се означат векторите $(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ и $(x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt})'$, системот се наоѓа во долгорочна рамнотежна состојба кога $\beta x_t = 0$. Отстапувањата од долгорочната рамнотежа се нарекуваат **рамнотежна грешка** (англ. equilibrium error), и се означува со e_t , така што

$$e_t = \beta x_t$$

Ако рамнотежната состојба е значајна, тогаш станува збор за рамнотежна грешка чиј процес е стационарен. Изборот на изразот рамнотежа или рамнотежна состојба не е сосема најдобар бидејќи економските теоретичари и економетричарите го користат за различна употреба. Економските теоретичари го користат овој израз кога говорат за еднаквост помеѓу

посакуваните и фактички настанатите трансакции. Економетричарите, пак, го користат овој израз за кој било долгорочен однос меѓу нестационарни променливи. Коинтеграцијата не поставува барање долгорочната врска да биде создадена од пазарните сили или од правилата на однесување на индивидуите. Според Engle and Granger (1987), рамнотежната состојба може да биде причинска, или пак резултат на одредено однесување, или, едноставно, редуцирана форма на врска помеѓу променливи кои имаат слично движење. Според Engle and Granger (1987), коинтеграцијата се дефинира како:

Компонентите на векторот $x_t = (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt})'$ се коинтегрирани од ред d, b , каде што d е ред на интегрираност на променливите, а b го претставува бројот на коинтеграциски врски. Ознаката е $x_t \sim CI(d, b)$ ако

1. сите компоненти (временски серии) на x_t се интегрирани од ред d ;
2. постои вектор $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$, така што линеарната комбинација $\beta x_t = \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_n x_{nt}$ е интегрирана од ред $(d - b)$, каде што $b > 0$.

Векторот β се нарекува **коинтеграциски вектор**³.

Во случајот со равенката на побарувачката на пари, $m_t = \beta_0 + \beta_1 p_t + \beta_2 y_t + \beta_3 r_t + e_t$, ако понудата на пари, нивото на цени, реалниот доход и каматната стапка се интегрирани од прв ред $I(1)$ и линеарната комбинација $m_t - \beta_0 - \beta_1 p_t - \beta_2 y_t - \beta_3 r_t = e_t$ е стационарна, тогаш сите променливи се коинтегрирани од ред $(1, 1)$. Векторот $x_t = (m_t, 1, p_t, y_t, r_t)'$ и коинтеграцискиот вектор β е $(1, -\beta_0, -\beta_1, -\beta_2, -\beta_3)$. Отстапувањата од долгорочната рамнотежа на пазарот на пари е e_t . Бидејќи случајната грешка $\{e_t\}$ е стационарна, ова отстапување е привремено.

Според Enders (2010) има четири важни напомени за дефиницијата за коинтеграција:

(1) Кога се вели коинтеграција, типично се мисли на линеарна комбинација на нестационарни променливи. Теоретски, можно е да постојат **нелинеарни долгорочни релации помеѓу повеќе интегрирани променливи**. Но, тестовите за постоење на нелинеарна коинтеграциска релација само што започнуваат да се користат во економетриските практични истражувања. Треба да се назначи и дека **коинтеграцискиот вектор не е единствен**. Ако $(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ е коинтеграциски вектор, тогаш за која било вредност на λ , $(\lambda\beta_1, \lambda\beta_2, \dots, \lambda\beta_n)$ е исто така коинтеграциски вектор. Вообичаено е една од променливите да се искористи да се изврши нормализација на коинтеграцискиот вектор со што нејзиниот коефициент ќе земе вредност еден. За да се нормализира коинтеграцискиот вектор со коефициентот на променливата x_{1t} , се избира $\lambda = 1/\beta_1$.

³ Истата равенка може да се запише и со константа, доколку сите реализации на $\{x_t\}$ се постават да бидат еднакви на еден (англ. equal to unity), односно да се изврши нивна нормализација. Долгорочната рамнотежа со константа ќе се запише со равенката $\beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_n x_{nt} = 0$.

(2) Според оригиналната дефиниција на Engle and Granger (1987), коинтеграцијата се однесува на променливите кои се интегрирани од ист ред. Но треба да е јасно дека ова **не подразбира дека сите интегрирани променливи се и коинтегрирани**. Вообичаено, повеќе променливи кои се интегрирани од ред $I(d)$ не се коинтегрирани. Недостигот на коинтеграција укажува дека не постои долгорочна рамнотежа меѓу променливите, така што тие можат арбитрарно да се одалечуваат и приближуваат една со друга. **Ако две променливи се интегрирани од различен ред, тие не можат да бидат коинтегрирани.**

И покрај ова, можно е да се најдат рамнотежни односи помеѓу групи на променливи кои се интегрирани од различен ред. Нека се претпостави дека x_{1t} и x_{2t} се интегрирани од ред $I(2)$ и дека останатите променливи кои се дел од системот се интегрирани од ред $I(1)$. Во овој случај не е можно да постои коинтеграциска релација помеѓу x_{1t} (или x_{2t}) и x_{3t} . Но, доколку x_{1t} и x_{2t} се коинтегрирани од ред $CI(2,1)$, во тој случај постои линеарна комбинација $\beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t}$ која е од ред $I(1)$. Можно е оваа комбинација од x_{1t} и x_{2t} да биде коинтегрирана со променливите кои се интегрирани од ред $I(1)$. Во овој случај се користи изразот **мултикоинтеграција** (англ. multicointegration).

(3) Доколку векторот x_t има n нестационарни компоненти (временски серии како независни променливи), во тој случај може да постојат $n - 1$ линеарно независни коинтеграциски вектори. Оттука, ако векторот x_t има само две променливи, може да има највеќе еден независен коинтеграциски вектор. Бројот на коинтеграциски вектори се нарекува **коинтеграциски ранг** на x_t . За пример, да се претпостави дека монетарните власти следат утврдено правило кое вели дека доколку номиналниот бруто домашен производ е на високо ниво потребно е да се намали понудата на пари и обратно, да се зголеми номиналната понуда на пари доколку бруто домашниот производ е низок. Оваа правило може да се претстави и како

$$\begin{aligned} m_t &= \gamma_0 - \gamma_1(y_t + p_t) + e_{1t} \\ &= \gamma_0 - \gamma_1 y_t - \gamma_1 p_t + e_{1t} \end{aligned}$$

каде што $\{e_{1t}\}$ = стационарна грешка во правилото за понуда на пари.

Според функцијата на побарувачка на пари $m_t = \beta_0 + \beta_1 p_t + \beta_2 y_t + \beta_3 r_t + e_t$, постојат два коинтеграциски вектора за понудата на пари, нивото на цените, реалниот доход и каматната стапка. Ако β е матрица со димензии (2×5) :

$$\beta = \begin{bmatrix} 1 & -\beta_0 & -\beta_1 & -\beta_2 & -\beta_3 \\ 1 & -\gamma_0 & \gamma_1 & \gamma_1 & 0 \end{bmatrix}$$

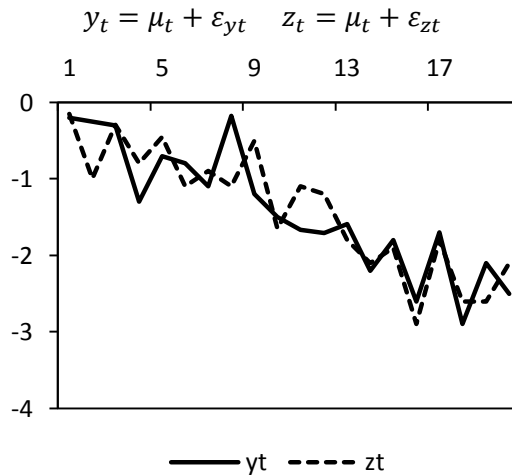
двете линеарни комбинации преставени со βx_t се стационарни. Оттука следи дека коинтеграцискиот ранг на векторот x_t изнесува 2.

(4) Најголемиот дел од литературата за коинтеграција се фокусира на случајот каде што секоја променлива има еден единечен корен. Причината за ова е тоа што традиционалната регресија или анализа на временски серии се користи кога променливите се интегрирани од ред $I(0)$ и кога неколку економски променливи се интегрирани од ред повисок од еден⁴. Во случаи кога не постои двосмисленост, многу автори го користат изразот коинтеграција во случаи кога променливите се коинтегрирани од ред $CI(1,1)$.

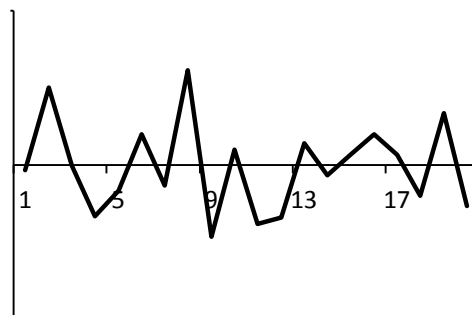
За да се прикажат некои од најважните својства на коинтеграциските релации, ќе се користи илустрација на два случаи на коинтеграција. Во првиот случај, секвенциите $\{y_t\}$ и $\{z_t\}$ се конструирани како процеси составени од случаен од придружен со бел шум. Овие секвенции се составени од 20 опсервации кои формираат серии кои имаат опаѓачка тенденција, и доколку се зголеми примерокот, оваа тенденција ќе се елиминира. Во секој случај, ниту една од овие секвенции не покажува тенденција на враќање кон долгорочното ниво, и доколку се спроведе Дики-Фулеровиот тест (англ. Dickey Fuller test) ќе се прифати нултата хипотеза, односно постоење на единечен корен кај двете серии. Иако секоја од овие серии е нестационарна, тие се движат на сличен начин. Нивната разлика $(y_t - z_t)$, прикажана на следниот графикон, е стационарна. Рамнотежната случајна грешка $e_t = (y_t - z_t)$ има средна вредност нула и константна варијанса.

⁴ Техничка забелешка: доколку сите елементи на векторот x_t се од ред $I(0)$, можно е случајната грешка e_t да биде интегрирана од ред -1. Овој случај е од мал интерес за економските анализи. Исто така, доколку $\{x_t\}$ се карактеризира со стационарност, тогаш и $\Delta^d x_t$ се карактеризира со стационарност за сите $d > 0$.

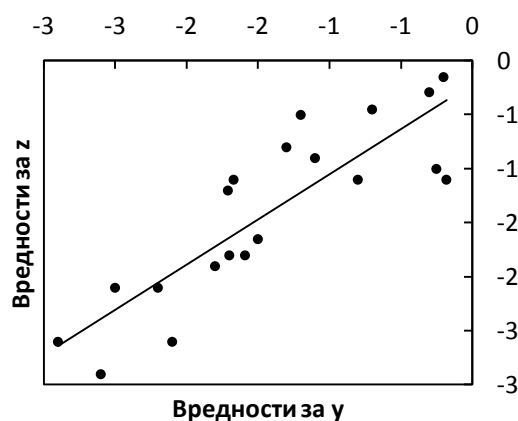
Случај 1. Коинтегрирани променливи: Серијата $\{\mu_t\}$ е процес на случаен од (англ. random walk process) додека $\{\varepsilon_{yt}\}$ и $\{\varepsilon_{zt}\}$ се бел шум (англ. white noise). Оттука, секвенциите $\{y_t\}$ и $\{z_t\}$ се, всушност, процеси составени од случаен од придружен со бел шум. И покрај тоа што и двете се нестационарни, и двете секвенции имаат ист стохастички тренд, односно и двете се коинтегрирани и нивната линеарна комбинација $(y_t - z_t)$ е стационарна. Рамнотежната случајна грешка $(\varepsilon_{yt} - \varepsilon_{zt})$ е процес од ред $I(0)$.



Рамнотежна грешка: $y_t - z_t$

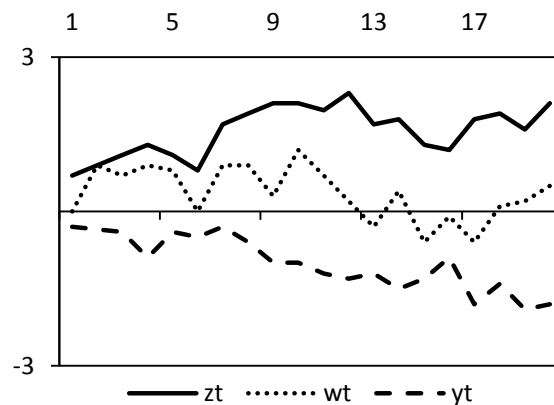


Дијаграм на растурање за y_t и z_t

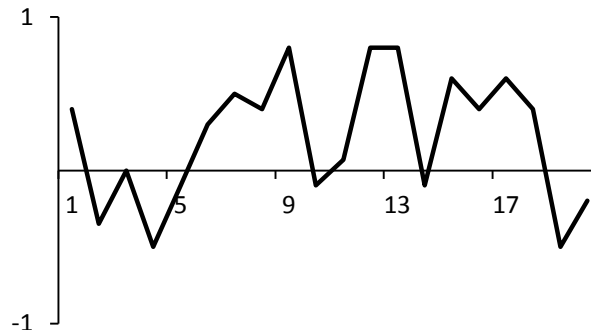


Случај 2. Коинтегрирани променливи: Сите три секвенции се составени од случаен од придружен со бел шум. Конструирани се така да не постојат две серии кои се коинтегрирани. Но нивната линеарна комбинација, $(y_t + z_t - w_t)$ е стационарна, од каде што следи и дека трите променливи се коинтегрирани. Рамнотежната случајна грешка е процес од ред $I(0)$.

$$y_t = \mu_{yt} + \varepsilon_{yt}, z_t = \mu_{zt} + \varepsilon_{zt}, w_t = \mu_{wt} + \varepsilon_{wt}$$



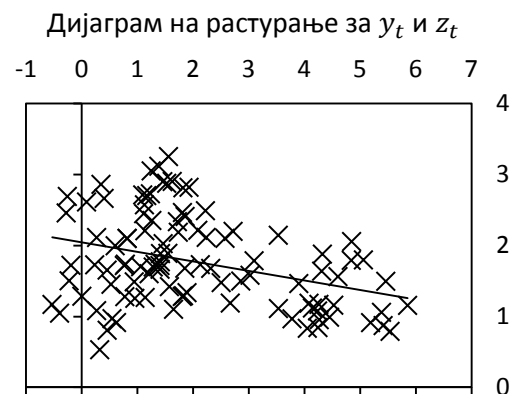
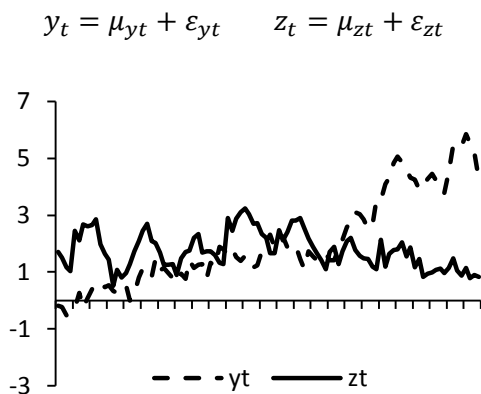
Рамнотежна грешка: $y_t + z_t - w_t$



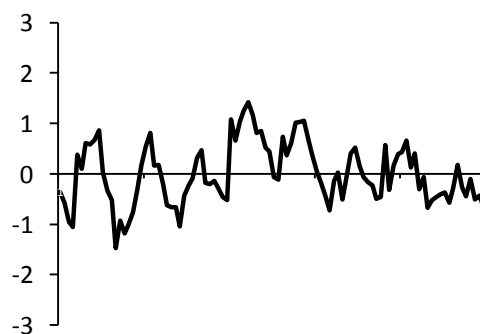
Вториот случај илустрира коинтеграција помеѓу три процеси составени од случаен од и бел шум. Како и во првиот случај, ниту една од сериите не покажува тенденција на враќање кон долгорочната рамнотежа, и Дики-Фулеровиот тест само би ја прифатил нултата хипотеза за постоење на единичен корен во сите три серии. Спротивно од првиот случај, нема комбинација на две серии кои се коинтегрирани. Секоја серија како да си има свој начин на движење независен од движењето на другите две серии. Но како што е прикажано на вториот графикон, постои стационарна линеарна комбинација од трите серии така што $e_t = (y_t + z_t - w_t)$. Оттука следи дека динамичкото однесување на најмалку една променлива мора да биде ограничено од вредностите на останатите променливи во системот.

Случај 3. Некоинтегрирани променливи: За да се направи споредба, се користи уште една илустрација, или трет случај, каде што се прикажуваат две секвенции кои се составени од случаен од и бел шум, но истите не се коинтегрирани. Секоја секвенција се движи на свој специфичен начин, без каква било каква тенденција да се приближи кон другата. Од дијаграмот на растурање може да се потврди дека не постои долгорочен однос помеѓу променливите. Отстапувањата од правата линија се доста големи и може да се каже дека истите се значајни. Графичкиот приказ на резидуалите низ текот на времето покажува дека резидуалите не се стационарни.

Секвенциите $\{y_t\}$ и $\{z_t\}$ се конструирани како независни секвенции составени од случаен од и бел шум. Не постои коинтеграција помеѓу овие две променливи. Како што е прикажано на првиот графикон, и двете се движат на специфичен начин, без тенденција да се приближат една кон друга. На дијаграмот на растурање се прикажани сериите $\{y_t\}$ и $\{z_t\}$ и нивната линија на регресија $z_t = \beta_0 + \beta_1 y_t$. Но оваа линија на регресија е лажна, реално не постои зависност помеѓу двете променливи. На третиот дијаграм се прикажани резидуалите од регресијата кои се нестационарни.



Резидуали на регресијата $z_t = \beta_0 + \beta_1 y_t$



3. Коинтеграција и заеднички трендови

Според Stock and Watson (1988)⁵, сознанието дека коинтегрираните променливи имаат заеднички стохастички трендови се покажало како многу корисно при разбирањето на коинтеграцискиот однос. За полесно објаснување, ќе се употреби иститот случај од претходното поглавје каде векторот x_t е составен од две променливи, така што $x_t = (y_t, z_t)'$. Ако се игнорира цикличната и сезонската компонента, променливите може да се запишат во форма која покажува дека истите се составени од случаен од и нерегуларна компонента (англ. irregular component) која не секогаш е бел шум:

$$y_t = \mu_{yt} + e_{yt}$$

$$z_t = \mu_{zt} + e_{zt}$$

каде што:

μ_{it} = процес на случен од кој го преставува стохастичкиот тренд на променливата i ,

e_{it} = стационарна (нерегуларна) компонента на променливата i .

Ако сериите $\{y_t\}$ и $\{z_t\}$ се коинтегрирани од ред (1,1), тогаш мора да постојат вредности за β_1 и β_2 кои се различни од нула, и за кои линеарната комбинација $\beta_1 y_t + \beta_2 z_t$ е стационарна. Се разгледува збирот

$$\beta_1 y_t + \beta_2 z_t = \beta_1 (\mu_{yt} + e_{yt}) + \beta_2 (\mu_{zt} + e_{zt}) = (\beta_1 \mu_{yt} + \beta_2 \mu_{zt}) + (\beta_1 e_{yt} + \beta_2 e_{zt})$$

За $\beta_1 y_t + \beta_2 z_t$ да биде стационарен, изразот $(\beta_1 \mu_{yt} + \beta_2 \mu_{zt})$ мора да исчезне. Имено, доколку кој било од двата тренда, μ_{yt} или μ_{zt} , се појави во $\beta_1 y_t + \beta_2 z_t = (\beta_1 \mu_{yt} + \beta_2 \mu_{zt}) + (\beta_1 e_{yt} + \beta_2 e_{zt})$, тогаш и линеарната комбинација $\beta_1 y_t + \beta_2 z_t$ ќе пројави тренд. Бидејќи вториот израз $(\beta_1 e_{yt} + \beta_2 e_{zt})$ е стационарен, неопходниот и доволен услов за $\{y_t\}$ и $\{z_t\}$ да бидат коинтегрирани од ред $CI(1,1)$ е:

$$\beta_1 \mu_{yt} + \beta_2 \mu_{zt} = 0$$

Јасно е дека μ_{yt} и μ_{zt} се променливи чии реализирани вредности континуирано се менуваат со текот на времето. Бидејќи β_1 и β_2 се различни од нула, следи дека равенството $\beta_1 \mu_{yt} + \beta_2 \mu_{zt} = 0$ ќе важи за сите вредности на t , ако и само ако

$$\mu_{yt} = -\beta_2 \mu_{zt} / \beta_1$$

За β_1 и β_2 различни од нула, единствен начин да се осигура равенката е стохастичките трендови да бидат идентични на скалар⁶. Така, за скаларот $-\beta_2 / \beta_1$, два стохастички процеси

⁵ Прашањето е тривијално доколку и трендовите се детерминистички. Може да се изврши отстранување на трендот кај секоја од променливите со користење на детерминистичкиот полиномски временски тренд во форма на $\alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \dots$.

⁶ Според Sheldon (2002) во линеарната алгебра реалните броеви се нарекуваат скалари и се однесуваат на вектори во векторски простор преку операцијата на множење на скалари, каде што векторот може да се помножи со број со цел да се добие друг вектор.

$\{y_t\}$ и $\{z_t\}$, интегрирани од ред $I(1)$, мора да имаат ист стохастички тренд доколку се коинтегрирани од ред $(1,1)$.

Ако повторно се разгледа првиот случај за илустрација на коинтеграцијата од претходното поглавје, секвенциите $\{y_t\}$ и $\{z_t\}$ се конструирани така да го задоволат условот

$$y_t = \mu_t + \varepsilon_{yt}$$

$$z_t = \mu_t + \varepsilon_{zt}$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \varepsilon_t$$

и ε_{yt} , ε_{zt} и ε_t се независно распределени случајни грешки на белиот шум.

Познато е дека μ_t е процес на случаен од и го претставува истиот стохастички тренд и за $\{y_t\}$ и за $\{z_t\}$. Како за пример, вредноста на μ_0 има иницијална вредност нула, додека за $\{\varepsilon_{yt}\}$, $\{\varepsilon_{zt}\}$ и $\{\varepsilon_t\}$ се избрани три групи на случајни броеви кои ќе ги претставуваат овие три секвенции. Со помош на овие случајни броеви и иницијалната вредност на μ_0 , се конструирани секвенциите $\{y_t\}$, $\{z_t\}$ и $\{\mu_t\}$. Како што може лесно да се утврди, со одземање на реализираните вредности на z_t од y_t се добива стационарната секвенција:

$$y_t - z_t = (\mu_t - \varepsilon_{yt}) - (\mu_t - \varepsilon_{zt}) = \varepsilon_{yt} - \varepsilon_{zt}$$

Истото може да се потврди и со користење на терминологијата на Енгл и Грејнџер. Ако $\beta = (1, -1)$ се помножи со векторот $x_t = (y_t, z_t)'$ ќе се добие стационарната секвенција $\varepsilon_t = \varepsilon_{yt} - \varepsilon_{zt}$. И навистина, ако се погледне графиконот на рамнотежната грешка во првиот случај од претходното поглавје, ќе се види дека станува збор за стационарен процес. **Основното согледување на Stock and Watson (1988) е тоа дека параметрите на коинтеграцискиот вектор мора да бидат такви за да го отстранат трендот од линеарната комбинација.** Која било друга линеарна комбинација на две променливи содржи тренд, така што коинтеграцискиот вектор може да се изедначи со нормализирачки скалар (англ. cointegrating vector is unique up to a normalizing scalar). Оттука $\beta_3 y_t + \beta_4 z_t$ не може да биде стационарен освен ако $\beta_3/\beta_4 = \beta_1/\beta_2$.

Вториот случај од претходното поглавје ја илустрира коинтеграцијата помеѓу три процеси составени од случаен од и бел шум. Секој процес е интегриран од ред $I(1)$, и Дици-Фулеровиот тест на единечен корен ја прифаќа нултата хипотеза која гласи дека процесот има единечен корен. Исто така, не секој пар на серии е коинтегриран, секоја серија се движи на свој начин, и нема тенденција да се приближи кон некоја од останатите две серии. Но може да се каже дека трендот во w_t е едноставен збир на трендовите од y_t и z_t :

$$\mu_{wt} = \mu_{yt} + \mu_{zt}$$

Тука, векторот $x_t = (y_t, z_t, w_t)'$ го има коинтеграцискиот вектор $(1, 1, -1)$, така што линеарната комбинација $y_t + z_t - w_t$ е стационарна. Да се разгледа:

$$y_t + z_t - w_t = (\mu_{yt} + \varepsilon_{yt}) + (\mu_{zt} + \varepsilon_{zt}) - (\mu_{wt} + \varepsilon_{wt}) = \varepsilon_{yt} + \varepsilon_{zt} - \varepsilon_{wt}$$

Овој пример ја илустрира основната идеја која вели дека **коинтеграција се јавува во оние случаи кога трендот во една променлива може да се изрази како линеарна комбинација од трендовите на другите променливи**. При вакви околности, секогаш е можно да се најде вектор β така што линеарната комбинација $\beta_1 y_t + \beta_2 z_t + \beta_3 w_t$ не секогаш содржи и тренд. Овој резултат може да се примени и за случај со n променливи. Ако се разгледа приказот на векторот

$$x_t = \mu_t + e_t$$

каде што:

x_t = вектор $(x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt})'$,

μ_t = вектор на стохастичките трендови $(\mu_{1t}, \mu_{2t}, \dots, \mu_{nt})'$,

e_t = вектор на стационарните компоненти со димензија $n \cdot 1$.

Според Enders (2010) ако еден тренд може да се изрази како линеарна комбинација од останатите трендови во системот, тоа значи дека постои вектор β така што

$$\beta_1 \mu_{1t} + \beta_2 \mu_{2t} + \dots + \beta_n \mu_{nt} = 0$$

Со множење на $x_t = \mu_t + e_t$ со векторот β ќе се добие

$$\beta x_t = \beta \mu_t + \beta e_t$$

Бидејќи $\beta \mu_t = 0$, следи дека $\beta x_t = \beta e_t$. Оттука, линеарната комбинација βx_t е стационарна. Ова лесно може да важи и за случај со повеќе коинтеграциски вектори.

4. Тестирање за постоење на коинтеграција

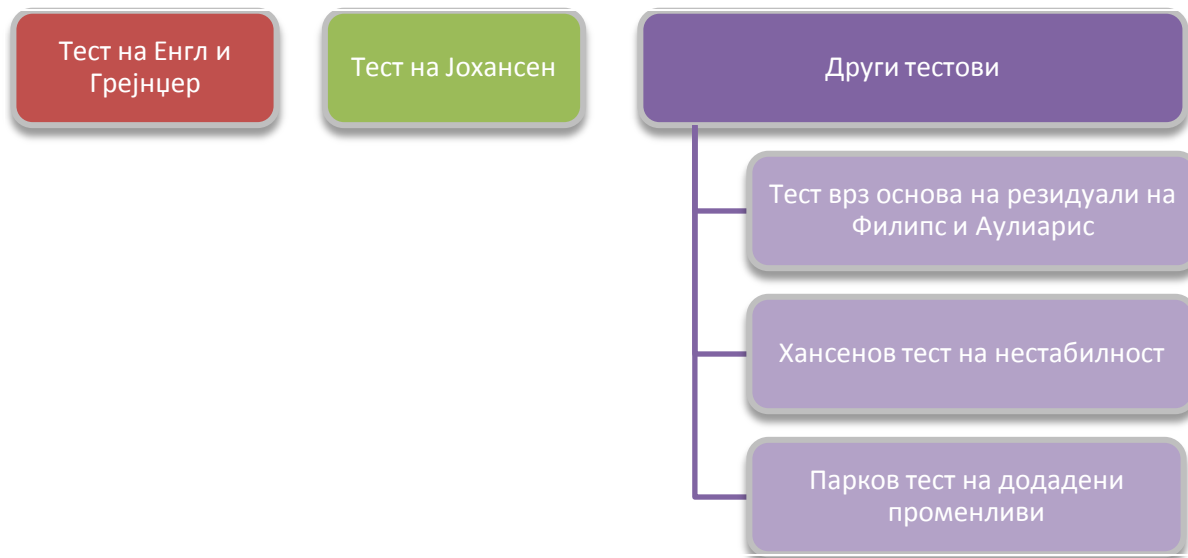
Постојат повеќе методологии и тестови кои се користат при тестирање за постоење на коинтеграција помеѓу променливите. Како најважни начини за тестирање на коинтеграцијата се методологијата на Енгл и Грејнџер, која утврдува дали резидуалите од долгорочната рамнотежа меѓу променливите се стационарни и методологијата на Јохансен, каде што се утврдува рангот на матрицата π ⁷.

Освен овие три методи, постојат и други тестови кои се користат при испитување на коинтеграцијата во случаи кога зависноста на променливите се прикажува преку една равенка. Тука може да се набројат следните тестови: тест врз основа на резидуали на Филипс и Аулиарис (англ. Phillips and Ouliaris residual – based test), Хансенов тест на нестабилност (англ.

⁷ Изразот „ранг“ се однесува на рангот на матрицата преку која е претставен динамичкиот систем. Ако динамичкиот систем од n променливи има r коинтеграциски вектори, тогаш рангот на матрицата е $n - r$. Ова значи дека матрицата има r својствени вредности (англ. eigenvalues) кои имат вредност нула и $n - r$ вредности кои се различни од нула. Тестовите на Јохансен (англ. Johansen tests) се основаат на утврдување на бројот на вредности различни од нула.

Hansen's instability test) и Парков $H(p, q)$ тест на додадени променливи (англ. Park's $H(p, q)$ added variables test).

Слика 2.3. Тестови за тестирање на коинтеграција



Извор: приказ на авторот.

Тестот на Енгл и Грејнџер (англ. Engle and Granger test) и тестот врз основа на резидуали на Филипс и Аулијарис уште се нарекуваат и тестови основани на резидуали (англ. residual – based tests). Станува збор за тестови на единечен корен кои се спроведуваат на резидуалите добиени од коинтеграциската равенка. Претпоставката гласи дека доколку сериите не се коинтегрирани, сите линеарни комбинации на y_t и z_t , вклучувајќи ги и резидуалите, се нестационарни. Оттука се поставуваат хипотезите, односно нултата хипотеза која гласи дека не постои коинтеграција и алтернативната хипотеза која гласи дека постои коинтеграција. Овие хипотези кореспондираат со тестот на единечен корен каде што нултата хипотеза вели резидуалите се нестационарни, додека пак алтернативната хипотеза гласи дека резидуалите се стационарни.

Разликата во овие два теста се состои во методот со кој се утврдува сериската корелација на серијата на резидуалите. Тестот на Енгл и Грејнџер го користи параметарскиот, проширениот Дики-Фулеров пристап, додека тестот врз основа на резидуали на Филипс и Аулијарис се користи со непараметарската методологија на Филипс и Перон (англ. Phillips and Perron).

Во текстот што следи детално ќе бидат објаснети два најчесто користени теста при тестирањето за постоење на коинтеграција, тестот на Енгл и Грејнџер и тестот на Јохансен.

Енгл-Грејнџеров тест

За да се објасни процедурата на тестот на Енгл и Грејнџер се тргнува од ситуација која често се среќава при истражувањата. Се претпоставува дека постојат две променливи, y_t и z_t , за кои се смета дека се интегрирани од прв ред (кај овој тест се претпоставува дека променливите се интегрирани од ист ред). Целта е да се утврди дали постои долгорочна рамнотежна врска или коинтеграциска врска меѓу овие две променливи. Енгл и Грејнџер предложиле процедура составена од четири чекора за да се утврди дали овие две променливи (временски серии) интегрирани од прв ред се коинтегрирани од ред $CI(1,1)$.

(1) **Најпрво се врши тестирање на променливите $\{y_t\}$ и $\{z_t\}$** за да се утврди нивниот ред на интегрираност. По дефиниција, коинтеграцијата бара овие две променливи да бидат интегрирани од ист ред. Така, првиот чекор во анализата е да изврши тестирање на секоја од променливите и да се утврди редот на интегрираност. Проширениот Дики-Фулеров тест (англ. Augmented Dickey-Fuller test) се користи за да се оцени бројот на единечни корени (доколку ги има) за секоја променлива. Ако и двете променливи се стационарни, нема потреба да се продолжува со процедурата, бидејќи во овој случај можат да се применат стандардните методи на анализа на временските серии (како праволиниската регресија). Доколку променливите се интегрирани од различен ред, може да се заклучи дека тие не се коинтегрирани. Но, доколку се разгледуваат повеќе од две променливи каде што некои се интегрирани од прв ред $I(1)$, а други од втор ред $I(2)$, потребно е да се утврди дали променливите се мултикоинтегрирани.

Постапката на Енгл и Грејнџер се нарекува уште и постапка во два чекора (англ. Two-step procedure), и е опфатена само во делот што следи, означен како втор дел. Постапката се состои од оценување на регресионата равенката за да се добијат нејзините резидуали, и тестирањето на резидуалите за стационарност.

(2) **Оценување на долгорочната рамнотежна врска.** Ова е веќе делот кој се однесува на процедурата на Енгл и Грејнџер. Првиот чекор повеќе се однесува на испитување на променливите, дали тие се подобни за овој тест, односно дали се интегрирани од прв ред. Доколку резултатите од првиот чекор покажат дека двете променливи $\{y_t\}$ и $\{z_t\}$ се интегрирани од прв ред $I(1)$, следниот чекор е оценувањето на долгорочната рамнотежна врска изразена во следната форма:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 z_t + e_t$$

Ако променливите се коинтегрирани, регресијата добиена со методот на обични најмали квадрати генерира „суперконзистентна“ оценка на коинтеграциските параметри β_0 и β_1 . Stock (1987) докажал дека оценките добиени со методот на обични најмали квадрати

конвергираат побрзо за разлика од оценките добиени со истиот метод, но со користење на стационарни променливи.

Со цел да се утврди дали променливите навистина се коинтегрирани, серијата на резидуалите од претходната равенката се означува со $\{\hat{e}_t\}$. Така, оваа серија ги претставува оценетите вредности на отстапувањата од долгорочната рамнотежа. Ако се докаже дека овие отстапувања се стационарни, тогаш променливите $\{y_t\}$ и $\{z_t\}$ се коинтегрирани од ред $CI(1,1)$. За да се утврди нивниот ред на интеграција, на резидуалите се спроведува Дики-Фулеровиот тест. Се зема авторегресијата на резидуалите:

$$\Delta \hat{e}_t = a_1 \hat{e}_{t-1} + \varepsilon_t$$

Бидејќи серијата $\{\hat{e}_t\}$ е составена од резидуалите на регресионата равенка, нема потреба од вклучување на првиот коефициент во регресијата кој го мери просечното ниво на појавата (англ. intercept term). Предмет на интерес е коефициентот a_1 преку кој можат да се формираат следните хипотези:

$H_0: a_1 = 0$, серијата на резидуалите има единечен корен, односно временските серии $\{y_t\}$ и $\{z_t\}$ не се коинтегрирани.

$H_1: a_1 \neq 0$, серијата на резидуалите нема единечен корен, односно временските серии $\{y_t\}$ и $\{z_t\}$ се коинтегрирани, односно серијата на резидуалите е стационарна⁸.

Во случај кога сериите $\{y_t\}$ и $\{z_t\}$ се интегрирани од прв ред и серијата на резидуалите е стационарна, може да се донесе заклучок дека сериите се коинтегрирани од ред (1, 1).

Во најголем дел од применетите истражувања користењето на Дики-Фулеровите таблици не е возможно при тестирањето на стационароста на резидуалите. Проблемот се состои во тоа што серијата на резидуалите $\{\hat{e}_t\}$ е добиена од регресионата равенка, со што на истражувачот не му се познати вредностите на вистинските резидуали e_t , туку само нивните оценки \hat{e}_t . Основата на методологијата на методот на најмали квадрати при регресијата $y_t = \beta_0 + \beta_1 z_t + e_t$ е да се најдат такви вредности за β_0 и β_1 , така што збирот на квадратните отстапувања (резидуалите) ќе се минимизира. Бидејќи со ова резидуалната варијанса е минимизирана, целата процедура е пристрасна при изнаоѓање на стационарен процес во $\Delta \hat{e}_t = a_1 \hat{e}_{t-1} + \varepsilon_t$. Од тука следи дека статистиката која ќе се користи за тестирање на големината на a_1 мора да го зема предвид и овој факт. Само доколку регресионите коефициенти β_0 и β_1 се однапред познати и се користат за да се конструира серија на вистинските резидуали ε_t , може да се користат вообичаените Дики-Фулерови таблици. Кога ќе се врши оценување на коинтеграцискиот вектор се користат критичните вредности прикажани

⁸ Условот за стабилност гласи $-2 < a_1 < 0$. Оттука, ако се утврди дека a_1 е доволно негативна вредност (англ. sufficiently negative), ќе се отфрли нултата хипотеза $a_1 = -1$.

во табела 2.1. Овие критични вредности зависат од големината на примерокот и бројот на променливи кои се користат во анализата.

Ако се покаже дека резидуалите од равенката $\Delta \hat{\epsilon}_t = a_1 \hat{\epsilon}_{t-1} + \epsilon_t$ не се бел шум, може да се користи проширениот Дици-Фулеров тест (англ. Augmented Dickey – Fuller test). Во случај кога при проверка на резидуалите се покаже дека серијата $\{\epsilon_t\}$ во равенката $\Delta \hat{\epsilon}_t = a_1 \hat{\epsilon}_{t-1} + \epsilon_t$ се карактеризира со сериска корелација, наместо да се користат резултатите од равенката $\Delta \hat{\epsilon}_t = a_1 \hat{\epsilon}_{t-1} + \epsilon_t$, ќе се врши оценување на авторегресијата:

$$\Delta \hat{\epsilon}_t = a_1 \hat{\epsilon}_{t-1} + \sum_{i=1}^n a_{i+1} \Delta \hat{\epsilon}_{t-1} + \epsilon_t$$

И тука важи правилото дека доколку се отфрли нултата хипотеза која вели дека $a_1 = 0$, може да се заклучи дека серијата на резидуалите е стационарна и дека временските серии се коинтегрирани.

Табела 2.1. Критични вредности за Енгл-Грејнџеровиот тест за постоење на коинтеграција

T	1%	5%	10%	1%	5%	10%	1%	5%	10%	1%	5%	10%
	Две променливи			Три променливи			Четири променливи			Пет променливи		
50	-4,123	-3,461	-3,130	-4,592	-3,915	-3,578	-5,017	-4,324	-3,979	-5,416	-4,700	-4,348
100	-4,008	-3,398	-3,087	-4,441	-3,828	-3,514	-4,827	-4,210	-3,895	-5,184	-4,557	-4,240
200	-3,954	-3,368	-3,067	-4,368	-3,785	-3,483	-4,737	-4,154	-3,853	-5,070	-4,487	-4,186
500	-3,921	-3,350	-3,054	-4,326	-3,760	-3,464	-4,684	-4,122	-3,828	-5,003	-4,446	-4,154

Критичните вредности се однесуваат за коинтеграциските односи (со константа во коинтеграцискиот вектор) оценети со помош на Енгл-Грејнџеровата методологијата

Извор: Enders (2010)

Со овој чекор се заокружува постапката на Енгл и Грејнџер. Ако се докаже дека резидуалите се стационарни, се продолжува кон оценка на моделот со корекција на грешка, или чекор три. Доколку резидуалите не се стационарни, моделот со корекција на грешка не е соодветен бидејќи променливите не се коинтегрирани.

При тестирањето за стационарност на резидуалите најчесто се користат повеќе тестови на единечен корен за да се утврди попрецизно присуството на стационарноста. Тестовите со поголема моќ имаат предност, како што е тестот на Квиатковски, Филипс, Шмит и Шин, или познат како КПСС тест (англ. Kwiatkowski – Phillips – Schmidt – Shin test).

(3) **Оценка на моделот со корекција на грешка.** Доколку променливите се коинтегрирани, односно се отфрла нултата хипотеза која гласи дека не постои коинтеграција, резидуалите од регресијата $y_t = \beta_0 + \beta_1 z_t + e_t$ можат да се искористат за да се оцени моделот со корекција на грешка. Ако $\{y_t\}$ и $\{z_t\}$ се коинтегрирани од ред $CI(1,1)$, променливите ја имаат следната форма со корекција на грешка:

$$\Delta y_t = \alpha_1 + \alpha_y [y_{t-1} - \beta_1 z_{t-1}] + \sum_{i=1} \alpha_{11}(i) \Delta y_{t-i} + \sum_{i=1} \alpha_{12}(i) \Delta z_{t-i} + \varepsilon_{yt}$$

$$\Delta z_t = \alpha_2 + \alpha_z [y_{t-1} - \beta_1 z_{t-1}] + \sum_{i=1} \alpha_{21}(i) \Delta y_{t-i} + \sum_{i=1} \alpha_{22}(i) \Delta z_{t-i} + \varepsilon_{zt}$$

каде што β_1 е параметарот на коинтеграцискиот вектор оценет во регресијата $y_t = \beta_0 + \beta_1 z_t + e_t$, ε_{yt} и ε_{zt} се резидуали во форма на бел шум (каде што сериите ε_{yt} и ε_{zt} можат да бидат корелирани една со друга), и параметрите α_1 , α_2 , α_y , α_z , $\alpha_{11}(i)$, $\alpha_{12}(i)$, $\alpha_{21}(i)$ и $\alpha_{22}(i)$.

Engle и Granger (1987) предложиле начин со кој се надминуваат ограничувањата на вкрстените равенки (англ. cross equation restrictions) при директното оценување наведени во претходниот пасус. Големината на резидуалот \hat{e}_{t-1} го претставува отстапувањето од долгорочната рамнотежа за периодот $(t - 1)$. Од тука следи дека е возможно да се искористат резидуалите \hat{e}_{t-1} добиени во вториот чекор како оценки за изразот $y_{t-1} - \beta_1 z_{t-1}$ во формата со корекција на грешка. Така, со користење на зачуваните резидуали од оценката на долгорочната рамнотежна врска, може да се оцени моделот со корекција на грешка:

$$\Delta y_t = \alpha_1 + \alpha_y \hat{e}_{t-1} + \sum_{i=1} \alpha_{11}(i) \Delta y_{t-i} + \sum_{i=1} \alpha_{12}(i) \Delta z_{t-i} + \varepsilon_{yt}$$

$$\Delta z_t = \alpha_2 + \alpha_z \hat{e}_{t-1} + \sum_{i=1} \alpha_{21}(i) \Delta y_{t-i} + \sum_{i=1} \alpha_{22}(i) \Delta z_{t-i} + \varepsilon_{zt}$$

Освен членот за корекција на грешка \hat{e}_{t-1} , наведените равенки претставуваат векторски авторегресивен модел (англ. vector autoregressive model) или VAR со променливи трансформирани во своите први диференции. Овој векторски авторегресивен модел може да се оцени со користење на вообичаената методологија. Сите процедури развиени за векторскиот авторегресивен модел важат и можат да се применат и во системот претставен со равенките со корекција на грешка. Значајно е да се напоменат две работи. Првата е дека методот на обични најмали квадрати е ефикасна стратегија за оценување бидејќи секоја од равенките ги има истите независни променливи (регресори). Втората работа е дека сите серии во моделот со корекција на грешка се стационарни (Δy_t и сериите од неговите временски задоцнувања, Δz_t и сериите од неговите временски задоцнувања и \hat{e}_{t-1} се стационарни) и статистиката на тестот која се користи при стандардната VAR анализа е соодветна и кај равенките од моделот со корекција на грешка. На пример, должината на временските задоцнувања може да се определи со користење на χ^2 тестот, додека, пак, ограничувањето дека сите вредности $\alpha_{jk}(i) = 0$ може да се провери со користење на F -тестот. Доколку има само еден коинтеграциски вектор, ограничувањата за α_y или α_z можат да се спроведат со користење на t -тестот.

(4) Оценка на адекватноста на моделот. Постојат неколку процедури со кои може да се утврди дали оценетиот модел со корекција на грешка е адекватен.

Најпрво, треба да се провери дали сериите на резидуалите од равенките за корекција на грешка се приближни на бел шум. Доколку резидуалите се сериски корелирани, должините на временските доцнења може да се премногу кратки. Потребно е повторно да се оцени моделот со временски доцнења кои ќе дадат сериски некорелирани резидуали. Со ова некои променливи ќе имаат подолги временски задоцнувања. Во овој случај, поголема ефикасност може да се добие со оценување на приближен VAR (англ. near VAR) со користење на методот на навидум неповрзани регресии (англ. seemingly unrelated regressions). Параметрите кои ја мерат брзината на прилагодувањето (англ. speed of adjustment parameters) α_y и α_z се од посебен интерес бидејќи тие имаат важни импликации врз динамиката на системот⁹. Ако фокусот е на равенката

$$\Delta z_t = \alpha_z + \alpha_z \hat{e}_{t-1} + \sum \alpha_{z1}(i) \Delta y_{t-i} + \sum \alpha_{z2}(i) \Delta z_{t-i} + \varepsilon_{zt}$$

јасно е дека за која било вредност на \hat{e}_{t-1} , високата вредност на α_z е поврзана со висока вредност на Δz_t . Ако α_z е еднаков на нула, промената во z_t не реагира на отстапувањето од долгорочната рамнотежа за период $(t - 1)$. Ако α_z е нула и ако сите $\alpha_{z1}(i) = 0$, тогаш може да се каже дека $\{\Delta y_t\}$ ја условува по Грејнџер (англ. Granger cause) променливата $\{\Delta z_t\}$. Познато е дека α_y и/или α_z треба да бидат значајно различни од нула ако променливите се коинтегрирани. Ако коефициентите α_y и α_z се еднакви на нула, тогаш во равенките на моделот за корекција на грешка нема да постои корекција на грешка и тие равенки ќе преставуваат векторски авторегресивен модел од првите диференци. Исто така, апсолутните вредности на параметрите кои ја мерат брзината на прилагодување не треба да бидат премногу високи. Точкестите оценки треба да укажуваат дека Δz_t и Δy_t конвергираат кон долгорочен рамнотежен однос.

Според Luekerpohl and Reimers (1992) како и во традиционалната VAR анализа, за да се добие информација за интеракциите помеѓу променливите може да се користат импулсните одговори (англ. impulse responses) и анализата за декомпозиција на варијансата. Иновациите (англ. innovations) или резидуалите на моделот со корекција на грешка, ε_{yt} и ε_{zt} , можат да бидат истовремено корелирани ако y_t истовремено влијае на z_t и/или z_t истовремено влијае на y_t . При користењето на импулсните одговори и анализата за декомпозиција на варијансата, метод како Чолески (англ. Choleski) декомпозицијата може да се користи со цел да се ортогонализираат иновациите. Формата на функцијата на импулсните одговори и резултатот од декомпозицијата на варијансата можат да бидат индикатори за тоа дали

⁹ Коефициентите α_y и α_z се директно поврзани со карактеристичните корени на системот на диференцирани равенки. Директната конвергенција бара α_y да биде негативен и α_z да биде позитивен.

динамичните одговори на променливите се во согласност со теоријата. Бидејќи сите променливи од равенките на методот за корекција на грешка се од ред $I(0)$, импулсните одговори на Δy_t и Δz_t треба да конвергираат кон нула. Подетално за моделот со корекција на грешка и анализата на векторскиот авторегресивен модел во следните поглавја.

Според Enders (2010) важна напомена за тестот на Енгл и Грејнџер е дека при тестирање на значајноста на коинтеграцискиот вектор треба да се внимава при користење на t -распоредот при тестирањето. Имено, коефициентите имаат асимптотски t -распоред само во еден посебен случај. Ако коинтеграциската врска помеѓу $\{y_t\}$ и $\{z_t\}$ се прикаже со равенката

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 z_t + \varepsilon_{1t}$$

$$\Delta z_t = \varepsilon_{2t}$$

каде што $E\varepsilon_{1t}\varepsilon_{2t} = 0$, резидуалите од двете равенки се некорелирани серии на бел шум. Претпоставките се рестриктивни во однос на тоа дека резидуалите од двете равенки мора да бидат сериски некорелирани и вкрстените корелации мора да бидат еднакви на нула. Ако овие претпоставки се исполнети, оценките на регресионите параметри β_0 и β_1 добиени со методот на обични најмали квадрати можат да се тестираат со користење на t -тестот и F -тестот. Ако резидуалите немаат нормален распоред, асимптотските резултати се такви да на t тестот и F тестот се соодветни. И двата услови се неопходни да се спроведат ваквите тестови.

Ако $E\varepsilon_{1t}\varepsilon_{2t} \neq 0$, $\{z_t\}$ не е егзогена променлива бидејќи шоковите кои влијаат на ε_{1t} влијаат и на z_t . Оттука, оценувањето на параметарот β_1 не е соодветно бидејќи y_t и z_t се заеднички детерминарни. Исто како и при стандардната регресија, ако резидуалите на коинтеграцискиот вектор се сериски корелирани, оценувањето на коефициентите е несоодветно. Во овој случај се користи процедура која ја развиле Phillips and Hansen (1990).

Енгл-Грејнџерова процедура со променливи интегрирани од ред $I(2)$

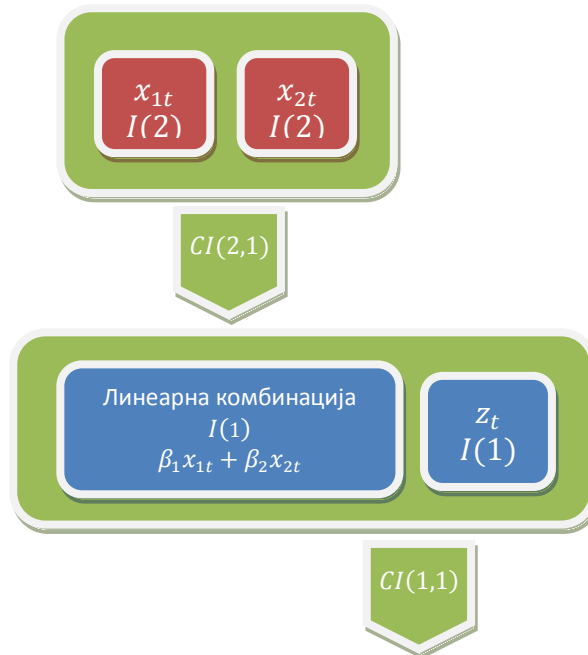
Според Enders (2010) мултикоинтеграцијата подразбира ситуација каде што линеарната комбинација составена од променливи интегрирани од ред $I(2)$ и $I(1)$ е стационарна или интегрирана од ред нула. Сликочит приказ за мултикоинтеграцијата помеѓу три променливи е даден на слика 2.4. Се претпоставува дека x_{1t} и x_{2t} се променливи интегрирани од ред $I(2)$ и z_t е променлива интегрирана од ред $I(1)$. Во ваков случај не е можно да постои коинтеграциска врска помеѓу x_{1t} и z_t или помеѓу x_{2t} и z_t . Но доколку x_{1t} и x_{2t} се коинтегирани од ред $CI(2,1)$ можно е нивната линеарна комбинација $\beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t}$ да биде интегрирана од ред $I(1)$. Бидејќи линеарната комбинација е од ист ред како и z_t , постои можност за коинтеграција помеѓу z_t и линеарната комбинација помеѓу $\beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t}$ од ред $CI(1,1)$. Во ваквите случаи станува збор за **мултикоинтеграција**.

Постои можност за проверка на мултикоинтеграцијата со користење на постапка составена од два чекора. Прво, се испитува дали постои коинтеграција помеѓу променливите интегрирани од ред $I(2)$ и потоа се користи оваа коинтеграција за да се утврди можната коинтеграција со другите променливи интегрирани од ред $I(1)$. Engsted, Gonzalo and Haldrup (1997) покажале дека оваа процедура е ефективна само ако коинтеграцискиот вектор за првиот чекор е познат. Во спротивно, вториот чекор е контаминиран со грешки генерирани во првиот чекор. Во најопшта форма на постапката составена од еден чекор, се оценува следната равенка:

$$x_{1t} = a_0 + a_1t + a_2t^2 + \beta_2x_{2t} + \beta_3x_{3t} + \gamma_1\Delta x_{2t} + \gamma_2\Delta x_{3t} + \alpha_1z_t + e_t$$

каде што x_{1t} , x_{2t} и x_{3t} се променливи интегрирани од ред $I(2)$, z_t е вектор на променливи интегрирани од ред $I(1)$, додека детерминистичките независни променливи можат да содржат криволиниски тренд.

Слика 2.4. Приказ на мултикоинтеграција во случај со три променливи



Извор: приказ на авторот.

Оттука, тестот дозволува да се вклучат како независни променливи до две променливи интегрирани од ред $I(2)$ и неограничен број променливи интегрирани од ред $I(1)$. Може да се вклучи и криволиниски тренд, доколку $\Delta^2 x_{1t}$ содржи насока во движењето. Бидејќи основното прашање е стационарноста на серијата $\{e_t\}$, се оценува регресијата која ја има следната форма

$$\Delta \hat{e}_t = \rho \hat{e}_{t-1} + \sum_{i=1}^p \rho_i \Delta \hat{e}_{t-i} + v_t$$

каде што $\{\hat{e}_t\}$ се резидуалите од регресијата $x_{1t} = a_0 + a_1t + a_2t^2 + \beta_2x_{2t} + \beta_3x_{3t} + \gamma_1\Delta x_{2t} + \gamma_2\Delta x_{3t} + \alpha_1z_t + e_t$.

Доколку се отфрли нултата хипотеза која гласи дека $\rho = 0$, во тој случај се заклучува дека постои мултикоинтеграција. Критичната вредност за t статистиката зависи од големината на примерокот, T , но и од бројот на независни променливи интегрирани од ред $I(2)$ ($m_2 = 1$ или 2), бројот на независни променливи интегрирани од ред $I(1)$ ($m_1 = 1$ до 4) и од формата на детерминистичките независни променливи. Во табелата што следи се прикажани критичните вредности.

Табела 2.2. Тест за коинтеграција за променливи интегрирани од ред $I(1)$ и од ред $I(2)$, базиран на резидуали

m_1	T	Само константа				Праволиниски тренд			
		$m_2 = 1$		$m_2 = 2$		$m_2 = 1$		$m_2 = 2$	
		0,01	0,05	0,01	0,05	0,01	0,05	0,01	0,05
0	50	-4,18	-3,51	-4,70	-4,02	-4,66	-4,01	-5,14	-4,45
	100	-4,09	-3,42	-4,51	-3,86	-4,55	-3,90	-4,93	-4,31
	250	-4,02	-3,38	-4,35	-3,80	-4,41	-3,83	-4,81	-4,20
1	50	-4,65	-3,93	-5,15	-4,40	-5,11	-4,42	-5,62	-4,89
	100	-4,51	-3,89	-4,85	-4,26	-4,85	-4,26	-5,23	-4,62
	250	-4,39	-3,80	-4,71	-4,18	-4,73	-4,19	-5,11	-4,50
2	50	-4,93	-4,30	-5,54	-4,77	-5,47	-4,74	-5,98	-5,17
	100	-4,81	-4,25	-5,29	-4,59	-5,21	-4,58	-5,59	-4,93
	250	-4,77	-4,16	-5,06	-4,49	-5,07	-4,51	-5,35	-4,80
3	50	-5,38	-4,71	-5,76	-5,08	-5,89	-5,13	-6,23	-5,48
	100	-5,20	-4,56	-5,58	-4,92	-5,52	-4,91	-5,97	-5,25
	250	-5,05	-4,48	-5,44	-4,83	-5,38	-4,78	-5,69	-5,07
4	50	-5,81	-5,09	-6,24	-5,48	-6,35	-5,47	-6,64	-5,82
	100	-5,58	-4,93	-5,88	-5,20	-5,86	-5,20	-6,09	-5,50
	250	-5,39	-4,28	-5,64	-5,07	-5,66	-5,08	-5,95	-5,34

Со m_1 е прикажан бројот на променливи интегрирани од ред $I(1)$, додека со m_2 е прикажан бројот на променливи интегрирани од ред $I(2)$ кои се наоѓаат од десната страна на мултикоинтеграциската равенка.

Извор: Критичните вредности за случаи кои има само константа се земен од Haldrup (1994) додека критичните вредности за случаи со праволиниски тренд се земен од Engsted, Gonzalo and Haldrup, (1997).

Недостатоци на Енгл -Грејнџеровата процедура

Иако Енгл-Грејнџеровата процедура е лесна за спроведување, таа има неколку важни недостатоци. Првиот недостаток се состои во следното: оценката на регресијата на долгорочната рамнотежа бара **истражувачот да одреди една променлива која ќе се наоѓа на левата страна од регресионата равенка, додека останатите променливи се наоѓаат на десната страна на равенката како независни променливи**. На пример, во случај со две променливи може да се спроведе Енгл-Грејнџеровиот тестот за коинтеграција со користење на резидуалите од која било од двете „рамнотежни“ равенки:

$$y_t = \beta_{10} + \beta_{11}z_t + e_{1t}$$

или

$$z_t = \beta_{20} + \beta_{21}y_t + e_{2t}$$

Како што големината на примерокот расте, асимптотската теорија укажува дека тестот за единечен корен во $\{e_{1t}\}$ секвенцијата е еквивалентен на тестот за единечен корен во $\{e_{2t}\}$ секвенцијата. За жал, ова својство на големи примероци не може да се примени на примероци кои економистите ги користат во своите истражувања, бидејќи овие примероци се често помали. Во практиката можно е да се дојде до заклучок каде што **едната регресија вели дека променливите се коинтегрирани, додека регресија со истите променливи, обратно поставени на левата и десната страна од равенката, може да каже дека не постои коинтеграција**. Ова е една непосакувана карактеристика на Енгл-Грејнџеровата постапка, бидејќи тестот за коинтеграција не треба да зависи од изборот на местото на променливите во регресионата равенка. Како што се внесуваат повеќе променливи во равенката, проблемот се повеќе ќе се усложнува, бидејќи секоја променлива може да ја земе улогата на зависна променлива. Во случај на повеќе променливи можно е и да се јават и повеќе коинтеграциски вектори. Енгл-Грејнџеровата процедура нема систематска процедура за одделно оценување на коинтеграциските вектори.

Вториот недостаток на Енгл-Грејнџеровата процедура е дека таа е **оценувач во два чекора** (англ. Two-step estimator). Првиот чекор е генерирањето на серијата на резидуали, $\{\hat{e}_t\}$, а вториот чекор ги користи генерираните резидуали за да ја оцени равенката во форма $\Delta\hat{e}_t = a_1\hat{e}_{t-1} + \dots$, односно да утврди дали резидуалите се стационарни. Така, коефициентот a_1 се добива при оценување на регресија со користење на резидуали од друга регресија. Овде, која било **грешка што истражувачот би можел да ја направи во првиот чекор ќе се пренесе во вториот чекор** (Enders, 2010).

За да се острнат овие недостатоци развиени се неколку методи. Оценките на најголема веројатност на Johansen (1988) и Stock and Watson (1988) ја заобиколуваат процедурата од два чекора на Енгл и Грејнџер и вршат оценување и тестирање за постоење на

повеќе коинтеграциски вектори. Овие тестови му овозможуваат на истражувачот да изврши тестирање со поставени ограничувања на коинтеграциските вектор(и), како и на параметрите кои ја мерат брзината на прилагодување. Често, се сака да се утврди дали е можно да се потврди одредена теоретска поставка со тестирање на ограничувањата преку големината на оценетите коефициенти.

Јохансенов тест за коинтеграција

Со Јохансеновиот тест возможно е тестирање за постоење на коинтеграција меѓу неколку серии интегрирани од прв ред. Овој тест овозможува тестирање при постоење на повеќе од еден коинтеграциски однос и може да се применува во повеќе случаи отколку тестот на Енгл и Грејнџер, бидејќи вториов може да тестира постоење само на еден коинтеграциски однос.

Според Enders (2010) процедурата на Јохансен во голема мера се базира на односот помеѓу рангот¹⁰ на матрицата и нејзините карактеристични корени. Јохансеновата процедура не претставува ништо друго, туку **Дики-Фулеров тест прикажан во општа форма** за повеќе од две променливи. Како и кај тестот на единечен корен, равенката може да биде (1) без коефициент на наклон и без тренд (англ. drift), потоа може да постои дел од равенката кој се однесува на (2) трендот (англ. drift), (3) коефициентот на наклон и (4) може да постои равенка со тренд (англ. drift) и коефициентот на наклон.

(1) Во случај со една променлива може да се земе дека стационарноста на $\{y_t\}$ зависи од големината на $(a_1 - 1)$, односно

$$y_t = a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

или

$$\Delta y_t = (a_1 - 1)y_{t-1} + \varepsilon_t$$

ако $(a_1 - 1) = 0$, серијата $\{y_t\}$ има единечен корен. Ако $(a_1 - 1) \neq 0$, серијата $\{y_t\}$ е стационарна. Во табелите на Дики-Фулер постојат соодветни статистики за формално тестирање на нултата хипотеза $(a_1 - 1) = 0$. Сега, да се разгледа истиот пример, но со n променливи. Нека

$$x_t = A_1 x_{t-1} + \varepsilon_t$$

така што се добива **равенката во општа форма, без константа и тренд**

$$\Delta x_t = A_1 x_{t-1} - x_{t-1} + \varepsilon_t$$

¹⁰ Изразот „ранг“ се однесува на рангот на матрицата во која е претставен динамичкиот систем. Ако во динамичкиот систем составен од n променливи има r коинтеграциски односи, тогаш рангот на матрицата е $n - r$. Тоа значи дека матрицата има r својствени вредности (англ. eigenvalues) кои се еднакви на нула и $n - r$ вредности кои се различни од нула. Јохансеновиот тест се состои во утврдување на бројот на својствени вредности кои се различни од нула.

$$= (A_1 - I)x_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$= \pi x_{t-1} + \varepsilon_t$$

каде што:

x_t и ε_t се вектори со димензија $(n \cdot 1)$,

A_1 = матрица на параметри со димензија $(n \cdot n)$,

I = единечна матрица со димензија $(n \cdot n)$,

и π матрица дефинирана како $(A_1 - I)$.

Рангот на матрицата $\pi = (A_1 - I)$ е еднаков на бројот на коинтеграциски вектори. По аналогија на случај со една променлива, доколку $(A_1 - I)$ се состои само од нули, така што рангот $(\pi) = 0$, сите $\{x_{it}\}$ секвенции се процеси со единечен корен. Бидејќи не постои линеарна комбинација од секвенциите $\{x_{it}\}$ која е стационарна, променливите не се коинтегрирани. Доколку се исклучат карактеристичните корени кои се поголеми од еден и ако рангот $(\pi) = n$, тогаш $\Delta x_t = \pi x_{t-1} + \varepsilon_t$ претставува конвергентен систем од диференцијални равенки¹¹, така што сите променливи се стационарни.

(2) Со мала измена на равенката може да се добие **равенка со насока** (англ. drift term), или **равенка со тренд**, односно нека

$$\Delta x_t = A_0 + \pi x_{t-1} + \varepsilon_t$$

каде што

A_0 = е вектор на константи $(a_{10}, a_{20}, \dots, a_{n0})'$ со димензија $(n \cdot 1)$.

Со вклучување на различните константи a_{i0} се овозможува можноста за праволиски тренд во процесот на генерирање на податоци. Вклучување на насока или тренд е препорачливо ако променливите имаат тенденција да растат или опаѓаат. Тука, рангот на матрицата π може да гледа како број на коинтеграциски односи кои постојат кај податоците од кои е „отстранет“ трендот. Долгорочно, $\pi x_{t-1} = 0$ така што секоја $\{\Delta x_{it}\}$ секвенција има очекувана вредност a_{i0} . Со собирање на сите промени за периодот t се добива детерминистичкиот израз $a_{i0}t$.

(3) Доколку се сака да се вклучи **коэффициент на наклон во коинтеграциската равенка** потребно е да се ограничат вредностите за a_{i0} . На пример, ако рангот $(\pi) = 1$, редовите на π може да се разликуваат само за скалар, така што е возможно секоја $\{\Delta x_{it}\}$ секвенција од равенката $\Delta x_t = A_0 + \pi x_{t-1} + \varepsilon_t$ да се запише како

$$\Delta x_{1t} = \pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \dots + \pi_{1n}x_{nt-1} + a_{10} + \varepsilon_{1t}$$

$$\Delta x_{2t} = s_2(\pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \dots + \pi_{1n}x_{nt-1}) + a_{20} + \varepsilon_{2t}$$

¹¹ Диференционата равенка ја изразува променливата како функција од нејзините вредности со временски доцнења, времето и останатите променливи. Изразите за трендот и сезоната се функции од времето, додека, пак, резидуалите се функција од своите сопствени временски доцнења и од стохастичката променлива.

$$\Delta x_{nt} = s_n(\pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \dots + \pi_{1n}x_{nt-1}) + a_{n0} + \varepsilon_{nt}$$

каде што s_i се скалари така што $s_i\pi_{1j} = \pi_{ij}$.

Ако a_{i0} може да се ограничи така што $a_{i0} = s_i a_{i0}$, следи дека сите $\{\Delta x_{it}\}$ секвенции може да се запишат со константа (коефициент на наклон) која е вклучена во коинтеграцискиот вектор

$$\Delta x_{1t} = (\pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \dots + \pi_{1n}x_{nt-1} + a_{10}) + \varepsilon_{1t}$$

$$\Delta x_{2t} = s_2(\pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \dots + \pi_{1n}x_{nt-1} + a_{10}) + \varepsilon_{2t}$$

...

$$\Delta x_{nt} = s_n(\pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \dots + \pi_{1n}x_{nt-1} + a_{10}) + \varepsilon_{nt}$$

или, искажано во компактна форма

$$\Delta x_t = \pi^* x_{t-1}^* + \varepsilon_t$$

каде што

$$x_t = (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt})',$$

$$x_{t-1}^* = (x_{1t-1}, x_{2t-1}, \dots, x_{nt-2}, 1)',$$

$$\pi^* = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \dots & \pi_{1n} & a_{10} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \dots & \pi_{2n} & a_{20} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ \pi_{n1} & \pi_{n2} & \dots & \pi_{nn} & a_{n0} \end{bmatrix}.$$

Интересна карактеристика на равенката $\Delta x_t = \pi^* x_{t-1}^* + \varepsilon_t$ е тоа што праволинискиот тренд е прочистен од системот. Во суштина, различните коефициенти a_{i0} се изменети во насока што генералното решение за сите $\{\Delta x_{it}\}$ секвенции не содржи временски тренд. Решението на системот од диференциони равенки преставени со $\Delta x_t = \pi^* x_{t-1}^* + \varepsilon_t$ е такво што сите Δx_{it} се очекуваат да бидат еднакви на нула кога $\pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \dots + \pi_{1n}x_{nt-1} + a_{10} = 0$.

(4) Некои економетричари преферираат да го **вклучат коефициентот на наклон и насоката (трендот) (англ. drift) во коинтеграцискиот вектор**. Ова има смисла доколку променливите имаат тренд и доколку економската теорија вели дека коинтеграцискиот вектор содржи коефициент на наклон. Но треба да е јасно дека коефициентот на наклон во коинтеграцискиот вектор не може да се идентификува доколку постои израз и за трендот (англ. drift term). Одреден дел од неограничениот тренд (англ. unrestricted drift) секогаш може да се вклучи во коинтеграцискиот вектор. Системот може да се запише како

$$\Delta x_{1t} = (\pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \dots + \pi_{1n}x_{nt-1} + b_{10}) + b_{11} + \varepsilon_{1t}$$

...

$$\Delta x_{nt} = s_n(\pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \dots + \pi_{1n}x_{nt-1} + b_{10}) + b_{n1} + \varepsilon_{nt}$$

каде што b_{i1} се дефинира како вредност која го задоволува равенството $s_i b_{10} + b_{i1} = a_{i0}$.

Сè што е претходно направено е со цел да се подели a_{10} на два дела и едниот дел да се постави во контеграцискиот однос. Во тој случај потребно е да се развие соодветна стратегија на идентификација бидејќи произволно се одредува учеството на трендот кој се вклучува во коинтеграциската равенка. Многу истражувачи го вклучуваат трендот (насоката) (англ. drift) доколку податоците покажуваат исклучително растечко или опаѓачко движење. Во спротивно, го вклучуваат коефициентот на наклон во коинтеграцискиот вектор или, пак, ги исклучуваат сите детерминистички независни променливи. Најдобро е да се избегнува користењето на трендот како независна променлива доколку нема добра причина тој да се вклучи во моделот.

Како и со проширениот Дики-Фулеров тест, **мултиваријациониот модел** може да се генерализира за да дозволи постоење на авторегресивен процес од повисок ред. Ако се разгледа

$$x_t = A_1 x_{t-1} + A_2 x_{t-2} + \dots + A_p x_{t-p} + \varepsilon_t$$

каде што:

x_t = вектор $(x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt})'$ со димензија $(n \cdot 1)$,

ε_t = независен и идентично распределен n димензионален вектор со средна вредност нула и матрица на варијанса Σ_ε .

Равенката може да се искаже во покорисна форма доколку се додаде и одземе $A_p x_{t-p}$ на десната страна од равенката за да се добие

$$x_t = A_1 x_{t-1} + A_2 x_{t-2} + A_3 x_{t-3} + \dots + A_{p-2} x_{t-p+2} + (A_{p-1} + A_p) x_{t-p+1} - A_p \Delta x_{t-p+1} + \varepsilon_t$$

Следно, се додава и се одзема $(A_{p-1} + A_p) x_{t-p+1}$ за да се добие

$$x_t = A_1 x_{t-1} + A_2 x_{t-2} + A_3 x_{t-3} + \dots - (A_{p-1} + A_p) x_{t-p+2} - A_p \Delta x_{t-p+1} + \varepsilon_t$$

Исто како и кај проширениот Дики – Фулеров тест се продолжува за да се добие

$$\Delta x_t = \pi x_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \pi_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t$$

каде што $\pi = -(I - \sum_{i=1}^p A_i)$ и $\pi_i = -\sum_{j=i+1}^p A_j$

И тука главен акцент се става на рангот на матрицата π , односно рангот на π е еднаков на бројот на независни коинтеграциски вектори. Јасно, ако рангот $(\pi) = 0$, матрицата има вредности нула и равенката $\Delta x_t = \pi x_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \pi_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t$ е вообичаен VAR модел искажан во први диференции. Ако пак рангот на π е n , тогаш векторскиот процес е стационарен. За случајот кога рангот $(\pi) = 1$, постои еден коинтеграциски вектор и изразот πx_{t-1} е израз за корекција на грешка. За останатите случаи кога $1 < \text{ранг}(\pi) < n$, постојат повеќе коинтеграциски вектори.

Бројот на коинтеграциски вектори може да се добие со проверување на значајноста на карактеристичните корени на матрицата π . Познато е дека рангот на матрицата е еднаков на бројот на карактеристични корени кои се различни од нула. Да се претпостави дека во матрицата π подредени се n карактеристични корени така што $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_n$. Ако променливите од x_t не се коинтегрирани, рангот на π е нула и сите овие карактеристични корени ќе бидат еднакви на нула. Бидејќи $\ln(1) = 0$, секој од изразите $\ln(1 - \lambda_i)$ ќе биде еднаков на нула ако променливите не се коинтегрирани. Ако пак рангот на π е единица, $1 < \lambda_1 < 1$ така што првиот израз $\ln(1 - \lambda_1)$ ќе биде негативен и сите останати $\lambda_i = 0$ така што $\ln(1 - \lambda_2) = \ln(1 - \lambda_3) = \dots = \ln(1 - \lambda_n) = 0$.

Во практиката, може да се добијат само оценки за матрицата π и нејзините карактеристични корени. **Тестот за бројот на коинтеграциски вектори** кои се незначајно различни од единица може да се спроведе со користење на **двете тест-статистики на Јохансен**, каде што може да се појави мала разлика во заклучоците:

$$\lambda_{\text{траг}}(r) = -T \sum_{i=r+1}^n \ln(1 - \hat{\lambda}_i)$$

$$\lambda_{\text{max}} = (r, r + 1) = -T \ln(1 - \hat{\lambda}_{r+1})$$

каде што:

$\hat{\lambda}_i$ = оценети вредности за карактеристичните корени (се нарекуваат и својствени вредности (англ. eigenvalues)) добиени од оценетата матрица π ,

T = број на корисни опсервации,

Кога соодветните вредности за r се јасни, овие статистики едноставно се назначуваат како $\lambda_{\text{траг}}$ и λ_{max} .

Според Brooks (2008), првата тест-статистика ја тестира нултата хипотеза дека бројот на посебни коинтеграциски вектори е помал или еднаков на r . Од претходно кажаното треба да е јасно дека статистиката $\lambda_{\text{траг}}$ е еднаква на нула кога сите $\lambda_i = 0$. Колку оценетите карактеристични корени се разликуваат од нула, вредноста за $\ln(1 - \hat{\lambda}_i)$ станува негативна, а статистиката $\lambda_{\text{траг}}$ станува се поголема. Втората статистика λ_{max} ја тестира нултата хипотеза која вели дека бројот на коинтеграциски вектори е r наспроти алтернативната хипотеза која вели дека има $r + 1$ коинтеграциски вектори. И тука, ако оценетата вредност на карактеристичниот корен е блиска до нула, статистиката λ_{max} ќе има мала вредност.

Критичните вредности за статистиките $\lambda_{\text{траг}}$ и λ_{max} се добиваат со користење на Монте Карло пристапот. Распоредот на овие статистики зависи од две работи. Првата е бројот на нестационарни компоненти кај нултата хипотеза. Втората е формата на векторот A_0 , односно

различни вредности се користат во зависност од тоа дали во коинтеграцискиот вектор се вклучува константа или пак тренд.

Тестирања во случај на поставени ограничувања на коинтеграцискиот вектор

Еден од поинтересните аспекти на Јохансеновата постапка е дека таа дозволува да се спроведе тестирање во случаи кога се поставени ограничувања на коинтеграциските вектори. Исто како и кај Дики-Фулеровиот тест, и кај Јохансеновата постапка е важно точно да се одреди формата на детерминистичките независни променливи (дали ќе вклучуваат тренд, коефициент на наклон или и двата елемента). Од критичните вредности на статистиките $\lambda_{\text{траг}}$ и λ_{max} може да се заклучи дека критичната вредност е најмала во случај кога не постојат детерминистичките независни променливи, додека пак критичната вредност е најголема во случај кога коефициентот на наклон е вклучен во коинтеграцискиот вектор. Така, наместо да се постави формата на A_0 по автоматизам, подобро е да се тестираат векторите со поставените ограничувања.

Според Enders (2010), пример за ограничување може да биде примерот за побарувачка на пари, наведен претходно, каде може да се тестираат ограничувањата за долгорочната пропорционалност помеѓу парите и цените, или големината на приходот и еластичноста на каматната стапка за побарувачката на пари. Така, во примерот

$$m_t = \beta_0 + \beta_1 p_t + \beta_2 y_t + \beta_3 r_t + e_t$$

каде што m_t = побарувачка на пари, p_t = ниво на цени, y_t = реален доход, r_t = каматна стапка, e_t = *стационарна* случајна грешка и β_i = параметри кои треба да се оценат, ограничувањата кои се предмет на разгледување може да се запишат како $\beta_1 = 1$, $\beta_2 > 0$ и $\beta_3 < 0$.

Главната идеја на ова тестирање на хипотези е: ако постојат r коинтеграциски вектори, само овие r линеарни комбинации на променливите се стационарни. Сите останати линеарни комбинации се нестационарни. Така, се претпоставува дека моделот се оценува повторно, но овој пат се ограничуваат параметрите на матрицата π . И после оценувањето, бројот на коинтеграциски вектори ќе остане ист.

Со цел да се **тестира постоење на коефициент на наклон во коинтеграцискиот вектор** се оценуваат две форми на моделот. Редоследот на карактеристичните корени на матрицата π во која нема ограничувања е $(\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \dots, \hat{\lambda}_n)$, додека пак редоследот на карактеристичните корени на моделот со коефициент на наклон кај коинтеграцискиот вектор е $(\hat{\lambda}_1^*, \hat{\lambda}_2^*, \dots, \hat{\lambda}_n^*)$. Се претпоставува дека моделот без ограничувања има r карактеристични корени различни од нула. Асимптотски, статистиката

$$-T \sum_{i=r+1}^n [\ln(1 - \hat{\lambda}_i^*) - \ln(1 - \hat{\lambda}_i)]$$

има χ^2 распоред со $(n - r)$ степени на слобода.

Идејата зад тестот е дека сите вредности за $\ln(1 - \hat{\lambda}_i^*)$ и $\ln(1 - \hat{\lambda}_i)$ треба да бидат еквивалентни доколку ограничувањето не е обврзувачко. Така, малите вредности добиени за тест-статистиката укажуваат дека е дозволиво да се вклучи коефициент на наклон кај коинтеграцискиот вектор. Веројатноста да се пронајде стационарна линеарна комбинација од n променливи е поголема доколку коефициентот на наклон е вклучен во коинтеграцискиот вектор, отколку доколку тој не е вклучен. Така, голема вредност за $\hat{\lambda}_{r+1}^*$ (и соодветна голема вредност за $-Tn(1 - \hat{\lambda}_{r+1}^*)$) укажува дека ограничувањето вештачки го зголемува бројот на коинтеграциски вектори. Така, докажано од Johansen (1991), ако тест-статистиката е доволно голема, можно е да се отфрли нултата хипотеза за коефициент на наклон кај коинтеграцискиот вектор(и) и да се заклучи дека постои праволиниски тренд кај променливите.

За тестирање на други ограничувања кај коинтеграцискиот вектор, Јохансен дефинирал две матрици, α и β , и двете со димензија $(n \cdot r)$, каде што r е рангот на матрицата π . Карактеристиките на α и β се такви така што

$$\pi = \alpha\beta'$$

Да се назначи дека β е матрица на коинтеграциските параметри и α е матрица на пондери (англ. weights) со кои секој коинтеграциски вектор учествува во n равенките на VAR моделот. На некој начин, α може да се разгледува како матрица на параметри кои ја прикажуваат брзината на прилагодување. Матриците α и β не можат да се оценат со методот на обични најмали квадрати поради ограничувањата кај вкрстените равенки. Но со користење на методот на најголема веродостојност (англ. maximum likelihood estimation), може да се оцени (1) моделот со корекција на грешка, (2) да се утврди рангот на матрицата π , (3) да се употребат најзначајните r коинтеграциски вектори да се добие β' и (4) да се одреди α така што $\pi = \alpha\beta'$.

Процесот може многу лесно да се разбере, доколку се земе пример со еден коинтеграциски вектор. Ако рангот $(\pi) = 1$, редовите на π се линеарни меѓусебни помножувања. Така, равенките од формулата $\Delta x_t = \pi x_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \pi_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t$, прикажана претходно, ќе ја имаат следната форма:

$$\begin{aligned} \Delta x_{1t} &= \pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \dots + \pi_{1n}x_{nt-1} + \dots + \varepsilon_{1t} \\ \Delta x_{2t} &= s_2(\pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \dots + \pi_{1n}x_{nt-1}) + \dots + \varepsilon_{2t} \\ &\dots \\ \Delta x_{nt} &= s_n(\pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \dots + \pi_{1n}x_{nt-1}) + \dots + \varepsilon_{nt} \end{aligned}$$

каде што со s_i се означени скаларите, и за поедноставно означување, матриците $\pi_i \Delta x_{t-1}$ не се напишани во равенките.

Се дефинира матрицата $\alpha_i = s_i \pi_{11}$ и $\beta_i = \pi_{1i} / \pi_{11}$ така што секоја равенка може да се запише како

$$\Delta x_{it} = \alpha_i (x_{1t-1} + \beta_2 x_{2t-1} + \dots + \beta_n x_{nt-1}) + \dots + \varepsilon_{nt} \quad (i = 1, \dots, n)$$

или во матрична форма

$$\Delta x_t = \sum_{i=1}^{p-1} \pi_i \Delta x_{t-i} + \alpha \beta' x_{t-1} + \varepsilon_t$$

каде што едниот коинтеграциски вектор е $\beta = (1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_n)'$, додека параметрите кои ја прикажуваат брзината на прилагодување се дадени со $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)'$.

Откако ќе се утврдат α и β' , тестирањето на разни ограничувања на α и β' се врши директно, имајќи постојано предвид дека ако постојат r коинтеграциски вектори, тогаш само овие r линеарни комбинации на променливи се стационарни. Така, тест-статистиката вклучува споредување на бројот на коинтеграциски вектори кај нулатата и алтернативната хипотеза. Нека $\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \dots, \hat{\lambda}_n$ и $\hat{\lambda}_1^*, \hat{\lambda}_2^*, \dots, \hat{\lambda}_n^*$ ги означуваат карактеристичните корени на моделите без ограничувања и на моделите со ограничувања, респективно. За тестирање на ограничувањата на β се формира тест статистиката

$$T \sum_{i=1}^n [\ln(1 - \hat{\lambda}_i^*) - \ln(1 - \hat{\lambda}_i)]$$

Асимптотски, статистиката има χ^2 распоред со број на степени на слобода еднаков на бројот на ограничувања поставени на β . Малите вредности за $\hat{\lambda}_i^*$ во однос на $\hat{\lambda}_i$ (за $i \leq r$) укажуваат на намален број на коинтеграциски вектори. Оттука, ограничувањето вградено во нулатата хипотеза е обврзувачко ако пресметаната вредност на тест-статистиката ја надминува критичната вредност.

На ист начин можат да се тестираат и ограничувањата на α . Постапката е да се ограничи α и да се споредат r најважните карактеристични корени за модели со и без ограничувања со користење на тест-статистиката $T \sum_{i=1}^n [\ln(1 - \hat{\lambda}_i^*) - \ln(1 - \hat{\lambda}_i)]$. Ако реализираната вредност ја надминува критичната вредност, со степени на слобода еднаков на бројот на ограничувања поставени на α , ограничувањата можат да се отфрлат.

Ако постои само еден коинтеграциски вектор, методите на Енгл и Грејнџер и Јохансен го имаат истиот асимптотски распоред. Ако се утврди дека постои само еден коинтеграциски вектор, се користи оценетиот модел со корекција на грешка за да се тестираат ограничувањата на α . Ако $r = 1$, и само една вредност од α се тестира, вообичаената t статистика е асимптотски еквивалентна со Јохансеновиот тест.

Тестирање за должината на временските доцнења и тестирање за каузалност

Наједноставен начин да се разбере **тестот за должината на временските доцнења** ако се разгледа системот во следната форма

$$\Delta x_t = \pi x_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \pi_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t$$

Независно од рангот на матрицата π , сите Δx_{t-i} се стационарни променливи. Оттука, може да се искористи првото правило на Sims, Stock and Watson (1990), кое вели дека коефициентите кои се предмет на интерес и се однесуваат на променливи кои имаат средна вредност нула, може да имаат нормален распоред. Бидејќи временските доцнења зависат само од вредностите на π_i , χ^2 распоредот е соодветен за тестирање на кои било ограничувања кои се однесуваат на временските доцнења. Како во случај со VAR моделите, нека Σ_u (u – unrestricted) и Σ_r (r – restricted) се варијансни/коваријансни матрици на системи без и со ограничувања, соодветно. Со c се означува максималниот број на независни променливи кои се содржани во најдолгата равенка. Тест-статистиката

$$(T - c)(\log|\Sigma_r| - \log|\Sigma_u|)$$

може да се спореди со критичната вредност на χ^2 распоредот со степени на слобода еднакви на бројот на ограничувања во системот. Алтернативно, може да се користи мултиваријациониот Акаике информациона критериум или пак Бајсовиот критериум на Шварц за да се утврди бројот на временски доцнења. Ако сака да се тестира должината на временски доцнења за една равенка, F -тестот ќе биде соодветен.

Правилото вели дека не може да се спроведе **Грејнџеровиот тест за условеност** во коинтегриран систем со користење на стандарден F тест. Најпрво се претпоставува дека рангот $(\pi) = 0$ така што

$$\Delta x_t = \sum_{i=1}^{p-1} \pi_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t$$

Како таква, Грејнџеровата условеност вклучува само стационарни променливи. Ова е случај кога променливите во VAR моделот не се коинтегрирани. Оттука, Грејнџеровите тестови за условеност може да се спроведат со користење на стандарден F -тест. Но, ако променливите се коинтегрирани, Грејнџеровиот тест за условеност ги вклучува и коефициентите од матрицата π . Бидејќи овие коефициенти множат нестационарни променливи, не е соодветно да се користи F -статистика да се тестира Грејнџеровата условеност. Имено, ако рангот $(\pi) \neq 0$, не е возможно да се запишат ограничувањата на тестот како ограничувања на група стационарни променливи. Тестовите за блок-егзогеност се исто така исклучени. Ако w_t е

коинтегрирана со y_t или z_t , не може да се користи стандарден χ^2 тест за да се утврди дали w_t припаѓа во равенките за y_t и z_t . (Enders, 2010).

Тестови при постоење на повеќе коинтеграциски вектори

Ако рангот π е поголем од еден, не треба да се брза за да се интерпретираат коинтеграциските вектори. Доколку постојат повеќе коинтеграциски вектори, секоја линеарна комбинација од овие вектори е исто така коинтеграциски вектор. За среќа, често може да се идентификуваат различните однесувања во односите со соодветно ограничување на индивидуалните коинтеграциски вектори. Единствениот момент на кој треба да се внимава е тоа дека истражувачот мора јасно да го определи бројот на ограничувања кои се поставуваат на системот. Важно е да се назначи дека доколку постојат r коинтеграциски односи во системот со n променливи, тогаш постои и коинтеграциски вектор за секое подмножество на $(n - r + 1)$ променливи. На пример, ако постојат два коинтеграциски вектори во систем со три променливи, постои коинтеграциски вектор за секој билатерален пар на променливи ($2 = n - r + 1$). За да се демонстрира ова тврдење, нека $x_t = (x_{1t}, x_{2t}, x_{3t}, x_{4t})'$ и нека постојат два коинтеграциски вектори за овие четири променливи. Ако се нормализира (се подели со x_{1t}) секој вектор во однос на x_{1t} , условот $\beta' x_t = 0$ може да се запише како

$$\begin{bmatrix} 1 & -\beta_{12} & -\beta_{13} & -\beta_{14} \\ 1 & -\beta_{22} & -\beta_{23} & -\beta_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1t} \\ x_{2t} \\ x_{3t} \\ x_{4t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Матрицата β' со димензија $2 \cdot n$ се состои од коинтеграциски параметри. Се одзема редот 1 од редот 2 за да се добие

$$\begin{bmatrix} 1 & -\beta_{12} & -\beta_{13} & -\beta_{14} \\ 1 & -\beta_{22} + \beta_{12} & -\beta_{23} + \beta_{13} & -\beta_{24} + \beta_{14} \end{bmatrix}$$

Се врши (ре)нормализација на редот 2 со делење на секој негов елемент со $(\beta_{12} - \beta_{22})$ да се добие

$$\begin{bmatrix} 1 & -\beta_{12} & -\beta_{13} & -\beta_{14} \\ 0 & 1 & -\beta_{23}^* & -\beta_{24}^* \end{bmatrix}$$

каде што $-\beta_{23}^* = (\beta_{13} - \beta_{23})/(\beta_{12} - \beta_{22})$ и $-\beta_{24}^* = (\beta_{14} - \beta_{24})/(\beta_{12} - \beta_{22})$. Оттука, x_{2t} , x_{3t} и x_{4t} се коинтегрирани така што $x_{2t} = \beta_{23}^* x_{3t} + \beta_{24}^* x_{4t}$. Слично, редот 1 + (коефициентот β_{12} помножен со редот 2) ќе се добие

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\beta_{13}^* & -\beta_{14}^* \\ 0 & 1 & -\beta_{23}^* & -\beta_{24}^* \end{bmatrix}$$

каде $\beta_{1j}^* = \beta_{1j} + \beta_{12}\beta_{2j}^*$.

Така, x_1 , x_3 и x_4 се коинтегрирани, така што $x_{1t} = \beta_{13}^* x_{3t} + \beta_{14}^* x_{4t}$. Бидејќи обележувањето на променливите е ирелевантно, следи дека постои коинтеграциски вектор за

секоје подмножество од трите променливи. Во општ случај, β' ќе биде матрица на коинтеграциски параметри со димензија $r \cdot n$, и секоје подмножество од $n - r + 1$ променливи ќе биде коинтегрирано. Од претходно кажаното, јасно е дека стандардните операции со редови и колони кај матрицата β' не ги вклучуваат и ограничувањата поставени на коинтеграциските вектори. Овие операции само придонесуваат во создавање на дополнителни коинтеграциски вектори кои се линеарни комбинации од оригиналите вектори.

Случај 1: Исклучување на променливи во равенка. Во случај кога постојат повеќе коинтеграциски вектори, не може да се спроведе тест за еден посебен случај $\beta_{ij} = 0$ бидејќи оваа претпоставка не го ограничува коинтеграцискиот простор. Во општ случај каде што β' е матрица со димензија $r \cdot n$, исклучок во тестирањето со ограничување вклучува исклучување на r или повеќе променливи од коинтеграцискиот вектор. Оттука, исклучувањето на r променливи од коинтеграцискиот вектор подразбира само едно ограничување. Ако χ^2 тест статистиката со еден степен на слобода (бидејќи има само едно ограничување) ја надмине критичната вредност, се отфрла нултатата хипотеза која вели дека ова множество на променливи содржи коинтеграциски однос.

Случај 2: Исклучување на променливи во повеќе равенки. Се претпоставува дека се тестира дали x_{4t} може да се исклучи од множеството на коинтеграциските односи. Ограничувањето $\beta_{14} = \beta_{24} = 0$ вклучува само едно ограничување во коинтеграцискиот вектор. Во општ случај каде што β' е матрица со димензија $r \cdot n$, тестот $\beta_{1j} = \beta_{2j} = \dots = \beta_{rj} = 0$ сè уште содржи само едно ограничување. Ова следи од таму што x_{it} не може да се отстрани од $r - 1$ равенките со користење на едноставни операции со редовите и колоните од матриците.

Случај 3: Условни ограничувања. Можно е да се ограничи еден коинтеграциски вектор условен од вредностите од другите коинтеграциски вектори. На пример, може да се утврди дали $(1, 0, \beta_{23}, \beta_{24})'$ е коинтеграциски вектор за дадените нормализирани вредности на β_{12} , β_{13} и β_{14} . Се фиксираат вредностите на β_{12} , β_{13} и β_{14} за да се утврди дали може да се исклучи x_{2t} од вториот вектор. Cutler, Davis and Smith (1999) детално го изучувале прашањето за идентификација.

Чекори при Јохансеновиот тест за коинтеграција

Претходно беше кажано дека тестот на Енгл и Грејнџер се користи за испитување на коинтеграцијата во случаи кога зависноста на променливите се прикажува преку една равенка. Јохансеновиот тест за коинтеграција може да се користи и кога постојат повеќе коинтеграциски равенки. Според Enders (2010) Јохансеновата процедура се состои од четири чекори.

(1) Треба да се напомене дека овој тест е валиден само кога сериите кои се тестираат се нестационарни. Затоа е најдобро најпрво да се примени тестот на единечен корен. Препорачливо е на самиот почеток да се тестираат сите променливи со цел да се утврди од кој ред се интегрирани, доколку се нестационарни. Графичкото прикажување на податоците е добро за да се утврди дали постои праволиниски тренд во фазата на генерирање на податоци. Во најголем дел од случаите се јавуваат променливи кои се интегрирани од ист ред. Во остатокот од случаите може да се изврши проверка за постоење на мултиколинеарност.

Резултатите од тестот можат да бидат многу осетливи на должината на временските доцнења, и затоа треба да се биде многу внимателен. Најчеста процедура е да се оцени векторската авторегресија со користење на недиференцирани податоци. Потоа, се користат тестови со временски доцнења како и во традиционалниот VAR модел. Се започнува со најдолгото временско доцнење и се тестира дали истото може да биде скратено. На пример, ако е потребно да се тестира дали има значаен број на временски доцнења помеѓу 2 и 4 временски доцнења, може да се оценат следните два VAR методи:

$$x_t = A_0 + A_1x_{t-1} + A_2x_{t-2} + A_3x_{t-3} + A_4x_{t-4} + e_{1t}$$

$$x_t = A_0 + A_1x_{t-1} + e_{2t}$$

каде што:

x_t = вектор на променливите со димензија $(n \cdot 1)$,

A_0 = матрица на отсецоци (англ. intercept terms) со димензија $(n \cdot 1)$,

A_i = матрица на коефициенти со димензија $(n \cdot n)$,

e_{1t} и e_{2t} = вектори на случајните грешки со димензија $(n \cdot 1)$.

Се оценува првиот систем на равенки со по четири временски доцнења за секоја променлива за секоја равенка од системот, а потоа се разгледува добиената варијансна/коваријансна матрица на резидуали Σ_4 . Потоа се оценува втората равенка која има само едно временско доцнење за секоја променлива во секоја равенка од системот и после тоа се разгледува варијансната/коваријансната матрица на резидуали Σ_1 . Иако во примерот се претпоставува дека се користат нестационарни променливи, можно е да се спроведат тестови на временските доцнења со користење на тест статистиката со пресметување на стапката на веројатност препорачана од Sims (1980):

$$(T - c)(\log|\Sigma_1| - \log|\Sigma_4|)$$

каде што:

T = број на опсервации,

c = број на параметри во системот без ограничувања,

$\log|\Sigma_i|$ = природен логаритам на детерминантата на Σ_i .

Се користи χ^2 распоред со број на степени на слобода кој е еднаков на бројот на ограничувања на коефициентите. Бидејќи секоја A_i има n^2 коефициенти, ограничувањето $A_2 = A_3 = A_4 = 0$ е придружено со $3n^2$ ограничувања. Истата постапката со користење на p временски доцнења може да се спроведе со користење на мултиваријациони генерализации на информацискиот критериум на Акаике (англ. Akaike information criteria) или со Бајсовиот критериум на Шварц (англ. Schwarz Bayesian criterion).

(2) Вториот чекор се состои од оценка на моделот и одредување на рангот на матрицата π . Многу статистички пакети при вршењето на анализа на временски серии имаат рутинска постапка за оценка на моделот. Тука е доволно да се каже дека методот на обични најмали квадрати не е соодветен бидејќи е неопходно да се применат ограничувања кај вкрстени равенки (англ. cross-equation restrictions) на матрицата π . Во најголем дел од случаите, моделот се оценува во една од следните три форми: (1) со сите елементи на A_0 еднакви на нула, (2) со насока (англ. drift), (3) со константа во коинтеграцискиот вектор.

Како пример за приказ на оценка на моделот се земаат симулирани податоци на три променливи, y_t, z_t, w_t , така што $x_t = (y_t, z_t, w_t)'$. Доколку не е позната формата на процесот на генерирање на податоците, пожелно е да се вклучи и коефициент за отсечокот (англ. intercept term) во коинтеграцискиот вектор(и). Постои можност за тестирање на присуство на отсечок. Доколку се постави должината на временското доцнење $p = 2$, во тој случај оценетиот модел ќе ја има следната форма

$$\Delta x_t = A_0 + \pi x_{t-1} + \pi_1 \Delta x_{t-1} + \varepsilon_t$$

каде што A_0 е ограничена на тој начин да го примора коефициентот на отсечокот да се појави во коинтеграцискиот вектор.

Како и во други постапки, и тука се препорачува внимателно да се анализираат резидуалите во коинтеграцискиот модел. Доколку се појави доказ кој укажува дека резидуалите не се бел шум, тоа значи дека должината на временските задоцнувања е премногу кратка.

Во следниот чекор на оценување на моделот се пресметуваат карактеристичните корени на матрицата π ¹². Ако се земат како пример две временски доцнења, во овој случај се јавуваат три карактеристични корени, и тоа λ_1 , λ_2 и λ_3 . Бројот на опсервации или T се намалува за два, повторно поради двете временски доцнења.

Се разгледува хипотезата која вели дека променливите не се коинтегрирани (така што рангот на матрицата $\pi = 0$). Во зависност од алтернативната хипотеза, постои избор од две тест-статистики. Ако истражувачот е заинтересиран за хипотезата која вели дека променливите

¹² Подетално за карактеристични корени, карактеристични равенки, детерминанти и ранг на карактеристични корени и коинтеграција и ранг во моделот со корекција на грешка.

не се коинтегрирани ($r = 0$), наспроти алтернативната хипотеза која вели дека постои еден или повеќе коинтеграциски вектори ($r > 0$), може да се пресмета $\lambda_{\text{траг}}$ (англ. λ_{trace}) статистиката за $\lambda_{\text{траг}}(0)$:

$$\lambda_{\text{траг}}(0) = -T[\ln(1 - \lambda_1) + \ln(1 - \lambda_2) + \ln(1 - \lambda_3)]$$

Доколку тест-статистиката е поголема од утврдената критична вредност, се отфрла нултата хипотеза која гласи дека не постои коинтеграциски вектор и се прифаќа алтернативната хипотеза за постоење на еден или повеќе коинтеграциски вектори. Потоа се користи $\lambda_{\text{траг}}(1)$ статистиката за да се тестира нултата хипотеза за $r \leq 1$, наспроти алтернативната хипотеза за постоење на два или три коинтеграциски вектори. Таа се пресметува на следниот начин:

$$\lambda_{\text{траг}}(1) = -T[\ln(1 - \lambda_2) + \ln(1 - \lambda_3)]$$

Ако тест-статистиката е помала од критичната вредност, се прифаќа нултата хипотеза која вели дека $r \leq 1$. Доколку се прифати алтернативната хипотеза која гласи дека постојат два или три коинтеграциски вектори, ќе се спроведе уште еден тест за $\lambda_{\text{траг}}(2)$.

Околу точниот број на коинтеграциски вектори би требало да помогне и λ_{max} . Прегледот на хипотезите за λ_{max} и $\lambda_{\text{траг}}$ е прикажан во табелата што следи:

Табела 2.3. Тестови и хипотези за λ_{max} и $\lambda_{\text{траг}}$

Нулта хипотеза	Алтернативна хипотеза
Тестови за $\lambda_{\text{траг}}$	
$r = 0$	$r > 0$
$r \leq 1$	$r > 1$
$r \leq 2$	$r > 2$
Тестови за λ_{max}	
$r = 0$	$r = 1$
$r = 1$	$r = 2$
$r = 2$	$r = 3$

Извор: приказ на авторот

При спроведувањето на овие тестови секогаш треба да се внимава бидејќи постои опасност да се не се отфрли нултата хипотеза, а таа да биде неточна. Оваа опасност е посебно присутна кога се користат широки интервали на доверба.

(3) Во третиот чекор се анализираат нормализираните коинтеграциски вектор(и) и параметрите кои ја мерат брзината на прилагодување. Доколку бројот на коинтеграциски вектори е еден, во случај со три променливи y_t, z_t, w_t , односно $r = 1$, во тој случај оценетиот коинтеграциски вектор ќе биде $(\beta_0 \beta_1 \beta_2 \beta_3)$. После спроведената нормализација со β_1 , ќе се добие нормализираниот коинтеграциски вектор и коефициентите кои ја мерат брзината на

прилагодување, односно α_y , α_z и α_w . Во овој чекор се препорачува и да се спроведат следните тестови:

- тест кој тестира дали $\beta_0 = 0$ има едно ограничување на еден коинтеграциски вектор. Добиената статистика на овој тест има χ^2 распоред со еден степен на слобода. Доколку реализираната вредност на тестот е помала од критичната вредност, се прифаќа нултата хипотеза која гласи дека $\beta_0 = 0$. Во овој случај може да се користи модел во кој не постои ниту насока или пак да се користи модел во кој нема константа во коинтеграцискиот вектор. Со цел да се разјасни прашањето за бројот на коинтеграциски вектори, препорачливо е да се изврши уште една оценка на моделот во кој е исклучена константата на коинтеграцискиот вектор.
- за да се постави ограничување на нормализираниот коинтеграциски вектор така што $\beta_2 = -1$ и $\beta_3 = 1$, потребно е да се постават две ограничувања на еден коинтеграциски вектор. И оваа статистика има χ^2 распоред со два степени на слобода. И тука, доколку реализираната вредност на тестот е помала од критичната вредност, се прифаќа нултата хипотеза која гласи дека $\beta_2 = -1$ и $\beta_3 = 1$.
- за да се тестира заедничкото ограничување $\beta = (0, -1, -1, 1)$ се воведуваат три ограничувања, односно $\beta_0 = 0$, $\beta_2 = -1$ и $\beta_3 = 1$. Се користи χ^2 распоред со три степени на слобода. Кога добиената реализирана вредност е помала од критичната вредност се прифаќа нултата хипотеза, односно таа гласи дека коинтеграцискиот вектор изнесува $(0, -1, -1, 1)$.

(4) Во последниот чекор може да се применат тестови на каузалност на моделот за корекција на грешка $\Delta x_t = A_0 + \pi x_{t-1} + \pi_1 \Delta x_{t-1} + \varepsilon_t$ и преглед на иновациите (англ. innovation accounting) со што ќе се помогне да се идентификува структурниот модел и да се утврди дали оценетиот модел е издржан.

Тестирање во случај на променливи интегрирани од ред $I(2)$

Можно е да се изврши тестирање за мултикоинтеграција со користење на методологијата на Јохансен. Се разгледува VAR системот

$$\Delta^2 x_t = \pi x_{t-1} + \Gamma \Delta x_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-2} \pi_i \Delta^2 x_{t-i} + \varepsilon_t$$

Прашањето за мултикоинтеграција ги вклучува ранговите на матриците Γ и π . Во принцип е можно да се разгледаат сите можни редови на коинтеграција за променливите во системот. Но, за прикажување на постапката, корисно е да се започне со **систем од три**

променливи интегрирани од втор ред, $I(2)$, односно x_{1t} , x_{2t} и x_{3t} кои се мултикоинтегрирани тако што

$$\pi_{11}x_{1t} + \pi_{12}x_{2t} + \pi_{13}x_{3t} + \Gamma_{11}\Delta x_{1t} + \Gamma_{12}\Delta x_{2t} + \Gamma_{13}\Delta x_{3t} = 0$$

Со r се означува рангот на матрицата π , додека пак со r_1 рангот на матрицата Γ , така што претходно прикажаниот VAR систем е таков да $r = r_1 = 1$. Јасно е дека доколку $r = 1$ не постои мултикоинтеграција бидејќи не постои линеарна комбинација од три променливи, кои се интегрирани од втор ред, за да ја формираат рамнотежната врска. Ако $r = 1$ и $r_1 = 0$, рамнотежната врска ја има формата $\pi_{11}x_{1t} + \pi_{12}x_{2t} + \pi_{13}x_{3t} = 0$. Како такви, $\Delta^2 x_t = \pi x_{t-1} + I(0)$ променливи така што $\pi_{11}x_{1t} + \pi_{12}x_{2t} + \pi_{13}x_{3t}$ задолжително е стационарен однос – променливите се коинтегрирани $CI(2,2)$. Иако сè кажано до сега изгледа јасно, постои еден проблематичен фактор во случај кога ранговите на матриците Γ и π треба да се оценат. Да се илустрира ова, се претпоставува дека

$$\pi_{11}x_{1t} + \pi_{12}x_{2t} + \pi_{13}x_{3t} \sim I(1)$$

каде што $\sim I(d)$ го покажува редот на интеграција.

Ако се земе првата диференција, следи дека $\pi_{11}\Delta x_{1t} + \pi_{12}\Delta x_{2t} + \pi_{13}\Delta x_{3t} \sim I(0)$. Проблемот би требало да стане јасен. За кој било коинтеграциски вектор во матрицата π можно е да се оцени идентичен коинтеграциски вектор за првите диференции на променливите. Но, линеарната комбинација од двата односа не е стационарна. Се разгледува резултатот добиен со одземање на односот $I(0)$ од односот $I(1)$

$$\begin{aligned} \pi_{11}x_{1t} + \pi_{12}x_{2t} + \pi_{13}x_{3t} - \pi_{11}\Delta x_{1t} + \pi_{12}\Delta x_{2t} + \pi_{13}\Delta x_{3t} \\ = \pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \pi_{13}x_{3t-1} \end{aligned}$$

Бидејќи $\pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \pi_{13}x_{3t-1}$ е $I(1)$, сè што е сторено е, всушност, промена на временскиот иденкс како ознака кај променливите во коинтеграцискиот однос. Поентата е во тоа дека треба да се пронајдат коинтеграциски вектори во матрицата Γ кои не се линеарна комбинација од оние во матрицата π (Enders, 2010: 397-398).

Се зема **општ случај разгледуван од Johansen (1995)**, каде што рангот (π) = r и со s се означува бројот на коинтеграциски вектори во матрицата Γ кои се ортогонални¹³ на оние во матрицата π . Во систем со n променливи каде што некои променливи се интегрирани од втор ред, треба да е можно да се верификува следното:

(1) Ако $r = 0$, не постои врска помеѓу променливите која е стационарна.

(2) Во систем со n променливи, ако $r + s = n - 1$, постои единствен мултикоинтеграциски вектор. Бројот на стохастички трендови интегрирани од втор ред во систем со n променливи се добива како $n - 1 - s$.

¹³ За независните променливи кои влијаат на одредена зависна променлива се вели дека се ортогонални, само доколку не се корелирани.

(3) Вредноста на s мора да е таква да $s < n - r$. За анализата на променливите интегрирани од втор ред да биде соодветна, вредностите за r и s треба да бидат такви така што $s + r < n$. Ако $s = n - r$, тогаш x_t не содржи променливи интегрирани од втор ред.

Тестот на Јохансен за променливи интегрирани од втор ред е, всушност, процедура од два чекора. Во првиот чекор се оценува моделот по VAR системот $\Delta^2 x_t = \pi x_{t-1} + \Gamma \Delta x_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-2} \pi_i \Delta^2 x_{t-i} + \varepsilon_t$ за да се утврди рангот на матрицата π . Се одредува вредност на r со користење на статистиките $\lambda_{\text{траг}}$ и λ_{max} на вообичаен начин. Во вториот чекор се утврдува вредноста s условена од вредноста на r . Нултата хипотеза гласи $s = s_0$ и се разгледува

$$Q_{r,s}^* = -T \sum_{i=s_0+1}^n \ln(1 - \hat{\lambda}_i)$$

Статистиката $Q_{r,s}^*$ е конструирана на ист начин како и $\lambda_{\text{траг}}$ статистиката. Главните разлики се (1) што се тестира рангот на матрицата Γ условен од вредноста на r и (2) што се пресметува бројот на коинтеграциски вектори ортогонални на оние од матрицата π . Како такви, критичните вредности потребни да се одреди вредноста за s треба да се модификуваат. Ако е дадена вредноста на r , кога вредноста на статистиката $Q_{r,s}^*$ е поголема од критичната вредност пресметана од Јохансен, се отфрла нултата хипотеза дека $s = s_0$ во корист на алтернативната хипотеза $s > s_0$.

5. Модел со корекција на грешка

Моделот со корекција на грешка (англ. error correction model) е динамичен систем каде што отстапувањето на тековната состојба од долгорочната рамнотежа ќе се пренесе и во краткорочната динамика. Моделот со корекција на грешка не е модел кој ја коригира грешката во некој друг модел. Моделите со корекција на грешка се модели со повеќе променливи кои директно ја оценуваат брзината за која зависната променлива се враќа во рамнотежна состојба, при настаната промена кај независната променлива. Овие модели користат теоретски основан пристап кој е корисен за оценување на краткорочните и долгорочните ефекти кои се пренесуваат меѓу временските серии. Од оваа причина моделите многу успешно се комбинираат со теоријата на политичките и социјалните процеси (Engle and Granger, 1987).

Според Brooks (2008), концепот на нестационарност бил нестационарните временски серии да се трансформираат во нивните први диференции и потоа тие да се користат во процесот на моделирање. Кога станувало збор за модели со една променлива (како на пример авторегресивните интегрирани модели со подвижни просеци АРИМА или англ. autoregressive integrated moving averages models ARIMA), овој пристап е точен. Но, кога е важен односот помеѓу повеќе различни променливи, оваа постапка не се препорачува. Иако пристапот е

статистички валиден, постои следниот проблем: моделите кои ги користат првите диференции на сериите ја губат информацијата за нивниот долгорочен однос. На пример, се земаат две серии кои се интегрирани од прв ред, y_t и z_t . Моделот со кој може да се оцени нивната зависност ја има следната форма:

$$\Delta y_t = \alpha \Delta z_t + \varepsilon_t$$

Една дефиниција за долгорочност која се користи во економетријата подразбира дека променливите конвергираат кон некои долгорочни вредности и престануваат да се менуваат, па така $y_t = y_{t-1} = y$ и $z_t = z_{t-1} = z$. Оттука сите вредности на диференцираните серии ќе бидат еднакви на нула, односно $\Delta y_t = 0$ и $\Delta z_t = 0$, со што се во равенката $\Delta y_t = \alpha \Delta z_t + \varepsilon_t$ се поништува. Равенката нема долгорочно решение и оттука не може ништо да претпостави за рамнотежната врска меѓу y_t и z_t .

За среќа, постои група на модели кои можат да го надминат овој проблем со користење на комбинација од серии со први диференции и серии со временски доцнења на коинтегрирани променливи искажани во нивните оригинални вредности. Моделите со корекција на грешка се користат откако претходно ќе се утврди коинтеграција помеѓу временските серии. Во моделот се вклучени и краткорочните и долгорочните односи меѓу променливите. На пример, се разгледува равенката

$$\Delta y_t = \alpha_1 \Delta z_t + \alpha_2 (y_{t-1} - \beta z_{t-1}) + \varepsilon_t$$

Овој модел се нарекува **модел со корекција на грешка** или **модел со корекција на рамнотежа** (англ. equilibrium correction model), каде што изразот $y_{t-1} - \beta z_{t-1}$ е познат како дел за корекција на грешка. Ако y_t и z_t се коинтегрирани со коефициент на коинтеграција β , тогаш $(y_{t-1} - \beta z_{t-1})$ ќе биде стационарна серија, и покрај тоа што сериите y_t и z_t од кои е составена серијата се нестационарни и интегрирани од прв ред. Во овој случај е точно да се користи методот на обични најмали квадрати и стандардните постапки за статистичко заклучување при оценка на моделот со корекција на грешка. Можно е да се вклучи и коефициент на наклон α_0 во коинтеграцискиот дел (на пример: $y_{t-1} - \alpha_0 - \beta z_{t-1}$) или во моделот (на пример: $\Delta y_t = \alpha_0 + \alpha_1 \Delta z_t + \alpha_2 (y_{t-1} - \beta z_{t-1}) + \varepsilon_t$) или пак и во коинтеграцискиот дел и во моделот. Дали ќе се вклучи коефициент на наклон ќе зависи од теоријата на која е основан набљудуваниот проблем.

Моделите со корекција на грешка се интрепретираат на следниот начин: за y_t се подразбира дека се менува помеѓу периодот $t - 1$ и t како резултат на промените во независната променлива (или независните променливи), z_t , помеѓу периодот $t - 1$ и t , како и во делот во кој се врши корекција за кое било отстапување (нерамнотежа) кое се јавило во претходниот период. Делот за корекција на грешка $(y_{t-1} - \beta z_{t-1})$ во моделот со корекција на грешка се јавува со временско доцнење. Би било неверојатно делот за корекција на грешка да

не содржи временско доцнење ($y_t - \beta z_t$), бидејќи со тоа се подразбира дека y_t се менува помеѓу $t - 1$ и t како одговор на нерамнотежата за периодот t . Со коефициентот β се дефинира долгорочниот однос помеѓу y_t и z_t , додека пак коефициентот α_1 го опишува краткорочниот однос помеѓу промените кај y_t и промените кај z_t . Коефициентот α_2 опишува со која брзина се врши прилагодувањето кон рамнотежната состојба, и по дефиниција овој коефициент ја мери пропорцијата на рамнотежната грешка за последниот период за кој е извршена корекција.

Според Brooks (2008), **моделот со корекција на грешка може да се оцени и за повеќе од две променливи**. Во случај со три променливи, y_t , z_t и x_t кои се коинтегрирани, можеен модел со корекција на грешка ќе ја има следната форма:

$$\Delta y_t = \alpha_1 \Delta z_t + \alpha_2 \Delta x_t + \alpha_3 (y_{t-1} - \beta_1 z_{t-1} - \beta_2 x_{t-1}) + \varepsilon_t$$

Теоремата за Грејџерова репрезентација вели дека ако постои динамички линеарен модел со стационарни нарушувања (англ. disturbances) и податоците се интегрирани од прв ред, тогаш променливите мора да бидат коинтегрирани од ред $CI(1,1)$.

Векторскиот модел со корекција на грешка ги вклучува карактеристиките на корекција на грешка во модел со вектор со повеќе променливи, како што е векторскиот авторегресивен модел.

Карактеристики и елементи на моделот со корекција на грешка

Ако се земе примерот на Enders (2010) односот помеѓу краткорочните и долгорочните камантни стапки е пример за тоа како променливите се прилагодуваат на настанатите отстапувања од долгорочната рамнотежа. Познато е дека теоријата за временската структура на каматните стапки укажува на долгорочна рамнотежа помеѓу краткорочните и долгорочните стапки. Ако јазот помеѓу краткорочните и долгорочните стапки е голем во однос на долгорочната рамнотежа, краткорочните стапки мора да пораснат, порано или подоцна, во однос на долгорочните стапки. Јазот може да се затвори (1) со зголемување на краткорочните стапки и / или со намалување на долгорочните стапки, (2) со зголемување на долгорочните стапки и сразмерно, но поголемо зголемување на краткорочните стапки и (3) пад во долгорочните стапки проследен со помал пад во краткорочните стапки. Без целосна динамичка спецификација (англ. full dynamic specification) на моделот не е возможно да се одреди која од наведените ситуации би се јавила. Без разлика на сè, краткорочната динамика мора да е под влијание на отстапувањата од долгорочната динамика.

Динамичкиот модел кој е предмет на дискусија е оној со **корекција на грешка** (англ. error correction). Во моделот со корекција на грешка, краткорочната динамика на променливите во системот е под влијание на отстапувањето од рамнотежата. Ако се

претпостави дека каматните стапки се интегрирани од ред $I(1)$, едноставен модел со корекција на грешка може да се примени за прикажување на временската структура на каматните стапки¹⁴:

$$\begin{aligned}\Delta r_{St} &= \alpha_S(r_{Lt-1} - \beta r_{St-1}) + \varepsilon_{St} \quad \alpha_S > 0 \\ \Delta r_{Lt} &= -\alpha_L(r_{Lt-1} - \beta r_{St-1}) + \varepsilon_{Lt} \quad \alpha_L > 0\end{aligned}$$

каде што ε_{St} и ε_{Lt} се случајни грешки на бел шум кои може да бидат корелирани, r_{Lt} и r_{St} се долгорочни (англ. long term rate) и краткорочни каматни стапки (англ. short term rate), додека α_S , α_L и β се параметри.

Како што веќе е нагласено, краткорочните и долгорочните каматни стапки се менуваат како одговор на стохастичките шокови (претставени со ε_{St} и ε_{Lt}) и како одговор на отстапувањата од долгорочната рамнотежа, настанати во претходниот период. Доколку останатите елементи останат непроменети, ако се јави позитивно отстапување (така што $r_{Lt-1} - \beta r_{St-1} > 0$), краткорочните каматни стапки би се зголемиле и долгорочните каматни стапки би се намалиле. Долгорочната рамнотежа е одржана кога $r_{Lt} = \beta r_{St}$.

Овде може да се согледа односот помеѓу моделите со корекција на грешка и коинтегрираните променливи. По претпоставка, Δr_{St} е стационарна серија така што левата страна на равенката $\Delta r_{St} = \alpha_S(r_{Lt-1} - \beta r_{St-1}) + \varepsilon_{St}$ е интегрирана од ред $I(0)$. За оваа равенка да има смисла, и нејзината десна страна треба да биде интегрирана од ред $I(0)$. Ако е поставено дека ε_{St} случајната грешка е стационарна, следи и дека линейарната комбинација $r_{Lt-1} - \beta r_{St-1}$ мора да биде стационарна. Оттука, и краткорочните и долгорочните каматни стапки мора да бидат коинтегрирани со коинтеграцискиот вектор $(1, -\beta)$. Секако, истото важи и за втората равенка $\Delta r_{Lt} = -\alpha_L(r_{Lt-1} - \beta r_{St-1}) + \varepsilon_{Lt}$. Многу важно е да се нагласи дека претставувањето преку моделот со корекција на грешка бара двете променливи да бидат коинтегрирани од ред $CI(1,1)$. Овој резултат останува непроменет и при формулирање на општ модел преку воведување на диференцирани временски доцнења и за краткорочните и за долгорочните каматни стапки во двете равенки¹⁵:

$$\begin{aligned}\Delta r_{St} &= \alpha_{10} + \alpha_S(r_{Lt-1} - \beta r_{St-1}) + \sum a_{11}(i)\Delta r_{St-i} + \sum a_{12}(i)\Delta r_{Lt-i} + \varepsilon_{St} \\ \Delta r_{Lt} &= \alpha_{20} - \alpha_L(r_{Lt-1} - \beta r_{St-1}) + \sum a_{21}(i)\Delta r_{St-i} + \sum a_{22}(i)\Delta r_{Lt-i} + \varepsilon_{Lt}\end{aligned}$$

¹⁴ Моделот со корекција на грешка може да се запише и како $\alpha'_S(\beta_1 r_{Lt-1} - \beta_2 r_{St-1})$. Нормализацијата во однос на долгорочната стапка ја дава равенката $\Delta r_{St} = \alpha_S(r_{Lt-1} - \beta r_{St-1}) + \varepsilon_{St}$ каде $\alpha_S > 0$, и $\alpha_S = \alpha'_S \beta_1$ и $\beta = \beta_2 / \beta_1$. Коинтеграцискиот вектор е $(1, -\beta)$.

¹⁵ Треба да се назначи дека равенките што следат претставуваат систем на диференциони равенки (англ. difference equations). Со условот за стабилност се поставуваат ограничувања на големината на α_S , α_L и различните вредности за $\alpha_{ij}(k)$.

Повторно, ε_{St} и ε_{Lt} , како и сите изрази кои ги содржат Δr_{St-i} и Δr_{Lt-i} се стационарни. Исто така, линейарната комбинација од каматните стапки $r_{Lt-1} - \beta r_{St-1}$ мора да биде стационарна.

Доколку се разгледаат внимателно претходните равенки може да се заклучи дека се многу слични со векторските авторегресивни модели. Прикажаниот модел со корекција на грешка со две променливи и воедно векторски авторегресивен модел со две променливи кој е составен од првите диференции на сериите и е проширен со изразот за корекција на грешка $\alpha_S(r_{Lt-1} - \beta r_{St-1})$ и $-\alpha_L(r_{Lt-1} - \beta r_{St-1})$. Може да се забележи и тоа дека α_S и α_L се интерпретираат како параметри кои ја прикажуваат брзината на прилагодување (англ. speed of adjustment parameters). Колку е поголем α_S , толку повеќе r_{St} реагира на отстапувањата од долгорочната рамнотежа во претходните периоди. Спротивно на ова, малите вредности на α_S укажуваат дека краткорочните каматни стапки не реагираат на рамнотежната грешка во претходните периоди. За да секвенцијата $\{r_{St}\}$ да биде исклучена од влијанието на секвенцијата на долгорочните каматни стапки, α_S и сите $a_{12}(i)$ коефициенти мора да бидат еднакви на нула. Исто така, барем еден од параметрите кои ја прикажуваат брзината на прилагодување во прикажаните равенки за Δr_{St} и Δr_{Lt} мора да биде различен од нула. Ако α_S и α_L се еднакви на нула, не постои долгорочна рамнотежа и моделот не е модел со корекција на грешка, или, пак, нема модел во кој постои коинтеграција.

Добиените резултати можат да се генерализираат во модел со n променливи. Векторот $x_t = (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt})'$ со димензија $(n \cdot 1)$ го има својот приказ и при моделот со корекција на грешка, и тоа

$$\Delta x_t = \pi_0 + \pi x_{t-1} + \pi_1 \Delta x_{t-1} + \pi_2 \Delta x_{t-2} + \dots + \pi_p \Delta x_{t-p} + \varepsilon_t$$

каде што:

π_0 = вектор на константи (англ. intercept) или отсецоци со димензија $(n \cdot 1)$ со елементи π_{i0} ,

π_i = матрици на коефициент со димензија $(n \cdot n)$ со елементи $\pi_{jk}(i)$,

π = матрица со елементи π_{jk} така што еден или повеќе елементи $\pi_{jk} \neq 0$,

ε_t = вектор со димензија $(n \cdot 1)$ со елементи ε_{it} .

Треба да се назначи дека случајните грешки се такви така што ε_{it} и ε_{jt} може да бидат корелирани.

Нека сите променливи од векторот x_t се интегрирани од ред $I(1)$. Доколку постои нивен приказ со корекција на грешка како во равенката $\Delta x_t = \pi_0 + \pi x_{t-1} + \pi_1 \Delta x_{t-1} + \pi_2 \Delta x_{t-2} + \dots + \pi_p \Delta x_{t-p} + \varepsilon_t$, мора да постои линейарна комбинација на променливите интегрирани од ред $I(1)$ која е стационарна. Со решавање на равенката за πx_{t-1} се добива

$$\pi x_{t-1} = \Delta x_t - \pi_0 - \sum \pi_i \Delta x_{t-i} - \varepsilon_t$$

Бидејќи изразите од десната страна на равенката се стационарни, и πx_{t-1} мора да биде стационарен. Бидејќи π е составена само од константи, секој ред од π е коинтеграциски вектор од x_t . На пример, првиот ред може да се запише и како $(\pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \dots + \pi_{1n}x_{nt-1})$. Бидејќи секоја серија е интегрирана од ред $I(1)$, $(\pi_{11}, \pi_{12}, \dots, \pi_{1n})$ мора да биде коинтеграциски вектор за x_t .

Главната карактеристика на равенката $\Delta x_t = \pi_0 + \pi x_{t-1} + \pi_1 \Delta x_{t-1} + \pi_2 \Delta x_{t-2} + \dots + \pi_p \Delta x_{t-p} + \varepsilon_t$ е постоењето на матрицата π . Две важни работи треба да бидат назначени тука:

1. Ако сите елементи на матрицата π се еднакви на нула, равенката $\Delta x_t = \pi_0 + \pi x_{t-1} + \pi_1 \Delta x_{t-1} + \pi_2 \Delta x_{t-2} + \dots + \pi_p \Delta x_{t-p} + \varepsilon_t$ е традиционален VAR модел во првите диференции. При вакви околности не постои приказ со корекција на грешка бидејќи Δx_t не покажува одговор на отстапувањата од долгорочната рамнотежа настанати во претходни периоди.

2. Ако еден или повеќе вредности на π_{jk} се разликува од нула, Δx_t покажува одговор на отстапувањата од долгорочната рамнотежа настанати во претходни периоди. Оттука, оценувањето на x_t како VAR во првите диференции е несоодветно ако x_t има приказ со корекција на грешка. Испуштањето на изразот πx_{t-1} означува грешка во спецификацијата ако x_t има приказ со корекција на грешка како во $\Delta x_t = \pi_0 + \pi x_{t-1} + \pi_1 \Delta x_{t-1} + \pi_2 \Delta x_{t-2} + \dots + \pi_p \Delta x_{t-p} + \varepsilon_t$.

Добар начин да се проучи врската помеѓу коинтеграцијата и корекцијата на грешка е да се изучат карактеристиките на едноставниот (англ. simple) VAR модел

$$y_t = a_{11}y_{t-1} + a_{12}z_{t-1} + \varepsilon_{yt}$$

$$z_t = a_{21}y_{t-1} + a_{22}z_{t-1} + \varepsilon_{zt}$$

каде што ε_{yt} и ε_{zt} се случајни грешки на бел шум кои можат да бидат корелирани меѓусебно, и со цел да се поедностави приказот, константите се изоставени од моделот. Со користење на оператори на временски доцнења (англ. lag operators) претходните две равенки можат да се запишат и како

$$(1 - a_{11}L)y_t - a_{12}Lz_t = \varepsilon_{yt}$$

$$-a_{21}Ly_t + (1 - a_{22}L)z_t = \varepsilon_{zt}$$

Следниот чекор е да се најде решение за y_t и z_t . Ако се запише системот во форма на матрица, се добива

$$\begin{bmatrix} (1 - a_{11}L) & -a_{12}L \\ -a_{21}L & (1 - a_{22}L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix}$$

Со користење на Крамеровото правило за инверзија на матрици, се добиваат следните решенија за y_t и z_t

$$y_t = \frac{(1 - a_{22}L)\varepsilon_{yt} + a_{12}L\varepsilon_{zt}}{(1 - a_{11}L)(1 - a_{22}L) - a_{12}a_{21}L^2}$$

$$z_t = \frac{a_{21}L\varepsilon_{yt} + (1 - a_{11}L)\varepsilon_{zt}}{(1 - a_{11}L)(1 - a_{22}L) - a_{12}a_{21}L^2}$$

Извршено е претворање на системот од прв ред составен од две променливи претставен со равенките $y_t = a_{11}y_{t-1} + a_{12}z_{t-1} + \varepsilon_{yt}$ и $z_t = a_{21}y_{t-1} + a_{22}z_{t-1} + \varepsilon_{zt}$ во две диференциони равенки од втор ред составени од една променлива. Треба да се назначи дека двете променливи ја имаат истата инверзна карактеристична равенка: $(1 - a_{11}L)(1 - a_{22}L) - a_{12}a_{21}L^2$. Доколку се постави равенка $(1 - a_{11}L)(1 - a_{22}L) - a_{12}a_{21}L^2 = 0$ и доколку се реши за L , ќе се добијат два корена на инверзната карактеристична равенка. Со цел да може да се работи со карактеристичните корени (како спротивно на инверзните карактеристични корени), се дефинира $\lambda = 1/L$ и се запишува карактеристичната равенка како

$$\lambda^2 - (a_{11} + a_{22})\lambda + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}) = 0$$

Бидејќи двете променливи ја имаат истата карактеристична равенка, карактеристичните корени на $\lambda^2 - (a_{11} + a_{22})\lambda + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}) = 0$ ги детерминираат временските движења на двете променливи. Следните напомени резимирано ги прикажуваат временските движења на $\{y_t\}$ и $\{z_t\}$:

(1) Ако двата карактеристични корени (λ_1, λ_2) се наоѓаат во единечен круг (англ. unit circle), решенијата за y_t и z_t добиени според Крамеровото правило се стабилни решенија. Ако t е доволно големо или ако иницијалните услови се такви така да хомогените решенија се еднакви на нула, условот за стабилност гарантира дека променливите се стационарни. Овие променливи не можат да бидат коинтегрирани од ред (1,1) бидејќи секоја посебно е стационарна.

(2) Ако било кој од корените се наоѓа надвор од единечниот круг, се добиваат експлозивни решенија (англ. explosive solutions). Ниту една променлива не може да стане стационарна со диференцирање, што значи дека променливите не можат да бидат коинтегрирани од ред $CI(1,1)$. На ист начин, ако двата карактеристични корени се еднакви на еден (англ. both characteristic roots are unity), втората диференција на секоја од променливите ќе биде стационарна. Бидејќи секоја променлива е интегрирана од ред $I(2)$, променливите не можат да бидат коинтегрирани од ред $CI(1,1)$.

(3) Како што може да се види од $y_t = a_{11}y_{t-1} + a_{12}z_{t-1} + \varepsilon_{yt}$ и $z_t = a_{21}y_{t-1} + a_{22}z_{t-1} + \varepsilon_{zt}$, ако $a_{12} = a_{21} = 0$, решението е тривијално. За да y_t и z_t се процеси на единечен корен, неопходно е $a_{12} = a_{21} = 1$. Следи дека $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$ и дека двете променливи се развиваат без било каква долгорочна рамнотежа. Оттука следи дека променливите не можат да бидат коинтегрирани.

(4) За $\{y_t\}$ и $\{z_t\}$ да бидат коинтегрирани од ред $CI(1,1)$, неопходно е еден карактеристичен корен да биде еднаков на еден, а апсолутната вредност на другиот

карактеристичен корен да биде помала од еден. Во овој случај променливите ќе имаат ист стохастички тренд и нивните први диференции ќе бидат стационарни. На пример, ако $\lambda_1 = 1$,

$y_t = \frac{(1-a_{22}L)\varepsilon_{yt} + a_{12}L\varepsilon_{zt}}{(1-a_{11}L)(1-a_{22}L) - a_{12}a_{21}L^2}$ ќе ја има следната форма

$$y_t = \frac{(1 - a_{22}L)\varepsilon_{yt} + a_{12}L\varepsilon_{zt}}{(1 - L)(1 - \lambda_2L)}$$

или, ако се помножи со $(1 - L)$ се добива

$$(1 - L)y_t = \Delta y_t = \frac{(1 - a_{22}L)\varepsilon_{yt} + a_{12}L\varepsilon_{zt}}{(1 - \lambda_2L)}$$

Серијата ќе биде стационарна ако $|\lambda_2| < 1$.

За да се осигури дека променливите ќе бидат коинтегрирани од ред $CI(1,1)$, мора еден карактеристичен корен да се постави да биде еднаков на еден, додека апсолутната вредност на другиот карактеристичен корен да биде помала од еден. За да поголемиот од двата карактеристични корени биде еднаков на еден, мора да се оствари следниот случај

$$0,5(a_{11} + a_{22}) + 0,5\sqrt{(a_{11}^2 + a_{22}^2) - 2a_{11}a_{22} + 4a_{12}a_{21}} = 1$$

така што после одредено поедноставување, коефициентите ќе го задоволат условот

$$a_{11} = \frac{(1 - a_{22}) - a_{12}a_{21}}{(1 - a_{22})}$$

Следно, се разгледува вториот карактеристичен корен. Бидејќи a_{12} и / или a_{21} мора да биде различно од нула ако променливите се коинтегрирани, условот $|\lambda_2| < 1$ бара

$$a_{22} > -1$$

и

$$a_{12}a_{21} + (a_{22})^2 < 1$$

Равенките $a_{11} = \frac{(1-a_{22})-a_{12}a_{21}}{(1-a_{22})}$, $a_{22} > -1$ и $a_{12}a_{21} + (a_{22})^2 < 1$ се ограничувања кои мора да се постават на коефициентите од равенките $y_t = a_{11}y_{t-1} + a_{12}z_{t-1} + \varepsilon_{yt}$ и $z_t = a_{21}y_{t-1} + a_{22}z_{t-1} + \varepsilon_{zt}$, доколку е потребно да се осигури дека променливите се коинтегрирани од ред $(1,1)$. За да се согледа како ограничувањата кои се поставуваат на коефициентите влијаат на природата на решението, равенките $y_t = a_{11}y_{t-1} + a_{12}z_{t-1} + \varepsilon_{yt}$ и $z_t = a_{21}y_{t-1} + a_{22}z_{t-1} + \varepsilon_{zt}$ се запишуваат како

$$\begin{bmatrix} \Delta y_t \\ \Delta z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} - 1 & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ z_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix}$$

Равенката $a_{11} = \frac{(1-a_{22})-a_{12}a_{21}}{(1-a_{22})}$ подразбира дека $a_{11} - 1 = -a_{12}a_{21}/(1 - a_{22})$, така што

после мала манипулација, матричниот приказ за Δy_t и Δz_t може да се запише и како

$$\Delta y_t = -\frac{a_{12}a_{21}}{(1 - a_{22})}y_{t-1} + a_{12}z_{t-1} + \varepsilon_{yt}$$

$$\Delta z_t = a_{21}y_{t-1} - (1 - a_{22})z_{t-1} + \varepsilon_{zt}$$

Овие две равенки го формираат моделот со корекција на грешка. Ако a_{12} и a_{21} се различни од нула, може да се изврши нормализација на коинтеграцискиот вектор во однос на двете променливи. Со нормализацијата во однос на y_t се добива

$$\Delta y_t = \alpha_y(y_{t-1} - \beta z_{t-1}) + \varepsilon_{yt}$$

$$\Delta z_t = \alpha_z(y_{t-1} - \beta z_{t-1}) + \varepsilon_{zt}$$

каде што:

$$\alpha_y = -\frac{a_{12}a_{21}}{(1-a_{22})},$$

$$\beta = \frac{(1-a_{22})}{a_{21}},$$

$$\alpha_z = a_{21}.$$

Може да се воочи дека y_t и z_t се менуваат како одговор на отстапувањата од долгорочната рамнотежа во претходните периоди $y_{t-1} - \beta z_{t-1}$. Ако $y_{t-1} = \beta z_{t-1}$, y_t и z_t се менуваат само како одговор на шоките ε_{yt} и ε_{zt} . Понатаму, ако $\alpha_y < 0$ и $\alpha_z > 0$, y_t се намалува и z_t се зголемува како одговор на позитивното отстапување од долгорочната рамнотежа.

Со условите $a_{22} > -1$ и $a_{12}a_{21} + (a_{22})^2 < 1$ се обезбедува $\beta \neq 0$ и барем еден од параметрите кои ја прикажуваат брзината на прилагодување (на пример, α_y и α_z) да биде различен од нула.

Иако a_{12} и a_{21} не можат истовремено да бидат еднакви на нула, интересен и посебен случај се јавува ако еден од овие коефициенти е еднаков на нула. На пример, ако се постави $a_{12} = 0$, параметарот на брзината на прилагодувањето $\alpha_y = 0$. Во овој случај, y_t се менува само како одговор на ε_{yt} и тоа како $\Delta y_t = \varepsilon_{yt}$ ¹⁶. Секвенцијата $\{z_t\}$ ја врши целата корекција за да се елиминира било кое отстапување од долгорочната рамнотежа.

За да се обележат неколку важни импликации на овој едноставен модел, до сега покажано е следното:

(1) Неопходните ограничувања кои се поставуваат за да се осигури дека променливите се коинтегрирани од ред $CI(1,1)$, гарантираат дека постои модел со корекција на грешка. Во наведениот пример, $\{y_t\}$ и $\{z_t\}$ се процеси кои содржат единечен корен, но линейарната комбинација $y_t - \beta z_t$ е стационарна. Нормализираниот коинтеграциски вектор е $[1, -(1 - a_{22})/a_{21}]$. Променливите ја имаат својата приказ со корекција на грешка преку параметрите кои ја прикажуваат брзината на прилагодување $\alpha_y = -a_{12}a_{21}/(1 - a_{22})$ и $\alpha_z = a_{21}$.

¹⁶ Уште еден интересен начин да се добие истиот резултат е да се тргне од веќе познатата равенка $y_t = a_{11}y_{t-1} + a_{12}z_{t-1} + \varepsilon_{yt}$. Ако $a_{12} = 0$, $y_t = a_{11}y_{t-1} + \varepsilon_{yt}$. Наметнувањето на условот дека $\{y_t\}$ е процес со единечен корен е еквивалентно и со поставување на $a_{11} = 1$ така што $\Delta y_t = \varepsilon_{yt}$.

Претходно е покажано дека моделот со корекција на грешка за променливи интегрирани од ред $I(1)$ воедно подразбира и коинтеграција. Со ова се илустрира Грејнџеровата теорема на застапеност (англ. Granger representation theorem) која гласи дека за било која група на променливи интегрирани од ред $I(1)$, корекцијата на грешка и коинтеграцијата се еквивалентни застапници.

(2) Коинтеграцијата подразбира ограничувања на коефициентите во VAR моделот. Важно е да се посочи дека коинтеграцискиот систем може да се претстави и како ограничена (англ. restricted) форма на генералниот VAR модел. Нека $x_t = (y_t, z_t)'$ и $\varepsilon_t = (\varepsilon_{yt}, \varepsilon_{zt})'$ така што

$$\begin{bmatrix} \Delta y_t \\ \Delta z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} - 1 & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ z_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix} \text{ може да запише и како}$$

$$\Delta x_t = \pi x_{t-1} + \varepsilon_t$$

Веќе е познато дека е несоодветно да се оцени VAR модел од коинтегрирани променливи со користење само на првите диференции. Ако се изврши оценување на равенката $\Delta x_t = \pi x_{t-1} + \varepsilon_t$ без изразот πx_{t-1} , ќе се изврши отстранување на делот кој врши корекцијатна грешката од моделот. Треба да се назначи дека редовите на матрицата π не се линеарно независни ако променливите се коинтегрирани. Ако секој елемент од редот 1 се помножи со $-(1 - a_{22})/a_{12}$, ќе се добие соодветниот елемент од редот 2. Така, детерминантата на π е еднаква на нула, а y_t и z_t можат да се прикажат со приказот за корекција на грешка преку равенките $\Delta y_t = -\frac{a_{12}a_{21}}{(1-a_{22})}y_{t-1} + a_{12}z_{t-1} + \varepsilon_{yt}$ и $\Delta z_t = a_{21}y_{t-1} - (1 - a_{22})z_{t-1} + \varepsilon_{zt}$.

Прикажаниот пример со две променливи илустрира важно сознание до кое дошле Johansen (1998) и Stock and Watson (1988), кое гласи дека рангот на матрицата π може да се искористи за да се утврди дали две променливи y_t и z_t се коинтегрирани или не. Потребно е да се изврши споредба на детерминантата на матрицата π со карактеристичната равенка $\lambda^2 - (a_{11} + a_{22})\lambda + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}) = 0$. Ако најголемиот карактеристичен корен е еднаков на еден ($\lambda_1 = 1$), детерминантата на матрицата π е еднаква на нула и рангот на матрицата π е еднаков на еден. Ако π има ранг нула, ќе биде неопходно $a_{11} = 1$, $a_{22} = 1$ и $a_{12} = a_{21} = 0$. VAR моделот претставен со равенките $y_t = a_{11}y_{t-1} + a_{12}z_{t-1} + \varepsilon_{yt}$ и $z_t = a_{21}y_{t-1} + a_{22}z_{t-1} + \varepsilon_{zt}$ нема да биде ништо друго освен $\Delta y_t = \varepsilon_{yt}$ и $\Delta z_t = \varepsilon_{zt}$. Во овој случај, секвенциите $\{y_t\}$ и $\{z_t\}$ се процеси со единечен корен без коинтеграциски вектор. И последно, ако матрицата π е од полн ранг, тогаш ниту еден карактеристичен корен не е еднаков на еден и секвенциите $\{y_t\}$ и $\{z_t\}$ се заеднички стационарни (англ. jointly stationary).

(3) Во општ случај, и двете променливи во коинтеграцискиот систем ќе одговорат на отстапувањата од долгорочната рамнотежа. Но, можно е едниот (не двата) параметар кој ја

прикажува брзината на прилагодување да биде еднаков на нула. На пример, ако $\alpha_y = 0$, $\{y_t\}$ нема да одговори на отстапувањето од долгорочната рамнотежа и сето прилагодување ќе го направи $\{z_t\}$. Во овој случај, може да се оцени економетриски модел за $\{z_t\}$ и може да се спроведе тестирање на хипотезите без вклучување или референца кон специфичен модел за $\{y_t\}$. Посебен случај е моделирањето во коинтеграциски систем каде што променливата е слабо егзогена (англ. weakly exogenous). Слабо егзогена променлива е онаа која во коинтегриран систем не реагира на отстапувањето од долгорочната рамнотежа.

Важно е и да се реинтерпретира Грејнџеровата каузалност во коинтеграциски систем. Во коинтеграциски систем, $\{y_t\}$ не го условува $\{z_t\}$ според Грејнџеровата каузалност, ако вредностите со временските доцнења y_{t-i} не се вклучени во равенката за Δz_t и ако z_t не одговора на отстапувањата од долгорочната рамнотежа. Оттука $\{z_t\}$, мора да биде слабо егзогена секвенција. Ако $a_{21} = 0$ во равенката $\Delta z_t = a_{21}y_{t-1} - (1 - a_{22})z_{t-1} + \varepsilon_{zt}$, $\{z_t\}$ ќе биде слабо егзогена и не е условена според Гренџеровата каузалност од $\{y_t\}$. На сличен начин, во коинтеграциски систем претставен со равенките $\Delta r_{St} = \alpha_{10} + \alpha_S(r_{Lt-1} - \beta r_{St-1}) + \sum a_{11}(i)\Delta r_{St-i} + \sum a_{12}(i)\Delta r_{Lt-i} + \varepsilon_{St}$ и $\Delta r_{Lt} = \alpha_{20} - \alpha_L(r_{Lt-1} - \beta r_{St-1}) + \sum a_{21}(i)\Delta r_{St-i} + \sum a_{22}(i)\Delta r_{Lt-i} + \varepsilon_{Lt}$, $\{r_{Lt}\}$ не ја условува $\{r_{St}\}$ според Грејнџеровата каузалност ако сите $a_{12}(i) = 0$ и ако $\alpha_S = 0$.

Модел со корекција на грешка со n променливи

Во досегашниот дел беше прикажан модел со корекција на грешка со две променливи. Многу малку е променето во моделот со корекција на грешка со n променливи. Односот кој е поставен помеѓу коинтеграцијата, корекцијата на грешка и рангот на матрицата π останува непроменет при додавање на нови променливи во системот. Интересна карактеристика која се јавува во моделот со n променливи е можноста за постоење на повеќе коинтеграциски вектори. Се разгледува поопшта верзија на равенката $\Delta x_t = \pi x_{t-1} + \varepsilon_t$:

$$x_t = A_1 x_{t-1} + \varepsilon_t$$

каде што:

x_t = вектор $(x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt})'$ со димензија $(n \cdot 1)$,

ε_t = вектор $(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}, \dots, \varepsilon_{nt})'$ со димензија $(n \cdot 1)$,

A_1 = матрица на параметри со димензија $(n \cdot n)$.

Ако се одземе x_{t-1} од двете страни на равенката $x_t = A_1 x_{t-1} + \varepsilon_t$ и доколку I е единечна матрица со димензија $(n \cdot n)$ се добива

$$\begin{aligned} \Delta x_t &= -(I - A_1)x_{t-1} + \varepsilon_t \\ &= \pi x_{t-1} + \varepsilon_t \end{aligned}$$

каде што π е матрицата $-(I - A_1)$ со димензија $(n \cdot n)$ и со π_{ij} се означува елементот со позиција во редот i и колоната j на матрицата π . Како што може да се воочи, равенката $\Delta x_t = -(I - A_1)x_{t-1} + \varepsilon_t$ е посебен случај на равенката $\Delta x_t = \pi_0 + \pi x_{t-1} + \pi_1 \Delta x_{t-1} + \pi_2 \Delta x_{t-2} + \dots + \pi_p \Delta x_{t-p} + \varepsilon_t$, така што $\pi_i = 0$.

Клучно прашање во коинтеграцијата е рангот на матрицата π со димензија $(n \cdot n)$. Ако рангот на оваа матрица е нула, секој елемент на матрицата π мора да биде еднаков на нула. Во овој случај равенката $\Delta x_t = -(I - A_1)x_{t-1} + \varepsilon_t = \pi x_{t-1} + \varepsilon_t$ е еквивалентна на VAR модел од први диференции со n променливи

$$\Delta x_t = \varepsilon_t$$

Тука секое $\Delta x_{it} = \varepsilon_{it}$, така што првите диференции за секоја променлива од векторот x_t се интегрирани од ред $I(0)$. Бидејќи секое $x_{it} = x_{it-1} + \varepsilon_{it}$, сите $\{x_{it}\}$ секвенции се процеси со единечни корени и не постои стационарна линеарна комбинација на променливите.

Друг екстреман случај ја разгледува ситуацијата кога матрицата π е од полн ранг. Долгорочното решение на равенката $\Delta x_t = -(I - A_1)x_{t-1} + \varepsilon_t = \pi x_{t-1} + \varepsilon_t$ е дадено преку n независни равенки

$$\begin{aligned} \pi_{11}x_{1t} + \pi_{12}x_{2t} + \pi_{13}x_{3t} + \dots + \pi_{1n}x_{nt} &= 0 \\ \pi_{21}x_{1t} + \pi_{22}x_{2t} + \pi_{23}x_{3t} + \dots + \pi_{2n}x_{nt} &= 0 \\ &\vdots \\ \pi_{n1}x_{1t} + \pi_{n2}x_{2t} + \pi_{n3}x_{3t} + \dots + \pi_{nn}x_{nt} &= 0 \end{aligned}$$

Секоја од овие n равенки е независно ограничување на долгорочното решение на променливите. Овие n променливи во системот се соочуваат со n долгорочни ограничувања (англ. constraints). Во овој случај секоја од n променливите содржана во векторот x_t мора да биде стационарна со долгорочните вредности содржани во n независните равенки претставени претходно. Променливите не можат да бидат коинтегрирани од ред $CI(1,1)$ бидејќи сите се стационарни.

Во случај, пак, кога рангот на матрицата π е еднаков на $r < n$, постојат r коинтеграциски вектори. Со r независни равенки и n променливи, постојат $n - r$ стохастички трендови во системот. Ако $r = 1$, постои еден коинтеграциски вектор кој е содржан во било кој ред од матрицата π . Секоја $\{\Delta x_{it}\}$ секвенца може да се запише во форма на корекција на грешка. На пример, Δx_{it} може да се запише и како

$$\Delta x_{1t} = \pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \dots + \pi_{1n}x_{nt-1} + \varepsilon_{1t}$$

или, доколку се изврши нормализација во однос на x_{1t-1} , и ако се постави $\alpha_1 = \pi_{11}$ и $\beta_{1j} = \pi_{1j}/\pi_{11}$ се добива

$$\Delta x_{1t} = \alpha_1(x_{1t-1} + \beta_{12}x_{2t-1} + \dots + \beta_{1n}x_{nt-1}) + \varepsilon_{1t}$$

На долг рок, $\{x_{it}\}$ ќе ја задоволи равенката

$$x_{1t} + \beta_{12}x_{2t} + \dots + \beta_{1n}x_{nt} = 0$$

Оттука, нормализираниот коинтеграциски вектор е $(1, \beta_{12}, \beta_{13}, \dots, \beta_{1n})$, а α_1 е параметарот кој ја прикажува брзината на прилагодување. На ист начин, со два коинтеграциски вектори, долгорочните вредности на променливите ќе ги задоволат двете равенки

$$\pi_{11}x_{1t} + \pi_{12}x_{2t} + \dots + \pi_{1n}x_{nt} = 0$$

$$\pi_{21}x_{1t} + \pi_{22}x_{2t} + \dots + \pi_{2n}x_{nt} = 0$$

кои можат соодветно да се нормализираат (Enders, 2010: 371-373).

Основна карактеристика на коинтегрираните променливи е фактот дека нивното движење е под влијание на секое отстапување од долгорочната рамнотежа. Но тоа и не е изненадувачки, ако се има предвид дека движењето барем на дел од променливите мора да одговори на настанатата нерамнотежа, доколку се очекува системот да се врати во долгорочната рамнотежа. **Во делот што следи ќе се разгледуваат временски серии на повеќе нестационарни временски серии. За оваа цел основа ќе биде односот меѓу рангот на матрицата и нејзините карактеристични корени.**

На крајот на ова поглавје, како прилог на делот за моделот со корекција на грешка се објаснуваат карактеристичните корени, карактеристичните равенки, детерминанти и карактеристични корени, карактеристични корени и ранг, стабилност на VAR модел од прв ред и коинтеграција и ранг.

6. Векторски авторегресивен модел

Пред да се започне делот кој го објаснува векторскиот авторегресивен модел, на кратко за изборот на правилен модел при анализата на временските серии.

(1) На почетокот на секоја анализа најдобро е да се утврди редот на интегрираноста на серијата. **Ако сите серии се стационарни, се користи класичниот праволиниски регресивен модел** (делот избоен со црвена боја на слика 2.5). Во овој случај може да се користи и VAR моделот, зависно од карактерот на истражувањето (делот избоен со темно сина боја на слика 2.5). Во овој случај се користи VAR модел со оригинални вредности.

(2) Пред осумдесетите години на дваесетиот век многу економисти ја користеле класичната праволиниска регресија кај нестационарни серии. Добитникот на Нобелова награда Clive Granger како и други научници покажале дека овој пристап е погрешен и доведува до појава на лажна корелација. Во неговиот труд кој го објавил со уште еден добитник на Нобелова награда, Robert Engle, во 1987 година, се формализирал пристапот со коинтеграциски вектор. **При избор на статистичка техника при работа со временски серии секогаш мора да се провери можноста постоење на коинтеграција.** Бидејќи коинтеграцијата

подразбира постоење на стационарна линеарна комбинација на нестационарни временски серии, кога станува збор за линеарните комбинации помеѓу променливите интегрирани од различен ред, се добиваат резултатите прикажани во табелата 2.4:

Табела 2.4. Ред на интегрираност кај линеарните комбинации

Ред на интегрираност на y_t	Ред на интегрираност на x_t	Ред на интегрираност на линеарната комбинација	Математички израз на линеарната комбинација
$I(1)$	$I(0)$	$I(1)$	$z_t = x_t + y_t$
$I(1)$	$I(1)$	$I(1)$	$z_t = ax_t + by_t$
$I(d)$	$I(d)$	$I(d)$	$z_t = ax_t + by_t$
$I(d)$	/	$I(d)$	$(ay_t + b)$

Извор: Vinod (1997)

Во овој случај важи правилото дека во случај на две серии интегрирани од ист ред, линеарната комбинација ќе биде интегрирана од повисокиот ред од двете серии.

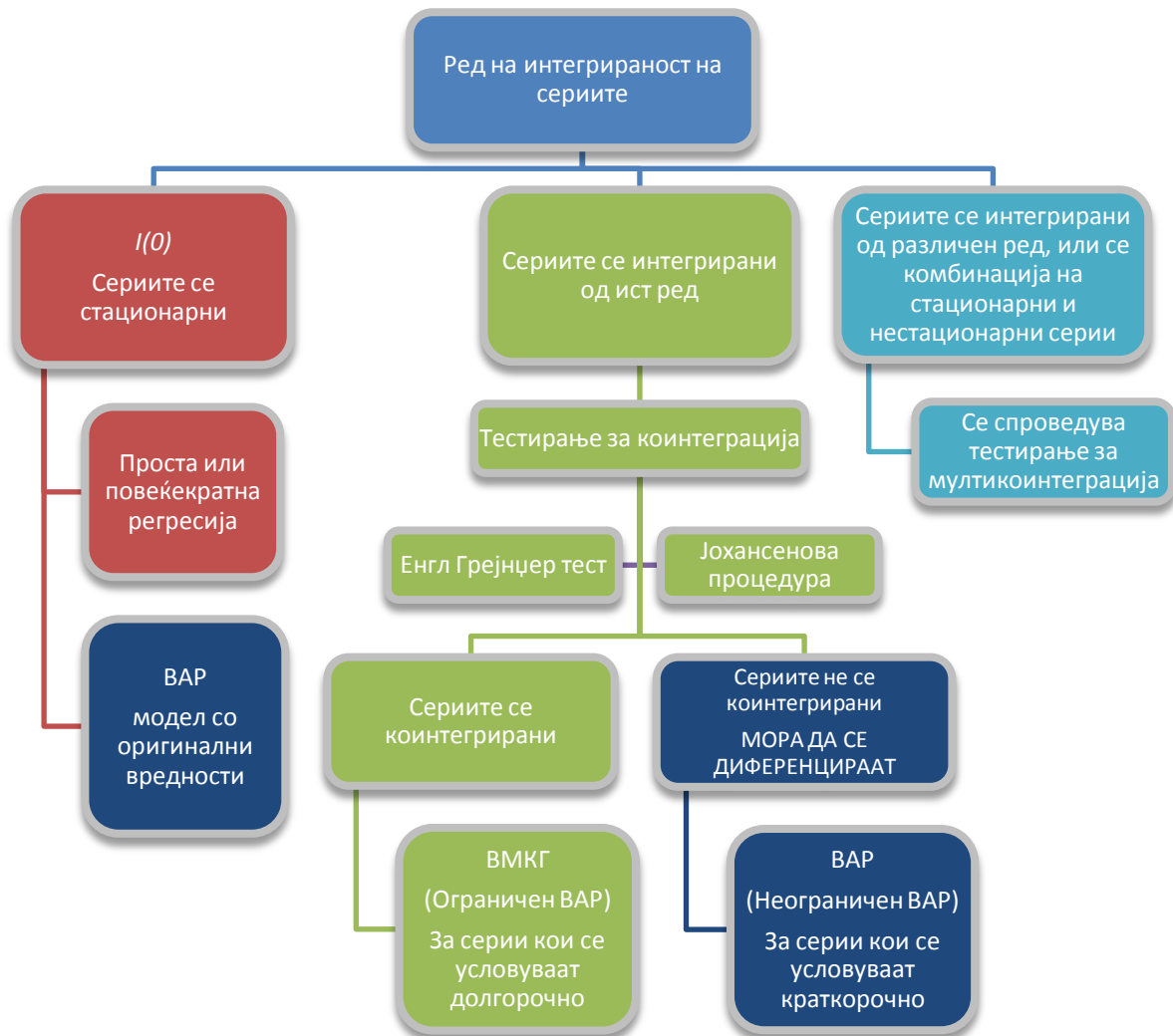
Вообичаената постапка за тестирање на хипотези за односот помеѓу нестационарните променливи е регресија со методот на обични најмали квадрати, каде што променливите се диференцирани за да станат стационарни. Иако овој метод е точен за големи примероци, коинтеграцијата нуди алатки со поголема моќност кога сериите се со ограничена должина, како што е случајот со најголем дел од временските серии.

Може да се каже дека кога се спроведува анализа со временски серии кои се интегрирани од ист ред, задолжително е да се провери постоењето за коинтеграција (делот обоен со зелена боја на слика 2.5. Доколку се потврди коинтеграциската врска, се спроведува векторскиот модел со корекција на грешка. Овој модел е ист како VAR моделот со диференцирани променливи, со таа разлика што во моделот со корекција на грешка се вклучуваат и резидуалите ε_{t-1} . Овие резидуали се добиваат од регресијата помеѓу променливите спроведена со методот на обични најмали квадрати.

Дали се оценува коинтеграциски модел со диференцирани вредности? Можно е, но некои автори препорачуваат дека е подобро да не се прави тоа. Ако случајната грешка е стационарна, и нејзината прва диференција ќе биде стационарна, со што регресијата спроведена со диференцирани променливи ќе биде валидна. Но со диференцирање на променливите регресијата губи важни информации содржани во стабилната долгорочна врска меѓу сериите. Според Enders (2010) **доколку се оценува модел со променливи искажани во први диференци кои се коинтегрирани се прави грешка, односно со диференцирањето се отфрла информација содржана во коинтеграцискиот однос.** Според Mladenović i Nojković (2008) постоењето на коинтеграција овозможува временските серии со единечен корен да се

разгледуваат во рамките на VAR моделот – преку векторскиот модел со корекција на грешка – без претходно да се трансформираат.

Слика 2.5. Интегрираност, коинтеграција, векторски авторегресивни модели и векторски авторегресивни модели со корекција на грешка



Извор: приказ на авторот

(3) Доколку не се потврди коинтеграциската врска, се спроведува векторскиот авторегресивен модел (делот обоен со темно сина боја на слика 2.5. **Од големо значење е променливите во VAR моделот да бидат стационарни, односно во овој случај диференцирани.**

(4) Доколку во моделот има повеќе од две серии кои се интегрирани од различен ред, најдобро е да се изврши тестирање за мултикоинтеграција (делот со светло сина боја на слика 2.5). Ако се покаже дека не постои мултикоинтеграција помеѓу сериите, најдобро е да се

побараат други променливи кои ја прикажуваат истата појава, а се стационарни, или со ист ред на интегрираност. Најголем дел од економските серии се интегрирани од прв ред.

Според Uctum (2007) одлуката дали да се одбере векторски модел со корекција на грешка VAR модел или структурен VAR модел ќе зависи од целите на статистичкото заклучување. (1) Ако целта е статистичко заклучување, оценување на параметри (на пример, квантификација на краткорочните реакции), променливите се нестационарни, но интегрирани од ист ред, се користи **векторски модел со корекција на грешка**. Доколку променливите се интегрирани од прв ред и не постои коинтеграциски вектор, моделот може да е лошо дефиниран (англ. specified), и потребно е да се предефинира. Доколку не постои теоретски модел кој ќе овозможи коинтеграциски вектор, променливите треба еднаш да се диференцираат. Векторскиот модел со корекција на грешка може да се користи и кога целта е да се истражат долгорочните влијанија врз моделот. (2) Ако целта е предвидување или импулсни одговори (на пример, анализа на економската политика: како променливите реагираат на шоките при дадени ограничувања економската политика, колку една променлива треба да се промени за да се неутрализира растот во стапката на невработеност) се користи **векторскиот авторегресивен модел**. Кај овие модели не треба да се грижи за нестационарноста. Треба да се вметнат доволно временски доцнења за да се отстрани сериската корелација и грешките да станат стационарни. Невклучувањето на делот (членот) за коинтеграција ќе придонесе да се изгуби во ефикасноста, но ова нема да влијае во предвидувањето или во импулсните одговори.

Ако променливите се корелирани меѓусебно, и грешките во VAR моделот ќе бидат корелирани низ равенките. За да се идентификуваат шоките, грешките треба да се направат ортогонални – некорелирани низ равенките. Постојат три решенија:

- **Рекурзивен VAR модел** – се добива со декомпозиција на Колески. Резултатите зависат од редоследот на променливите.
- **Структурен VAR модел** – се поставуваат краткорочни ограничувања на оригиналните вредности на променливите, независно од тоа дали се стационарни или интегрирани од прв ред. Се вклучуваат доволно временски доцнења за да грешките бидат стационарни. Со „претпоставките за идентификување“, корелациите можат да се толкуваат каузално (на пример, правилото на Тејлор вели дека каматната стапка е еднаква на инфлацијата (со временски доцнења) и невработеноста (регресија со инструментална променлива)). Ова е равенката во VAR моделот која се однесува на каматната стапка.

- **VAR модел** – се поставуваат долгорочни ограничувања (Blanchard and Quah, 1989). Мора да има една променлива интегрирана од прв ред и сите серии во VAR моделот мора да се стационарни. Најпрво се диференцира променливата која е интегрирана од прв ред за да биде стационарни и потоа се спроведува VAR моделот. Се внимава диференцирањето да има смисла теоретски.

За популаризацијата на векторските авторегресивни модели (англ. vector autoregressive models) или скратено VAR во економетријата е заслужен Sims (1980) кој овие модели ги претставил како природна генерализација на авторегресивните модели. VAR моделот е регресивен модел прикажан во систем бидејќи постојат повеќе зависни променливи. Може да се каже и дека овој модел е хибрид од моделите на временски серии со една променлива (униваријациони) и моделите на симултани равенки. Често VAR моделите се сметаат за алтернатива на големите структурни модели со симултани равенки.

Наједноставен приказ на VAR моделот е кога во него се вклучени две променливи, y_t и z_t . И за двете променливи важи дека нивните тековни вредности зависат од различни комбинации од нивните p претходни вредности и случајните грешки

$$y_t = a_{10} + a_{11}y_{t-1} + \dots + a_{1p}y_{t-p} + \beta_{11}z_{t-1} + \dots + \beta_{1p}z_{t-p} + e_{1t}$$

$$z_t = a_{20} + a_{21}y_{t-1} + \dots + a_{2p}y_{t-p} + \beta_{21}z_{t-1} + \dots + \beta_{2p}z_{t-p} + e_{2t}$$

каде e_{it} е бел шум со средна очекувана вредност $E(e_{it}) = 0$, ($i = 1,2$), $E(e_{1t}, e_{2t}) = 0$.

Важна карактеристика на VAR моделот е неговата флексибилност и едноставноста за генерализација. На пример, моделот може да се прошири и да ги вклучи грешките од подвижните просеци, со што ќе стане мултиваријациона верзија на авторегресивниот модел со подвижни просеци (англ. autoregressive moving averages model) или ARMA, попознат како векторски авторегресивен модел со подвижни просеци (англ. vector autoregressive moving averages model) или VARMA модел. Наместо да има само две променливи, системот може да се прошири да содржи n променливи, каде за секоја променлива во VAR системот ќе постои посебна равенка.

Според Brooks (2008), уште една корисна карактеристика на VAR моделот е компактната форма во која може да се запише. На пример, ако се земе случај каде што $p = 1$, односно постои само едно временско доцнење, секоја променлива ќе зависи само од својата претходна вредност, претходната вредност на другата променлива и случајната грешка. Тоа може да се запише како:

$$y_t = a_{10} + a_{11}y_{t-1} + a_{12}z_{t-1} + e_{1t}$$

$$z_t = a_{20} + a_{21}y_{t-1} + a_{22}z_{t-1} + e_{2t}$$

(за поедноставен приказ и усогласеност со формулите во делот што следи коефициентот β_{11} од претходниот систем равенки е заменет со коефициентот a_{12} , а коефициентот β_{21} е заменет со коефициентот a_{22}) или

$$\begin{pmatrix} y_t \\ z_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{10} \\ a_{20} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{22} & a_{21} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y_{t-1} \\ z_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{pmatrix}$$

или, во уште покомпактна форма,

$$\begin{matrix} y_t \\ n \times 1 \end{matrix} = \begin{matrix} a_0 \\ n \times 1 \end{matrix} + \begin{matrix} a_1 y_{t-1} \\ n \times n \end{matrix} + \begin{matrix} e_t \\ n \times 1 \end{matrix}$$

Во последниот случај вклучени се две променливи во системот, $n = 2$. Ако се прошири моделот до случај каде има p временски доцнења за секоја променлива во секоја равенка се добива

$$\begin{matrix} y_t \\ n \times 1 \end{matrix} = \begin{matrix} a_0 \\ n \times 1 \end{matrix} + \begin{matrix} a_1 y_{t-1} \\ n \times n \end{matrix} + \begin{matrix} a_2 y_{t-2} \\ n \times n \end{matrix} + \dots + \begin{matrix} a_p y_{t-p} \\ n \times n \end{matrix} + \begin{matrix} e_t \\ n \times 1 \end{matrix}$$

Моделот може уште да се проширува до случај каде што се вклучуваат и првите диференции и коинтеграцискиот однос и тогаш се добива векторскиот модел со корекција на грешка.

Историјат и размислувања за VAR моделите

Во макроекономското моделирање долго време се користел традиционалниот пристап кој ги користел системите на симултани равенки. Во текот на седумдесеттите години од дваесеттиот век започнале да се јавуваат критики за неговата употреба што придонело да започнат да се развиваат алтернативни стратегии во макроекономското моделирање.

VAR моделите се развиени во доцните седумдесетти години на дваесеттиот век како алтернатива на оценувањето на големите структурни модели. Во педесеттите и шеесеттите години од дваесеттиот век се користеле големи модели на структурни равенки кои се базирале на теоретска основа, но не се покажале како задоволителни. Најпозната критика на овие модели, „Lucas critique“, или „критиката на Лукас“ вели дека параметрите на „правилата за одлучување“ кои се составен дел од системите на структурни равенки, не остануваат стабилни при промена на економските политики, дури и ако правилата се соодветни. Со тоа основната парадигма на системите на структурни равенки, во макроекономското моделирање се покажала како неточна. Ова ги навело истражувачите да бараат помалку структурирани системи на равенки за предвидување. Со тоа, не се сменила само формата на равенките. Променливите во равенките се промениле со што VAR моделот не е само редуцирана форма на некој структурен модел. За целите на анализирање и предвидување на макроекономската активност и утврдување на ефектите на промените во економските политики, истражувачите дошле до заклучок дека едноставен VAR модел без потенцијално грешна теоретска основа се покажува како подобар модел од било кој друг голем систем на структурни равенки. Освен за

предвидување, VAR моделите се користат и за две основни функции, **тестирање за постоење на условеност по Грејнџер** (англ. Granger causality), како и за изучување на ефектите на економската политика преку **карактеристиките на импулсниот одговор**.

Макроеконометричарите се занимаваат со четири работи: ги опишуваат и ги групираат макроекономските податоци, прават макроекономски предвидувања, ги квантификуваат фактите кои ни се (или не ни се) познати за структурата на макроекономијата и играат улога во креирањето на макроекономската политика – некогаш даваат совети, а некогаш учествуваат во нејзиното креирање и извршување (Stock and Watson, 1988).

Во седумдесеттите години, овие четири задачи – опис на податоците, предвидување, структурно оценување и анализа на политиката – биле извршувани преку мноштво на техники. Од големи модели со по стотици равенки, до модели со по една равенка кои се фокусирале на односите меѓу неколку променливи, до едноставни униваријантни временски серии со по една променлива. Но после макроекономскиот хаос во седумдесетите, ниту еден од овие пристапи не се покажал како исклучително сигурен модел.

Пред повеќе од три декади, Sims (1980) понудил нова макроекономска рамка која многу ветувала: векторски авторегресии. Станувало збор за униваријациона авторегресија која содржи само една равенка, линеарен модел со една променлива во кој сегашната вредност на променливата се објаснува преку нејзините вредности со временски доцнења. (Стандардниот) VAR модел е модел со n равенки, n променливи во кој секоја променлива се објаснува преку своите вредности со временски доцнења, како и преку минатите вредности на останатите $n - 1$ променливи. Оваа едноставна рамка овозможува систематски начин за доловување на богатата динамика која се јавува во повеќекратните временски серии. Статистичкиот алат кој доаѓа со VAR моделите е едноставен за користење и интерпретација. VAR моделите го одржале своето ветување и овозможиле доследен и кредибилен пристап во опишувањето на податоците, предвидувањето, структурното оценување и анализа на политиките Stock and Watson (2001).

Во трудот Vector Autoregressions на Stock and Watson (2001) се испитува колку добро VAR моделите ги остваруваат четирите макроеконометриски задачи. Одговорот е „зависи“. Во делот за опис на податоците и предвидување, VAR моделите се покажале како моќни и сигурни алатки кои се користат секојдневно. Но структурното оценување и анализата на политиката се сами по себе потешки бидејќи бараат да се прави разлика помеѓу корелација и каузалност (условеност) – ова е всушност таканаречниот „проблем на идентификација“. Овој проблем неможе да се реши статистички, дури и со моќна алатка како што е VAR моделот. При решавање на проблемот на идентификација помага економската теорија.

VAR моделот може да се дефинира како систем од линеарни динамички равенки каде што секоја променлива е искажана како функција од еднаков број на свои временски доцнења и временски доцнења на другите променливи во системот. Според Keating (1990), временските доцнења кои ги содржи моделот всушност претставуваат замена (англ. proxy) за движењето на очекувањата, трансакциските трошоци, трошоците за прилагодување како и за отстапувањата настанати поради случајните шокови. Сите променливи во моделот се третираат како ендогени променливи. Множеството на хипотези кои можат да се тестираат со VAR моделите, за жал, е донекаде ограничено. VAR пристапот може да се интерпретира и како мултиваријациона верзија на Грејнџер-Симс тестовите за каузалност (англ. Granger – Sims causality tests) кои се користат да се утврди причинско – последичната структура меѓу променливите. (1) Многу истражувачи го користат VAR моделот за да го анализираат одговорот на системот на одреден шок, како и да изведат заклучок какво е (2) влијанието кое динамиката на индивидуалните променливи го има врз историскиот развој на системот со користење на разложување на варијансата (англ. variance decomposition) и функцијата на импулсен одговор (англ. impulse response function). (3) Исто така, постои можност да се користат резултатите од VAR моделот за предвидување. Овде, постојат поделени мислења. Sargent (1979) назначува дека карактерот на моделот подразбира и дека оценетите коефициенти, генерално, не се непроменливи на промени во движењето низ времето на една или повеќе променливи, со што станува невозможно да се процени значењето на било кое условно предвидување. Litterman (1984) вели дека овој проблем (претходно споменат и истовремено познат меѓу економистите како „Lucas critique“) е заеднички за сите модели кои се користат за оценување на алтернативите на економските политики. Тој вели дека не постои причина зошто одговорите на економските политики добиени со моделот не би биле точни, кога и самите дејства на набљудуваните политики се слични со оние набљудувани во периодот за кој моделот е оценет. Оттука следи дека условното предвидување не треба да исклучи, но треба да се има предвид големиот степен на несигурност кој постои кога се користат предвидените вредности за оценување на ефектот на алтернативните политики.

Користењето на VAR пристапот во економската анализа, до одреден степен, е контроверзно прашање. Некои автори (Darnell and Evans, 1990) ја критикуваат нетеоретската природа на VAR моделот. Тие велат дека само со барање на статистички корелации меѓу променливите, без да се назначи основната теоретска структура, VAR моделот дава само делумни објаснувања за тоа како економијата дејствува и зошто. Други автори (Cooley and LeRoy, 1985) велат дека VAR моделот содржи две различни интерпретации кои ја ограничуваат објаснувачката моќ на резултатите добиени од овој модел. Ако VAR моделот се интерпретира

како множество на структурни равенки, техниката на донесување заклучоци од оценките подразбира наметнување на арбитражни ограничување врз резидуалите, без оправдување во економската теорија. Алтернативно, ако VAR моделот се интерпретира како генерализирана редуцирана форма, оценките не се ништо повеќе од историски статистички корелации со многу мала предвидувачка моќ.

Карактеристики на VAR моделот, предности и недостатоци

VAR моделот е систем од повеќе равенки каде секоја од променливите се третира како ендогена. Оттука, во моделот постои по една равенка за секоја променлива во системот, која се зема како зависна променлива. Секоја равенка има вредности со временски доцнења од останатите променливи, како сопствени временски доцнења. Бидејќи не постојат независни променливи со тековни вредности (без временски доцнења) на десната страна од равенките, моделот се нарекува **упростен VAR модел** (англ. reduced VAR model) или најчесто **VAR во неговата стандардна форма**. Оттука сите равенки ја имаат истата форма бидејќи ги делат истите независни променливи на десната страна од равенките. На десната страна од равенките се среќава и сериски некорелираната грешка. Грешките во овие регресии ги прикажуваат „изненадните“ движења во променливите, со што се земаат предвид и минатите вредности. Ако различните променливи се корелирани меѓусебно – како што и најчесто се кај макроекономските истражувања – тогаш и грешките ќе бидат корелирани низ равенките¹⁷.

Според Fregert (2004) VAR моделот ги има следните **својства**:

- VAR моделот е модел во упростена форма. Променливи со тековни вредности, без временски доцнења, не се вклучени во десната страна на равенките.
- Според Mladenović i Nojković (2008) динамичките односи се во целост застапени бидејќи секоја променлива се моделира во однос на сопствените претходни вредности, како и според претходните вредности на останатите променливи во системот.
- Сите вклучени променливи се третираат како ендогени. Секоја променлива зависи од останатите променливи. Не постои претходно дефинирана поделба на ендогени и егзогени променливи.
- VAR моделот е атеоретски модел. Упростената форма не ги покажува заедничките интеракции за одреден период.

¹⁷ Рекурзивниот VAR модел ги конструира грешките во секоја регресиона равенка така што грешката во една равенка не биде корелирана со грешката во претходната равенка. Ова се прави со вклучување на истовремени вредности како независни променливи. Резултатите кои се добиени со овој метод зависат од редоследот на променливите, со менување на редот се менуваат VAR равенките, коефициентите и резидуалите со што постојат $n!$ рекурзивни VAR модели, што, всушност, се сите можни комбинации по кои можат да се подредат променливите.

- Не се поставуваат ограничувања за параметрите на моделот, освен ограничувањето за нивната линеарност.
- Шоковите, ε , се составени од незабележани (англ. unobserved) структурни шокови. При оценување на VAR модел со реални податоци, се добиваат оценки од комбиниран шок. Анализата на импулсен одговор може да се спроведе со набљудувани шокови, но нема економска интерпретација.
- VAR моделот може да се користи за предвидување, но не и за структурна анализа и оценка на економска политика.

Според Brooks (2008) VAR моделите имаат неколку **предности** во однос на моделите со униваријациони временски серии и структурните модели со симултани равенки:

- Истражувачот не треба да нагласува која од променливите е ендогена, а која е егзогена – сите променливи се ендогени. Кај структурните модели со симултани равенки од голема важност е сите равенки во системот да бидат идентификувани.
- VAR моделите дозволуваат променливата да зависи од повеќе вредности, а не само од сопствените временски доцнења или случајните грешки, со што VAR моделите се пофлексибилни од униваријационите авторегресивни модели. Авторегресивните модели може да се разгледуваат и како ограничен случај на VAR модели. Оттука VAR моделите нудат многу богата структура, со што имаат можност да опфатат повеќе карактеристики на набљудуваните податоци.
- Доколку нема тековни податоци на променливите во десната страна на равенката, секоја равенка поединечно може да се оцени со методот на обични најмали квадрати. Ова следува од фактот дека сите променливи од десната страна на равенката се претходно определени, односно, за периодот t тие се познати. Ова подразбира дека не постои опција за повратна спрега од било која од променливите од левата страна на равенката кон било која од променливите од десната страна на равенката. Претходно определените променливи ги вклучуваат сите егзогени променливи и временските доцнења на ендогените променливи.
- Предвидените вредности кои се добиваат со VAR моделот се често подобри од оние добиени со традиционалните структурни модели. Предмет на разговор во многу трудови е дека големите структурни модели покажуваат не толку добри резултати при предвидување на идни вредности. Причината за ова може да се ограничувањата кои се поставуваат кај структурните модели со цел да се осигура идентификацијата на променливите (егзогени и ендогени). Предвидувањата за некои променливи се

подобри со користење на VAR отколку со неколку други различни структурни спецификации.

И VAR моделите имаат свои **недостатоци и ограничувања** во однос на другите модели.

Според Brooks (2008) тие се следните:

- Исто како и ARMA моделите, и VAR моделите се атеоретски, бидејќи користат малку теоретски информации за врските помеѓу променливите што воедно би било водич при спецификацијата на моделот. Исходот е тој дека VAR моделите се помалку подложни на теоретска анализа, а со тоа и не можат да бидат многу корисни за давање насоки при креирање на економските политики. Постои и несреќна можност истражувач кој го користи VAR моделот да дојде до лажен однос помеѓу променливите. Често не е јасно како оценетите VAR коефициенти можат да се интерпретираат.
- Како да се утврди соодветно временско доцнење кај VAR моделите? Постојат повеќе пристапи, но не и единствено правило за точен број на временски доцнења кај различни VAR модели.
- Премногу оценети параметри. Ако има n равенки – по една за секоја од n променливите, со p временски доцнења за секоја променлива во секоја равенка, тогаш ќе се оценат вкупно $(n + pn^2)$ параметри. Доколку се работи со релативно мал примерок, степените на слобода многу брзо ќе се потрошат, со што ќе се добијат големи стандардни грешки и широки интервали на доверба за коефициентите на моделот.
- Дали сите компоненти на VAR моделот треба да бидат стационарни? Ако се тестираат хипотези или се испитува статистичката значајност на коефициентите, тогаш е значајно сите компоненти на VAR моделот да бидат стационарни. Но, многу поборници за VAR моделите препорачуваат дека не треба да се извршува диференцирање на променливите за да се добие стационарност. Нивниот аргумент е тој кој вели дека целта на VAR оценувањето е единствено да се испитаат односите помеѓу променливите, и дека со диференцирање ќе се отфрлат информации за било која долгорочна врска меѓу сериите.

Основната слабост на VAR пристапот во моделирањето е тоа што атеоретската природа на моделот и големиот број на оценети параметри чинат оценетите модели да се тешки за интерпретација. Како посебен случај се наведува кога променливите со временски доцнења може да имаат коефициенти кои го менуваат знакот за различни временски доцнења, и ова, заедно со меѓусебната поврзаност на равенките може да придонесе да биде тешко да се толкува кој ефект го предизвикува одредена променлива на идните вредности на останатите

променливи во системот. Со цел овој проблем делумно да се реши, три групи на статистики вообичаено се користат за оценет VAR модел, и тоа **тестови за блок-значајност** (англ. block significance tests), **импулсни одговори** и **декомпозиција на варијансата**. Колку е важен моделот кој може интуитивно да се интерпретира ќе зависи од целта зошто тој модел е конструиран. Интерпретирањето може и да не биде од толку голема важност додека целта на VAR моделот е предвидувањето.

Математичка форма на VAR моделот

Наједноставно кажано, VAR моделот е навидум неповрзан регресионен модел (англ. seemingly unrelated regression model), и тоа доста едноставен, бидејќи секоја равенка во системот ги има истите независни променливи. Според Enders (2010), математичката форма на VAR моделот може да се објасни на следниот начин: кога не постои сигурност дали некоја променлива е егзогена, најдобро е секоја променлива да се третира симетрично. Во случај со две променливи, нека временското движење на $\{y_t\}$ е под влијание на тековните и минатите реализации на $\{z_t\}$ и нека временското движење на $\{z_t\}$ е под влијание на тековните и минатите реализации на $\{y_t\}$. Се разгледува системот од две равенки:

$$y_t = b_{10} - b_{12}z_t + \gamma_{11}y_{t-1} + \gamma_{12}z_{t-1} + \varepsilon_{yt}$$

$$z_t = b_{20} - b_{21}y_t + \gamma_{21}y_{t-1} + \gamma_{22}z_{t-1} + \varepsilon_{zt}$$

каде што се претпоставува дека (1) y_t и z_t се стационарни, (2) ε_{yt} и ε_{zt} се **нарушувања на бел шум** (англ. white noise disturbances) со стандардни девијации σ_y и σ_z и (3) $\{\varepsilon_{yt}\}$ и $\{\varepsilon_{zt}\}$ се некорелирани нарушувања на бел шум.

Прикажаниот систем на равенки сочинува векторска авторегресија од прв ред бидејќи најдолгото временско доцнење е единица. Структурата на овој систем вклучува и **повратна спрега** (англ. feedback) бидејќи y_t и z_t можат да си влијаат меѓусебно. На пример, коефициентот $-b_{12}$ ни покажува за колку ќе се промени y_t ако z_t се промени за една своја единица, во тековниот период. Коефициентот γ_{12} ни кажува за колку ќе се промени y_t , ако z_{t-1} се промени за една своја единица. Треба да се назначи дека ε_{yt} и ε_{zt} се чисти иновации (англ. pure innovations) или шокови кај променливите y_t и z_t , респективно. Секако, ако b_{21} не е еднаков на нула, ε_{yt} има индиректен тековен ефект на z_t , и ако b_{12} не е еднаков на нула, ε_{zt} има индиректен тековен ефект на y_t .

Системот на две равенки прикажан претходно не прикажува равенки во редуцирана форма бидејќи y_t има **тековен ефект** (англ. contemporaneous effect) на z_t , и z_t има тековен ефект на y_t . За полесно користење, може да се трансформира системот на равенки во

поедноставна форма. Со користење на алгебарски операции со матрици, може да се запише системот во следната компактна форма

$$\begin{bmatrix} 1 & b_{12} \\ b_{21} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{10} \\ b_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ z_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix}$$

или

$$Bx_t = \Gamma_0 + \Gamma_1 x_{t-1} + \varepsilon_t$$

што истовремено претставува поедноставена (англ. reduced) форма на **структурен VAR (СВАР)** модел (англ. structural VAR) или **примитивен систем** каде што

$$B = \begin{bmatrix} 1 & b_{12} \\ b_{21} & 1 \end{bmatrix}, \quad x_t = \begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix}, \quad \Gamma_0 = \begin{bmatrix} b_{10} \\ b_{20} \end{bmatrix}, \quad \Gamma_1 = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix}, \quad \varepsilon_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix}$$

Имено структурниот VAR се разликува од VAR моделот во стандардна форма бидејќи ги вклучува и тековните вредности на променливите во самите равенки, односно z_t и y_t .

Ако равенката се помножи со B^{-1} (што значи дека ќе се одземат тековните вредности од прикажаниот систем) ќе се добие VAR моделот прикажан во неговата **стандардна форма**

$$x_t = A_0 + A_1 x_{t-1} + e_t$$

каде што $A_0 = B^{-1}\Gamma_0$, $A_1 = B^{-1}\Gamma_1$, и $e_t = B^{-1}\varepsilon_t$.

За понатамошно означување, a_{i0} може да се дефинира како вектор од A_0 , a_{ij} како елемент со ред i и колона j од матрицата A_1 , и e_{it} како елемент i на векторот e_t . Со користење на равенката со новите ознаки, $x_t = A_0 + A_1 x_{t-1} + e_t$ може да се запише во следната еквивалентна форма:

$$y_t = a_{10} + a_{11}y_{t-1} + a_{12}z_{t-1} + e_{1t}$$

$$z_t = a_{20} + a_{21}y_{t-1} + a_{22}z_{t-1} + e_{2t}$$

Овој систем на равенки се нарекува **VAR во стандардна форма**. Можно е во VAR системот да се вклучат и **егзогени променливи**, како што се **сезонските вештачки променливи** или **временските трендови**. Основната карактеристика на овие равенки е дека на нивната десна страна не се јавуваат променливи за периодот t , или тековни променливи. Со ова независните променливи во најголем број од случаите ќе бидат слабо егзогени, а доколку, пак, сите променливи се стационарни и ергодични (англ. ergodic), методот на најмали квадрати може да оцени асимптоски посакувани коефициенти.

VAR во стандардна форма е сроден модел на структурниот VAR модел. Стандардниот VAR ги содржи само претходно определените променливи (променливи кои се познати во периодот t) во десната страна на равенката и за нив не постои израз за тековниот период кој ќе го прикажува повратниот ефект. Оттука, овој VAR може да се оцени равенка по равенка со методот на обични најмали квадрати.

Системот на равенки прикажан на почетокот

$$y_t = b_{10} - b_{12}z_t + \gamma_{11}y_{t-1} + \gamma_{12}z_{t-1} + \varepsilon_{yt}$$

$$z_t = b_{20} - b_{21}y_t + \gamma_{21}y_{t-1} + \gamma_{22}z_{t-1} + \varepsilon_{zt}$$

се нарекува **структурен VAR** или **примитивен систем**. Овој VAR систем не е идентификуван, бидејќи идентични претходно определени променливи (променливи чии вредности се познати во периодот t) со временски доцнења се јавуваат на десната страна кај двете равенки. Со цел да се надмине овој проблем, потребно е да се постави **ограничување кое вели дека еден од коефициентите на променливите со тековни вредности треба да биде еднаков на нула**. Тоа значи дека мора или $b_{12} = 0$ или $b_{21} = 0$ за да се добие триаголарно множество на VAR равенки кои можат валидно да бидат оценети. Изборот на кој коефициент ќе се постави ограничувањето, зависи пред сè, од теориското гледиште на проблемот. На пример, ако финансиската теорија сугерира дека тековната вредност на y_t ќе влијае на тековната вредност на z_t , но не и обратно, тогаш $b_{12} = 0$. Друга опција е да се извршат различни оценувања, односно прво да се постави ограничувањето дека $b_{12} = 0$, а потоа и дека $b_{21} = 0$ за да се утврди дали основните карактеристики на резултатите се променети значајно (Brooks, 2008: 296).

Случајните грешки во VAR системот ги претставуваат деловите на y_t и z_t кои не се поврзани со минатите вредности на двете променливи: непредвидливата „иновација“ во секоја променлива. Овие иновации, во општ случај, се корелирани меѓусебно бидејќи вообичаено постои тенденција движењата на y_t и z_t да бидат корелирани. Можна причина за ова е истовремениот каузален однос или, пак, заедничкото влијание на некои други променливи.

Важно е да се назначи дека случајните грешки (на пример e_{1t} и e_{2t}) се составени од двата шока ε_{yt} и ε_{zt} . Варијансната/коваријансната матрица на шоките e_{1t} и e_{2t} е претставена како

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \text{var}(e_{1t}) & \text{cov}(e_{1t}, e_{2t}) \\ \text{cov}(e_{1t}, e_{2t}) & \text{var}(e_{2t}) \end{bmatrix}$$

и бидејќи сите елементи на матрицата се независни од времето, може да се користи нејзината компактна форма

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 \end{bmatrix}$$

каде што $\text{var}(e_{it}) = \sigma_i^2$ и $\text{cov}(e_{1t}, e_{2t}) = \sigma_{12} = \sigma_{21}$. (Enders, 2010).

Фази во моделирањето на VAR моделите

Пристапот на VAR моделот тргнува од претпоставката дека најголем број макроекономски временски серии манифестираат временска зависност. Од ова следи дека

формулацијата на моделот треба да биде таква да овозможи анализа на динамичките односи помеѓу променливите. Во оваа класа на модели, векторската авторегресивна форма има примарна улога.

Според Mladenović i Nojković (2008) постојат неколку фази во користењето на VAR моделите. Истите се прикажани на слика 2.6. Анализата во која се врши спецификација на VAR моделот претставува прв и важен чекор во моделирањето. Таа има за цел да утврди дали динамичките односи на променливите се застапени во целина. Потребно е да се утврди дали бројот на вклучени временски задоцнувања е оптимален, во смисла стохастичката компонента да не содржи систематски влијанија, кои би предизвикале постоење на автокорелација. Бројот на временски задоцнувања се добива, пред сè, како резултат на статистичката анализа. Економската теорија не обезбедува доволно информации за нивниот број. Потребно е да се провери и дали параметрите на моделот се стабилни. За оваа цел се користат голем број статистички тестови. Откако ќе се утврди дека моделот има коректна спецификација, тогаш неговите равенки можат да се оценат со примена на методот на најмали квадрати. Кај овие равенки не постои поделба на ендогени и егзогени променливи. Се смета дека сите објаснувачки или независни променливи се присутни со временски доцнења.

Формулацијата која претпоставува дека една променлива е функција на сопствените и претходните вредности на останатите променливи може да се трансформира така што дадената променлива ќе биде функција на тековните и претходните вредности на случајните компоненти на сите променливи во моделот (векторска форма на подвижни просеци). Оцените од оваа случајна компонента ја сочинуваат функцијата на импулсивен одговор во смисла дека тие ја покажуваат реакцијата на дадена променлива на неочекувана промена на случајната компонента на друга избрана променлива низ текот на времето. На пример, може да се процени ефектот на неочекувано слабеење на домашната валута врз штедењето и девизниот курс. На овој начин можат да се анализираат ефектите на економската политика.

Со VAR моделот не се опишуваат тековните влијанија на променливите. Доколку постојат, тие се опфатени со делот на моделот кој не ги објаснува систематските влијанија. Станува збор за резидуалите. Тековните односи можат да се разгледуваат според корелационата структура на резидуалите на сите равенки, кои се збирно претставени во коваријационата матрица на резидуалите. Од оваа матрица и векторската форма на подвижни средини може да се заклучи колкаво е учеството на варијабилитетот на останатите променливи во вкупниот варијабилитет на неочекуваната промена на една променлива. Исто така може да се следи промената на нивното учество низ текот на времето. На овој начин посредно се заклучува какви се структурните односи во дадениот економски систем.

Слика 2.6. Фази во моделирањето на векторските авторегресивни модели



Извор: приказ на авторот.

Моделирањето со векторски авторегресивни модели се користи во мноштво макроекономски истражувања. Почнувајќи од пионерскиот труд на Sims (1980) па до денес, овој концепт е еден од најзастапените во економетриското моделирање (Mladenović i Nojković, 2008).

Спецификација на VAR моделот

Под спецификација на моделот се подразбира изборот на функционалната форма на моделот и променливите. Овој избор мора да биде во согласност со економската теорија. Во ситуации во кои теоријата не поставува посебни барања за функционалната форма, најчесто се претпоставува дека зависноста е линеарна. Оваа претпоставка има смисла доколку се разгледува помал примерок од опсервации. Исто така, некои едноставни нелинеарни зависности, кои имаат значајна економска интерпретација, едноставно можат да се сведат во линеарна форма – станува збор за линеарни модели чии променливи се претставени во нивните логаритимирани вредности, односно станува збор за лог-линеарни модели.

Односите помеѓу променливите директно се изведуваат од теориските модели. Стохастичноста на моделот значи дека во равенките постои случајна компонента за која

обично се претпоставува дека ги задоволува сите претпоставки на класичниот праволиниски регресивен модел (Mladenović i Nojković, 2008)

Класичната економетриска методологија (ако не експлицитно) имплицитно претпоставува дека моделот кој ќе се користи да се тестира економската теорија е „точно специфициран“. Оваа претпоставка може едноставно да се објасни на следниот начин: економетриското истражување започнува со спецификација на економетрискиот модел со кој е опфатена разгледуваната појава. Важни прашања кои произлегуваат од спецификацијата на моделот се: (1) Кои променливи треба да се вклучат во моделот? (2) Која е функционалната форма на моделот, дали е формата е линеарна кај параметрите, кај променливите или и кај параметрите и кај променливите? (3) Кои се претпоставките за променливите и резидуалите кои се составен дел од моделот?

Овие се исклучително важни прашања бидејќи со испуштање на важни променливи или со избирање на погрешна функционална форма (овој проблем се нарекува спецификациска грешка или спецификациска пристрасност), или со поставување на погрешни стохастички претпоставки околу променливите на моделот, валидноста на интерпретацијата на оценетата регресија ќе биде спорна.

За жал, во реалните истражувања истражувачот ретко знае кои сè променливи да ги вклучи во моделот или која е точната функционална форма или точните претпоставки за променливите. Оттука, економетричарите треба сами да го оценат бројот на променливите во моделот, неговата функционална форма како и да постави претпоставки за стохастичката природа на променливите кои се вклучуваат во моделот.

Се поставува прашањето зошто има потреба од точна спецификација на моделот кога секако се бара од економетричарите сами да вршат оценување по важните прашања. Имено, барањето за точна спецификација постои како потсетник дека регресионата анализа и нејзините резултати се условени од избраниот модел и да укаже на внимателност при формулирање на економетриските модели, посебно кога постојат неколку спротиставени теории кои го објаснуваат економскиот феномен, како што е стапката на инфлација или побарувачката за пари, или одредувањето на рамнотежната вредност на една акција или обврзница. Оттука следи дека економетриската изградба на модел е многу повеќе уметност, отколку наука (Gujarati 2003).

Може да се каже дека кога станува збор за теоретска основаност на моделот, VAR моделите донекаде се исклучок, бидејќи важат за атеоретски модели, што е и нивна честа критика.

Кога станува збор за спецификација на VAR моделот која е прв и клучен чекор во моделирањето, основната цел е да се утврди дали динамичките односи на променливите се застапени во целина. Практично, потребно е да се утврди дали бројот на вклучени временски доцнења е оптимален, во смисла стохастичката компонента да не содржи системски влијанија кои би влијаеле на постоење на автокорелацијата. Потребно е да се провери и дали параметрите на моделите се стабилни со голем број статистички тестови. Бројот на временските доцнења е исто така важен елемент и е резултат на статистички тестови, бидејќи не постои економска теорија која би дала соодветен број информации. Ако моделот е коректно специфициран, равенките се оценуваат со методот на најмали квадрати. **Кај VAR моделите не се јавува проблемот на поделба на егзогени и ендогени променливи бидејќи сите независни променливи се присутни со временско доцнење.**

Во VAR моделот може да се воведат и дерминистички компоненти. Моделот може да ги содржи и некои од следните компоненти: (1) константа, (2) праволиниски тренд, (3) сезонски вештачки променливи и (4) вештачки променливи со кои се моделира постоењето на структурно прекршување.

Често се случува да не се посвети доволно внимание на статистичките својства на моделот. Посебно се занемарува спецификацијата на динамичките односи која често е недоволна. Со тоа се прави грешка на спецификација на моделот, која се состои во изоставување на одредени релевантни променливи, што има за последица пристрасно оценување (Mladenović i Nojković, 2008).

Избор на променливи во VAR моделот

Општо гледано, не постои правило кое вели да не се вклучува голем број на променливи во VAR моделот. Можно е да се конструира VAR модел, со број на равенки n , каде што секоја равенка има p временски доцнења за сите n променливи во системот. Препорачливо е да се вклучат оние променливи кои имаат важен економски ефект меѓусебно. Степените на слобода се истрошуваат (англ. се истрошуваат (англ. erode) како што се зголемува бројот на вклучени променливи. На пример, ако се користат месечни податоци со 12 временски доцнења, вклучувањето на нова променлива користи дополнителни 12 степени на слобода во секоја равенка. Внимателно проучување на релевантен теоретски модел ќе придонесе во квалитетниот избор на променливи за VAR моделот. Доколку пак не се вклучат променливи кои се важни за моделот, ќе се појави проблем на испуштени променливи, кој пак придонесува да се појавуваат сериски корелирани грешки.

Треба да се внимава и дали постојат **структурни прекршувања** (англ. structural brake) во системот. Дури и да се вклучи оптимален број на временски доцнења и да се вклучат сите променливи, постоењето на структурни прекршувања ќе се одрази кај резидуалите. Во овој случај структурните прекршувања можат да се контролираат со тоа што ќе се детерминираат нивните датуми егзогено.

Најчесто, изборот на променливите зависи од расположливите податоци. Основната поделба на променливите е на **ендогени и егзогени променливи**. Појдовната форма на системот се нарекува и **структурна форма** и подразбира дека ендегената променлива е функција како на егзогените така и на другите ендегени променливи. Можно е да се појават и ендегени променливи со временско доцнење, чија цел е вклучување на динамички односи. Егзогените променливи и ендегените променливи со временско доцнење се нарекуваат **предетерминирани променливи**.

Економските променливи често се групирани во две големи категории, ендегени и егзогени променливи. Општо кажано, ендегените променливи се еквивалент на зависната променлива во регресионен модел со една равенка, додека егзогените променливи се еквивалент за независните променливи. Ендегена променлива значи дека променливата е дефинирана надвор од системот, односно дека е предмет на можна контрола и оттука не е од стохастичка природа, туку добива фиксирани вредности во процесот на извлекување на примероци со повторување.

Се поставува интересно прашање: „Доколку се спроведе тест за условеност по Грејнџер и се потврди дека независната променлива ја условува зависната променлива, но зависната променлива не ја условува независната променлива (нема билатерална каузалност) дали во овој случај независната променлива може да се третира како егзогена променлива?“ Со други зборови, дали може да се користи условеноста по Грејнџер за да се потврди егзогеноста?

За да се одговори на ова прашање, треба да се разликуваат три вида егзогеност (1) слаба (англ. weak), (2) силна (англ. strong) и (3) супер (англ. super) егзогеност. Ако се разгледуваат две променливи, y_t и x_t , и ако се спроведе регресија каде y_t е зависна променлива, ќе се каже дека x_t е **слабо егзогена променлива** ако y_t не ја објаснува променливата x_t . Во овој случај оценувањето и тестирањето кај регресиониот модел може да се спроведе условно на вредностите на x_t . За x_t се вели дека е **силно егзогена променлива** ако тековните вредности и вредностите со временски доцнења на y_t не ја објаснуваат (нема повратна спрега). И x_t е **супер егзогена променлива** ако параметрите на регресијата не се

менуваат дури и кога вредностите за x_t се менуваат. Во тој случај познатата критика на Лукас¹⁸ (англ. Lucas critique) може да изгуби од својата значајност.

Причината поради која се разликуваат три типа егзогеност е следната: слабата егзогеност е потребна при тестирање и оценување, силната егзогеност е потребна при предвидување и супер егзогеноста е потребна при анализа на економската политика.

Со осврт на Грејнџеровата каузалност, ако променливата y_t не ја условува другата променлива x_t , дали може да се претпостави дека x_t е егзогена променлива? За жал, одговорот не е директен. Ако се говори за слаба егзогеност, може да се покаже дека **Грејнџеровата каузалност ниту е неопходна ниту е доволна да се потврди егзогеноста**. Од друга страна, Грејнџеровата каузалност е неопходна (но не и доволна) за силната егзогеност. (Gujarati, 2003).

Според Leamer (1985), променливата x_t е егзогена доколку условниот распоред на променливата y_t не се менува со промените кои настануваат во процесот на генерирање на вредностите на променливата x_t . За егзогеноста постојат повеќе дефиниции, но може да се изврши поделба на две форми на егзогеност-предодреденост (англ. predeterminedness) и строга егзогеност (англ. strict exogeneity). Предодредена променлива е онаа која е независна од тековните и идните грешки во равенката во која е вклучена. Строго егзогена променлива е онаа која е независна од сите тековни, идни и минати грешки во равенката во која е вклучена. (Brooks, 2008).

Еден недостаток на поделбата на ендогени и егзогени променливи е тоа што таа е често арбитрарна. Поделбата би требало да биде резултат на анализата на самите податоци, а не на претпоставките на истражувачот. Доколку поделбата е некоректно извршена, тогаш добиените оценки на структурните параметри се неточни. Тоа значи дека и заклучоците од анализата на ефектите на економските политики исто така не се сигурни (Mladenović i Nojković, 2008: 83). Како што е претходно нагласено **кај VAR моделите не се јавува проблемот на поделба на егзогени и ендогени променливи бидејќи сите независни променливи се присутни со временско доцнење. Сите вклучени променливи се третираат како ендогени. Секоја променлива зависи од останатите променливи. Не постои претходно дефинирана поделба на ендогени и егзогени променливи**. Дефинициите се прикажани со цел да се објасни концептот на егзогени и ендогени променливи.

VAR модел со егзогени променливи. Се разгледува VAR моделот со едно временско доцнење, каде што X_t е вектор на егзогени променливи и B е матрица на коефициенти

¹⁸ Добитникот на Нобелова награда Robert Lucas ја поставил претпоставката дека постојните односи помеѓу економските променливи може да се менуваат кога се менува и економската политика, и во тој случај оценетите параметри во регресиониот модел имаат мала можност за предвидување.

$$y_t = A_0 + A_1 y_{t-1} + X_t + e_t$$

Компонентите на векторот X_t се нарекуваат егзогени променливи бидејќи нивните вредности се одредени надвор од VAR системот – со други зборови, не постојат равенки во VAR моделот со компоненти од векторот X_t како зависни променливи. Овој модел може да се нарече ограничен VAR модел каде што постојат равенки за секоја егзогена променлива, но коефициентите на десната страна од тие равенки ограничени на нула. Такво ограничување може да се смета за пожелно доколку теоријата на која е основан VAR моделот го налага тоа, иако не го претставува вистинскиот карактер на VAR моделирањето, кое не бара поставување на ограничувања во моделот, туку остава „податоците да одлучат“ (Brooks, 2008).

Тестови за егзогеност. Задачата на истражувачот е да назначи која од променливите е ендогена, а која егзогена. Ова зависи, пред сè, од разгледуваниот проблем и од претходните информации со кои располага истражувачот. Се поставува прашањето дали е можно да се развие тест за егзогеност на променливите. Тестот на Хаусман (англ. Hausman test) може да се искористи за да се одговори на ова прашање. Ако се располага со три ендогени променливи, y_1 , y_2 и y_3 , и три егзогени променливи x_1 , x_2 и x_3 , моделот на првата равенка е

$$y_{1i} = \beta_0 + \beta_2 y_{2i} + \beta_3 y_{3i} + \alpha_1 x_{1i} + e_{1i}$$

Ако y_2 и y_3 навистина се ендогени променливи, дадената равенка не може да се оцени со методот на обични најмали квадрати. Зошто? Како може ова да биде дадено до знаење? Постапката е следна. Се пресметуваат равенките за y_2 и y_3 во нивната упростена форма (равенките во упростена форма имаат само предетерминирани променливи на десната страна на равенката). Од равенките во упростена форма се добиваат \hat{y}_{2i} и \hat{y}_{3i} и предвидените вредности за y_{2i} и y_{3i} , респективно. Потоа, според тестот на Хаусман се оценува следната равенка со методот на најмали квадрати:

$$y_{1i} = \beta_0 + \beta_2 y_{2i} + \beta_3 y_{3i} + \alpha_1 x_{1i} + \lambda_2 \hat{y}_{2i} + \lambda_3 \hat{y}_{3i} + e_{1i}$$

Со спроведување на F -тестот се тестира хипотезата која вели дека $\lambda_2 = \lambda_3 = 0$. Ако оваа хипотеза се отфрли, y_2 и y_3 се сметаат за ендогени променливи. Ако не се отфрли хипотезата, тогаш y_2 и y_3 се третираат како егзогени променливи. (Gujarati, 2003).

Според Enders (2010), **тестот за блок-егзогеност**¹⁹ (англ. **block exogeneity test**) е корисен кога се сака да се вклучи дополнителна променлива во VAR моделот, или, пак, да се тестира дали одредени ендогени променливи треба да се третираат како егзогени променливи. Во

¹⁹ За една променлива се вели дека е егзогена во одреден модел доколку не е детерминирана од параметри и променливи во тој модел. Тоа значи дека таа е одредена однадвор и кои било нејзини промени се јавуваат од дејството на надворешни сили.

Ендогената променлива во даден модел е барем делумно детерминирана од параметрите и променливите на моделот.

Променливата е слабо егзогена (англ. weakly exogenous) кога таа не реагира на нарушувањето на долгорочната рамнотежа во коинтегрираниот систем.

текстот претходно е назначена разликата помеѓу каузалноста и егзогеноста, така што мултиваријационата генерализација на тестот за Грејнџерова каузалност треба, всушност, да се вика тест за блок-егзогеност. И во двата случаја, целта е да се утврди дали временските доцнења на едната променлива, нека биде w_t , ја условува по Грејнџер другата променлива во системот. Во случај со три променливи w_t , y_t и z_t , се тестира дали временските доцнења на w_t ги условуваат по Грејнџер или променливата y_t или променливата z_t . Во суштина, блок-егзогеноста ги ограничува сите временски доцнења на w_t во y_t , и го поставува z_t да биде еднакво на нула. Ова ограничување соодветно се тестира преку тестот на најверојатен сооднос (англ. likelihood ratio test).

Најпрво се оценуваат равенките y_t и z_t со користење на временските доцнења од сериите $\{y_t\}$, $\{z_t\}$ и $\{w_t\}$, и потоа се пресметува Σ_u . Повторно се оценуваат равенките со исклучување на временските доцнења на $\{w_t\}$ и се пресметува Σ_r . Потоа, се пресметува статистиката на најверојатен сооднос

$$(T - c)(\ln|\Sigma_r| - \ln|\Sigma_u|)$$

Оваа статистика има χ^2 распоред со $2p$ степени на слобода (бидејќи p вредности со временски доцнења се исклучени од секоја равенка). Тука $c = 3p + 1$ бидејќи неограничените равенки за y_t и z_t содржат p временски доцнења од $\{y_t\}$, $\{z_t\}$ и $\{w_t\}$, плус константа.

Диференцирање на променливите

Прашањето дали се диференцираат променливите во VAR моделот кој нема ограничувања е често поставувано. Јасно е дека диференцирањето води до грешка во спецификацијата доколку променливите се коинтегрирани. Се претпоставува дека фактичкиот процес на генерирање на податоци е претставен со коинтеграцискиот систем

$$\Delta x_t = \pi x_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \pi_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t$$

но се оценува следниот VAR модел каде што променливите се искажани во први диференции

$$\Delta x_t = \sum_{i=1}^{p-1} \pi_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t$$

Според Enders (2010), системот е со погрешна спецификација бидејќи долгорочната рамнотежна врска помеѓу променливите кои се коинтегрирани во πx_{t-1} е исклучена. Бидејќи постои грешка во спецификацијата, сите оценети коефициенти, t -тестови, F -тестови, импулсни одговори и декомпозиции на варијансата не го прикажуваат репрезентативно вистинскиот процес. Тоа значи дека **доколку се оценува VAR модел со променливи искажани во први**

диференции кои се коинтегрирани се прави грешка, односно со диференцирањето се отфрла информацијата содржана во коинтеграцискиот однос.

Зошто едноставно да не се оценуваат VAR моделите со променливите искажани во нивните оригинални вредности? **Одговорот е дека се преферира да се користат први диференции доколку променливите се интегрирани од прв ред, $I(1)$, но не се коинтегрирани.** Постојат три последици ако променливите не се коинтегрирани, но се интегрирани од прв ред, а во VAR моделот се оценат во оригиналните вредности. (1) Тестовите ја губат моќта бидејќи се оценуваат n^2 повеќе параметри (се додава по едно временско доцнење за секоја променлива во секоја равенка). (2) Ако VAR моделот е оценет во оригинални вредности, тестовите за Грејнџерова условеност спроведени на променливи интегрирани од прв ред немаат стандарден F -распоред. Ако се користат први диференции, може да се користи стандардниот F -распоред да се тестира Грејнџеровата условеност. (3) Кога VAR моделот има променливи интегрирани од прв ред, импулсните одговори при долгорочни предвидувања се неконзистентни оценки на вистинските одговори. Бидејќи импулсните одговори не се разградуваат, било која непрецизност во оценките на коефициентите ќе има траен ефект на импулсните одговори. Ако VAR моделот се оцени во први диференции на променливите, импулсните одговори се разградуваат до нула, и со тоа оценетите одговори се конзистентни.

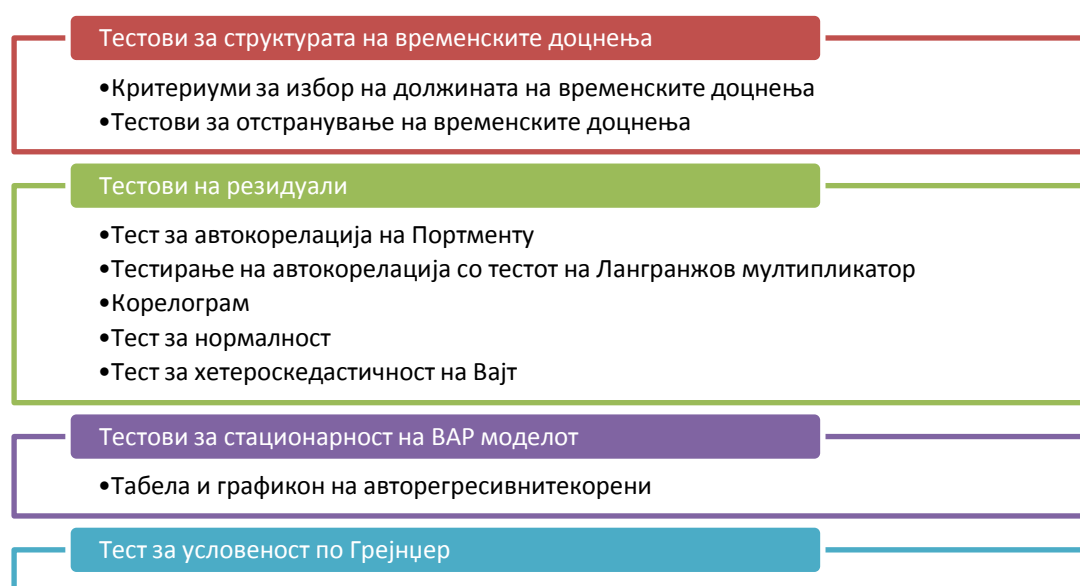
Се предложува внимателно да се утврди дали променливите интегрирани од прв ред се коинтегрирани. Тестовите за должината на временските доцнења може да се спроведат независно од тоа дали променливите се коинтегрирани. Во тој случај се препорачува да се оцени неограничен VAR модел. Најголем дел од истражувачите започнуваат со должина на временското доцнење приближно на $T^{1/3}$. Бројот на временски доцнења може да се прошири доколку постои сомнеж за постоење на сезоналност. На пример, со примерок од 100 опсервации и две променливи кои користат квартални податоци, може да се започне со 12 временски доцнења, иако $T^{1/3}$ дава вредност приближна на 5. Се избира најсоодветната должина на временското доцнење и се спроведува тестот за коинтеграција. **Ако променливите не се коинтегрирани, се оценува системот во први диференции. Ако променливите се коинтегрирани, се работи со модел со корекција на грешка.** Бидејќи делот за корекција на грешка и сите вредности за Δx_{t-i} се стационарни, може да се спроведе статистичко заклучување за било која променлива (освен оние кои се појавуваат во коинтеграцискиот вектор) со користење на вообичаената тест статистика. Импулсните одговори и декомпозицијата на варијансата ќе дадат конзистентни оценки на фактичките вредности.

Тестови за структурата на временските доцнења

Во делот што следува ќе се разгледуваат тестовите кои се спроведуваат при конструирањето на VAR моделите. Најпрво се говори за тестовите на структурата на временски доцнења, кои се од голема важност бидејќи економската теорија не укажува на нивниот оптимален број. Потоа следат тестовите на резидуалите кои се посебно важни за утврдување на стабилноста на параметрите на моделот. Потоа се прикажуваат начините со кој се утврдува дали VAR моделот е стационарен, за да се заврши со тестот на условеност по Грејнџер.

Преглед на сите тестови е прикажан на слика 2.7.

Слика 2.7. Тестови кај VAR моделите



Извор: приказ на авторот

Критериуми за избор на должината на временските доцнења

Според Enders (2010), утврдувањето на соодветна должина на временските доцнења е важен чекор при конструирањето на VAR моделот. Една можна постапка е да се дозволат различни временски доцнења за секоја променлива во системот. Но, со цел да се зачува симетријата на системот (и да може методот на обични најмали квадрати да биде ефикасен) вообичаено е да се користат исти временски доцнења за сите равенки. Сè додека независните променливи се исти во секоја равенка, оценките добиени со методот на обични најмали квадрати се конзистентни и асимптотски ефикасни. **Ако некои од VAR равенките имаат независни променливи кои не се вклучени и во останатите равенки, навидум неповрзаните регрсии даваат ефикасни оценки на VAR коефициентите. Оттука, кога постои добра причина временските доцнења да се разликуваат во равенките, се оценува таканаречениот**

приближен VAR модел (англ. near VAR) со методот на навидум неповрзани регресии (англ. seemingly unrelated regressions).

Најдобро е VAR моделот да биде неограничен. VAR модел со различни временски доцнења може да се разгледува како ограничен VAR модел. Се разгледуваат два критериума за оценување на должината на временското доцнење. Првиот критериум се однесува на ограничувањата низ равенките (англ. cross equation restrictions), додека вториот критериум е информациона критериум.

Ограничувања низ равенките (англ. cross-equation restriction). Веќе е кажано, бројот на временски доцнења влијае на степените на слобода. Ако бројот на временските доцнења се прикажува со p и има n равенки, секоја равенка содржи pn коефициенти плус уште еден коефициент за отсечокот. Изборот на соодветна должина на временските доцнења е од големо значење. Ако p е премногу мал, моделот не е добро специфициран; ако p е премногу голем, непотребно се губат степени на слобода. За да се провери должината на временските доцнења, се започнува со најдолгата веродостојна или, пак, со најдолгата можна должина, имајќи ги предвид и степените на слобода. Се оценува VAR моделот и се формира варијансната/коваријансната матрица на резидуалите.

Да се објасни постапката се зема пример со квартални податоци и првичното оценување на VAR моделот се започнува со 12 временски доцнења²⁰ (се претпоставува на основа на претходни информации дека 3 години се доволен период да се опфати динамиката на системот, така 3 години по 4 квартали даваат 12 временски доцнења). Варијансната/коваријансната матрица на резидуали добиена од моделот со 12 временски доцнења се бележи Σ_{12} . Следно, треба да се утврди дали 8 временски доцнења се добар избор. Со **ограничувањето на моделот** од 12 на 8 временски доцнења ќе се намали бројот на оценети параметри за вредност $4n$ за секоја равенка.

Соодветен тест за ограничувањето меѓу равенките е тестот за најверојатен сооднос (англ. likelihood ratio test). VAR моделот повторно се оценува за истиот период со користење на 8 временски доцнења и се добива варијансната/коваријансната матрица на резидуали Σ_8 . Да се назначи дека Σ_8 се однесува на систем со n равенки со по $4n$ ограничувања во секоја равенка, односно вкупно $4n^2$ ограничувања. **Статистиката на тестот за најверојатен сооднос (англ. likelihood ratio test) или LR-тест** е

$$LR = (T)(\ln|\hat{\Sigma}_r| - \ln|\hat{\Sigma}_u|)$$

²⁰ Вообичаено доколку се користат месечни податоци се користат 12 временски доцнења, за квартални податоци 4 временски доцнења, а за годишни 1 до 2 временски доцнења. Доколку постои одредена информација за времетраењето на динамиката на системот, се користи соодветен број на временски доцнења.

каде што $|\hat{\Sigma}_r|$ е детерминантата на варијансната – коваријансната матрица на резидуалите за ограничениот модел, додека пак $|\hat{\Sigma}_u|$ е детерминантата на варијансната – коваријансната матрица на резидуалите за неограничениот VAR модел. T е големината на примерокот.

Во примерот тоа би се пресметало како

$$LR = (T)(\ln|\Sigma_8| - \ln|\Sigma_{12}|)$$

Но, имајќи ја предвид големината на примерокот вообичаена за економските анализи, Sims (1980) препорачува користење на

$$LR = (T - c)(\ln|\Sigma_8| - \ln|\Sigma_{12}|)$$

каде што:

T = број на корисни опсервации,

c = број на оценети параметри во секоја равенка на неограничениот систем,

$\ln|\Sigma_n|$ = природен логаритам на детерминантата на Σ_n .

Во примерот, $c = 1 + 12n$ бидејќи секоја равенка од неограничениот модел има 12 временски доцнења за секоја променлива, плус коефициентот за отсечокот.

Оваа статистика има асимптотски χ^2 распоред. Бројот на степени на слобода е еднаков со бројот на ограничувања во системот. Во примерот постојат по $4n$ ограничувања во секоја равенка, односно вкупно $4n^2$ ограничувања. Јасно, ако ограничувањето за голем број на временски доцнења не е обврзувачко (англ. binding), ќе се очекува $\ln|\Sigma_8|$ да биде еднаков со $|\Sigma_{12}|$. Големи вредности на оваа статистика се, истовремено, и индикатор дека имањето на осум временски доцнења е обврзувачко ограничување; така, може да се отфрли нултата хипотеза дека должината на временските доцнења е 8. Ако пресметаната вредност на статистиката е помала од вредноста на χ^2 за соодветно ниво на значење, ќе се прифати нултата хипотеза за осум временски доцнења. Следно би било да се утврди дали 4 временски доцнења би биле соодветни со користење на

$$(T - c)(\ln|\Sigma_4| - \ln|\Sigma_8|)$$

Дополнителна грижа треба да се има за формирањето на парови на временските доцнења на овој начин. Често оваа постапка нема да ја отфрли нултата хипотеза за осум наспроти дванаесет временски доцнења и за четири наспроти осум временски доцнења, иако ќе ја отфрли нултата хипотеза за четири наспроти дванаесет временски доцнења. Проблемот при формирањето на парови е можноста за губење на мала количина на објаснувачка моќ во секоја фаза. На крај, вкупната загуба на објаснувачката моќ може да биде значајна. Во овој случај е подобро да се користат подолги временски доцнења (Enders, 2010).

Информационен критериум. Тестот за најверојатен сооднос (LR -тестот) се базира на асимптотска теорија, и не е многу корисен кога се користат мали примероци. Овој тест се

користи само кога еден модел е ограничена верзија на другиот модел. Исто така тој е интуитивен, и лесен за оценување, но има многу ограничувања.

Важно е да се каже дека еден од двата VAR модела мора да биде посебен случај на другиот и можат да се спроведат само споредби по парови. Друг недостаток на овој тест е дека χ^2 статистиката ќе биде валидна асимптотски само под претпоставка дека грешките од секоја равенка имаат нормален распоред. Оваа претпоставка е тешка за исполнување.

Алтернативни тестови се мултиваријационата генерализација на информациониот критериум на Акаике - AIC (англ. Akaike information criterion) и Бајсовиот критериум на Шварц - SBC (англ. Schwartz Bayesian information criterion). Овие критериуми не бараат претпоставки за нормален распоред на грешките.

$$AIC = T \ln|\Sigma| + 2N$$

$$SBC = T \ln|\Sigma| + N \ln(T)$$

каде што:

$|\Sigma|$ = детермината на варијансната/коваријансната матрица на резидуали,

N = вкупниот број на оценети параметери во сите равенки.

Така, ако секоја равенка во VAR модел со n променливи има p временски доцнења, $N = n^2p + n$; секоја од n равенките има np независни променливи со временски доцнења и коефициент за отсечокот.

Во софтверските пакети овие вредности се пресметуваат како

$$AIC^* = -2 \ln|L|/T + 2N/T$$

$$SBC^* = -\frac{2 \ln|L|}{T} + N \ln(T)/T$$

каде што L = максимизирана вредност на мултиваријационата логаритамска функција на најголема веројатност (англ. multivariate log likelihood function) (Enders, 2010).

Тестови за отстранување на временските доцнења

Се спроведува тест за отстранување на временските доцнења посебно за секое временско доцнење во VAR моделот. За секое временско доцнење се пресметува статистиката на Валд (англ. Wald) ²¹. За секоја равенка во VAR моделот се пресметува статистиката на Валд за заедничка значајност за секоја од останатите ендогени променливи со временски доцнења

²¹ Кај овој тест, оценката $\hat{\Theta}$ на параметарот Θ добиена со методот на најголема веродостојност (англ. maximum likelihood) се споредува со предложената вредност Θ_0 , со претпоставка дека разликата помеѓу овие две ќе има нормален распоред. Добиената разлика се крева на квадрат и се споредува со χ^2 распоред. Статистиката на Валд се пресметува $\frac{(\hat{\Theta} - \Theta_0)^2}{var(\hat{\Theta})}$.

кои се наоѓаат во таа равенка. Истото се прави и заеднички за целиот модел. Се тестира нултата хипотеза за (не)значајност на одредено временско доцнење во моделот.

Тестови на резидуали

Следи кратко објаснување на основните тестови на резидуали кои се користат за да се испитаат својствата на резидуалите во оценетитот VAR модел.

Тестот за автокорелација на Портменту (англ. Portmanteau autocorrelation test). Со овој тест се спроведува тестирање со цел да се утврди дали коефициентите на VAR моделот се непристрасни, односно дали постои автокорелација меѓу резидуалите до назначено временско доцнење h . Најчесто се користи тестот за автокорелација на Портменту. Овој тест ја тестира нултата хипотеза која гласи дека не се јавува сериска корелација меѓу резидуалите до назначено временско доцнење h . Кај добар VAR модел во повеќето случаи треба да се прифати нултата хипотеза. За тестирањето се пресметува мултиваријационата Бокс-Пирсова/Луинг-Боксова Q статистика (англ. Box-Pierce/ Ljung-Box Q statistics). Бокс – Пирсова статистика е поедноставена верзија на Луинг-Боксовата Q статистика и се добива

$$Q_{BP} = n \sum_{k=1}^h \hat{\rho}_k^2$$

додека Луинг-Боксовата Q статистика се пресметува како:

$$Q = n(n+2) \sum_{k=1}^h \frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k}$$

И во двете равенки n е големината на примерокот, $\hat{\rho}_k$ е автокорелацијата во примерокот за временско доцнење k , додека h е бројот на временски доцнења за кои се спроведува тестот.

Тестовите имаат асимптотски χ^2 распоред со $v^2(h-p)$ степени на слобода, каде што v е бројот на променливи во моделот, h е максималниот број на избрани временски доцнења и p е редот на VAR моделот.

Тестирање на автокорелација со тестот на Лагранжов мултипликатор (англ. Lagrange multiplier test – LM test). И овој тест ја има истата функција како претходниот, да утврди дали постои сериска корелација меѓу резидуалите. Статистиката на овој тест за временско доцнење h се добива кога се спроведува помошна (англ. auxiliary) регресија помеѓу резидуалите и независните променливи и резидуалите со временско доцнење h . Формулата за LM-статистиката е

$$LM_s = (T-d-0,5) \ln \left(\frac{|\hat{\Sigma}|}{|\hat{\Sigma}_s|} \right)$$

каде што T е бројот на опсервации во VAR моделот, d е објаснет подолу, $\hat{\Sigma}$ е оценката за Σ добиена според методот на најголема веројатност, односно варијансната/коваријансната матрица на резидуалите од VAR моделот, и $\tilde{\Sigma}_s$ е оценката за Σ добиена според методот на најголема веројатност и се однесува на проширениот (англ. augmented) VAR модел.

Ако постојат K равенки во VAR моделот, e_t може да се дефинира да биде вектор на резидуалите со димензија $K \times 1$. Откако ќе се креираат нови K променливи e_1, e_2, \dots, e_k кои ќе ги содржат резидуалите од K равенките, може да се прошири оригиналниот VAR модел со временските доцнења од новите променливи. За секое временско доцнење s се формира проширена регресија во која новите променливи со резидуали имаат s временски доцнења. Доколку постојат вредности кои недостасуваат, истите се заменуваат со нула. $\tilde{\Sigma}_s$ е оценката за Σ добиена според методот на најголема веројатност и се однесува на проширениот VAR модел, додека d е бројот на коефициенти оценети во проширениот VAR модел.

Нултата хипотеза гласи дека непостои автокорелација до временско доцнење h . *LM* статистиката има асимптотски χ^2 распоред со v^2 степени на слобода, каде што v е бројот на променливи во моделот.

Корелограм. Со корелограмот се прикажуваат оценетите резидуали од сите равенки за претходно означен број на временски доцнења. Резидуалите од добар VAR модел не би требало да се соочат со автокорелација.

Тест за нормалност. За тестирање на нормалноста се користи мултиваријационото проширување на тестот на Жарк-Бера за нормалност на резидуалите (англ. Jarque-Bera residual normality test), кој врши споредба на третиот момент - асиметријата и четвртиот момент - сплоснатоста од серијата на резидуалите со третиот и четвртиот момент кај нормалниот распоред. Се пресметува и заеднички тест на Жарк-Бера. Нултата хипотеза гласи дека резидуалите се мултиваријационо нормални, додека алтернативната хипотеза гласи дека резидуалите не се мултиваријационо нормални.

Се препорачува, доколку се отфрли нултата хипотеза, моделот да не се оценува. Тука треба да се каже дека во емпириските истражувања многу често се случува да се отфрли нултата хипотеза поради различни причини: однесување на податоците, краток примерок (среден примерок има околу 150 опсервации), постоење на нетипични вредности (англ. outliers) или постоење на структурни прекршувања. За да се корегира нормалноста на резидуалите во овие случаи се препорачува користење на вештачка (англ. dummy) променлива.

Нека P е матрица за факторизација со големина $k \times k$, така што

$$v_t = Pu_t \sim N(0, I_k)$$

каде што u_t е серија на резидуалите коригирани за нивната средна вредност (англ. demeaned²²). Се дефинираат векторите за третиот и четвртиот момент $m_3 = \sum_t v_t^3 / T$ и $m_4 = \sum_t v_t^4 / T$. Следи

$$\sqrt{T} \begin{bmatrix} m_3 \\ m_4 - 3 \end{bmatrix} \rightarrow N \left(0, \begin{bmatrix} 6I_k & 0 \\ 0 & 24I_k \end{bmatrix} \right)$$

за нултата хипотеза за нормален распоред. Бидејќи секоја компонента е независна, може да се формира χ^2 статистиката со собирање на квадратите од третиот и четвртиот момент.

За спроведување на мултиваријациониот тест треба да се избере метод на факторизација²³ на резидуалите, кој ќе ги направи ортогонални (некорелирани) за тестот.

Тестот на Жарк-Бера гласи

$$T \left\{ \frac{m_3^2}{6} + \frac{(m_4 - 3)^2}{24} \right\}$$

За заедничкиот тест на Жарк-Бера следи

$$\begin{aligned} \lambda_3 &= T m_3' m_3 / 6 \rightarrow \chi^2(k) \\ \lambda_4 &= T (m_4 - 3)' (m_4 - 3) / 24 \rightarrow \chi^2(k) \\ \lambda &= \lambda_3 + \lambda_4 \rightarrow \chi^2(2k) \end{aligned}$$

Збирот на квадратите на третиот и четвртиот момент се означени со λ . Овој коефициент има асимптотски χ^2 .

Тест за хетероскедастичност на Вајт (англ. White heteroscedasticity test). Во статистиката терминот хомоскедастичност се користи кога резидуалната варијанса на променливата во регресиониот модел е константна. За да се тестира константноста на варијансата се поставува нултата хипотеза која вели дека постои хомоскедастичност. Алтернативната хипотеза ја подржува хетероскедастичноста.

Тестот за хетероскедастичност на Вајт е прикажан преку следниот модел и чекори

$$\begin{aligned} Y_t &= \beta_1 + \beta_2 X_{t2} + \beta_3 X_{t3} + u_t \\ \sigma_t^2 &= \alpha_1 + \alpha_2 X_{t2} + \alpha_3 X_{t3} + \alpha_4 X_{t2}^2 + \alpha_5 X_{t3}^2 + \alpha_6 X_{t2} X_{t3} \end{aligned}$$

²² Коригирањето за средната вредност, всушност, значи формирање на нова серија составена од отстапувањата на секоја поединечна опсервација во серијата од средната вредност на истата серија, односно $\hat{y}_i = y_i - \bar{y}$.

²³ Факторизација значи разложување на прости фактори. Методите за факторизација се следните: Колески (англ. Cholesky) – статистиката ќе зависи од начинот на кој се поредени променливите во VAR моделот.

- Инверзен квадратен корен од корелационата матрица на резидуалите – редот на променливите и начинот на кој се искажани нема влијае кај овој тест
- Инверзен квадратен корен од коваријационата матрица на резидуалите – ја има истата предност како и претходниот тест, овој тест е подобар од претходниот.
- Факторизација од структурниот VAR модел – потребно е да се имаат оценетите вредности од структурниот VAR модел.

Најпрво се оценува регресијата $y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{t2} + \beta_3 X_{t3} + u_t$ со методот на обични најмали квадрати за да се добијат оценките коефициенти $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2$ и $\hat{\beta}_3$.

Се пресметуваат резидуалите $\hat{u}_t = y_t - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 X_{t2} - \hat{\beta}_3 X_{t3}$ и се креваат на квадрат.

Резидуалите кренати на квадрат \hat{u}_t^2 се земаат како зависна променлива, додека како независни променливи се земаат константата, $X_{t2}, X_{t3}, X_{t2}^2, X_{t3}^2, X_{t2}X_{t3}$. Оваа регресија се нарекува помошна регресија и кореспондира со равенката $\sigma_t^2 = \alpha_1 + \alpha_2 X_{t2} + \alpha_3 X_{t3} + \alpha_4 X_{t2}^2 + \alpha_5 X_{t3}^2 + \alpha_6 X_{t2}X_{t3}$.

Се пресметува статистика nR^2 , каде што n е големината на примерокот, а R^2 е неприлагодениот коефициент на детерминација од помошната регресија. Оваа статистика се нарекува и статистика на *Лагранжовиот мултипликатор*.

Нултата хипотеза која може да гласи и дека $\alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_5 = \alpha_6 = 0$ се отфрла ако статистиката $nR^2 > \chi_5^2$.

Кај повеќекратната регресија генерализацијата на тестот е следна. Најпрво се спроведува регресија каде што Y е зависна променлива, а бројот на независни променливи зависи од самото истражување. Резидуалите од ова регресија се креваат на квадрат и се добива серијата \hat{u}_t^2 . Се спроведува нова помошна регресија каде резидуалите се зависна променлива, додека независни променливи се оригиналните независни променливи, потоа оригиналните променливи кренати на квадрат како и серии добиени од помножените вредности на секој пар од независни променливи. Се пресметува статистиката nR^2 која има χ^2 распоред и број на степени на слобода еднаков на бројот на регресиони коефициенти од помошната равенка, без константата.

Табела и графикон за авторегресивни корени

Според Wojsik (2012), целта на овој тест е да се потврди дали VAR моделот е стационарен, односно дали сите корени на карактеристичните авторегресивни полиноми имаа апсолутни вредности помали од еден и се наоѓаат во единичниот круг. Овој тест ги пресметува инверзните корени на карактеристичните авторегресивни полиноми. Оценетиот VAR модел е стабилен (стационарен) доколку сите корени имаат модул помал од еден и се наоѓаат во единичниот круг. Ако VAR моделот не е стабилен, одредени резултати (како што стандардните грешки на импулсниот одговор) не се валидни. Ако има корени кои се еднакви на еден, моделот е нестабилен и ефектот од шокот врз некои променливи може да не се намалува со текот на време. Ова се проверува со исцртување на функциите на импулсен одговор.

На исцртаниот графикон ќе има вкупно kp корени, каде што k е бројот на ендогени променливи и p е најголемото временско доцнење.

Тестови за Грејнџерова каузалност

Според Parker (2013) едно од основните максими која секој економетричар или статистичар треба да ја знае вели дека „корелацијата не подразбира условеност (каузалност)“. Корелацијата и коваријансата се симетрични односи на две променливи, $cov(x, z) = cov(z, x)$. Никаков заклучок не може да се донесе за постоење или пак за насоката на каузалноста меѓу x и z од коефициентот на коваријанса. Дури и ако анализата покаже дека постои висок степен на коваријанса, кој не е резултат на случајност, ваквиот однос може да се јави бидејќи x влијае на z , или обратно, бидејќи z го условува x , бидејќи и двете променливи се условуваат меѓусебно, или бидејќи x и z реагираат на некоја трета променлива, без постоење на каузална врска помеѓу нив.

Идејата за Грејнџерова каузалност за прв пат била предложена од Грејнџер во 1969 година со цел да се опишат каузалните односи помеѓу променливите во економските модели. Претходно, економетричарите и економистите каузалната врска ја сметале асиметрична. Каузалните односи се изучуваат бидејќи креаторите на економските политики треба да ги знаат последиците од различни акции кои би ги превземале. На пример, ако се земе врска помеѓу аутпутот и нивото на цените, треба да се знае дали оваа врска ќе постои доколку се преземаат акции за контролирање на аутпутот, потоа дали ќе постои кога ќе се преземат акции за контролирање на цените, или, пак, и во двата случаја (Orcutt, 1952).

Според Brooks (2008) многу е веројатно дека во случај на VAR модел со променливи со многу временски доцнења, ќе биде тешко да се утврди која група на променливи има значајни ефекти на секоја зависна променлива, а која група не. Со цел да се одговори на ова прашање, се спроведуваат тестови каде што се ограничуваат сите временски доцнења на една променлива, а ограничувањето значи поставување на вредностите на временските променливи да бидат еднакви на нула. Ако се земе за пример VAR модел со две променливи и три временски доцнења, тогаш

$$\begin{aligned}y_t &= a_{10} + a_{11}y_{t-1} + a_{12}z_{t-1} + \beta_{11}y_{t-2} + \beta_{12}z_{t-2} + \gamma_{11}y_{t-3} + \gamma_{12}z_{t-3} + e_{1t} \\z_t &= a_{20} + a_{21}y_{t-1} + a_{22}z_{t-1} + \beta_{21}y_{t-2} + \beta_{22}z_{t-2} + \gamma_{21}y_{t-3} + \gamma_{22}z_{t-3} + e_{2t}\end{aligned}$$

Истражувачот може да сака да ги тестира хипотезите и ограничувањата кои доаѓаат со нив (се поставуваат во матрицата на параметри), дадени во табелата 2.5.

Ако се претпостави дека сите променливи во VAR моделот се стационарни, заедничките хипотези можат да се тестираат во рамките на F -тестот, бидејќи секоја индивидуална група на ограничувања вклучува параметри добиени само од една равенка.

Равенките се оценуваат одделно со користење на методот на обични најмали квадрати за да се добие неограничениот збир на квадратите на резидуалите, потоа се поставуваат ограничувањата и моделите повторно се оценети за да се добие ограничениот збир на квадрати на резидуалите. Статистиката на F -тестот ја има вообичаената форма. Така, оценувањето на значајноста на променливите во контекст на VAR модел речиси секој пат се спроведува на основа на заедничките тестови врз сите временски доцнења на одредена променлива во равенката, а многу поретко преку испитување на индивидуалните оценки на параметрите.

Табела 2.5. Приказ на хипотезите и нивните ограничувања

	Хипотеза	Ограничување кое хипотезата го наметнува
1	Временските доцнења на y_t не ја објаснуваат тековната вредност на z_t	$a_{21} = 0$ и $\beta_{21} = 0$ и $\gamma_{21} = 0$
2	Временските доцнења на y_t не ја објаснуваат тековната вредност на y_t	$a_{11} = 0$ и $\beta_{11} = 0$ и $\gamma_{11} = 0$
3	Временските доцнења на z_t не ја објаснуваат тековната вредност на y_t	$a_{12} = 0$ и $\beta_{12} = 0$ и $\gamma_{12} = 0$
4	Временските доцнења на z_t не ја објаснуваат тековната вредност на z_t	$a_{22} = 0$ и $\beta_{22} = 0$ и $\gamma_{22} = 0$

Извор: Brooks (2008)

Претходно опишаните тестови се, всушност, тестови за каузалност. За прв пат овие тестови биле опишани од страна на Granger (1969) и со мала измена од Sims (1972). Тестовите за каузалност сакаат да одговорат на едноставно прашање: „дали промените кај променливата y_t предизвикуваат промени кај променливата z_t ?“. Следи дека доколку y_t влијае на z_t , тогаш временските доцнења на y_t треба да бидат значајни во равенката за z_t . Ако ова е случај, но не и обратно (z_t не влијае на y_t), може да се каже дека y_t ја условува по Грејнџер z_t или дека постои еднонасочна каузалност од y_t кон z_t . Од друга страна, ако z_t ја условува y_t , временските доцнења на z_t треба да бидат значајни во равенката за y_t . Ако и двете групи на временски доцнења се значајни, постои двонасочна каузалност помеѓу променливите. Доколку ниту една група на временски доцнења не е статистички значајна во равенката на другата променлива, тогаш y_t и z_t се независни. Треба да се спомене дека зборот „каузалност“ донекаде е погрешен збор во овој контекст, бидејќи **Грејнџеровата каузалност всушност значи корелација помеѓу тековната вредност на една променлива и минатите вредности на другите променливи**. Таа не значи дека движењето на едната променлива ги условува движењата на другите променливи.

Преку F -тестовите и испитувањето на каузалност ќе се добие информација за тоа која од променливите во моделот има статистички значајно влијание на идните вредности на секоја од променливите во системот. Но F -тестот нема да може да го објасни знакот на врската или колку долго ќе е потребно да настапи ефектот. Тоа значи дека F -тестот нема да открие дали промените во вредноста на дадена променлива имаат позитивен или негативен ефект на другите променливи во системот, или колку долго ќе треба да помине да се пренесе ефектот од променливата во системот. Таа информација може да се добие од импулсните одговори и декомпозицијата на варијансата (Brooks, 2008).

Идејата за Грејнџеровата каузалност вели дека променливата y_t ја условува по Грејнџер (англ. Granger cause) променливата z_t ако променливата z_t може подобро да се предвиди преку минатите вредности (вредностите со временски доцнења) на y_t и z_t отколку само со минатите вредности на z_t . Ова е покажано и со неравенството: ако очекуваната вредност на z_t (при дадени минати вредности за y_t) е различна од безусловната очекувана вредност (англ. unconditional expectation) за z_t , тогаш

$$E(z|z_{t-k}, y_{t-k}) \neq E(z|z_{t-k})$$

Постои и втора дефиниција за каузалноста која вели дека ако

$$\sigma^2(y|u) < \sigma^2(x|\bar{u} - \bar{z})$$

и значи ако варијансата на предвидените вредности на y_t со користење на универзум на информации (англ. universe of information) u е помала од варијансата на предвидените вредности на y_t со користење на сите информации освен променливата z_t , може да се каже дека z_t ја предизвикува y_t , односно се означува $z_t \rightarrow y_t$ (Granger, 1969). Но, подоцна авторот сфатил дека користење на цел универзум на информации не е возможно, па го заменил со сите релевантни информации. Но оваа промена го прави тестирањето повеќе од статистичка процедура бидејќи постои елемент на субјективност – кои информации да се сметаат за релевантни. Уште еден елемент кој треба да се дефинира е повратната спрега. Систем со повратна спрега се јавува ако променливата y_t ја условува по Грејнџер променливата z_t , односно $y_t \Rightarrow z_t$. Сите овие дефиниции претпоставуваат дека се вклучени само стационарни серии, бидејќи наведените дефиниции не можат да се дефинираат со нестационарни временски серии.

Грејнџеровата каузалност има неколку компоненти. Првата е **времето** (англ. temporality) и се базира на принципот дека само минатите вредности на y_t можат да ја условуваат по Грејнџер променливата z_t , бидејќи иднината не може да го предизвика минатото или сегашноста. Ако y_t се појави после z_t , тогаш е јасно дека y_t не може да ја условува променливата $z_t\{z_t\}$. На сличен начин, ако y_t се појави пред z_t тогаш не мора секогаш да значи дека y_t ја предизвикува променливата z_t .

Втората компонента е **егзогеноста**. За променливата y_t да е егзогена спрема променлива z_t , y_t треба да не ја условува по Грејнџер променливата z_t (Sims, 1972). Оваа компонента е потврдена од повеќе автори (Engle, Hendry and Richard, 1983).

Треба да се назначи дека Грејнџеровата каузалност е нешто што е сосема поинакво од тестот за егзогеност. Кај тестот за егзогеност се испитува дали тековните вредности на y_t ги објаснуваат тековните и идните вредности на z_t . Грејнџеровата каузалност пак се однесува само на ефектот на минатите вредности на y_t врз тековните вредности на z_t . Оттука, Грејнџеровата каузалност всушност мери дали тековните и изминатите вредности на y_t придонесуваат во предвидувањето на идните вредности на z_t .

Независноста е третата компонента на Грејнџеровата каузалност бидејќи променливите y_t и z_t се независни една од друга доколку меѓусебно не се условуваат по Грејнџер.

Последната компонента на Грејнџеровата каузалност е асиметријата. Ако променливата y_t ја условува по Грејнџер променливата z_t , тогаш промените кај z_t нема да имаат влијание на идните вредности на y_t .

При тестирање за Грејнџерова каузалност, моделите треба да бидат целосно определени (англ. fully specified). Ако моделот не е определен, може да се јават лажни (англ. spurious) односи и покрај фактот дека всушност не постојат односи меѓу променливите. Уште една ситуација треба да се има предвид, а тоа е дека сите променливи во економијата се под влијание на некој немоделиран фактор, како што е финансиска криза, војна, временска непогода, и ако реакциите на променливите се распоредени низ исти периоди, тогаш ќе се појави Грејнџеровата условеност, иако е јасно дека реалната условеност е многу различна.

Тестот на Грејнџер е многу корисна алатка која им дозволува на економетричарите да спроведуваат тестирање за насоката на Грејнџеровата каузалност, како и за нејзиното присуство. Следејќи ја дефиницијата за Грејнџеровата каузалност, тестот на Грејнџер спроведува регресија каде што секоја променлива е зависна, и тоа, од своите временски доцнења и од временските доцнења на другите независни променливи.

За полесно претставување на тестот на Грејнџер ќе се прикаже случај на VAR модел со две променливи. Мултиваријациони тестови се вообичаени кога станува збор за VAR моделите.

Ако во регресија каде што зависна променлива е z_t , независни променливи се временските доцнења на y_t и z_t , коефициентите на y_t се еднакви на нула, тогаш y_t не ја условува по Грејнџер променливата $\{z_t\}$. Се разгледува следниот регресионен модел

$$z_t = \sum_{j=1}^m \alpha_j z_{t-j} + \sum_{i=1}^n \beta_i y_{t-i} + D_t + \varepsilon_t$$

каде што D_t се однесува на делот кој ги содржи вредностите кои се веќе одредени (англ. deterministic), ε_t е случајната грешка, α_j е коефициент на вредностите со временски доцнења на z_t , и β_j е коефициент на вредностите со временски доцнења на y_t . Се започнува со едно временско доцнење наместо со поставување на $j = i = 0$, бидејќи не се вклучува моменталната каузалност во моделот. Моментална каузалност е случај кога промените во z_t и y_t се јавуваат во исто време и се корелирани. Доколку $\beta_i = 0$ (за $i = 1, 2, \dots, n$), тогаш y_t не ја условува по Грејнџер променливата z_t .

Поедноставено кажано, нека се y_t и z_t стационарни временски серии. За да се тестира нултата хипотеза дека y_t не ја условува по Грејнџер променливата z_t , треба да се изнајдат соодветните временски доцнења на z_t кои ќе се вклучат во авторегресивната равенка со една променлива за z_t

$$z_t = a_0 + a_1 z_{t-1} + a_2 z_{t-2} + \dots + a_p z_{t-p} + \varepsilon_t$$

Следно, авторегресивната равенка се проширува со вклучување на временски доцнења за y_t

$$z_t = a_0 + a_1 z_{t-1} + a_2 z_{t-2} + \dots + a_p z_{t-p} + b_1 y_{t-1} + \dots + b_q y_{t-q} + \varepsilon_t$$

Во оваа равенка остануваат сите временски доцнења на y_t кои се индивидуално значајни според нивната t -статистика, под услов дека тие заеднички ја зголемуваат објаснувачката моќ на регресијата според F -тестот (нултата хипотеза кај овој тест гласи дека не се зголемува објаснувачката моќ на регресијата). Во равенката p е најкраткото, додека пак q е најдолгото временско доцнење за кое временското доцнење на y_t е значајно. Нултата хипотеза дека y_t не ја условува по Грејнџер променливата z_t не се отфрла само и само ако временските доцнења на y_t остануваат во регресионата равенка.

За да се донесе оваа одлука за постојење на каузалност по Грејнџер треба да се спроведе стандардниот Валдов F -тест со цел да се испита нултата хипотеза за некаузалност $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_n = 0$. Кај F -тестот, неограничениот модел ќе вклучи вредности со временски доцнења од другата променлива, додека, пак, кај неограничениот модел ќе ги вклучи вредностите со временски доцнења само на зависната променлива. Нултата хипотеза може да се формулира и дека параметрите за сите временски доцнења на y_t се еднакви на нула и со тоа y_t не ја условува по Грејнџер променливата y_t . **Добра основа за изработка на успешен VAR модел е отфрлањето на нултата хипотеза во поголемиот број случаи.** Иако, кажано генерално, дури и да се отфрли хипотезата кај некоја равенка, y_t може да влијае на променливата z_t индиректно преку другите равенки во системот.

Во VAR модел со две променливи, можни се четири исходи од тестирањето: непостоење на условеност по Грејнџер, еднонасочна условеност по Грејнџер, во двете насоки, и двонасочна условеност по Грејнџер, односно повратна спрега.

Ефективноста на Грејнџеровиот тест се мери со минимизирање на средната грешка (англ. mean square error) на предвидувањето

$$\min E([z_{t+k} - \hat{z}_{t+k}])^2$$

каде што \hat{z}_{t+k} е независна променлива на зависнат променлива z_{t+k} .

Статистиката на F -тестот се пресметува по следната формула

$$F = \frac{RRSS - URSS}{URSS} \left(\frac{T - k}{q} \right)$$

каде што $RRSS$ е збирот на квадратите на резидуалите на ограничениот модел, $URSS$ е збирот на квадратите на резидуалите на неограничениот модел, T е големината на примерокот, k е бројот на временските доцнења и q бројот на ограничувања. Ограничениот модел во овој случај значи дека дека одредени вредности со временски доцнења кај независните променливи се поставени да бидат еднакви на нула. Тоа би значело дека

$$\beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_n = 0$$

Табела 2.6. Можни исходи од тестот за Грејнџерова каузалност

z_t ↓	y_t →	Се прифаќа $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_n = 0$	Се отфрла $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_n = 0$
Се прифаќа $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_n = 0$	$y_t \not\Rightarrow z_t$ $z_t \not\Rightarrow y_t$ (нема каузалност по Грејнџер)	$y_t \not\Rightarrow z_t$ $z_t \Rightarrow y_t$ (z_t ја условува по Грејнџер y_t)	
Се отфрла $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_n = 0$	$y_t \Rightarrow z_t$ $z_t \not\Rightarrow y_t$ (y_t ја условува по Грејнџер z_t)	$y_t \Rightarrow z_t$ $z_t \Rightarrow y_t$ (двонасочна условеност по Грејнџер)	

Извор: Parker (2013)

За да се постават овие вредности на нула се спроведува Валдовиот тест за ограничување на коефициентите.

Равенката за ограничениот модел би била

$$z_t = \sum_{j=1}^m \alpha_j z_{t-j} + D_t + \varepsilon_t$$

Ова се прави со цел да се утврди дали независната променлива ја условува по Грејнџер зависната променлива. Доколку се покаже дека ова тврдење е точно, се потврдува

Грејнџерова каузалност во една насока. За да се спроведе тестот за Грејнџерова каузалност во обратна насока, зависната променлива станува независна, и обратно. Во софтверските пакети овие пресметки се автоматизирани.

Тестот за Грејнџерова каузалност е посебно осетлив на бројот на временските доцнења, и затоа треба да се бира разумен број на временски доцнења. На пример, при месечни податоци, разумно е да се користат од 1 до 12 или 24 временски доцнења, за квартални податоци се користат од 1 до 4, 8 или 12 временски доцнења, додека за годишни податоци временските доцнења треба да бидат помали. За различни временски доцнења се добиваат различни вредности на тестот. Вклучувањето на дополнителни променливи исто така може да влијае на добиените резултати, па така треба да се знае дека постојат повеќе начини во спроведувањето на Грејнџеровиот тест за каузалности, и ниту еден резултат не е дефинитивен.

Оценка на параметрите

Во делот за оценка на параметрите се говори на кратко за методот кој се користи при оценување на равенките кај VAR моделот, како и за идентификацијата кај VAR моделот.

Оценка на параметрите со методот на најмали квадрати

Според Mladenović i Nojković (2008), изборот на методот на оценување зависи од видот на идентификуваната равенка и нејзините статистички својства. Суштински, се користи методот на обични најмали квадрати, кој бара одредени модификации доколку стохастичкиот дел на моделот не ги задоволува претпоставките на класичниот линеарен регресионен модел. Традиционалниот пристап на моделирање се засновува на трансформација на појдовниот модел така што стандардните претпоставки при примена на методот на најмали квадрати се задоволени. На овој начин не се посветува доволно внимание на клучните причини за нивно неисполнување, туку само за тоа како тие да се елиминираат. Отстапувањето од стандардните претпоставки најчесто е последица на погрешна спецификација на моделот, односно недоволна усогласеност на моделот со податоците.

VAR моделот е модел кој е едноставен за оценување. И покрај тоа што системот на равенки може да биде значително долг, всушност, станува збор за навидум неповрзан регресионен модел со идентични независни променливи. Во таков систем, равенките треба да се оценат посебно со користење на методот на обични најмали квадрати (англ. ordinary least squares). Имајќи предвид дека VAR моделите се составени од голем број оценети параметри, основната цел во VAR моделирањето е пресметување на точни краткорочни предвидувања со

отстранување на сите незначајни оценети параметри од моделот. Се вели краткорочни бидејќи **VAR моделот се користи за серии кои се меѓусебно условени на краток рок. За серии кои се условени долгорочно се користи векторскиот модел со корекција на грешка.**

Се разгледува следната мултиваријациона генерализација на авторегресивниот процес:

$$x_t = A_0 + A_1x_{t-1} + A_2x_{t-2} + \dots + A_px_{t-p} + e_t$$

каде што:

x_t = вектор со димензија $(n \cdot 1)$ кој ги содржи сите n променливи вклучени во VAR моделот со димензија $(n \cdot 1)$,

A_0 = вектор на отсецоци (англ. intercept terms) со димензија $(n \cdot 1)$,

A_i = матрица на коефициенти со димензија $(n \cdot n)$,

e_t = вектори на случајните грешки со димензија $(n \cdot 1)$.

Методологијата на Симс, освен утврдувањето на тоа кои променливи да се вклучат во VAR моделот и одредувањето на должината на временските доцнења, вклучува и други чекори. Променливите кои се вклучуваат во VAR моделот се избираат врз основа на важечки економски модел. Тестовите за должината на временските доцнења (ќе бидат објаснети подоцна) вршат избор на соодветна должина на временските доцнења. Освен овие чекори, не се прават други напори да се намали бројот на оценети параметри. Матрицата A_0 содржи n параметри и секоја матрица A_i содржи n^2 параметри. Оттука, бројот на параметри кои треба да се оценат изнесува $n + pn^2$. Со тоа VAR моделот ќе содржи премногу параметри, и голем дел од нив ќе бидат статистички незначајни. И покрај тоа, целта е да се пронајдат важни односи кои постојат меѓу променливите. Неправилно наметнување на нула ограничувања може да донесе до губење на важни информации. Исто така, постои голема веројатност за висока колинеарност на независните променливи така што t -тестовите на индивидуалните коефициенти не се сигурни насоки за намалување на параметрите на моделот (Enders 2010).

Треба да се назначи дека десната страна од равенката ги содржи само предодредените променливи и се претпоставува дека случајните грешки се сериски некорелирани, со константна варијанса. Со тоа, како што е и кажано претходно, **секоја равенка во системот може да се оцени со користење на методот на обични најмали квадрати.** Оценките добиени со овој метод се конзистентни и асимптотски ефикасни. И покрај тоа што грешките се корелирани низ различните равенки, навидум неповрзаните регресији не ја зголемуваат ефикасноста на постапката за оценување бидејќи сите регресији на својата десна страна имаат исти променливи.

Кај VAR моделите се поставува и прашањето дали променливите кои тука се вклучуваат треба да бидат стационарни или не. Sims (1980) и Sims, Stock, and Watson (1990) препорачуваат да не се врши диференцирање дури и кога променливите имаат единечен корен. Тие велат дека целта на VAR анализата е да се утврдат меѓузависностите на променливите, а не да се утврдуваат и толкуваат оценетите параметри. Основниот аргумент кој тие го користат против диференцирањето е следниот: „со диференцирањето се исфрлува информацијата која што се однесува на меѓусебните движења (англ. comovements) на податоците, како што е коинтеграцијата“. На сличен начин се водат и дискусии за тоа да не се врши отстранување на трендот на податоците (англ. detrending). Во VAR моделот, променлива со тренд може добро да биде прикажана и преку единечен корен со насока (англ. drift). И покрај тоа, мислењето на мнозинството е дека формата на променливите во VAR моделот треба да го имитира вистинскиот процес на генерирање на податоци. Ова е точно доколку целта е оценување на структурен модел. Во сегашниот текст се претпоставува дека сите променливи се стационарни.

Вреднувањето на добиените оценки има за цел да ја провери нивната конзистентност од економски и од економетриски аспект. Економските критериуми се однесуваат на големината и знакот на параметарот. Економетриското вреднување подразбира проверка на квалитетот на оценетиот модел и негова конзистентност со податоците. Добиените оценки треба да ги задоволат и економските и економетриските критериуми, бидејќи нивната усогласеност со основите на економската теорија има смисла единствено ако се и статистички значајни (Mladenović i Nojković, 2008).

Идентификација

Поимот на идентификуваност на равенките на системот значи дека дадената равенка поседува единствена форма во смисла дека не може да се добие со која било алгебарска трансформација на друга равенка или, пак, со комбинација од преостанатите равенки. Формално, проверката на идентификацијата се сведува на анализа на ограничувањата кои се наметнуваат на одредени параметри.

Параметрите кои имаат поставени ограничувања се изоставуваат од равенките. Оваа постапка е најчесто произволна. Со нив се постигнува само **единственост на формата (идентификуваност)**, но при тоа не се води сметка за статистичките својства на моделот, што е недостаток (Mladenović i Nojković, 2008).

Идентификација на структурни шокови во VAR системот

Според Parker (2013), доколку две променливи се поврзани со динамички однос во VAR системот, постои веројатност тие да имаат и одредена тековна поврзаност. Таа поврзаност би се одразила во корелацијата кај случајните грешки e_t бидејќи не постои друго место во равенките каде што оваа поврзаност би можела да се прикаже. Природно е да се размислува за VAR системот како упростена форма на структурен модел во кој тековните ефекти помеѓу променливите се „отстранети“.

Се разгледува прост структурен модел со две равенки во кои z_t влијае на y_t за тековниот период, но y_t нема таков ефект врз z_t .

Се претпоставува дека променливите y_t и z_t се развиваат низ времето според структурниот модел (систем)

$$z_t = \tau_0 + \tau_1 z_{t-1} + \theta_1 y_{t-1} + \varepsilon_{2t}$$

$$y_t = \rho_0 + \rho_1 y_{t-1} + \delta_0 z_t + \delta_1 z_{t-1} + \varepsilon_{1t}$$

каде што грешките ε се егзогени шокови на бел шум на y_t и z_t кои се ортогонални (некорелирани) меѓусебно: $var(\varepsilon_{2t}) = \sigma_z^2$, $var(\varepsilon_{1t}) = \sigma_y^2$ и $cov(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}) = 0$. Шоките ε се промените во променливите кои доаѓаат надвор од VAR системот. Бидејќи се претпоставува дека променливите се егзогени, може да се измери ефектот на егзогената промена кај z_t на патот на y_t и z_t , преку следење на динамичниот маргинален ефект на ε_{2t} , на пример $\partial y_{t+s} / \partial \varepsilon_{2t}$. Ова е основната разлика помеѓу случајните грешки во VAR моделот, e_t , и егзогените структурни шокови ε_t - во зависност од тоа какви претпоставки за идентификација се поставуваат, промената во случајната грешка e_t не може генерално да се интерпретира како егзоген шок на една променлива.

Се претпоставува дека y_t и z_t се стационарни и ергодични, што истовремено наметнува ограничувања на автогресивните коефициенти на моделот.

Првата равенка од наведениот систем, $z_t = \tau_0 + \tau_1 z_{t-1} + \theta_1 y_{t-1} + \varepsilon_{2t}$, веќе ја има формата на VAR равенка. Таа ја изразува тековната вредност на z_t како функција на сопствените вредности со временски доцнења и временските доцнења на променливата y_t . Ако се реши претходниот систем, односно ќе се изврши замена за вредностите на z_t од првата равенка во втората равенка

$$\begin{aligned} y_t &= \rho_0 + \rho_1 y_{t-1} + \delta_0 (\tau_0 + \tau_1 z_{t-1} + \theta_1 y_{t-1} + \varepsilon_{2t}) + \delta_1 z_{t-1} + \varepsilon_{1t} \\ &= (\rho_0 + \delta_0 \tau_0) + (\rho_1 + \delta_0 \theta_1) y_{t-1} + (\delta_1 + \delta_0 \tau_1) z_{t-1} + (\varepsilon_{1t} + \delta_0 \varepsilon_{2t}) \end{aligned}$$

ќе се добие равенка во форма на VAR равенка. Така може да се запише VAR системот во упростена форма (англ. reduced form system)

$$y_t = a_{10} + a_{11} y_{t-1} + a_{12} z_{t-1} + e_{1t}$$

$$z_t = a_{20} + a_{21} y_{t-1} + a_{22} z_{t-1} + e_{2t}$$

со замените

$$\begin{aligned} a_{10} &= \rho_0 + \delta_0 \tau_0 & a_{20} &= \tau_0 \\ a_{12} &= \rho_1 + \delta_0 \theta_1 & a_{21} &= \theta_1 \\ a_{11} &= \delta_1 + \delta_0 \tau_1 & a_{22} &= \tau_1 \\ e_{1t} &= \varepsilon_{1t} + \delta_0 \varepsilon_{2t} & e_{2t} &= \varepsilon_{2t} \end{aligned}$$

Со претпоставката за распоредот на егзогените шокови ε_t , можат да се утврдат варијансите и коваријансата на случајните грешки e_t во VAR системот како

$$\begin{aligned} \text{var}(e_{2t}) &= \sigma_x^2 \\ \text{var}(e_{1t}) &= \sigma_y^2 + \delta_0^2 \sigma_x^2 \\ \text{cov}(e_{2t}, e_{1t}) &= E(e_{2t} e_{1t}) = E[\varepsilon_{2t}(\varepsilon_{1t} + \delta_0 \varepsilon_{2t})] = \delta_0 \sigma_x^2 \end{aligned}$$

Следи да се разгледа што може да се оцени со користење на VAR системот и до која мера добиените оценки дозволуваат да се добијат оценките на параметрите во структурниот систем. При оценување на коефициентите, се оценуваат шест a коефициенти од VAR системот и седум структурни коефициенти од структурниот систем. Во оваа фаза ова изгледа како песимистички почеток на задачата за идентификација. Но, со користење на резидуалите од VAR моделот можат да се оценат варијансите и коваријансата на случајните грешки e_t : $\widehat{\text{var}}(e_{2t})$, $\widehat{\text{var}}(e_{1t})$ и $\widehat{\text{cov}}(e_{2t}, e_{1t})$. Условите за $\text{var}(e_{2t})$, $\text{var}(e_{1t})$ и $\text{cov}(e_{2t}, e_{1t})$ прикажани претходно дозволуваат да се оценат трите параметри - σ_x^2 , σ_y^2 и δ_0 - од трите оценети варијанси и коваријанса

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_x^2 &= \widehat{\text{var}}(e_{2t}) \\ \hat{\delta}_0 &= \frac{\widehat{\text{cov}}(e_{2t}, e_{1t})}{\widehat{\text{var}}(e_{2t})} \\ \hat{\sigma}_y^2 &= \widehat{\text{var}}(e_{1t}) - \hat{\delta}_0^2 \widehat{\text{var}}(e_{2t}) \end{aligned}$$

Со оценката на $\hat{\delta}_0$ од формулата за коваријанса, сега веќе може да се искористат шесте a коефициенти за да се оценат останатите шест структурни коефициенти со користење на замените за a наведени претходно. Сега системот е идентификуван.

Се поставува прашањето како да се оствари идентификација преку овој коваријационен метод на „споредна врата“. Најпрво, да се разгледа зошто e_{2t} и e_{1t} , кои се иновации на z_t и y_t кои не можат да се предвидат од нивните минати вредности, може да бидат корелирани. Во општ модел тие може да се корелирани бидејќи (1) z_t има ефект врз y_t , (2) y_t има ефект врз z_t или (3) егзогените структурни шокови на z_t и y_t , ε_{2t} и ε_{1t} , се корелирани меѓусебно. оценките добиени со VAR моделот не овозможуваат метод кој прави разлика меѓу овие три извора на корелација, така што ако се исклучат два извора на корелација, може да се постигне идентификација. Во структурниот модел наведен на почетокот, по претпоставка се исклучени изворите на корелација 2 и 3, односно значи дека y_t нема ефект врз z_t и егзогените

шокови на z_t и y_t се ортогонални. Со тоа, коваријансата меѓу e_{2t} и e_{1t} се интерпретира како израз на истовремениот ефект врз z_t и y_t . Ова овозможува да се идентификува коефициентот кој го мери овој ефект - δ_0 во структурниот модел – базиран на $cov(e_{2t}, e_{1t})$ како што е направено во равенката $\hat{\delta}_0 = \frac{cov(e_{2t}, e_{1t})}{var(e_{2t})}$.

Претпоставката за идентификување овозможува и да се реконструираат оценките на егзогените структурни шокови ε_t , со помош на резидуалите од VAR моделот

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{2t} &= \hat{e}_{2t} \\ \hat{\varepsilon}_{1t} &= \hat{e}_{1t} - \hat{\delta}_0 \hat{e}_{2t}\end{aligned}$$

Со ова јасно се става до знаење дека резидуалот од VAR моделот за променливата z_t се интерпретира како егзоген, структурен шок на z_t . За да се добие структурниот шок за y_t , се одзема \hat{e}_{1t} од $\hat{\delta}_0 \hat{e}_{2t} = \hat{\delta}_0 \hat{\varepsilon}_{1t}$, кој се должи на ефектот кој шокот од z_t го предизвикува на y_t . Од економетриска гледна точка, може да се направи и обратната претпоставка, ако се претпостави дека y_t влијае на z_t , а не обратно, со што \hat{e}_{1t} ќе се интерпретира како $\hat{\varepsilon}_{1t}$ и ќе се пресмета $\hat{\varepsilon}_{2t}$ како дел од \hat{e}_{2t} кој не е објаснет со \hat{e}_{1t} . Изборот за тоа која претпоставка ќе се користи мора да се направи врз основа на теоретско познавање, на пример, која променлива е поверојатно да биде егзогена во тековниот период. Различни резултати можат да се добијат во зависност од тоа која претпоставка за идентификување може да се избере. Во случај да не постои јасен избор, се препорачува да се испита дали резултатите остануваат исти при различни избори.

Идентификацијата на структурните шокови е неопходна ако се сака да се оценат ефектите врз динамичкото движење на сите променливи во системот, кои се предизвикани од егзогениот шок кој се јавува кај една променлива. Тие се нарекуваат функции на импулсен одговор и за нив подетално се говори во делот кој следи.

Во прикажаниот пример, шоките беа идентификувани на тој начин што се ограничија истовремените ефекти меѓу променливите. Со само две променливи, постојат два можни избори: (1) претпоставката дека z_t веднаш влијае на y_t , но y_t не влијае веднаш на z_t или (2) спротивната претпоставка, дека y_t веднаш влијае на z_t , но z_t не влијае веднаш на y_t , освен со временско доцнење. На изборот меѓу овие алтернативи се гледа како на подредување на променливите, така што променливите кои се подредени повисоко имаат моментални ефекти на променливите кои се подредени пониско, но пониско подредените променливи влијаат на оние променливи над нив, само со временско доцнење.

Ова подредување или ортогонализација е стратегија на идентификување која се проширува директно до VAR системите кои имаат повеќе од две променливи. Во VAR системот на Симс, шесте променливи се подредени на следниот начин: понуда на пари, реален оутпут,

невработеност, плати, цени и цени на увозот. Со ова подредување, Симс наметнал низа ограничувања за идентификација кои се однесувале на истовремените ефекти на шоките врз променливите во системот. Шокот кај понудата на пари, бидејќи оваа променлива е највисоко на листата, може да влијае на сите променливи во системот, во тековниот период. Шокот кај реалниот аутпут влијае на сите променливи, моментално, освен кај понудата на пари, бидејќи оваа променлива е над него на листата. Последната променлива, цените на увозот, се претпоставува дека нема истовремен ефект на која било друга променлива во системот.

Иако идентификацијата со подредување сеуште сè користи, и други ограничувања наоѓаат улога во истражувањата.

Откако ќе се идентификуваат структурните шокови кај секоја променлива во VAR моделот, се спроведуваат две анализи. Целта на овие анализи е да се објасни како секој шок влијае на динамичкиот пат на сите променливи во системот. Функцијата на импулсен одговор ги мери динамичките маргинални ефекти на секој шок врз сите променливи низ времето. Разложувањето на варијансата испитува колку е значаен секој шок, разгледуван како компонента на целокупната (непредвидлива) варијанса за секоја променлива низ времето. За да се пресметаат овие анализа неопходно е да се постават претпоставки за идентификација. Различни претпоставки даваат различни заклучоци.

Функција на импулсен одговор

Според Mladenović i Nojković формулацијата која претпоставува дека една променлива е функција на сопствените и претходните вредности на останатите променливи може да се трансформира така што дадената променлива да биде функција на тековни и претходни вредности на случајните компоненти на сите променливи во моделот (векторска форма на подвижни просеци). Оценките од оваа случајна компонента ја чинат **функцијата на импулсен одговор** (англ. impulse response function) во смисла дека ја покажуваат реакцијата на дадената променлива низ текот на времето на неочекуваната промена на случајната компонента на друга избрана променлива. На пример, може да се процени ефектот на неантиципираниот пораст на понудата на пари врз движењето на цените, девизниот курс и производството. Со тоа можат да се анализираат ефектите на економската политика.

Функцијата на импулсен одговор и разложувањето на варијансата заедно се нарекуваат преглед на иновациите (англ. innovation accounting) и се посебно корисни при изучувањето на односите помеѓу економските променливи. Функцијата на импулсен одговор се користи кога се сака да се утврди временското движење на ефектот кој го предизвикуваат структурните шокови врз зависните променливи во моделот.

За изучување на динамичките својства (англ. dynamic properties) на оценетиот VAR модел, се анализираат одговорите кои системот ги дава на одредени иницијални шокови, кои пак можат да се анализираат со две техники, техника на разложување на варијансата (англ. variance decomposition) и функциите на импулсен одговор.

Дефиницијата за функцијата на импулсен одговор гласи дека оваа функција го лоцира ефектот врз тековните и идните вредности на ендегените променливи кој е предизвикан од едновремениот шок кој настанува кај еден резидуал или иновација (англ. innovation).

Функцијата на импулсен одговор подобро се објаснува на следниот начин. VAR моделот кој ја има следната форма

$$x_t = \mu + A_1 x_{t-1} + A_2 x_{t-2} + e_t$$

може да се запише и во проширена форма

$$\begin{bmatrix} x_t \\ x_{t-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{t-1} \\ x_{t-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_t \\ 0 \end{bmatrix}$$

и претставува VAR модел од прв ред. Динамичките својства може да се проучуваат и во двете форми на моделот, но со втората форма е поедноставно.

Во моделот

$$x_t = \mu + A x_{t-1} + e_t$$

динамичката стабилност се добива ако карактеристичните корени на A имаат модул помал од еден.

Под претпоставка дека системот на равенки е стабилен, рамнотежата се добива кога е пресметана крајната форма на системот. Овој чекор подразбира дека се повторува постапката со различни вредности, или пак едноставно со користење на операторот на временско доцнење L , со што се добива

$$x_t = \mu + A(L)x_t + e_t$$

или

$$[1 - A(L)]x_t = \mu + e_t$$

Со условот за стабилност се добива

$$\begin{aligned} x_t &= [1 - A(L)]^{-1}(\mu + e_t) \\ &= (1 - A)^{-1}\mu + \sum_{i=0}^{\infty} A^i e_{t-1} \\ &= \bar{x} + \sum_{i=0}^{\infty} A^i e_{t-1} \\ &= \bar{x} + e_t + A e_{t-1} + A^2 e_{t-2} + \dots \end{aligned}$$

Коефициентите во степените на матрицата A се мултипликатори во системот. Се спроведува експеримент во кој се набљудува како се нарушува системот кој се наоѓал во

состојба на рамнотежа подолг период. Се претпоставува дека e е еднаков на нула доволно долго да x постигне рамнотежа, односно \bar{x} . Шокот на системот се врши на тој начин што се менува една од вредностите на e за само еден временски период, и повторно се враќа на вредност нула. Со тоа x_{mt} ќе се оддалечи и повторно ќе се врати во рамнотежна состојба. Патот по кој променливите се враќаат во рамнотежна состојба се нарекува импулсен одговор на векторската авторегресија.

Во авторегресивната форма на моделот може да се идентификува секоја иновација (англ. innovation), e_{mt} , преку одредена променлива во x_t , на пример со x_{mt} . Во тој случај се разгледува ефектот на едновремениот шок врз системот de_{mt} . Споредено со рамнотежната состојба, во тековниот период се добива

$$x_{mt} - \bar{x}_m = de_{mt} = \phi_{mm}(0)de_t$$

за еден период подоцна се добива

$$x_{m,t+1} - \bar{x}_m = (A)_{mm}de_{mt} = \phi_{mm}(1)de_t$$

два периода подоцна

$$x_{m,t+2} - \bar{x}_m = (A^2)_{mm}de_{mt} = \phi_{mm}(2)de_t$$

и така натаму. Функцијата $\phi_{mm}(i)$ ги дава карактеристиките на импулсниот одговор на променливата x_m кон иновациите e_m . Коефициентите на функцијата $\phi_{mm}(i)$ се нарекуваат мултипликатори на шокот (ефектот). На пример, коефициентот $\phi_{12}(0)$ е моменталниот ефект предизвикан од промената за една единица во резидуалите врз една од променливите во системот.

Корисен начин да се окарактеризира еден систем е функциите на импулсен одговор да се прикажат графички. Преку графичкиот приказ лесно се согледува однесувањето на променливите при влијание на различни шокови. Се разгледува ефектот кој едновремената иновација од e_m го има врз променливата m . Може да се испитува и ефектот кој едновремената иновација од e_l го има врз променливата m . Функцијата на импулсен одговор ќе биде

$$\phi_{ml}(i) = \text{element}(m, l) \text{ во } A^i$$

Точкестата оценка на $\phi_{ml}(i)$ добиена со оценетите параметри на моделот е многу јасна и директно се добива. Интервалите на доверба се покомплицирани бидејќи оценетите функции $\hat{\phi}_{ml}(i, \hat{\beta})$ се изразито нелинеарни во оригиналните оценки на параметрите. Делта-методот се покажува како незадоволителен за добивање на интервалите на доверба. Killian (1998) презентирал резултати кои го предлагаат bootstrapping методот²⁴ како попродуктивен пристап до статистичкото заклучување кај функциите на импулсен одговор.

²⁴ Во статистиката овој метод се користи за доделување на мерки на точност на добиените оценки.

Според Brooks (2008), импулсниот одговор ги следи реакциите на зависните променливи во VAR моделот на шоковите посебно во секоја променлива. Така, за секоја променлива од секоја равенка посебно, единечен шок (англ. unit shock) се применува на грешката, и се следат ефектите врз VAR системот низ текот на времето. Така, ако има n променливи во системот, се генерираат n^2 импулсни одговори. Во практиката ова се постигнува со изразување на VAR моделот во форма на VMA модел, односно векторскиот авторегресивен модел се запишува како векторски подвижен просек. Ако системот е стабилен, со текот на времето шокот ќе се намалува и на крај ќе исчезне.

За да се илустрира како дејствува импулсниот одговор, се разгледува VAR модел со две променливи и едно временско доцнење

$$y_t = A_1 y_{t-1} + e_t$$

каде што

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 \\ 0,0 & 0,2 \end{bmatrix}$$

VAR моделот може да се запише и со користење на елементите од матриците и векторите како

$$\begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 \\ 0,0 & 0,2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ z_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{bmatrix}$$

Се разгледува ефектот за периодот $t = 0, 1, \dots$, на единечниот шок врз y_t за период $t = 1$

$$y_0 = \begin{bmatrix} e_{10} \\ e_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$y_1 = A_1 y_0 = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 \\ 0,0 & 0,2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$y_2 = A_1 y_1 = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 \\ 0,0 & 0,2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,25 \\ 0 \end{bmatrix}$$

и така натаму. Можно е и графички да се претстават функциите на импулсниот одговор за променливите y_t и z_t за единечен шок во y_t . Може да се забележи дека ефектот врз z_t е постојано нула, бидејќи променливата y_{t-1} има коефициент нула во равенката за z_t .

Следно, се разгледува ефектот на единечниот шок врз z_t за период $t = 1$

$$y_0 = \begin{bmatrix} e_{10} \\ e_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$y_1 = A_1 y_0 = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 \\ 0,0 & 0,2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,2 \end{bmatrix}$$

$$y_2 = A_1 y_1 = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 \\ 0,0 & 0,2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,21 \\ 0,04 \end{bmatrix}$$

и така натаму. Иако е многу лесно да се види какви ќе бидат ефектите на шоковите во ваков едноставен VAR модел, истите принципи ќе важат и во VAR модел со многу повеќе равенки или временски доцнења, каде што е многу потешко со голо око да се воочат интеракциите помеѓу равенките.

Разложување на варијансата

Со VAR моделот не се опишуваат тековните влијанија на променливите. Доколку постојат, тие се опфатени со делот на моделот кој не ги објаснува систематските влијанија – резидуалите. Тековните односи можат да се разгледуваат преку корелационата структура на резидуалите, кои збирно се претставени со коваријационата матрица на резидуалите. Врз основа на оваа матрица и векторските форми на подвижните средини може да се заклучи колку во вкупниот варијабилитет од неочекуваната промена на една променлива учествува варијабилитетот на останатите променливи. Исто така може да се следи промената на нивното релативно учество низ текот на времето. На овој начин посредно се заклучува какви се структурните односи во дадениот економски систем (Mladenović i Nojković, 2008: 87).

Наједноставно речено, разложувањето на варијансата (англ. variance decomposition) кажува колку од настаната промена во променливата се должи на својот шок, а колку се должи на шоките кај другите променливи. Имено, како што расте ефектот на променливите со временските доцнења така процентот на ефектот на шоките кај другите променливи е сè поголем. По дефиниција, со разложувањето на варијансата се разделува варијацијата од ендогената променлива на компонентни шокови. Со постапката на разделување на варијансата всушност се мери процентуалниот дел кој го зазема секој посебен шок.

Според Enders (2010), и покрај тоа што неограничениот VAR модел најверојатно ќе содржи премногу параметри, разбирањето на својствата на грешките во предвидувањето (англ. forecast errors) е од посебна помош во откривањето на меѓусебните релации помеѓу променливите во системот. Се претпоставува дека се познати коефициентите A_0 и A_1 и се сака да се предвидат разните вредности кои x_{t+1} би ги заземала зависно од вредноста x_t . Со изразување на равенката $x_t = A_0 + A_1x_{t-1} + e_t$ за еден период понапред, односно $x_{t+1} = A_0 + A_1x_t + e_{t+1}$ и со вклучување на условното очекување (англ. conditional expectation) на x_{t+1} , се добива

$$E_t x_{t+1} = A_0 + A_1 x_t$$

Да се назначи дека грешката во предвидувањето за еден иден период изнесува $x_{t+1} - E_t x_{t+1} = e_{t+1}$. На сличен начин, за два идни периода се добива

$$\begin{aligned} x_{t+2} &= A_0 + A_1 x_{t+1} + e_{t+2} \\ &= A_0 + A_1(A_0 + A_1 x_t + e_{t+1}) + e_{t+2} \end{aligned}$$

Со вклучување на условните очекувања, предвидената вредност на x_{t+2} за два идни периода изнесува

$$E_t x_{t+2} = (I + A_1)A_0 + A_1^2 x_t$$

Грешката во предвидувањето (разликата помеѓу реализираната и предвидената вредност на x_{t+2}) изнесува $e_{t+2} + A_1 e_{t+1}$. Во општ случај, предвидувањето за n -периоди може да се искаже во следната равенка

$$E_t x_{t+n} = (I + A_1 + A_1^2 + \dots + A_1^{n-1})A_0 + A_1^n x_t$$

и соодветната грешка во предвидувањето

$$e_{t+n} + A_1 e_{t+n-1} + A_1^2 e_{t+n-2} + \dots + A_1^{n-1} e_{t+1}$$

Грешката во предвидувањето при разложувањето на варијансата го кажува учеството на движења во една променлива предизвикани од своите шокови наспроти шоките во другата променлива. Ако шоките во резидуалите на променливата $\{z_t\}$ воопшто не учествуваат во објаснувањето на варијансата на грешката во предвидувањето на променливата $\{y_t\}$, во тој случај се вели дека променливата е егзогена. Тоа значи дека $\{y_t\}$ се развива независно од резидуалите на променливата $\{z_t\}$, како и од самата променлива $\{z_t\}$. Сосема спротивно на кажаното, шоките во резидуалите на променливата $\{z_t\}$ можат во целост да ја објаснуваат варијансата во грешката на предвидувањето на променливата $\{y_t\}$, за сите идни периоди за кои би се вршело предвидувањето, со што $\{y_t\}$ би била целосно ендегена променлива. Во применетите истражувања типично е променливата да ја објаснува речиси целата варијанса во грешката на предвидувањето, кога тоа се врши за краторочно предвидување. Како што се зголемува бројот на идни периоди за предвидување, се намалува делот од објаснетата варијанса. Ова би се очекувало доколку резидуалите во едната променлива имаат мал истовремен ефект на другата променлива, но делуваат да ја ефектуират оваа променлива со временско доцнење.

Треба да се назначи дека не станува збор за истата егзогеност како кај условеноста по Грејнџер. Тука станува збор за концепт кој ја вклучува истовремената вредност на ендегената променлива и истовремената грешка на другата променлива.

Според Brooks (2008), методот на декомпозиција на варијансата нуди малку поразличен метод за испитување на динамиките во VAR системот, за разлика од функциите на импулсен одговор. Преку декомпозицијата на варијансата се добива учеството на движењата во зависната променлива кои се предизвикани од нејзините шокови, наспроти шоките во другите променливи. Шокот во i -тата променлива директно ќе влијае на самата променлива, но исто така ќе се пренесе и на другите променливи во системот преку динамичката структура на VAR моделот. Декомпозицијата на варијансата утврдува колку варијансата кај грешката во предвидувањето за s идни периоди е објаснета со иновациите за секоја независна променлива за $s = 1, 2, \dots$. Во практиката, е вообичаено шоките кај една променлива да објаснуваат најголем дел од варијансата кај грешката во предвидувањето. До одреден степен, импулсните одговори и декомпозицијата на варијанса нудат многу слични информации.

За пресметување на импулсните одговори и декомпозицијата на варијанса од голема важност е подредувањето на променливите. За да се објасни зошто е тоа така, повторно се нагласува дека импулсните одговори се однесуваат на единечниот шок во грешките кај само една равенка од VAR моделот. Ова подразбира дека грешките кај сите останати равенки во VAR системот се сметаат за константи. Но, ова не е реално бидејќи многу е веројатно до одреден степен грешките во предвидувањето да бидат корелирани помеѓу равенките. Така, претпоставката дека тие се целосно независни ќе доведе до погрешно прикажување на динамиките на системот. Во практиката грешките ќе имаат заедничка компонента која не може да се поврзе само со една променлива.

Вообичаениот пристап за оваа тешкотија е да се генерира ортогонален импулсен одговор. Во контекст на VAR модел со две променливи, целината формирана од заедничките компоненти од грешките до некаде арбитрарно се доделува на првата променлива во VAR системот. Во општ случај кога постојат повеќе од две променливи во VAR моделот, пресметките се посложени, но толкувањето е исто. Такво ограничување во ефектот подразбира подредување на променливите, така што равенката за y_t ќе се оцени прва, а потоа ќе се оцени равенката за z_t , слично на рекурзивен или триангуларен систем.

Се претпоставува дека посебно подредување е потребно за да се пресметаат импулсните одговори и декомпозицијата на варијансата, иако ограничувањата кои се однесуваат на подредувањето може и да не бидат подржани од податоците. Во идеален случај економската теорија би предложила подредување на променливите (движења во некои променливи многу поверојатно би следеле, отколку што би претходеа на други променливи). Доколку ова не се исполни, осетливоста на резултатите на промените во распоредот може да се набљудува ако се претпостави едно подредување, а потоа истото тоа подредување но во обратен редослед и повторно пресметување на импулсните одговори и декомпозицијата на варијансата. Треба да се забележи и дека колку е повисока корелацијата на резидуалите од оценетата равенка, толку подредувањето на променливите ќе биде од поголемо значење. Но во случај кога резидуалите речиси и да немаат корелација, подредувањето на променливите ќе направи многу мала разлика.

Според Runkle (1987), импулсните одговори и декомпозицијата на варијансата се многу тешки да се толкуваат прецизно. Тој вели дека интервалите на доверба околу импулсните одговори и декомпозицијата на варијансата секогаш мора да се конструираат. Понатаму, тој вели дека дури и тогаш интервалите на доверба се толку многу широки, што прецизни оценки се речиси невозможни.

Предвидување

Според Brooks (2008), една од основните предности на VAR пристапот во моделирањето и предвидувањето е следното: бидејќи во десната страна на равенките се вклучени само променливи со временски доцнења, предвидувањето на идните вредности на зависните променливи може да се изврши само со користење на информации од самиот систем. Може да се користи изразот безусловни предвидувања бидејќи тие не се добиени условно на одредена група на претпоставени вредности. Но спротивно од ова, може да биде корисно да се пресметаат предвидувањата за идните вредности на некои променливи условени од веќе познатите вредности на другите променливи во системот. На пример, може да се случи вредностите на некои променливи да се познати пред вредностите на другите променливи. Ако веќе познатите вредности се искористат, може да се очекува дека предвидувањата ќе бидат попрецизни отколку кога оценетите вредности би се користеле непотребно, со што би се исфрлиле веќе познатите информации. Алтернативно, условните предвидувања може да се користат при хипотетичка анализа заоснована на испитување на влијанието на одредени сценарија. На пример, во VAR модел со три променливи, месечни приноси од акции, инфлација и бруто домашен производ, може да се одговори на прашањето: „Кој е најверојатниот ефект на приносите на акции за следните 1 – 6 месеци ако инфлацијата се зголеми за 2 % и бруто домашниот производ порасне за 1 %?“

Според Fregert (2004), за да се идентификуваат структурните шокови и нивните ефекти на динамиката на системот потребно е да се креираат претпоставки за идентификување. Но, во едноставен VAR систем, без креирање на какви било претпоставки, можат да се генерираат предвидувања за y_t и z_t .

Кај VAR моделот вредностите на променливите за периодот t се поврзани со минатите вредности за истите променливи. Со ова VAR моделот е соодветен за предвидување на идните вредности на y_t и z_t , кои, пак, се условени со своите минати вредности.

Се зема примерок од сериите y_t и z_t за периодот t , и се претпоставува дека ќе се изврши предвидување на нивните вредности за $t + 1$, $t + 2$ и така натаму. За поедноставно прикажување, равенките се сведуваат на едно временско доцнење. Така, за периодот $t + 1$ VAR моделот ќе биде

$$y_{t+1} = a_{10} + a_{11}y_t + a_{12}z_t + e_{1t}$$

$$z_{t+1} = a_{20} + a_{21}y_t + a_{22}z_t + e_{2t}$$

Со условното очекување (англ. conditional expectation) на релевантните информации од примерокот (y_t и z_t) се добива

$$E(y_{t+1}|z_t, y_t) = a_{10} + a_{11}y_t + a_{12}z_t + E(e_{1t+1}|z_t, y_t)$$

$$E(z_{t+1}|z_t, y_t) = a_{20} + a_{21}y_t + a_{22}z_t + E(e_{2t+1}|z_t, y_t)$$

Условното очекување кај грешките во VAR моделот, од десната страна на равенката, мора да биде нула со цел коефициентите оценети со методот на обични најмали квадрати да бидат конзистентни. Дали оваа претпоставка е валидна, ќе зависи од карактеристиките на сериската корелација кај грешките e_{it} .

Важно е да остане $E(e_{i,t}|e_{y,t-1}, e_{z,t-1}) = 0$. Со додавање на временски доцнења кај y_t и z_t често се отстранува сериската корелација кај грешките, и овој метод се користи почесто од методот на генерализирани најмали квадрати (англ. generalized least squares method) за да се отстрани можната автокорелација. Се претпоставува дека во примерот VAR системот има доволно временски доцнења и дека грешките не се сериски корелирани, така што условното очекување за грешките, за сите периоди после t , изнесува нула. Тоа значи дека последниот израз во претходниот систем на равенки е нула кај секоја равенка, така што се добива

$$E(y_{t+1}|z_t, y_t) = a_{10} + a_{11}y_t + a_{12}z_t$$

$$E(z_{t+1}|z_t, y_t) = a_{20} + a_{21}y_t + a_{22}z_t$$

Ако коефициентите a се познати, претходните равенки може да се искористат за да се пресметаат предвидувањата за периодот $t + 1$. Природно, се земаат оценетите коефициенти на VAR моделот (наместо вистинските вредности) за да се пресметаат предвидувањата

$$P(y_{t+1}|z_t, y_t) \equiv \hat{y}_{t+1|t} = \hat{a}_{10} + \hat{a}_{11}y_t + \hat{a}_{12}z_t$$

$$P(z_{t+1}|z_t, y_t) \equiv \hat{z}_{t+1|t} = \hat{a}_{20} + \hat{a}_{21}y_t + \hat{a}_{22}z_t$$

Грешката на предвидувањето од претходните равенки ќе се јави од два извора: грешката на периодот $t + 1$ и грешките кои ги правиме при оценување на коефициентите a . Формално,

$$y_{t+1} - \hat{y}_{t+1|t} = (a_{10} - \hat{a}_{10}) + (a_{11} - \hat{a}_{11})y_t + (a_{12} - \hat{a}_{12})z_t + e_{1,t+1}$$

$$z_{t+1} - \hat{z}_{t+1|t} = (a_{20} - \hat{a}_{20}) + (a_{21} - \hat{a}_{21})y_t + (a_{22} - \hat{a}_{22})z_t + e_{2,t+1}$$

Ако оценките за коефициентите a се конзистентни и не постои сериска корелација кај e_i , тогаш очекувањето за грешката на предвидувањето е асимптотски нула. Варијансата на грешката на предвидувањето е

$$\begin{aligned} \text{var}(y_{t+1} - \hat{y}_{t+1|t}) &= \text{var}(\hat{a}_{10}) + \text{var}(\hat{a}_{11})y_t^2 + \text{var}(\hat{a}_{12})z_t^2 \\ &+ 2\text{cov}(\hat{a}_{10}, \hat{a}_{11})y_t + 2\text{cov}(\hat{a}_{10}, \hat{a}_{12})z_t + 2\text{cov}(\hat{a}_{11}, \hat{a}_{12})y_t z_t + \text{var}(e_{1,t+1}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{var}(z_{t+1} - \hat{z}_{t+1|t}) &= \text{var}(\hat{a}_{20}) + \text{var}(\hat{a}_{21})y_t^2 + \text{var}(\hat{a}_{22})z_t^2 \\ &+ 2\text{cov}(\hat{a}_{20}, \hat{a}_{21})y_t + 2\text{cov}(\hat{a}_{20}, \hat{a}_{22})z_t + 2\text{cov}(\hat{a}_{21}, \hat{a}_{22})y_t z_t + \text{var}(e_{2,t+1}) \end{aligned}$$

Како што конзистентните оценки на коефициентите a конвергираат кон нивните вистински вредности (со зголемување на примерокот t), сите изрази во претходните равенки

конвергираат кон нула, освен последниот. Така, при пресметување на варијансата на грешката на предвидувањето, грешката во оценувањето на коефициентите често се занемарува, со што

$$\begin{aligned} \text{var}(y_{t+1} - \hat{y}_{t+1|t}) &\approx \text{var}(e_{1,t+1}) \equiv \sigma_{e,1}^2 \\ \text{var}(z_{t+1} - \hat{z}_{t+1|t}) &\approx \text{var}(e_{2,t+1}) \equiv \sigma_{e,2}^2 \end{aligned}$$

Една од најкорисните карактеристики на VAR моделот е можноста да се користи рекурзивно за да се продолжат предвидувањата во иднината. Така, за период $t + 2$

$$\begin{aligned} E(y_{t+2}|z_{t+1}, y_{t+1}) &= a_{10} + a_{11}y_{t+1} + a_{12}z_{t+1} \\ E(z_{t+2}|z_{t+1}, y_{t+1}) &= a_{20} + a_{21}y_{t+1} + a_{22}z_{t+1} \end{aligned}$$

со рекурзивните очекувања

$$\begin{aligned} E(y_{t+2}|z_1, y_t) &= a_{10} + a_{11}E(y_{t+1}|z_t, y_t) + a_{12}E(z_{t+1}|z_t, y_t) \\ &= a_{10} + a_{11}(a_{10} + a_{11}y_t + a_{12}z_t) + a_{12}(a_{20} + a_{21}y_t + a_{22}z_t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(z_{t+2}|z_1, y_t) &= a_{20} + a_{21}E(y_{t+1}|z_t, y_t) + a_{22}E(z_{t+1}|z_t, y_t) \\ &= a_{20} + a_{21}(a_{10} + a_{11}y_t + a_{12}z_t) + a_{22}(a_{20} + a_{21}y_t + a_{22}z_t) \end{aligned}$$

Соодветните предвидувања се добиваат со замена на оценетите коефициенти за да се добие

$$\begin{aligned} P(y_{t+2}|z_t, y_t) &\equiv \hat{y}_{t+2|t} = \hat{a}_{10} + \hat{a}_{11}\hat{y}_{t+1|t} + \hat{a}_{12}\hat{z}_{t+1|t} \\ P(z_{t+2}|z_t, y_t) &\equiv \hat{z}_{t+2|t} = \hat{a}_{20} + \hat{a}_{21}\hat{y}_{t+1|t} + \hat{a}_{22}\hat{z}_{t+1|t} \end{aligned}$$

Доколку се игнорира грешката во оценувањето на коефициентите, грешката на предвидувањето за два идни периоди изнесува

$$\begin{aligned} y_{t+2} - \hat{y}_{t+2|t} &\approx a_{11}(y_{t+1} - y_{t+1|t}) + a_{12}(x_{t+1} - x_{t+1|t}) + e_{1,t+2} \\ &\approx a_{11}e_{1,t+1} + a_{12}e_{2,t+1} + e_{1,t+2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_{t+2} - \hat{z}_{t+2|t} &\approx a_{21}(y_{t+1} - y_{t+1|t}) + a_{22}(x_{t+1} - x_{t+1|t}) + e_{2,t+2} \\ &\approx a_{21}e_{1,t+1} + a_{22}e_{2,t+1} + e_{2,t+2} \end{aligned}$$

Во општ случај, грешките за периодот $t + 1$ ќе бидат корелирани низ равенките, така што варијансата на предвидувањата за два идни периоди ќе биде приближно

$$\begin{aligned} \text{var}(y_{t+2} - \hat{y}_{t+2|t}) &\approx a_{11}^2\sigma_{e,1}^2 + a_{12}^2\sigma_{e,2}^2 + 2a_{11}a_{12}\sigma_{e,21} + \sigma_{e,1}^2 \\ &= (1 + a_{11}^2)\sigma_{e,1}^2 + a_{12}^2\sigma_{e,2}^2 + 2a_{11}a_{12}\sigma_{e,21} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{var}(z_{t+2} - \hat{z}_{t+2|t}) &\approx a_{21}^2\sigma_{e,1}^2 + a_{22}^2\sigma_{e,2}^2 + 2a_{21}a_{22}\sigma_{e,21} + \sigma_{e,2}^2 \\ &= a_{21}^2\sigma_{e,1}^2 + (1 + a_{22}^2)\sigma_{e,2}^2 + 2a_{21}a_{22}\sigma_{e,21} \end{aligned}$$

Предвидувањето за два идни периоди има поголема варијанса од предвидувањето за еден иден период бидејќи грешките кои се јавуваат при предвидувањето за периодот $t + 1$ се прошируваат во грешките при предвидувањето за периодот $t + 2$. Како што се зголемува

периодот за предвидување, така варијансата се зголемува, и станува невозможно предвидувањето за многу далечна иднина, дури и ако оценетите коефициенти се точни.

Со вклучување на подолги идни периоди за предвидување, повеќе променливи и повеќе временски доцнења, равенките стануваат сè посложени.

Откако ќе се оцени VAR моделот, може да се користи и како модел за предвидување со повеќе равенки. Нека се оцени модел од прв ред $x_t = A_0 + A_1x_{t-1} + e_t$ со што ќе се добијат вредностите на коефициентите содржани во A_0 и A_1 . Ако податоците се однесуваат на периодот T , во тој случај е јасно дека ако се врши предвидување за еден период ќе се користи равенката $E_Tx_{T+1} = A_0 + A_1x_T$. Ако предвидувањето се врши за два периода, може да се пресмета рекурзивно преку $E_Tx_{T+2} = A_0 + A_1E_Tx_{T+1} = A_0 + A_1[A_0 + A_1x_T]$. Но доколку се врши предвидување за многу идни период ќе се појават многу оценети параметри. Бидејќи неограничените (англ. unrestricted) VAR модели содржат премногу параметри, добиените предвидени вредности се неверодостојни. Со цел да добијат модел кој има помалку параметри, многу истражувачи ги отстрануваат незначајните коефициенти од VAR моделот. После повторното оценување, со користење на навидум неповрзаниот регресионен модел, се добива приближен VAR модел (англ. near VAR model) кој може да се користи за предвидување. Друга алтернатива е Бајсовиот пристап (англ. Bayesian approach). Вовед во овој систем даваат West and Harrison (1989), додека Litterman (1980) дефинирал група Бајсови правила кои се стандарди во Бајсовите VAR модели.

Треба да се нагласи дека предвидувањето со VAR моделот е всушност мултиваријационо проширување на предвидување со користење на проста авторегресија.

Структурен VAR модел

Според Fregert (2004), кога VAR моделот бил презентираан за прв пат, многу се зборувало за неговите предности – не биле потребни никакви претходни претпоставки, кои вообичаено се потребни кај структурните модели. За да се оцени еден структурен модел потребни се одредени ограничувања околу тоа кои променливи можат да влијаат меѓусебно. Кај нив не е можно да се оцени симултан модел доколку сите променливи се ендогени. Економетричарите велат дека моделот не е идентификуван ако не постојат доволно егзогени променливи во него. За да се оцени VAR модел истражувачот не треба да поставува одредни услови однапред. Реално, VAR моделите не барат никаква теоретска основа, и во овие модели се оставаат податоците да говорат сами за себе. Но, поради оваа причина, пак, VAR моделите можат да се користат единствено за предвидување. VAR моделите се користат како алатка за предвидување, и се покажале успешни исто како и големите структурни модели.

Потребата за структурна анализа и оценка на економската политика во комбинација со успехот на VAR моделите во предвидувањето донела до конструкција на структурни модели кои го користат VAR моделот во упростена форма. Овие модели се помали, содржат променливи и помалку равенки од големите модели со симултани равенки на Кејнз. Компактноста на структурните VAR модели има две предности, лесно се оценуваат и во однос на големите симултани модели полесно се интерпретираат.

Структурниот VAR модел се користи да се одговорот прашања како што се „како економијата реагира на различни економски шокови“ или пак „кој е придонесот на различните шокови во бизнис циклусот“. Одговорите на овие прашања се клучни при анализата на бизнис-циклусите.

Структурниот VAR модел ја користи економската теорија за да ги изнајде истовремените поврзаности меѓу променливите. Со ова критиката²⁵ на VAR моделот се ублажува. Овој модел бара да се изнајдат „претпоставките за идентификување (англ. identifying assumptions)“ кои ќе овозможат корелациите да се интерпретираат каузално. Овие претпоставки за идентификување можат да го вклучат и целиот VAR модел, со што сите каузални поврзаности во моделот ќе бидат изложени, или, пак, можат да вклучат само една равенка, со што ќе се идентификува само една каузална поврзаност. Со ова се креираат инструментални променливи кои овозможуваат истовремените поврзаности да се оценат со користење на регресија со инструментални променливи. Бројот на структурни VAR модели е ограничен само од инвентивноста на истражувачот.

Во следниот дел ќе се објасни постапката како од VAR модел во стандардна форма (или упростен VAR модел) се добива структурен VAR модел.

Според Enders (2010), се претпоставува дека се сака да се добие структурниот VAR модел од оценетиот VAR модел во стандардна форма. За да се илустрира постапката на идентификација, се разгледува прикажаниот структурен VAR модел, од прв ред, со две равенки

$$y_t = b_{10} - b_{12}z_t + \gamma_{11}y_{t-1} + \gamma_{12}z_{t-1} + \varepsilon_{yt}$$

$$z_t = b_{20} - b_{21}y_t + \gamma_{21}y_{t-1} + \gamma_{22}z_{t-1} + \varepsilon_{zt}$$

Поради повратната спрега која е нераздвојна во VAR процесот, овие равенки не можат да се оценат директно. Причината за тоа е корелацијата помеѓу z_t и грешката ε_{yt} и

²⁵ VAR моделот често е предмет на критики бидејќи речиси и да не се базира на економската теорија. При користење на VAR моделот во емпириските истражувања, единствената задача на економистот е да ги предложи променливите кои би биле соодветни за истражувањето. Понатаму, целата постапка на VAR моделот е механичка. Бидејќи економскиот импут во VAR моделот е многу мал, не треба да изненади и резултатот кој би бил со мало економско значење.

корелацијата помеѓу y_t и ε_{zt} . Стандардните техники за оценување бараат независните променливи да не се корелирани со грешките. При оцена на стандардниот VAR модел со системот

$$y_t = a_{10} + a_{11}y_{t-1} + a_{12}z_{t-1} + e_{1t}$$

$$z_t = a_{20} + a_{21}y_{t-1} + a_{22}z_{t-1} + e_{2t}$$

овој проблем не постои.

Ако системот се прикаже во неговата скратена форма

$$x_t = A_0 + A_1x_{t-1} + e_t$$

со методот на обични најмали квадрати можат да се добијат оценки за два елемента од матрицата A_0 , и четири елемента од матрицата A_1 . Преку резидуалите од двете равенки се пресметуваат оценките на варијансите e_{1t} и e_{2t} , како и коваријансата меѓу нив. Тука прашањето е дали можат да се добијат сите информации кои постојат во структурниот VAR модел?

Одговорот на ова прашање е „не, освен ако не се постават соодветни ограничувања (англ. restrictions) на структурниот VAR модел“. Причината е јасна, доколку се споредат бројот на параметри кои се оценуваат во структурниот VAR и оценетите параметри во стандардниот VAR модел.

Табела 2.7. Споредба на оценети параметри меѓу стандардниот и структурниот VAR модел

	Оценети параметри	Број	Пресметани вредности	Број	ВКУПНО
Стандарден VAR	$a_{10}, a_{20}, a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$	6	$var(e_{1t}), var(e_{2t})$ $cov(e_{1t}, e_{2t})$	3	9
Структурен VAR	$b_{10}, b_{20}, \gamma_{11}, \gamma_{12}, \gamma_{21}, \gamma_{22}$ b_{12}, b_{21}	8	σ_y, σ_z	2	10

Извор: приказ на авторот.

Како што може да се види од табелата, стандардниот VAR содржи 9 параметри, додека, пак, структурниот VAR содржи 10 параметри. Доколку не се изврши ограничување на еден од параметрите во структурниот VAR модел, не е можно да се идентификува истиот, односно неговите равенки се **неидентификувани** (англ. underidentified).

Еден начин да се идентификува моделот е да се користи **рекурзивниот систем на Симс**. Доколку се постави ограничување на структурниот VAR модел кое гласи коефициентот b_{21} да е еднаков на нула, ќе се добијат равенките со наметнатото ограничување

$$y_t = b_{10} - b_{12}z_t + \gamma_{11}y_{t-1} + \gamma_{12}z_{t-1} + \varepsilon_{yt}$$

$$z_t = b_{20} + \gamma_{21}y_{t-1} + \gamma_{22}z_{t-1} + \varepsilon_{zt}$$

Односите меѓу шоките и резидуалите од регресиите може да се запишат како

$$e_{1t} = \varepsilon_{yt} - b_{12}\varepsilon_{zt}$$

$$e_{2t} = \varepsilon_{zt}$$

Целта е да се покаже дека со ограничувањето $b_{21} = 0$ се добива z_t да има едновремен ефект на y_t , но y_t влијае на секвенцијата $\{z_t\}$ но со едно временско доцнење. И покрај тоа, треба да се знае дека ограничувањето (кое може да биде предложено од одреден економски модел) придонесува до формирање на точно идентификуван систем. Следува структурен VAR модел со ограничување. Ограничувањето $b_{21} = 0$ значи дека B^{-1} е претставен со

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ако структурниот VAR се помножи со B^{-1} се добива

$$\begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{10} \\ b_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ z_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix}$$

или

$$\begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{10} - b_{12}b_{20} \\ b_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_{11} - b_{12}\gamma_{21} & \gamma_{12} - b_{12}\gamma_{22} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ z_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} - b_{12}\varepsilon_{zt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix}$$

Ако се оцени системот со методот на обични најмали квадрати се добиваат параметрите од стандардниот VAR модел

$$y_t = a_{10} + a_{11}y_{t-1} + a_{12}z_{t-1} + e_{1t}$$

$$z_t = a_{20} + a_{21}y_{t-1} + a_{22}z_{t-1} + e_{2t}$$

каде што $a_{10} = b_{10} - b_{12}b_{20}$, $a_{11} = \gamma_{11} - b_{12}\gamma_{21}$, $a_{12} = \gamma_{12} - b_{12}\gamma_{22}$, $a_{20} = b_{20}$, $a_{21} = \gamma_{21}$ и $a_{22} = \gamma_{22}$.

Бидејќи $b_{21} = 0$, следи дека $e_{1t} = \varepsilon_{yt} - b_{12}\varepsilon_{zt}$ и $e_{2t} = \varepsilon_{zt}$. Оттука,

$$var(e_1) = \sigma_y^2 + b_{12}^2\sigma_z^2$$

$$var(e_2) = \sigma_z^2$$

$$cov(e_1, e_2) = -b_{12}\sigma_z^2$$

Конечно се добиени девет оценети параметри $a_{10}, a_{11}, a_{12}, a_{20}, a_{21}, a_{22}, var(e_1), var(e_2), cov(e_1, e_2)$ кои можат да се заменат во деветте равенки погоре и истовремено да се решат за $b_{10}, b_{12}, \gamma_{11}, \gamma_{12}, b_{20}, \gamma_{21}, \gamma_{22}, \sigma_y^2, \sigma_z^2$.

И оценките за $\{\varepsilon_{yt}\}$ и $\{\varepsilon_{zt}\}$ можат да се добијат преку оценките од структурниот VAR модел со ограничувања. Резидуалите од втората равенка, секвенцијата $\{e_{2t}\}$, е оценка за $\{\varepsilon_{zt}\}$. Со комбинирање на оценките заедно со решението за b_{12} се овозможува да се пресметаат оценките на секвенцијата $\{\varepsilon_{yt}\}$ со користење на равенката $e_{1t} = \varepsilon_{yt} - b_{12}\varepsilon_{zt}$.

На кратко да се посвети внимание на ограничувањето. Имено, во равенката

$$z_t = b_{20} + \gamma_{21}y_{t-1} + \gamma_{22}z_{t-1} + \varepsilon_{zt}$$

претпоставката $b_{21} = 0$ значи дека y_t нема истовремен ефект на z_t (серијата y_t не влијае на серијата z_t , но серијата y_{t-1} влијае на z_t , како и серијата z_{t-1}). Во равенката

$$\begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{10} - b_{12}b_{20} \\ b_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_{11} - b_{12}\gamma_{21} & \gamma_{12} - b_{12}\gamma_{22} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ z_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} - b_{12}\varepsilon_{zt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix}$$

ограничувањето значи дека шоковите ε_{yt} и ε_{zt} имаат влијание на истовремените вредности на y_t , но само шокот ε_{zt} има влијание на истовремените вредности на z_t . Набљудуваните вредности на e_{2t} целосно се должат на шоковите во секвенцијата $\{z_t\}$. Декомпозирањето на резидуалите на овој триангуларен начин (англ. triangular) се нарекува **декомпозиција на Колески** (англ. Choleski decomposition).

Прецизната идентификација бара да се постават $(n^2 - n)/2$ ограничувања на односот помеѓу резидуалите од регресијата и структурните иновации. Ограничувањата се изразени во матрицата B . Патот како се доаѓа до овие ограничувања и зошто е објаснет во делот што следи. Во VAR модел од ред n , B ќе биде матрица со димензија $n \cdot n$ бидејќи постојат n резидуали од регресиите и n структурни шокови. Прецизната идентификација бара бројот на ограничувања која се поставуваат да односот меѓу резидуалите од регресиите и структурните иновации да биде $(n^2 - n)/2$. Бидејќи декомозицијата на Колески е триангуларна, бара бројот на вредности од матрицата B кои ќе бидат еднакви на нула да изнесува $(n^2 - n)/2$. Со декомпозицијата на Колески структурниот VAR модел може точно да се идентификува и неговите равенки веќе не се неидентификувани.

Но, иако ограничувањата го прават моделот можен да се оцени, постојат проблеми. Првиот е како да се одлучи на кој b коефициент да се постават ограничувањата. Вториот е тој кој вели дека импулсните одговори зависат од редоследот на променливите. Ова нема да важи ако корелацијата меѓу променливите е мала, но тоа е редок случај кај временските серии. Sims (1986) и Bernake (1986) предложуваат користење на теорија при идентификување на ограничувањата во матрицата B .

7. Векторски модел со корекција на грешка

Векторскиот модел со корекција на грешка (англ. vector error correction model) или скратено ВМКГ може да се сретне и како ограничен VAR (англ. restricted VAR) и VAR модел со дел за корекција на грешка.

Според Fregert (2004) кога променливите содржат стохастички тренд, мора да се диференцираат за да станат стационарни. Иако е можно да се оцени VAR модел со променливите изразени во нивните оригинални вредности (англ. levels), и кога променливите се нестационарни – имаат стохастички тренд, се преферира да се оцени истиот VAR модел, но со првите диференции од променливите, односно

$$\begin{aligned} \Delta y_t &= a_{10} + a_{11}\Delta y_{t-1} + a_{12}\Delta z_{t-1} + e_{1t} \\ \Delta z_t &= a_{20} + a_{21}\Delta y_{t-1} + a_{22}\Delta z_{t-1} + e_{2t} \end{aligned}$$

Доколку се познати иницијалните вредности на y_t и z_t , може да се пресметаат оригиналните вредности на променливите кога на иницијалните вредности сукцесивно ќе се додадат разликите во променливите. Во овој систем е јасно дека постојат краткорочни интеракции помеѓу променливите, односно промената во y_t зависи од промената во z_t во претходниот период, и обратно. Овој систем подразбира дека не постои долгорочна врска помеѓу y_t и z_t . Причината за ова е дека трајните ефекти на шоковите ќе бидат различни кај секоја од променливите. Иако секој шок кој влијае на едната променлива индиректно влијае и на другата, бидејќи тие се поврзани, трајните ефекти не се секогаш исти. Ако една променлива трајно се менува за 5% како одговор на одреден шок, а другата променлива се менува за 2%, тогаш меѓу нив се јавува трајна разлика од 3%. Со текот на времето, трајните ефекти на другите шокови ќе се акумулираат и јазот меѓу променливите ќе продолжува да расте.

За да се осигура долгорочното заедничко движење на променливите, равенките треба да се модификуваат за да го вклучат делот за корекција на грешка (англ. error correction term) за да се осигура дека променливите се коинтегрирани. Долгорочната врска се одредува со коинтеграцискиот вектор. Ако има само една коинтеграциска врска, ќе има

$$\begin{aligned}\Delta y_t &= a_{10} + a_{11}\Delta y_{t-1} + a_{12}\Delta z_{t-1} + \alpha_1(y_{t-1} - \beta z_{t-1}) + e_{1t} \\ \Delta z_t &= a_{20} + a_{21}\Delta y_{t-1} + a_{22}\Delta z_{t-1} + \alpha_2(y_{t-1} - \beta z_{t-1}) + e_{2t}\end{aligned}$$

Ова е **векторскиот модел со корекција на грешка**. Брзината на прилагодување зависи од силата на двата коефициента за прилагодување на брзината (англ. speed of adjustment coefficients) α_1 и α_2 (Fregert, 2004). Овие коефициенти уште се нарекуваат и параметри за корекција на грешка (англ. error correction parameters) кои мерат како y_t и z_t реагираат на отстапувањата од долгорочната рамнотежа.

При користење на ВМКГ со повеќе од две променливи, треба секогаш да се има предвид можноста за постоење на повеќе од една коинтеграциска врска. Во овој случај е потребно да се генерализира постапката за тестирање на коинтеграциската врска за да овозможи повеќе од една коинтеграциска равенка, и потребен е модел кој ќе има повеќе делови за корекција на грешка во секоја равенка.

Векторски модел со корекција на грешка со две променливи

Според Parker (2013), векторскиот модел со две променливи е проширување на моделот со корекција на грешка со една равенка со модел кој содржи две равенки.

Ако две серии y_t и z_t се интегрирани од прв ред и се коинтегрирани, тогаш постои единствен коефициент β , тако што $u_t = y_t - \beta z_t$ е стационарна серија. Во модел со една равенка и коинтеграција меѓу променливите, моделот со корекција на грешка ја има следната соодветна спецификација

$$\Delta y_t = a_0 + a_1 \Delta z_t + \alpha u_{t-1} + e_t = a_0 + a_1 \Delta z_t + \alpha (y_{t-1} - \beta z_{t-1}) + e_t$$

Секоја серија во равенката е стационарна сè додека коефициентот β (или коинтеграцискиот вектор) е познат или барем конзистентно оценет. Серијата u_{t-1} е големината за која y е над или под својата долгорочна рамнотежна вредност во претходниот период. Коефициентот α (кој се очекува да биде негативен) ја претставува големината на корекцијата која се јавува во периодот t , со тоа што нерамнотежата е настаната во периодот $t - 1$.

Векторскиот модел со корекција на грешка го проширува моделот со корекција на грешка со една равенка и дозволува y_t и z_t да се развиваат заеднички низ времето, како во VAR систем. Во случај со две променливи може да има само еден коинтеграциски однос и равенката во системот ќе биде многу слична со претходната равенка, со таа разлика што ќе се додадат и временски доцнења да се долови VAR спецификацијата. Со само едно временско доцнење, векторскиот модел со корекција на грешка може да се запише како

$$\begin{aligned} \Delta y_t &= a_{10} + a_{11} \Delta y_{t-1} + a_{12} \Delta z_{t-1} + \alpha_1 (y_{t-1} - \beta z_{t-1}) + e_{1t} \\ \Delta z_t &= a_{20} + a_{21} \Delta y_{t-1} + a_{22} \Delta z_{t-1} + \alpha_2 (y_{t-1} - \beta z_{t-1}) + e_{2t} \end{aligned}$$

И во овој систем на равенки, сите променливи се стационарни доколку променливите се коинтегрирани со коинтеграцискиот вектор $(1, -\beta)$, или, со други зборови, ако $y_t - \beta z_t$ е стационарна серија. Коефициентите α_1 и α_2 се коефициенти за корекција на грешка, и тие го мерат одговорот на секој променлива на отстапувањето од долгорочната рамнотежа во претходниот период. Се очекува коефициентот $\alpha_1 < 0$, од иста причина како и претходно. Имено, ако y_{t-1} е над својата долгорочна рамнотежна вредност со z_{t-1} , тогаш делот кој се однесува на корекција на грешка запишан во заграда е позитивен што придонесува, ако се останато е непроменето, надолно движење на y во периодот t . Очекуваниот знак на α_2 зависи од β . Се очекува $\delta \Delta z_t / \delta \Delta z_{t-1} = -\alpha_2 \beta < 0$ од истата причина зошто се очекува $\delta \Delta y_t / \delta \Delta y_{t-1} = \alpha_1 < 0$. Ако z_{t-1} е над својата долгорочна рамнотежна вредност со y_{t-1} , тогаш се очекува Δz_t да биде негативен, доколку се друго остане непроменето.

Доколку коефициентот β ни е познат од теоријата, може веднаш да се пресмета делот со корекција на грешка и да се оцени стандарден VAR модел. Но, вообичаено овој коефициент не е познат, и мора да се оцени.

Коинтегрираните модели со една равенка можат да се оценат или директно или во два чекора. Се користи методот на обични најмали квадрати за да се оцени коинтеграцискиот однос – коинтеграцискиот вектор $(1, -\beta)$ - и овие оценки се вметнуваат во моделот со корекција на грешка. Другата опција е да се оцени коефициентот β заедно со коефициентите a од диференцираните серии. Посебно оценување на коинтеграцискиот однос кај VAR и ВМКГ системите е проблематично бидејќи е малку веројатно да се претпостави дека y или z се слабо

егзогени променливи (треба да се назначи дека ограничувањата за идентификување кои се поставуваат за да се пресмета функцијата на импулсен одговор ја бараат токму оваа претпоставка). Така, вообичаено во векторскиот модел со корекција на грешка е да се оценат сите коефициенти симултано.

Векторски модел со корекција на грешка со три променливи

Следува пример на векторски модел со корекција на грешка со три променливи y_t , z_t и x_t . Оваа ситуација е посложена бидејќи бројот на линеарни комбинации од три променливи кои се стационарни може да биде 0, 1 или 2. Со други зборови, може да има ниту еден, еден или два заеднички трендови помеѓу променливите.

Доколку не постои контеграциски однос, тогаш сериите не се коинтегрирани и може да се користи VAR модел со диференцирани серии. Не постои долгорочна врска кон која променливите настојуваат да се вратат, со што нема потреба за вклучување на дел за корекција на грешка во равенките.

Доколку постои една долгорочна рамнотежа која ги врзува оригиналните вредности на променливите, ќе има една коинтеграциска врска помеѓу трите променливи. Во случај со три променливи $\omega_t = (y_t, z_t, x_t)'$ кои се коинтегрирани со коинтеграцискиот вектор $\beta = (1, -\beta_1, \beta_2)'$, $\beta' \omega_t$ е стационарен процес. Во овој случај целта е да се оценат коинтеграциските параметри на долгорочната рамнотежа β_1 и β_2 . Оценетиот систем на равенки ВМКГ со едно временско доцнење ќе изгледа:

$$\Delta y_t = a_{10} + a_{11}\Delta y_{t-1} + a_{12}\Delta z_{t-1} + a_{13}\Delta x_{t-1} + \alpha_1(y_{t-1} - \beta_1 z_{t-1} - \beta_2 x_{t-1}) + e_{1t}$$

$$\Delta z_t = a_{20} + a_{21}\Delta y_{t-1} + a_{22}\Delta z_{t-1} + a_{23}\Delta x_{t-1} + \alpha_2(y_{t-1} - \beta_1 z_{t-1} - \beta_2 x_{t-1}) + e_{2t}$$

$$\Delta x_t = a_{30} + a_{31}\Delta y_{t-1} + a_{32}\Delta z_{t-1} + a_{33}\Delta x_{t-1} + \alpha_3(y_{t-1} - \beta_1 z_{t-1} - \beta_2 x_{t-1}) + e_{3t}$$

Доколку променливата x_t е надвор од рамнотежа, на пример, премногу висока, ќе се очекува некоја комбинација на прилагодување во променливите y_t , z_t и x_t со што променливата x_t повторно ќе се врати во рамнотежна состојба. Коефициентите на корекција на грешка α_1 , α_2 и α_3 ги мерат ваквите прилагодувања. Знакот кој тие ќе го имаат ќе зависи од логичката зависност на променливите. Коинтеграцијата подразбира постоење на корекција на грешка, па еден или повеќе од овие коефициенти треба да биде значајно различен од нула. Коинтеграциските параметри, β_1 и β_2 , се јавуваат во сите равенки, па ако се сака да се добијат најдобрите (или ефикасните) оценки, треба да се искористат информациите од сите три равенки, а не само од равенката за Δy_t .

Доколку постои уште еден коинтеграциски однос помеѓу променливите, системот на равенки на векторскиот модел со корекција на грешка со два коинтеграциски односи би имал два коинтеграциски односи помеѓу променливите, односно

$$y_t - \beta_1 z_t \sim I(0) \quad \text{и} \quad y_t - \beta_2 x_t \sim I(0)$$

Системот на векторскиот модел со корекција на грешка може да се запише како

$$\Delta y_t = a_{10} + a_{11} \Delta y_{t-1} + a_{12} \Delta z_{t-1} + a_{13} \Delta x_{t-1} + (\alpha_{11} + \alpha_{12}) y_{t-1} - \beta_1 \alpha_{11} z_{t-1} - \beta_2 \alpha_{12} x_{t-1} + e_{1t}$$

$$\Delta z_t = a_{20} + a_{21} \Delta y_{t-1} + a_{22} \Delta z_{t-1} + a_{23} \Delta x_{t-1} + (\alpha_{21} + \alpha_{22}) y_{t-1} - \beta_1 \alpha_{21} z_{t-1} - \beta_2 \alpha_{22} x_{t-1} + e_{2t}$$

$$\Delta x_t = a_{30} + a_{31} \Delta y_{t-1} + a_{32} \Delta z_{t-1} + a_{33} \Delta x_{t-1} + (\alpha_{31} + \alpha_{32}) y_{t-1} - \beta_1 \alpha_{31} z_{t-1} - \beta_2 \alpha_{32} x_{t-1} + e_{3t}$$

Во првата равенка α_{11} мери како отстапувањата од првиот долгорочен однос, $y_{t-1} - \beta_1 z_{t-1}$, влијаат на Δy_t , додека, пак, α_{12} мери како отстапувањата од вториот долгорочен однос, $y_{t-1} - \beta_2 x_{t-1}$, влијаат на Δy_t . Во втората равенка α мери како отстапувањата од рамнотежата влијаат на Δz_t и така натаму. Параметрите во овој систем се оценуваат со методот на најголема веројатност.

За да се одреди бројот на коинтеграциски односи, најчесто мора пред да се оценат равенките, да се спроведат тестовите за коинтеграција.

Тестирање на коинтеграциски односи кај векторскиот модел со корекција на грешка

Според Parker (2013), најчесто тестовите со кои се утврдува бројот на коинтеграциски односи меѓу променливите кај векторскиот модел со корекција на грешка се тестовите на Јохансен.

Доколку се заеднички се моделираат n променливи, интегрирани од прв ред, во динамичен систем, тогаш можат да постојат $n - 1$ коинтеграциски односи кои ги поврзуваат овоие променливи. Имено, секој коинтеграциски однос претставува заеднички тренд (англ. common trend) кој ги поврзува само некои или, пак, сите серии во системот. Коинтеграциски однос и заеднички тренд се изрази кои се синоними. Коинтеграцискиот ранг (англ. cointegrating rank) на системот е бројот на заедничките трендови, или бројот на коинтеграциски односи.

За да се утврди коинтеграцискиот ранг, се спроведуваат серија на тестови. Најпрво се тестира нултатата хипотеза која вели дека $r = 0$, наспроти алтернативната која вели $r \geq 1$, за да се утврди дали постои барем еден коинтеграциски однос. Ако се прифати нултата хипотеза, може да се заклучи дека не постојат коинтеграциски односи или заеднички трендови помеѓу променливите. Во овој случај не се оценува векторскиот модел со корекција на грешка, тука едноставно се користи VAR модел каде променливите се диференцирани за стационарност.

Ако се отфрли нултата хипотеза $r = 0$, тоа значи дека барем две серии се коинтегрирани и тогаш треба да утврди бројот на коинтеграциски односи. Се тестира нова нулта хипотеза која вели дека $r \leq 1$ наспроти алтернативната хипотеза $r \geq 2$. Ако се прифати нултата хипотеза, значи дека постои еден заеднички тренд, и се оценува векторскиот модел со корекција на грешка со еден коинтеграциски однос.

Ако се отфрли нултата хипотеза која вели дека $r \leq 1$, тогаш се продолжува да се тестира новата нулта хипотеза $r \leq 2$ наспроти $r \geq 3$ и така натаму.

Јохансен предложил неколку тестови кои можат да се користат при секоја фаза. Најчест тест е статистиката на трагови (англ. trace statistic).

Прилог 1. Карактеристични корени, карактеристични равенки, детерминанти и карактеристични корени, карактеристични корени и ранг, стабилност на VAR модел од прв ред и коинтеграција и ранг

Дефинирање на карактеристичните корени

Нека A е квадратна матрица со димензија $(n \cdot n)$ и елементи a_{ij} и нека x биде вектор со димензија $(n \cdot 1)$. Скаларот λ се нарекува карактеристичен корен на матрицата A ако

$$Ax = \lambda x$$

Нека I е единечна матрица со димензија $(n \cdot n)$. Во тој случај $Ax = \lambda x$ може да се презапише и како

$$(A - \lambda I)x = 0$$

Бидејќи x е вектор кој е составен од вредности различни од нула, равенството $(A - \lambda I)x = 0$ бара редовите на $(A - \lambda I)$ да бидат линеарно зависни. Еквивалентно на ова, равенството $(A - \lambda I)x = 0$ детерминантата да биде $|A - \lambda I| = 0$. Така, карактеристичните корени на $Ax = \lambda x$ ќе се добијат кога ќе се најдат вредностите на λ кои го задоволуваат условот

$$|A - \lambda I| = 0$$

Пример 1

Нека матрицата A биде

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & -0,2 \\ -0,2 & 0,5 \end{bmatrix}$$

така што

$$|A - \lambda I| = \begin{vmatrix} 0,5 - \lambda & -0,2 \\ -0,2 & 0,5 - \lambda \end{vmatrix}$$

Со решавање да се добие вредноста за λ , така што $|A - \lambda I| = 0$, се добива квадратната равенка

$$\lambda^2 - \lambda + 0,21 = 0$$

Решенијата на квадратната равенка се $\lambda = 0,7$ и $\lambda = 0,3$. Тоа значи дека карактеристичните корени се 0,7 и 0,3.

Пример 2

Матрицата A се поставува така што секој елемент во втората колона има вредност два пати поголема од соседниот елемент во првата колона, односно

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 1 \\ -0,2 & -0,4 \end{bmatrix}$$

Следи

$$|A - \lambda I| = \begin{vmatrix} 0,5 - \lambda & 1 \\ -0,2 & -0,4 - \lambda \end{vmatrix}$$

И тука постојат две вредности кои се решенија за $|A - \lambda I| = 0$. Со решавање на квадратната равенка се добиваат карактеристичните корени $\lambda = 0$ и $\lambda = 0,1$.

Карактеристични равенки

Равенката $(A - \lambda I)x = 0$ се нарекува карактеристична равенка на квадратната матрица A . Може да се забележи дека карактеристичната равенка ќе биде полином од n -ти ред во λ . Причината за ова е тоа дека детерминантата $|A - \lambda I| = 0$ го содржи изразот од n -ти степен λ^n кој е добиен од

$$(a_{11} - \lambda)(a_{22} - \lambda)(a_{33} - \lambda) \cdots (a_{nn} - \lambda)$$

Како таква, карактеристичната равенка ќе биде полином од n -ти ред од изразот

$$\lambda^n + b_1\lambda^{n-1} + b_2\lambda^{n-2} + b_3\lambda^{n-3} + \cdots + b_{n-1}\lambda + b_n = 0$$

Од овој израз веднаш следува дека квадратната матрица со димензија $(n \cdot n)$ ќе има n карактеристични корени. Некои од овие корени може да се повторуваат, додека има случаи каде што карактеристичните корени се комплексни. При практични истражувања не е секогаш неопходно да се пресметаат вредностите на корените со решавање на изразот $\lambda^n + b_1\lambda^{n-1} + b_2\lambda^{n-2} + b_3\lambda^{n-3} + \cdots + b_{n-1}\lambda + b_n = 0$.

Треба да се назначи дека b_n е од посебно значење бидејќи $b_n = (-1)^n |A|$. Всушност, b_n е единствениот израз добиен од $|A - \lambda I|$ кој не е помножен со λ . Според равенката $\lambda^n + b_1\lambda^{n-1} + b_2\lambda^{n-2} + b_3\lambda^{n-3} + \cdots + b_{n-1}\lambda + b_n = 0$, изразите λ^n и b_n ќе го имаат истиот знак ако n е парен број, и обратен знак, ако n е непарен број. Во примерот 1, карактеристичната равенка е $\lambda^2 - \lambda + 0,21 = 0$, така што $b_2 = 0,21$. Бидејќи $|A| = 0,21$, следи дека $b_2 = (-1)^2(0,21)$. Слично, во вториот пример, карактеристичната равенка е $\lambda^2 - 0,1\lambda = 0$, со што $b_2 = 0$. Бидејќи и тука важи случајот $|A| = 0$, следи дека $b_2 = (-1)^2|A|$. Во третиот пример се разгледува случај каде што $n = 3$.

Пример 3

Нека A биде

$$|A - \lambda I| = \begin{bmatrix} 0,5 - \lambda & 0,2 & 0,2 \\ 0,2 & 0,5 - \lambda & 0,2 \\ 0,2 & 0,2 & 0,5 - \lambda \end{bmatrix}$$

карактеристичната равенка е

$$\lambda^3 - 1,5\lambda^2 - 0,63\lambda - 0,081 = 0$$

и карактеристичните корени се

$$\lambda_1 = 0,9, \lambda_2 = 0,3 \text{ и } \lambda_3 = 0,3$$

Детерминантата на A е $0,081$, така што $b_3 = -0,081 = (-1)^3|A|$.

Детерминанти и карактеристични корени

Детерминантата на матрица со димензија $(n \cdot n)$ е еднаква на производот од нејзините карактеристични корени, односно

$$|A| = \prod_{i=1}^n \lambda_i$$

каде што $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ се карактеристични корени на матрицата A со димензија $(n \cdot n)$.

Доказот за овој важен исказ е јасен бидејќи сите вредности $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ ја решаваат карактеристичната равенка $\lambda^n + b_1\lambda^{n-1} + b_2\lambda^{n-2} + b_3\lambda^{n-3} + \dots + b_{n-1}\lambda + b_n = 0$. Сепак, од алгебрата на полиномите може да се види дека производот на факторите од $\lambda^n + b_1\lambda^{n-1} + b_2\lambda^{n-2} + b_3\lambda^{n-3} + \dots + b_{n-1}\lambda + b_n = 0$ е еднаков на $(-1)^n b_n$:

$$\prod_{i=1}^n \lambda_i = (-1)^n b_n$$

Од претходната дискусија, исто така е познато дека $b_n = (-1)^n |A|$. Оттука, $|A| = \prod_{i=1}^n \lambda_i$ мора да го содржи производот $(\lambda_1)(\lambda_2) \dots (\lambda_n) = (-1)^n b_n = |A|$.

Пример 1, 2 и 3 (продолжување)

Во примерите 1 и 2, карактеристичната равенка е квадратна равенка со форма $\lambda^2 - b_1\lambda + b_2 = 0$. За да се најдат корените (решенијата) на оваа квадратна равенка, се бараат факторите λ_1 и λ_2 така што

$$(\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) = 0$$

или

$$\lambda^2 - (\lambda\lambda_1 + \lambda\lambda_2) + \lambda_1\lambda_2 = 0$$

или

$$\lambda^2 - (\lambda_1 + \lambda_2)\lambda + \lambda_1\lambda_2 = 0$$

Јасно, вредноста на $\lambda_1\lambda_2$ мора да биде еднаква на b_2 . За проверување на формулите во примерот 1, ќе се разгледа карактеристичната равенка од овој пример $\lambda^2 - \lambda + 0,21 = 0$. Тука вредноста на $b_2 = 0,21$, производот на карактеристичните корени е $\lambda_1\lambda_2 = (0,7)(0,3) = 0,21$, и детерминантата на матрицата A е $(0,5)^2 - (0,2)^2 = 0,21$. Во примерот 2, карактеристичната равенка е $\lambda^2 - 0,1\lambda = 0$, со што $b_2 = 0$. Производот на карактеристичните корени $\lambda_1\lambda_2 = (0,0)(0,1) = 0,0$, и детерминантата на матрицата A е $(0,5)(0,4) - (0,2) = 0$.

Во третиот пример, карактеристичната равенка е кубна, $\lambda^3 - 1,5\lambda^2 - 0,63\lambda - 0,081 = 0$. Вредноста на $b_3 = -0,081$, производот на карактеристичните корени е $(0,9)(0,3)(0,3) = 0,081$. Детерминантата на матрицата A е $0,081$.

Карактеристични корени и ранг

Рангот на квадратната матрица A со димензија $(n \cdot n)$ е бројот на линеарно независни редови (колони) во матрицата. Ознаката $(A) = r$ значи дека рангот на матрицата A е еднаков на r . За матрицата A се вели дека е од полн ранг (англ. full rank) ако $(A) = n$.

Од претходната дискусија следи дека рангот на матрицата A е еднаков на бројот на нејзините карактеристични корени кои имаат вредност различна од нула. Секако, ако сите редови на матрицата A се линеарно независни, детерминантата на матрицата A е различна од нула. Од изразот $|A| = \prod_{i=1}^n \lambda_i$ следи дека ниту еден карактеристичен корен не може да биде еднаков на нула ако $|A| \neq 0$. Другиот екстрем вели дека ако рангот $(A) = 0$, секој елемент на матрицата A мора да биде еднаков на нула. Кога рангот $(A) = 0$, карактеристичната равенка се изменува во $\lambda^n = 0$ со решенија $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n = 0$. Нека се разгледаат посредните (англ. intermediate) случаи каде $0 < \text{rang}(A) = r < n$. Бидејќи со менување на различни редови на матрицата не се менува апсолутната вредност на нејзината детерминанта, секогаш може да се презапише изразот $|A - \lambda I| = 0$ така што првите r редови ги опфаќаат r линеарно независните редови на матрицата A . Детерминантата на првите r редови ќе содржи r карактеристични корени. Останатите $(n - r)$ редови ќе бидат нули.

Во примерот 2, рангот $(A) = 1$ бидејќи секој елемент во редот 1 е еднаков на -2,5 помножено со соодветниот елемент од редот 2. Во овој случај, $|A| = 0$ и точно еден карактеристичен корен е еднаков на нула. Во останатите два примера, матрицата A е од полн ранг и сите карактеристични корени се разликуваат од нула.

Пример 4

Се разгледува матрицата A со димензија $(3 \cdot 3)$ така што рангот $(A) = 1$. Нека

$$|A - \lambda I| = \begin{bmatrix} 0,5 - \lambda & 0,2 & 0,2 \\ 1 & 0,4 - \lambda & 0,4 \\ -0,25 & -0,1 & -0,1 - \lambda \end{bmatrix}$$

Рангот на матрицата A е еднаков на еден бидејќи редот 2 е два пати по редот 1, и редот 3 е -0,5 по редот 1. Детерминантата е еднаква на нула и карактеристичната равенка е претставена со

$$\lambda^3 - 0,8\lambda^2 = 0$$

Трите карактеристични корени се $\lambda_1 = 0,8$, $\lambda_2 = 0$ и $\lambda_3 = 0$.

Стабилност на VAR модел од прв ред

Нека е x_t вектор со димензија $(n \cdot 1)$ и елементи на векторот $(x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt})'$ и нека VAR моделот од прв ред е претставен со

$$x_t = A_0 + A_1 x_{t-1} + \varepsilon_t$$

каде што:

A_0 = вектор со димензија $(n \cdot 1)$ со елементи a_{i0} ,

A_1 = квадратна матрица со димензија $(n \cdot n)$ со елементи a_{ij} ,

ε_t = вектор со димензија $(n \cdot 1)$ на случајните грешки на белиот шум $(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}, \dots, \varepsilon_{nt})'$.

За да се провери стабилноста на системот, треба да се испита хомогената равенка

$$x_t = A_1 x_{t-1}$$

Може да се користи методот на неопределени коефициенти за секое x_{it} за да се добие решение кое ја има следната форма

$$x_{it} = c_i \lambda^t$$

каде што c_i е произволна константа.

Ако $x_{it} = c_i \lambda^t$ е решение, мора да ги задоволи сите n равенки претставени со $x_t = A_1 x_{t-1}$. Ако се направи замена на $x_{it} = c_i \lambda^t$ и $x_{it-1} = c_i \lambda^{t-1}$ за секое x_{it} во $x_t = A_1 x_{t-1}$, се добива

$$c_1 \lambda^t = a_{11} c_1 \lambda^{t-1} + a_{12} c_2 \lambda^{t-1} + \dots + a_{1n} c_n \lambda^{t-1}$$

$$c_2 \lambda^t = a_{21} c_1 \lambda^{t-1} + a_{22} c_2 \lambda^{t-1} + \dots + a_{2n} c_n \lambda^{t-1}$$

$$c_3 \lambda^t = a_{31} c_1 \lambda^{t-1} + a_{32} c_2 \lambda^{t-1} + \dots + a_{3n} c_n \lambda^{t-1}$$

...

$$c_n \lambda^t = a_{n1} c_1 \lambda^{t-1} + a_{n2} c_2 \lambda^{t-1} + \dots + a_{nn} c_n \lambda^{t-1}$$

Доколку се подели секоја равенка со λ^{t-1} и се соберат изразите се добива

$$c_1 (a_{11} - \lambda) + c_2 a_{12} + c_3 a_{13} + \dots + c_n a_{1n} = 0$$

$$c_1 a_{21} + c_2 (a_{22} - \lambda) + c_3 a_{23} + \dots + c_n a_{2n} = 0$$

...

$$c_1 a_{n1} + c_2 a_{n2} + c_3 a_{n3} \dots + c_n (a_{nn} - \lambda) = 0$$

така што следниот систем на равенки мора да биде задоволен:

$$\begin{bmatrix} (a_{11} - \lambda) & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & (a_{22} - \lambda) & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & (a_{nn} - \lambda) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

За нетривијално решение на системот на равенки, следните детерминанти мора да бидат еднакви на нула:

$$\begin{bmatrix} (a_{11} - \lambda) & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & (a_{22} - \lambda) & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & (a_{nn} - \lambda) \end{bmatrix} = 0$$

Детерминантата ќе биде полином од n -ти ред кој ќе биде задоволен со n вредности на λ . Овие n карактеристични корени можат да се означат со $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$. Бидејќи секоја

вредност е решение на хомогената равенка, познато е дека следната линеарна комбинација на хомогени решенија е исто така хомогено решение:

$$x_{it} = d_1 \lambda_1' + d_2 \lambda_2' + \dots + d_n \lambda_n'$$

Треба да се назначи дека секоја $\{x_{it}\}$ секвенција ќе ги има истите корени. Неопходен и доволен услов за стабилност е тој кој вели дека сите карактеристични корени се наоѓаат во ист единечен круг (англ. unit circle).

Коинтеграција и ранг

Односот помеѓу рангот на матрицата и карактеристичните корени е критичен при Јохансеновата процедура. Ако

$$x_t = A_1 x_{t-1} + \varepsilon_t$$

така што

$$\begin{aligned} \Delta x_t &= (A_1 - I)x_{t-1} + \varepsilon_t \\ &= \pi x_{t-1} + \varepsilon_t \end{aligned}$$

Ако рангот на π е еден, секоја $\{x_{it}\}$ секвенција може да се запише како

$$\Delta x_{it} = s_i (\pi_{11} x_{1t-1} + \pi_{12} x_{2t-1} + \dots + \pi_{1n} x_{nt-1}) + \varepsilon_{it}$$

каде $s_1 = 1$ и $s_i = \pi_{ij} / \pi_{1j}$.

Оттука, линеарната комбинација $\pi_{11} x_{1t-1} + \pi_{12} x_{2t-1} + \dots + \pi_{1n} x_{nt-1} = (\Delta x_{it} - \varepsilon_{it}) / s_i$ е стационарна бидејќи и Δx_{it} и ε_{it} се стационарни.

Рангот на π е еднаков на бројот на коинтеграциски вектори. Ако рангот (π) = r , тогаш постојат r линеарно независни комбинации од $\{x_{it}\}$ секвенциите кои се стационарни. Ако (π) = n , тогаш сите променливи се стационарни.

Рангот на π е еднаков на бројот на карактеристичните корени кои се разликуваат од нула. Ако се подредат корените така што $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_n$, Јохансеновата процедура дозволува да се утврди бројот на корени кои се статистички се разликуваат од нула. Односот помеѓу A_1 и π е таков, така што, ако сите карактеристични корени на A_1 се наоѓаат во ист единечен круг, π е од полн ранг.

Пресметувањето на карактеристичните корени при Јохансеновата процедура се врши на следниот начин. Најпрво се избира најсоодветната должина на временското доцнење p во VAR моделот

$$x_t = A_1 x_{t-1} + \dots + A_p x_{t-p} + \varepsilon_t$$

Следно, се оценува VAR моделот за првите диференции, односно се оценува

$$\Delta x_t = B_1 x_{t-1} + \dots + B_p x_{t-p+1} + e_{1t}$$

Понатаму, се спроведува регресија каде x_{t-1} е зависна променлива, а диференцираните временски доцнења се независни променливи, односно се оценува VAR модел во следната форма:

$$x_{t-1} = C_1 x_{t-1} + \dots + C_{p-1} x_{t-p+1} + e_{2t}$$

Се пресметуваат и квадратите на каноничките корелации помеѓу e_{1t} и e_{2t} . При VAR модел со n равенки, n каноничките корелации се всушност n вредностите од λ_i . Вредностите на λ_i се добиени како решение на

$$|\lambda_i S_{22} - S_{12} S_{11}^{-1} S'_{12}| = 0$$

каде што $S_{ii} = T^{-1} \sum_{t=1}^T e_{it}(e_{it})'$ и $S_{12} = T^{-1} \sum_{t=1}^T e_{2t}(e_{1t})'$.

Оценките на коинтеграциските вектори добиени со методот на најголема веројатност се n колони кои се нетривијални решенија за

$$\lambda_i S_{22} \pi_i = S_{12} S_{11}^{-1} S'_{12} \pi_i$$

Прилог 2. Преглед на издвоени методологии кај анализата на временските серии



Извор: Uctum (2007)

"It would be illogical to assume that all conditions remain stable."
Commander Spock, Star Trek

"An ancestor of mine maintained that if you eliminate the impossible, whatever remains, however improbable, must be the solution."
Commander Spock, Star Trek

Without facts, the decision cannot be made logically. You must rely on your human intuition.
Commander Spock, Star Trek

1. Феноменот на инфлацијата-посебен осврт на инфлацијата во Република Македонија

Ернест Хемингвеј рекол дека првиот лек за лошо владеење со една нација е инфлацијата, а вториот лек е војната. И двата носат привремен просперитет и трајно уништување. Но, и двата се засолниште за политичките и економските опортунисти.

Владимир Ленин сметал дека еден начин да се уништи буржозијата е таа да се „сомеле“ помеѓу каменот на даноците и каменот на инфлацијата.

Милтон Фридман инфлацијата ја сметал за данок кој не е пропишан со закон.

Џон Мајнард Кејнс сметал дека со постојаниот процес на инфлација една влада можела да присвојува, тајно и незабележано, значаен дел од богатството на своите граѓани.

Сите овие мисли имаат едно нешто заедничко – ја претставуваат инфлацијата како негативен феномен кој се користи за уништување, одданоочување, тајно ограбување. Многу тешки зборови за инфлацијата, која, пак, од друга страна е дел од нашето секојдневие, и регулирана од монетарната политика, ретко кој денешен граѓанин ја доживува на ваков начин. Денес инфлацијата е составен дел од животот на граѓаните и институциите во едно општество. За инфлацијата и нејзината тенденција се интересираат сите, обичниот граѓанин, академските научници, владата, странските инвеститори. Интересот за инфлацијата доаѓа од таму што сите засегнати страни сакаат да знаат со колкави реални вредности тие располагаат денес и ќе располагаат во иднина. Обичниот граѓанин сака да знае колку навистина ќе вредат неговите приходи, од што ќе зависи неговиот животен стандард. Научната јавност ја интересира инфлацијата бидејќи макроекономските истражувања ги базира на големини коригирани за порастот на цените, односно реални големини. Преку стапката на инфлација владата може да осознае колку реално напредува економијата, а на инвеститорите инфлацијата им кажува колкави ќе бидат нивните реални профити. Во современото општество инфлацијата е составен дел од економскиот систем на една земја, кој доколку е правилно регулиран од централната банка, денес веќе не е „разорно“ средство како што бил во не толку далечната историја.

Зошто централната банка е преокупирана со инфлацијата и нејзиното што поточно мерење, за перцепцијата за неа и очекувањата за нејзиното идно движење? Затоа што основна цел на монетарната политика е одржување на ценовната стабилност во економијата, што се смета за основен предуслов за динамизирање на економската активност и остварување одржлив економски развој. Оттука, соодветното мерење на инфлацијата, прашање за централните банки присутно со години и уште позначајно при ниски стапки на инфлација, е

мошне предизвикувачко и круцијално за централните банки, односно за одлуките на монетарната политика (Гошев, 2007). Од макроекономски аспект, инфлацијата преовладува кај централните банки во рамки на водењето на монетарната политика, односно претставува индикатор преку кој се оценува ценовната стабилност (Давидовска – Стојановска, Митреска, Шиповиќ, 2007).

Се поставува прашањето, што, всушност е инфлацијата? Познатиот економист Милтон Фридман рекол дека: „инфлацијата е, секогаш и секаде, монетарен феномен“. **Основниот причинител на инфлацијата е порастот на количеството на пари.** Кога централната банка креира пари во големи количества, вредноста на парите започнува да опаѓа. За да се одржи стабилно ниво на цени, централната банка мора да спроведува строга контрола на понудата на пари. Просечното ниво на цените во економијата се прилагодува со цел да ја донесе понудата и побарувачката на пари во рамнотежна состојба. Постојаното зголемување на понудата на пари води до континуирана инфлација (Mankiw, 2003).

За да постои инфлација, мора да се јави вишок кај понудата на пари. Но не само вишок на пари, тие пари мора да циркулираат во економијата и со тоа да го подигаат просечното ниво на цените. Според Vane and Thomson (1979), инфлацијата е пораст на општото ниво на цените кое резултира со постојано опаѓање на вредноста на парите. Слична дефиниција дава и Flemming (1976), кој вели дека инфлацијата е промена на стапката на општото ниво на цените.

Кога цените на добрата кои често се купуваат растат, не мора да подразбира и инфлација. Цените на храната и енергијата на светските берзи се исклучително волатилни и може да се случи да се јават краткорочни нарушувања во понудата кои се јавуваат поради временски непогоди, даноци, тарифи, трговски квоти, технолошки проблеми, и тие можат да ја кренат цената на бензинот или на одредени видови храна. Но зголемените цени на некои производи кои се должат на нарушувања во понудата немаат никаква врска со понудата на пари. Ваквите **шокови** не го креваат просечното ниво на цените, и оттука тие не ја сочинуваат инфлацијата.

Повисоката инфлација влијае на трошоците на живот, односно на животниот стандард. Колкаво ќе биде влијанието ќе зависи од тоа дали повеќе се купуваат оние категории на производи и услуги чии цени растат побрзо (енергија, образование, здравство) или производи и услуги чии цени се зголемуваат побавно (електроника, автомобили, домување).

Треба да се знае дека инфлацијата всушност е просек. Дури и доколку стапката на инфлација е иста во подолг период, цените ќе се менуваат – некои ќе растат, други ќе паѓаат.

Инфлацијата најчесто е асоцијација за зголемени цени, што за обичниот граѓанин значи оптоварување на домашниот буџет, неможност да се задоволат сите потреби за производи и услуги, што најчесто придонесува инфлацијата да се гледа во негативен контекст. Но, инфлацијата не треба секогаш да се толкува како лоша појава. Одредно ниво на инфлација е добар знак за една економија. Иако не постои прецизна дефиниција за ценовна стабилност, сепак вообичаено е таа да се толкува како ниска, позитивна и стабилна инфлација. Од почетокот на деведесеттите години, голем број централни банки не само што ја декларираат ценовната стабилност како крајна цел туку дефинираат и конкретен квантитативен таргет за инфлацијата, во рамки на стратегијата за таргетирање на инфлацијата (Давидовска – Стојановска, Митреска, Шиповиќ, 2007). Централните банки редовно вршат таргетирање на инфлацијата, и тоа најчесто од 2 % до 3 %, бидејќи одредена волатилност на цените е нормална. Ретко е да се сретне монетарна политика која ја таргетира инфлацијата да биде 0%, бидејќи мала инфлација секогаш се преферира во однос на мала дефлација.

Ако дојде до намалување на понудата на пари, се јавува дефлација, односно пад на нивото на цените. Иако ова може да звучи одлично на прв поглед, сепак станува збор за малку посложена ситуација. Во ваков случај граѓаните и компаниите ќе настојуваат да ги одложуваат планираните набавки, чекајќи пониски цени. И долгорочните одлуки за финансирање се под влијание на дефлацијата. Во овие услови, парите кои ќе се вратат на кредиторите подоцна ќе имаат поголема куповна моќ тогаш, отколку оние пари кои би се позајмиле денес. Тоа би значело дека фирмите на кои би им бил потребен капитал за финансирање на нивното проширување би го одложувале позајмувањето, а со тоа и потенцијалната експанзија. Така, економската активност ќе се успорува, а со тоа ќе следат и вишок на вработени кои најверојатно би се отпуштиле од работа. Дефлацијата најчесто се јавува во услови на рецесија и може дополнително да ја влоши контракцијата.

Може да се каже дека инфлацијата и времето се во инверзна врска. Имено, во услови на инфлација парите денес вредат повеќе од парите утре. Како што изминува времето, парите се повеќе ја губат својата вредност. Со дефлацијата овој однос е спротивен, дефлацијата и времето се во директна врска. Во услови на дефлација парите утре вредат повеќе од парите денес. Токму поради овие очекувања се забавува економската активност, а дефлацијата се смета за нетолку посакувана ситуација.

Денес постои генерална согласност околу потребата од одржување ниска и стабилна инфлација, како предуслов за одржлив економски раст и отворање нови работни места. Постигнатиот конзенсус произлегува од веќе потврдените трошоци од високата инфлација, која генерира неизвесен амбиент и со тоа предизвикува нарушувања на потрошувачките и

инвестициските одлуки, создава високи трансакциски трошоци, редистрибуција на доходот од кредиторите кон должниците, како и ерозија на примателите на фиксен приход (Давидовска-Стојановска, Митреска, Шиповиќ, 2007).

Македонија е земја во развој што искуси многу потешкотии на патот за развивање пазарна економија. Во таа насока, Македонија постигна значајна макроекономска стабилност, ако се има предвид ниската стапка на инфлација (Мојсоска – Блажевски и Петрески, 2007).

Мерењето на инфлацијата се врши преку индексот на потрошувачките цени. Според Новковска и Панова (2007), следењето на промените на цените е една од главните активности неопходни за водење на макроекономската политика во земјата. Ако постојат значајни промени во економијата на земјата, од големо значење е да се следи состојбата на потрошувачката на населението, која зазема најголем дел од бруто домашниот производ на земјата. Во услови кога има пораст на платите на населението, важно е да се следи реалната куповна кондиција. Од оваа причина, индексот на цените на потрошувачката се користи за да се усогласат пензиите и другите примања во земјата. За да се спречи создавање на хиперпродукција на одредени производи во производството или во прометот во земјите каде што другите агрегати (на пример, извозот) учествуваат со помал обем, поради тоа индексот на потрошувачките цени е добар индикатор за следење на куповната моќ на населението. Во сегашните пазарни услови во Република Македонија, за очекување е дека цените на производите и услугите не го изразуваат и реалниот издток на населението за соодветен квалитет на производи. Но, и во вакви услови, индексот на потрошувачките цени, од методолошки аспект, е сосема коректен. **Индексот на потрошувачките цени се смета за една од мерките на инфлацијата бидејќи, вообичаено, финалната потрошувачка²⁶ претставува повеќе од 60 % од економската вредност на БДП во земјите во Европската унија (со тенденција на намалување).**

Според Давидовска-Стојановска, Митреска и Шиповиќ (2007), овој индекс претставува само делумен индикатор, бидејќи тој опфаќа еден сегмент од економијата, односно стоките и услугите купени од домаќинствата. Овој индекс не ги инкорпорира стоките и услугите конзумирани од страна на приватните претпријатија или од државата, ниту пак капиталните набавки. Од овие причини, **индексот на потрошувачките цени може да се смета за мерка на инфлацијата на секторот „домаќинства“.** Овој проблем не е лесно да се реши, тешко е,

²⁶ Структурата на финалната потрошувачка на домаќинствата во Република Македонија, анализирана според структурата на БДП, може да се оцени како неповолна. Како пример е земена 2003 година, кога од вкупната потрошувачка, за храна биле потрошени 33,3 %, 6,3 % за облека, 4 % за мебел и апарати за домаќинството, за услуги 46,4 %, за услуги вклучувајќи ги и услугите од Владата и импутираните ренти 8,5 %, за автомобили 2,2 %. Учеството на производите од сопствено производство во вкупната финална потрошувачка изнесува околу 5% (Новковска, Панова, 2007).

потребно е многу време, чини многу, да се изработи ваков индекс, кој, од друга страна, би бил и тежок за толкување. За анализа на инфлацијата многу е позначајно да се произведе група од ценовни индекси кои ќе овозможат комплементарен опфат на движењето на цените за различни пазари и видови трошоци (потрошувачки и капитални). Во најголем број земји индексот на потрошувачките цени се смета за најсоодветен за мерење на инфлацијата и тоа најчесто затоа што во моментот не постојат други показатели кои би биле прифатливи.

Во изминатиот десетгодишен период во Република Македонија се издвојуваат три најзначајни категории кои имаат најголемо учество во инфлацискиот индекс: исхраната, домувањето и сообраќајните средства и услуги. Тие имаат и најголемо влијание врз инфлацијата, бидејќи претставуваат еден вид пондери за нејзино пресметување. Во најголем број случаи, движењето на инфлацијата е детерминирано од промените во категоријата исхрана, што произлегува од доминантното учество на оваа категорија во структурата на инфлацискиот индекс (од 38 % до 47 %). Кога станува збор за начинот на кој се формираат цените во Република Македонија, веќе подолг период е јасно дека тие се детерминирани од понудата и побарувачката, односно нивното формирање е слободно, што истовремено е и карактеристика на слободна пазарна економија. Но овој начин на формирањето на цените не е карактеристичен за сите производи и услуги. Постојат производи и услуги, како што се енергијата и телефонските услуги, кои се одредуваат, делумно или целосно, од страна на регулаторни тела како што е Агенцијата за електронски комуникации и Регулаторната комисија за енергетика. Нивното учество во вкупниот инфлациски индекс се движи околу 15 % (Давидовска-Стојановска, Митреска, Шиповиќ, 2007).

Кога станува збор за инфлацијата во Република Македонија и нејзиното мерење, треба да се напоменат следниве неколку работи:

- Во Република Македонија не постои единствена методологија за пресметување на **базичната инфлација**. На различен начин истата ја пресметуваат Државниот завод за статистика и централната банка.
- Доколку македонската економија продолжи да се движи со зголемен раст, може да се очекува и пораст кај приходите на граѓаните. Оваа тенденција, заедно со пристапот на Македонија во Европската унија, може да ја **промени структурата на инфлацискиот индекс**, односно приближување кон структурата на инфлацискиот индекс на еврозоната каде услугите имаат поголемо учество, што ќе предизвика цените на услугите да се зголемат, што на крај ќе донесе инфлациски притисок.
- За прецизно мерење на инфлацијата недостасуваат информации кои говорат какви се **инфлациските очекувања** на економските субјекти. Преку анкетата за инфлациските

очекувања на субјектите во Република Македонија, која ја спроведува централната банка, веќе од 2007 година овој недостаток полека се елиминира.

2. Осврт кон литературата

Инфлацијата како макроекономски феномен е предмет на истражување на многу домашни и странски автори. Во мноштвото трудови напишани за инфлацијата истата се истражува преку различни економетриски модели, се вклучуваат различни променливи кои имаат потенцијално влијание врз неа и се разгледуваат различни економии. Идеален модел за инфлацијата до сега не е пронајден. Инфлацијата различно е детерминирана за секоја економија. Секоја национална економија вклучува посебни домашни променливи, а вклучува и надворешни променливи, бидејќи инфлацијата е под влијание на глобалните економски и финансиски текови, независно дали станува збор за мала отворена економија или една од светските водечки економии.

Тргувајќи најпрво од домашните автори, следи преглед на трудови во кои е разгледувана **инфлацијата во Република Македонија**.

Изворите на инфлација во Република Македонија ги истражува Петрески (2007). Истражувањето покажало дека постои голема разлика во изворите на инфлацијата во периодот на висока инфлација и во постстабилизацискиот период. Имено, во првиот период, инфлационскиот процес е генериран од номиналните шокови, како што се порастот на наемнините и платите и номиналната депресијација на денарот. Од друга страна, во вториот период, номиналните варијабли го губат значењето во инфлационскиот процес, кој претежно е под влијание на промената на релативните цени.

Во својот труд, Петрески (2007) меѓу другото говори и дека во постстабилизацискиот период е тешко да се пронајдат променливи кои успешно би го објасниле движењето на инфлацијата.

Во трудот на Мојсоска-Блажевски и Петрески (2007) се испитува каузалната врска помеѓу инфлацијата и буџетскиот дефицит. Врската била тестирана преку постоење на коинтеграција помеѓу променливите. Резултатите покажале дека на краток рок дефицитот и инфлацијата на Република Македонија не се поврзани. Додека, на долг рок, буџетскиот дефицит ја предизвикува инфлацијата. Со дополнителен тест за влијанието на дефицитот врз монетарниот агрегат M2 се потврдило дека каузалноста од дефицитот кон инфлацијата е директна (со што се побива монетаристичкиот приод) и со тоа се дава поддршка на силната форма на фискалната теорија на ценовното ниво во Република Македонија.

Движењето на инфлацијата во Република Македонија го истражува и Shamloo (2011). Тој во својот труд врши моделирање и предвидување на инфлацијата со користење на три техники: динамичен факторски модел за краткорочно предвидување, векторски модел со корекција на грешка и нова кејнзијанска Филипсова крива.

Векторскиот модел со корекција на грешка укажува на силна коинтеграција помеѓу домашната инфлација, аутпутот, стапките преку кои се одредува монетарната политика (благајничките записи) и инфлацијата во еврозоната. Од гледна точка на монетарната политика, овој резултат покажува на силен *passthrough* ефект на надворешните цени (коинтеграција со инфлацијата во еврозоната), како и одредена автономија на монетарната политика (коинтеграција со каматната стапка на благајничките записи). Ова може да изгледа како парадокс, имајќи предвид дека земја со фиксен девизен курс може да има мало влијание при спроведување на монетарната политика. Оттука, може да се очекува домашните каматни стапки на благајничките записи и надворешните цени да се линеарно зависни при коинтеграциска врска. Но, овде изгледа како тие одделно и независно да влијаат на монетарната политика во Македонија.

Ова запазување е конзистентно со режимот на монетарна политика во Македонија, каде што постои фиксен девизен курс и одреден степен на монетарна политика во исто време. Ова не е прекршување на невозможното тројство, туку се должи на несовршената капитална мобилност. Истражувањето на функциите на реакциите на монетарната политика и водењето на монетарната политика во вакво окружување е важно прашање за истражување.

Во вакво окружување, монетарните власти имаат официјален таргет, кој е вредноста на девизниот курс, додека, пак, неговиот инструмент, каматната стапка на благајничките записи, овозможува простор за маневрирање со што монетарните власти можат да ја таргетираат инфлацијата и во услови кога не постои притисок на девизните резерви. Во овој труд не се укажува како да се води монетарната политика во такви услови, туку само векторскиот модел со корекција на грешка потврдува дека домашната инфлација е под влијание на каматните стапки поставени од НБРМ кои се независни од движењето на инфлацијата во ЕУ.

Рамадани (2012) спроведува емпириска анализа за долгорочните и краткорочните детерминанти на инфлацијата во Македонија. Во неговиот труд се потврдува долгорочна врска помеѓу цените, паричната маса, номиналниот ефективен девизен курс и реалниот доход. Растот на паричната маса и депрецијацијата на девизниот курс ги зголемуваат цените долгорочно. Неговото истражување потврдува дека врската помеѓу цените и доходот е инверзна.

Петровска и Рамадани (2010) ја истражуваат инфлацијата од аспект на нејзината истрајност (англ. persistence), како и динамиката на цените во Република Македонија. Резултатите укажале на ниско ниво на инертност на инфлацијата, со јасни докази за хетерогеност помеѓу секторите. Разликите помеѓу секторите ја објаснуваат со различните пазарни структури каде што работат фирмите. Истрајноста на инфлацијата и лепливоста (англ. stickiness) на нивото на цените се централни прашања при водењето на монетарната политика. Ако се знае нивото на истрајноста на инфлацијата (степенот до кој инфлацијата настојува да се приближува полека, наместо многу брзо, го претставува рамнотежното ниво после одреден шок) во тој случај централната банка има витална информација за тоа колку (колку брзо, колку долго) нејзиниот инструмент на монетарна политика ќе ја достигне бараната цел.

Монетарниот трансмисионен механизам во Република Македонија го истражуваат Besimi, Pugh and Adnett (2006). Нивната цел е подобро информирање на креаторите на монетарната политика чија основна цел е ценовната стабилност. Се испитуваат долгорочните рамнотежни врски, механизмите на прилагодување и краторочните влијанија помеѓу нивото на цените, аутпутот и трансмисионите канали: девизниот курс денар – евро, каматната стапка, понудата на пари и валутната супституција. Резултатите покажале дека девизниот курс и понудата на пари имаат посилен ефект на домашните цени отколку промените кај каматните стапки. Потоа тие потврдуваат дека девалвацијата ја зголемува валутната супституција и дека валутната супституција го намалува инфлаторниот притисок. Тие предложуваат дека креаторите на монетарната политика во економии слични на македонската треба да ја земат предвид валутната супституција при креирање на монетарната политика и при воведување на промени во монетарниот режим.

Во трудот на Петрески (2007) се користат месечни податоци за макроекономски промени во Република Македонија и се применува VAR пристапот за да се тестираат каузалноста помеѓу режимот на девизен курс од една страна, и инфлацијата и растот од друга. Главните заклучоци се дека Македонија остварила 18 % пониска годишна инфлација поради режимот на фиксен девизен курс. Но, растот на економијата, од друга страна, е помал за 2,17 % на годишно ниво во случај на фиксен девизен курс, и истиот би бил поголем во случај на флексибилен девизен курс во земјата.

Инфлацијата е предмет на истражување и кај **поранешните југословенски републики**.

Во трудот на Vilaret i Palić (2006) се испитува pass-through ефектот на девизниот курс на инфлацијата во Србија. Резултатите од истражувањето покажуваат дека ефектот на девизниот курс на инфлацијата во Србија е релативно висок, но како и во случај со повеќето земји, непотполн. Високиот ефект на овој коефициент во истражувањето не бил очекуван, а се

објеснува со фактот дека Србија е мала отворена економија која е и увозно зависна и со висока зависност од надворешните тенденции и промените во трговскиот биланс.

Mladenović (2009) го испитува односот помеѓу инфлацијата и несигурноста на инфлацијата во Србија. Имено, оваа инфлација е посебно ранлива на шокови во транзицискиот период од 2001 до 2007 година. Со GARCH спецификации се изведени оценки со кои се мери несигурноста на инфлацијата. Добиените променливи се вклучени во VAR моделот за да се тестира Гренџеровата каузалност помеѓу инфлацијата и нејзината несигурност. Основниот заклучок на овој труд е дека високата инфлација носи и висока несигурност, додека високата несигурност долгорочно има негативно влијание на нивото на инфлација.

Инфлацијата во Србија е предмет на истражување во повеќе трудови, Mladenović i Nojković (2011), Mladenović i Nojković (2012), Gorbanyov (2005) и Petrović i Mladenović (2005).

Влијанието на екстерните шокови врз инфлацијата и бруто домашниот производ на Хрватска се испитува во трудот на Krznar i Kunovac (2010). Во овој труд се анализира релативната важност на домашните и надворешните шокови за движењето и волатилноста на домашната инфлација и бруто домашниот производ. Резултатите од истражувањето добиени со векторски авторегресивен модел со блок-егзогени ограничувања води до заклучок дека ефектите од шоките на светските цени врз цените на производителите и цените на потрошувачите се значајни. Светските цени во најголем дел влијаат на варијациите кај домашните цени, вклучувајќи го индекот на потрошувачки цени и индексот на цени на производители. Исто така, шоките кај бруто домашниот производ на ЕУ се главни детерминанти на реакцијата на домашната економска активност и се главен извор на флукуациите кај хрватскиот бруто домашен производ. Резултатите од моделот укажуваат дека за сите идни истражувања за домашната економска активност и домашната инфлација треба да го земат предвид и значајното влијание на надворешните фактори. Наједноставно кажано, екстерните фактори се главни детерминанти на домашната инфлација и домашната економска активност.

Интересни заклучоци се добиени со векторскиот авторегресивен модел за инфлацијата во Хрватска има и Raune (2002). Резултатите покажуваат дека инфлацијата е позитивно условена со порастот на платите и депресијацијата на националната валута. Интересно е да се спомене дека временските доцнења на инфлацијата се незначајни, што укажува на отсуство на инфлациска инерција. Постои и повратна спрега од порастот на платите, депресијацијата на валутата, како и изминатиот пораст на парите кон сегашниот пораст на парите. Порастот на парите е под влијание на изминатиот пораст на парите и депресијацијата на валутата. На крај,

депресијацијата на валутата е под влијание на порастот на парите и минатите вредности на депресијацијата на валутата.

Моделирањето на инфлацијата во Хрватска и утврдувањето на нејзините детерминанти се предмет на многу истражувања, меѓу кои ќе се наведат Vizek i Broz (2007), Malešević – Perović (2009), Botrić (2005), и Botrić i Cota (2006).

Krušec (2007) врши краткорочно предвидување на инфлацијата во Словенија. Во трудот се врши предвидување на општата инфлација, како и на нејзините компоненти (инфлацијата на енергијата, инфлацијата на индустриските добра, инфлацијата на услугите, инфлацијата на преработените добра и инфлацијата на непреработените добра). Резултатите добиени со факторскиот модел со споредени со авторегресивниот модел и со векторскиот авторегресивен модел. Резултатите покажале дека факторскиот модел е подобар од авторегресивниот модел, а истовремено и не е полош од предвидувањата добиени со векторскиот авторегресивен модел за сите компоненти и за општата инфлација. Оттука произлегува дека факторскиот модел е добра алатка за предвидување на инфлацијата во Словенија.

Во трудот за постстабилизациското инфлациско движење во Словенија на Ross (2000) се испитува инфлацискиот процес во Словенија преку испитување на одредени заеднички детерминанти на инфлацијата кај земјите во транзиција. Тестовите за Гренјџерова каузалност и анализата на VAR моделот сугерираат силна поврзаност помеѓу порастот на монетарните агрегати и промените во девизниот курс врз инфлацијата. Порастот на платите има влијание врз инфлацијата, но иницијалниот импулс го даваат промените во девизниот курс и растот на монетарните агрегати.

Инфлацијата во Словенија е предмет и на други трудови, Kozamernik (2008) и Stoviček (2007).

Кога станува збор за **еврозоната**, тука постојат бројни трудови, од кои голем дел се однесуваат на предвидувањето на инфлацијата. Можат да се споменат трудовите на Benal et. al. (2004), Campa-Mencez and Kapetanious (2004), Espasa and Albacete (2001), Hubrich (2003), Marcellino et. al. (2003) и Marcellino (2004).

Hendry (2006) врши емпириско моделирање на инфлацијата во Велика Британија, земајќи серија од 1875 година до 1991 година. Во заклучокот од својот труд вели дека речиси сите теории можат да бидат дел од емпириското објаснување за инфлацијата во оваа земја. Најважните економски детерминанти се вишокот на побарувачката на добра и услуги, светската инфлација и краткорочната каматна стапка. Номиналниот пораст на пари, инфлацијата на енергијата и металите и промените во каматните стапки се исто така значајни,

но вишокот на пари, вишокот на долг и вишокот на побарувачка на труд не се. Не постои единствено објаснување зошто, ниту вишокот на пари ниту невработеноста не играат најважна улога. Како и во секое друго емпириско истражување, резултатите се привремени, но се конзистентни со основното согледување дека инфлацијата е резултат на вишокот на понуда и побарувачка во економијата.

Инфлацијата во Финска ја испитува Juselius (2002, 2006, 2007) со користење на коинтегриран векторски авторегресивен модел. Резултатите од неговото истражување покажале дека инфлацијата во Финска примарно е детерминирана од вишокот на побарувачка на пазарот на производи и од промените кај долгорочната каматна стапка. Другите објаснувања како што се побарувачката за пари и увезената инфлација имаат мало значење, но може да имаат индиректно влијание на вишокот на побарувачка и долгорочната каматна стапка.

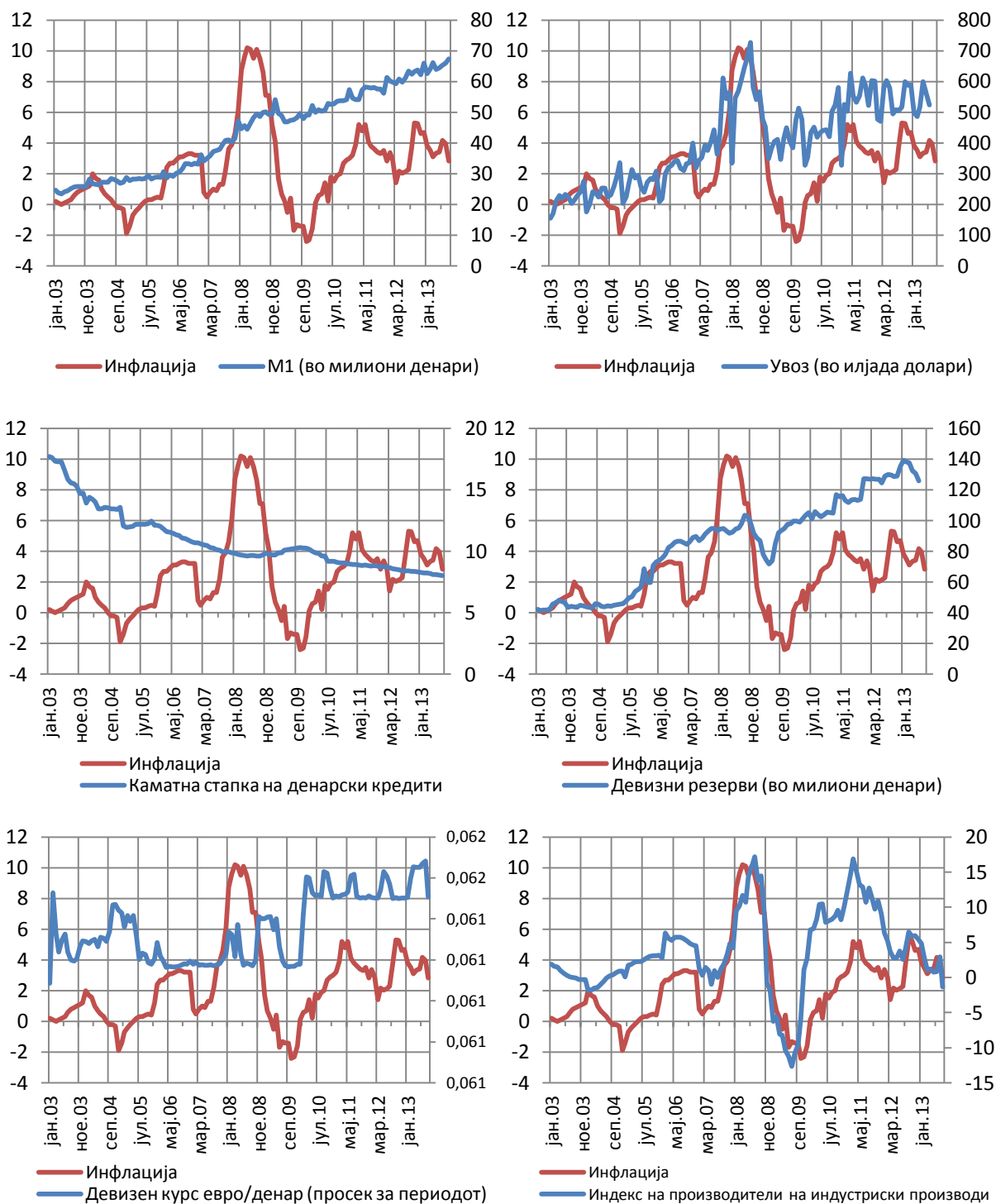
Welfe (2000) ја моделира инфлацијата во Полска. Во својот труд користи два различни, агрегатни модели на инфлација. Првиот модел користи променливи искажани во стапки на раст, и на тој начин ги исклучува долгорочните ефекти. Вториот модел е векторски модел со корекција на грешка со кој се настојува да се утврдат долгорочните односи помеѓу платите, цените, продуктивноста на трудот и невработеноста. За оценување се користи Јохансеновиот метод, а се користат и ограничувања во идентификацијата на моделот, со цел да се добие систем на равенки кои можат економски да бидат интерпретирани (структурен модел со корекција на грешка).

Земајќи ги предвид цитираните истражувања, авторот ќе се обиде да изготви модел со кој ќе се оцени инфлацијата во Република Македонија. Наведените трудови се од голема помош при изборот на променливите, одредувањето на должината и фреквенцијата на временските серии, изборот и идентификацијата на моделот, неговото оценување и толкување на добиените резултати. Детално за изработката на моделот на инфлацијата во Македонија во делот што следи.

3. Инфлацијата во Република Македонија во однос на клучните макроекономски променливи

Изборот на променливите кои ќе бидат составен дел од економетрискиот модел претставува една од најделикатните задачи при моделирањето на инфлацијата. Теоријата говори за најважните променливи и нивната насока на делување на инфлацијата, но како и во многу други примери, теоретскиот модел не се пресликува толку добро во реалните податоци.

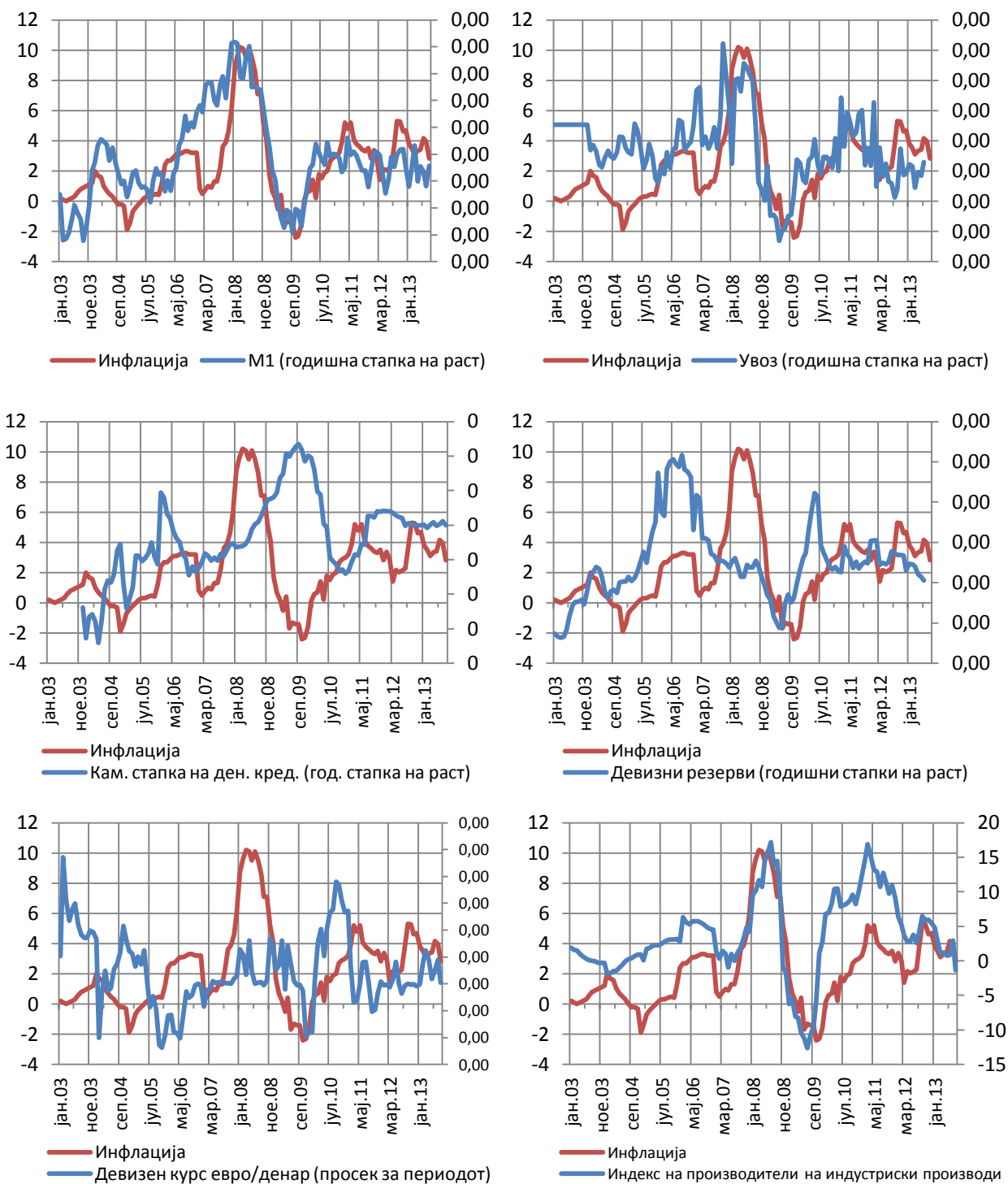
Слика 3.1. Инфлацијата и макроекономски променливи во РМ



Извор: официјални статистики на Народната банка на Република Македонија, Државниот завод за статистика и Министерството за финансии

Со осврт кон литературата која го третира проблемот на моделирањето на инфлацијата, како и теоретските модели (Bardsten, 2005; Welfe, 2013), извршен е избор од група на променливи.

Слика 3.2. Инфлацијата и разните макроекономски променливи во РМ – годишни стапки на раст



Извор: приказ и пресметки на авторот

Пред да се започне со економетрискиот модел, добро е најпрво да се разгледаат временските серии и да се толкува нивната динамика. За подобро согледување на сериите, тие се прикажани на два начина.

На слика 3.1 се прикажани домашни макроекономски серии, за кои авторот смета дека имаат поврзаност со домашната инфлација, и се искажани во нивните апсолутни износи. Но, бидејќи инфлацијата се прикажува како годишна стапка на раст, истите серии се трансформирани во годишни стапки на промена и се прикажани на слика 3.2. На овој начин многу појасно се согледува кај кои серии постои сличност со динамиката на инфлацијата.

Сериите се прикажани преку месечни податоци за периодот од јануари 2003 до август 2013, односно вкупно 128 опсервации. Периодот после 2003 година авторот го смета за постабилен период во економијата на Република Македонија. Во текот на деведесетите посебно се изразени ефектите на транзицискиот период, а во 2001 година воениот конфликт има влијание на бројни економски променливи.

Во делот што следи ќе биде објаснето движењето на секоја од променливите, нивните карактеристични промени, како и нивната можна поврзаност со домашната инфлација.

Инфлација во Република Македонија-се мисли на индексот на трошоците на живот пресметани во однос на истиот период од претходната година. Овој индекс во набљудуваниот период има динамичен тек. Од јануари 2003 година до август 2007 година, инфлацијата има релативно стабилно темпо и не ја надминува вредноста од 3 %. Влијанието на светската економска криза започнува да се чувствува од септември 2007 година, кога стапката на инфлација започнува да расне, со што стапката на инфлација ја достигнува својата највисока вредност, 10,2 % во март 2008 година. После тоа стапката на инфлација бележи пад и може да се каже дека со почетокот на 2009 година се стабилизира нејзиното движење. Пораст на инфлацијата повторно се бележи во 2011 година кога највисоката стапка на инфлација изнесува 5,2 % во месец март и месец мај.

Оттогаш, па до последниот датум на опсервација, август 2013 година, може да се каже дека инфлацијата задржува повисоко ниво, споредено со периодот јануари 2003 година до август 2007 година, кога таа не е повисока од 3 %. Во периодот јануари 2011 година до август 2013 година највисоката стапка на инфлација изнесува 5,32 %.

И покрај изразените периоди на пад и раст, може да се заклучи дека нивото на инфлацијата е зголемено од почетокот на набљудуваниот период. Тоа можат да го поткрепат и некои од илустрираните макроекономски променливи.

Монетарниот агрегат M1-ова е променлива која е несомнено поврзана со инфлацијата. Претходно е споменато дека порастот на инфлацијата е предизвикано со порастот на количеството на пари. А како најдобро се мери порастот на количеството на пари, ако не преку монетарниот агрегат M1 кој ги опфаќа готовите пари во оптек и депозитните пари и во разгледуваниот период бележи значаен раст. Од слика 3.1 може да се заклучи дека во јануари

2003 година вредноста на M1 изнесувала 24.605 милиони денари. За седум години овој износ се дуплира, и во јануари 2010 година вредноста на M1 изнесува 49.976 милиони денари. Во последниот период, август 2013 M1 изнесува 67.350 милиони денари, што значи дека во разгледуваниот период M1 се зголемил за 2,7 пати.

Првата претпоставка на авторот за оваа серија е дека ако таа бележи раст од 2,7 пати, тоа сигурно значи и дека и инфлацијата се зголемила. Имено, просечната стапка на инфлација за 2003 година изнесува 0,54 %, а за осумте месеци од 2013 година, таа изнесува 3,52 %. Ова, се разбира, се нагласува само со цел да се потенцира мислата на авторот, но математиката вели дека инфлацијата се зголемила за 6,5 пати. Јасно е дека ова е висок коефициент и не мора да значи дека и цените се зголемиле 6,5 пати. Преку монетарниот агрегат е прикажана побарувачката на пари. Понудата на пари ја одредува централната банка заедно со банкарскиот систем, преку благајничките записи. Колкава пак ќе биде побарувачката на пари зависи од каматната стапка како и од просечното ниво на цените. Од движењето на монетарниот агрегат M1, според економската теорија, може да се претпостави дека тој бележи значаен раст со цел да ги следи зголемените цени.

Втората претпоставка на авторот може да се изведе од слика 3.2. Имено, кога серијата M1 е прикажана во апсолутни вредности, таа бележи тенденција на раст. Кога е прикажана како годишна стапка на раст, во тој случај динамиката на двете серии бележи голема сличност. За тоа говори и коефициентот на корелација меѓу сериите кој изнесува 0,7. Оттука, може да се претпостави дека *монетарниот агрегат M1 е значајна детерминанта на инфлацијата* – тврдење кое ќе се тестира во понатамошната анализа.

Увозот на стоки во Република Македонија-Во случај на мала отворена економија увозот е од посебно значење кога станува збор за одредување на факторите на инфлацијата. Во увозот се опфаќаат сите стоки, без разлика дали се увезени директно од странство, од царински транзит или од царински складишта и комерцијални слободни зони, а се наменети за производство, инвестиции или широка потрошувачка. Македонија е мала отворена економија која во голема мера зависи од другите земји во светот. Во структурата на увозот за 2012 најголемо учество имаат индустриските набавки со 41,8 %, потоа горивата и мазивата со 20,8 %, храна и пијалаци со 11,7 %, производите за инвестиции 11,3 % додека остатокот од 14,5 % отпаѓаат на други стоки и опрема. Република Македонија најмногу увезува производи од Грција. Други поважни земји од кои се увезуваат производи се Бугарија, Германија, Италија, Велика Британија, Србија и Кина.

Важно е да се спомене и дека увозот во Република Македонија е концентриран, односно повеќе од половина од увезените стоки се од земјите од Европската унија. Според

Статистичкиот годишник 2013 на Државниот завод за статистика на Република Македонија, во 2012 година 58,37 % од вкупниот увоз бил остварен од земјите од Европската Унија. Во 2011 година овој процент изнесувал 54,4 %.

Трета претпоставка - на слика 3.1 е прикажан увозот на стоки, изразен во илјада долари, а на слика 3.2 е прикажан увозот како годишна стапка на раст. *Авторот на овој труд смета дека домашната инфлација во голема мера е одредена од цените на увезените производи.* Бидејќи поголемиот дел од увозот е од земјите од Европската унија, авторот смета дека европските цени ја детерминираат и домашната инфлација, со едноставно увезување на стоки кај кои цените се зголемени.

Четвртата претпоставка вели дека увозот на стоки делува во инверзна насока, и тоа преку девизниот курс. Во услови на фиксен девизен курс, во случај кога увозот е поголем од извозот, како што е случај со Република Македонија, при увоз на странски стоки и услуги кои е потребно да се платат со девизи, расте побарувачката за девизи, поточно расте побарувачката за евра (бидејќи најголемиот дел од размената е со земјите од Европската унија). Во овој случај, со цел да се одржи фиксниот девизен курс, централната банка продава од своите девизни резерви. Фиксниот курс се одржува, но при продажбата на девизи се повлекуваат денари, со што се намалува понудата на истите. Намалената понуда на пари значи и пад на инфлацијата. Оттука се јавува инверзен знак помеѓу домашната инфлација и вредноста на увозот. Во овој случај потребно е да се изврши стерилизирана интервенција, односно преку купување на владини обврзници или благајнички записи да се пуштат пари во оптек со што ќе се надомести падот кај понудата на пари. Истата врска би се докажала и меѓу извозот и инфлацијата, но ефектот би бил со обратен знак. Зголемениот извоз би ја зголемил инфлацијата.

Со увозот се опфаќа и базичната инфлација. **Базичната инфлација** (англ. core price index) го исклучува влијанието на промените на цените на храната и цените на енергијата бидејќи тие се менуваат многу често и поради нив не може да се утврди долгорочен тренд на нивото на цените. *Базичната инфлација, според некои аналитичари, го опфаќа увозниот дел од вкупната инфлација, дел кој не може лесно да се предвиди.* Шоковите во увозните цени се оние кои ја прават инфлацијата непредвидлива, и во нивно отсуство, се очекува стабилна инфлација. Пример за тоа можат да бидат цените на увезените прехранбени производи. Според НБРМ, увозот на сè поскапа храна може да го зголеми инфлацискиот притисок. Во годините кога се јавија поплави во регионите од кои Македонија купува најмногу храна, поскапеа прехранбените производи. Затоа се бара претпазливост за растот на цените на

прехранбените производи од увоз, особено во услови кога се намалува домашната понуда на земјоделски производи.

Шестата претпоставка се согледува од слика 3.2 каде што јасно се гледа дека увозот и инфлацијата имаат синхронизирано движење. Оттука, како и од претходно изнесените тврдења, може да се претпостави дека и *увозот е значајна детерминанта на домашната инфлација*, и истото тврдење ќе биде тестирано преку економетриски модел.

Каматните стапки на денарските кредити-од слика 3.1 може да се воочи дека тие бележат пад, од 17,71 % на почетокот на периодот на 8 % на крајот на разгледуваниот период. Имено во случај на зголемена инфлација (како што авторот претпоставува дека се случило во разгледуваниот период), тие би требало да се зголемат, со цел да се намали побарувачката на кредити и да се регулира инфлацијата. Ваква била реакцијата на светската економска криза која посебно се одразила на инфлацијата во 2008 година. Како реакција на оваа неповолно движење бил порастот на каматните стапки од мај 2009 година до февруари 2010 година. Уште една мерка која Народната банка на Република Македонија ја презема во овој период е зголемувањето на каматните стапки на благајничките записи со цел да ги повлече парите од граѓаните и претпријатијата. Друга мерка била ограничување на дозволените пречекорувања на тековните сметки и лимитите на кредитните картички, со цел да се стерилизира вишокот на пари во оптек. Сите овие мерки имале за цел да ја забават кредитната експанзија, со надеж дека ќе се предизвика и извесно намалување на инфлаторните притисоци.

Но, од март 2010 година каматните стапки постојано бележат пад. Во август 2013 година достигнале до најниската вредност од 8 %. Ниските каматни стапки ги прават парите ефтини, побарувачката за нив расте, се пуштаат пари во оптек и инфлацијата се зголемува. Доколку инфлацијата не забележи пад во идниот период, можеби една од мерките за нејзино регулирање би биле токму каматните стапки. Според Соопштението на НБРМ од седницата на Комитетот за оперативна монетарна политика, од 13.11.2013 година, се цитира следното „и покрај закрепнувањето на економијата, нема да дојде до поголеми притисоци преку забрзување на инфлацијата и влошување на надворешната позиција. Инфлациските изгледи за 2013 година не се променети во однос на април, а истовремено и понатаму се очекува забавување на растот на инфлацијата во следните две години, во отсуство на шоките од увозните цени, коишто ги имаше досега“. Значи дека се очекува стабилизација на инфлацијата во периодот што следи.

Од слика 3.2 јасно се гледа дека движењата на инфлацијата и каматните стапки не се синхронизирани, како и нискиот коефициент на корелација од -0,04 потврдува дека не постои значајна поврзаност на истите.

Девизни резерви-во случај на фиксен девизен курс, централната банка може да се најде во ситуација каде што понудата и побарувачката ќе вршат притисок врз вредноста на националната валута (доколку постои висока побарувачка за евра, вредноста на еврото ќе јакне, додека пак вредноста на денарот ќе слабее, и обратно), со што централната банка ќе биде приморана да ги користи девизните резерви со цел да се одржи фиксниот девизен курс. Во случаи на перфектна мобилност на капиталот, промените кај девизните резерви се само привремена мерка, бидејќи фиксниот девизен курс ја врзува домашната монетарна политика со монетарната политика на онаа земја со која е врзан и курсот. Во примерот со Македонија тоа е еврото. Оттука, на долг рок, монетарната политика во Македонија треба да се прилагодува со цел да биде компатибилна со монетарната политика на Европската унија. Доколку тоа не се случи, Македонија би се соочила со прилив или одлив на капитал. Врзувањето на домашната валута со еврото значи и постигнување на конвергенција на цените, односно цените во Македонија и цените во Европска унија ќе се движат на ист начин (пораст на цените во ЕУ ќе значи и пораст на цените во Македонија).

Девизните резерви во Република Македонија бележат значен пораст (слика 3.1). Нивната просечна вредност за периодот 2003 – 2005 година изнесувала околу 750 милиони евра, за во периодот 2011 – 2013 година просечната вредност на девизните резерви да достигна до 2 милијарди евра. Тоа значи дека на централната банка и се потребни значително повеќе девизни резерви за да ги одржува фиксниот девизен курс и инфлацијата стабилни. Порастот на бруто надворешниот долг го поткрепува ова тврдење, кој изнесувал 2 милијарди евра во 2004 година, за во средината на 2013 година тој да изнесува 5,5 милијарди евра. И порастот на увозот влијае на зголемувањето на девизните резерви. Увозот на почетокот на 2004 година изнесувал 177 милиони американски долари, за во јуни 2013 година да изнесува 524 милиони американски долари. За сервисирање на надворешниот долг и плаќање на увозот се потребни девизи. За истите ќе се појави зголемена побарувачка, што ќе придонесе до намалување на вредноста на денарот. Од таа причина монетарната власт делува со сопствените девизни резерви и го одржува фиксниот девизен курс.

Дека девизните резерви играат значајна улога при зголемениот увоз може да се воочи од слика 3.2 каде што тие се прикажани во годишна стапка на промена. Имено, во периодот на светската економска криза, која во Република Македонија посебно се одрази во 2008 година кога стапката на инфлација достигна највисоко ниво од 10,1 %, девизните резерви значително се намалени, во однос на истото ниво од претходната година. Претпоставка на авторот е дека тие се користеле за да се исплати увозот чија вредност била значително зголемена, поради зголемените цени во Европската унија, исто така за време на светската економска криза. Ова

предизвикало позитивен ефект на домашната инфлација со тоа што преку продажбата на девизи се повлекуваат денари и истата се стабилизира-се намалува.

Девизен курс евро денар-оваа променлива би требало да биде посебно значајна кога станува збор за инфлацијата, бидејќи преку неа може да се влијае на истата. Но, од графичкиот приказ на слика 3.1, како и приказот на годишната промена од слика 3.2, авторот претпоставува дека нема сличност во движењата на инфлацијата и девизниот курс. Имено, променливите како што се увозот или девизните резерви можат повеќе да кажат за нивното влијание врз инфлацијата, отколку девизниот курс. Една од претпоставките зошто е така е дека девизниот курс кој мора да се одржува фиксен и бележи релативно мали флукуации, што не се доволни да се опфати изразитата динамика на инфлацијата.

Кај девизниот курс авторот забележа одредена ситуација која сака да ја нагласи. Од јануари 2003 година до јануари 2010 година просечната вредност на девизниот курс евро/денар изнесува 61,26, додека пак од февруари 2010 година до август 2013 година, просечната вредност на девизниот курс изнесува 61,55 денари. Станува збор за зголемување на курсот од 4,73 %. Тука се претпоставуваат неколку можни одовори:

- Кажаното е во согласност со теоријата која вели дека повисоката стапка на инфлација предизвикува девалвација и ја слабее националната валута, што придонесува за намалување на куповната моќ. Оваа девалвација не е најавена од монетарните власти и не е официјална.
- Зголемувањето на девизниот курс е во дозволени граници кои се толерираат кај фиксниот девизен курс.
- Стабилниот процес на инфлација не се смета за девалвација, но ако постои високо ниво на инфлација, земјата може да печати пари со цел да го покрие постојаниот буџетски дефицит без да позајмува пари, што пак ќе се смета за девалвација. Ова е најмалку веројатна опција.

Авторот ова прашање го остава отворено и може да биде предмет за понатамошно истражување.

Останува и да се каже дека фиксниот девизен курс овозможува ценовна дисциплина во случај кога кај одредена земја се јавува постојан дефицит во билансот на плаќање, како што е Република Македонија.

Индекс на индустриски производители-оваа променлива и инфлацијата имаат слично движење (коефициент на корелација од 0,66), што е јасно бидејќи станува збор за два индекса на цени кои се под влијание на исти фактори. Оваа променлива само е прикажана за да се

утврди дека цените и кај двата индекса се движат на сличен начин и нема да биде предмет на понатамошно истражување.

Од претходно кажаното може да се заклучи дека најголема сличност со динамиката на инфлацијата може да се воочи кај монетарниот агрегат M1 и увозот. Имајќи предвид дека и економската теорија ја објаснува оваа условеност, овие променливи ќе бидат дел од истражувањето на детерминантите на домашната инфлација.

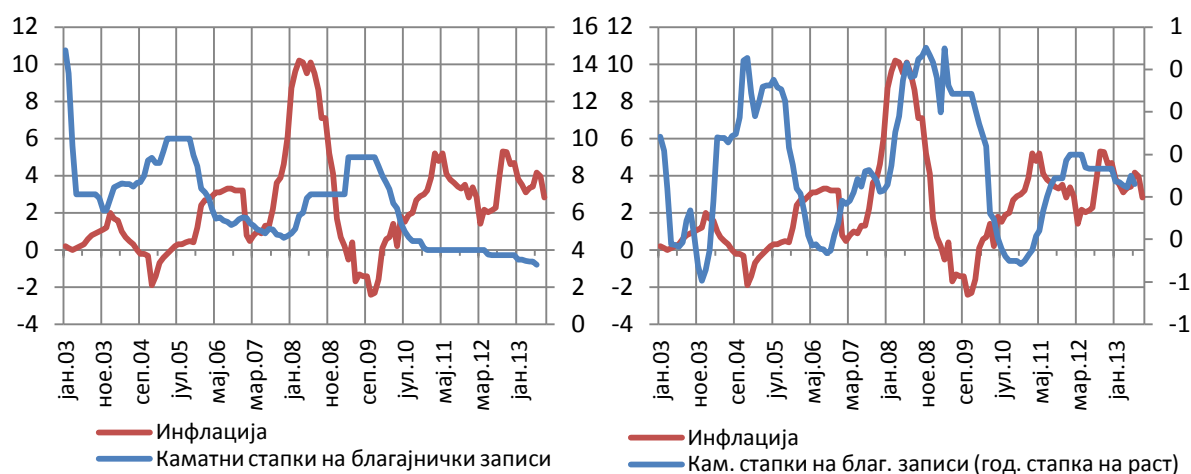
Треба да се напомене дека треба да се прави разлика помеѓу детерминатните на инфлацијата, односно променливи кои влијаат на инфлацијата, и променливи кои се инструменти на монетарната власт за контролирање на инфлацијата. Така, променливите кои влијаат на инфлацијата може да бидат цените на енергенсите на светските пазари (иако до некаде овие цени се административни и се регулираат), инфлацијата во еврозоната (поради поврзаноста преку девизниот курс), инфлацијата во земјите од кои Македонија најмногу увезува (оваа инфлација се поклопува со инфлацијата во Европската унија бидејќи оттука се увезуваат повеќе од половина од увезените стоки), пораст на монетарните агрегати (преку порастот на доходот на граѓаните, намалување на каматните стапки на кредитите) и низа други променливи. Од друга страна, каматните стапки на благајничките записи и девизните резерви се инструменти на монетарната политика со кои се одржува макроекономската стабилност, во која спаѓа и ниската стапка на инфлација. Нормално, иако во едната група се причинителите на инфлацијата, а во другата група се променливите со кои се коригира нивото на цените, и едните и другите се дел од сложен систем на една национална економија, и од таа причина тие се разгледуваат заедно. При градење на модел кој би ги утврдил детерминантите на инфлацијата, кој е предмет на овој труд, ќе се земат само променливите кои се причинители на инфлацијата. Променливите кои се инструменти на монетарната политика, заедно со инфлацијата, може да се вклучат во нов модел каде би се тестирала ефективноста на монетарната политика при регулирање на инфлацијата во Република Македонија.

Илустративно, на слика 3.3 се прикажани каматните стапки на благајничките записи. Искажани во нивните апсолутни вредности, изгледа како тие да немаат влијание при корекција на инфлацијата. Искажани во годишни стапки на раст, јасно се гледа дека тие ја следат инфлацијата и се еден од најважните инструменти за нејзино контролирање.

После се кажано, се поставува прашањето, кој реално ја одредува инфлацијата, кои цени се доминантни во движењето на инфлацијата, дали инфлацијата е одредена од домашни или надворешни макроекономски движења? Ако до сега се говореше за домашните променливи, да се обрне внимание и на надворешните променливи, кои пак може да имаат дури и поголем ефект врз домашната инфлација од домашните променливи.

На слика 3.4 е прикажано движењето на стапката на инфлација на Република Македонија, како движењето на цената на нафтата на светските пазари и стапката на инфлација во Европската унија. Од сликата може јасно да се воочи дека и цената на нафтата, а посебно стапката на инфлација во Европската унија²⁷, имаат многу слично движење, а со тоа и многу големо влијание на инфлацијата во Република Македонија, која е мала, отворена и увозно зависна економија. Ова не треба да е изненадувачки фактор.

Слика 3.3. Инфлацијата и каматните стапки на благајничите записи



Извор: Народна банка на Република Македонија, приказ на авторот

Цената на нафтата и инфлацијата се поврзани на тој начин што промената на цената на нафтата е причината, а инфлацијата е ефектот од таа промена. Ако цената на нафтата се зголемува или намалува, инфлацијата го следи тоа движење. Цената на нафтата е прикажана во американски долари за еден барел и поради големата сличност во движењето со инфлацијата во ЕУ и Македонија, не е трансформирана во годишна стапка на раст.

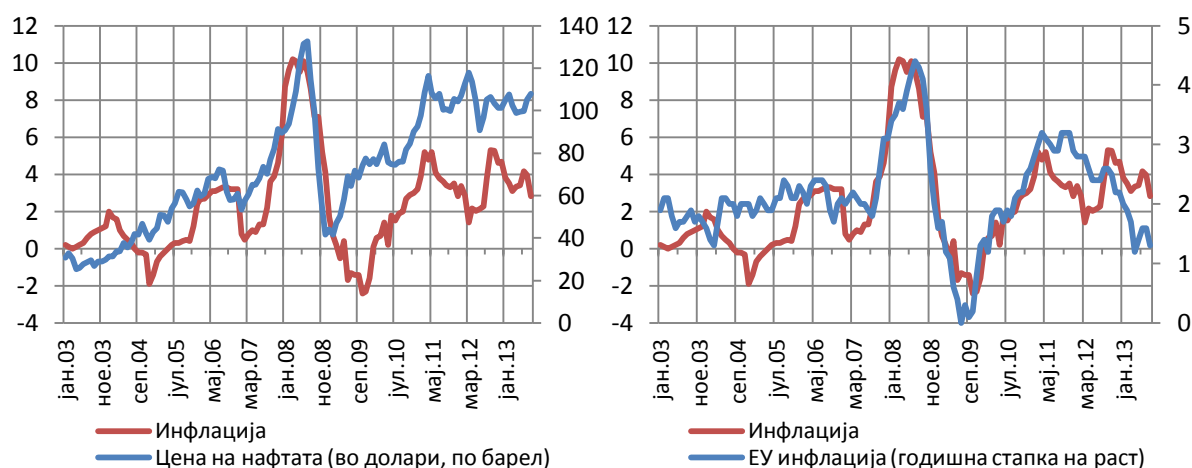
Порастот на цената на нафтата предизвикува пораст речиси на сите цени, а посебно на цените за исхраната и цените на енергијата. Доказ за тоа е дека при светската економска криза, кога цената на нафтата пораснала (и покрај тоа што постојат регулаторни комисији кои ја

²⁷ Во истражувањето се користи хармонизираниот индекс на потрошувачки цени кој дава споредливи мерења на инфлацијата за земјите и групите на земји во кои тој се пресметува. Овој индекс е економски индикатор кој ја мери промената низ времето на цените на потрошувачки добра и услуги кои ги користат домаќинствата. Со други зборови, станува збор за група на индекси на потрошувачки цени кои се пресметани според хармонизиран пристап и по единствени правила. Овој индекс обезбедува официјално мерење на инфлацијата на потрошувачки цени во еврозоната за целите на монетарната политика и за оценка на инфлационата конвергенција која се бара според Мастриските критериуми за пристап во еврозоната.

одредуваат оваа цена), инфлацијата пораснала во еврозоната, како инфлацијата во Република Македонија.

Во периодот на кризата, 2007 и 2008 година, главен двигател на инфлацијата во Република Македонија биле цените на исхраната, кои во вкупниот индекс на инфлација учествувале со приближно 75 %. Оттука може да се заклучи дека порастот на цената на нафтата има брзо и силно влијание на инфлацијата во Македонија. Секако, ефектот на цената на нафтата е и индиректен. Имено, таа влијае и на инфлацијата во ЕУ, па оттаму ефектот се пренесува и во Македонија. Станува збор за три променливи кои се исклучително поврзани меѓусебно.

Слика 3.4. Инфлацијата и надворешните макроекономски променливи



Извор: бази на податоци на Еуростат и Index Mundi

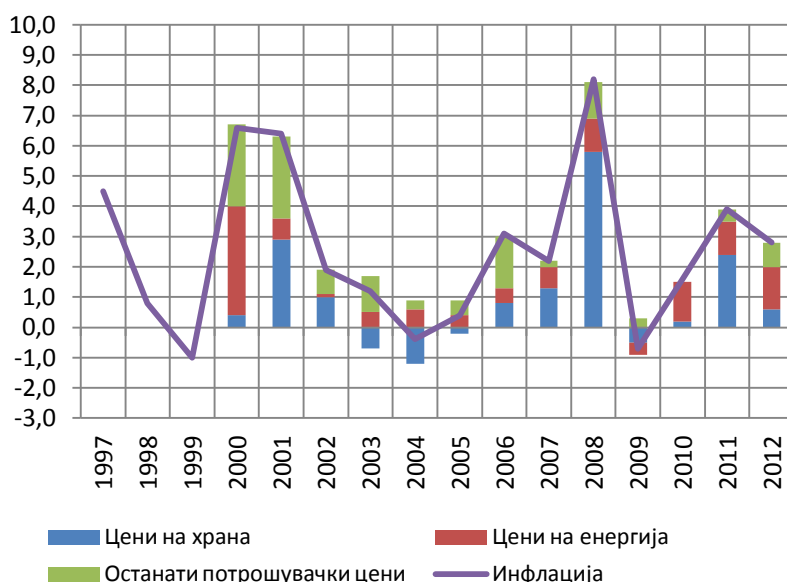
На слика 3.5 е прикажана годишната инфлација во Македонија и нејзините основни компоненти. *Цените на храната и цените на енергијата имаат најголемо учество во стапката на инфлација. Тоа придонесува инфлацијата во Македонија да биде посебно осетлива на промените кај овие цени на светските пазари.*

Уште еден факт кој придонесува кон дел од овој заклучок е прикажан на слика 3.6. Имено, може да се потврди дека домашните цени на храна имаат речиси идентично движење на цените на храната со земјите кои се главни трговски партнери на Република Македонија.

Очигледно е дека цената на нафтата има влијание врз домашната инфлација. Тоа како и фактот дека коефициентот на корелација на овие две серии е 0,65 го доведува авторот до заклучокот *цената на нафтата да биде внесена во моделот како детерминанта на домашната инфлација.*

Инфлација во Евро зоната-во услов на фиксен девизен курс, како што е случајот со Македонија, националната валута денар е врзана за европската валута евро. Фиксниот девизен курс се користи да се стабилизира вредноста на националната валута и да се контролира инфлацијата. Но, како што се менува вредноста на референтата валута – еврото, така се менува и националната валута – денарот. Ова значи дека инфлацијата во земја со фиксен девизен курс е одредена од инфлацијата на земјата чиј девизен курс е **референтен** – во овој случај станува збор за еврото. Од слика 3.4 може да се заклучи дека Македонија е пример за токму ваква ситуација.

Слика 3.5. Годишна стапка на инфлација во Република Македонија и нејзините главни компоненти (во процентни поени)



Извор: Државен завод за статистика

Врзувањето на домашната валута со еврото значи и постигнување на конвергенција на цените, односно цените во Македонија и цените во Европската унија ќе се движат на ист начин (пораст на цените во ЕУ ќе значи и пораст на цените во Македонија).

Дали преку девизниот курс, или преку увозот, повеќе од јасно е дека *инфлацијата во еврозоната е главна детерминанта на домашната инфлација*. За тоа говори и коефициентот на корелација помеѓу овие две серии кој е највисок и изнесува 0,79. Моделот треба само да ја потврди оваа претпоставка.

Иако четири од наведените осум променливи и повеќе од јасно во голема мера ја одредуваат инфлацијата, треба да се има предвид дека постојат и други елементи кои влијаат на инфлацијата. Тука може да се наведе материјализацијата на секундарните ефекти, како што

се психолошките ефекти, потоа притисоците од страната на побарувачката поради интензивираниот пораст на платите скоро во сите сектори на економијата, како и силниот кредитен раст.

Слика 3.6. Странски ефективни* и домашни цени на храна



*Ефективните странски цени на храна се добиени како пондериран збир од цените на храната во земјите што се најзначајни трговски партнери со Република Македонија
Извор: Државен завод за статистика, Eurostat и пресметки на НБРМ

Уште еден елемент на инфлацијата кој вреди да се спомене е **инфлаторната инерција**. Според Петрески (2007) инфлаторната инерција е значително присутна во современите економии, со тоа што интезитот е значително помал кај земјите во транзиција, во споредба со развиените економии. Истото го потрепува и економската теорија. Голем број автори сметаат дека инфлаторната инерција може да објасни значаен дел од инфлацијата. Кога станува збор за транзиционите земји влијанието на инфлаторната инерција доаѓа до израз дури во подоцнежните фази од транзицијата, кога инфлацијата веќе е стабилизирана. Петрески (2007) во својот труд го потврдил влијанието на изминатата инфлација врз идното движење на истата, односно докажал дека постои одредена инерција во движењето на инфлацијата. Во моделот кој авторот ќе го прикаже во делот што следи, меѓу другото ќе се испитува и влијанието на инфлаторната инерција врз динамиката на инфлацијата во Република Македонија.

Заклучокот од претходната дискусија е дека во истражувачкиот модел за утврдување на детерминатите на инфлацијата ќе се земат следните променливи:

- **Инфлацијата во еврозоната**-влијанието на инфлацијата од еврозоната се пренесува на два начина. Едниот начин е девизниот курс со кој Македонија е врзана со ценовното движење во Европската унија и настојува да постигне конвергенција на цените.

Вториот начин е увозот на производи од Европската Унија, кој во структурата на вкупниот увоз во Македонија учествува повеќе од половина. Инфлацијата во еврозоната не влијае на цената на нафтата, но влијае на останатите променливи во моделот.

- **Цената на нафтата**-влијае на сите останати цени во една економија. Со увозот на поскапената нафта, поскапуваат цените на бензините и останатите енергенси, а со тоа и цените на храната и многу други производи. Ефектот на нафтата е неизбежен. Цените на нафтата ги поскапуваат и цените во еврозоната. Со тоа увозот на производите од овие земји е поскап, што ја зголемува инфлацијата во Република Македонија. На Македонија ќе и бидат потребни и повеќе девизни резерви за да го исплати поскапениот увоз. Бидејќи ефектот на нафтата не смее да се изостави, таа е променлива која влијае на инфлацијата во Македонија, како и на сите останати променливи во моделот.
- **Монетарниот агрегат М1**-овој агрегат ги содржи готовите пари во оптек и депозитните пари. Преку него делумно се вклучени и владината потрошувачка, кредитите и платите на граѓаните, со што овие променливи индиректно се дел од моделот. Монетарниот агрегат М1 не смее да не се вклучи како детерминанта на инфлацијата, бидејќи преку монетарниот агрегат е прикажана побарувачката на пари која заедно со понудата на пари го одредува нивото на цените во една национална економија.
- **Увозот во Република Македонија**-и увозот влијае на два начина врз инфлацијата. Едниот начин е преку цените на увезените производи, посебно преку цените на храната, и посебно цените на производите од Европската унија. Вториот начин е преку девизниот курс и девизните резерви, кои се користат да се исплати увозот на странските производи.
- **Инфлацијата во Република Македонија**-во моделот е вклучена домашната инфлација, со цел да се испита влијанието на наведените променливи врз неа, но и ефектот на инфлаторната инерција.

4. Моделирање на инфлацијата во Република Македонија

Моделирањето на инфлацијата е процес кој бара тестирање на многу модели, каде што едни променливи се вклучуваат, а други се исклучуваат. Некои модели покажуваат слабост при добиените резултати. Толкувањата на функциите на импулсен одговор не се согласуваат ниту со економската теорија, ниту, пак, со која било здрава логика. Други модели потфрлуваат при исполнувањето на статистичките претпоставки на моделот. Во делот што се

слиеди се издвоени двата најдобри модели, иако во истражувањето авторот има тестирано множество од модели со разни променливи. Првиот модел многу добро ги отсликува детерминантите на инфлацијата, но ги вклучува само надворешните фактори кои ја диктираат инфлацијата во малата отворена економија на Република Македонија. Вториот модел е проширен и вклучени се и најважните домашни макроекономски променливи – монетарниот агрегат M1 и увозот.

Моделирање на инфлацијата во рамки на надворешни макроекономски детерминанти

Во моделот кој ги вклучува надворешните детерминанти на инфлацијата во Република Македонија се вклучени три променливи: цената на нафтата, инфлацијата во еврозоната и инфлацијата во Република Македонија. Тие детално се објаснети во претходниот дел.

Променливите во моделот се означени на следниот начин: цената на нафтата е со ознака oil_f (каде индексот f означува дека станува збор за надворешна променлива), инфлацијата во еврозоната се означена со $EUinf_f$ и инфлацијата во Република Македонија е означена со $MKinf_d$ (каде што индексот d означува дека станува збор за домашна променлива).

Спецификација на моделот

За оценување на детерминантите на стапката на инфлација се користи векторски модел со корекција на грешка кој содржи блок-егзогени ограничувања. Векторски модел со корекција на грешка се користи затоа што наведените променливи се интегрирани од прв ред (тестовите на единечен корен се прикажани во табела 3.1), и истовремено кај нив е потврдена и коинтеграциска врска. Блок-егзогените ограничувања се поставени со цел да се исклучи влијанието на инфлацијата во Република Македонија врз цената на нафтата и инфлацијата во еврозоната, бидејќи, де факто, таа не влијае на овие променливи. Уште едно ограничување е поставено, и тоа го исклучува влијанието на инфлацијата во еврозоната врз цената на нафтата.

Табела 3.1. Тестови за единечен корен

Променлива	Проширен Дики-Фулеров тест		Тест на Филипс и Перон	
	p - вредност $I(0)$	p - вредност $I(1)$	p - вредност $I(0)$	p - вредност $I(1)$
oil_f	0,2927	0,0000	0,4032	0,0000
$EUinf_f$	0,1003	0,0001	0,1159	0,0000
$MKinf_d$	0,4728	0,0000	0,1095	0,0000

Извор: пресметки на авторот

Пред да се тестира постоењето на коинтеграциска врска, потребно е да се утврди бројот на временски доцнења кои ќе бидат опфатени во моделот. За изборот на редот на временското доцнење се користат неколку критериуми.

Од табелата 3.2 може да се заклучи дека информациите критериуми предлагаат моделот да содржи дванаесет временски доцнења. Тоа донекаде и е во согласност со фактот дека месечни податоци се користат во моделот. Изборот на дванаесет временски доцнења следи од таму што од вкупно пет, три информации критериуми го предлагаат овој ред на временско доцнење.

Табела 3.2. Критериуми за избор на редот на временското доцнење

Ред на временско доцнење	Критериуми				
	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	-	739,4121	15,11949	15,19070	15,14839
1	753,9763	1,029608	8,542727	8,827581	8,658361
2	50,43760	0,757280	8,235169	8,733664*	8,437529*
3	11,20443	0,796359	8,284639	8,996775	8,573726
4	19,60642	0,770022	8,249458	9,175234	8,625270
5	11,97543	0,799758	8,284876	9,424293	8,747414
6	8,710267	0,856889	8,350252	9,703309	8,899516
7	20,78982	0,806195	8,284256	9,850954	8,920246
8	11,34382	0,836723	8,314771	10,09511	9,037487
9	7,971787	0,900214	8,379355	10,37333	9,188797
10	27,27480	0,770984	8,213648	10,42127	9,109815
11	12,98801	0,778743	8,210430	10,63169	9,193323
12	19,29510*	0,723906*	8,121360*	10,75626	9,190979

LR: секвенцијална модификувана ЛР-статистика, FPE: финална грешка на предвидување, AIC: Акаике информационален критериум, SC: Шварцов информационален критериум, HQ: Хана-Квинов информационален критериум

Извор: пресметки на авторот

Откако е познат бројот на временските доцнења, следува тестирањето на коинтеграциската врска помеѓу променливите. Линеарната комбинација на две или повеќе нестационарни временски серии која е стационарна ја претставува коинтеграциската врска. Во моделот постоењето на една коинтеграциска врска укажува дека помеѓу наведените три променливи постои и долгорочна економска поврзаност. Резултатите од Јохансеновот тест за коинтеграција (пресметан по спецификација дека во коинтеграциската равенка постои само отсечок, но не и тренд) се прикажани во табела 3.3.

Така, ако станува збор за коинтеграциска врска (не за векторски модел со корекција на грешка), се вели дека инфлацијата во Република Македонија зависи од цената на нафтата и инфлацијата во еврозоната. Истото може да се запише со следната равенка:

$$MK\ inf_d = \beta_0 + \beta_1 oil_f + \beta_2 EUinf_f + e_t$$

каде што e_t е стационарна случајна грешка, а β_i се параметри кои што треба да се оценат. Компонентите на векторот се интегрирани од ред $x_t \sim CI(1,1)$, односно индивидуално променливите се интегрирани од ред 1, и постои една коинтеграциска врска помеѓу променливите.

Табела 3.3. Јохансенов тест за коинтеграција

Тест за коинтеграциски ранг (траг) (без поставени ограничувања)				
Претпоставен број на коинтеграциски равенки	Својствени вредности	$\lambda_{\text{траг}}$ статистика	0,05 критична вредност	p- вредност
Ниту една*	0,218906	39,66226	35,19275	0,0154
Најмногу една	0,067155	11,25043	20,26184	0,5182
Најмногу две	0,027916	3,256048	9,164546	0,5339
При коефициент на сигурност од 0,95, тестот на траг укажува на 1 контеграциска равенка				
Тест за коинтеграциски ранг (максимална својствена вредност) (без поставени ограничувања)				
Претпоставен број на коинтеграциски равенки	Својствени вредности	$\lambda_{\text{траг}}$ статистика	0,05 критична вредност	p-вредност
Ниту една*	0,218906	28,41182	22,29962	0,0062
Најмногу една	0,067155	7,994386	15,89210	0,5484
Најмногу две	0,027916	3,256048	9,164546	0,5339
При коефициент на сигурност од 0,95, тестот на максимална својствена вредност укажува на 1 контеграциска равенка				

*означува отфрлање на хипотезата при ниво на значајност од 0,95

Извор: пресметки на авторот

Равенката може да се запише и како

$$e_t = MK\ inf_d - \beta_0 - \beta_1 oil_f - \beta_2 EUinf_f$$

и бидејќи e_t мора да биде стационарна, така и линеарната комбинација на интегрираните променливи $MK\ inf_d - \beta_0 - \beta_1 oil_f - \beta_2 EUinf_f$ мора да биде стационарна. Со тоа се докажува дека временските движења на трите нестационарни променливи се поврзани. Векторот на променливите се искажува како $x_t = (MK\ inf_d, 1, oil_f, EUinf_f)'$, додека пак коинтеграцискиот вектор $\beta = (1, -\beta_0, -\beta_1, -\beta_2)$.

Бидејќи се оценети параметрите на коинтеграцискиот вектор, коинтеграциската равенка може да се прикаже на следниот начин:

$$MK\ inf_{d_{t-1}} + 8,519496 - 0,019842 oil_{f_{t-1}} - 4,93104 EUinf_{f_{t-1}} = 0$$

Истата равенка која ја претставува долгорочната врска на променливите може да се запише и како:

$$MK\ inf_{d_{t-1}} = -8,519496 + 0,019842 oil_{f_{t-1}} + 4,93104 EUinf_{f_{t-1}}$$

Од равенката може да се заклучи дека инфлацијата во Република Македонија е во директна врска со цената на нафтата и инфлацијата во еврозоната. Имено, ако порасне цената на нафтата или инфлацијата во еврозоната се зголеми, може да се очекува и пораст на инфлацијата во Македонија. Ова говори за долгорочната поврзаност на инфлацијата во Република Македонија со цената на нафтата и инфлацијата во еврозоната.

Ако се заменат оценетите параметри во коинтеграцискиот вектор ќе се добие:

$$\beta = (1; -8,51946; 0,019842; 4,93104)$$

Откако е потврдена коинтеграциската врска помеѓу променливите може да се премине кон спецификација на векторскиот модел со корекција на грешка во кој се внесени блок егзогени ограничувања. Имено, кај векторските авторегресивни модели (или векторските авторегресивни модели со корекција на грешка, доколку променливите се коинтегрирани) се претпоставува дека постои меѓусебна зависност на сите променливи во системот. Со други зборови тоа значи дека секоја променлива влијае на останатите променливи. Но оваа претпоставка не одговара кога станува збор за модел во мала отворена економија каде што шоките на домашните променливи не влијаат на големите економии, односно во нашиот случај тоа е економијата на еврозоната. Исто така, не може да се каже дека инфлацијата во Република Македонија влијае на цената на нафтата. Од оваа причина се користи векторскиот модел со корекција на грешка во кој се поставени блок-егзогени ограничувања со кои се спречува влијанието на домашната променлива-инфлацијата во Република Македонија врз надворешните променливи-инфлацијата во Евро зоната и цената на нафтата.

Конкретно, во примерот се поставени блок-егзогени ограничувања кои го ограничуваат влијанието на домашната променлива врз надворешните променливи, и постои уште едно ограничување, а тоа е ограничувањето со кое се исклучува влијанието на инфлацијата во еврозоната врз цената на нафтата, бидејќи се смета дека таа не е главен фактор во детерминирањето на цената на нафтата, и истовремено не е предмет на разгледување во ова истражување. Блок-егзогените ограничувања значат всушност дека временските доцнења на надворешните променливи ќе бидат вклучени во равенката на домашната променлива, додека пак временските доцнења на домашната променлива нема да бидат вклучени во равенките на надворешните променливи.

Во матрична форма, векторот на променливите, матриците на структурни коефициенти и векторот на грешките можат да се запишат на следниот начин:

$$\sum_s^p A_s y_s = e_t$$

односно

$$y_t = \begin{bmatrix} MK\ inf_d \\ oil_f \\ EUinf_f \end{bmatrix} \quad A_j = \begin{bmatrix} A_{11}^j & A_{12}^j & A_{13}^j \\ 0 & A_{22}^j & 0 \\ 0 & A_{32}^j & A_{33}^j \end{bmatrix}, j = 1, \dots, 12 \quad e_t = \begin{bmatrix} e_t^{MK\ inf_d} \\ e_t^{oil_f} \\ e_t^{EUinf_f} \end{bmatrix}$$

Векторот y_t е вектор на променливите, со A_j се претставени матриците на структурни коефициенти, и нив ги има 12 бидејќи моделот е со 12 временски ограничувања, и последен е векторот e_t , кој е вектор на независни, нормално распределени случајни грешки. Блок егзогените ограничувања се согледуваат во поставените нули во матриците на структурни коефициенти.

Познато е дека оценетите параметри на векторскиот модел со корекција на грешка не можат да се толкуваат, резултатите од истражувањето ќе се прикажат преку функциите на импулсен одговор и разложувањето на варијансата. Но претходно, ќе се испита дали претпоставките на моделот се исполнети.

Проверка на моделот – тестирање на претпоставки

Се започнува со тестовите кои ги испитуваат резидуалите на моделот. Првиот од тие тестови е тестот на Портмантеу (англ. Portmanteau test) кој ја тестира нулатата хипотеза дека не постои автокорелација помеѓу резидуалите до временското доцнење h , односно $H_0: E(u_t u_{t-1}') = 0, i = 1, \dots, h$, наспроти алтернативната хипотеза која вели дека постои барем една автоковаријанса и оттука една автокорелација е различна од нула (Lutkepohl et al., 2006). При пресметувањето на оваа статистика е од големо значење да се постави добро вредноста на временското доцнење h . Ако оваа вредност е премногу ниска, претпоставката дека статистиката има χ^2 распоред нема да биде одржлива, додека пак премногу голема вредност на h укажува на намалување на силата на тестот.

Добиените вредности од овој тест се прикажани во табела 3.4.

Во табелата се прикажани вредности на тестот од 16 до 19 временски доцнења. Иако p – вредност на тест-статистиката ја прифаќа нулатата хипотеза за сите временски доцнења, тоа не е случај кај прилагодената тест-статистика.

Табела 3.4. Тест за автокорелација на Портмантеу

Временски доцнења h	Тест-статистика	p -вредност	Прилагодена тест статистика	p -вредност	Степени на слобода
16	89,3748	0,0501	97,3090	0,0140	69
17	92,5310	0,1249	101,0127	0,0410	78
18	100,5739	0,1515	110,5481	0,0450	87
19	102,1959	0,3136	112,4911	0,1199	96

Извор: пресметки на авторот

Нејзината p -вредност ја прифаќа нултатата хипотеза за непостење на автокорелација помеѓу резидуалите само кај $h = 19$. Во останатите случаи ја прифаќа нултата хипотеза, но само при ризик на грешка од 0,01.

Табела 3.5. Тест на Лагранжов мултипликатор на Бреуш и Годфри

Временски доцнења h	ЛМ-статистика	p -вредност	Степени на слобода
1	21,3678	0,1111	9
2	28,4776	0,0551	18
3	52,7769	0,0021	27
4	77,4538	0,0001	36
5	122,2678	0,0000	45

Извор: пресметки на авторот

Следниот тест со кој се тестира автокорелацијата е тестот на Лагранжов мултипликатор на Бреуш и Годфри (англ. Breusch-Godfrey Lagrange multiplier test). Овој тест ги прикажува резидуалите на моделот како

$$e_t = B_1^* e_{t-1} + \dots + B_h^* e_{t-h} + u_t$$

и ја тестира нултата хипотеза

$$H_0: B_1^* = \dots = B_h^* = 0 \text{ наспроти алтернативната хипотеза } H_1: B_1^* \neq \text{ или } \dots \text{ или } B_h^* \neq 0$$

што исто како и во претходниот тест, укажува дека не постои автокорелација помеѓу резидуалите. Добиените вредности се прикажани во табела 3.5.

Од прикажаните резултати може да се заклучи дека нултата хипотеза се прифаќа во случај кога постои само едно временско доцнење или две временски доцнења.

Од прикажаното може да се заклучи дека според наведените тестови претпоставката за непостоење на автокорелација помеѓу резидуалите е исполнета.

Овде ќе биде наведен уште еден тест, а тоа е тестот на авторегресивната условна хетероскадастичност-Лагранжов мултипликатор (англ. autoregressive conditional heteroscedasticity-Lagrange multiplier test – ARCH - LM). Се претпоставува дека некорелираните временски серии можат да бидат сериски зависни поради динамичкиот процес на условна варијанса. За временските серии кои се карактеризираат со условна хетероскадастичност – или автокорелација на сериите кренати на квадрат – се вели дека ARCH ефекти. ARCH тестот на Енгл е тест на Лагранжов мултипликатор со цел да се оцени значајноста на ARCH ефектите.

Алтернативната хипотеза на овој тест е автокорелацијата на резидуалите кренати на квадрат, претставени со регресијата

$$H_1: e_t^2 = a_0 + a_1 e_{t-1}^2 + \dots + a_m e_{t-m}^2 + u_t$$

каде што u_t е процес на бел шум. Нултата хипотеза се запишува

$$H_0: a_0 = a_1 = \dots = a_m = 0$$

и значи дека непостои автокорелација помеѓу резидуалите (Engle, 1982).

Табела 3.6. ARCH-LM тест (со 16 временски доцнења)

Серија на резидуали	тест-статистика	p -вредност (χ^2)	F статистика	p -вредност (F)
e_1	16,5605	0,4146	1,2430	0,2548
e_2	19,3345	0,2517	1,5017	0,1191
e_3	21,1429	0,1731	1,6803	0,0671

Извор: пресметки на авторот

Табела 3.7. Мултиваријационен ARCH-LM тест (со 5 временски доцнења)

VARCH тест-статистика	p – вредност (χ^2)	Степени на слобода
194,1313	0,2233	180

Извор: пресметки на авторот

Од табелата 3.6 и табелата 3.7 може да се заклучи дека се прифаќа нултата хипотеза, односно дека не постои автокорелација помеѓу резидуалите.

Следуваат тестовите за нормалност на резидуалите. Првиот тест е тестот за не-нормалност и идејата позади овој тест е да се трансформира векторот на резидуалите така што неговите компоненти се независно и потоа да се провери компатибилност на третиот и четвртиот момент од нивниот распоред со третиот и четвртиот момент кај нормалниот распоред (Lutkepohl et al., 2006). Нултата хипотеза гласи дека резидуалите имаат нормален распоред.

Табела 3.8. Тест за не-нормалност на резидуалите

Според Doornik and Hansen (1994)						
Заедничка тест-статистика	p -вредност	Степени на слобода	Само асиметрија	p -вредност	Само сплонатост	p -вредност
8,0265	0,2362	6	5,423	0,1415	2,5742	0,4620
Според Lutkepohl (1993)						
Заедничка тест-статистика	p -вредност	Степени на слобода	Само асиметрија	p -вредност	Само сплонатост	p -вредност
6,7450	0,3451	6	3,6461	0,3023	3,0988	0,3766

Извор: пресметки на авторот

Од табела 3.8 може да се заклучи дека се прифаќа нултата хипотеза, односно дека резидуалите имаат нормален распоред.

Вториот тест е тестот на Жарк-Бера кој исто така врши тестирање за нормалност на резидуалите. Овој тест поединечно ги тестира резидуалите кај трите поделни серии.

Табела 3.9. Тест за нормалност на Жарк-Бера

Серија на резидуали	Тест-статистика	p -вредност (χ^2)	Асиметрија	Сплонатост
e_1	0,9155	0,6327	-0,0418	3,4290
e_2	7,8557	0,0197	-0,5322	3,7115
e_3	0,2473	0,8837	0,0789	3,1634

Извор: пресметки на авторот

Од табела 3.9 може да се заклучи дека трите серии на резидуали имаат нормален распоред, односно се прифаќа нултата хипотеза. Единствено втората серија која се однесува на променливата „цена на нафтата“ има нормален распоред, но само при ризик на грешка од 0,01. И покрај тоа, може да се заклучи дека е исполнета претпоставката за нормалност на резидуалите.

Во делот што следи ќе биде спроведена анализа на стабилноста со цел да се провери константноста на параметрите низ периодот на опсервација. За оваа цел се користат тестовите за стабилност на Чо (англ. Chow tests for stability). Овие тестови треба да покажат дали постои структурно прекршување во моделот. Овој тест најпрво го оценува моделот за целиот период T . Потоа се врши оценка на два модела, каде што првиот модел е до точката на можното структурно прекршување, и земаат T_1 опсервации, додека, пак, вториот модел е за останатите T_2 опсервации. Тестот проверува дали оценетите параметри и во двата модела се константни или се менуваат. Оттука се формулира и нултата хипотеза која вели дека параметрите се константни. Конкретно во примерот, датумот за можно структурно прекршување е октомври 2007 година. Од овој месец променливите во моделот започнуваат со свој раст.

Постојат три теста кои се пресметуваат. Првиот тест се нарекува тест на поделба на примерокот (англ. sample split test). Овој тест доаѓа од претпоставката дека коваријационата матрица на резидуали е константна, што истовремено е и нулта хипотеза, наспроти алтернативната хипотеза која вели дека останатите коефициенти можат да варираат. Вториот тест е тестот на точка на прекршување (англ. break point test) и овој тест проверува дали постојат варијации во параметрите (освен за коинтеграциските параметри). Третиот тест е тестот за предвидување (англ. forecast test) и овој тест ја има алтернативната хипотеза која вели дека сите коефициенти вклучувајќи ја и коваријационата матрица на резидуали можат да варираат. Статистиките од овој тест нема да се земаат предвид бидејќи не се валидни во модел со подмножество на ограничувања (англ. subset restrictions) (Lutkepohl et al., 2006).

Табела 3.9. Тестови за структурно прекршување на Чо

Големина на примерокот [2004:02 – 2013:08], $T=115$

Точка каде што се дели примерокот 2007:10, 44 опсервации пред точката на делење

Тест за поделба на примерокот			
Тест-статистика	Независна p -вредност	Асимптотска χ^2 p -вредност	Степени на слобода
132,6586	0,5100	0,0000	75
Тест на точка на прекршување			
Тест-статистика	Независна p -вредност	Асимптотска χ^2 p -вредност	Степени на слобода
184,4903	0,6000	0,0000	81

Извор: пресметки на авторот

Во случај на мали примероци, распоредот на тест-статистиките кај нултата хипотеза може значително да се разликува од асимптотскиот χ^2 -распоред или F -распоредот, и за таа цел се пресметуваат и независните (англ. bootstrap) p -вредности. Во табела 3.10 се прикажани добиените вредности на тестовите на Чо, и тоа за тестот на поделба на примерокот и тестот на точка на прекршување.

Може да се заклучи според независните p -вредности дека и во двата случаи се прифаќа нултата хипотеза, односно дека коваријационата матрица на резидуали е константна и дека не постојат варијации во параметрите на оценетите модели. Тоа значи дека не постои структурно прекршување за датумот октомври 2007 година и дека моделот е стабилен.

Структурна анализа

Во делот на структурна анализа се вбројува анализата на условеност (англ. causality analysis), функциите на импулсен одговор и разложувањето на варијансата.

Кај структурната анализа се спроведуваат два теста, односно тестот за условеност по Грејнџер и тестот за моментална условеност. И кај двата теста векторот на ендогени променливи се дели на два подвектора, y_{1t} и y_{2t} . Се вели дека подвекторот y_{1t} го условува по Грејнџер подвекторот y_{2t} , доколку содржи корисни информации за предвидување на множеството на променливи од векторот y_{2t} . Нултата хипотеза кај тестот за условеност по Грејнџер гласи дека одредена променлива не ја условува другата променлива или дека не условува други две или повеќе променливи. Кај тестот за моментална условеност нултата хипотеза гласи дека коваријансата помеѓу двата вектора на резидуали е еднаква на нула, односно таа гласи дека не постои моментална условеност помеѓу избраните променливи (Lutkepohl et al., 2006). Резултатите од наведените тестови се прикажани во табела 3.10.

Табела 3.10. Тестирање за условеност на променливите

Нулта хипотеза:	Тест-статистика	<i>p</i> -вредност
oil_f не ги условува по Грејнџер [$EUinf_f$ и $MK inf_d$]	3,0243	0,0000
Не постои моментална условеност помеѓу oil_f и [$EUinf_f$ и $MK inf_d$]	24,9262	0,0000
$EUinf_f$ не ги условува по Грејнџер [oil_f и $MK inf_d$]	1,9527	0,0054
Не постои моментална условеност помеѓу $EUinf_f$ и [oil_f и $MK inf_d$]	23,2012	0,0000
oil_f и $EUinf_f$ не ја условуваат по Грејнџер $MK inf_d$	1,9988	0,0041
Не постои моментална условеност помеѓу [oil_f и $EUinf_f$] и $MK inf_d$	5,3984	0,0673
$MK inf_d$ не ги условува по Грејнџер [oil_f и $EUinf_f$]	1,6781	0,0253
Не постои моментална условеност помеѓу $MK inf_d$ и [oil_f и $EUinf_f$]	5,3984	0,0673

Извор: пресметки на авторот

Постоењето на условеност помеѓу променливите во вистинска насока укажува на добар модел. Од приложените резултати може да се заклучи дека цената на нафтата е променлива која ги условува останатите променливи, инфлацијата во еврозоната и инфлацијата во Република Македонија. Истото така и инфлацијата во еврозоната е променлива која ја условува инфлацијата во Република Македонија. И во двата случаја станува збор за условеност по Грејнџер и за моментална условеност.

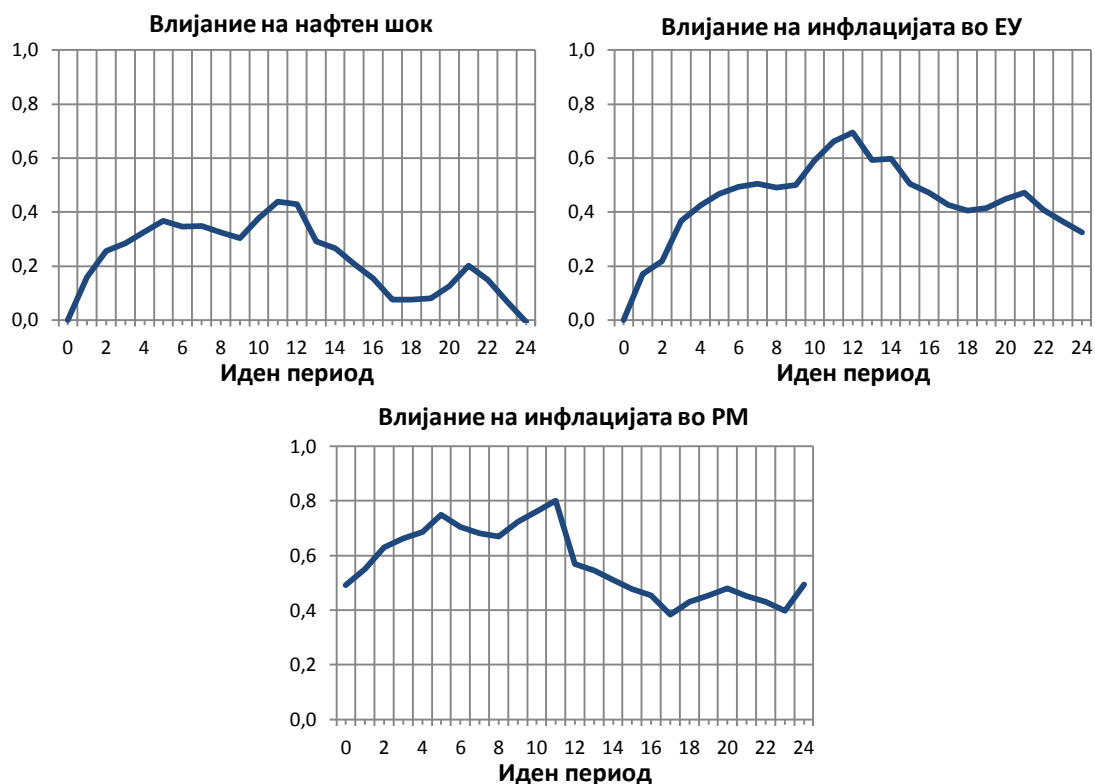
Цената на нафтата и инфлацијата во еврозоната ја условуваат по Грејнџер инфлацијата во Република Македонија, но не се потврдува и хипотезата за моменталната условеност. Последните два теста се контролни, за да се утврди дали инфлацијата во Република Македонија ги условува останатите две променливи. Се потврдува дека таа не ги условува, што е во согласност со поставеноста на моделот и блок-егзогените ограничувања.

Посебно внимание треба да се посвети на толкување на функциите на импулсен одговор и разложувањето на варијансата, бидејќи тие истовремено се и најважните резултати на оценетиот модел.

Функциите на импулсен одговор се користат за да се анализираат динамичките интеракции помеѓу ендогените променливи. Кај векторските модели со корекција на грешка функциите на импулсен одговор се искажани преку векторски авторегресивен модел каде што променливите се искажани во нивните оригинални вредности. Во примерот ќе се разгледуваат ортогонални функции на импулсен одговор каде што иновацијата или шокот изнесува една стандардна девијација во трансформираниот модел. Функциите се прикажуваат за временски период од 24 месеци, односно две години, за подобро да се утврди ефектот на шоките врз

инфлацијата во Република Македонија. Графичкиот приказ на функциите на импулсен одговор пресметани во вид на точкати оценки се наоѓа на слика 3.7.

Слика 3.7. Функции на импулсен одговор – влијанија на различни шокови врз инфлацијата во Република Македонија



Извор: приказ на авторот

Најпрво се разгледува како одреден шок кај цената на нафтата ќе влијае врз инфлацијата во Република Македонија. Имено, во случај на позитивен шок кај цената на нафтата, со големина од една стандардна девијација, може да се очекува и позитивен ефект врз инфлацијата во Република Македонија. Ефектот од шокот започнува да се чувствува уште првиот месец, иако со помал интензитет, но тој се зајакнува со текот на времето и својот максимум го достигнува во единаесеттиот месец после шокот, односно изнесува 0,4377 процентни поени. После овој месец ефектот слабее и се намалува, но и во втората година неговото влијание постои. Веќе околу дваесет и третиот месец ефектот исчезнува, односно при крајот на втората година може да се каже дека тој веќе не е значаен бидејќи се приближува до нула. **Постојаниот и интензивниот ефект кој цената на нафтата го има врз домашната инфлација го потврдува фактот дека таа е значајна детерминанта на инфлацијата во Република Македонија.**

Следниот приказ се однесува на инфлацијата во еврозоната, односно како одреден шок кај оваа променлива ќе се одрази врз инфлацијата во Република Македонија. Слично како и кај цената на нафтата, ефектот е мал во првите месеци, но истиот започнува да расте и својот максимум го достигнува во дванаесетиот месец. Во случај на шок од една стандардна девијација кај инфлацијата во еврозоната може да се очекува максимална вредност на ефектот кај инфлацијата во Република Македонија од 0,695 процентни поени. После овој период, ефектот го намалува интезитетот, но и после втората година, тој не исчезнува, туку останува на ниво од 0,4 процентни поени.

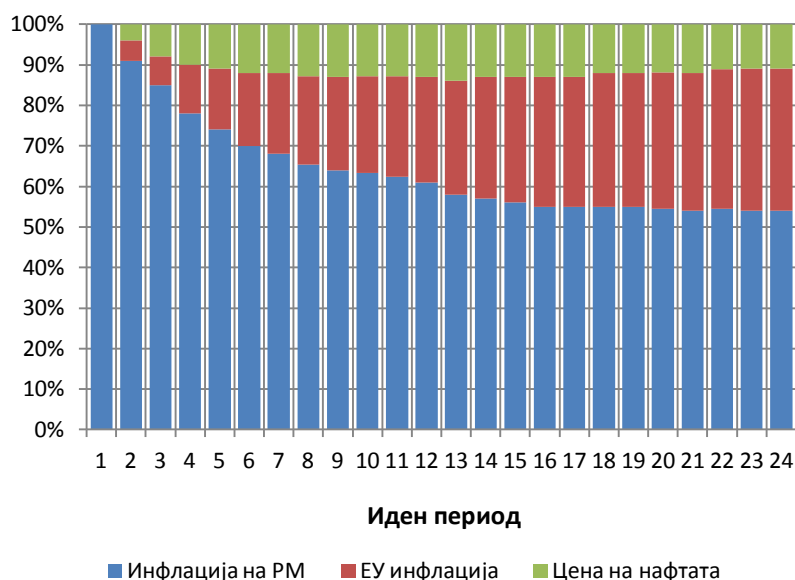
Ова укажува на силна и конзистентна реакција на инфлацијата во Република Македонија, што не е изненадувачко, имајќи ја предвид долгорочната поврзаност на денарот за еврото. Уште еден заклучок би бил дека секоја промена на цените во еврозоната многу брзо ќе се пренесе и на цените во Република Македонија, како мала отворена економија со фиксен девизен курс. Оттука, овие цени треба постојано да се следат и врз основа на нив да се формираат очекувањата и за инфлацијата во Република Македонија. **Инфлацијата во еврозоната е најважната детерминанта на домашната инфлација.** Значењето на инфлацијата во еврозоната како детерминанта на инфлацијата во Република Македонија може да се потврди и во наодите на Shamloo (2011).

Остана уште толкувањето за тоа како шоките кои настануваат кај самата инфлација во Република Македонија имаат влијание во нејзината идна динамика, односно дали постои таканаречената инфлаторна инерција. Од приказот може да се утврди како шокот кај инфлацијата од една стандардна девијација има моментално влијание кое трае и не исчезнува ниту после периодот од две години. Ефектот од шокот е висок, што е јасно, бидејќи е шок кај истата променлива, кој својот максимум го достигнува во единаесеттиот месец и изнесува 0,801 процентни поени. После тоа ефектот се намалува и останува да гравитира околу 0,5 процентни поени. Со ова се потврдува ефектот на инфлаторната инерција, за кој може да се рече дека е со силен интезитет. Од резултатите може да се каже и дека инфлаторната инерција објаснува значаен дел од инфлацијата во Република Македонија. Интересни согледувања за наведеното можат да се забележат и кај разложувањето на варијансата.

Процедурата на разложување на варијансата го мери процентуалниот дел со кој учествува секој посебен шок (иновација на варијансата при грешка на предвидувањето за еден иден период на зависната променлива). Со неа се утврдува релативното значење на секој посебен шок при утврдување на варијациите кај секоја променлива (Rusek, 1994). Декомпозијата на варијанса е уште еден значаен резултат добиен од векторскиот модел со корекција на грешка чие толкување може да придонесе за утврдување на факторите кои

влијаат на инфлацијата во Република Македонија. При разложувањето на варијансата се утврдува колкав е придонесот на секоја променлива од моделот во варијансата на грешката на предвидувањето (англ. forecast error variance) за една од променливите во моделот. Во дадениот случај, предмет на интерес е променливата „инфлација во Република Македонија“. Цел е да се утврди колкава е грешката на предвидувањето на инфлацијата во Република Македонија, со тоа што грешката се објаснува преку самата инфлација во Македонија, инфлацијата во еврозоната и цената на нафтата. Се зема иден период од дваесет и четири месеци.

Слика 3.8. Декомпозиција на варијансата - грешка предвидувањето на инфлацијата во Република Македонија објаснета преку трите променливи на моделот



Извор: приказ на авторот

Од слика 3.8 може да се утврди дека најголемо учество во варијансата на грешката на предвидувањето има самата инфлација. Имено, речиси над 91 % од грешката на предвидувањето на инфлацијата во Република Македонија се должи на нејзините сопствени шокови. Ова влијание е и краткорочно и долгорочно. Учеството на овој процент се намалува, на крајот на првата година изнесува 61%, додека на крајот на втората година изнесува 54 %, но и покрај тоа, ефектот на сопствените шокови игра најголема улога во варијансата на грешката на предвидувањето на домашната инфлација.

Влијанието на шоковите кај инфлацијата во еврозоната има исто така значајно влијание врз грешката на предвидувањето. Имено, ова влијание може да се каже дека е долгорочно,

односно, започнува да расте после првата година, од 28 % и стигнува до 35 % на крајот од втората година.

Со најмал процент учествуваат иновациите или шоковите кај цената на нафтата. Имено, гледано краторочно, учеството на нафтата во грешката на предвидувањето е минимално. Најголем ефект се забележува од осмиот месец до седумнаесеттиот месец, каде што овој процент изнесува 13, а во тринаесеттиот месец 14 %. После седумнаесеттиот месец следи опаѓање. Може да се каже дека учеството во варијансата на грешката на предвидувањето на инфлацијата во Република Македонија е мало, но е секако важно.

Како заклучок на претходно кажаното, може да се каже дека инфлацијата во Република Македонија изразито реагира на сопствените шокови, покажува умерена реакција на шоковите кај инфлацијата во еврозоната и не толку изразита реакција на шоковите кај нафтата. Резултатите добиени кај декомпозијата на варијанса ги надополнуваат резултатите од функциите на импулсен одговор.

Предвидување

Последниот резултат добиен од векторскиот модел со корекција на грешка со поставени блок-егзогени ограничувања е предвидувањето на стапката на инфлација во Република Македонија. Предвидувањето кај овој модел се базира на векторски модел со корекција на грешка со оригинални вредности на променливите. Предвиденото движење на стапката на инфлација, како и очекуваниот интервал на доверба се прикажани на слика 3.9. Истите резултати, за попрецизно согледување, се прикажани во табела 3.11.

Предвидените вредности ја искажуваат инфлацијата, односно трошоците на живот, како годишна стапка на промена (пад или раст). Имајќи предвид дека во 2012 година стапката на инфлација пораснала значително (5,27 % во октомври), и одржувала повисоко ниво и во 2013 година, моделот претпоставува дека во последните месеци од 2013 година инфлацијата ќе се стабилизира, односно ќе се намали. Од таа причина предвидените стапки на инфлација за последните месеци од 2013 година и речиси цела 2014 година се ниски (помали од 1 %). Моделот учи од историските вредности, дека после период на раст, следи период на стабилизација, и истиот процес го пренесува и во овој случај. Веќе во 2015 година моделот очекува благо зголемување на инфлацијата, од 1,105 % во јануари до 1,737% во месец јули.

Предвидените ниски вредности на инфлација се дополнуваат со следните согледувања изразени во публикацијата на НБРМ, „Најнови макроекономски показатели-Преглед на тековната состојба“ за декември 2013 година:

- Проекцијата за странската ефективна инфлација за тековната година е ревидирана во надолна насока;
- Оценките за движењето на цената на нафтата до крајот на 2013 година бележат надолна корекција, главно како резултат на поголемиот пад од вообичаениот за сезоната октомври – ноември, на побарувачката на нафтени деривати;

Слика 3.9. Предвидување на стапката на инфлација во Република Македонија



Извор: приказ на авторот

- Последните оценки упатуваат на мал годишен раст на цените на нафтата во 2014 година, наспроти претходно очекуваното намалување што во основа значи одржување на цената на нафтата во наредната година околу нејзиното просечно ниво остварено во првите единаесет месеци на 2013 година, а што се поврзува со најавите за постепено зголемување на глобалната понуда на сурова нафта;
- На крајот на 2013 година се извршени надолни корекции на увозните цени.

Реалната ситуација, секако, се разликува во одреден степен од онаа предвидена во моделот. Имено моделот бележи пад на инфлацијата, и од октомври 2013 до февруари 2014 падот е помал од фактичката инфлација. Превидената инфлација во месец март 2014 година е идентична со реално остварената инфлација во Република Македонија.

Иако реалните вредности се разликуваат од точкастите оценки, тие се наоѓаат во рамките на оценетиот интервал на доверба, со што може да се каже дека предвидувањата се задоволувачки. Иако станува збор за краток период, може да се види дека инфлацијата во Република Македонија ја следи динамиката на инфлацијата во еврозоната. Моделот

предвидува ниска стапка на инфлација за 2014 година и може да се каже дека овие оценки се реални ако се има предвид тековната состојба на многу ниска инфлација во еврозоната и нејзината поврзаност со домашната инфлација. Ако се намалуваат цените во еврозоната се намалуваат и цените во Република Македонија. Сепак, мора да се нагласи дека не се располага со доволно податоци за добра споредба, но после одреден број месеци, ова тврдење може повторно да се провери.

Табела 3.11. Предвидени вредности за стапката на инфлација на Република Македонија

Период	Предвидени вредности			Остварена стапка на инфлација во РМ	Остварена стапка на инфлација во ЕУ
	Точкеста оценка	Интервал на доверба (95 %)			
		Долна граница	Горна граница		
Септември 2013	1,60	0,63	2,56	1,6	1,1
Октомври 2013	1,03	-0,49	2,54	1,3	0,7
Ноември 2013	0,74	-1,32	2,80	1,1	0,9
Декември 2013	0,28	-2,32	2,88	1,4	0,8
Јануари 2014	0,07	-3,04	3,18	0,9	0,8
Февруари 2014	-0,19	-3,82	3,45	0,6	*0,9
Март 2014	0,22	-3,84	4,28	0,2	*0,5
Април 2014	0,49	-3,95	4,93		
Мај 2014	0,40	-4,37	5,17		
Јуни 2014	-0,36	-5,47	4,75		
Јули 2014	-0,41	-5,90	5,09		
Август 2014	0,04	-5,88	5,97		
Септември 2014	0,64	-5,59	6,88		
Октомври 2014	0,83	-5,63	7,29		
Ноември 2014	0,95	-5,71	7,61		
Декември 2014	1,10	-5,71	7,92		
Јануари 2015	1,36	-5,58	8,30		
Февруари 2015	1,68	-5,35	8,71		
Март 2015	1,45	-5,68	8,57		
Април 2015	1,26	-5,96	8,49		
Мај 2015	1,28	-6,07	8,63		
Јуни 2015	1,76	-5,70	9,23		
Јули 2015	1,74	-5,83	9,30		
Август 2015	1,54	-6,10	9,17		

**предвидена вредност*

Извор: приказ на авторот

Но ако моделот е добар, намалувањето на цените во еврозоната треба да укаже и на намалување на цените во Република Македонија. ВАР моделите важат за многу добри кога станува збор за предвидување на еден иден период, што е случај и тука. Предвидената вредност за месец септември 2013 година е идентична со онаа која е реално остварена.

Истражувањето е придонес на теоријата на Frisch (1977), кој вели дека странската инфлација влијае на домашната инфлација преку неколку канали. Тие канали се ефектот врз

цените, ефектот врз ликвидноста и ефектот врз побарувачката. На овој начин странската инфлација се пренесува врз националната економија, како што во случајот е примерот со инфлацијата во еврозоната врз инфлацијата во Република Македонија.

Според изјавата на гувернерот на НБРМ: „Податоците за движењето на домашните цени во првите месеци од годината (2013 година) упатуваат на побрзо забавување на стапката на инфлација спредено со очекувањата во јануарската проекција. Пониските почетни услови, дополнети со надолната ревизија кај увозните цени, условиле пониска стапка на инфлација во 2013 година од 2,8 %, а во 2014 година се очекува да изнесува 2,3 % на годишна основа“. Но поради новонастанатите движења политички движења, можно е да се изврши корекција на ова предвидување.

Врз основа на очекувањата на монетарните власти како и светските тенденции за движењето на инфлацијата во еврозоната, цената на нафтата и очекувањата за намалување на цените на увозните производи, може да се каже дека **иако моделот не ја предвидува вредноста на инфлацијата со најголема прецизност, тој добро ги предвидува нејзините тенденции.**

Моделирање на инфлацијата во рамки на надворешни и домашни макроекономски детерминанти

Со цел да се вклучи влијанието и на домашните променливи врз инфлацијата, претходниот модел се проширува со уште две променливи, монетарниот агрегат M1 и вкупниот увоз во Република Македонија. Изборот на овие две променливи е од две причини. Прво, монетарниот агрегат M1 е еден од најдобрите показатели за инфлацијата бидејќи го прикажува количеството на пари во оптек, додека, пак, увозот е вклучен во моделот бидејќи авторот претпоставува дека значаен дел од инфлацијата се одредува преку увозот на производи од странските земји. Имено, голем дел од увозот го сочинуваат индустриските набавки и горивата и мазивата и најголем дел од нив се увезуваат од земјите членки на Европската унија. Авторот се сомнева дека освен преку поврзаноста со инфлацијата во еврозоната преку девизниот курс, дополнително инфлацијата е детерминирана и од европските цени кои преку увезените производи имаат влијание и на домашната инфлација. Дополнително, од моделот се отстранува променливата цена на нафтата, додека инфлацијата во еврозоната останува во моделот како главна детерминанта на инфлацијата, според резултатите од претходниот модел. На крајот следи споредба со цел да се утврди кој од двата модела е поуспешен во моделирањето на домашната инфлација.

Монетарниот агрегат M1 спаѓа во групата на домашни променливи и е означен со $M1_d$. Вкупниот увоз во Република Македонија се искажува во годишна процентуална промена (како и сите останати променливи поради конзистентност во начинот на нивното искажување. Увозот е домашна променлива и во моделот ќе се означува со imp_d

Спецификација на моделот

Исто како и кај претходниот модел (со истите карактеристики за интегрираност од прв ред, една коинтеграциска врска и исклучено влијание на домашните променливи врз надворешната променлива), се користи векторски модел со корекција на грешка со блок егзогени ограничувања.

Табела 3.12. Тестови за единечен корен

Променлива	Проширен Дики-Фулеров тест		Тест на Филипс и Перон	
	<i>p</i> -вредност $I(0)$	<i>p</i> -вредност $I(1)$	<i>p</i> -вредност $I(0)$	<i>p</i> -вредност $I(1)$
$M1_d$	0,2599	0,0000	0,2455	0,0000
imp_d	0,0285	0,0000	0,0012	0,0000

Извор: пресметки на авторот

Во табелата 3.12 се прикажани вредностите од тестот за постоење на единечен корен за променливите монетарен агрегат M1 и увозот во Република Македонија, бидејќи за останатите променливи вредностите се прикажани кај претходниот модел.

Имено, кога станува збор за временската серија на увозот, во случајот со проширениот Дики-Фулеров тест, тој е стационарен, но при ризик на грешка од 0,05. Тестот на Филипс и Перон укажува дека серијата е стационарна во нејзините изворни податоци. Анализирајќи го и графичкиот приказ на серијата, авторот останува на мислење дека станува збор за нестационарна временска серија и истата станува стационарна со нејзината трансформација.

Информациите за бројот на временските доцнења можат да се добијат од табела 3.13. Критериумите предлагаат користење или на две или пак на десет временски доцнења. Но, авторот во овој случај ќе се одлучи на користење на дванаесет временски доцнења од неколку причини. Најпрво, станува збор за месечни податоци и логично е да се очекува модел со дванаесет временски доцнења. Второ, во неколку различни симулации на моделот критериумите најчесто предложуваат избор на дванаесет временски доцнења. И трето, поради конзистентност со претходниот модел, авторот останува на мислењето дека дванаесет временски доцнења се соодветни за моделот со внатрешни и надворешни променливи.

Табела 3.13. Критериуми за избор на редот на временското доцнење

Ред на временско доцнење	Критериуми				
	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	-	0,000168000	2,661276	2,757283	2,700240
1	666,1683	0,000000494	-3,169658	-2,689624*	-2,974839
2	52,50980	0,000000397*	-3,389050	-2,524987	-3,038375*
3	24,07811	0,000000415	-3,346745	-2,098655	-2,840215
4	22,37424	0,000000439	-3,296706	-1,664587	-2,634320
5	24,11124	0,000000452	-3,275265	-1,259118	-2,457024
6	23,94455	0,000000463	-3,263603	-0,863429	-2,289507
7	23,91581	0,000000470	-3,264263	-0,480061	-2,134312
8	7,786184	0,000000578	-3,079687	0,088542	-1,793880
9	27,34581	0,000000553	-3,154126	0,398132	-1,712464
10	46,67052*	0,000000401	-3,512746*	0,423539	-1,915229
11	8,986337	0,000000488	-3,362281	0,958032	-1,608908
12	16,30451	0,000000533	-3,332418	1,371923	-1,423190

LR: секвенцијална модификувана ЛР-статистика, FPE: финална грешка на предвидување, AIC: Акакике информационален критериум, SC: Шварцов информационален критериум, HQ: Хана-Квинов информационален критериум

Извор: пресметки на авторот

Резултатите од тестирањето за големината на коинтеграцискиот ранг се прикажани во табела 3.14.

И двата теста говорат за постоење на една коинтеграциска равенка, исто како и кај претходниот модел. Спецификацијата на Јохансеновиот тест за коинтеграција е иста како и кај моделот кој ги содржи само надворешните променливи, освен домашната инфлација.

Контеграциската врска $x_t \sim CI(1,1)$ помеѓу инфлацијата во Република Македонија и останатите променливи може да се запише со равенката:

$$MK\ inf_d = \beta_0 + \beta_1 EU\ inf_f + \beta_2 M1_d - \beta_3 imp_d + e_t$$

со што претходниот модел е проширен за уште една променлива.

Равенката може да се запише и на следниот начин

$$e_t = MK\ inf_d - \beta_0 - \beta_1 EU\ inf_f - \beta_2 M1_d + \beta_3 imp_d$$

каде што векторот на променливите е $x_t = (MK\ inf_d, 1, EU\ inf_f, M1_d, imp_d)'$, а коинтеграцискиот вектор е $\beta = (1, -\beta_0, -\beta_1, -\beta_2, \beta_3)$.

Со оценети параметри, коинтеграциската равенка може да се запише и на следниот начин:

$$MK\ inf_{d_{t-1}} + 6,102681 - 3,224718 EU\ inf_{f_{t-1}} - 31,31386 M1_{d_{t-1}} + 13,94707 imp_{d_{t-1}} = 0$$

Истата равенка која ја претставува долгорочната врска на променливите може да се запише и како:

$$MK\ inf_{d_{t-1}} = -6,102681 + 3,224718 EU\ inf_{f_{t-1}} + 31,31386 M1_{d_{t-1}} - 13,94707 imp_{d_{t-1}}$$

Исто како и во претходниот модел, домашната инфлација е во директна врска со инфлацијата во еврозоната. Исто така се потврдува и директна врска со монетарниот агрегат M1. Моделот укажува на инверзна врска помеѓу инфлацијата и увозот во Република Македонија. Потребно е да се објасни зошто е тоа така.

Табела 3.14. Јохансенов тест за коинтеграција

Тест за коинтеграциски ранг (траг) (без поставени ограничувања)				
Претпоставен број на коинтеграциски равенки	Својствени вредности	$\lambda_{\text{траг}}$ статистика	0,05 критична вредност	p-вредност
Ниту една*	0,268905	56,40479	54,07904	0,0306
Најмногу една	0,075816	21,01182	35,19275	0,6615
Најмногу две	0,056450	12,10244	20,26184	0,4397
Најмногу три	0,047814	5,536435	9,164546	0,2297
При коефициент на сигурност од 0,95, тестот на траг укажува на 1 контеграциска равенка				
Тест за коинтеграциски ранг (максимална својствена вредност) (без поставени ограничувања)				
Претпоставен број на коинтеграциски равенки	Својствени вредности	$\lambda_{\text{траг}}$ статистика	0,05 критична вредност	p-вредност
Ниту една*	0,268905	35,39296	28,58808	0,0058
Најмногу една	0,075816	8,909387	22,29962	0,9092
Најмногу две	0,056450	6,566001	15,89210	0,7221
Најмногу три	0,047814	5,536435	9,164546	0,2297
При коефициент на сигурност од 0,95, тестот на максимална својствена вредност укажува на 1 контеграциска равенка				

*означува отфрлање на хипотезата при ниво на значајност од 0,95

Извор: пресметки на авторот

Во услови на фиксен девизен курс, во случај кога увозот е поголем од извозот, како што е случај со Република Македонија, при увоз на странски стоки и услуги кои е потребно да се платат со девизи, расте побарувачката за девизи, поточно расте побарувачката за евра (бидејќи најголемиот дел од размената е со земјите од Европската унија). Во овој случај, со цел да се одржи фиксниот девизен курс, централната банка продава од своите девизни резерви. Фиксниот курс се одржува, но при продажбата на девизи се повлекуваат денари, со што се намалува нивната понуда. Намалената понуда на пари значи и пад на инфлацијата. Оттука се јавува инверзен знак помеѓу домашната инфлација и вредноста на увозот. Во овој случај потребно е да се изврши стерилизирана интервенција, односно преку купување на владини обврзници или благајнички записи да се пуштат пари во оптек со што ќе се надомести падот кај понудата на пари. Оттука е јасно зошто помеѓу увозот и инфлацијата постои коинтеграција.

Истата врска би се докажала и меѓу извозот и инфлацијата, но ефектот би бил со обратен знак. Зголемениот извоз би ја зголемил инфлацијата.

Ако се заменат оценетите параметри во коинтеграцискиот вектор ќе се добие:

$$\beta = (1; -6,102681; 3,224718; 31,31386; -13,94707)$$

Блок-егзогените ограничувања во моделот се поставени така што е исклучено влијанието на домашните променливи (инфлацијата, монетарниот агрегат M1 и увозот) врз надворешната променлива инфлација во еврозоната.

Во матрична форма, векторот на променливите, матриците на структурни коефициенти и векторот на грешките можат да се запишат на следниот начин:

$$\sum_s^p A_s y_s = e_t$$

односно

$$y_t = \begin{bmatrix} MK\ inf_d \\ EU\ inf_f \\ M1_d \\ imp_d \end{bmatrix} \quad A_j = \begin{bmatrix} A_{11}^j & A_{12}^j & A_{13}^j & A_{14}^j \\ 0 & A_{22}^j & 0 & 0 \\ A_{31}^j & A_{32}^j & A_{33}^j & A_{34}^j \\ A_{41}^j & A_{42}^j & A_{43}^j & A_{44}^j \end{bmatrix}, j = 1, \dots, 12 \quad e_t = \begin{bmatrix} e_t^{MK\ inf_d} \\ e_t^{EU\ inf_f} \\ e_t^{M1_d} \\ e_t^{imp_d} \end{bmatrix}$$

Ознаките, поставените ограничувања и значењето е исто како и кај претходно оценетиот модел.

Проверка на моделот – тестирање на претпоставки

Следи истатата постапка на тестирање група претпоставки како во претходниот модел. Најпрво следат тестовите за автокорелација на резидуалите.

Табела 3.15. Тест за автокорелација на Портмантеу

Временски доцнења h	Тест статистика	p -вредност	Прилагодена-тест статистика	p -вредност	Степени на слобода
21	218,7689	0,0157	245,5756	0,0004	176
22	230,6279	0,0296	260,3017	0,0008	192
23	247,9737	0,0301	282,0803	0,0005	208
24	264,1857	0,0339	302,6641	0,0004	224
25	282,3031	0,0316	325,9284	0,0002	240
26	291,7138	0,0618	338,1515	0,0004	256

Извор: пресметки на авторот

Тестот на Портмантеу ја тестира нултата хипотеза дека не постои автокорелација помеѓу резидуалите до временското доцнење h . Во табелата се прикажани вредности на тестот од 21 до 26 временски доцнења. Од 22 до 25 временски доцнења p -вредноста на тест-

статистиката ја прифаќа нултата хипотеза, при ризик на грешка од 0,01. Во случај на 26 временски доцнења се прифаќа нултата хипотеза, и при ризик на грешка од 0,05. Прилагодената тест-статистика не ја прифаќа нултата хипотеза, во ниту еден од наведените случаи.

Резултатите од тестот на Лагранжов мултипликатор на Бреуш и Годфри, кој исто така тестира дали постои автокорелација помеѓу резидуалите, се прикажани во табела 3.16. Според резултатите може да се заклучи дека при тестот на Лагранжов мултипликатор на Бреуш и Годфри нултата хипотеза се прифаќа само при едно временско доцнење. Во останатите случаи, кога постојат две или повеќе временски доцнења се прифаќа алтернативната хипотеза која гласи дека постои автокорелација помеѓу резидуалите. Може да се заклучи дека според наведените тестови претпоставката за непостоење на автокорелација помеѓу резидуалите е исполнета кај тестот на Портмантеу и кај тестот на Лагранжов мултипликатор на Бреуш и Годфри, но само за одреден број на временски доцнења.

Табела 3.16. Тест на Лагранжов мултипликатор на Бреуш и Годфри

Временски доцнења h	ЛМ-статистика	p -вредност	Степени на слобода
1	18,2120	0,3116	16
2	64,5558	0,0013	32
3	75,3538	0,0071	48

Извор: пресметки на авторот

Резултатите од тестот на авторегресивната условна хетероскадастичност – Лагранжов мултипликатор, при кој се тестира нултата хипотеза која вели дека непостои автокорелација помеѓу резидуалите, се прикажани во табела 3.17 и табела 3.18.

Табела 3.17. ARCH-LM тест (со 16 временски доцнења)

Серија на резидуали	Тест-статистика	p -вредност (χ^2)	F -статистика	p -вредност (F)
e_1	13,6475	0,6250	0,9926	0,4731
e_2	14,5898	0,5549	1,0733	0,3939
e_3	9,2027	0,9048	0,6355	0,8457
e_4	17,1777	0,3742	1,3046	0,2152

Извор: пресметки на авторот

Резултатите потврдуваат дека во сите случаи се прифаќа нултата хипотеза за непостоење на автокорелација помеѓу резидуалите.

Табела 3.18. Мултиваријационен ARCH-LM тест (со 5 временски доцнења)

VARCH тест-статистика	p -вредност (χ^2)	Степени на слобода
520,2668	0,2567	500

Извор: Пресметки на авторот

Резултатите од тестовите за ненормалност на резидуалите се прикажани во табела 3.19. Нултата хипотеза гласи дека резидуалите имаат нормален распоред. Се прифаќа хипотезата за нормалност на резидуалите.

Табела 3.19. Тест за ненормалност на резидуалите

Според Doornik and Hansen (1994)						
Заедничка тест-статистика	p - вредност	Степени на слобода	Само асиметрија	p - вредност	Само сплонатост	p -вредност
2,0047	0,9809	8	1,1090	0,8928	0,8957	0,8252
Според Lutkepohl (1993)						
Заедничка тест-статистика	p - вредност	Степени на слобода	Само асиметрија	p - вредност	Само сплонатост	p -вредност
1,7387	0,9880	8	0,7902	0,9398	0,9485	0,9175

Извор: пресметки на авторот

Тестот на Жарк-Бера врши тестирање за нормалност на резидуалите со тоа што поединечно ги тестира резидуалите кај секоја серија поодделно.

Табела 3.20. Тест за нормалност на Жарк-Бера

Серија на резидуали	Тест-статистика	p -вредност (χ^2)	Асиметрија	Сплонатост
e_1	0,6550	0,7207	0,1811	3,0890
e_2	0,2779	0,8703	0,0848	3,1739
e_3	1,1868	0,5525	0,0676	2,5165
e_4	0,1086	0,9472	0,0079	2,8490

Извор: пресметки на авторот

Од табела 3.20 може да се заклучи дека четири серии на резидуали имаат нормален распоред.

Општиот заклучок, врз основа на двата теста, може да биде дека е исполнета претпоставката за нормалност на резидуалите.

Анализата на стабилност не може да биде спроведена во овој модел бидејќи за различни можни датуми на структурно прекршување не се пресметуваат тест-статистиките на тестот на поделба на примерокот и на тестот на точка на прекршување.

Тестот за предвидување не дава валидни резултати во случај кога се користи модел со блок-егзогени ограничувања. Од овие причини анализата на стабилност ќе биде изоставена.

Структурна анализа

Првиот дел од структурната анализа се тестовите на условеност, односно тестот за условеност по Грејнџер и тестот за моментална условеност. Резултатите од наведените тестови се прикажани во табела 3.21.

Променливите: инфлација во еврозоната, монетарниот агрегат M1 и домашниот увоз ја условуваат по Грејнџер домашната инфлација. Меѓу нив постои и моментална условеност.

Инфлацијата во еврозоната ги условува променливите како што се домашната инфлација, монетарниот агрегат M1 и увозот. Меѓу нив не се потврдува и моментална условеност.

Табела 3.21 Тестирање за условеност на променливите

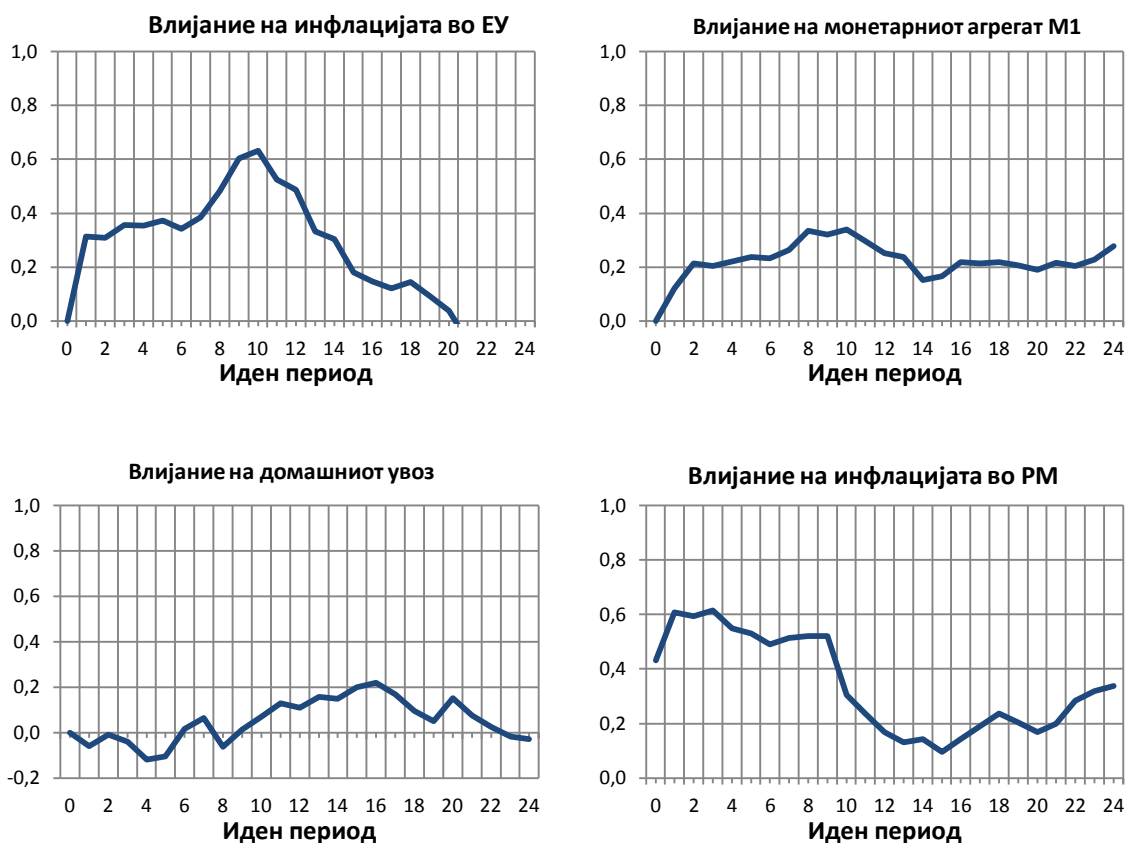
Нулта хипотеза:	Тест-статистика	p-вредност
$[EUinf_f, M1_d \text{ и } imp_d]$ не ја условуваат по Грејнџер $MK inf_d$	2,7647	0,0000
Не постои моментална условеност помеѓу $[EUinf_f, M1_d \text{ и } imp_d]$ и $MK inf_d$	13,3615	0,0039
$EUinf_f$ не ги условува по Грејнџер $[MK inf_d, M1_d \text{ и } imp_d]$	1,6701	0,0118
Не постои моментална условеност помеѓу $EUinf_f$ и $[MK inf_d, M1_d \text{ и } imp_d]$	4,3119	0,2297
$MK inf_d$ не ги условува по Грејнџер $[EUinf_f, M1_d \text{ и } imp_d]$	3,5604	0,0000
Не постои моментална условеност помеѓу $MK inf_d$ и $[EUinf_f, M1_d \text{ и } imp_d]$	13,3615	0,0039
$M1_d$ не ги условува по Грејнџер $[EUinf_f, MK inf_d \text{ и } imp_d]$	2,1164	0,0004
Не постои моментална условеност помеѓу $M1_d$ и $[EUinf_f, MK inf_d \text{ и } imp_d]$	4,1953	0,2411
imp_d не ги условува по Грејнџер $[EUinf_f, M1_d \text{ и } MK inf_d]$	4,1735	0,0000
Не постои моментална условеност помеѓу imp_d и $[EUinf_f, M1_d \text{ и } MK inf_d]$	15,7477	0,0013

Извор: пресметки на авторот

Контролните тестови покажуваат слични резултати. Имено, тестот покажува дека инфлацијата во Република Македонија ги условува по Грејнџер останатите три променливи, и ја потврдува и моменталната условеност. Ист е и случајот за монетарниот агрегат M1, тој ги условува останатите три променливи, иако не постои моментална условеност, додека пак кај случајот со увозот, тој ги условува по Грејнџер сите три променливи заедно, и истовремено се потврдува и моментална условеност.

Вториот дел од структурната анализа се функциониите на импулсен одговор. Овие функции се прикажуваат за временски период од 24 месеци. Истите се прикажани на слика 3.10.

Слика 3.10. Функции на импулсен одговор – влијанија на различни шокови врз инфлацијата во Република Македонија



Извор: приказ на авторот

Во случај на позитивен шок кај инфлацијата во еврозоната со големина од една стандардна девијација се очекува и позитивен ефект врз домашната инфлација. Во првите неколку месеци ефектот започнува да расте и со текот на времето тој станува се посилен достигнувајќи го својот максимум во десеттиот месец кога изнесува 0,63 процентни поени. После тоа ефектот започнува да се намалува, и исчезнува дури после дваесеттиот месец. Силниот интезитет на шокот на европската инфлација врз домашната инфлација укажува на важна детерминанта на истата. Ефектот започнува да се намалува после првата година, и до крајот на втората година тој е речиси исчезнат. Во претходниот модел ефектот беше подолготраен во втората година.

Толкувањето на функцијата на импулсен одговор и во овој модел го потврдува заклучокот за истата од претходниот модел. Домашната инфлација покажува конзистентна реакција со изразит интезитет на шоките кај инфлацијата во Европската унија. Со тоа уште еднаш инфлацијата во еврозоната е еден од значајните фактори кои влијаат на инфлацијата во Република Македонија.

Шоките кај монетарниот агрегат М1 од една стандардна девијација предизвикуваат максимален ефект кај домашната инфлација од 0,34 процентни поени во десеттиот месец. Имено, интезитетот на ефектот е значително помал од оној кај инфлацијата во еврозоната, но не е безначаен. Може да се каже дека тој одржува одредено ниво за разгледуваниот период, а посебно е изразен околу осмиот, деветтиот и десеттиот месец. Потоа благо се намалува и продолжува да трае во втората година. На крајот на предвидениот период ефектот сè уште трае. Заклучокот би бил дека позитивните промени кај монетарниот агрегат М1 предизвикуваат зголемување на инфлацијата во Република Македонија, но интезитетот на овие промени е помал во однос на интезитетот кај европската инфлација. Насоката и интезитетот на влијанието на монетарниот агрегат М1 врз домашната инфлација може да се потврди и со заклучоците од истражувањата на Рамадани (2012), Shamloo (2011) и Besimi, Pugh and Adnett (2006).

Интересно е да се каже дека функцијата на импулсен одговор во обратна насока, односно како шокот кај инфлацијата влијае на монетарниот агрегат М1²⁸, речиси и да не е значајна. Ова говори за насоката на влијание, односно монетарниот агрегат М1 влијае на стапката на домашната инфлација, но обратното влијание е речиси безначајно, според моделот.

Функцијата на импулсен одговор на домашниот увоз има најголема апсолутна вредност од 0,22 процентни поени во шестнаесеттиот месец. Тоа значи дека во случај на шок од една стандардна девијација кај домашниот увоз да се очекува максимална вредност на ефектот кај инфлацијата во Република Македонија од 0,22 процентни поени. Ефектот на увозот е негативен, но и многу мал во првата година. Неговото влијание се зголемува околу средината на втората година, и до крајот на истата ефектот исчезнува.

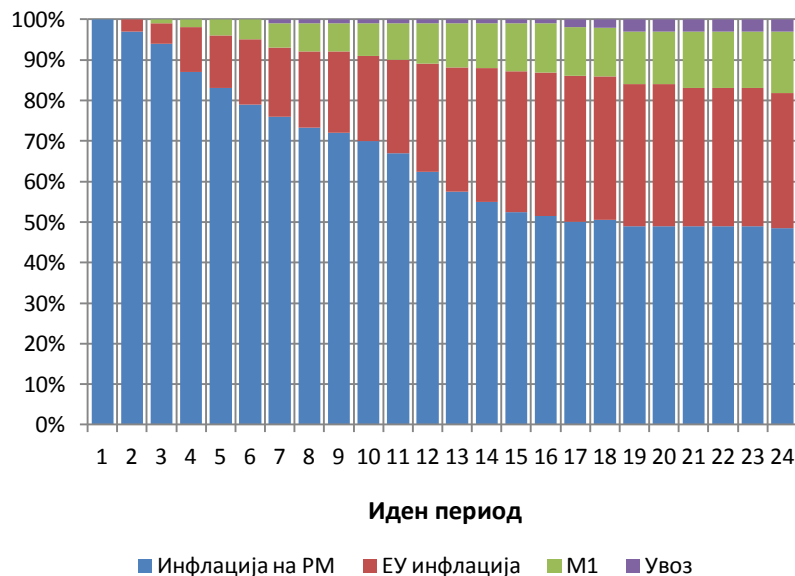
Шоките кои настануваат кај домашната инфлација имаат влијание на нејзината идна динамика, а тоа може да се согледа од функцијата на импулсен одговор. Ефектот е посебно изразен во првата година, кога во случај на шок од една стандардна девијација се очекува ефект кој веќе во третиот месец го достигнува максимумот од 0,62 процентни поени. Веќе во втората година ефектот е значително помал. Постојат сличности со функцијата на импулсен

²⁸ Бидејќи вредностите на функцијата на импулсен одговор се речиси еднакви на нула, таа нема да биде прикажана графички.

одговор кај првиот модел, но интересно е дека кај вториот модел после првата година ефектот на инфлацијата значително се намалува. Во овој случај може да се потврди постоењето на ефектот на инфлаторната инерција.

Од слика 3.11 може да се утврди дека најголемиот придонес во варијансата на грешката на предвидувањето на инфлацијата има самата домашна инфлација, која во вториот предвиден период изнесува 97 %, и постепено се намалува. Во дванаесеттиот месец изнесува 63 %, а во последниот месец 48 %. Како што учеството на домашната инфлација се намалува, така расте учеството на европската инфлација. Во дванаесеттиот период таа учествува со 27 %, а на крај на предвидениот период таа изнесува 33 %. Монетарниот агрегат М1 својот ефект го покажува во втората година, кога неговиот придонес започнува со 11 % и на крајот на предвидениот период изнесува 15 %. Ефектот на домашниот увоз е занемарувачки. Со ова уште еднаш се потврдува дека инфлацијата во еврозоната е најважната детерминанта на инфлацијата во Република Македонија, освен секако самата инфлација и нејзината инфлаторна инерција.

Слика 3.11. Декомпозиција на варијансата-грешка предвидувањето на инфлацијата во Република Македонија објаснета преку четирите променливи на моделот



Извор: приказ на авторот

Заклучокот од структурната анализа е дека домашната инфлација посебно реагира на шоковите од инфлацијата во еврозоната и сопствените шокови, а со значително помал интезитет се шоковите на монетарниот агрегат М1 и домашниот увоз. Слично е и толкувањето

на декомпозицијата на варијансата. Декомпозицијата на варијансата е слична кај двата модела.

Предвидување

Резултатите од предвидувањето на моделот кој вклучува надворешни и домашни променливи се прикажани на слика 3.12, слика 3.13 и во табела 3.22

До моментот кога оваа докторска дисертација беше при својот крај (јануари 2014 година) можеше да се каже дека предвидувањата на моделот кој освен надворешните ги вклучува и домашните променливи се пореални отколку моделот кој ги содржи само надворешните променливи. Но, веќе за три месеци работите се променија, и на Европа и се јавува сериозна закана од дефлација.

Слика 3.12. Предвидување на стапката на инфлација во Република Македонија



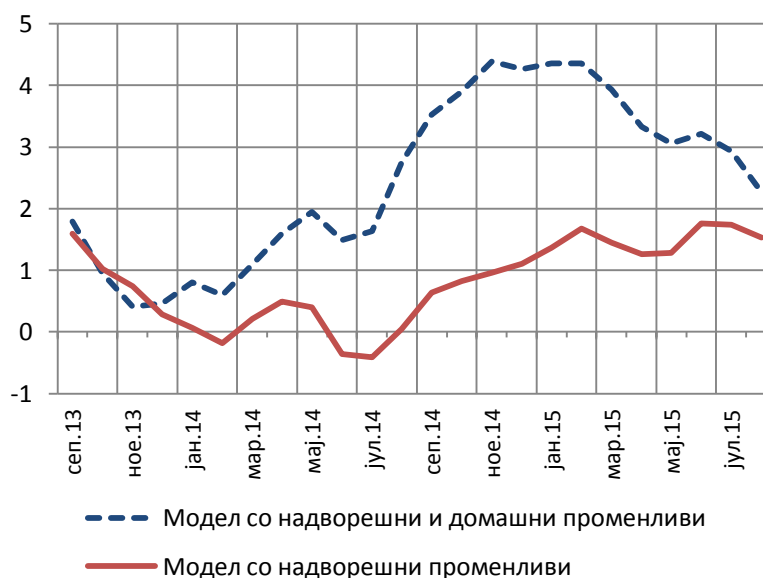
Извор: приказ на авторот

Во јануари европската инфлација изнесува 0,8 %, со предвидувања од 0,9 % и 0,5 % за следните два месеци, респективно. Ефектот се чувствува и кај инфлацијата во Република Македонија. Имено домашната инфлација во јануари изнесува 0,9 %, во февруари 0,6 % и во март 0,2 %. Авторот смета дека во светло на новите настани првиот модел кој ги содржи само надворешните променливи подобро ја предвидува стапката на инфлација отколку моделот кој ги вклучува и надворешните и домашните променливи. Според моделот само со надворешни променливи се очекува ниска стапка на инфлација, дури и дефлација во месец јуни и јули, за веќе во 2015 нивото на цените да се покачи над 1 %.

Моделот кој ги содржи и надворешните и внатрешните променливи предвидува дека стапката на инфлација на почетокот на 2014 ќе изнесува 0,8 проценти и тука е многу близок со реално остварената стапка на инфлација во Република Македонија. Моделот предвидува дека инфлацијата ќе бележи раст во 2014 година кој ќе продолжи и во 2015 година. Интересно е што просечната предвидена стапка на инфлацијата за 2014 година изнесува 2,33 %, а стапката што НБРМ ја очекува за истата година изнесува 2,3 %. Но, земајќи ги предвид случувањата на светската политичка сцена (кризата во Русија и Украина), како и ризиците од дефлација во Европа, НБРМ спроведе ревидирање на оваа оценка во мај 2014 година.

Ако се разгледаат предвидените точкести оценки кај двата модела (слика 3.11) може да се заклучи следното:

Слика 3.13. Споредба на предвидените вредности (точкести оценки) од двата модела



Извор: приказ на авторот

- Предвидената динамика на стапката на инфлација кај двата модела се разликува. Кај првиот модел се очекува пад на стапката на инфлација во 2014 година и раст во 2015 година. Просечната инфлација за 2014 година се проценува на 0,315 %. Кај вториот модел во 2014 година се очекува раст на инфлацијата, а во 2015 година се очекува пад на стапката на инфлација. Предвидените движења кај двата модела се разликуваат. **Авторот смета дека предвидувањата добиени кај вториот модел се пореални и конзистентни со очекувањата на монетарните власти, но пред да се јават новите случувања (кризата во Русија и Украина и можната дефлација во Европа). Авторот**

препорачува да се користи вториот модел, но кога надворешното окружување е стабилно.

Првиот модел кој ја вклучува инфлацијата во еврозоната и цената на нафтата е подобар, во случај кога има надворешни фактори кои бележат одредено отстапување од вообичаеното движење, како што е дефлацијата во еврозоната. Имено предвидувањата на домашната инфлација според првиот модел и нејзината идна динамика се слични со ревидираните оценки за националната инфлација кои ги изработува НБРМ. Според нив, инфлацијата во 2014 се очекува да изнесува 1 %, додека пак во 2015 се очекува таа да порасне и да изнесува 2 %. Авторот го препорачува овој модел во случај кога надворешните движења бележат одредена нестабилност.

Табела 3.22 Предвидени вредности за стапката на инфлација на Република Македонија

Период	Предвидени вредности			Остварена стапка на инфлација во РМ	Остварена стапка на инфлација во ЕУ
	Точкеста оценка	Интервал на доверба (95 %)			
		Долна граница	Горна граница		
Септември 2013	1,79	0,04	3,54	1,6	1,1
Октомври 2013	0,95	-1,26	3,17	1,3	0,7
Ноември 2013	0,41	-2,20	3,02	1,1	0,9
Декември 2013	0,46	-2,53	3,45	1,4	0,8
Јануари 2014	0,80	-2,49	4,09	0,9	0,8
Февруари 2014	0,60	-2,96	4,16	0,6	*0,9
Март 2014	1,10	-2,68	4,88	0,2	*0,5
Април 2014	1,59	-2,43	5,60		
Мај 2014	1,95	-2,35	6,26		
Јуни 2014	1,49	-3,13	6,11		
Јули 2014	1,64	-3,23	6,51		
Август 2014	2,75	-2,28	7,79		
Септември 2014	3,53	-1,63	8,70		
Октомври 2014	3,90	-1,35	9,14		
Ноември 2014	4,39	-0,91	9,69		
Декември 2014	4,26	-1,08	9,60		
Јануари 2015	4,36	-1,03	9,75		
Февруари 2015	4,36	-1,07	9,80		
Март 2015	3,93	-1,55	9,41		
Април 2015	3,33	-2,18	8,85		
Мај 2015	3,06	-2,48	8,61		
Јуни 2015	3,21	-2,37	8,79		
Јули 2015	2,93	-2,70	8,55		
Август 2015	2,27	-3,41	7,95		

*предвидена вредност

Извор: приказ на авторот

- Моделот со надворешни променливи предвидува релативно ниска стапка на инфлација, иако предвидувањето за еден иден период е идентично со вистински остварената стапка на инфлација.
- Моделот кој освен надворешните променливи ги вклучува и променливите монетарен агрегат M1 и домашен увоз предвидува пореални и повисоки стапки на инфлација. Но со новите случувања овие предвидувања отстапуваат од реалните стапки на инфлација.
- **Моделите предвидуваат добра динамика. И двата модела предвидуваат намалување на стапката на инфлација, како што и навистина се остварува.** Остварената стапка на инфлација во еврозоната исто така бележи намалување, а веќе е потврдено дека и домашната стапка ја следи европската стапка на инфлација, што секако е во корист на предвидувањето и кај двата модела.
- Во табелата 3.22 се прикажани точкестите оценки како и интервалите на доверба со ризик на грешка од 0,05 за предвидените вредности на стапката на инфлација во Република Македонија. Намалувањето на цените во еврозоната укажува и на намалување на цените во Република Македонија. Ако се потврди истото и за подолг временски период, значи дека станува збор за два добри модели со кој **се потврдува хипотезата на авторот дека инфлацијата во еврозоната е главната и основна детерминанта на инфлацијата во Република Македонија.**

На кратко, потребно е да се направи споредба со скорешно и релативно слично истражување за динамиката на инфлацијата во Република Македонија. Во трудот со наслов „Inflation dynamics in FYR Macedonia“ се испитува ефектот на инструментите на монетарната политика, односно каматните стапки, како и надворешните фактори врз домашната инфлација со користење на векторскиот модел со корекција на грешка. Во моделот е потврдена силна коинтеграциска врска помеѓу домашната инфлација, аутпутот мерен преку реалниот бруто домашен производ, каматите на централната банка и инфлацијата во еврозоната (Shamloo, 2011). Во моделот е вклучен и номиналниот ефективен девизен курс.

Во овој труд се вели дека **Македонија е мала и отворена економија каде што потенцијалната инфлација на нејзините трговски партнери игра значајна улога во утврдување на домашната инфлација.** Ова веќе беше образложено, и потврдено, бидејќи повеќе од половина од увозот во Република Македонија е од земјите од Европската унија. Исто така ова го потврдуваат и резултатите од двата модела во делот на инфлацијата од еврозоната, што истовремено е и првата сличност меѓу истражувањата.

Исто така, во овој труд се споменува дека со вклучувањето на надворешните цени и домашните цени, **теоретски се елиминира потребата за вклучување на каматни стапки,**

бидејќи според паритетот на каматни стапки овие три променливи се линеарна комбинација меѓусебно. Со ова се оправдува и невклучувањето на каматните стапки во двата модели кои беа прикажани во ова поглавје.

Во истиот труд се вели дека силната коинтеграција помеѓу домашната инфлација, аутпутот, каматните стапки на централната банка и инфлацијата во еврозоната укажуваат на значаен **pass-through ефект на надворешните цени (коинтеграција со инфлацијата во еврозоната)**, односно уште една сличност со презентирани истражувања. Истото беше потврдено и во двата претходно презентирани модели. Коинтеграцијата со каматните стапки на централната банка укажуваат на автономија на монетарната политика. Ова донекаде може да изгледа парадоксално, имено, земја со фиксен девизен курс може да прикаже одредено влијание преку својата монетарна политика. Имено, во ваква економија, монетарните власти имаат официјална цел, а тоа е вредноста на девизниот курс, додека пак нивниот инструмент, благајничките записи, дозволуваат простор за маневрирање. Така, монетарните власти можат да изберат да ја таргетираат инфлацијата во случај кога не постои притисок врз девизните резерви. Векторскиот модел со корекција на грешка потврдува дека домашната инфлација е под влијание на движењето на благајничките записи кои се независни од движењето на странските каматни стапки. Овој аспект, иако доста интересен, не е дел од претходните два модела, и може да биде предмет на понатамошно истражување.

Следи споредба со уште еден многу сличен труд на Рамадани (2012). Имено тој ги истражува детерминантите на инфлацијата во Република Македонија со користење на векторскиот модел со корекција на грешка, каде потврдува дека главни детерминанти се паричната маса, девизниот курс и реалниот доход. Поклопување со претходно прикажаните модели има за детерминантата парична маса. Постојат неколку разлики со трудот на Рамадани (2011). Во своето истражување тој користи само домашни макроекономски променливи, со што е исклучено какво било надворешно влијание врз домашната инфлација. Исто така, тој серијата на инфлација ја искажува како базичен индекс со база 2011 година, за разлика од овдешното истражување каде што инфлацијата е прикажана како индекс на годишна промена. Тоа значително ја менува временската серија и влијае на понатамошната коинтеграција со останатите макроекономски променливи.

За крај, може да се донесе заклучок дека и двата модела добро ги прикажуваат детерминантите на инфлацијата, односно поврзаноста на домашната инфлација со надворешните и домашните променливи. Моделите добро ја прикажуваат идната динамика на домашната инфлација. Исто така може да се нагласи и следното:

- Моделот кој ги содржи надворешните и домашните променливи е модел чии предвидувањата се поконзистенти со реалните очекувања во случај на релативно стабилно макроекономско домашно и надворешно окружување. Овој модел е посложен бидејќи вклучува повеќе променливи, и авторот смета дека дава подобри резултати кога не постојат непредвидени движења кај надворешните фактори. Неговите недостатоци на се дека одредени тестови само делумно потврдуваат дека не постои автокорелација на резидуалите и кај овој модел не беше можно да се спроведе анализа за постоење на структурно прекршување.
- Моделот кој ги содржи само надворешните променливи е подобар во случај кога се јавуваат неочекувани настани во надворешното окружување. Во услови на нестабилно надворешно окружување влијанието на надворешните фактори врз домашната инфлација е особено изразено и го надминува влијанието на домашните фактори.

Земајќи ги предвид наведените специфичности на моделите, може да се каже дека според авторот станува збор е релативно добри модели и истите можат да се користат за понатамошно предвидување на инфлацијата во Република Македонија.

“There are always alternatives”
Commander Spock, Star Trek

Проблемите со нестационарноста на временските серии и појавата на лажна регресија придонеле за развој на нови модели каде што овие недостатоци ќе бидат надминати. Денес во голем број истражувања од областа на економијата неприкосновени се векторските авторегресивни модели, коинтеграцијата и векторските модели со корекција на грешка. Во кратенките на двата модела стои зборот вектор кој означува дека постои повеќе од една зависна променлива, што овозможува изградба на сложени модели каде се следат меѓузависностите на променливите. Зависните променливи можат и да се предвидуваат. Постоенето на повеќе зависни променливи значи дека симултатно се оценуваат повеќе регресии. Зборот авторегресија укажува на фактот дека изминатите вредности на зависните променливи ќе се земат како независни променливи. Векторскиот модел со корекција на грешка е VAR модел во кој постои специфично ограничување на одреден коефициент. Коинтеграцијата укажува на тоа дали овие ограничувања се корисни или не. Односот на променливите кој се менува со текот на времето не може да се опфати со праволиниска регресија. VAR моделот кој се однесува на множество од меѓусебно поврзани праволиниски регресии може да го опфати овој променлив однос. Тука лежи и неговата практична корисност.

VAR моделите се посебно корисни за истражувачите бидејќи претпоставките кои тие бараат да бидат исполнети се помалку рестриктивни (полесни за исполнување), за разлика од други модели со повеќе променливи.

За да се постави VAR модел треба да се донесат следните одлуки:

- да се избере (мало) множество на променливи (шест променливи е горната граница);
- да се избере должината на временските доцнења:
 - иста должина за секоја променлива;
 - подолго временско доцнење е препорачливо кај овој метод;
- да се одлучи дали има потреба од воведување на дополнителни детерминистички променливи како што е трендот, вештачките променливи или сезонското прилагодување.

VAR моделот е систем на равенки, каде што за секоја променлива постои по една равенка.

За да се оцени VAR моделот, покажано е дека нема потреба од воведување на покомплексен метод од методот на обични најмали квадрати, под услов во секоја равенка да се наоѓаат истите независни променливи.

Оценетите параметри немаат никакво значење кај VAR моделите, за разлика од параметрите кај регресионите модели. Тие не се толкуваат. Се поставува прашањето како е ова оправдано? Кога се оценуваат параметрите во регресионата анализа, се оценуваат две работи: самите параметри и нивните стандардни грешки. Доколку одредена значајна променлива не се вклучи во регресијата параметрите и стандардните грешки стануваат пристрасни. Доколку се вклучи незначајна променлива во регресијата стандардните грешки стануваат пристрасни, но оценетиот параметар е добар.

Кога постои одредено сомневање, во VAR моделот се додаваат дополнителни временски доцнења на десната страна од равенката. На овој начин истражувачот се осигурува дека ништо не е испуштено, со што оценетите параметри се во ред. Но, ако се вклучат премногу елементи, стандардните грешки стануваат преголеми, што предизвикува t -статистиките да потврдат дека оценетите параметри се статистички незначајни.

Се поставува прашањето: „ако истражувачот не го интересира значајноста на параметрите, тогаш која е целта на оценувањето на VAR моделот?“. VAR моделот ги прикажува меѓусебните зависности на променливите преку функциите на импулсен одговор и преку декомпозицијата на варијансата (грешките при предвидувањето).

Како се толкуваат резултатите? За да се резимираат причините како и зошто една променлива се оддалечува од својата средна вредност се користат функциите на импулсен одговор (преку нив се искажува како еден типичен шок ќе влијае на променливата низ времето) и разложувањето на варијансата (покажува кои шокови имаат најголемо влијание во објаснувањето на променливата низ текот на времето).

Што е функцијата на импулсен одговор? Функцијата на импулсен одговор укажува на начинот на кој шокот влијае на променливата y -може да се толкува од коефициентите:

- Шокот на променливата y (e_t) влијае на променливата y веднаш, и продолжува да влијае на y и во следниот период (пондерот α_{11} може да го зголеми или намали шокот), и престанува да влијае на y после тоа.
- Шокот на променливата z (n_t) не влијае на променливата y веднаш, влијае со пондерот α_{21} следниот период, и престанува да влијае на y после тоа.

Што е декомпозиција на варијансата? Откако ќе се заврши заменувањето на вредностите на равенките со претходните вредности, во равенките останува константата и грешките. Варијансата на променливата мора да дојде од овие грешки. Но грешките имаат варијанса која е веќе позната, бидејќи се оценува кога се спроведува регресијата. Оттука следи дека 100 % од варијансата на променливата y доаѓа од шоките на y (e). Но, варијансата на променливата y за $t + 1$ доаѓа од два извора, од променливата y и од променливата z .

Софтверите пресметуваат голем број вредности за наведените елементи и истите ги прикажуваат во табеларни прикази. Бројките кои се добиваат ретко се објаснуваат и толкуваат. Најважните толкувања на функциите на импулсен одговор и разложување на варијансата се графичките прикази:

- Графиконите на функциите на импулсен одговор покажуваат дали шокот на една променлива:
 - има позитивен или негативен ефект (или и двата ефекта) на друга променлива:
 - ефект кој се зајакнува или исчезнува со текот на времето.
- графиконите за разложување на варијанста покажуваат како изворите на варијацијата кај одредена променлива се зголемуваат или намалуваат со текот на времето.

Кој е најголемиот проблем на функциите на импулсен одговор и разложувањето на варијансата во објавените истражувања? Функциите на импулсен одговор и разложувањето на варијансата се нелинеарни комбинации од голем број на оценети параметри. Оценетите параметри, за жал, се точкести оценки и се точни со веројатност нула. Значи функциите на импулсен одговор и разложувањето на варијансата се точкести оценки. Еден начин да се реши овој проблем е да се пресметаат интервали на доверба. Проблемот тука е што овие интервали се многу широки и носат голема неизвесност во резултатите.

Иако може да изгледа дека векторскиот авторегресивен модел не е ништо друго освен усложнување на добро познатиот модел на регресија со методот на обични квадрати, постои разлика со која се разликуваат моделите со повеќе зависни променливи. Таа разлика се нарекува проблем на идентификација. Станува збор за подредување на променливите во VAR моделот. Доколку постојат n независни променливи, тие можат да се подредат во $n!$ можни комбинации. Задачата на истражувачот е да одбере една од нив. Доброто подредување значи дека променливата y ќе влијае на другата променлива z , пред z повратно да влијае на y . Иако различното подредување носи различни резултати, доколку истражувачот не е сигурен која променлива оди прва, а која следува, се смета дека таа ситуација нема да направи големи промени во моделот.

И покрај низата недостатоци на векторските авторегресивни модели, како што се дека тие се атеоретски, дека не постои единствено правило да се утврди бројот на временски доценења, имаат премногу оценети параметри, како и прашањето дали променливите во моделот треба или не треба да се диференцираат, векторските авторегресивни модели наоѓаат широка примена во испитувањето на бројни макроекономски прашања. Нивните предности се дека сите променливи ги третираат како ендогени, дозволуваат променливата да зависи од повеќе вредности, а не само од сопствените, а предвидените вредности добиени со

овие модели се често подобри од оние добиени со структурните модели. Може да се очекува широка апликативност во голем број идни истражувања.

Едно од тие истражувања е истражувањето прикажано во овој труд. Векторскиот модел со корекција на грешка се покажа како успешно решение за утврдување на детерминантите на домашната инфлација и предвидување на нејзините идни тенденции. Различни школи даваат различно објаснување на детерминантите на инфлацијата, тргнувајќи од самата структура на економијата, зголемувањето на понудата на пари, агрегатната побарувачка во економијата до пренесувањето на странската инфлација врз домашната инфлација преку преносни канали. Овој труд ги оправдува тврдењата кои се однесуваат на странската инфлација.

Инфлацијата во Република Македонија има динамичен тек. Од јануари 2003 година до август 2007 година, инфлацијата има релативно стабилно темпо и не ја надминува вредноста од 3 %. Влијанието на светската економска криза започнува да се чувствува од септември 2007 година, кога стапката на инфлација започнува да расте, со што стапката на инфлација ја достигнува својата највисока вредност, 10,2 % во март 2008 година. После тоа стапката на инфлација бележи пад и може да се каже дека со почетокот на 2009 година се стабилизира нејзиното движење. Пораст на инфлацијата повторно се бележи во 2011 година кога највисоката стапка на инфлација изнесува 5,2 % во месец март и месец мај. Оттогаш, па до последниот датум на опсервација, август 2013 година може да се каже дека генерално инфлацијата задржува повисоко ниво, во споредба со периодот јануари 2003 година до август 2007 година, кога таа не надминуваше вредност од 3 %. Во периодот јануари 2011 година до август 2013 година највисоката стапка на инфлација изнесува 5,32 %. И покрај изразените периоди на пад и раст, може да се заклучи дека нивото на инфлацијата е зголемено од почетокот на набљудуваниот период.

Истражувањето за најважните детерминанти на инфлацијата во Република Македонија се покажа како задоволително. Се докажаа следните претпоставки:

- Најважната детерминанта која ја одредува домашната инфлација е инфлацијата во еврозоната. Таа влијае на два начина. Првиот начин е девизниот курс. Во услови на фиксен девизен курс инфлацијата на Република Македонија е врзана со инфлацијата во еврозоната. Моделот докажа дека се постигнува конвергенција на цените, односно домашните цени ги следат цените од еврозоната. Вториот начин преку кој инфлацијата во еврозоната влијае на домашната инфлација е увозот. Повеќе од половина од увезените стоки доаѓаат од земјите од Европската унија. Која било промена во цените во Европската унија ќе се пренесе и кај домашните цени. Шокот кој настанува кај инфлацијата во еврозоната многу брзо и со силен интензитет се чувствува и кај

домашната инфлација. Ефектот на шокот расте во првата година и го достигнува својот максимум. После првата година влијанието на инфлацијата во еврозоната се намалува. Влијанието на инфлацијата во еврозоната врз домашната инфлација го потврдуваат и наодите на Shamloo (2011).

Уште еден факт говори за поврзаноста на националната економија со европската економија. Според најавата на гувернерот на НБРМ, Димитар Богов, „Економијата на Европската унија годинава ќе порасне за над еден отсто, откако минатата година имаше пад од 0,5 %. Тоа е добар знак за македонската економија бидејќи таму оди најголемиот дел од нашиот извоз“. Според него најзначаен знак за македонската економија е закрепнувањето на европските економии. „Заздравувањето на економиите од Европската унија е добар сигнал за Македонија. Таму се нашите најзначајни трговски партнери и таму оди најголемиот дел од македонскиот извоз. Се очекува дека ќе продолжи трендот на раст на економијата“, изјави гувернерот Богов. „Се очекува дека ќе продолжи трендот на закрепнување на економијата. Доколку од разни причини, било поради дефлација, било од геополитички причини, дојде до помал пораст во европската економија, тоа ќе влијае и врз македонскиот пораст“, изјави Богов.

- Многу важна детерминанта на домашната инфлација е цената на нафтата. Секое поскапување на овој енергенс предизвикува многу брзо зголемување на инфлацијата. Ефектот се чувствува веќе во вториот месец. Механизмот преку кој делува се цените на храната и енергенсите, кои се многу чувствителни на порастот на цената на нафтата, а истовремено опфаќаат најголем дел од индексот на трошоците за живот. Ефектот на промената на цената на нафтата трае речиси две години, со тоа што својот максимум го достигнува на крајот на првата година, и потоа се намалува, за на крајот на втората година речиси да исчезне. Имено, движењето на цената на нафтата има многу слична динамика и со инфлацијата во еврозоната. Ова може да значи дека таа е и фактор на движењето на европските цени.
- Трет фактор кој ја одредува инфлацијата е увозот на стоки. Овој фактор е во инверзна врска со инфлацијата, како што покажува коинтеграцијата. Во случај на шок кај увозот ефектот е релативно мал и негативен во првата година. Во услови на фиксен девизен курс, во случај кога увозот е поголем од извозот, како што е случај со Република Македонија, при увоз на странски стоки и услуги кои е потребно да се платат со девизи, расте побарувачката за девизи, поточно расте побарувачката за евра (бидејќи најголемиот дел од размената е со земјите од Европската унија). Во овој случај, со цел

да се одржи фиксниот девизен курс, централната банка продава од своите девизни резерви. Фиксниот курс се одржува, но при продажбата на девизи се повлекуваат денари, со што се намалува понудата на истите. Намалената понуда на пари значи и пад на инфлацијата. Оттука се јавува инверзен знак помеѓу домашната инфлација и вредноста на увозот. Во овој случај потребно е да се изврши стерилизирана интервенција, односно преку купување на владини обврзници или благајнички записи да се пуштат пари во оптек со што ќе се надомести падот кај понудата на пари. Но јасно е дека зголемените цени ќе се одразат на инфлацијата и ќе ја зголемата. Ефектот од шокот кај увозот се зголемува и станува позитивен во текот на втората година.

Моделот го потврдува влијанието на увозот и цената на нафтата и инфлацијата од еврозоната врз домашната инфлација, а уште еден доказ е изјавата од Утрински весник од 05.04.2011 година за зголемената инфлација во 2011 година: „Народна банка најавува дека кон крајот на април ќе донесе мерки против инфлацијата, која според статистика, во март 2011 година е измерена на 5,2 отсто во однос на март 2010 година и е *резултат на движењето, односно на порастот на цените на храната и на енергијата на глобално ниво, што директно влијае врз домашната економија*. При крајот на април централната банка ќе излезе со ревидирани проекции за стапката на инфлација...

...Народна банка уште на крајот на февруари годинава објави дека инфлациските движења во дотогашниот период од годинава покажуваат дека стапката на инфлација ќе го надмине проектираното годишно ниво од 3 %. Односно, НБРМ тогаш предупреди дека има голем ризик од тоа стапката на инфлација оваа година да продолжи да расте и сериозно да ја загрозува економијата и стандардот на граѓаните...

...Владата останува оптимист и покрај фактот што сите краткорочни и долгорочни економски прогнози покажуваат дека во светски рамки цените на храната, на нафтените деривати и на енергијата ќе растат и во наредниот период, што значи дека реално треба да се очекува инфлацијата да продолжи да се зголемува...“

Токму како што кажува статијата, инфлацијата во 2011 била над проектираното ниво од 3 %.

- Монетарниот агрегат М1 е четвртата детерминанта која влијае на инфлацијата. Оваа променлива јасно ја следи инфлацијата и нејзината динамика, а функцијата на импулсниот одговор кај моделот со корекција на грешка укажува на тоа дека шокот кај монетарниот агрегат М1 многу брзо се пренесува на домашната инфлација и ја зголемува во просек за 0,2 процентни поени. Ефектот е долгорочен и не исчезнува ниту

после втората година. Заклучоците од истражувањата на Рамадани (2012), Shamloo (2011) и Besimi, Pugh and Adnett (2006) го потврдуваат монетарниот агрегат M1 како детерминанта на инфлацијата.

- Моделот потврдува постоење на инфлаторна инерција со силен интезитет и долготрајност. До сличен заклучок дошол и Петрески (2007). Имено, шоките кај домашната инфлација имаат влијание на понатамошната динамика. Влијанието се чувствува веќе во првиот месец и трае со силен интезитет во првата година. Влијанието останува во втората година, но интезитетот е значително намален.

Заклучокот е дека инфлацијата во еврозоната, цената на нафтата, увозот на стоки, монетарниот агрегат M1 и инфлаторната инерција се основните и најважните детерминанти на инфлацијата во Република Македонија.

Што се однесува до предвидувањето на стапката на инфлацијата, авторот се потпира и на двата модела. Првиот модел е подобар во случај кога постојат неочекувани настани во надворешното окружување, кога влијанието на надворешните фактори врз домашната инфлација е посебно изразено и го надминува влијанието на домашните фактори. Вториот модел е подобар во случај на стабилно надворешно и домашно окружување. И двата модели предвидуваат дека стапката на инфлација ќе се намалува до одреден период во 2014 година, а потоа повторно се очекува раст. Но, станува збор за релативно долг период за понатамошно предвидување и потребно е моделот повторно да се оцени со нови податоци.

Земајќи ги предвид наведените специфичности на моделите, може да се каже дека според авторот станува збор за релативно добри модели и истите можат да се користат за понатамошно предвидување на инфлацијата во Република Македонија.

Имајќи ги предвид дека инфлацијата во Република Македонија се намалува, а тоа се должи на намалувањето на инфлацијата во еврозоната, понатамошно намалување може да се очекува ако се имаат предвид следните актуелни тенденции:

Според New York Times од 31.01.2014 година, инфлацијата во еврозоната изнесува 0,7 % во јануари 2014, што е значително помалку од очекуваното. Инвеститорите биле изненадени кога претседателот на Европската централна банка и Управувачкиот совет на банката ја намалиле каматната стапка за четвртина процентен поен на 0,25 %, поради страв од дефлација слична на Јапонија, како резултат на стапката на инфлација од 0,7 %. Некои економисти сметаат дека ниската стапка на инфлација говори за ризик од дефлација која е погубна за профитите на компаниите и работните места кои ги обезбедуваат. Други сметаат дека падот во инфлацијата се должи на падот на платите во Шпанија и Грција, каде што цените на трудот се премногу високи за да бидат конкурентни на интернационалниот пазар. Понатамошно

намалување на инфлацијата е загрижувачко за европјаните. Дури се размислува да се воведат негативни депозитни стапки со што ќе се предвидат пенали за финансиските институции кои чуваат средства во банките со надеж дека истите тие пари ќе ги пуштат во економијата, наместо да ги чуваат.

Во прилог на ова е и известувањето дека стапката на инфлација во Германија, најголемата европска економија, забавува. Инфлацијата во декември 2013 и јануари 2014 година изнесува 1,2 %, според хармонизираниот индекс на потрошувачки цени.

Зошто е дефлацијата лоша? Исто како и со инфлацијата, постојат добри и лоши сценарија. Во случај на инфлација, цените растат брзо поради движењата на понудата и побарувачката во услови на капитализам. Но ако цените растат поради лошо управување со понудата на пари, тогаш станува збор за потенцијално дестабилизирачка криза која самата се зајакнува од месец во месец. Ист е и случајот со дефлацијата: цените постојано паѓаат кога продуктивноста се зголемува, и тоа е знак на економски прогрес. Но, дефлацијата е и знак за слаба економија во која луѓето имаат аверзија да ризикуваат. Тие одлучуваат да не ги трошат парите, со што цените почнуваат да паѓаат. Овие случувања влијаат негативно врз лицата или институциите кои должат пари. Тие парите ги позајмиле при едно ниво на цени, а во новонастанатата ситуација нивните приходи (јавни приходи – приходи на владата или лични примања) почнуваат да паѓаат, додека нивните долгови остануваат исти. Долговите ќе ги принудат приватниот и јавниот сектор да трошат зголемен дел од своите приходи за да се исплати долгот, со што се интензивира дефлаторниот процес. Со тек на време, оваа ситуација само ќе се влошува. Ова е најважниот негативен ефект на дефлацијата.

Понатаму, ако постојат очекувања дека цените ќе бидат пониски во идниот период, многу потрошувачи ќе одлучат да го одложат планираното купување. Како резултат на ова, агрегатната побарувачка ќе се намали, со што ќе се додаде нов притисок на цените кои веќе се намалуваат.

Што се случува во еврозоната според професорот Paul de Grauwe од London School of Economics? Тој во својот блог вели дека ефектот на одложена потрошувачка уште не е оперативен. Други сметаат дека овој ефект и воопшто не се остварува – луѓето купуваат производи и услуги секој ден. Ефектот кој навистина е закана за економијата е дефлацијата на долгот. Тој не се јавува кога инфлацијата е негативна, туку кога инфлацијата е пониска од онаа инфлација кога бил склучен должничкиот договор. Последните десет години очекувањата за инфлацијата се блиску до 2 %. Но инфлацијата во еврозоната постојано се намалува и според последните податоци изнесува 0,8 %. Тоа значи дека номиналниот долг се зголемува со номиналната каматна стапка (која ги вклучува инфлационите очекувања од 2 %), но

номиналниот приход во евро зоната се зголемува само за 0,8 %. Тоа значи дека поголем дел од овие приходи мора да се потроши за да се исплати долгот, а помалку останува за други трошења на добра и услуги.

Ова е случај во еврозоната, но интезитетот е сè уште мал и треба да се сопре пред инфлацијата да добие негативен предзнак. Институцијата која е надлежна за тоа е Европската централна банка, која во последниот период е предмет на критики бидејќи не презема ништо за да ја зголеми ликвидноста во системот со што ќе се спречат овие негативни трендови. На ова се надоврзуваат и други аналитичари кои сметаат дека проблемот на дефлацијата е непостоењето на доволно пари во системот. Имено Европската унија има своја програма на откупување обврзници. Така, со цел да се справи со европската должничка криза, Централната банка почнала со откупување на обврзници од послабите европски економии, но го стеризирала ефектот со продавање на други средства истовремено со цел да се задржи истото ниво на пари во системот, чекор кој требала да го прескокне.

И на крај, се очекува потегот на Европската централна банка. На пролетните средби на ММФ и Светската банка, Кристин Лагард, директор на ММФ изјави дека „ниската инфлација, односно дефлација е потенцијален ризик за развиените земји. Ја охрабрувам Европската централна банка да преземе мерки за монетарно олабавување па дури ако е потребно да се преземат и неконвенционални мерки“. Ниската инфлација во еврозоната е причина за загриженост, особено ако доведе до слаб раст и застој на платите.

Авторот смета дека сериозна дефлација не е реално сценарио за македонската економија, но може да се очекува одредено намалување на инфлацијата, како што предвидува и моделот. Како препорака, останува да се следи движењето на инфлаторните текови во еврозоната, како и чекорите кои треба да ги преземе Европската централна банка на кои чека светската економска јавност.

Можни ризици за домашната економија и инфлација според Комитетот за оперативна монетарна политика на НБРМ, освен европската дефлација, се и случувањата во Украина. Овие случувања создаваат ризици за нестабилност на светските цени на енергенсите и на житните производи. НБРМ не предвидува ново монетарно олабавување и референтната каматна стапка ја задржува на нивото од 3,25 %.

Врз основа на изнесените заклучоци се потврди дека коинтеграцијата и векторскиот модел со корекција на грешка се едни од подобрите модели за утврдување на факторите кои влијаат на стапката на инфлација, како и за нејзино предвидување. Авторот смета дека успеал да ги докаже и реално најважните детерминанти на стапката на инфлација во Република Македонија, како и да изготви предвидување кое укажува на реално сценарио за земјата.

1. Artis, M. J. (1997). "How Accurate Are the IMF's Short-Term Forecasts? Another Examination of the World Economic Outlook." *Staff Studies for the World Economic Outlook*.
2. Attfield, C. L. F., Demery, D., Duck, N. W. (1995). "Estimating the UK demand for money function: A test of two approaches", *Mimeo*, Economics Department, University of Bristol.
3. Backhouse, R., Salanti, A. (2000). "*Macroeconomics and the Real World*", Oxford University Press.
4. Banerjee, A., Cockerell, L., Russel, B. (2000). "An $I(2)$ analysis of inflation and the markup", *Journal of Applied Econometrics*.
5. Banerjee, A., Dolado, J. J., Mestre, R. (1998). "Error – correction mechanism tests for cointegration in a single equation framework", *Journal of Time Series Analysis*, 19, pp. 267 - 283.
6. Banerjee, A., R.L. Lumsdaine J.H. Stock (1992). "Recursive and Sequential Tests of the Unit-Root and Trend-Break Hypotheses: Theory and International Evidence", *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, pp. 271 - 287.
7. Bardsen G., Eitrheim, Ø., Jansen, E. S. and Nymoen, R. (2005). *The Econometrics of Macroeconomic Modeling*, Oxford University Press, Oxford.
8. Bardsen, G., Jansen, E., Nymoen, R. (2003). "Econometric inflation targeting", *Econometrics Journal*, 6, pp. 430 – 461.
9. Benalal, N., Diaz del Hoyo, J.L., Landau B., Roma, M. and Skudelny, F. (2004), "To Aggregate or not to Aggregate? Euro Area Inflation Forecasting", *ECB Working Paper*, no. 374.
10. Bernake, B. (1986). "Alternative Explanations of Money - Income Correlation", *Carnegie - Rochester Conference Series on Public Policy*, 25, pp. 49 – 100.
11. Besimi, F., Pugh, G. and Adnett, N., 2006, "The Monetary Transmission Mechanism in Macedonia: Implications for Monetary Policy", *Working Papers: Centre for Research on Emerging Economies*, 02 – 2006.
12. Blanchard, O. and Quah, D. (1989). "The Dynamic Effects of Aggregate Demand and Supply Disturbances", *American Economic Review*, 79, pp. 655 – 673.
13. Blanchard, O.J. (1989). "A Traditional Interpretation of Macroeconomic Fluctuations", *American Economic Review*, 79, pp. 1146 - 1164.
14. Bodkin, R. G., Klein, L. R., and Marwah, K. (Eds.) (1991). "*A history of macroeconomic modelbuilding*", Aldershot: E. Elgar.
15. Botrić, V. (2005). "Odnos inflacije i nezaposlenosti u Republici Hrvatskoj", *Unpublished doctoral thesis*, Faculty of Economics, Zagreb.

16. Botrić, V. and Cota, B. (2006). "Sources of Inflation in transition Economy: The Case of Croatia", *Ekonomski pregled*, 57 (12), pp. 835 – 855.
17. Brooks, C. (2008). "Introductory Econometric for Finance", Cambridge University Press, Cambridge.
18. Campa – Mencez, G. and Kapetanious, G. (2004). "Forecasting Euro Area Inflation Using Dynamic Factor Measures of Underlying Inflation", *ECB Working Paper*, no. 402.
19. Campbell, J. Y., Shiller, R. J. (1987). "Cointegration and Tests of Present Value Models", *The Journal of Political Economy*, 95(5), pp. 1062 – 1088.
20. Chow, G. C. (1960). "Tests of equality between sets of coefficients in two linear regressions", *Econometrica*, 28, pp. 591 - 605.
21. Christiano, L. J., Eichenbaum, M., Evans, C. (1996). "The Effects of Monetary Policy Shocks: Evidence from the Flow of Funds." *Review of Economics and Statistics*, 53, 16–34.
22. Christiano, L., M Eichenbaum. (1990). "Unit Roots in Real GNP: Do We Know, and Do We Care?" *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, Vol. 32 (Spring 1990), pp. 7 - 62.
23. Clements, M.P. , G.E. Mizon (1991). "Empirical analysis of macroeconomic time series. VAR and structural models", *European Economic Review*, 35, pp. 887 - 932.
24. Clive, G. and Newbold, P. (1974). "Spurious Regressions in Econometrics", *Journal of Econometrics*, 2, pp. 111 – 120.
25. Cooley , T. and LeRoy, S. (1985). "Atheoretical Macroeconomics: A Critique", *Journal of Monetary economics*, pp. 283 – 308.
26. Crowder, W. J., Hoffman, D. L., Rasche, R. H. (1998). "Identification, Long-Run Relations and Fundamental Innovations in a Simple Cointegrated System." *Review of Economics and Statistics*.
27. Cushman, D. O., Zha, T. (1997). "Identifying Monetary Policy in a Small Open Economy under Flexible Exchange Rates." *Journal of Monetary Economics*, 39, pp. 433 – 448.
28. Cutler, H., Davis, S. and Smith, M. (1997), "The Demand for Nominal and Real Money Balances in a large Macroeconomic System", *Southern Economic Journal*, 63, pp. 947 – 961.
29. Darnell, A. and Evans, J. (1990). "The Limits of Econometrics", Edward Elgar Publishing, Cheltenham.
30. Davidson, R. and MacKinnon, J. (2004). "Econometric Theory and Methods", Oxford University Press, Oxford.
31. Dickey, D. A., W Fuller. (1979). "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root," *Journal of The American Statistical Association*, pp. 423 - 31.

32. Dickey, D. A., W. Fuller. (1981). "The Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root," *Econometrica*, 49, pp. 1057 - 72.
33. Dickey, D. A., S. Pantula. (2002). "Determining the Order of Differencing in Autoregressive Processes," *Journal of Business and Economic Statistics*, 20(1), pp. 18 - 24.
34. Dicks-Mireaux, L.A., Dow, J. C. R. (1959). "The determinants of wage inflation: United Kingdom, 1946 – 1956", *Journal of the Royal Statistical Society, A*, pp. 122 - 145.
35. Doornik, J. A., Hansen, H. (1994). "An Omnibus Test for Univariate and Multivariate Normality", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 70, pp. 927 – 939.
36. Doornik, J. A., Hansen, H. (1994). "A practical test for univariate and multivariate normality", *Discussion paper*, Nuffield College.
37. Enders, W. (2010). "*Applied Econometric Time Series*", Wiley, New York.
38. Engle, R. F. (1982). "Autoregressive conditional heteroscedasticity, with estimates of the variance of United Kingdom inflation", *Econometrica*, 50, pp. 987 - 1007.
39. Engle, R., C. W. J. Granger. (1987). "Cointegration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing," *Econometrica*, Volume 55, pp. 251 - 76.
40. Engle, R. F., Hendry, D. and Richard, J. (1983). "Exogeneity", *Econometrica*, 51, pp. 277 – 304.
41. Englund, P., Vredin, A., Warne, A. (1994). "Macroeconomic Shocks in an Open Economy: A Common Trends Representation of Swedish Data 1871–1990." In V. Bergström and A. Vredin (Eds.), *Measuring and Interpreting Business Cycles*. Oxford: Clarendon Press.
42. Engsted, T., Gonzalo, J. and Haldrup, N. (1997). "Testing for Multicointegration", *Economic Letters*, 56, pp. 259 – 266.
43. Espasa, A. and Albacete, R. (2001). "Forecasting Inflation in the European Monetary Union: A Disaggregated Approach by Countries and by Sectors", *University Carlos III de Madrid Working Paper*, no. 37.
44. Fair, R. C. (2004). "*Estimating how the macroeconomy works*", Cambridge: Harvard University Press.
45. Fair, R. C. and Taylor, J. B. (1983), "Solution and Maximum Likelihood Estimation of the Dynamic Rational Expectations Models", *Econometrica*, 51, pp. 1169 – 1185.
46. Faust, J., E.M. Leeper (1997). "When Do Long-Run Identifying Restrictions Give Reliable Results?", *Journal of Business and Economic Statistics*, 15, pp. 345-353.
47. Fischer, S. (1977). "Long - Term Contracts, rational Expectations, and the Optimal Money Supply Rule", *Journal of Political Economy*, 85, pp. 191-205.
48. Flemming, S. (1976). "*Inflation*", Oxford University Press, Oxford.

49. Fregert, K. (2004). *“Practical Macroeconomics – A manual with Spreadsheet Exercises”*, Department of Economics, Lund University.
50. Friedman, M. (1977). Nobel lecture: “Inflation and unemployment”, *Journal of Political Economy*, 85, pp. 451-472.
51. Friedman, M., Schwartz, A. J. (1982). *“Monetary Trends in the United States and the United Kingdom: Their Relation to Income, Prices, and Interest Rates, 1867-1975”*, Chicago: University of Chicago Press.
52. Frisch, H. (1977). “Inflation Theory 1963 – 1975: A Second Generation Survey”, *Journal of Economic Literature*, 15(4), American Economic Association, pp. 1289 – 1317.
53. Gali, J., Gertler, M. (1999). “Inflation dynamics: A structural econometric analysis”, *Journal of Monetary Economics*, 44, pp. 195 – 222.
54. Gonzalo, J. (1994). “Five Alternative Methods of Estimating Long-Run Equilibrium Relationships”, *Journal of Econometrics*, Volume 60 issue 1-2, pp. 203 - 233.
55. Gorbanyov, M. (2005). *“IMF Country Report”*, Chapter Four.
56. Granger, C. W. J. (1969). “Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross – Spectral Models”, *Econometrica*, 37, pp. 424 – 438.
57. Granger, C. W. J. (1983). *“Cointegrated Variables and Error Correcting Models”*, WP 83-13, San Diego: University of California.
58. Granger, C. W. J. (1995). “Non Linear Relationships Between Extended Memory Series”, *Econometrica*, 63, 265-280.
59. Granger, C. W. J. and Newbold, P. (1974). ” Spurious Regressions in Econometrics”, *Journal of Econometrics*, 2 , pp. 111 - 20.
60. Granger, C. W. J. and Teräsvirta, T. (1993). *“Modelling Nonlinear Economic Relationships”*, Oxford University Press.
61. Gredenhoff, M., Jacobson, T. (1998). “Bootstrap Testing and Approximate Finite Sample Distributions for Tests of Linear Restrictions on Cointegration Vectors”, *Sveriges Riksbank, Working Paper Series*, Number 67.
62. Greene, W.H. (2003). *“Econometric Analysis”*, Prentice-Hall, New Jersey.
63. Gujarati, D. (2003). *“Basic Econometrics”*, McGraw – Hill, New York.
64. Hakkio, C., Rush, M. (1991). “Cointegration: How Short is the Long Run?” *Journal of International Money and Finance*, pp. 571 - 81.
65. Haldane, A. G. (Ed.). (1995). *“Targeting Inflation”*, Bank of England.
66. Haldrup, N 1994, “The Asymptotics of Single – Equation Cointegration Regressions with $I(1)$ and $I(2)$ Variables”, *The Journal of Econometrics* 63, pp. 153 – 181.

67. Hallman, J., Porter, R. and Small, D. (1991). "Is the Price Level Tied to the M2 Monetary Aggregate in the Long Run?", *The American Economic Review*, 81(4), pp. 841 – 858.
68. Hamilton, J. (1994). " *Time Series Analysis*", Princeton University Press, New Jersey.
69. Hansen, H. and Johansen, S. (1996). "Recursive estimation in cointegrated VAR-models", University of Copenhagen, Department of Economics, *Discussion Paper*.
70. Hendry, D. F. (2000). "Does money determine UK inflation over the long run?" in *Blackhouse and Salanti*.
71. Hendry, D. F. (2001). "Modeling UK Inflation, 1875-1991", *Journal of Applied Econometrics*, 16, pp. 255–275.
72. Hendry, D. F. (2006). " *Robustifying Forecasts from Equilibrium – Correction Models*", Nuffield College, Oxford University.
73. Hubrich, K. (2003). "Forecasting Euro Area Inflation: Does Aggregating Forecasts by HICP Component Improve Forecast Accuracy", *ECB Working Paper Series*, no. 247.
74. Jacobson, T., Jansson, P., Vredin, A. and Warne, A. (1999). "A VAR Model for Monetary Policy Analysis in a Small Open Economy", Central Bank of Sweden, *Working Paper Series*, 77.
75. Jacobson, T., Vredin, A. and Warne, A. (1998). "Are Real Wages and Unemployment Related?", *Economica*, 65, pp. 69–96.
76. Johansen, S. (1988). "Statistical Analysis of Cointegrating Vectors", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12, pp. 231 - 254.
77. Johansen, S. (1991). "Estimation and Hypothesis Testing of Cointegration Vectors in Gaussian Vector Autoregressive Models", *Econometrica*, 59, pp. 1551 – 1580.
78. Johansen, S. (1994). "The Role of the Constant and Linear Term in Cointegration Analysis of Non – Stationary Variables, *Econometric Review*, 13, pp. 205 – 230.
79. Johansen, S. (1995). " *Likelihood-Based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models*", Oxford University Press.
80. Johansen, S. and Hansen, P. R. (1998). " *Workbook on Cointegration*", Oxford University Press, Oxford.
81. Johansen, S. and Juselius, K. (1990). "The Full Information Maximum Likelihood Procedure of Inference on Cointegration with Applications to the Demand for Money," *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 52, pp. 169 - 210.
82. Johansen, S., and Juselius, K. (1994). "Identification of the Long-Run Structure and the Short-Run Structure: An Application to the ISLM Model", *Journal of Econometrics*, 63, pp. 7 – 36.
83. Johansen, S. and Juselius, K. (2000). "How to control a target variable in the VAR model", *Mimeo*, European university of Institute, Florence.

84. Johansen, S. and Juselius, K. (2001). "Controlling Inflation in a Cointegrated Vector Autoregressive Model with an Application to US data", *Working paper*, European University Institute, Florence.
85. Juselius, K. (1992). "Domestic and foreign effects on prices in an open economy: The case of Denmark", *Journal of Policy Modeling*, 14, pp. 401 - 428.
86. Juselius, K. (1999). "Models and Relations in Economics and Econometrics", *Journal of Economic Methodology*, 28.
87. Juselius, K. and Mladenovic, Z. (2002). "High Inflation, Hyperinflation and Explosive Roots. The Case of Yugoslavia". University of Copenhagen, Department of Economics, *Discussion Paper*.
88. Juselius, M. (1996). "Estimating the Determinants of Finnish Inflation". Helsinki Center of Economic Research, *Discussion Paper*, 133.
89. Juselius, M. (2002). "Price inflation, unemployment and devaluations: the Finnish experience of the 1990s", *Swedish School of Economics and Business Administration Working Papers*, 479.
90. Juselius, M. (2006). "Finnish Inflation: a New Keynesian Perspective", *Discussion Paper*, 132, Helsinki Center of Economic Research.
91. Juselius, M. (2007). "A Cointegration approach to topics in empirical macroeconomics", *Publications of the Swedish School of Economics and Business Administration*, 171.
92. Keating, J. W. (1990). "Identifying VAR models under rational expectations", *Journal of Monetary Economics*, Elsevier, Volume 25(3), pp. 453 – 476.
93. Killian, L. (1998). "Small Sample Confidence Intervals for Impulse Response Functions", *The Review of Economics and Statistics*, Volume 80(2), pp. 218 – 230.
94. Klein, L. R., Welfe, A., and Welfe, W. (1999). "*Principles of macroeconometric modeling*", North-Holland, Amsterdam.
95. Koskela, E., Stenbacka R., Juselius, M. (2009). "Equilibrium Unemployment with Capital Investments under Labour Market Imperfections". Helsinki Center of Economic Research, *Discussion Paper*, 261.
96. Kovačić, Z. (1995). "*Analiza vremenskih serija*", Ekonomski fakultet, Univerzitet u Beogradu.
97. Kozamernik, D. (2008). "What Drives Inflation in Slovenia", presented for research seminar at the Bank of Slovenia.
98. Krušec, D. (2007). "Short Term Inflation Projections for Slovenija: Comparing Factor Models with AR and VAR models", *Prikazi in analize*, XIV/1, Banka Slovenije.
99. Krznar, I. and Kunovac, D. (2010). "Impact of External Shocks on Domestic Inflation and GDP", *Working Papers*, W – 26, Croatian National Bank.

100. Layard, R., Nickell, S. J., Jackamn, R. (1991). *“Unemployment, Macroeconomic Performance and the Labour Market”*, Oxford University Press.
101. Leamer, E. (1985). *“Vector Autoregressions for Causal Inference”*, *Carnegie – Rochester Conference Series on Public Policy*, Volume 22(1), pp. 295 – 302.
102. Leiderman, L., and Svensson, L. E. O. (Eds.). (1995). *“Inflation Targets”*, London: Center for Economic Policy Research.
103. Lippi, M., and Reichlin, L. (1993). *“The Dynamic Effects of Aggregate Demand and Supply Disturbances: Comment.”* *American Economic Review*, 83, pp. 644 – 652.
104. Litterman, R. (1980). *“A Bayesian Procedure for Forecasting with Vector Autoregression Model”*, Working paper, Massachusetts Institute of Technology, Department of Economics.
105. Litterman, R. (1984). *“Specifying Vector Autoregressions for Macroeconomic Forecasting”*, *Staff Report 92*, Federal Reserve Bank of Minneapolis.
106. Lucas, R. E. J. (1976). *“Econometric Policy Evaluation: A Critique.* In Brunner, K. and A. M. Meltzer (eds)”, *The Phillips Curve and Labor Markets*, vol. 1, pp. 19 – 46, Carnegie – Rochester Conference Series of Public Policy, 3.
107. Lukepohl, H. and Reimers, H. (1992). *“Impulse Response Analysis of Cointegrated Systems”*, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 16, pp. 53 – 78.
108. Lutkepohl, H. (1993). *“Introduction to Multiple Time Series Analysis”*, Springer, Verlag.
109. Lutkepohl, H., Bruggemanna, R and Saikkonen, P. (2006). *“Residual Autocorrelation Testing for Vector Error Correction Models”*, *Journal of Econometrics*, Volume 134, pp. 579 – 604.
110. Malešević – Perović, L. (2009). *“Cointegration Approach to Analyzing Inflation in Croatia”*, *Finansijska teorija I praksa*, 33(2), pp. 208 – 218.
111. Malinen, T. (2008). *“Estimating the long – run relationship between income inequality and economic development”*, Helsinki Center of Economic Research, *Discussion Paper*, 634.
112. Malinen, T. (2009). *“Estimating the long – run relationship between income inequality and economic development”*. Helsinki Center of Economic Research, *Discussion Paper*, 260.
113. Malinvaud, E. (1977). *“The theory of unemployment reconsidered”*, Basil Blackwell, Oxford.
114. Mankiw, G. N. (2003). *“Principles of Macroeconomics”*, Cengage Learning, Ohio.
115. Marcellino, M. (2004). *“Forecasting EMU Macroeconomic Variables”*, *International Journal of Forecasting*, 20, pp. 359 – 379.
116. Marcellino, M., Stock, J. and Watson, M. (2003). *“Macroeconomic Forecasting in the Euro Area: Country Specific Versus Euro Wide Information”*, *European Economic Review*, 47, pp. 1 – 18.

117. Mardia, K. V. (1970). "Measures of Multivariate Skewness and Kurtosis." *Biometrika*, 57, 519 – 530.
118. McCallum, B. T. (1993). "Unit Roots in Macroeconomic Time series: Some Critical Issues," *Federal Reserve Bank of Richmond Economic Quarterly*, Volume 79/2, 13-43.
119. Metin, K. (1995). "An integrated analysis of Turkish inflation", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 57, pp. 513 - 531.
120. Mills, T. C. (1999). "*The Econometric Modeling of Financial Time Series*", Cambridge University Press, Cambridge.
121. Mladenovic, Z. (2002). "Prakticni problem kointegracione analize", *Ekonomski anali*, broj 155, Ekonomski fakultet, Beograd.
122. Mladenović, Z and Nielsen, B. (2009). "The Role of Income in Money Demand during Hyper – Inflation: the case of Yugoslavia", *Economic Working Papers*, 2009 – W02, Nuffield College, University of Oxford.
123. Mladenovic, Z., Nojkovic, A. (2008). "*Analiza vremenskih serija: Primeri iz srpske privrede*", Centar za izdavacku dejnost Ekonomskog fakulteta u Beogradu.
124. Mladenović, Z. and Nojković, A. (2012). "Inflation Persistence in Central and Southeastern Europe: Evidence from Univariate and Structural Time Series Approach", *Panoeconomics*, 01/2012.
125. Nelson, C. R., Plosser, C. (1982). "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series", *Journal of Monetary Economics*, Volume 10, pp. 139 - 62.
126. Nickell, S. J. (1990). "Inflation and the UK labour market", *Oxford Review of Economic Policy*, 6, pp. 26 - 35.
127. Nielsen, B. (2001). "The Asymptotic Distribution of Unit Root Tests of Unstable Autoregressive Processes", *Econometrica*, Volume 69, pp. 211 - 219.
128. Nielsen, B. (2002). "Asymptotic properties of least squares statistics in general vector autoregressive models", Nuffield College, Oxford, *Discussion paper*.
129. Orcutt, G. H. (1952). "Toward Partial Redirection of Econometrics", *The Review of Economics and Statistics*, vol. 34, pp. 195 – 200.
130. Parker, J. (2013). "*Vector Autoregression and Vector Error Correction Models*, Instructor Draft Manuscript.
131. Payne, J. (2002). "Inflation Dynamics of a Transition Economy: The Croatian Experience", *Croatian Economic Survey*, 5, pp. 155 – 169.
132. Pena, D. (2008). "*Time Series Analysis*", Version 28.02.1008, Revision in progress.
133. Pena, D., Tiao, G. And Tsay, R. (2001). "*A course in Time Series Analysis*", Wiley, New York.

134. Perron, P. (1988). "Trends and random Walks in Macroeconomic Time Series," *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12, pp. 297 - 332.
135. Perron, P. (1989). "The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis." *Econometrica*, 57, pp. 1361 – 1401.
136. Perron, P. (1990). "Testing for Unit Root in a Time Series with a Changing Mean," *Journal of Business and Economics Statistics*, 8, pp. 153 - 62.
137. Perron, P. (1997). "Further Evidence on Breaking Trend Functions in Macroeconomic Variables," *Journal of Econometrics*, 80.
138. Petrović, P. and Mladenović, Z. (2005). "Modeling inflation in Serbia".
139. Petrovic, P. and Vujosevic, Z. (2000). "Monetary accommodation in transition economies: Econometric evidence from Yugoslavia's high inflation in the 1980s", *Journal of Development Economics*, 62, pp. 495 - 513.
140. Petrovska, M. and Ramadani, G. (2010). "Inflation Persistence and Price Dynamics in Macedonia: Theory and Empirical Analysis", *Working Paper*, National Bank of Republic of Macedonia.
141. Phillips, P. C. B.. (1986). "Understanding Spurious Regressions in Econometrics", *Journal of Econometrics*, 33, pp. 311 – 340.
142. Phillips, P. C. B. (1987). "Time Series Regressions with a Unit Root", *Econometrica*, 55, 277-301.
143. Phillips, P. C. B.. and Hansen, B. (1990). "Statistical Inference in Instrumental Variables Regression with $I(1)$ Processes", *Review of Economic Studies*, 57, pp. 99 – 125.
144. Quandt, R. E. (1988), "The econometrics of disequilibrium", Basil Blackwell , New York.
145. Rappoport, P., and Reichlin, L. (1989). "Segmented Trends and Non - Stationary Time Series", *Economic Journal*, 99, Conference Supplement, pp. 168 - 177.
146. Razzak, W. A. (2007). "A perspective on unit root and cointegration in applied macroeconomics", *International Journal of Applied Econometrics and Quantitative Studies*, vol. 4 -1, 77-102.
147. Reimers, H.,E. (1992). " Comparisons of tests for multivariate cointegration", *Statistical Papers*, 33, pp. 335 - 359.
148. Ross, K. (2000). "Post - stabilization inflation dynamics in Slovenia", *Applied Economics*, Volume 32, pp. 135 – 149.
149. Rudebusch, G. (1993). "The Uncertain Unit Root in Real GNP," *American Economic Review*, Volume 83, pp. 264 - 72.
150. Runkle, D. E. (1987). "Vector Autoregressions and Reality", *Journal of Business and Economic Statistics*, pp. 437 – 442.

151. Rusek, A. (1994). "Macroeconomic Policy, Output, and Inflation in Former Czechoslovakia: Some Evidence from VAR Analysis", *Atlantic Economic Journal*, 22, 3, pp. 8 – 23.
152. Sargent, T. (1979). "A Note on Maximum Likelihood Estimation on the Rational Expectations Model of the Term Structure", *Journal of Monetary Economics*, pp. 133 – 143.
153. Schwarz, G. (1978). "Estimating the dimension of a model", *Annals of Statistics*, 6, pp. 461-464.
154. Shamloo, M. (2007). "Inflation Dynamics in FYR Macedonia", *IMF Working Paper*.
155. Sheldon, A. (2002). "*Linear Algebra Done Right*", Springer, Berlin.
156. Shumway, R.H. and Stoffer, D.S. (2006). "*Time Series Analysis and Its Applications with R Examples*", Springer, Berlin.
157. Sims, C. A. (1972). "Money, Income, and Causality", *American Economic Review*, 62, pp. 540 - 552.
158. Sims, C. A. (1980). "Macroeconomics and Reality." *Econometrica*, 48, pp. 1 – 48.
159. Sims, C. A. (1986). "Are Forecasting Models Usable for Policy Analysis", *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, pp. 3 – 16.
160. Sims, C., Stock, J. and Watson, M. (1990). "Inference in Linear Time Series Models with Some Unit Roots", *Econometrica*, 58, pp. 113 – 144.
161. Soderlind, P., Vredin, A. (1996). "Applied Cointegration Analysis in the Mirror of Macroeconomic Theory", *Journal of Applied Econometrics*, 11, pp. 363 – 381.
162. Staszewska-Bystrova, A. (2009), "*Autoregression vector models in analyses of macroeconomic time series*", Dom Organizatora, Toruń.
163. Stevens, G., Debelle, G. (1995). "*Monetary Policy Goals for Inflation in Australia*", In A. G.
164. Stock, J. H. and Watson, M. W. (2001), "Vector Autoregressions", *Journal of Economic Perspectives*, Volume 15, pp. 101 – 115.
165. Stock, J. (1987). "Asymptotic Properties of Least – Squares Estimators of Cointegrating Vectors", *Econometrica*, 55, pp. 1035 – 1056.
166. Stock, J. and Watson, M. (1988). "Testing for Common Trends", *Journal of the American Statistical Association*, 83, pp. 1097 - 1107.
167. Suopera, A. and Vartia, Y. (2011). "Analysis and Synthesis of Wage Determination in Heterogeneous Gross - sections", Helsinki Center of Economic Research, *Discussion Paper*, 331.
168. Svensson, L. E. O. (1998). "*Inflation Targeting as a Monetary Policy Rule*", Manuscript, Institute for International Economic Studies, Stockholm University.

169. Svensson, L. E. O. (1998b). "Open-Economy Inflation Targeting." *Journal of International Economics*.
170. Taylor, M.P. (1991). "The hyperinflation model of money demand revisited", *Journal of Money, Credit and Banking*, 23, pp. 327 - 351.
171. Taylor, J. B. (1993). "Discretion versus policy rules in practice", *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 39, pp. 195-214.
172. Thomas, J. J. (1984). "Wages and prices in the United Kingdom, 1862-1913: A re-examination of the Phillips curve", *Paper presented to the ESRC Quantitative Economic History Study Group*, Oxford.
173. Tomaszewicz, Ł. (1994), "Methods of input-output analysis", PWE, Warszawa.
174. Tsay, R. S. (2005). "Analysis of Financial Time Series", Wiley, New York.
175. Uctum, M. (2007). "Applied Macroeconometrics", Lecture Notes, CUNY Graduate Center.
176. Vane, R. and Thomson, L. (1979). "Monetarism Theory, Evidence and Policy", Wiley, New York.
177. Vilaret, S. i Palić, M. (2006). "Pass – through efekat deviznog kursa na inflaciju u Srbiji", *Radni papiri 2006*, Narodna Banka Srbije.
178. Vinod, H. D. (1997). "Class notes on Differencing and Cointegration".
179. Vizek, M. and Broz, T. (2007). "Modeling Inflation in Croatia", *Working paper*, no. 703, The Institute of Economics in Zagreb.
180. Vredin, A. and Warne, A. (1991). "Current Account and Macroeconomic Fluctuations", *Scandinavian Journal of Economics*, 94, pp. 511 – 530.
181. Vujosevic, Z. (1994). "Kointegracija i makroekonomsko modeliranje", Doktorski rad, Ekonomski fakultet, Beograd.
182. Welfe, W. (2000). "Empirical models of economic growth", *Ekonomista*, 4, pp. 483 – 499.
183. Welfe, W. (2013). "Macroeconomic models", *Advanced Studies in Theoretical and Applied Econometrics*, 47, Springer, New York.
184. West, M. and Harrison, J. (1989). "Bayesian Forecasting and Dynamic Models", Springer, New York.
185. White, H. (1980). "A Heteroskedasticity – Consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test for Heteroskedasticity", *Econometrica*, 48, 4, pp. 817 – 838.
186. Whitley, J. D. (1994). "A Course in Macroeconomic Modeling and Forecasting", Harvester, Wheatsheaf, New York.

187. Wickens, M.R. (1996). "Interpreting cointegration vectors and common stochastic trends", *Journal of Econometrics*, 74, pp. 255 - 271.
188. Wojcik, P. (2012). "Time Series Analysis", Lecture Notes, Faculty of Economic Sciences, University of Warsaw.
189. Wooldridge, J. M. (2009). "Introductory Econometrics", Cengage Learning, Ohio.
190. Yule, U.G. (1926). "Why do we sometimes get Nonsense – Correlations between Time – Series? A Study in Sampling and the Nature of Time - Series", *Journal of the Royal Statistical Society*, vol. 89, no. 1, pp. 1 – 63.
191. Буцевска, В. (2005). "Економетрија", Економски факултет - Скопје.
192. Гошев, П. (2007), „Воведно обраќање“, *Збирка трудови од работилницата „Проблеми во мерењето на инфлацијата“*, стр. 4 – 6.
193. Давидовска – Стојановска Б., Митреска А. и Шиповиќ С. (2007), „Мерењето на инфлацијата и инфлацијата од перспектива на монетарната политика“, *Збирка трудови од работилницата „Проблеми во мерењето на инфлацијата“*, стр. 17 – 61.
194. Мојсоска – Блажевски, Н. и Петрески, М. (2007), „Инфлација и буџетски дефицит: Емпириски факти од Македонија“, *Збирка трудови од работилницата „Проблеми во мерењето на инфлацијата“*, стр. 91 – 98.
195. Народна банка на Република Македонија 2013,, „Најнови макроекономски показатели - Преглед на тековната состојба“, декември 2013 година.
196. Новковска, Б. и Панова, В. (2007), „Мерење на инфлацијата во Република Македонија – практиката во Државниот завод за статистика и предизвици“, *Збирка трудови од работилницата „Проблеми во мерењето на инфлацијата“*, стр. 7 – 16.
197. Петрески, Г. (2007), „Извори на инфлацијата во Македонија“, *Збирка трудови од работилницата „Проблеми во мерењето на инфлацијата“*, стр. 74 – 90.
198. Рамадани, Г. (2012), „Детерминанти на инфлацијата во транзиционите економии: случајот со Република Македонија“, Магистерски труд, Економски факултет – Скопје, Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје.
199. Ристески, С., Тевдовски, Д. и Трпкова, М. (2012), „Вовед во анализата на временските серии“, Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје.
200. Ристески, С., и Тевдовски, Д. (2010), „Статистика за бизнис и економија“, Економски факултет - Скопје.