

УНИВЕРЗИТЕТ “СВ. КИРИЛ И МЕТОДИЈ“

ФИЛОЗОФСКИ ФАКУЛТЕТ
СКОПЈЕ

МЕТОДИЧКИ МОДЕЛИ ЗА РАЗВОЈ НА МАТЕМАТИЧКИТЕ
КОМПЕТЕНЦИИ

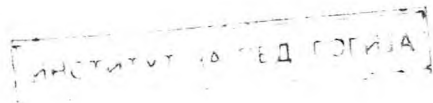
(ДОКТОРСКА ДИСЕРТАЦИЈА)

ФИЛОЗОФСКИ ФАКУЛТЕТ
Институт за педагогија
Инв. Бр. 14285
12.11.2012 год.
СКОПЈЕ

Кандидат
М-р Агим РУШИТИ

Ментор
Проф.д-р Снежана АДАМЧЕСКА

Скопје, 2011



СОДРЖИНА

АПСТРАКТ.....	7
ВОВЕД.....	8

ПРВ ДЕЛ

ТЕОРЕТСКИ ПРИСТАП КОН ПРОБЛЕМОТ

1. МАТЕМАТИКА НИЗ ОПШТЕСТВЕНО - ИСТОРИСКИ КОНТЕКСТ.....	11
1.1.Историски осврт кон развитокот на математика како наука.....	11
1.2.Математиката-начин за разбирање меѓу луѓето.....	14
1.3.Европска референтна рамка на клучни компетенции.....	16
2. КОНЦЕПТУАЛИЗАЦИЈА НА МАТЕМАТИЧКИТЕ ПЕДАГОШКИ СТРУКТУРИ	
2.1.Наставата по математика како педагошки концепт.....	19
2.1.1. Предмет и специфичности на математиката како наставен предмет.....	19
2.1.2. Цели на наставата по математика	25
2.1.3. Математички поими.....	28
2.1.4. Дефинирање на поими.....	31
2.1.5. Основни правила за дефинирање на поимите.....	33
2.1.6. Содржина и обем на поимите.....	35
2.1.7. Усвојување на математичките поими.....	36
3. МАТЕМАТИЧКИ НАСТАВНИ ПРИНЦИПИ.....	39
3.1.Принцип на конгнитивност.....	40
3.2.Принцип на активност.....	40
3.3.Принцип на нагледност.....	42
3.4.Принцип на достапност.....	42
3.5.Принцип на систематичност и последователност.....	42
3.6.Принцип на индивидуален приод и диференцираност во наставата.....	43
3.7.Принцип на трајност на знаењата, умеењата и навиките.....	44
4. МАТЕМАТИЧКО МИСЛЕЊЕ.....	45
4.1.Поим и видови на математичко мислење.....	45
4.2.Мисловни опреации.....	46
4.3.Анализа и синтеза.....	46
4.4.Компарација (Споредување).....	46
4.5.Идентификација и диференцијација.....	47
4.6.Апстракција и генерализација.....	47
4.7.Заклучување.....	48
4.7.1. Заклучување по индукција.....	49
4.7.2. Дедуктивно заклучување (дедукција).....	51
4.7.3. Заклучување по аналогии.....	52
4.7.4. Интуиција	53

5. МАТЕМАТИЧКО - ЛОГИЧКО МИСЛЕЊЕ НИЗ ПРИЗМАТА НА ИНТЕЛЕКТУАЛНИОТ РАЗВОЈ	54
5.1. Фази на интелектуалниот развој.....	54
5.1.1. Сензомоторна фаза.....	55
5.1.2. Предоперационална фаза.....	55
5.1.3. Фаза на конкретни операции.....	55
5.1.4. Фаза на формални операции.....	56
6. МАТЕМАТИЧКИТЕ МОДЕЛИ ЗА РАЗВОЈ НА МАТЕМАТИЧКИТЕ КОМПЕТЕНЦИИ	
6.1. Математички модели како интегрален дел во математичкото образование.....	57
6.1.1. Поим за моделот како универзален концепт.....	57
6.1.2. Дефинирање на математичките модели.....	59
6.1.3. Поделба на математичките модели во наставата по математика.....	61
6.1.4. Компоненти на математичките модели.....	62
6.1.5. Дефинирање на моделско – проблемски пристап во наставата по математика.....	64
6.2. Ригидни дидактичко-математички модели за развој на математички компетенции.....	64
6.2.1. Вербалните модели и визуелно-практичните модели.....	65
6.2.2. Моделите на поучување.....	65
6.2.3. Моделите на рецептивно учење и помнење (меморирање).....	67
6.2.4. Модели на самоучење.....	68
6.3. Креативни математички модели во наставата	69
6.3.1. Креативни-творечки модели.....	70
6.3.2. Рецептивно-естетички модели.....	71
6.3.3. Есеистички-синтетички модели.....	73
6.3.4. Педагошки модел – проектна метода.....	76
6.3.5. Алгоритамско – математички модели.....	81
6.3.6. Циклус на учење како наставен модел.....	82
6.4. Блумовата таксономија и математичките компетенции.....	85
6.4.1. Таксономија на когнитивни цели.....	85
6.4.2. Блумова таксономија во пракса.....	88
7. МАТЕМАТИЧКИТЕ ЗАДАЧИ ВО ФУНКЦИЈА НА СТЕКНУВАЊЕ НА МАТЕМАТИЧКИ КОМПЕТЕНЦИИ	90
7.1. Значење на математичките задачи.....	91
7.2. Анализа на задачите во наставата по математика.....	93
7.3. Видови на математички задачи.....	94
7.4. Дефинирање на нивоата на когнитивните барања на задачите по математика.....	96
7.5. Фази за развој на математички задачи за време на наставниот час.....	97
7.5.1. Развој на задачите за време на наставниот час.....	97
7.5.2. Задачи поставени со цел да имаат високо ниво на когнитивни барања.....	98
8. НАСТАВНИ СТРАТЕГИИ ВО ФУНКЦИЈА НА РАЗВОЈ НА МАТЕМАТИЧКИТЕ КОМПЕТЕНЦИИ	99
8.1. Егземпларна стратегија.....	100
8.2. Евристична стратегија	102
8.3. Истражувачка стратегија	104
8.4. Стратегии за критично мислење.....	106

9. НАСТАВНИ МЕТОДИ ВО ФУНКЦИЈА НА РАЗВОЈ НА МАТЕМАТИЧКИТЕ КОМПЕТЕНЦИИ.....	108
9.1. Метод на усно изложување.....	109
9.2. Методи на учење.....	110
9.2.1. Учење преку решавање проблеми.....	110
9.2.2. Учење преку проекти.....	111
9.2.3. Претприемничко учење.....	112
9.3. Метод на програмирана настава.....	113
9.4. Метод на самостојна настава.....	115
9.4.1. Самостојна работа со учебник.....	119
9.5. Метод на проблемска настава.....	119
9.5.1. Проблем.....	120
9.5.2. Проблемска ситуација.....	120
9.5.3. Методика на организација на проблемска настава.....	125
9.5.4. Артикулација на наставен час по математика со проблемска настава.....	130
9.5.5. Модел на проблемска настава во часот по математика.....	131
10. МАТЕМАТИЧКИТЕ КОМПЕТЕНЦИИ, СПОСОБНОСТИ И СТАНДАРДИ.....	134
10.1. Поим за математички компетенции.....	134
10.2. Математичка писменост.....	137
10.3. Математички способности.....	139
10.3.1. Развој на логичко-математички способности.....	148
10.4. Процес на математизација.....	149
10.5. Компетенции кои се неопходни за математичка писменост.....	150
10.6. Математички стандарди во образованието.....	154
11. НАСТАВНИКОТ КАКО ФАКТОР ЗА РАЗВОЈ НА КОМПЕТЕНЦИЈАТА НА УЧЕНИЦИТЕ.....	156
11.1. Развој на компетенции на наставникот.....	156
11.2. Улогата и функцијата на наставникот во развојот на компетенциите на учениците.....	161
11.3. Аспекти на односите наставник-ученик.....	163
11.4. Индивидуализацијата и диференцијацијата во воспитно-образовната работа и развојот на компетенциите на учениците.....	165
12. МАТЕМАТИЧКИТЕ КОМПЕТЕНЦИИ НА УЧЕНИЦИТЕ И НИВНИОТ РАЗВОЈ.....	169
12.1. Дефинирање на математичките компетенции на учениците.....	169
12.2. Развој на математичките компетенции на учениците во основношколска возраст.....	170

ВТОР ДЕЛ **МЕТОДОЛОГИЈА НА ИСТРАЖУВАЊЕ**

1. ПОЈАВА И ПРЕДМЕТ НА ИСТРАЖУВАЊЕТО - ОПШТ ПРИСТАП КОН ПРОБЛЕМОТ.....	172
2. ПРЕДМЕТ И ЦЕЛ НА ИСТРАЖУВАЊЕТО.....	173
2.1. Предмет на истражување.....	173
2.2. Цел на истражување.....	173

3. МОТИВ ЗА ИСТРАЖУВАЊЕ.....	173
4. ОПРАВДАНОСТА НА ИСТРАЖУВАЊЕТО.....	174
5. ДЕФИНИРАЊЕ НА ОСНОВНИТЕ ПОИМИ ВО ИСТРАЖУВАЊЕТО - КОНЦЕПТУ АЛИЗАЦИЈА.....	174
6. ВИД НА ИСТРАЖУВАЊЕ.....	175
7. ИСТРАЖУВАЧКА ПАРАДИГМА.....	175
8. ХИПОТЕЗИ НА ИСТРАЖУВАЊЕТО.....	176
8.1. Генерална хипотеза.....	176
8.2. Помошни хипотези.....	176
8.3. Работни (нулта) хипотези.....	177
9. ВАРИЈАБЛИ НА ИСТРАЖУВАЊЕТО.....	178
9.1. Независни варијабли.....	178
9.2. Зависни варијабли.....	179
10. ИНДИКАТОРИ.....	179
10.1. Индикатори на независни варијабли.....	179
10.2. Индикатори на зависни варијабли.....	179
11. ПОПУЛАЦИЈА И ПРИМЕРОК НА ИСТРАЖУВАЊЕТО.....	179
12. МЕТОДИ, ТЕХНИКИ И ИНСТРУМЕНТИ НА ИСТРАЖУВАЊЕТО.....	181
12.1. Методи на истражување.....	181
12.2. Техники на истражување.....	181
12.3. Инструменти на истражување.....	181
12.3.1. Опис на инструменти.....	183
13. РЕАЛИЗАЦИЈА НА ИСТРАЖУВАЊЕТО.....	184
14. ОБРАБОТКА НА ПОДАТОЦИТЕ.....	184

III ДЕЛ

АНАЛИЗА И ИНТЕРПРЕТАЦИЈА НА РЕЗУЛТАТИТЕ ОД ИСТРАЖУВАЊЕТО...	185
1. Анализа на резултатите од анкетање на наставниците.....	185
2. Анализа на резултатите од анкетање на учениците.....	296
3. Анализа на резултатите од тестирање на учениците.....	305

IV ДЕЛ

ЗАВРШЕН ДЕЛ: КОНСТАТАЦИИ, СОЗНАНИЈА, ЗАКЛУЧОЦИ И ПРЕДЛОЗИ ЗА НАТАМОШНИ АКЦИИ

1. ОПШТИ КОНСТАТАЦИИ.....	310
2. ОПШТИ СОЗНАНИЈА.....	311
3. ПОСЕБНИ СОЗНАНИЈА ЗА ПОСТИГАЊАТА НА УЧЕНИЦИТЕ ВО НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА.....	313
4. СОЗНАНИЈА ЗА ОРГАНИЗАЦИЈА И ИЗВЕДУВАЊЕ НА НАСТАВАТА.....	314
5. ЗАКЛУЧНИ ГЛЕДИШТА КОИ СЕ ОДНЕСУВААТ НА ХИПОТЕЗИТЕ.....	315
6. ПОГЛЕД НАНАПРЕД (КОРИСНИ АКЦИИ)	316
6.1 Системски промени.....	316
6.2 Истражувачки, програмски и методички предизвици.....	319
ЛИТЕРАТУРА.....	320

ПРИЛОЗИ

ПРЕГЛЕД НА ПРИЛОЗИТЕ.....	325
1. Прашалник за наставникот во одделенска настава.....	326
2. Прашалник за учениците од IV одделение во деветгодишното основно образование.....	334
3. Тест по математика за учениците од IV одделение во деветгодишното основно образование.	337

АПСТРАКТ

Општиот развој на човекот е имплицитен еквивалент на развојот на сите научни дисциплини кои го чинат интердисциплинарниот збир на науки. Нивните интеркорелативни односи и релации се испреплетени и се проверуваат низ научната теорија и практика.

Нити една научна дисциплина во својот развој не останува само на елаборација на сопствените теоретски основи. Таа постојана трага по научна верификација на своите концепти, теории и модели. Вистинското место за верификација на сите педагошки поими и атрибути претставува воспитно-образовната практика.

Во овој контекст го согледуваме содржинската и структурална целина на докторската дисертација *Методичките модели за развој на математичките компетенции*.

Обидувајќи се да направиме една синтеза на доминантната триада на поимите *модели – развој - компетенции* ќе дојдеме нужно до сознанието за нивната интеракциска поврзаност и зависност. Всушност, моделите, како дидактички компоненти на наставата по математика и нивната активна примена, се нераздвојно поврзани со развојот на компетенциите на наставниците и во тој контекст и на учениците.

Од друга страна, нивото на развој на математичките компетенции кај наставниците имплицира и го детерминира нивото на примена на математичките модели во наставата по математика. Оваа синтеза зборува за потребата од сфаќање на интегралното единство на овие поими во наставата, односно во образованието во целина.

Компетенциите на наставниците, не само што се во директна корелативна врска со сопствениот индивидуален развој, туку тие се клучен фактор за развој на компетенциското ниво на учениците за совладување на математичките модели, како интегрални дидактички компоненти на наставата по математика. Теоретските и емпириските сознанија, искуствата и резултатите на оваа докторска дисертација, создаваат можности и претпоставки, отвараат дилеми за начините и пристапите, како и за ефикасните педагошки решенија за примена на нови и други дидактички поими и содржини во наставата по математикао.

Но, не само тоа, целокупните педагошки сознанија од трудот се реална основа за дисперзија на примена и во други наставни предмети со кои би се компарирале низ различни варијации.

ВОВЕД

Интензивниот научно-технички и технолошки развој во повеќето сфери од човековото живеење актуализира се поголем број на педагошки феномени за кои во образовниот систем се бара нивно научно верифицирање, усовршување и иновирање.

Неоспорна е констатацијата дека компетенциите на секое општество е детерминирано од индивидуалните компетенции на секој поединец.

Исправени пред тој предизвик, современите образовни концепти се повеќе го актуелизираат проблемот и прашањето за компетенциите на наставниците и учениците во воспитно-образовниот процес.

Европската унија, поставувајќи го образованието како клучна компонента за развојот на едно општество, дефинира осум клучни компетенции во концептот на доживотното учење, меѓу кои се:

1. Комуникација на мајчин јазик,
2. Комуникација на странски јазици,
3. *Математички компетенции* и основни компетенции во природните науки и технологија,
4. Компетенции од областа на информатичките технологии (Дигитални компетенции),
5. Учење како да се учи,
6. Интерперсонални, општествени, социјални и граѓански компетенции,
7. Смисла за иницијатива и претприемништво,
8. Културна свесност и изразување.

Математиката како интегрална компонента на општиот интердисциплинарен склоп на науки, со своите теоретски и емпириски достигнувања и иновации, претставува водечка научна дисциплина и е неизбежен и составен дел од општото образование на учениците.

Математичкото образование во тој контекст е рефлексција на потребите, целите и задачите на поединецот, преку усвојување на содржинските и структуралните компоненти во областа на математиката.

Следејќи ги овие трендови во европскиот образовен простор, во Република Македонија се прават сериозни чекори во врска со прашањето за општите и предметните компетенции да бидат дел од еден научно-стручен третман и елаборација.

Овој труд има за цел да го актуелизира, научно да го расветли и верифицира, поврзаноста на математичките модели, стратегии, задачи, структури и други математички поими, како детерминанти на развојот на математичките компетенции на учениците.

Од тие причини, поимите *модели* и *компетенции* ќе бидат операционализирани во различни контексти, во целата композиција на трудот.

Во воведниот дел од трудот, поимот *модели* ќе биде набљудуван и третиран во најширока педагошка смисла, за да во фокусот на трудот бидат математичките модели како централни педагошки ориентири.

Поимот *модел* во трудот ќе биде сватен, според американскиот филозоф за научните системи, Charles West Churchman¹, како *репрезентација (приказ)* на содржината кое се истражува, приказ кој се дава за да се користи во наставата со кој се предвидуваат ефектите до кои се доаѓа со негова варијација и промена.

¹ Begičević, N. : Презентација (извор: http://old.foi.hr/CMS_library/studiji/dodiplomski/IS/kolegiji/to/Modeli_tehnike_odlucivanja_opcenito_10.pdf)

Во тој контекст, Z. Baračkait², на прашањето зошто ни се потребни моделите, одговара дека со нивна помош може однапред да се согледаат релевантните елементи на проблемот и да се открие нивната меѓусебна зависност.

Компетенциите, во најширока смисла на зборот, можеме да ги сватиме како комбинација на одредени знаења, вештини, ставови и умеење кои треба да ги поседува индивидуата, со цел успешно да извршува и реализира одредени однапред определени цели и задачи.

Во трудот, поимот компетенции ќе биде специфициран на успешна реализација на поставените барања кои се во контекстот на математичкото образование.

Посебно во трудот ќе се води грижа експлицитно да се идентификува поврзаноста и придонесот на математичките модели и останатите математички компоненти во развојот на математичките компетенции.

Трудот се состои генерално од 8 (осум) глобални целини: Вовед, Теоретски пристап кон проблемот, Методологија на истражување, Анализа и интерпретација на резултатите од истражувањето, Констатации, Сознанија, Заклучоци и Предлози за натамошни акции, кои чинат една функционална целина.

Во воведниот дел на трудот се претставува основниот педагошки дискурс, кој се движи од еден континуум, кој се движи од елаборација на теоретските концепти на проблематиката до емпириска анализа на резултатите.

Теоретскиот пристап кон проблемот се состои од 12 тематски целини.

Првиот дел се состои од пет целини.

Првата целина ја опишува математиката низ општествено-историски контекст, математиката како начин за разбирање меѓу луѓето, Европската референтна рамка на клучни компетенции.

Втората целина се однесува на наставата по математика како педагошки концепт, во кој се елаборираат предметот, целите, поимите, содржините и другите математички атрибути кои го сочинуваат вкупниот математички контекст.

Третата целина е претставена со математичките принципи кои се ставаат во функција на развој на математичките компетенции.

Дескрипција на математичкото мислење е *четвртата содржинска целина*, во кое се наведени основните математички функции и операции, кои се дел од глобалниот математички контекст.

Петата содржинска целина се однесува на поврзаноста помеѓу логичко-математичкото мислење и интелектуалниот развој, во кое се става акцент на фазите на интелектуалниот развој, според познатиот психолог Пијаже.

Вториот дел се состои од две целини.

Првата целина се однесува на математичките модели како интегрален дел на математичкото образование. Во него, тие се опишуваат, дефинираат и се ставаат во контекст на развој на математичките компетенции на учениците.

Во *следната (втора) целина*, математичките задачи, исто така, се ставаат во функција на развој на математичките компетенции кај учениците. Во неа, различните математичките задачи, нивното значење и функција, видовите и фази за развој на математичките задачи, како и решавањето на задачите, се основа за развивање на компетенциите.

Во трудот, проблематиката на математичките компетенции, способности и стандарди зазема значајно место (како *трет дел*) во трудот.

² Begičević, N. : Презентација (извор: http://old.foi.hr/CMS_library/studiji/dodiplomski/IS/kolegiji/to/Modeli_tehnike_odlucivanja_opcenito_10.pdf)

Во *првата целина* во овој дел во трудот се дава акцент на наставните стратегии и методи во функција на развојот на математичките компетенции кај учениците, додека пак во *втората целина* на овој дел се опишува поврзаноста на компетенциите со останатите педагошки стандарди, кои се основа за нивно развивање.

Доминантните цели на трудот се улогата на наставникот во развојот на математичките компетенции на учениците и развојот на математичките компетенции на учениците.

Целосната композиција на содржинските и структурните делови сочинуваат една функционална целина кое ги актуелизира, афирмира, истражува и елаборира прашањата и проблемите поврзани со развојот на математичките компетенции на учениците во основношколската возраст.

1. МАТЕМАТИКАТА НИЗ ОПШТЕСТВЕНО – ИСТОРИСКИ КОНТЕКСТ

1.1. ИСТОРИСКИ ОСВРТ КОН РАЗВИТОКОТ НА МАТЕМАТИКАТА КАКО НАУКА

“Математика е кралица на науките”
(К.Ф. Гаус)

Проблемот на математиката како наставен предмет е толку стар, колку што е стар и проблемот на математиката како наука. Со појавата на првите математички знаења се јавува и потребата за нивно пренесување од генерација во генерација.

Математиката како наставен предмет е систем кој доживува динамичност во нејзиниот развој, како во квалитетот на изучувањето на содржините кои го пресликуваат предметот, така и во квантитетот на опфатот на проблематиките кои се изучуваат.

Како и сите други науки, и математиката настана како резултат од практичните потреби (броење на предмети, одредување на должината, плоштината, волуменот и слично).

Историјата на математика се поклопува временски со историјата на развојот на човештвото. Како што општеството низ својот развој се дели во етапи или епоки, така е направена и поделбата на историскиот развој на математиката на поединечни етапи или епоки.

Така, познати ни се Математиката пред почетокот на историјата, Стара математика, Математиката на средниот век или на новата ера, Математиката на Стариот Египет, Математика на Стара Индија, Математиката на Вавилон, Математиката на Стара Грција, Арапска математика, Математика на XVIII век, Математика на XIX век, Математика на XX век и така натаму.

Историјата на развитокот на математиката се дели на четири периоди:

- *Раѓање на математика*- период кој почнува со појавување на првите елементи на првобитно општество, а трае до VI – V век до н.е., период кој е сврзан со практични пресметувања и мерења, а потоа и со првите почетоци на аритметика и геометрија, кои што се јавуваат во вид на емпириски установени правила за решавање практични задачи;

- *Математика на постојани величини* (или *Елементарна математика*) – кој почнува од VI – V век до н.е. и трае до XVI век од н.е. и која се карактеризира со профелизирање на математиката како самостојна наука и завршува со почнување на развитокот на геометрија и анализа на бескрајно малите величини;

- *Математика на променливи величини* (т.е. *Класична виша математика*) – преставува бурен и плодотворен период кој започнува од XVII век и трае до средината на XIX век, со воведување на поимот променлива величина во аналитичката геометрија, продолжува со диференцијалното и интегралното сметање и завршува со развитокот на аксиоматскиот метод. Во текот на овој временски период на развиток на математиката се поставени основите на сите научни дисциплини што се изучуваат;

- *Период на математички структури и нивни модели* (т.е. *Современа математика*), период кој започнува од средината на XIX век, кој, иако релативно краток по траење, по содржина е побогат од сите предходни периоди. Се карактеризира со зголемена улога на апстрактните математички конструкции, длабок развиток на аксиоматскиот метод и воведување на поимот математичка структура.

Значи, се претпоставува дека првите почетоци на математиката датираат уште во длабочината на историјата на првобитното општество и се врзани со цивилизацијата на Вавилон, Феникија и Стариот Египет. Во тој период математичките знаења беа дел од општото човеково искуство, т.е. дел од општата неразделна наука. Издвојувањето на

математиката како самостојна наука, со свој предмет на изучување (број и фигура), односно математиката како дедуктивна научна дисциплина почнува да се развива во Античка Грција. Броевите, едноставните пресметувања, споредувањата и проценката на должините на предмети со мерење, пресметување на плоштини на конкретни рамнински фигури и слично, се среќаваат во Стариот Египет, за да продолжи со изучување на аритметиката и геометријата во Античка Грција.

Десет векови на грчката математика можат да се делат во три периоди: период на *предхеленизам* (VI век до н.е. - IV век до н.е.), *хеленизам* (III век до н.е. - I век до н.е.) и *римски период* (I век - IV век). Во ова етапа на историскиот развој на математиката, со истакнување на доминација на хеленизмот, како најпознати математичари се издвојуваат: Талес и Питагора (VI век до н.е.), Сенон, Демокрит и Хипократ (период на филозофот Сократ, V век до н.е.), Менехм и Аристотел (IV век до н.е.), Еуклид и Архимед (III век до н.е. и II век до н.е.) Херон (I век), Птоломеј (II век), Диофанти (III век) и Пап (IV век).

Математиката на Стара Грција се потпираше во екзактното. За разлика од математиката на другите народи (кинеската, вавилонската, египетската, индиската, арапската и.т.н.), која претставуваше збир на правила и на практични чекори, грчката математика се прикажува со помош на дефиниции и аксиоми, додека тврдењата ригорозно се докажуваат. Над овие принципи почива и Современата математика.

Првите математички тврдења од геометриски карактер извираат од страна на Талес. Питагора и питагорците³ ги развивале основите на аритметиката, имале сознаније за Питагоровата теорема и доаѓаат до сознанието дека постојат ирационалните броеви.

Првото дело зачувано од овој период е познатото дело на Еуклид, *“Елементи“*, која опфаќа 13 книги (дело кое доживеа, до почетокот на овој век, околу 1.700 изданија), каде за прв пат во историја, математиката се претставува врз аксиоматична основа (но не во тој степен на ригорозност како што се претставува во современата математика). Ова дело го нуди првата строга логичка конструкција на геометријата, односно дедуктивниот пристап на изградба на геометријата. Изложувањата во ова дело беа толку безпрекорни за своето време, што и после две илјади години од неговото појавување, остана единствен учебник по кој се учеше геометрија. Начинот на изложување на математичките знаења во тоа дело, постепено стануваа правило во градбата на математиката како наука, а оттука се пренесува и во самиот наставен предмет математика.

На почетокот на XIX век, усвојувањето на геометриските знаења во почетните одделенија (а покасно и во погорните одделенија) почнува да се поставува врз основа на експеримент и нагледност, при што се бара повеќе да се користи интуицијата.

Епохата на елементарна математика е врзана со креативноста на грчките, арапските и европските математичари, а значаен дел во овие рамки имат дадено и математичарите од Кина и Индија. Современата математика почива врз поучувањата на европските математичари, но не треба да се занемарува и придонесот и на математичарите од другите континенти.

За разлика од геометријата, наставните предмети аритметика, алгебра и тригонометрија се развиваат и оформуваат по сосема друг пат, пред се раководена од почетокот со *“техничките процедури“* на сметањето, кои потоа се пренесени во алгебрата, со создавање на буквена симболика во средниот век. Во наставата по овие дисциплини, во почетокот отсуствува дедуктивниот метод, за да веќе во XIX век, во повисоките одделенија,

³ Заедничко именување за учениците, математичарите и истомислениците на Питагора, кои го развивале филозофијата која за основа го имаше понмот број. Питагорците математиката је далеле во аритметика, геометрија, астрономија и музика. Броевите ги претставувале геометриски. Питагорово училиште даде еден многу важен допринос во развојот на математиката, особено во IV век до н.е.

се појавуваат доказите во веќе оформени училишни курсеви по аритметика, алгебра и тригонометрија.

Кон крајот на XIX век, наставата по математика се насочува во насока на примена на математичките знаења (по геометрија, аритметика, алгебра и тригонометрија) во разни (нематематички) ситуации. До крајот на XIX век, за математиката како наставен предмет е карактеристично стекнување (усвојување) на готови знаења од страна на учениците и нивната примена при решавањето на избрани задачи од секојдневниот живот.

За надминување на ваквиот пристап кон оспособување на учениците, главна улога ќе одигрува воведувањето (на почетокот на XIX век) на таканаречените *евристички методи*, т.е. *методот на откривањето*, метода кое е погодна за оспособување на учениците за творечка и истражувачка дејност и за развивање на способностите за истражување. Основна форма на пројавување на овој метод во наставата по математика е поставувањето на проблемски ситуации пред учениците, со кои учениците најчесто се среќаваат при решавањето на нестандартни задачи, т.е. на задачи на кое начинот за решавање треба да се открива.

Бидејќи содржините на наставниот предмет математика во училиштата, до крајот на XIX век, беа одраз на математиката како наука до XVI век, во почетокот на XX век се постави за цел тие содржини да се осовременуваат во чекор со достигнувањата на математиката како наука од XVII век.

Во средината на XX век многу успешно се пријде кон доближување на училишниот курс по математика со математиката како наука од XX век, со паралелно обединување на сите различни курсеви по математика во еден наставен предмет, преку користење на теоретско-множенствениот јазик, логичкиот јазик и симболиката.

Втората половина на XX век исто така се окарактеризира со сериозни промени во организацијата и наставните средства и методи по предмет математика, каде во голема мера се пропагираше, пред се, *самостојната работа*.

Денешниот многу бурен развој на математиката (кој според еден податок, сигурно вече застарен, годишно во светот се објавуваат околу 35.000 научни трудови, податок кој говори дека поранешните епохи длабоко се надминати, и квантитативно, и квалитативно), неминовно ја поставува потребата за нов пристап кон наставата по математика, односно воведување на промени во наставата по математика, кои ќе бидат во исечок со развојните текови на математиката како наука.

Ниту една научна област, а со тоа и математиката, не може да се прифати како совршена, бидејќи бројот на теоремите во било кое негова грана не е ограничена.

Но, со загрижување може да се констатира дека не се ретки случаите кога таквите зафати не секогаш се добро осмислени и не се во согласност со зголемените потреби на современата наука и напредокот на техниката. Таквите недоволно осмислени промени се резултат на неизвршените соодветни анализи и валидна оценка на постоечките во моментот содржини, методи, наставни средства и организациона поставеност на наставата, без сериозно експериментирање на сите нивоа на тековните промени и проучувања на реалните можности нешто да се менува.

Секое промена во блиска и далечна иднина, во делот на наставата по математика, треба да се заснива врз соодветна анализа на поставеноста на математиката во образовниот систем, степенот на корелацијата со останатите наставни предмети и т.н., за да потоа, во зависност од добиените резултати, да се пристапи кон реформа на наставата по математика.

Овој пристап бара нови модели кои уште повеќе ќе бидат во корист на новите поставени предизвици од страна на динамичниот развој на целокупното општество.

1.2. МАТЕМАТИКАТА – НАЧИН ЗА РАЗБИРАЊЕ МЕЃУ ЛУЃЕТО

“Математиката, соодветно гледана, содржи не само вистина, туку и огромна убавина”
(Расел)

Математиката е форма на јазик, во кој комуницирањето се одвива по пат на симболи. Учењето на математичкиот јазик е возможно само ако се научат неговите зборови, познати како *математички термини*. Зборот математика може да се дефинира како логичко строго изучување на теми како квантитет, структура, простор и промена.

Математиката, како посебен јазик, е присутна кај децата уште од најраната возраст, и се користи од нивна страна уште пред тие да почувствуваат задолжителна настава.

Математиката претставува едно поле на апстрактни сознанија, создадени со помош на логички оправдувања, врз концептите како што се броевите, фигурите, структурите и трансформациите. Таа со оправдување се третира како “жива” наука, кое во континуитет расте, и во ширина и во длабочина, проширувајќи го нејзината граница на поучување и во сферата на апстракција, како мисловен процес, со кој се доаѓа до суштинските обележја на некој поим.

Математиката се користи во многу сфери на природните и техничките науки, но и во другите науки. Одредени полиња од науките, покрај тоа што се користат со математички сознанија и инструменти, претставуваат и инспирација за напредок во сферата на математиката. Општеството базирано на современите вредности и постигања, не може да го концепира својот развој на целокупниот квантум на квантитативните и квалитативните знаења, ако не се потпира во математиката, нејзините принципи и достигнувања.

Математика е посебна наука, единствена според методите и непогрешива во процесот на поучување на објектите, важна и корисна, во потполност одредена, непроменета, стриктна, одбележена со строги заклучувања и докажувања на сето тоа што во неа се тврди.

Токму од ова причина, многу е тешко да се дефинира поимот математика и да се даде прецизен и соодветен одговор на прашањето *со што се занимава математиката и кој е предмет на неговото поучување*.

Зборот *математика* (кој доаѓа од грчкиот збор μάθημα (*матема*) што значи наука, знаење или учење и μαθηματικός (*математикос*), што значи љубител на учењето) може да се дефинира како логички строго изучување на теми како квантитет, структура, простор и промена. Одреден круг на математичари вечат дека математика е збир од знаења кое претставува предмет дедуктивно расудување, почнувајќи од аксиоми и дефиниции.

Математика е “збир од знаења кој претставува предмет на дедуктивното расудување, почнувајќи со аксиоми и дефиниции”⁴, термин кој означува определена мисловна дејност (математичка дејност) или теорија што е резултат на таа дејност.

Во Енциклопедијата на Лексикографскиот Завод може да се најде ваква одредница: “математиката (потекнува од грчкиот збор *mathēta* - наука за величините) е наука за односите помеѓу величините и просторните форми”⁵.

Значи, “математиката како наука за количествените односи и просторните форми на реалниот свет”,⁶ како предмет на поучување ги има квантитативните односи и

⁴ Извор: <http://mk.wikipedia.org>

⁵ *Enciklopedija leksikografskog zavoda* (1956), Zagreb: Jugoslavenski leksikografski zavod, MCMLXI, str. 92.

⁶ Лешкоски, И. (2002). Педагошки речник, Скопје: Друштво за книгоиздателство и услуги Вековишнина., стр. 175.

просторните форми, и тоа “формите и односите во реалниот свет, а не материјалните објекти”.⁷

Таквата природа на предметот на математичкото поучување, математиката ја прават како апстрактна наука. Искажано со едноставни зборови, односите и формите кои имаат корени во реалноста, ги апстрахираат сите квалитативни ознаки и ги генерализираат квантитативните односи и просторните форми во реалниот свет.

Така на пример, во поимот на природниот број се апстрахираат сите квалитативни ознаки на еквивалентните скупови, додека кај нив е задржано и генерализирано само ознаката на бројноста на елементите.

Групата на француските математичари, познати по псевдонимот Nikolas Bourbaki, формирана во 1937 година, математичкото поучување го насочуваат кон изучување на математичките структури.

Од значителна важност за реалноста на почетното математичко образование е и поимот *наставата по математика*, односно *математиката како наставен предмет*.

Математиката како наставен предмет е наставно подрачје во кое воспитувањето и образованието се остваруваат со соодветните математички содржини кои, според посебните критериуми (возраста на учениците, видот на училиштето), се конституираат во наставен предмет математика.

Содржина на наставата по математика е дел од математичката наука кое е во функција на воспитувањето и образованието, односно во програмата на наставата по математика влегуваат само општоприфатените и научно верификуваните математички содржини. Со наставата по математика се остваруваат материјални (усвојување на математичките софржини пропишани со програмата), функционални (развивање на психичките и, особено, интелектуалните способности) и воспитни задачи (формирање соодветни позитивни својства на личноста на ученикот)⁸.

Примената, положбата во системот на науките, точноста (веродостојноста) или строгоста, апстрактивноста, симболиката го дефинира улогата и местото на математиката во современиот свет, ја определува специфичноста на математиката како наука, споредувајќи се со другите науки.

Примената на математика, имајќи го во предвид подрачјето на примена, како и предметот на неговото поучување, пред се, најмногу е изразена во научните дисциплини, во чија систем на науки зазема посебно место. Од друга страна, без двоумење може да се заклучи дека математиката и припаѓа исто толку и на групата на друштвените науки (јазик, историја, социологија,...) и мисловните науки (филозофија, логика, психологија,...), колку и на групата на природните науки (физика, хемија, биологија, географија). Друштвените и мисловните науки, во самата математика си наоѓаат многу одговори и решенија на одредени прашања и проблеми кои им се предмет на истражување и изучување. Под притисок на многуте барања на таквите научни дисциплини, постепено се развиваше математиката, а од друга страна токму математиката за таквите дисциплини претставуваше соодветен “механизам” за излез од многуте проблеми.

Присутноста на *строгоста* и *точноста* во науката математика придонесува во се поширокото прифаќање на нејзините методи од страна на другите науки, со помош на кои се придонесува за зголемување на строгоста и точноста и во нивните средини.

⁷ Kolmogorov, A.N. (1972). Iz predgovora knjizi A. Lebeга: *O mjerenu veličina*, cit. Prema Boltjanski V. G. *Leninskaja teorija poznanija i matematičeskie apstrakcii*. Matematika u školje. Moskva: Progres, br.2, str.14.

⁸ Лешкоски, И. (2002). Педагошки речник, Скопје: Друштво за книгоиздателство и услуги Вековишина., стр. 175.

Математичката точност или строгост првенствено се потпира во фактот дека секое тврдење се заснива врз логичен и коректен доказ, врз проверена и докажана теорија кои наоѓаат интерпретација во практиката, во техниката, во поедини научни дисциплини, врз потполно одредени математички поими, врз тврдења докажани по дедуктивен пат како и во барањето да секој алгоритам или теорија да биде проверена.

Математичката *апстрактност* се воочува во фактот дека математичките поими во реалната стварност не постојат. Всушност, количинските односи и просторните форми кои се предмет на поучување на математиката, се во состав на објектите и појавите кои имаат и други својства. Таквите просторни форми кои не постојат самостојни во реалната стварност, кои содржат само својства кои се предмет на поучување на математиката, се нарекуваат *апстрактни објекти*.

Мисловното издвојување на својствата кои се предмет на поучување на математиката, а занемарувањето на останатите својства на објектите и појавите, е резултат на мисловната операција на апстракцијата. Што е поголемо можноста на човекот да апстрахира, се овозможува поголем степен на научно размислување, а тоа е посебно карактеристично токму за математиката.

Преку апстракција го издвојуваме тоа што не е издвоено, што не постои самостојно, ниту во реалноста, ниту во претставеното. Според тоа, апстракција е способност на нашата свест, нашиот ум, нашиот интелект, да ги издвојува оние својства на реалниот свет кои одвоено не можат да егзистираат.

Поради комуницирање и изразување на своите мисли, луѓето го создадоа говорниот јазик и пишуваните документи. Бидејќи едно научно изложување мора да биде опширно, исцрпно и прецизно поставено, говорниот јазик е недоволен за таквиот начин на комуницирање. Поради ова причина, во математиката се воведува *јазикот на симболи*, кој не остава простор за непрецизно и погрешно протолкување на напишаното.

Всушност, јазикот на симболите овозможува опширно да се регистрираат информациите, да се создава лесен преглед.

1.3. ЕВРОПСКА РЕФЕРЕНТНА РАМКА НА КЛУЧНИ КОМПЕТЕНЦИИ

Клучните компетенции претставуваат трансферабеан, мултифункционален пакет на знаења, вештини и ставови кои им се неопходни на сите, за лично остварување и развој, инклузија и вработување. Тие треба да се развијат до крајот на задолжителното образование или обука и треба да претставуваат основа за понатамошното учење како дел од доживотното учење.⁹

Современите тенденции во образованието во Европа водат во насока на развивање на поедини универзални педагошки постулати, како што се развивање и тенденција кон функционално образование, подобрување на ученичките компетенции, развивавање на интеркултурен концепт на образование и друго.

Согледувајќи ги таквите педагошки тенденции, Европскиот парламент и Советот на Европа, во 2000 година, утврдија рамка на осум клучни компетенции и европска димензија во образованието, работна програма која е позната под името *Образование и*

⁹ Регионален проект (2010). *Младите и клучните компетенции како камен темелник за интеграција во ЕУ*, Подгорица, стр.6.

обука 2010.¹⁰ Клучните компетенции за доживотно учење, т.е. европската референтна рамка се следните¹¹:

1. Комуникација на мајчин јазик,
2. Комуникација на странски јазици,
3. *Математички компетенции* и основни компетенции во природните науки и технологија,
4. Компетенции од областа на информатичките технологии (Дигитални компетенции),
5. Учење како да се учи,
6. Интерперсонални, општествени, социјални и граѓански компетенции,
7. Смисла за иницијатива и претприемништво,
8. Културна свесност и изразување.

Сите овие компетенции имаат за цел да го помогнат личното исполнување и развој во текот на целиот живот на поединецот и да овозможи нивно активно учество во општеството. Придобивките од стекнување на овие осум клучни компетенции се од големо значење, пред се во креирање на едно општество способна за брзи реакции на постојаните промени и предизвици во доменот на економијата, пазарот и побарувачката на трудот, во создавање на оспособени и проективни млади луѓе кои активно и продуктивно ќе учествуваат во развојот на општеството, како и во зголемување на вработеноста.

Во тој комплекс на компетенции, математичките компетенции заземаат централно место, пред се поради нејзините широки педагошки импликации.

Математичката компетенција ја подразбира способноста да се развие и аплицира математичкото размислување, со цел да се користат во разрешување на различни проблеми во секојдневните ситуации (управување со домашниот буџет, планирање на приходите и расходите, пазарување, патување и одмор-поврзување на дистанците со времето, споредување на валутите и цените и слично). Тоа е способноста да се користат математички модели на размислување (логичко и просторно мислење) и презентација (формули, модели, графикони, макети, табели итн.), способноста за математичко размислување и расудување (математички начин на размислување, апстракција и генерализација, математичко моделирање (односно, анализа и креирање модели) со користење и примена на постоечките модели за поставеното прашање, способност за ракување со математички симболи и формули, декодирање и толкување на математичкиот јазик и разбирањето на нејзиниот однос со природниот јазик, способност да се следи и оценува низата на аргументите и да се откријат главните идеи при даден број на аргументи (особено, докази) итн.

Математичката писменост, која се идентификува речиси целосно со математичките компетенции, претставува способност за да се користат математичките операции (собирање, одземање, множење, делење), процентот и размерот, во функција на решавање на различите задачи поврзани со секојдневните ситуации. Со самото развивање на математичката способност низ времето, се вклучуваат и способноста да се користат математичките модели на размислување, кои имаат универзална примена во објаснувањето на реалноста.

¹⁰ *Образование и обука 2010 – Успехот на факторите на Лисабонската стратегија за ургентни реформи* беше донесен заедно од страна на Советот и на Комисијата на 26 февруари 2004. Овој извештај препорача дека како “приоритетно прашање” треба да се развијат заеднички европски референци и принципи во повеќе области.

¹¹ Извор: http://www.europa.eu.int/comm/education/policies/2010/doc/basic-skills_en.pdf (European Commission (2003), Directorate-general for Education and Culture, Implementation of “Education and Training 2010” Work Programme, Working group on Basic skills, entrepreneurship and foreign languages. Progres report November 2003).

Значи, ако некое општество има за цел да се интегрира во кругот на современите и цивилизирани општества, тогаш неминовно е тие да развиваат здраво и стабилно општество, со стабеан социо-економски живот, општества кои ќе бидат способни за брзи и ефикасни реакции кон промените и предизвиците кои ги наметнува глобализацијата.

Од ова гледна точка, образованието е клучна фигура во обезбедување на соодветни механизми и пристапи во процесот на создавање на компетентни граѓани, кои ќе бидат способни да ги исполнат потребите на ваквите побарувања.

2. КОНЦЕПТАЛИЗАЦИЈА НА МАТЕМАТИЧКИТЕ ПЕДАГОШКИ СТРУКТУРИ

2.1. НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА КАКО ПЕДАГОШКИ КОНЦЕПТ

2.1.1. ПРЕДМЕТ И СПЕЦИФИЧНОСТА НА МАТЕМАТИКАТА КАКО НАСТАВЕН ПРЕДМЕТ

Секој наставен предмет е синтеза на научни знаења од некое област, методи и форми на структурирање на тие знаења и когнитивни методи, а исто така е и синтеза и на организација на наставата, наставни средства и наставни методи.

Диференцирањето на наставните предмети, во најголема мера е последица од знаењата кои се усвојуваат и од нивното структурирање. Овие две фактори влијаат, како на користените когнитивни методи, така и на организацијата на наставата, наставните средства и наставните методи.

Во крајна мера, елементите на наставните предмети се определуваат од општествените и економските потреби на заедницата и од степенот на развојот на различните научни области од кои се превземаат соодветните знаења, а исто така и од степенот на развој на областите кои се занимаваат со спознајната дејност, организацијата на наставата и наставните средства. Во вакви околности, и математиката не е исклучок во овој поглед.

Во секојдневниот живот, терминот *математика* се употребува од една страна за *науката математика*, а од друга за *наставниот предмет математика*, т.е. за групата математички предмети што се изучуваат во текот на образованието.

Математиката како наставен предмет и математиката како наука не се идентификуваат едното со другото, иако во наставата по математика се користат содржини кои се производ на математиката како наука.

Наставниот предмет математика има сличности и разлики со науката математика. За многу нешта се разликуваат, но сепак тие се тесно сврзани меѓу себе. Наставниот предмет математика не ја произведува науката математика, туку ги изучува нејзините “елементарни основи“, неопходни за практичната дејност и продолжување на образованието (кои не се определени еднаш за секогаш, туку повремено се менуваат, во зависност од развитокот на науката и од потребите на општеството), односно ги содржи основите на современата математичка наука и е доволно едноставна, достапна за учениците од соодветната возраст.

Постоји низа од *сличности* меѓу науката математика и математиката како наставен предмет (училишна математика), а поголемиот број од нив се тие што се однесуваат на процесот на создавањето. Имено:¹²

а. *Нема принципиелна и суштинска разлика меѓу патот на создавање вистини во науката математика и патот на стекнување научни знаења во наставата по математика.* Ученикот, во однос на она што го создава, се наоѓа во слична положба како научникот во однос на откривањето нови научни вистини.

б. *И во науката математика и во наставата по математика, размислувањето секогаш се потпира на перцепирање, некогаш со посредство на претставите од сеќавањето и фантазијата, како и на предходното искуство.*

¹² Целаковски, Н. (1993). *Дидактика на математиката*, Скопје: Нумерус, стр.18.

в. *Практиката во наставата по математика има повеќе функции*, но како и во науката математика, *најважен е критериумот за веродостојноста на создавањето*.

Односот на математиката како наставен предмет, наспроти математиката како наука секогаш мора да се гледа во призма на нивното единство, додека разликите треба да се воочуваат во доменот на изборот на содржините и патиштата преку кои се доаѓа до новите математички сознанија.

Во наставата по математика, односно преку математиката како наставен предмет, учениците стекнуваат одредени знаења, кои се производ на одредени поединечни содржини од математиката како наука.

Но, разликите се воочуваат во начинот на приодот на поучувањето на просторните форми и количинските односи, односно математичките структури. Основните разлики во таквиот приод на проучувањата на математичките сознанија доаѓат во израз особено при одредување на *целта* како краен резултат, при *докажувањето* на одредени математички тврдења и при определување на *методичкиот пристап* кон откривањето и решавањето на одреден проблем.

Одредувањето на целта е *првата и основна разлика* помеѓу математиката како наставен предмет и математиката како наука. Додека математиката како наука има за цел откривање и утврдување на факти и законитостите во сферата на математиката, математиката како наставен предмет има за цел да ги соопшти таквите одредени добиени математички сознаниа.

Науката математика се стреми да ги установи колку што е можно подлабоко математички закони, не водејќи сметка за нивната сложеност и за развојното ниво на лицата што ќе ги изочуваат или што ќе ги применуваат.

Напротив, математиката како наставен предмет има за цел да им ги соопшти на учениците основните сознаниа што се добиени во науката, во доволно општа форма, но на доволно едноставен (честопати упростен) начин, строго водејќи сметка за психофизичките способности на учениците.

Што се однесува до *другата разлика* во однос на докажувањето на точноста на одредените факти (тврдења), во науката како коректен и логичен доказ воглавно се смета само оној доказ кој е изведен по дедуктивен пат (по пат на мисловно заклучување, кое оди преку општото кон поединечното и се заснива врз односот помеѓу причината и последиците). Додека, во наставата по предмет математика, до стекнувањето на математичките знаења, не може да се дојде исклучиво по дедуктивен пат, кое како појдовна точка на таквата дедуктивна постапка е апстрактното, општото, готовото знаење и затоа не е секогаш погодна за учениците.

Ова посебно се однесува при создавање на математичкото размислување во почетната настава по математика, како активен процес на создавање, при кој реалниот свет се одразува во свеста на човекот, каде емпирија (кое се базира врз порано стекнатите искуства за надворешниот свет, новите добиени искуства за порано познатите предмети и појави, кое, врз основа на проучувањата кои се темелат на стекнатите перцепции и врз основа на добиените резултати, се доаѓа до суд на вредноста на предметот и појавата), индукција (заеднички елемент на сите наставни методи, кој служи за добивање на општи закони од поединечни случаи) и аналогија (логичка постапка со кое, според сличноста на еден или два знака, се заклучува за еден или повеќе предмети), како форми, методи, односно логички постапки на заклучување, имаат многу значењена улога.

Исто така, во математиката како наука, поимите се прецизно одредени, додека во наставата по предмет математика таквата одреденост е прилагодена на психофизичките способности на ученикот. Во интерес е да се истакне дека терминот дедукција има три

основни значења, и тоа: метод на расудување, метод на научно осознавање и начин на изложување на материјалот на математичката литература и во наставата.

Значи, науката математика се гради и се развива во определен дедуктивен систем, изнесувајќи ги откриените факти во строга последователност. Училишната математика, водејќи сметка за психофизичките способности на учениците, некои поставки ги предава како готови, само врз основа на “здрав разум“, кога не е можно да се докажат на одредено ниво, но секогаш имајќи го во предвид да не се дозволи да се упропасти и нарушува прифатениот дедуктивен систем на математичката наука.

Методичкиот пристап како *трета разлика*, кое се уочава помеѓу математиката како наука и математиката како наставен предмет, се однесува во тоа што во математичката наука е битно само откритието или решението на одреден проблем, без да се даде голема важност и сметка на методичката страна на процесот на откривањето. Во наставата по математика се оди по она методичка патека кое за учениците е најпристапна, најефикасна и најрационална, за да се дојде до новите математички знаења.

Значи, во науката математика не е секогаш битно како го открил научникот некое математичка вистина, важно е само дека таа може да се потврди со доказ. Во наставата по математика, пак, начинот на воведување нов поим или начинот на изложувањето на некое математичко тврдење има огромно значење.

Додека науката математика има тенденција да се развива неограничено (што е потврдена од страна на неговата развојна историја), наставниот предмет по математика се развива во рамките на строго дефинирани граници, поставени преку наставниот план и наставната програма, државни документи кои ги изготвува Бирото за развој на образование, а ги донесува Министерството за образование и наука.

Улогата и значењето на математиката во образованието и воспитувањето е неоспорет факт и клучен фактор при дефинирање на развојот на оваа дејност. Паралелно со интезивниот развој на математиката како наука и неговиот се поголем продор во разните подрачја на примена, се зголемува и интересовањето, третманот и улогата на математичкото образование.

Математиката како наставен предмет, како што веќе на сите и е добро јасно, има *образовна и воспитна функција*. Овие две функции се нараздвојни и претставуваат една униформна целина и затоа се споменуваат без да се раздвојуваат.

Образовните функции на наставата по математика се одредуваат во зависност од поставеноста на целта поради кое се стреми кон стекнување на одредени математички знаења.

Образовната функција на наставната по математика, во себе ја опфаќа *материјалната и развојната (функционалната) компонента*.

Материјалната компонента на наставата по математика, пред се, се однесува на:

- стекнувањето на математички знаења кои се потребни за секој човек во секојдневниот живот, поради разбирање на појавите и законитостите во природата и општеството;
- стекнувањето на математички знаења кои се потребни за разбирање на одредени појмови, закони и слично, во функција на стекнување на нови знаења;
- знаењето кое се применува во другите науки, а кое е потребна за обавување на одредени професионални активности.

Развојната (функционалната) функција на наставата по математика се однесува на развивањето на мисловните операции и логичкото заклучување. Преку усвојувањето на математичките содржини и методи, многу силно се влијае во подигнување на интелектуалниот степен и способност на ученикот.

Развојната функција на наставата по математика е одговор на стремежот кај ученикот да се поттикнува поголема активност и што поинтезивна соработка во севкупниот наставен процес.

Воспитната функција на математиката како наставен предмет се протегнува во две воспитни области, и тоа областа на моралното воспитување и областа на естетското воспитување.

Улогата на наставата по математиката во доменот на воспитувањето е од исклучителна важност за сферата на *моралното* воспитување на ученикот, преку формирање и развивање на моралната свест, чувствот и желбата за определена содржина и насока, со што се придонесува кон градењето на карактерот и однесувањето во општеството, во согласност со прифатениот морал.

Преку изучување на математика и влегување во нејзините тајни, кај ученикот се развиваат: упорноста, истрајноста, систематичноста, иницијативноста, самоконтролата, педантноста, снаодливоста, натпреварувачкиот дух и слични позитивни морални карактеристики.

Естетското воспитување, како едно од подрачјата на целокупното воспитно-образовно настојување за формирање на сестрана развиена личност, не е заобиколувана и во процесот на математичкото образование. Преку процесот на наставата по математика, кај ученикот се развива смислата за симетрија и хармонија, што во краен случај е придонес на *естетското* воспитување на ученикот.

Задачите на наставата по предмет математика, како секое друга задача во наставата, претставува остварување на математичкото образование и воспитување, како крајни резултати, определени според општата цел на образованието и воспитанието, видот и степенот на образованието и психофизичките својства на возраста на ученикот. Задачите на наставата по математика ги определуваат, не само содржините кои се придружувани со формите, методите и севкупната организација на наставата, туку тие претставуваат и основни критериуми за мерење на остварените резултатите на наставата, како за самата настава како целина, така и за секој ученик поединечно.

Задачите кои се остваруваат преку математичкото образование и воспитание во наставата, со кои начелно се одредуваат кои содржини треба да се обработуваат во наставата по математика (во наставната програма тоа подетално се изработуваат), можеме да ги групираме во четири групи.

Првата група ја сочинуваат задачите кои се однесуваат на: формирање на поимите и оспособување на учениците за разбирање на својствата и односите помеѓу математичките објекти (на пример, ученикот, алгебарски и аритметички се опишени, само ако тој поимно се воведува во поедини операции и ако се, пред тоа, кај него се вградени сознанијата за поимите за броевите со кои се оперира, паралелно со усвојувањето на техниките на сметање) и оспособување на ученикот за изразување за појавите и процесите кои се проучуваат во математика, со помош на математичките симболи и математичкиот јазик на симболи. Преку реализирање на овие задачи, кои претставуваат основни задачи во наставата по математика, се негира механичкото учење и се отвара патот на успешно чекорење кон добрите резултати во наставата по математика.

Втората група на задачи на наставата по математика се однесуваат на оспособување на ученикот да независно доаѓа до новите математички поими, до изведување на математички тврдења и расудувања (заклучувања, конклузии), како форми на мисловни операции, со кои се потврдуваат или се одрекуваат (побиват) некои својства на дадени објекти, појави или на некои релации помеѓу нив.

Третата група на задачи на наставата по математика се однесуваат на оспособување на ученикот за користење на алгоритми¹³, на разните математички модели и други форми на упаства за постапките за решавање на конкретните проблеми, не само од чиста математичка природа, туку да се знае и како до тие за доаѓа, да го докаже нивната вистиност и да ги применува во конкретните ситуации.

Четвртата група ја сочинуваат задачите кои се однесуваат на оспособување на ученикот логички да ги поврзува поимите и тврдењата во целина (алгоритми, математички модели, теории и друго). Ова група на задачи претставува највисоки дomet на наставата по математика и во себе содржи највисоко ниво на математичко креативност, бидејќи во ова група на задачи се бара да учениците независно доаѓаат до алгоритмите и математичките модели за решавање на проблеми од одреден вид.

Специфичноста на математиката како наставен предмет во прв ред произлегува од специфичноста на математиката како наука. Како посебна специфичност на наставата по математика, што мора да се наведе во дадениот случај, е тоа дека од учениците се бара, покрај голата репродукција на знаењата (примените извесен број на информации да се сфатат и памтат, како би можеле по касно да ги репродуцираат), од примените информации да изведуваат нови информации.

Од исклучаственик значење е да се повлече линија помеѓу динамичниот развој на математиката како наука и потребата за училишниот курс по математика, односно дефинирање на кои математички знаења ќе бидат потребни да ги стекнуваат учениците, во одредена возраст и степен на образование.

Додека математичките знаења во наставните програми по математика се точно опишани, потребните умеања во истите наставни програми не се конкретизирани, ниту според видот, ниту според начинот на нивното формирање (не се присутни во целите на наставата по математика, или нивното присуство е во скриен форма).

За разлика од другите науки, математиката е специфична и во делот на употреба на јазикот на “комуникација” и во делот на патиштата на реализирање на поставените цели.

Потребата на вклучување во содржините на наставата по математика, на општите и специфичните (за математиката) методи на сознание, како што се: анализирање, споредување, апстрахирање, синтетизирање, генерализирање, формулирање и докажување на хипотези, моделирање и емпириските методи (наблудување, мерење, експериментирање), се во функција на зголемување на знаењата и умеањата за самостојно усвојување на математички теории и за самостојно здобивање со математички знаења од страна на учениците, кои се едни од клучните образовни, но и воспитни, цели на наставата.

Во содржините на наставата по математика, согласно целите на наставата по математика, се предвидуваат и примените на математичките знаења, преку креирање на одредени функционални математички модели.

Определувањето на содржините на наставната програма по предмет математика, воглавно зависи од математиката како наука и од поставените цели на наставата по математика во одредениот степен на образованието и видот на образованието.

Изборот на наставните содржини треба да се изврши почитувајќи ги неколку дополнителни барања, како што се:¹⁴

а. Современоста на наставните содржини;

¹³ *алгоритам* - систем на операции според кон се решааат проблеми од определен вид, при што редоследот на операциите е фиксиран и секое наредна операција зависи од начинот на кој е изведена предходната- Лешкоски, И. (2002). *Педагошки речник*, Скопје: Друштво за книгоиздателство и услуги Вековишина., стр. 18.

¹⁴ Малчевски, Р. (2001). *Методика на наставата по математика*, Скопје: Алфа 94, стр. 17.

- б. Научноста на наставните содржини;
- в. Структурноста на наставните содржини;
- г. Достапноста на наставните содржини;
- д. Поврзаноста на наставните содржини со секојдневниот живот и техничката насоченост;
- е. Можноста на примена на наставната содржина.

Барањето за присутноста на *современоста во наставните содржини* значи актуализација на наставата од два аспекта: со оглед на содржините што се проучуваат во училиштето (според кои наставните програми мораат постојано да се иновираат) и со оглед на начинот како тие содржини се изучуваат (иновирани наставни програми да се реализираат со модерни наставни системи).

Ова барање се реализира со вклучување на таквите математички знаења, умеења и методи, преку соодветен математички апарат и јазик, преку кои учениците ќе создаваат претстава за современата математика.

Фактите и теориите кои фигурираат во содржините на наставата по предмет математика, покрај тоа што треба да се точни, тие треба и коректно да се докажани, преку користење на современ приод, за да се потврди *научноста* на таквите наставни содржини.

Поставувањето на принципот научноста во наставата по математика е императив кој строго мора да се почитува. Од првиот час во првото одделение, наставата по математика мора да биде строго научна, таа мора да формира правилни научни поими. Од самиот почеток, наставата по математика мора да им нуди на учениците права, чиста, нераздвоена, “зачинета“, вулгаризирана наука. Научните грешки во наставата по математика не треба да се дозволат по ничија цена, па ни од педагошко-методски причини.

Под поимот *структурирање на наставната материја* подразбираме изградба на материјалот во логички систем, врз база на причинско-последователна и функционална поврзаност. Доброто структурирање на наставните содржини ги надминуваат противречностите помеѓу натрупувањето на математичките научни сознанија од една страна и тенденциите за намалување на часовите наменети за настава по математика. Таков начин на структурирање на наставните содржини значи добро структурирани знаења, кои полесно се изучуваат и трајно се памтат.

При креирање на сегашните наставни програми по математика, од стручни лица и од надлежни образовни институции, при определување на наставните содржини, симболично се води рачун на барањето за *достапност на наставните содржини* до учениците, како крајни корисници. Ова барање е условен од возраста и психофизичките способности на учениците. Имено, наставните содржини мора да се достапни за учениците, како по обем, така и по сложеност и длабочина.

При определување на наставните содржини во наставната програма по математика, до исклучавањето на важноста е и факторот на *поврзаноста на наставната содржина со секојдневниот живот и техничката насоченост*. Ваквото гледање кон процесот на определување на содржините, при процесот на обучување, овозможува користење на животното искуство на самите ученици и *можноста за примена* на стекнатите знаења во секојдневниот живот, како една од главните цели на изучување на математика.

2.1.2. ЦЕЛИ НА НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА

Во наставата по математика, односно преку математиката како наставен предмет, учениците стекнуваат одредени знаења, кои придонесуваат за развојот, кај нив, на одредени компетенции, односно стекнување на способности за развојот и примената на математичкото мислење во текот на решавање на проблеми со кои се соочуваме во динамичниот секојдневен живот.

Наставата е планиран и рационален работен процес, со дефинирана цел, во која, поедноставно кажано, се врши пренесување на синтетизирани искуства на стручните лица на децата, со цел на нивно оспособување за самостојно и успешно да делуваат и создаваат во нивното опкружување.

Цел означува очекувано, замислено идно стање кое посакуваме да го постигнеме преку одредени активности и средства (содржини). Со помош на поставените цели дефинираме претстава на очекувани промени кај учениците, односно кај поединецот во општо, после совладување на содржините кои се опфатени во одреден циклус на образование.

Целта на наставата по математика е стекнување на темелните математички знаења потребни за разбирање на појавите и законитостите во природа и општество, стекнување на основната математичка писменост и развивање на способноста и умењето на решавање на математичките проблеми¹⁵.

При определување на целите на наставата по математика тргнуваме од општите цели во образованието и воспитувањето. Целите на наставата по математика се: општи и специфични.

Општите цели на наставата по математика во (задолжителното) основно образование се¹⁶:

- Препознавање и разбирање на историската и општествената улога на математиката во науките, културата, технологијата, како и во приватниот и професионалниот живот,
- Усвојување на основните математички знаења и вештини, и примена на истите во приватниот, општествениот и идниот професионален живот,
- Развивање на математичкиот начин на мислење и комуникација,
- Развивање на позитивен однос кон математиката и будење на интерес за неа,
- Стекнување на основи за доживотно учење и продолжување на математичкото образование.
- Рационална и ефикасна употреба на технологијата, односно развивање на вештини на рационално и ефикасно користење на технологијата (ICT и на останатите соодветни алати).

На овие општи цели на наставата по математика можат да и се додадат и целите:¹⁷

- Развивање на самодоверба во сопствениот математички потенцијал,
- Прифаќање на математиката како смислена активност и корисна алатка за примена во разни ситуации,

¹⁵ Varošanec, dr.sc.S. (2004), *Metodika nastave matematike II – dio, za interna upotreba*, Zagreb: Sveučilište u Zagrebu, PMF- Matematički odjel.

¹⁶ Kraljević. H., Čižmešija. A. (2009), *Matematika u nacionalnom okvirnom kurikulumu, ishod učenja*, Zagreb: PMF-Matematički odjel, Sveučilište u Zagrebu.

¹⁷ Kreativno uvježbavanje i ponavljanje u nastavi matematike

http://web.math.hr/nastava/metodika/materijali/Kreativno_ponavljanje_i_uvježbavanje.pdf

- Развивање на вештини и способности на логично мислење, заклучување и генерализирање, вклучувајќи го и математичкото аргументирање,
- Развивање на свеста за вредноста на математичкиот јазик при комуницирање на содржините и идеите,
- Развивање на вештините и способностите за повторување, формулирање и решавање на проблеми, како и интерпретацијата, споредувањето и вреднувањето на решенијата во однос на изворната проблемска ситуација,
- Развивање на вештини и способности за употреба на едноставни математички модели, како и градење на критички пристап кон препоставките, ограничувањата и примената на тие модели,

Таквите цели поставени во наставата по математика, учениците можат да ги постигнат со помош на одредени математички процеси, како што е *прикажувањето* на математички објекти и ситуации со помош на зборови, фигури, модели, цртежи, дијаграми, графикони, табели, симболи, избор и примена на соодветен приказ кој соодветува со ситуацијата и намерата, изработка на идеи и знаења со помош на еден јасен математички јазик, самостојно интерпретирање на добиените информации од спроведеното поучување. Од особена важност за постигнување на горенаведените цели во наставата по математика се и математичките процеси: *поврзување* (воспоставување и разбирање на врските и меѓусебните односи на математичките идеи, поими, постапки, како и создавање на една целина со помош на нивно поврзување, поврзување на математиката со сопственото искуство, со другите подрачја, со секојдневниот професионален и општествен живот во релевантен контекст), *логично мислење, аргументирање и изведување на заклучок* (создавање, следење и вреднување на математичките аргументи од различни видови, преку аналогија и генерализација, примена на различни форми на заклучување и методи на докажување, препознавање на логичките заклучувања и математикото докажување како клучни математички аспекти, промовирање на креативно, критично и флексибилно мислење), *решавање на проблем и математичкото моделирање* (поставување на проблемот, негово решавање преку планирано поставување и со помош на разновидни постапки, негова интерпретација, споредба и вреднување на решението и на постапките, моделирање на ситуации и процеси од другите дисциплини и од секојдневниот приватен, професионален и општествен живот, градење на ново математичко знаење со помош на моделирање на ситуации и решавање на проблеми), како и *примената на технологијата*.

Покрај општите цели, пред наставата по математика се поставуваат и одреден број на специфични цели што произлегуваат од карактерот на математичките науки. Ќе ги наведеме најважните *специфичните цели* на наставата по математика¹⁸ – знаења и вештини, поделени на рамноправан начин во однос со математичките подрачја на сознание кои се наведени во одредени современи усвојени курикулуми:

- *Броеви и операции со броеви* – преку кои математички концепти ученикот ќе може:
 - Да ги разбира броевите и начинот на нивното прикажување, како и односите помеѓу броевите и бројните системи,
 - Да ги разбира операциите за пресметување и нивните меѓусебни односи,
 - Да пресметува прецизно, ефикасно, флексибилно и сигурно, на памет, пишувано и со помош на калкулатор,

¹⁸ Kraljević, H., Čižmešija, A. (2009), Matematika u nacionalnom okvirnom kurikulumu, ishod učenja, Zagreb: PMF-Matematički odjel, Sveučilište u Zagrebu, 5.

○ Да се оспособи да процени и апроксимира, да одлучува во кои ситуации проценката и апроксимацијата соодветно да го употребува.

- *Алгебра* – преку кој математички концепт ученикот ќе може:

○ Да ги препознава, разбира и генерализира законитостите, односите, зависностите, врските и функциите во математиката и во реалниот свет.

○ Да ги прикажува и анализира математичките ситуации и структури, со употреба на алгебарските симболи, на графикони и дијаграми,

○ Да пристапи на соодветен начин кон употреба на алгебарските изрази во текот на решавање на практични проблеми,

○ Да ги употреби математичките модели за прикажување и разбирање на квантитативните односи,

○ Да ги анализира промените во различни контексти.

- *Геометрија* - преку кој математички концепт ученикот ќе може:

○ Да ги анализира карактеристиките на дводимензионални и тродимензионални геометриски формаувања и да ги развива аргументите за геометриските односи,

○ Да ги одредува и опишува односите во просторот, со примена на координативна геометрија и останатите системи на прикажување, односно презентација,

○ Да ги применува геометриските трансформации и да ги употребува симетриите во текот на математичката анализа,

○ Да развива престава за просторот, како и да препознава и употребува геометриски својства и симетрии во објектите од реалниот свет и секојдневниот живот,

○ Да ги употребува визуелноста, просторната претстава и геометриските модели во текот на решавање на проблеми.

- *Величини и мерење* - преку кои математички концепти ученикот ќе може:

○ Да ги препознава и разбира мерните обележја на објектот, како и да ги употребува и да ги интерпретира мерните единици, мерните системи и процеси на мерење,

○ Да ги употребува внимателно и сигурно мерните инструменти и средства,

○ Да ги применува применетата техника, алати и формули при опис на мерењето.

- *Работа со податоци* - преку кој математички концепт ученикот ќе може:

○ Да постави прашања кои може да ги истражува со собирање на податоци, како и да собира, организира и прикажува податоци релевантни за одговор на тоа прашање,

○ Да ги интерпретира податоците прикажани со дијаграми, табели или графикони од различни видови,

○ Да ибира и обезбеди соодветни статистички методи за анализа на податоците,

○ Да развива и вреднува заклучоци и предвидувања засновани на податоци,

○ Да разбира и применува темелни реални концепти.

При креирање на национален курикулум, целите се изработуваат и во однос на образовните циклуси, зависно од возраста на децата на кои се однесува програмата.

Во Наставната програма по предмет математика за IV одделение на деветгодишно основно образование¹⁹ се застапени следниве програмски подрачја: *Броеви и операции со броеви: собирање, одземање, множење и делење на броеви, Геометриски фигури во рамнина, Мерење и Работа со податоци*, преку кои се поставува ученикот да ги постигне следниве цели во наставата:²⁰

¹⁹ Е предмет на нашето истражување.

²⁰ Извор: Наставна програма по предмет математика за IV одделение на деветгодишното основно училиште (2007), донесена со Решение од страна на Министерството за образование и наука на Република Македонија.

- Да ги извршува основните аритметички операции во множеството на природните броеви;
- Да ги применува основните аритметички операции при решавање на проблеми од практиката;
- Да воочува проблемски ситуации во секојдневниот живот и да најде начини за нивно решавање;
- Да ги разликува и црта геометриските фигури: точка, права, отсечка, полуправа, рамнина, агол и триаголник;
- Да ракува и мери со помош на инструменти за мерење на должина, маса, време, точност;
- Да врши проценки при мерење на величини и со мерење да ги проверува своите проценки;
- Да прибира, класифицира, споредува, чита, прикажува и интерпретира податоци;
- Да размислува логички;
- Да стекне карактеристики на: самостојност, иницијативност, точност, лубопитност, истрајност во работата;
- Да ги јакне чувствата на сигурност и самодоверба, при што математиката ќе го доживува како пријатно искуство.

Современата настава по математика, која често е позната во литературата и како *настава ориентирана кон ученикот*, подразбира *методи на активна настава*, т.е. доминација на активноста на ученикот, наспроти наставникот, во текот на формулирање на математичките концепти, таканаречени *учење со откривање*, и увежбување на одредени математички содржини (креативно вежбање и повторување), како и развивање на одговорноста на ученикот за сопствен успех и напредување во математиката.

Во наставата ориентирана кон ученикот доминантна е присуството на *практични активности на ученикот*. Во тој процес доаѓа до израз новата улога на наставникот, на наставник како организатор (менаџер) на процесот на учење и поучување, е не како (единствен) авторитет на знаење. Работата на наставникот во процесот на настава ориентирана кон ученикот е проследена со употреба на разни и разновидни наставни средства и извори на знаења, а не само на употреба на учебници и збирки на задачи.

2.1.3. МАТЕМАТИЧКИ ПОИМИ

Поимот, како логичка категорија, претставува основен и најважен елемент за разбирање и совладување на наставната содржина, претставуваа основно градиво на размислувањето и покренувач на интелектуалната работа.

Процесот на стекнување на знаења во наставата по математика мора да се темели, првенствено, во сфаќањето на математичките поими кои се појавуваат во тој процес. Јасно е дека не можат да се изврши собирање на два природна броја, ако не го подразбираме поимот природен број и поимот собирање. Јасно е дека не може да се смета површината на триаголникот, ако не разбереме што е триаголник, што е површина, што е основа и што е висина на триаголник.

Секој обид да се одговори соодветно и прецизно на прашањето *што е тоа поим*, би се соочил со еден од најтешките и најсложените задачи на психологијата, филозофијата и логиката.

Речникот Вебстер²¹ го дефинира *поимот* како “*нешто зачнато во умот; претстава, мисла или намера; апстрактна идеја генерализирана од конкретни настани*”.

Значи, кој било предмет или настан кој е забележан или искусен и објаснет или опишан некому, може да се смета за *поим*.

Поимот претставува:²²

а) збир на битни и типични ознаки на некој број објекти или појави, создаден со мисловен процес, врз основа на споредувања и анализи на поединечни објекти или појави, со апстрахирање на битните карактеристики од акцесорите и случајните и со генерализација на таквите битни карактеристики на сите појави и објекти од тој вид;

б) идеја со универзално значење на некој термин, со заеднички атрибути на еден вид објекти;

в) знење кое не е врз основао врз директно перципирани содржини, туку е резултат на натамошна обработка на сензорни податоци.

Затоа, во воспитанието и образованието, формирањето поими во наставниот процес треба да се организира како интезивна мисловна работа на учениците, со примена на различни мисловни операции (расчленување, издвојување, опишување, споредување, разликување, идентификување, спротивставување, менување, структурирање, систематизирање, класифицирање, подредување, надредување, синтетизирање и слично).

Од математичка гледна точка, под *математички поим* подразбираме замисла (мисловен одраз) на битни (карактеристични) карактеристики на математичкиот објект или на множество од објекти (предмети, појави и процеси), односно мисловна репродукција, т.е. мисловна копија на дадена класа објекти, кое се искажува со реченица кое содржи определен *договор* за таа класа објекти.

Пример 1: Четириаголна фигура која се граничи со спротивни паралелни страни, односно четириаголникот кој има две по две спротивни страни паралелни, или четириаголникот кај кој спротивните страни се еднакви и паралелни, или четириаголникот кај кој спротивните агли се еднакви, или четириаголникот кај кој аглиите на иста страна се суплементарни, или четириаголникот кај кој дијагоналите се преполовуваат, нам ни е познат под името *паралелограм*. Поимот *паралелограм* е изведен од конкретни карактеристики кои се типични за сите четириаголници кои сме ги групирале во оваа класа на четириаголници.

Математички поим е објект или однос помеѓу објектите (релација). Така, на пример, *квадрат* е математички поим. Објектите кои во себе го содржат овој поим се предметите, додека поимот квадрат го сочинуваат битните карактеристики: четири еднакви страни и четири еднакви (прави) агли. Тие својства ги издвојуваме и на таков начин го формираме поимот квадрат.

Не можеме да кажеме дека секоја индивидуа има иста претства за одреден поим. Тие кои почесто се служат со некој одреден поим, ја простудираат се соочуваат во текот на стекнување на некое искуство и слично (на пример, наставниците по математика) имаат порафинирана порафинирана идеја за одреден поим, за разлика од другите на кои математиката не и е професија. Појасна претстава што претставува одреден поим се создава при соочувањето на индивидуата со искуство кое е поврзана со конкретен предмет или настан.

Секој математички поим се означува со *термин*, кој обично се состои од еден или неколку збора, но може да биде преставен и со некој знак (симбол).

²¹ Webster's Third New International Dictionary (1993), стр. 469.

²² Лешкоски, И. (2002), *Педагошки речник*, Скопје: Друштво за книгоиздателство и услуги Вековишина, стр. 223-224.

Формирањето на определен поим е сложен мисловен процес, кој обично почнува со *перцепција* (восприемање), каде во израз доаѓа методот на набљудување, потоа продолжува со запомнување на дадените (определените) својства и создавање претстава за класата објекти, каде во израз доаѓа методот на обопштување, и завршува со формирање сознавање за некое апстрактна карактеристика за разгледуваната класа на објекти, каде во израз доаѓа методот на апстракција.

Главното создавањето на поим е резултат од четири фактори:²³

- *Физичка зрелост* – која првенствено се однесува на биолошкиот раст и развој на централниот нервен систем, кој варира од човек до човек.
- *Физичко искуство* – искуство поврзано со манипулацијата со материјали, предмети или идеи.
- *Социјализација* - значи кога се јавува дискусија меѓу две или повеќе индивидуи за некое идеја кое се однесува на конкретен поим или тема.
- *Самонасочување* - е активниот ментален процес кој се користи при развивањето и појаснувањето на поимите.

За да се постигне соодветно и коректно разбирање за одреден поим, влијаат многу фактори, кои пред сè се резултат на стекнатите физички искуства и нивото на социјализација во самата околина. Достигнувањето на нивото на разбирање за конкретен поим може да биде задоволително од моментот кога индивидуата воспоставува интеракција помеѓу предходните знаења и информации, од една страна, и добиените нови физички искуства. Додека трае оваа интеракција, во одредени моменти, поединецот мисли дека неговите идеи се совпаѓаат со неговата логика, но има моменти кога мисли дека тоа не е така. Социјалната интеракција служи како метод за поттикнување на менталната активност. Менталната созреаност на личноста мора да биде соодветна на конкретниот ментален предизвик. Самонасоченоста е бескорисна кога личноста се обидува да користи ментална активност, со кое се уште не е подготвена да се справи.

Пример 1: Поимот *топка* е познат поим за децата уште од најраната возраст. Визуелно тие тоа го измислуваат како тркалезен предмет кој, кога ќе се пушти, ќе отскокнува по надолна патека. Во моментот кога на детето им се дава можност да има непосреден контакт со топка наменета за кошарка, кај него се создава потешкотија да го усвојува овој поим пресликан во друг предмет (топка за кошарка). Во процесот на прилагодување, односно социјализација со околината (чест контакт со топката за кошарка), се принудува личноста да го преиспита своето мислење околу конкретен поим и да го измени својата идеја поврзана со тој поим.

Еден од најважните принципи кој треба да го следи еден наставник по математика, е да не претпоставува дека учениците имаат прифатливо разбирање дури и за основните математички поими. Исто така, наставникот треба да се фокусира на начините на кои ги охрабрува своите ученици отворено да ги искажуваат своите разбирања на концептите, за да можаат да ги дискутираат своите идеи со соучениците и наставниците. Од суштинско значење е, наставникот да им овозможи на своите ученици соодветни физички искуства и социјална интеракција, за да можат да продолжат со истражувањето и преиспитувањето на валидноста на своите идеи. Со помош на ваквите видови искуства, учениците ќе продолжат да ги разјаснуваат и развиваат своите сфаќања за поимите.

²³ Алексова, А., Браун, Д-р Катерине, Кондовска, Л., Шопкоски, Г. (2009), *Наставата по математика на 21-от век*, Скопје: УСАИД Македонија, стр.58-59

2.1.4. ДЕФИНИРАЊЕ НА ПОИМИ

Имајќи ги во предвид барањата на модерната логика, дефиницијата како поим не сме во можност, потполно на задоволувачки начин, да го опишуваме.

Дефиниција е логичка постапка за одредување на содржината на поимот, со помош на неговото разликување од координираните поими. Во наставниот процес, дефиницијата е најчесто формулација на резултатот до кој дошле учениците со мисловна обработка на фактичкиот материјал.²⁴

Реченицата со кое се открива содржината на еден поим, т.е. се набројуваат неговите суштински својства со чија помош се издвојуваат сите објекти што ги имаат споменатите својства и само тие објекти, се вика *дефиниција на тој поим*.²⁵

Со други зборови, со помош на дефиниција го опишуваме поимот и ги искажуваме неговите најбитни својства, со помош на поимите кои ги сметаме како *основни поими*, односно со помош на поимите кои порано се формирани (дефинирани) и со помош на некои зборови на говорниот јазик.

Со помош на дефиницијата воведуваме нови математички *термин* за множеството на сите објекти (предмети, односи, процеси), кои поседуваат одредени заеднички својства.

Секогаш при дефинирање на еден поим, треба да се почитува едно класично правило според кое, на поимот кој се дефинира, со дефиниција треба да му се одреди *најблискиот родов поим и специфичната разлика по кој поимот* (кој е подлегнат на процесот на дефинирање) се разликува од останатите поими кои се содржаат во родовиот поим. Таквите дефиниции со кои се укажува на родовиот поим и на специфичните разлики се нарекуваат *карактеристични дефиниции*.

Пример 1: да ги разгледаме следниве две дефиниции кои се однесуваат на дефинирањето на поимот *ромб*: *Ромб е паралелограм со сите еднакви страници* и *Ромб е четириаголник со сите еднакви страници*. Иако преку нив е искажано вистината, односна точноста на дефиницијата (бидејќи ромбот е паралелограм, но е и четириаголник), втората дефиниција за ромб не е соодветна за дефинирање на поимот ромб, од причина што не му е одредена најблискиот родов поим и специфичните разлики по кои се разликува од останатите содржини на останатите поими кои се содржат во родовиот поим. Всушност, имаме различни четириаголници, и такви кои не се паралелограми. Првата дефиниција е поодветна за дефинирање на поимот ромб, од причина што во низот: четириаголник, паралелограм, ромб, поимот паралелограм е најблизок родов поим на поимот ромб и поради таа причина е земено за да се дефинира поимот ромб. Ако дадената прва дефиниција за ромб (*Ромб е паралелограм со сите еднакви страни*) се осирумашува за делот “со сите еднакви страни”, тогаш останатиот дел на дефиницијата за ромб (“*Ромб е паралелограм*”) не е доволно за дефинирање на поимот ромб, бидејќи, од друга страна, и правоаголникот е паралелограм со сите еднакви страни, но не се ромб. Делот од дефиницијата “со сите еднакви страни”, односно наведената специфичност, ја разликува ромбот од останатите паралелограми, со што двоумењето поврзана со дефинирање на поимот ромб е острането, со што можеме да констатираме дека првата формулација за ромб (*Ромб е паралелограм со сите еднакви страници*) е соодветна дефиниција за поимот ромб.

Некој поим може да и припадне на различни низови на поими формирани во однос на релацијата родов поим.

²⁴ Лешкоски, И. (2002). *Педагошки речник*, Скопје: Друштво за книгоиздателство и услуги Вековишнина., стр. 81.

²⁵ Целаоски, Д-р Н. *Дидактика на математиката со прирачник за студенти и наставници*, Скопје: Нумерус, стр.90.

Пример 2: Квадрат и припаѓа на низот на поимите: *четириаголник, паралелограм, ромб, квадрат*, или пак на низот составен од поимите: *четириаголник, паралелограм, правоаголник, квадрат*, па врз основа на изнесеното, можеме да ги изведеме следниве дефиниции за поимот квадрат: *Квадрат е ромб чии агли се прави*, односно *Квадрат е правоаголник чии страници се еднакви*.

Меѓутоа, дефиницијата на некој поим може да се даде и преку родов поим што не е најблизок до дефинираниот поим, но во такви случаи потребни се повеќе видови одлики (признаци), чиј број може да се намали само ако се изнајде најблискиот род за дефинирање на нов вид.

Пример 3: Дијаметар на кружница е тетива што минува низ центарот на кружницата.

Една дефиниција може да се смета како логички правилна, ако дефинирачкиот поим и дефинираниот поим се еквивалентни.

Пример 4: Природниот број n е сложен ако и само ако има барем три природни делители.

Некој поим може да има и повеќе еквивалентни специфични (карактеристични) својства по кои се разликува од останатите поими содржани во истиот родов поим. Таквиот поим можеме да го дефинираме и на повеќе начина.

Пример 5: Поимот паралелограм можеме да го дефинираме на следен начин: *“Паралелограмот е четириаголник чии спротивни страни и се меѓусебно паралелни”* или *“Паралелограмот е четириаголник чии спротивни страни и се еднакви”*.

Од горенаведеното можемо да го изведеме и следното:

- Дефиницијата на еден поим е реченица со помош на кое се укажува на најблискиот поим и се искажуваат нееквивалентните карактеристични својства на тој поим, со помош на поимите за кои сметаме дека се основни, поими кои порано се изградени (формирани, дефинирани), како и со помош на некои зборови од говорниот јазик.²⁶

Значи, дефиницијата е реченица со кое се воведува некој нов поим, врз основа на веќе познатите поими.

Пример 6: Квадрат е правоаголник со еднакви страни.

Иако дефиницијата со помош на најблискиот род и видова одлика е најраспространета во математиката, математичките поими правилно можат да се дефинираат и на други начини. Ќе наведеме некои од таквите видови на дефиниции:

- *Генетичка дефиниција* – дефиниција со кое се опишува процесот на формирање (настанување) на поимот што се дефинира.

Пример 7: Аголот настанува со ротација на полуправата околу нејзината почетна точка.

Да забележиме дека поимот *агол* обично се дефинира на следниов начин: *Агол е дел од раван опфатен помеѓу две полуправи или помеѓу две прави OA и OB (кои се нарекуваат страни на аголот) кои прозлегуваат од иста точка O (кој се нарекува теме на аголот)*²⁷.

Да воочуваме дека описот на процесот во првата дефиниција, всушност го заменува карактеристичното својство што е употребено во втората дефиниција на агол.

- *Рекурзивна дефиниција* – е дефиниција со кое се задаваат:

- i. почетни елементи од класата објекти што се дефинираат,

²⁶ Malinović, Dr. T., Malinović-Jovanović, N. (2002), *Metodika nastave matematike*, Vranje: Učiteljski fakultet, str.38.

²⁷ Rushiti, A. (2008), *Fjalor terminologjik i matematikës*, Tetovë: KMI Paskal, fq.228.

ii. правила за формирање на нови објекти од веќе формираните (тоа најчесто се рекурзивни врски),

iii. ограничување, т.е. логичко толкување дека со i. и ii. се исцрпуваат сите објекти од разгледуваната класа.

Пример 8:

i. даден е реалниот број a_1 ,

ii. дадена е врска (правилото): $a_n = a_{n-1} + d$, $n = 2, 3, 4, \dots$ каде што d е фиксиран број,

iii. членовите на аритметиката прогресија се a_1 и секој a_n што е добиен од i. и ii., и никои други.

- *Дефиниција искажана со симболички јазик* – е дефиниција кое често се користи во математиката и се дадено во вид на равенства.

Пример 9:
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$$

- *Описната дефиниција* – кое по правилно е да се нарекува *опис на поим*, кое всушност не е дефиниција, но е “блиска” до дефиницијата. Описот на поим (описната дефиниција) претставува логична реченица, кој се користи само во случаи кога не е можно да се даде дефиниција на разгледуваниот поим (пример: точка, права, рамнина, број, ..., кои најчесто се објаснуваат со некој модел). Описот на поимот, во некои случаи ја заменува или ја дополнува дефиницијата на некој поим со информација што го конкретизира поимот или ги проширува врските со други поими.

Пример 10: Точката се претставува со допир на молив до хартија, креда до табла и сл. (Инаку, точката е основен поим во геометрија и во аксиоматичната градба на геометријата, и како таква не се дефинира).

- *Индиректна дефиниција* – кое често се нарекува и *аксиоматска дефиниција*, дефиниција со кое се дефинира поим со помош на аксиоми, кои ги откриваат својствата и врските меѓу основните поими: точка, права и растојание, без да се даде директен опис на тие поими.

Пример 11: Петте аксиоми предложени (во 1889 година) од страна на Ѓузепе Пеано (Giuseppe Peano, 1858-1932) за аксиоматска изградба на системот на природните броеви.

- *Контекстна дефиниција* – е дефиниција кое може да биде зададена во општиот текст (т.е. “во контекст”), а не посебно.

2.1.5. ОСНОВНИ ПРАВИЛА ЗА ДЕФИНИРАЊЕ НА ПОИМИ

Во наставата по математика мора до крај да се инсистира на правилност и прецизност при изведување на дефиниција.

Основните правила кои треба да се запазат при дефинирање на поимот се:

1. Дефиницијата треба да биде потполна, јасна, логичко совршена и без излишни додатоци, т.е. без да вклучува својства кои што се логички зависни едно од друго.

Пример 1: Четириаголникот кај кој сите агли и страни се еднакви се вика квадрат.

2. Дефиницијата треба да биде усогласена (сразмерна), т.е. дефинирачкиот поим да е сразмерен (ниту поширок, ниту потесен) со обемот на поимот што се дефинира.

Пример 2: За природниот број n ќе велиме дека е сложен број ако има барем три природни делители.

3. При процесот на дефинирање на поимот не се влегува во логички бесмислен круг (*circulus vitiosus* – расипан круг), т.е. не смее видов поим да се дефинира со родов поим, а потоа родовиот поим да се дефинира со видов поим. Во случај на кретање во круг, и двата поими остануваат недефинирани.

Пример 3: “Две прави се викаат заемно нормални, ако се сечат под прав агол“, а веднаш потоа: “Еден агол се вика прав агол ако неговите краци се заемно нормални“.

4. При дефинирање на поимот да не отсуствува, односно да не биде изоставен, родовиот (дефинирачкиот) поим.

Пример 4 (пример каде е изоставен родовиот поим): “Сложен број е она што има барем три делители“.

5. Дефиницијата (по можност) да не е негативна.

Пример 5: Ако еден број не е прост, тогаш ќе велиме дека е сложен.

6. Дефиницијата треба да биде “минимална“, т.е. треба да е дадена со помош на најблискиот род.

Пример 6: “Правоаголник е паралелограм со прав агол“ (кој претставува дефиниција кое е минимална, што не е и случај со дефиницијата “Правоаголник е четириаголник што има прав агол и два пара паралелни страни“.

7. Дефиницијата да не е противречна, т.е. при дефинирањето на еден поим, неговиот обем не смее да биде празно множество.

Пример 7 (каде обемот на “дефиницијата“ е празно множество): “Триаголник со еднакви висини се вика рамностран триаголник“ е противречен, зашто не постоји ниеден триаголник со такви својства.

И покрај тоа што во наставата по математика до крај се инсистира на правилност и прецизност при искажување на дефиниција за одреден поим, сепак во тој процес можно е да се појавуваат и некои грешки.

Ова најчесто се појавува ако дефиницијата се воведува само формално, прескокнувајќи го развојниот пат на изградба на поимот.

Таквите типични грешки кои се јавуваат при дефинирањето на математичките поими, а за кои треба да се најде начин истите да се корегираат, се од видот кога:

1. Се наведува погрешно родов поим.

Пример 8: “Ромб е кос квадрат“. Ова “дефиниција“ не е исправна, бидејќи ромбот се дефинира со помош на квадрат, а познато ни е дека секој ромб не е квадрат, што значи дека поимот “квадрат“ не е родов поим на поимот ромб. Наспроти ова, секој квадрат е ромб, бидејќи сите негови страни се еднакви, па ромб е родов поим на поимот квадрат, па затоа ромб не може да се дефинира со помош на квадратот.

2. Видот на разликата не е одредена.

Пример 9: “Квадрат е специјален правоаголник“ не претставува дефиниција на квадратот, бидејќи не е одредена видот на разликата (не е јасно што се подразбира со поимот “специјален“).

3. Поимот се дефинира со помош на еквивалентни својства.

Пример 10: “Рамностран триаголник е триаголникот со еднакви страни и еднакви агли“. Ваквата дефиниција, во реалност не е погрешно поставена, но е непрактична, бидејќи својствата *еднакви страни* и *еднакви агли* се еквивалентни, и како такви, едната од својствата е сувишна.

4. Поимот се дефинира со помош на родовиот поим, но не и најблискиот.

Пример 11: “Квадрат е четириаголник чии страни и агли се еднакви“. Квадрат е четириаголник, но за него најблиски поими им се “правоаголник“ и “ромб“. Токму од овие

причини, дефиницијата треба да гласи: “Квадрат е правоаголник со еднакви страни” или “Квадрат е ромб со еднакви агли”.

1. Кога “дефинициите” се циркуларни, односно кога имаме ситуација на кретање во круг.

Пример 12: “Број два е својство на сите дваелементни множества” и “Скуп на последователни точки на права ја сочинуваат правата”. Во овие примери, бројот два се дефинира со помош на бројот два, односно (во вториот пример), права се дефинира со помош на права.

2.1.6. СОДРЖИНА И ОБЕМ НА ПОИМИТЕ

Содржина на поимот претставува множество на сите битни карактеристики кои ги имаат сите објекти/релации опфатени во тој поим. Множеството на сите поединечни објекти/релации (предмети, појави, процеси) на кој тој поим може да примени се нарекува *обем на поимот*.

Значи, секој математички поим во себе обединува множество објекти или релации, кое го нарекуваме *обем на поимот*.

Пример 1: Содржината на поимот паралелограм го сочинуваат својствата: паралелност на спротивните страни, једнаквост на спротивните страни, једнаквост на спротивните агли, суплементарност на соседните агли, меѓусебно преполување на дијагоналите. Секое од овие својства е потребно, но е и доволно, бидејќи тие својства се еквивалентни. Обемот на поимот паралелограм го сочинуваат сите паралелограми, вклучувајќи ги и ромбите, правоаголниците и квадратите.

Пример 2: Ако некој природен број има за делител само бројот еден и себе си како број, тогаш за него ќе велиме дека е *прост број*.

Множеството $\{1, 2, 3, 5, 7, \dots\}$ е обемот на поимот прост број, а содржината на поимот прост број е престапен со својството: број што има за делител само бројот еден и себе си како број.

Содржината и обемот на поимот се заемно поврзани, односно содржината строго го определува обемот на поимот и обратно, обемот на поимот наполно ја определува содржината на поимот. Имено, ако содржината на еден поим се прошири, тогаш неговиот обем ќе се смали, и обратно.

Пример 3: Ако се прошири содржината на поимот *сложен број* “има барем три природни делители” со: “и е помал од 16”, тогаш обемот на поимот се стеснува – се добива множеството $\{4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15\}$.

Пример 4: Да ја разгледаме класата: “паралелограми, такви што, во кој било од нив, сите страни, како и сите агли, се еднакви меѓу себе”. (Очигледно, се работи за поимот квадрат, т.е. за класата квадрати).

Ако содржината “сите страни, како и сите агли, се еднакви меѓу себе” се стесни (т.е. се осиромаша) со отфрлање на делот “како и сите агли”, тогаш ќе се добие класата: паралелограми, такви што, во кој било од нив, “сите страни се еднакви меѓу себе”, т.е. класата ромбови.

Значи, содржината на поимот го менува обемот на поимот и обратно, односно со проширување на содржината (со додавање на нееквивалентните својства), се стеснува (се смалува) обемот на поимот. И обратно, со намалување на содржината на поимот, се проширува обемот на поимот.

Значи, ако ги гледаме два поима така што обемот на едниот поим е подмножество на другиот поим, тогаш поимот со поголем обем е род (родов поим) за поимот со помал обем, додека поимот со помал обем е видова одлика (врста) на поимот со поголем обем.

Пример 4: Провоаголникот е родов поим на квадратот, додека квадратот е видова одлика на правоаголникот.

Поимот може да биде *јасен* или *нејасен*. Јасни поими се оние поими за кои точне се знае кои објекти влегуваат во обемот на тој поим или се познати сите карактеристични својства на тој поим. Поим е нејасен ако во обемот на поимот, покрај објектот кој влегува во тој поим, се сврстуваат и објекти кои не им припаѓаат на таквиот поим или ако не се познати некои битни својства.

Пример 5: Ако во групата на правилните многуаголници се сврстува и правоаголникот, поимот на правилниот многуаголник е нејасен.

2.1.7. УСВОЈУВАЊЕ НА МАТЕМАТИЧКИТЕ ПОИМИ

Математиката е апстрактна наука, неговите поими се апстрактни. Математичките поими се далеку по апстрактни од поимите од секојдневниот живот. Поголемиот дел од секојдневните знаења детото ги стекнува преку директниот контакт со средината.

Математичките поими не можат да се формираат спонтано (преку средба во реалноста), туку само индиректно, со помош на тие кои веќе ги имат совладувано, т.е. наставникот.

Учењето на математичките поими поминува пат од интуиција до апстракција. Наставникот ги планира чекорите (фазите) низ кој ученикот поминува во тој процес.

Детето од помала возраст го запознава светот преку гледање, чувствување и испитување на предмети преставени во физичка форма. Потоа, почнува да ги препознава зборовите со кои тие предмети се обележуваат (изговорениот збор е апстракција на реалноста), а покасно почнува и да ги препознава и фигурите (сликите) на тие предмети. На крајот ги препознава писмените знаци со кои ги прикажува (на пример, напишаниот збор кој претставува поим или симбол). Слично се развиват и детските математички искуства.

Значи, усвојувањето на математичките поими се одвива според следниот редослед:

- И – искуство над физичките предмети,
- Г – говорен јазик со кој се опишува искуството,
- С – слики кои го прикажуваат искуството,
- З – пишувани знаци кои ја прикажуваат искуството.

Секое учење на математика во најниските одделенија мора да тргнува од И – искуствата и Г – говорниот јазик. Тек потоа доаѓаат сликите С (во учебникот) и учењето на знаци З. Усвојувањето на апстрактните содржини се одвива по редоследот И-Г-С-З.

Во математика претежно се усвојуваат поимите, за разлика од другите предмети кај кои најчесто се усвојуваат фактите.

Најважни математички поими во почетната настава се броевите, операциите со броеви, формите, релациите: повеќе, помалку, еднакво, подолго, пократко, еднакви должини,..., за да понатамо се сретнуваме со поимите: функција, множество, алгебарски изрази,...

За да некое дете ги усвојува почетните математички содржини треба да биде способен да врши неколку математички активности неопходни за усвојување на

математичките поими. Темелните активности за усвојување на математичките поими се развиват пред ученикот да поаѓа во училиште.

Една од многу понудени насоки за соодветно учење на математичките содржини е теоријата понудено од страна на Ван Хиле,²⁸ каде централно место му е резервирано на искажаната сопствена активност на ученикот.

Понудениот модел на структурирање на процесот на наставата и учењето од страна на Хил не упатува кон планирани и смислени активности на учениците до формирање на поими. Корените на неговата теорија се наоѓаат во теоријата на познатиот швајцарски психолог Жан Пијаже (1896-1980),²⁹ со одредени меѓусебни разлики.

Некои од тие разлики се:³⁰

- Психологијата на Пијаже се однесува на психологија на развојот на детето, а не на учењето,

- Теоријата промовирана од страна на Пијаже не го тангира прашањето поврзано со поттикнување на детето да напредува од едно во друго ниво,

- Кај Пијаже, улогата на јазикот во движењето од едно во друго ниво не претставуваше приоритет, наспроти Хил кој токму на ова им придава особено значење.

Ученикот, во процесот на усвојување (учење) на наставните содржини по математика поминува низ одредени фази кои се манифестираат преку негови специфични однесувања.

Ван Хил ги разликува следните фази (нивоа) на однесување кај учениците во процесот на учење:³¹

- *Фаза на визуелноста*, во кое ниво учениците се во доменот на превземање на акции, во кои рамки ги обработува и добиените информации,

- *Фаза на дескриптивноста*, е ниво каде учениците размислуваат за структурите од првото ниво и ги уочуваат различните односи во некоја друга сфера на односи, каде таквите односи и елементи описно се преставени,

- *Теоретското ниво* заснована на логички основи претставува трета фаза на однесување на учениците. Во ова фаза учениците се свесни за некои односи, се обидуваат да ги изразуваат со зборови и полека учат да го користат математичкиот јазик,

- Четвртата фаза е нивото на воведување на *формално логичкото* во процесот на учење на содржините. Во ова етапа на однесување, учениците користат аксиоми и теореми и се запознаени со формалната процедура при процесот на докажување,

- Петтото ниво е нивото во кое учениците ја разбираат природата на логичките закони, односно е фаза во кој учениците градат општ поглед за се што имат научено во внатрешноста на одредена наука.

Сите наведени фази и нивоа на учење се карактеризираат со флексибилност. Секоја фаза зависи од конкретната наставна содржина, природата и логиката на учење на содржината. Секоја фаза им се прилагодува на математичките содржини, а не спротивно.

Размислувањето во едното ниво е условена од структурите од предходното ниво.

Заклучоците од едно ниво не се изведуват врз основа на врските во мрежата на односите кои постојат во предходното ниво, туку врз основа на врските кои постојат

²⁸ Van Hile, P. (1986): *Structure and Jusight. A Theoery of Mathematics Education*, Academic Press, INS.

²⁹ Истражувањата извршени од страна на Пијаже се подлегнати на многу преиспитувања и критики, како од страна на современите истражувачи, така и од најновите. Виготски, Брунер, Галјперин и многу други, покрај истакнувањето на големиот допринос и значење на теоријата на Пијаже за развој на психологијата, ги преиспитувале некои негови резултати, ги оспорувале и ги имат осветлени од друг аспект. Книгата на Маргарет Доналдсон "*Ум детета*" и на David Wood "*Како дјеца мисле и уче*" претставуваат значаен прилог за тие расправи.

³⁰ Zeljić, Mr. M. (2005). Nivoi u procesu učenja matematičkih pojmova, Beograd: Pedagogija LX, 4, str.544.

³¹ Van Hile, P. (1986): *Structure and Jusight, A Theoery of Mathematics Education*, Academic Press, INS.

помеѓу нив. Учениците кои имаат слаба развиена мрежа на односи на второто ниво, нема да можат да изведуваат заклучоци на третото ниво.

Напредувањето од едно на друго ниво не е природен процес, туку тоа се одвива преку настава и учење и е условен со развојот на новиот јазик на размислување во секое ниво посебно, јазик кој се разликува од ниво во ниво.

Тргувајќи од аналогијата со нивото на учење, Ван Хил ги изведува следните фази на наставниот процес:³²

1. *Фаза на информирање* – Во овој дел на наставниот процес се истакнува улогата на наставникот во воспоставување на интеракција помеѓу него и учениците и со самите ученици, користејќи ги детските искуства, со развивање на разговор со помош на јазикот познат за учениците,

2. *Фаза на истражување* (водена ориентација) – во која водството на текот на наставниот процес и правилното насочување на учениците кон разбирање на одредена структура од страна на наставникот е од исклучителна важност,

3. *Фаза на објаснување* – не подразбира објаснување за одредена структура од страна на наставникот, туку, со нивна помош, да се насочат учениците во насока на давање на свое мислење правилностите кои ги има учено низ процесот на учење. Наставникот води сметка учениците да развиваат одреден јазик, односно да не го мешат описот на ситуацијата и стручниот јазик,

4. *Фаза на слободната ориентација* – Во ова фаза учениците веќе се запознаени со природата на проблемот, свесни се за односите кои постојат помеѓу поимите кои го карактеризираат проблемот и познати им се симболите кои и кореспондират. Учениците во ова фаза на наставниот процес бараат сопствен начин на решавање на проблемот,

5. *Фаза на интеграција* – Учениците во ова фаза градат сопствен систем на поими, кои им овозможуваат самостојно делување во процесот на стекнување на знаења.

³² Zeljić, Mr. M. (2005), Nivoi u procesu učenja matematičkih pojmova, Beograd: Pedagogija LX, 4, str.547.

3. МАТЕМАТИЧКИ НАСТАВНИ ПРИНЦИПИ

“Всушност, за да некој образува некој човек, мора да биде татко или повеќе од човек“
(Ж.Ж. Русо)

Под поимот *принцип* се подразбираме нешто како основна постапка, идеја, основно правило, општ заклучок кој произлегува од распознавање на светот и кој се втемелува во основата на една теорија, на една наука, на поглед кон светот, на поглед кон животот; основно правило, насочена идеја според кое се гради нешто.³³

Почетната настава по математика претставува комплексен процес, кој се состои од многу компоненти, од кои три се најважни:

- Стекнување на одредени математички знаења, умеења и навики;
- Развивање на интелектуалните способности; и
- Градење на позитивните карактеристики на личноста на човекот.

За да се остваруваат овие компоненти, наставниот процес мора да се одвива според некои дидактички принципи, односно воспоставени правила, на кои треба да и се придржуваме во тој процес, и кои обезбедуваат ефикасна настава.

Таквите начелни ставови (начела) се нарекуваат *наставни принципи*, и тие се изведуваат од целта и задачата на наставата, законитостите на наставниот процес и законитостите на психовизичкиот развој на ученикот, поради што и нивната квалификација не е единствена.

Значи, наставните принципи како воспоставено правило, истовремено се применуваат во секој процес на создавање, за разлика од правилата кои произлегуваат од наставните содржини, кои се применуваат само во одредени наставни ситуации.

Бројот на принципите (начелата) на кои се втемелува наставата по математика е различит, што е последица на функцијата на научните сознанија за воспитно-образовниот процес. Тие принципи не се хијерархијски уредени според вредноста и улогата. Таква градација не е можна да се воспостави затоа што секој принцип е Исклучително важен, а не спореден аспект на почетната настава по математика.

Правилен избор на системот на принципите е од голема важност за наставата по математика, бидејќи со тоа се обезбедуваат основните предуслови за успешна настава. Поради тоа, изборот на принципите мора да се базира и на некои специфичности, по кои почетната настава по математика се разликува од наставата кое се изведува на погорните нивоа на образованието.

Значи, вреди правилото: добро организирана и добро изведена настава, на еднаков начин ги прифаќа и ги остварува сите наставни принципи, и како таква, наставата може да се смета како квалитетна и може да биде фактор на математичкото воспитание и образование.

За наставата по математика, од посебно значење се следните дидактички принципи:³⁴

1. Принцип на конгнитивност,
2. Принцип на активност,
3. Принцип на нагледност,
4. Принцип на достапност,
5. Принцип на систематичност и последователност,

³³ Rushiti, A. (2008), *Fjalor terminologjik i matematikës*, Tetovë: KMI Paskal, fq. 387.

³⁴ Малчевски. Р. (2001), *Методика на наставата по математика*, Скопје: Алфа 94, стр. 44.

6. Принцип на индивидуален приод и диференцираност во наставата,
7. Принцип на трајност на знаењата, умеењата и навиките и
8. Принцип на соодветна организација и реализација на наставниот процес, согласно средината во кое се реализира.

3.1. ПРИНЦИП НА КОНГНИТИВНОСТ

Еден од битните елементи за изведување на успешна настава по математика, и во општо, е создавање на позитивен однос на учениците кон работата на часовите по математика, преку поттикнување на мотивите за изучување на математика, со создавање на добра наставна клима, интерес за настава, истакнување на значењето на математиката за прогресот во општеството и т.н.

Разбирањето на наставните содржини, како процес во кој имаме конгнитивност, започнува со појаснување на проблемот кој треба да се реши.

Во процесот на наставата по математика, во текот на усвојување на разни математички особености, посебна важност треба да им се даде на јасно и правилно усвојување на поимите, поими кои треба да се поставуваат и консеквентно да се реализираат во објектите кои се предвидени уште во почеток, за таа наставна единица.

Според овој принцип, ученикот треба да го разбира суштинското на тие активности, што е најважно и што е најбитно. Фактички, ученикот треба да ги владее тие елементи кои се формулирани при определување на објективите (целите) на содржината и во кое се предвидени сите математички активности кои треба да се организираат, во однос на реализација на тие објективи.

Со помош на патишта, откриени врски, класификации и други активности, во текот на правилен процес на усвојување на знаења, реферирајќи им се и на методите на математичкото размислување, кај учениците се развиваат и способности за откривање, кои претставуваат основа на здрави достигнувања и усвојувања.

Пример: При издавање на поимот *дропка*, уште од одделенска настава се прават првите чекори на правилно и здраво усвојување на сознанијата за дропките и уште во тие чекори се воспоставуваат одржливи основи на знаења за множеството на рационалните броеви. Класификацијата на тој поим, поставувањето на адекватните прашања во врска со дропките, начинот на мотивација, поводот за проширување на множеството на природните броеви во множеството на рационални броеви, прнаоѓање на сличностите (заеднички елементи) со множеството на природните броеви, се основа добиените знаења во врска со дропките да не се осакатени и формални.

3.2. ПРИНЦИП НА АКТИВНОСТ

Под *активност на ученикот* се подразбира таква состојба на дејствување, при кое конгнитивно се вложуваат умствени напрегања за здобивање со знаења, без кое е невозможно да се усвојуваат знаења и умеења, па затоа истата мора да биде постојано поттикнувана од страна на наставникот.

Активноста на субјектот е *conditio sine qua non* на секој ученик. Без сопствена активност на ученикот, не можат да се усвојуваат содржините на почетната настава по математика. Активноста на ученикот е универзален и перманентен услов за учење.

Суштина на овој принцип се состои во тоа што учениците *активно* учествуваат во свесното усвојување на знаења, умеења и навики.

Учењето во наставата не смее да се сведе само на слушање, набљудување, помнење и репродукција на тоа што се соопштува. Свесната активност на ученикот во настава зависи од нивното сваќање и разбирање на целта на наставната единица и на задачите кои се неа треба да се остваруваат.

Затоа, секогаш кога е можно во настава, преку современите форми на настава, како што се: индивидуализирана, диференцирана и проблемска настава, учениците треба да се покренуваат на активност.

Пример: Ако сакаме учениците самостојно да дојдат до правилата за *од еден број да се одземе еден друг број кој претставува збир од два броја*, тоа може да се изведе со помош на проблемска задача, преку поставување на истиот проблем во неколку варијанти:

а) Купувачот, во иста продавница за прехранбени производи, купува сирење и леб и заедно ги плаќа и двете намирници. Како продавачот ќе го пресмета износот на парите што треба да им го врати на сопственикот, ако купувачат приложил за исплата 500 денари, а сирењето чинело 245, а лебот 18 денари?

Ученикот, на самостоен начин, врши анализа на задачата и го изведува изразот:
 $500-(245+18)$

Ако поголемиот број на ученици не го изведе израз што одговара на дадената ситуација, наставникот поставува дополнително прашање:

- Колку денари приложил при исплата купувачот?

(Одговор: 500).

Колку чинеле заедно сирењето и лебот?

(Одговор: $245+18$).

Сега составете израз и помогнете му на продавачот да пресмета колку денари треба да и врати на купувачот

(Учениците пишуваат: $500-(245+18)$).

б) Купувачот, прво купува сирење во продавница, а потоа леб во една пекара. Да се состави, со помош на еден израз, постапка со која купувачот може да ја пресмета износот на пари што му останале по исплата на купеното сирење и лебот.

Учениците пишуваат: $(500-245)-18$.

На учениците кои не понуделе соодветен израз, им се поставува дополнително прашање, на сличен начин како и во предходниот случај.

в) Купувачот, прво во пекара го купува лебот, а потоа оди во продавница и се снабдува со сирење. Да се понуди израз кој одговара на поставената ситуација?

Учениците, на аналоген начин како во предходниот случај, го составуваат изразот:
 $(500-18)-245$.

После тоа, вредноста на изразот го пресметуваат во сите три случаи и заклучуваат дека имаат иста вредност и пишуваат:

$$500-(245+18)=(500-245)-18=(500-18)-245.$$

Во овој случај, наведените операции со леснотија се изведуваат од страна на учениците.

Значи, улогата на наставникот не е да дава, а учениците да примат знаења, туку тој треба да се постави во улога на фактор кој подготвува, обезбедува, покренува и насочува творечки активности за стекнувањена знаења и вештини, додека пак учениците во тој процес што по успешно да се вклучуваат.

3.3. ПРИНЦИП НА НАГЛЕДНОСТ

Принципот на нагледност, како воспоставено правило кој се применува во секој процес на создавање, е основен принцип и во наставата по математика, кое го помага реализирањето и на другите принципи, бидејќи нагледноста служи како надворешна потпора на умствените дејствија.

Принципот на нагледноста во наставата по математика се реализира со помош на визуелни наставни средства, пред се: модели, цртежи, таблици, шеми, дијаграми, графици, математички симболи и слично, со чија помош теоретските иските знаења стануваат опипливи, односно достапни за сетилата на учениците, со што се придонесува тие да станат поразбирливи.

3.4. ПРИНЦИП НА ДОСТАПНОСТ

Принципот на достапност се состои во создавање на хармонија меѓу наставните содржини, наставните методи и психофизичките можности на учениците, за да можат учениците, со нормално залагање и напрегање, да ги усвојуваат предвидените знаења и умеења.

Обезбедувањето на соодветни нагледни средства, на потребна психолошка и техничка подготовка на учениците за усвојување на новите знаења, подредување на задачите според сложеноста и тежината, конкретизација на добиените обопштенија и погодна дидактичка преработка на наставните содржини, се некои од најважните услови за реализација на принципот на достапност во наставата по математика.

Пример 1: За да се усвои формулата:

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta \dots\dots\dots(1)$$

потребно е да се решава системот на слични задачи од типот:

- i) Да се примени формулата (1) за да се пресмета $\cos(60^\circ - 40^\circ)$ и т.н.
- ii) Применувајте ја формулата (1) на изразот:
 $\cos 60^\circ \cdot \cos 40^\circ + \sin 60^\circ \cdot \sin 40^\circ$
- iii) Споредете ги резултатите добиени под i) и ii).
- iv) Без да се употребуваат тригонометриските таблици, пресметајте:
 $\cos 75^\circ, \cos 30^\circ, \cos 15^\circ, \cos 120^\circ$

3.5. ПРИНЦИП НА СИСТЕМАТИЧНОСТ И ПОСЛЕДОВАТЕЛНОСТ

Принципот на последователноста тесно е поврзано со систематичноста, од разбирлива причина за наставата по математика, за да се насочи вниманието првствено на последователното учење.

Принципот на последователност зависи од психолошката причина да одредена наставна содржина не може да се разбира и учи, а да предходно да не се разбрани и усвоени релевантните содржини. Овај принцип има големо значење во процесот на усвојување на наставното градиво, каде стекнувањето на една содржина станува услов за учење (стекнување) на другата содржина, а стекнувањето на другата содржина е услов за учење на третата содржина и т.н.

Во наставата по математика знаењата се стекнуваат како систем на поими и на факти, а не како множество на изолирани научни елементи (т.е. секое ново знаење мора логички да се поврзува со претходно соодветно сознавање).

Пример 1: Во наставата по математика, на поимот *квадрат* треба да му предходи системот на поими: точка, права, одсечка, скршена линија, многуаголник, четириаголник, правоаголник, квадрат.

Значи, принципот на систематичноста произлегува од логиката на соодветни наставни содржини кои се обработуваат, додека принципот на последователноста налага владеењето со системите да се одвива постепено, односно постапно, чекор по чекор (базирано најчесто од познатото кон непознатото, од лесното кон тешкото, од едноставното кон сложеното, од блиското кон далечното, од конкретното кон апстрактното), а тоа значи да не се преминува на ново се додека предходното не се усвојува.

Пример 2: Ако ни е познато собирањето (збирот) во првата десетка, правилата на собирање и формирање на броевите на другата десетка, тогаш може да се изведе правилото за собирање во другата десетка, односно до нешто што дотогаш на учениците не му е познато. Постапката за двете можни случаи е следно:

- а) $5 + 8 = 5 + (2 + 6)$ (собирање во првата десетка)
 $= (5 + 2) + 6$ (асоциативност)
 $= 7 + 6$ (собирање во првата десетка)
 $= 13$ (формирање на броевите од втората десетка)
- б) $15 + 4 = (10 + 5) + 4$
 $= 10 + (5 + 4)$
 $= 10 + 9$
 $= 19$

3.6. ПРИНЦИП НА ИНДИВИДУАЛЕН ПРИОД И ДИФЕРЕНЦИРАНОСТ ВО НАСТАВАТА

Од емпириските следења и научните истражувања е дојдено до сознанието дека усвојувањето (примањето, обработувањето и помнењето) на математичките информации кај учениците од еднаква возраст (исто одделение) е различна, односно индивидуална за секој ученик, пред се од причина дека математичките способности и математичката подготвеност кај секој ученик е различит.

Принципот на индивидуален приод се изразува преку почитување на разноликостите кај учениците, како предуслов за да се постигне посакуван резултат во наставата по математика.

Индивидуализација на почетната настава по математика е постапка со кое учењето се прилагодува на можностите на секој ученик. Во случајот, треба да се разликуваат субјективната положба на ученикот и објективните услови на наставата по математика.

Со помош на постапките на индивидуализирана настава се овозможува, преку субјективните способности на секој ученик (пред се, интелектуалната способност за учење и предходното знаење), да се достигне максималниот воспитаниено-образовен резултат. Условите на учењето се прилагодуваат на субјектот кој учи, а не обратно.

Принципот на индивидуален приод, приод кој всушност претставува грижа за секој ученик, во наставата по математика се реализира на различни начини, и тоа: преку изучување на индивидуалните математички способности и особености на секој ученик;

преку разработување на дадена содржина, на различни начини, во различни паралелки и за различни групи на ученици (исподпросечните, просечните и надпросечните) во една иста паралелка (преку самостојна работа); преку пренесување на учениците на една математичка информација на различен начин, за да се одговори на различните индивидуални способности на учениците; преку различно реализирање на наставата (задолжително, изборно и факултативно, односно со консултации, секции и слични вонаставни активности, како друг начин, каде имаме диференцирана настава).

Извесна индивидуализација на почетната настава по математика се постигнува со диференцирано изложување на наставното градиво. Диференцирано се нарекува тоа изложеност кое се прилагодува на група на ученици со приближно еднакви способности. Зависно од видот на содржината и начинот на кој се изложува наставното градиво, изложувањето може да се прилагодува на било кое група на ученици.

3.7. ПРИНЦИП НА ТРАЈНОСТ НА ЗНАЕЊАТА, УМЕЕЊАТА И НАВИКИТЕ

Усвојувањето на знаења, умеења и навики, кое е од животна важност за учениците, го наметнува примената на овој принцип во наставата по математика, како основа за продолжување на образованието и нивно применување во практиката.

Принципот на трајност на усвоените знаења и зацврстувањето на формираните умеења и на изградените навики, укажува на неопходноста на перманентно *повторување и примена (изведување) на вежби* за тоа што е научено, како предупредување од можното негово заборавење.

Повторувањето на тоа што веќе е научено, не служи само за да наученото не се заборави, туку и наученото да се прошири, продлабочи и систематизира.

Вежбите се практикуваат за да се обноват одредени (мисловни и физички) работи, поради формирање и утврдување на соодветни умеења и навики. Вежбањето претставува повторување на некое дејствие со кое се стекнува одредена вештина и, по можност, автоматизирање на дејствието позната како *навика*.

Основната цел на вежбањето е образовна, но со него се развиваат и некои морални карактеристики, посебно волјата, упорноста, трпеливоста и слично.

Умеењата (вештините) се знаења кои со помош на вежбите се трансформираат во работа.

Навиките се, сепак, автоматизирани умеења. *Вештина* е здобиена психомоторна способност што овозможува лесно, брзо и точно извршување на некое активност. Вештината е една од етапите и предуслов за стекнување навика.

За остварување на овој принцип треба да се создаваат посебни услови, од кои некои од тие се: инсистирање (од страна на наставникот) на помнење на определена информација, веднаш после неговото разбирање при усвојувањето на знаења и умеење; организирање и поттикнување на интезивна мисловна активност, попатена со соодветна нагледност; соодветно структурирање на наставните единици; организирање на систематско повторување на клучните знаења и умеења и т.н.

4. МАТЕМАТИЧКО МИСЛЕЊЕ

4.1. ПОИМ И ВИДОВИ НА МАТЕМАТИЧКО МИСЛЕЊЕ

Ако на прашањето *дали постои математичко размислување* се одговара потврдно, тогаш може да се смета дека постои и физичко, биолошко, хемиско, географско и т.н., колку што има научни области. Прифатените методи на расудување на математички знаења и оние на другите науки (на пример, биологија), суштински се разликуваат, бидејќи во различни науки се користат различни пристапи кон проблемите. Определените пристапи, т.е. методи на расудување, кои се наложиле да бидат доминантни во една научна област, можат да се согледат преку поучување на историјата на развојот на различни научни области.

Размислувањето е ментална активност со кое се настојува да се реши некој проблем или да се совлада некое тешкотија. Суштина на размислувањето е увидувањето на врските и односите во стварноста. Тој процес ги има овие поимни определувања:³⁵

а) Размислувањето е насочено оперирање со знаци или симболи, со помош на кои се остварува увид во односите;

б) Размислувањето е детерминиран тек на идеи со симболична содржина, поттикнат од проблем или задача кој води кон решение;

в) Размислување е секој процес или активност кое не е доминантно забележувачка, а со кое човекот сфаќа некој објект или аспект на објект или ситуација. Размислувањето се активира доколку кај субјектот постои соодветен мотив.

Математичкото размислување е логичко размислување, односно е размислување со кое се градат математичките поими, се оперира со тие поими и ги окриваат релациите и зависностите помеѓу нив, т.е. се откриваат математички вистини (факти). Значи, со размислувањето се формираат поими за предметите и појавите (во најширока смисла на тие зборови) и се доаѓа до објективните релации и зависности помеѓу нив, до правила кои владеат во одредената област на поими.

Во зависност од тоа како субјектот доаѓа до одредена релација или правило, самостојно или во посредство на некој друг субјект (непосредно или по пат на компјутер, книга, телевизија и т.н.), размислувањето на субјектот се дели на *продуктивно (творечки)* или *рецептивно*.

Преку продуктивното размислување (кое може да биде *конструктивно* и *аналитичко*) субјектот *открива, пронаоѓа*, односно логички расудува, додека преку рецептивното размислување субјектот ја *прима* релацијата, зависноста. Меѓутоа, секое продуктивно размислување поаѓа од некои рецептивни елементи, а понекогаш и рецептивното размислување содржи продуктивни елементи.

Во друга страна, ако субјектот го соопштува размислувањето на некој друг или го применува своето знаење, тогаш за неговото размислување можеме да кажеме дека е *репродуктивна*.

Во наставата по математика, претежно се користи конструктивното математичко размислување, кое ги води учениците самостојно, или со мала помош на наставникот, да градат одредени поими, да уочуваат и пронаоѓат предвидените факти.

³⁵ Лешкоски, И. (2002), *Педагошки речник*, Скопје: Друштво за книгоиздателство и услуги Вековишина, стр. 188.

4.2. МИСЛОВНИ ОПЕРАЦИИ

Субјектот, преку еден сложен процес на размислување, односно преку мисловните активности, доаѓа до математички поим. На сличен начин, со помош на мисловните активности се воспоставува врска помеѓу две или повеќе поими и се доаѓа до *математичкото тврдење*.

Мисловните активности со кои се гради или формира математички поим и со кои се воспоставува врска помеѓу поимите се нарекуваат *мисловни операции*.

Перцепцијата е основниот покренувач на размислувањето, додека мисловните операции и поимите се основните елементи на размислувањето.

Мисловните операции кои учествуваат во конгнитивниот процес на поимот, како и во процесот на расудување (образложение) и заклучување, кои се од голема важност за развојот на математичкото размислување се: анализа, синтеза, компарација (споредување), диференцијација, идентификација, апстракција и генерализација (уопштување). Сите наведени мисловни операции, во процесот на градење на математичките поими, се јавуваат заједно и никако изолирани.

4.3. АНАЛИЗА И СИНТЕЗА

Анализа е специфична мисловна операција кое ги разделува или дели секој сложен состав на помали делови или елементи, односно мисловна операција кое ги расчленува објектите (предметите, процесите, појавите) на составни одредби (својства).

Синтеза, исто така, е мисловна операција, спротивна на анализата, кое ги спојува поедините одредби (својства) во погодна целина, ги соединува запознаените елементи во определена целост.

Анализата и синтезата имаат широка примена во сите делови на наставата по математика.

Пример 1: Со помош на анализа на бројот 368, можеме да установиме дека овој број се состои од 3 стотини, 6 десетки и 8 единици. Со синтеза на овие елементи (цифри) се добива еднаквоста $3 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 8 = 368$.

Пример 2: Мисловните операции, анализа и синтеза, наоѓаат примена и во случаите на изведување на алгоритмите на операциите за пресметување, како во случајот:

$$\begin{aligned} 231 + 548 &= (200 + 30 + 1) + (500 + 40 + 8) \\ &= (200 + 500) + (30 + 40) + (1 + 8) \\ &= 700 + 70 + 9 \\ &= 7 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 9 \cdot 1 \end{aligned}$$

4.4. КОМПАРАЦИЈА (СПОРЕДУВАЊЕ)

Компарација е мисловна операција со кое се доаѓа до констатација на истите или различните одредби на објектот, се со цел да се утврдуваат сличностите или разликите помеѓу тие објекти. Посебно се применуваат при: изградба на математичките поими, изведување на тврдења, заклучоци и решавање на задачи.

Во текот на процесот на изградба на математичките поими, веќе во првата мисловна скала, после анализа, значи после распоредување на објектите според одредени својства

добие ни со помош на органите на сетилото, учениците ги споредуваат таквите објекти и ги воочуваат во нив сличностите и разликите.

Пример: При изградба на поимот *триаголник*, учениците, преку мисловната операција анализа, ги распоредуваат елементите кои го сочинуваат оваа геометријска рамнинска фигура, и тоа според својствата кои ги поседува, меѓу кои има нематематички, небитни и битни својства. Споредувајќи ги објектите, учениците прво ги воочуваат сличностите и разликите помеѓу физичките својства, за да потоа, по примената и на другите операции, да дојдат до битното својство: *е затворена и крива линија и се состои од три должини.*

4.5. ИДЕНТИФИКАЦИЈА И ДИФЕРЕНЦИЈАЦИЈА

Идентификација е мисловен процес на утврдување на еднаквите, додека *диференцијација* е мисловен процес (спротивен од идентификација) кој ги утврдува различните одредби на објектите. Идентификација и диференцијација имаат значење на примена во изградбата на математичките поими и во воспоставувањето на логичките врски помеѓу поимите, т.е. при изведувањето на математичките тврдења.

Пример: Во текот на изградба (создавање) на поимот *број*, учениците ги надгледуваат множествата на броеви и, со подсретство на извршената мисловна операција анализа, ги расчленуваат во нивни својства. При процесот на споредување, ги утврдуваат подударните и различните множества на броеви, според некои својства. Така, преку мисловниот процес на идентификација, кај множествата на броеви го издвојуваме својството “се еднакобројни множества”, според кое множествата се поистоветуваат, додека преку мисловниот процес диференцијација, кај множествата на броеви ги издвојуваме својствата според кои множествата на броеви се разликуваат, а тие се: природата на елементите на множествата, формаот, величината и др.

4.6. АПСТРАКЦИЈА И ГЕНЕРАЛИЗАЦИЈА

За изградба и формирање на математичките поими, а и за математиката во општо, од посебна важност се мисловните операции *апстракција* и *генерализација*.

Преку апстракција се остраниваат нематематичките и небитните својства на објектите, зачувувајќи ги само битните својства, додека пак со генерализација се идентификуваат објектите со зачуваните својства и таа идентификација се пренесува и кај објектите надвор од надгледуваното множество на својства.

Пример: При изградба на поимот *квадрат*, учениците, од реалните објекти кои и надгледуваат, во процесот на апстракција, мисловно го отфрлуваат материјалот од кои материјалите се направени, бојата, намената, еднаквоста на аглиите и сл., а ги задржуваат како битни, карактеристичните својства: правоаголни форма и еднаквост на страните. Со генерализација, учениците ги идентификуваат сите предмети во рамките на набљудуваното множество на предмети кои имаат правоаголен форма и еднакви страници, а потоа таа идентификација ја пренесуваат и на објектите надвор од набљудуваното множество.

Значи, математичките поими се апстрактни поими, т.е. поими кои се апстрахирани (ослободени) од сите својства на материјалната стварност, превземајќи ги својствата од подрачјето на просторните форми и квантитативните односи.

Затоа, кога се зборува за математички поим, како апстрактен поим, се има во предвид поимот кој содржи одредени општи својства од областа на квантитативните односи и просторните форми, додека останатите својства на реалната стварност се занемаруваат.

4.7. ЗАКЛУЧУВАЊЕ

Развивањето на размислувањето кај учениците, како активен процес на создавање, е една од најважните задачи на современата настава во општо, а со тоа и на современата настава по математика.

Мислите, кои можат да имаат различна структура, се градат перманентно.

Градбата на одделни мисли и нивните посебни комбинации ги нарекуваме *форми на размислувањето*. Покрај *поимите* и *тврдењата*, една од главните форми на размислување е и *расудувањето*, кое се реализира, обично, со изведување *заклучок*, најчесто во форма на некакво *тврдење*.

Покрај познавањето на процесот на градење и формирање на математичкиот поим, неминовно е да се знае и мисловниот процес на формирање на *математичкото тврдење*, форма на размислување која настанува со простото воспоставување на мисловните врски помеѓу поимите или формите на размислување, кое се состои во воспоставуваната мисловна врска помеѓу две или повеќе тврдења, со цел да се добива ново тврдење.

Расудувањето се реализира поминувајќи преку еден процес на сложена структура, почнувајќи со утврдување на целта на расудувањето, преку анализа на ситуацијата со издвојување на суштинските моменти од несуштинските, преку поставување на општ план на расудувањето, за да заврши на крајот со остварување на зацртаниот план.

Мисловната активност со помош на кое се откриваат односите помеѓу поимите е *математичко расудување*, а мисловните активности со помош на кои, преминувајќи од еден или на повеќе тврдења, се доаѓа до ново тврдење, се нарекува *математичко заклучување*.

Помеѓу расудувањето и изведувањето *заклучок* нема реска граница.

Пример 1: Тргувајќи од тврдењата: “*Дијагоналите на правоаголникот се еднакви*” и “*Квадратот е правоаголник*”, со помош на заклучувањето, го изведуваме *заклучокот* “*Дијагоналите на квадратот се еднакви*”.

Тврдењата од кои се гради новото тврдење со помош на расудување се викаат *претпоставки* (или *премиси*), а новото тврдење што се добива со споредување или комбинирање на претпоставките се вика *заклучок* (или *извод*).

Логичкото заклучување, т.е. *изведување заклучок* претставува мислова операција со кое се добива нов извод, нови знаења. Неговата вредност за процесот на создавање се состои во тоа што со негова помош се добиваат нови знаења, без експериментирање или практична проверка, со што се прошируваат можностите за научно создавање.

Пример 2: Во Пример 1, првото и второто тврдење се претпоставки, а новото тврдење (“*Дијагоналите на квадратот се еднакви*”) е *заклучок* на расудувањето.

Со математичко тврдење најчесто се искажуваат својства кој некој поим ги има (или ги нема), својства кои, во некои случаи, се однесуваат само на некои елементи од обемот на поимот.

Пример 3: Во тврдењето “*Спротивните страни на ромб се паралелни*”, се искажува својството кое поимот ромб го поседува (“*паралелност на страните*”).

Пример 4: Својствата кои ги има тврдењето “Спротивните страни на правоаголникот се еднакви” се однесуваат само на некои елементи на поимот правоаголник, а тоа е квадратот (бидејќи само квадратот ги има сите спротивни страни еднакви).

Ако некое својство на некој поим искажан со тврдењето се односи на сите елементи содржани во обемот на поимот, тогаш таквите тврдења се нарекуваат *општи тврдења*, ако, пак, се однесува само на некои елементи е *посебно тврдење*.

Во врска со општоста на тврдењето во претпоставката (премисата) и заклучокот (изводот), заклучокот може да биде изведен *индуктивно (индукција)* и *дедуктивно (дедукција)*.

Покрај индукција (*индуктивно заклучување*) и дедукција (*дедуктивно заклучување*) како форми на логичко заклучување, како посебни видови на заклучување кои се користат во почетната настава по математика се и *заклучување по аналогија (заклучување според сличноста)*, додека во процесот на создавањето, значењена улога има и *интуиција*.

4.7.1. ЗАКЛУЧУВАЊЕ ПО ИНДУКЦИЈА

Индукција е логичка постапка во наставата, што, како заеднички елемент на наставни методи, служи за добивање општи закони од поединечни случаи. Индуктивното размислување води кон откривањето на односите меѓу причините и последиците, мотивот и чинот, средството и целта, и произлегува од потребата да се објаснат каузалните односи меѓу појавите. Индукцијата во наставата го води ученикот од пример до пример и затоа е погодна за сите степени на наставата. Бидејќи наставните содржини и методите на обработка меѓусебно се условуваат, индуктивната наставна постапка најмногу се применува во природоматематичката група наставни предмети, каде општите закони се утврдуваат со многу набљудувања и опити.³⁶

Дидактичката смисла на индукцијата е да, во наставниот процес (или разговор), од помалку општите тврдења да се дојде до општите тврдења.

Според Аристотел, Сократ е првиот што ја употребил поимот индукција (V век до н.е.). Аристотел ја развивал внатре во самата логика (тој разликуваше индукција и дедукција).

Индукцијата како *метод на расудување*, кое има исклучавајќна важност во наставата по математика и нејзиниот развој во општо, претставува сложена мисловна операција на заклучување, кое тргнува од посебни (поединечни) факти за да се доаѓа до општите факти, т.е. е мисловна операција кое доаѓа до заклучување со изведување на општо тврдење, со помош на два или повеќе посебни тврдења.

Покрај значењето дека е метод на расудување, индукцијата е и *метод на научното создавање*, кое поаѓа од поединечни случаи (тврдења) за да се дојде до општи тврдења, кое е во функција на намерата на научникот да проучи одредени својства на некое множество на објекти.

Индукцијата претставува и трето основно значење, а тоа е како *начин на изложување на материјалот* во математичката литература и во процесот на наставата, кое се карактеризира со премин од поединечното кон општо, од познатото кон непознатото, од просто кон сложено.

³⁶ Лешкоски, И. (2002). *Педагошки речник*, Скопје: Друштво за книгоиздателство и услуги Вековишнина., стр. 126.

Општата шема на индукцијата изгледа на ваков начин:

- S = множество на објектите кои ги проучуваме,
- $s(x)$ = својства (карактеристики) за кои мислиме (сакаме) да ги имат сите елементи x од S ,
- Претпоставуваме (знаеме) дека сите елементи x од некое непразно подмножество T од S имат својства $s(x)$
- Индуктивен заклучок: од претпоставката следи дека сите елементи x од S ги имаат карактеристики $s(x)$ (може, но не мора, да биде точен).

Ако со премисите се опфатени сите можни поединечни случаи на општиот, т.е. сите поединечни математички поими кои го сочинуваат обемот на општиот поим (обиденетото множество на објекти или релации), таквата индукција се вика *потполна индукција*, додека ако е опфатен само еден дел на можните поединечни случаи, индукцијата се вика *непотполна индукција*.

Значи, кај потполната индукција, карактеристике (својствата) $s(x)$ се проверуваат на сите елементи од S – има моќ на доказ. Додека пак, кај непотполната индукција заклучокот го изведуваме од неколку посебни или поединечни случаи (и нема моќ на доказ).

Пример 1: Од поединечните тврдења:

1. Спротивните страни на квадрат се еднакви,
2. Спротивните страни на правоаголникот се еднакви,
3. Спротивните страни на ромб се еднакви, и
4. Спротивните страни на ромбоид се еднакви,

со помош на потполна индукција се изведува заклучокот:

- Спротивните страни на паралелограмот се еднакви

Пример 2: Од поединечните тврдења: $2 \cdot 3 = 3 \cdot 2$; $3 \cdot 4 = 4 \cdot 3$; $4 \cdot 5 = 5 \cdot 4$; ...; $15 \cdot 16 = 16 \cdot 15$; ...; $46 \cdot 57 = 57 \cdot 46$, со помош на непотполна индукција се издвојува тврдењето: “*Резултатот (продуктот) од множењето на два природна броја не се менува ако множителите ги менуваат местата*”.

Примерот што следува покажува дека непотполната индукција не мора да води кон точен заклучок:

Пример 3: Не можеме да заклучиме дека тврдењето $n^2 + n + 17$ е прост број за секој природен број n , бидејќи за вредноста $n=16$ се добива вредност (289) кој не е прост број, туку сложен број.

Во историја на математика, познати се многу случаи кога и познати математичари изведувале грешни заклучоци. До еден таков погрешен заклучок дошол и големиот германски математичар, Лајбниц (Gottfried Wilhelm Leibniz, 1644-1716), кој тргнал од посебните тврдења (за n природен број):

1. Изразот $n^3 - n$ е делив со 3;
2. Изразот $n^5 - n$ е делив со 5;
3. Изразот $n^7 - n$ е делив со 7

и со помош на непотполна индукција стигнал до заклучокот:

- Изразот $n^k - n$, каде k е непарен природен број, е делив со бројот k .

Меѓутоа, самиот Лајбниц се уверил дека таквиот заклучок е неточен, бидејќи бројот $9^k - 2 = 510$ не е делив со бројот 9.

Меѓутоа, да потврдиме: Заклучувањето со помош на потполна индукција е непродуктивен (бидејќи со добиениот заклучок не се дознава ништо ново, туку само по концизно и по јасно се преформулира тоа што веќе го знаеме од претпоставката), додека пак заклучувањето со помош на непотполна индукција е продуктивен (бидејќи се доаѓа до

ново тврдење, кое во себе содржи, не само познати поедини случаи, туку и оне кое не се познати), но несигурна, понекогаш и неточна.

Значи, математичката индукција е една форма на заклучување. До математичките тврдења доаѓаме по индуктивен пат, па затоа укажуваме дека математиката се учи индуктивно, а не дедуктивно. Се почнува со едноставните примери и од нив се изведуваат општите принципи.

4.7.2. ДЕДУКТИВНО ЗАКЛУЧУВАЊЕ (ДЕДУКЦИЈА)

Дедукција е форма на мисловно заклучување на поединечното врз основа на општото; инверзна мисловна операција во кое општите ставови и сознанија се аплицираат врз поединечните ставови и сознанија. Бидејќи во процесот на создавањето дедукцијата настапува по генерализацијата, нејзината примена во наставата доаѓа до израз по поучувањето на наставните содржини, кога создаените содржини учениците ги аплицираат и конкретизираат на одделни примери.³⁷

Дедуктивното заклучување е процес на образложение, со помош на кое, тргнувајќи од општото, се доаѓа до едно или повеќе посебни заклучоци. Користејќи ги сознанијата врз општите закони, дедуктивните оправдувања ни помагаат да ги предвидуваме појавите кои можат да се случуваат.

Во геометрија, на пр. се знае дека *збирот на внатрешните агли на еден триаголник е еднакво со 180°* . Отука произлегува дека *збирот на два агли кај правоаголен триаголник е 90°* .³⁸

Дедукција е мисловна постапка со кое се изведува посебно или делимично логичко тврдење, од една теза или општа идеја. Самиот збор дедукција (*lat. deductio*) - значи одведување, изведување. Дедуктивните образложенија се условуваат секогаш од практичната дејност. Дедукција има широка употреба, како во практичната дејност на создавање, така и во природните и општествените науки. Аксиомите и теоремите во математика, и праминувањето од нив во решавањето на посебни проблеми, се класични примери на дедукција. Дедукција, не е само еден начин на образложение (расудување), туку е и една од најзначаените методи на научното студирање и истражување. Дедукцијата секогаш треба да го земеме во тесна врска со индукцијата, бидејќи, во процесот на создавањето, овие два начина на студирање не можат да се делат.³⁹

Терминот дедукција, како и терминот индукција, има три основни значења, и тоа: *метод на расудување* (кое претставува мисловна постапка со кое, од една или повеќе точни тврдења земени како претпоставки, се изведува ново тврдење кое од претпоставките нужно следува според правилата на логичко размислување), *метод на научно осознавање* (со кое се бара, за добивање на ново знаење за некој објект или за група објекти, најблискиот вид во кој припаѓаат разгледуваните објекти, а потоа врз тие објекти се применува некој закон кој важи за целиот вид) и *начин на изложување на материјалот во математичката литература и во наставата* (каде дедукцијата се одликува со поаѓање од општите ставови, закони или правила и одење кон помалкуопшти ставови).

Во зависност од тоа дали заклучокот се изведува од една или повеќе претпоставки, дедукцијата може да биде: *непосредна и посредна*.

³⁷ Лешкоски, И. (2002). *Педагошки речник*, Скопје: Друштво за книгоиздателство и услуги Вековишина., стр. 74.

³⁸ Osmani, Sh. (1983). *Fjalor i pedagogjisë*, Tiranë: 8 Nëntori, fq.126.

³⁹ Rushiti, A. (2008). *Fjalor terminologjik i matematikës*, Tetovë: KMI Paskal, fq. 107.

За почетната настава по математика, од значење е дедуктивно заклучување, кое го дефинираме на следен начин: *“е заклучување од една претпоставка, односно е форма на заклучување во кое, од опитото тврдење за математичкиот поим, од претпоставката, се изведуваат посебни тврдења за тој поим и поимите кои се содржани во неговиот обем”*.

Пример: Од општото тврдење: *“Над секој правилен многуаголник може да се опишува кружница”*, со помош на непосредна дедукција може да се изведуваат посебните тврдења: *“Над некои правилни многуаголници може да се опишува кружница”*; *“Некои многуаголници над кои може да се опишува кружница се правилни”*; *“Над еностран триаголник може да се опишува кружница”*; *“Над квадрат може да се опишува кружница”*; *“Над правилен шестоаголник може да се опишува кружница”* и т.н.

4.7.3. ЗАКЛУЧУВАЊЕ ПО АНАЛОГИЈА

Аналогија е логичка постапка со кое според сличноста на еден или две знаци се заклучува за еден или повеќе предмети.

Заклучувањето по аналогија е сложена мисловна операција (процес), при кој, од согледувањето дека два определени објекти се согласуваат според одредени својства или односи, се изведува заклучок дека тие се согласуваат и според други својства што не беа предходно согледани.

Значи, заклучувањето по аналогија е форма на заклучување со кое, тргнувајќи од едно тврдење, се изведува ново тврдење, врз основа на заедничките својства на поимите од претпоставката и заклучокот.

Подударноста на две математички поими во некои својства е само потребан, а не и доволен услов за изведување на општ математички заклучок за подударноста на тие поими и според другите нивни својства. Значи, заклучоците по аналогија се само веројатно точни и затоа тие треба да подлежат на проверка, т.е. верификација (доказ) со некој дедуктивен метод.

Пример 1: Од тврдењето *“Над квадрат може да се опишува кружница”*, со помош на аналогија можеме да го изведеме тврдењето *“Над ромб може да се опишува кружница”*. Заклучувањето по аналогија е точна бидејќи се базира на тврдењето кое е изведена од заедничко својство *“еднакви страници”* на ромб и квадрат.

Пример 2: Квадрат и правоаголник имаат заедничко својство *„еднакви углови“*, но од тврдењето *“Над квадрат може да се опишува кружница”*, со аналогија може да се изведе погрешен заклучок *“Над правоаголникот може да се опишува кружница”*, од причина што, за да се опишува една иста кружница во квадрат и во правоаголник, овие две математички фигури треба да поседуваат еднакви страни (што во случајот не ги поседуваат).

Пример 3: Од заклучокот $a^x + a^y = a^{(x+y)}$, не може да се изведе заклучокот $\log x + \log y = \log(x+y)$ или $\sin x + \sin y = \sin(x+y)$ и т.н.

4.7.4. ИНТУИЦИЈА

“Интуиција (Интуита) е конструкција. Прикриеноста (скриеноста, тајноста) на математичкиот поим е логичка инспирација. Но до тоа не може да се доаѓа ако не се поаѓа од интуиција“
(Ј.Х. Песталоци)

“Интуиција е откривање кое се развива од душата на човекот“
(Гете)

Интуиција е директно согледување, ослободено од толкување или логика; непосредно, без надворешни влијанија, поимање со субјективна свест; спонтано донесување судови кои не се засновани врз факти и логичко размислување.⁴⁰

Интуиција (Интуита) е посебен начин на математичкото размислување кое му помага на размислувањето за прнаоѓање на патишта или начини на решавање на поставениот проблем.

Интуиција не е форма на заклучување, туку форма на создавање со помош на кое до математичката истина се доаѓа со предосет, предосетување. На некој начин може да се каже дека интуиција е еден вид на “скратено заклучување“, бидејќи до заклучувањето се доаѓа без процесот на заклучување. Поради тоа, доаѓањето до создавањето не е секогаш доверлив (сигурен, веројатен), па затоа таквите сознанија мора да се проверат, мора да се докажуваат.

Иако на ригорозен “службен“ начин е прифатена како метода на математичко размислување, во настава по математика, интуиција како форма на создавање има значењена улога. Во првата фаза на наставниот процес, учениците стекнуваат интуитивна представа за некои математички поими, за да во наредната фаза, низ процесот на создавање на поим, стекнуваат представа за тие поими.

Интуицијата го наоѓа своето место, особено во решавањето на геометриските задачи, и не само таму.

Пример: Без постапката кое доведува до заклучување, може на интуитивен начин да се предчувствува дека “Отсечка AB е најкратко растојание помеѓу точките A и B “ и т.н.

Во XIX век, се развива идеалистичка филозофско-математичката струја наречена *интуитивизам*, предводена од математичарите Гаус и Поинкаре, според кои во предметот математика се донесуваат само интуитивните резултати на убедливо размислување. Со развојот на математиката се појавија многу парадокси, па затоа интуитивистите барале да се посвети внимание во математиката, особено во употребата на бесконечното, додека го отфрлуваат *приципот на исклучување на третото*. Го критикуваат постоечката математика и употребата на се што е убедливо, но со помош на интуитивистичките идеи, се обидуваат да ги надминуваат појавените тешкотии и така се раѓа *интуитивна математика*⁴¹.

⁴⁰ Лешкоски, И. (2002). *Педагошки речник*, Скопје: Друштво за книгоиздателство и услуги Вековишнина., стр. 133.

⁴¹ Rushiti, A. (2008). *Fjalor terminologjik i matematikës*, Tetovë: KMI Paskal, fq. 216.

5. МАТЕМАТИЧКО – ЛОГИЧКО МИСЛЕЊЕ НИЗ ПРИЗМАТА НА ИНТЕЛЕКТУАЛНИОТ РАЗВОЈ

Една од најважните прашања за наставата по математика е прашањето поврзана со поучувањето, односно начинот на организирањето на субјективните и објективните услови за стекнување на знаења, развивање на способностите и воспитанието на учениците.

За да се одговори на ваквите и сличните прашања поврзани со поучување на учениците, потребно е предходно да се даде одговор на прашањето како учат учениците, како ги усвојуваат математичките поими, како ги формираат мисловните операции (збир, разлика, множење и делење) и слично.

Сето тоа, пак, не упатува на разгледување на нивото и квалитетот на интелектуалната развиеност на самите ученици, субјективните препоставки за формирање на математичките поими, психолошките аспекти за формирање на мисловните операции.

5. 1. ФАЗИ НА ИНТЕЛЕКТУАЛНИОТ РАЗВОЈ

Воспитно- образовната работа на учениците во наставата по математика, во голема мера зависи од психофизичкиот развој, а особено од нивото на развојот на когнитивните (когнитивните, мисаони) структури. Доброто познавање на психичката основа на развојот, не е само еден од условите успешно да се стимулира математичкиот развој на детето, туку и услов да не се гуши развојот на детето во тој поглед.

Новата теорија и практика на математичкото образование најчесто се поврзува со истражувањето и учењето приложено од страна на Жан Пијаже (1896-1980) во областа на когнитивниот развој. Теоријата на Пијаже, теорија кое има најголемо влијание во денешната психологија на размислување, и Периодизација (поделба во фази) на когнитивниот развој, преставува теорија со помош на кое се нудат неколку основни теоретски елементи за развојот на размислувањето, кои се особено важни за стекнување на математички знаења.

Пијаже (Piaget), својата теорија најпрвин ја презентира во публикацијата *“Психологија на интелегенцијата”* (во 1947, во Франција, и во 1992 година, во Германија). Врз основа на многуте експерименти, Пијаже својата теорија ја градеше и базираше во тоа дека размислувањето се развива преку повеќе одредени фази, познати и како стадиуми, кои се поврзани секое со предходната. Редоследот на фазите е непроменета и секое од нив е поврзана со одредена возраст, иако децата поминуваат низ тие фази со променлива брзина.

Според когнитивната теорија на учењето што го промовираше швајцарскиот психолог Жан Пијаже, когнитивната структура во текот на развојот се менува.

Развојот на логичко-математичката способност ја опишува Пијаже, преку утврдување на четири фази на развој на когнитивните структури кај децата, од периодот на раѓање па се до нивна зрелост, и тоа: сензомоторна фаза, преоперационална фаза, фаза на конкретните операции и фаза на формални операции.

5.1.1. СЕНЗОМОТОРНА ФАЗА

Сензомоторна фаза, кое се нарекува уште и како *фаза на сензомоторна интелигенција* или *фаза на сензомоторно размислување*, или пак *практична фаза*, е етапа кое опфаќа период од раѓањето на детето, па се до негова 18-месечна возраст. Во ова фаза, стекнувањето на знаења се реализира со помош на сетилно доживување (со помош на сетилата на видот, на чувствотоот, на допирот, на мирисот, на вкусот, на аромата) што ги нуди средината каде живее.

За детето од првите месеци од неговиот живот, постоји, на пример, само тој објект кој тој во дадениот момент го гледа, го држи на рака, го слуша, го чувствува, го прифаќа. Ако тој момент го остраниваме, тогаш тој објект за детето веќе не постои. Дури потоа, тој ќе биде способен да го локализира објектот во просторот (средината). Искуството ќе им овозможи на детето да создава трајна слика за одреден објект.

Карактеристичните активности на детето во ова фаза се: рефлекција, едноставни навики, често повторување на посебните прашања, поврзување на средствата со целта, имитација и почеток на независна игра.

5.1.2. ПРЕДОПЕРАЦИОНАЛНА ФАЗА

Предоперационална фаза, кое се нарекува уште и како *предоперативна фаза* или *фаза на интуиитивната интелигенција*, или пак *фаза на ситуациона интелигенција*, го опфаќа периодот од двогодишна возраст, па се до 6-годишната возраст на детето.

Ова фаза ја окарактеризира интуиитивното размислување, а тоа значи дека детето, до сознанијата, доаѓа исклучувајќи го предосетот.

Во текот на ова фаза, детето веќе почнува да зборува и за него, уште во почетокот на овој период, постојат објекти кои во моментот се надвор од доменот на неговите органи на сетило. Кај детето се јавуваат својства кои им овозможуваат да носат едноставни заклучоци таквите заклучоците се еднострани, гледани само од негов агол и тој не може да се постави во позиција на некој друг. Тие нешто потврдуваат, но тоа и не можат да го докажуваат. Ёо неговите и на другите постапувања, детето не е во можност да ги одвојува важното од неважното. Во ова фаза, детето создава релативни шеми, нееластични, трајни, кои претставуваат визуелна замена за објектите и акциите во свеста.

5.1.3. ФАЗА НА КОНКРЕТНИ ОПЕРАЦИИ

Фаза на конкретни операции (фаза на конкретна операторна интелигенција) го опфаќа периодот од 7-годишна возраст, па се до 11-годишна возраст на детето.

Карактеристика на ова фаза е тоа што детето во ова етапа почнува логички да мисли. Детето, во моментот, поседува во себе еден фонд на операции што ги употребува при делување кон објектите кои го заокружуваат. Во ова етапа, детето може да решава логичко-математички задачи, да собира, да одзема, да множи, да дели. Детето, во ова фаза на неговиот когнитивен развој, може да се снајде во просторот и времето и ги разбира единиците за нивно мерење. Во овој период, детето е во можност да решава индивидуални задачи на групирање, а тоа значи да го разбира логиката на класа (класификација) и логиката на релациите. Во ова фаза, детето стигнува да усвојува ментални операции: реверсибилноста, споредувањето, апстракцијата, генерализацијата, класификацијата.

5.1.4. ФАЗА НА ФОРМАЛНИТЕ ОПЕРАЦИИ

Фаза на формалните операции кое се нарекува уште и како фаза на хипотетичко - дедуктивна интелигенција), ја опфаќа периодот после 11-годишна возраст. Детето од ова возраст знае да мисли (суди и заклучува) врз основа на поставените претпоставки. Значи, на детето во ова фаза не им се неопходни конкретни објекти, како потпора за решавање на задачите.

Во ова етапа, размислувањето добива во квалитет, детето е во можност да се служи со апстрактни категории. Целосната зрелост се достигнува кога во свеста не се манипулира само со објекти или со визуелните нивни замени, туку со симболите кои ги заменуваат објектите и акциите на објектите.

Промените во спознајна структура на градбата на когнитивните системи, кулминацијата го достигнуваат околу 15-годишна возраст.

Секое фаза е одбележена со појава на оригинални структури со кои се разликува од другите фази. Меѓутоа, треба да се истакне дека спомнатите периоди не се строго разграничени, но нивниот редослед е непроменет, затоа што е одраз на природен редослед. Во нив се изразува тоа што е типично за поголемиот број од лицата, додека индивидуалните отстапки се природни.

После овие четири фази на развојот на човекот, развојот на когнитивните способности продолжува со помош на неколку скали на креативности. Значи, во сферата на логичко-математичките способности, детето може да биде креативно само тогаш кога е способно да ги наблудува најкомплексните односи и да заклучи за нивната редовност и аргументираност.

6. МАТЕМАТИЧКИ МОДЕЛИ ЗА РАЗВОЈ НА МАТЕМАТИЧКИТЕ КОМПЕТЕНЦИИ

6.1. МАТЕМАТИЧКИ МОДЕЛИ КАКО ИНТЕГРАЛЕН ДЕЛ ВО МАТЕМАТИЧКОТО ОБРАЗОВАНИЕ

Секој може да совладува се, под услов да применува адекватни постапки во наставата (Ј.С.Брунер)

6.1.1. ПОИМ ЗА МОДЕЛОТ КАКО УНИВЕРЗАЛЕН КОНЦЕПТ

Концепцијата на организирање на наставата воспоставена од страна на Ј. А. Коменски (1592-1670), а пред него и од страна на В. Ратке (1571-1635), како и потоа и од Ј.Ф. Хербарт (1776-1841) и другите нивни следбеници, остана непроменета речиси три века, покрај тоа што во САД и во одредени земји во Европа е направен обид да се спроведат радикални реформи во насока на воведување на промени во начинот на организирање и изведување на наставниот процес.

Во поново време, во рамките на заложбите во насока на трансформација на традиционалната настава, се оди кон согледување на потребите кој ги има ученикот, врз основа на нови наставни стратегии, кои тргнуваат од учењето (а не поучувањето), за да се дојде до развивање кај рецепиентот (ученикот) начувствоза поставениот проблем, за способноста за увид во самата ситуација, на развивање на дивергентното мислење, на развивање на саморецепцијата и на критичкото мислење, на насочување кон целта и т.н.

Горе наведените заложби и тенденции, реално е да се изведуваат со помош на воведување на *моделскиот пристап* во наставата и учењето.

Моделот (кој е од латинско потекло: *Modulus* – мера, начин и слично), како поим и термин, наоѓа широка примена во многу науки.

Изразот “модел” се употребува, на пример, за означување на структура, на начинот на користење на јазик, на граматика, на теорија, како шема, стил, аналогија, предложена метода на истражување, репрезентација, апстракција, формализација и делумно формализација на теорија, психолошко помошно средство за теорија, можност за реализација на теоријаа, образец, конкретен систем, физички објект, вредност и т.н.⁴²

Моделите ги разбираме како *отворени парадигми* (училишен пример, избран така што на него може најлесно да се забележи тоа што треба да се научи) на асоцијативно-творечките ориентации, кои на учениците им овозможуваат отвореност кон наставната содржина, сопствено фокусирање, самоперцепција и редефинирање на стекнатите знаења, флуентност на идеи при презентација на знаењата и постигањата, фантазија, флексибилност и самостојност (со помош на фактори на дивергентна продукција) на патот до новите знаења.

Моделот се изедначува со својот оригинал, во изгледот, функцијата, описот, изведувањето, теоријата, принципот.⁴³

Во научното истражување, моделот претставува објект на истражување, со помош на кој се доаѓа до нови откритија (сознанија) за тој објект. Така, моделот станува средство на изворно сознание. Сето тоа што претставува некој одлик во реалноста (или пак во

⁴² Штоф, В. (2000). *Моделирование и философия*, Москва: Метериал за конференција, стр.6.

⁴³ Stevanović, M (1998). *Modeli stvaralaštva*, Varaždinske Toplice, Tonimir.

нешто измислено, како на пример во теоријата), може да се смета *модел*, затоа што служи како објект на истражување, преку кој се запознаваме со самиот оригинал.

Професорот од Калифорнискиот универзитет, Јуен Рен Чао, во неговото дело “*Моделите во лингвистика и моделите во општо*”⁴⁴, истакнува дека терминот “модел” се користи во над 30 слични и различни значења.

Значи, зборот *модел* денеска има повеќе значења, во зависност од областа на кое се однесува, и може да претставува форма, модел, шаблон, копие, операција, релација, алгоритам,... Под модел треба да се разбира поедноставен приказ на една компликувана структура и нејзините функционални врски.

Моделот претставува копија на оригинал, објект кој во ликот на физичкиот предмет, цртеж, шема или логичко-математички исказ, на едноставен, пристапен и егзактен начин ја изразува структурата, карактеристиките и функциите на оригиналот.

Модел е поедноставен аспект на оригиналот. Моделот ги содржи само битните карактеристики на оригиналот или на реалниот систем и може да и предходи на оригиналот (*научно истражување*) или да биде проектиран врз база на постоечкиот оригинал (*учење во наставата*).

Во специфичните области има посебни значења:⁴⁵

1) Во педагогија, моделот претставува структура на образовните содржини и функции, односно процеси и резултати на соодветната структура на содржините;

2) Во педагошкото истражување, моделот претставува теоретски конструкт, методолошки пристап, постапка, процедура;

3) Во (најчесто) наставата по природни науки, моделот претставува вештачко демонстрационо наставно средство.

Моделот помага учениците да се здобијат со конкретна претстава за предметите и појавите.

Моделот претставува замена за некој реален објект или појава. Претставува аналогича со некој објект или интересен објект. Се користи за објаснување на некој процес или за предвидување на некој настан. Го поедноставува и објаснува комплексноста на тоа што се набљудува (испитува, забележува) и моделира.

Моделот треба да го разбираме како предмет (или визија) кој емитира некој узор (примерок). Тој примерок може да биде во истото подрачје (наука), но можно е да е и од друго подрачје. Значи, моделот може да биде предмет кој се емитира или предмет кој емитира.

Прифатено е гледиштето дека секогаш постоји делумен идентитет помеѓу моделот и моделираниот објект, особено кога се зборува за идентичните форми или структури.

Моделирање е научна метода со помош на кое сознанијата за карактеристиките на моделот на природните и вештачките системи се пренесуваат на предметот на истражување. Моделирање е творечко-динамично-алтернативен процес со кој се користи еден објект (парадигма, примерок), за да се препознава еден друг објект.

Во наставната работа одредена постапка/начин на работа е *модел* кој ни овозможува учениците да се променат во рационален и емоционален поглед, односно во когнитивно-ефективната и моторичка содржина на сопствената свест. Во тој процес, кај учениците се гради нов примерок на реагирање/однесување.

⁴⁴ Chao, Y.R. (1962), *Logic, methodology and philosophy of science*, Standford.

⁴⁵ Лешкоски, И. (2002), *Педагошки речник*, Скопје: Друштво за книгоиздателство и услуги Вековишина., стр. 188.

Во прилика на проектирање и реализација на секој модел, не постои општа формула, само што се одредува некој оптимум во секој конкретен случај. Секогаш постои одредена доза на скептицизам, кога е во прашање валидноста на моделот.

Затоа е потребно, уште во фазата на изградување, а потоа и во фаза на валидизација, да се соработува со крајните корисници. Секогаш постојат дилеми дали нивото на апстракција е одмерен и дали апроксимацијата на реалниот систем го загрозува степенот на валидност на моделот.

Покрај погодноста во користењето на моделот и симулацијата, постојат и одредени ограничувања. Тие постојат кај моделирањето на мислењата кои можат да се моделират само делумно. Методата на моделирање се базира во аналогија, па затоа сличноста помеѓу моделот и оригиналот не смее да се поистоветува со идентичноста.

Модел најчесто претставува статичка состојба на систем, т.е. состојба на систем кој нема функција на времето. Со симулација може да се следи однесувањето на системот во некој временски интервал. Состојбата на системот се симулира во моделот (симулациони модел).

6.1.2. ДЕФИНИРАЊЕ НА МАТЕМАТИЧКИТЕ МОДЕЛИ

Постојат две различни толкувања на математичкиот модел.

Според едните, под *математички модел* подразбираме математичка теорија, математичка шема или некој друг опис изведен на математички начин.

Според другите убедувања, *математичкиот модел* е интерпретација на некое математичка теорија, математичка шема или на некој друг математички опис.

Во рамките на другото сфаќање, В. А. Штоф, под поимот математички модел подразбира материјален модел, за кој, во однос на оригиналот, не се битни заедничките карактеристики од физичка и геометриска природа, туку само тие карактеристики кои се од структурална и функционална природа, што значи дека однесувањето на тие два објекта можат да се изразуваат со еднаквите математички формализми.

Според тоа, по В. А. Штоф, електричните модели на механичките, топлотните, акустичните и биолошките појави, како и структуралните и нумеричките модели (машините) се математички модели.

Имајќи го во предвид нашиот општ пристап на поимот модел и на фактот дека постојат повеќе различни разбирања на поимот математички модел, под математички модел на некое состојба или процес, односно на појава слично на оригиналот, подразбираме математичка теорија, математичка шема, израз или опис, изразен со некој формален јазик, тогаш кога таквата конструкција изразува некое (значајно) својство на оригиналот.

Математичките модели во наставата имаат голема сознајна вредност. Тие претставуваат добро средство (јазик) за истражување на принципите.

Математичките модели се базират на две основни карактеристики:

1. Модели базирани на математички поставени принципи;
2. Математичка карактеризација или опис на некој феномен или процес.

Математичките модели во наставата имат голема сознајна вредност. Во текот на поучувањето на моделите на учење, моделите на настава и моделите во настава, неопходно е да се апострофираат некои клучни прашања поврзани со математичките модели:

- Како може да се моделира процесот на учење на математика?;

- Како може да се моделира процесот на настава по математика, во кои моделите на настава се најефикасни?;

- Како може да се моделираат математичките содржини на учење?

Во процесот на разгледување на математичките модели, неопходно е да се тргнаат сите крајности: тежнењето кон сцијентистичкиот, феноменолошкиот или машиноцентричкиот пристап.

За понатамошно разгледување на математичките модели, потребно е да се дефинираат некои општи цели:

- да се откриваат начините за моделирање во областа на учењето и наставата;
- да се утврди кое од структурите и функциите треба да ги поседува математичкиот модел за да биде ефикасен во процесот на учење;
- да се мери каков придонес може да има современиот начин на математичкото моделирање, кога во прашање е образовниот процес.

Математичкото моделирање претставува процес на математичко репрезентирање на некој феномен, со цел на негово добро разбирање; претставува постапка на апстракција, битни елементи на функционирање на системот. Претставува мисловно-теоретска активност на изградба на логички и математички системи, како теоретски модели на одредени системи.

Математичкото моделирање е, исто така, изградба од овие теоретски модели на практично-реални аналогии кои и одговараат, т.е. на реални модели од различни видови.

Математичкото моделирањето е постапка на имитирање на поими, предмети, процеси и системи, е научен метод со кое, со помош на природни или вештачки конструкции, се изучуваат објекти, системи, појави или процеси кои се аналогни со другиот објект, систем, појава или процес, кој од одредени причини не е можно директно да се пресмета.

Основна цел на моделирањето е да се има што подлабоко и попрецизно сознание за некој предмет, појава или процес.

Секој модел, па и математичкиот модел, мора да поседува одредени карактеристики:

- *Валидност* – степен на успешноста на моделот во претставување на битните карактеристики на реалниот систем, на појавите, на процесот или предметот (оригиналот);
- *Апстракција* – претставува постапка на издвојување на само битните карактеристики на реалниот систем и може да се дефинира и како пресликување на карактеристиките од една класа, од класата на реалниот систем или на конкретните класи, во класата на ниското ниво на сложеноста или апстрактната класа;
- *Асоцијација, реализација, имплементација* – Пресликувањето на карактеристиките од повисоките нивоа на хијерархија кон пониските нивоа го нарекуваме *асоцијација*, додека инверзното пресликување представува *реализација* или *имплементација*.

Помеѓу нивото на апстракција и на валидноста постои обратна пропорционалност.

Перфектан математички модел се нарекува моделот со највисоко ниво на сложеност, но и на мал степен на апстракција.

Едноставните математички модели тежнеат кон идеалниот математички модел, најлесно можат математички да се опишуваат, но имаат и најмала валидност. За таквиот модел кажуваме дека има висок степен на апстракција. Тие се применливи во наставата по математика.

Математичките модели, од една страна, иако се на ниско ниво на апстракција, во друга страна, се *сложени математички модели* кои бараат специјални софтверски алатки,

скапи се, и вредносната на употребливоста во учењето им е намалена, поради честото присуство и на оние атрибути кои не се битни за процесот на учење. Ретко се применуваат во процесот на учење.

Поимот на математичкиот модел настанува актуелен во времето на големите математички откритија настанати на XVI и XVII век. Откривањата во доменот на аналитичка геометрија не упатуваа кон меѓусебното поврзување на различните области на математика. Се јавува поимот модел поради изразување на идејата на кореспонденција на поедини области на математика.

6.1.3. ПОДЕЛБА НА МАТЕМАТИЧКИТЕ МОДЕЛИ ВО НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА

Во одделенската настава по математика, постепено се воведуваат следните математички модели:

- логичко-комбинаторни модели;
- модели на основните операции за пресметување;
- модели на едначините;
- аритметичко-логички модели;
- геометриски модели за решавање на проблеми;
- модели на геометриски проблеми.

Освен наведените модели, во додатната настава по математика во одделенската настава (особено во завршното одделение во одделенската настава), се применуваат и следните математички модели:

- моделите на проблемот на мерење;
- модели на проблемите на квадратната мрежа;
- модели на стохастичките појави.

Некои од наведените модели можат да се проектираат и решават на различни начини, со помош на различни методи.

Метода на модел како наставна метода, нејчесто го користи симболичкиот математички модел. Секое математичка задача се преведува од јазична во математичка форма, се изразува со математичка симболика и се решава со примена на математички операции. Истиот модел може да се користи и за решавање на различни проблеми, односно за ист проблем можат да постојат различни модели.

Формирањето на математичките модели треба да биде резултат на креативноста и творечката работа на учениците, помогната и насочена од страна на наставникот.

Во случај на решавање на некој проблем со методот на моделирање, ученикот во меморијата пронаоѓа математичко знаење кое и одговара, ги поврзува со реалноста и на таков начин создава погодни модели и алгоритми. Со тој процес се развива алгоритамско и креативно мислење кое ќе биде употребено во моделирањето на проблемските ситуации.

Воведувањето на дидактичките и функционалните модели за решавање на типичните проблеми, наставата по математика станува оперативна, едноставна, практична и по интересна.

Поделба на математичките модели се прави врз неколку основи:

- Врз основа на темелите (основите):
 - Детерминистички модели – кои се засниваат на физички закони,
 - Стохастички модели – врз основа на емпириските податоци.

- Врз основа на математичките структури:
 - Линеарни модели – сите едначини и функции во моделот се линеарни,
 - Нелинеарни модели.
- Врз основа на одвивање во времето:
 - Модели во континуирано време,
 - Модели со дискретно време – погодни за компјутерска примена.
- Врз основа на насоченоста, творечките дидактички модели се делат на:
 - Модели насочени кон наставникот – традиционални модели,
 - Модели ориентирани кон ученикот – современи модели.

6.1.4. КОМПОНЕНТИ НА МАТЕМАТИЧКИТЕ МОДЕЛИ

Математичкиот модел го сочинуваат еден низ на компоненти, од кои најбитни се:

- а) Процесот (во реалниот свет);
- б) Математичката структура;
- в) Кореспонденција.

Воведување на секој инструмент, метода, стратегија во наставата има одредена цел.

Тоа истото се однесува и за моделите во општо, па и на тие математичките.

Целите на (математичкиот) модел се:

- Презентирање на информациите во лесен прифатен форма (аутокарта);
- Овозможување на “лесно“ пресметување;
- Истражување и предвидување.

Основна улога на моделот е да го замени предметот на истражување, врз база на кое е проектиран и да даде нова информација за него.

Ако некој процес се изразува со помош на математички модел, трансформираноста на математичката природа во моделот и одговара на промените во оригиналот, што овозможува управување со процесот со помош на математичките методи.

Чекори на математичко моделирање можеме да ги групираме во овие постапки:

1. Поедноставување (апстракција);
2. Прикажување (репрезентација) – постапка која се реализира со помош на математички симболи, едначини;
3. Трансформација – интерпретација;
4. Верификација - споредба со резултатите од испитувањето (наблудувањето).

Или, по разработено, основните фази на математичкото моделирање се:

- Одредување на оригиналот;
- Анализа на оригиналот;
- Одлука на воведување на моделот;
- Изградба на информациона база за моделирање (утврдување на својствата на објектот-оригиналот кои се релевантни за истражувањето);
 - Дефинирање на моделот (избор или конструкција на објектот-модел кој ги содржува сите важни својства за истражување);
 - Испитување на моделот (поучување на објектот-модел во однос на дадените барања);
 - Пренесување на информацијата од моделот во оригиналот (пренесување на резултатите на истражување, од објектот-модел, на објектот-оригинал);
 - Модификација на моделот.

Одредувањето на оригиналот и неговата *анализа* се фази во кои се користат непосредните методи на сознание. После откривање на основните информации во врска со оригиналот, доколку понатамошното директно испитување на оригиналот е невозможно или неефикасно, се донесува *одлука за воведување* на моделот. Нејзе ја следи систематското прибирање на неопходните информации за оригиналот, односно *изградба* на информациска база за моделирање помеѓу множеството на математичките и логичките релации.

Најзначајна етапа во процесот на создавање на моделот е *изборот*, односно *дефинирање* на моделот (поимот, формулите, релациите) и одредувањето на условите под кои се применува. Во понатамошниот тек на процесот, се изучува и *испитува моделот*, т.е. се пристапува кон негово решавање. Ова значи дека на моделот се применуваат законитостите во областа на моделот, што значи дека таквото испитување на оригиналот се сведува на математичко-логичките објекти, релации и операции. Добиените информации за моделот се трансформираат на оригиналот, и, на крајот, се *верификуваат* на оригиналот.

Од гледиштето на рационализација на наставниот процес, значењето на математичкото моделирање е неспорен. Ученици кои имат совладувано одредени модели, многу лесно и брзо ги усвојуваат новите знаења, поедноставно се снаоѓат во проблемска ситуација, по сигурни се во прилика на давање на одговори и многу повеќе се мотивирани са работа.

Меѓутоа, во наставната практика и во учебниците по математика, значењето и истакнувањето на поедини модели е предимензиониран, што доведува до “кочење” на мисловните активности и опуштање во процес на креативност. Учениците најчесто се познаваат со моделот, инсистираат на наговото усвојување, додека преку вежбите се доаѓа до механичкото усвојување.

Покрај тоа што од учениците од најрана училишна возраст не можемо да очекуваме да бидат креатори, во права смисла на зборот, од нив можеме да побараме пронаоѓање и откривање на необичното или на изглед неможното решение, можеме да побараме можни решенија преку поставувањето на хипотезата и нивното проверување и проценка. Тие се, неспорно, форми на креативност.

Меѓутоа, ако на учениците им даваме готови модели, попречувајќи ги на таков начин да се занимават со било каква друга активност, освен класичното повторување на научното градиво, со тоа го кочиме нивниот мисловен развој.

За творечко мислење може да зборуваме само доколку учениците ги обучуваме на самостојен начин да ги откриваат моделите. Во дидактичка смисла тоа е најтешко, но истовремено е и најважна.

Наблудувањето на реалноста, експериментот, анализата и слично можат да послужаат да се дојде, од поединечното и делумното, со помош на индукцијата, до заклучокот, до законитоста. Овие законитости, најпрецизно и најпрактично се изразуваат со помош на математичките модели. До општите заклучоци може да се дојде со варирање на конкретните содржини, кои ја сочинуваат основата на тие апстракции, така што формираните поими ќе бидат доволно широки, за да создаваат ситуации кои провоцираат мноштво на асоцијации.

Создавањето на апстракција и на поими како модели на реални појави, условено е од процесот на мислењето на ученикот, кое мора да биде посебно активирана во фаза на примена на совладената теорија.

Математичките модели, поими, операции, релации и алгоритми, ни служат како средство на индиректното изучување на објективната реалност.

6.1.5. ДЕФИНИРАЊЕ НА МОДЕЛСКО-ПРОБЛЕМСКИ ПРИСТАП ВО НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА

Преку набљудување на реалното, допирното, чувствуваното, прифатеното, со помош на експериментот, анализата и слично на нив, тргнувајќи од поединечното и делумното, со помош на индукција, можеме да дојдеме до посакуваниот заклучок, до законитоста.

До општите заклучоци може да се дојде со варирање на конкретни содржини, кои ја сочинуваат основата на тие апстракции, за да формираните поими бидат доволно широки и да провоцираат многу асоцијации.

Апстакцијата и поимите, како модели на реални појави, се создаваат со активирање на мислењето на учениците и со тоа се поврзува кон сличните текови на мислењето, во фаза на примена на усвоената теорија.

Покрај предметните работи на мисловните операции, значајно место треба да му се даде и на графичките активности, како конкретни апстракции кои овозможуваат создавање на двонасочни комуникации помеѓу конкретното и апстрактното.

Во случајот, при избор на адекватните модели за решавање на проблеми, практичната ситуација треба да го детерминира актуелизирањето на сознанијата, мисловните операции и насоката на мислењето на ученикот. Ако ученикот се оспособува да анализира проблем, да ги открива релевантните фактори, да асоцира, споредува и актуелизира, тогаш неговите теоретски знаења ќе бидат доволно диференцирани, флексибилни, функционални, еластични и активни.

Ако на ученикот му е познат алгоритмот за решавање на проблемска ситуација, тогаш во тој случај не можеме да кажеме дека се соочуваме со проблем, односно проблемска ситуација, без разлика дали се работи од задача од техничка природа или за задача кое бара да се најнапред математички моделира, за да се реши покасно добиениот модел. Меѓутоа, ако ситуацијата е непозната, ученикот ќе се залага да најде пат до математичкиот модел – значи оригиналот да го замени со својата ментална слика, со некое егземпларна задача.

6.2. РИГИДНИ ДИДАКТИЧКО-МАТЕМАТИЧКИ МОДЕЛИ ЗА СТЕКНУВАЊЕ НА МАТЕМАТИЧКИ КОМПЕТЕНЦИИ

Во дидактиката, како општа теорија на наставата, моделите и моделирањето претставуваат и играат важна улога. Поголемиот број на творечки дидактички модели се делат во две поголеми групи, и тоа:

а) модели насочени кон наставникот –познати во наставата како традиционални модели,

б) модели ориентирани кон ученикот – познати во наставата како современи модели.

Моделите насочени кон наставникот се засниваат на традиционално –предавачка настава, начин на изведуваче на наставата кое не кореспондира со современите поставени тенденции во наставата. На наставникот (кој во овој случај се поставува во улога на субјект во наставата) им се ставени на располагање скоро сите образовни ресурси во насока на олеснување на работата во процесот на пренесување на информациите кон ученикот (кој во случајот е во улога на објект на наставата). Наставникот во таков случај е во центарот на внимание.

Во ова група на модели ги набројуваме вербалните модели и визуелно – практичните модели, кои ги сочинуваат моделите на поучување и на доминантната активност на наставникот во процесот на поучување.

6.2.1. ВЕРБАЛНИТЕ МОДЕЛИ И ВИЗУЕЛНО–ПРАКТИЧНИТЕ МОДЕЛИ

Вербалните модели и визуелно-практичните модели се карактеристика на традиционалната настава, или во т.н. настава од минатото.

Во *вербалните модели* се набројуваат: предавањето, водениот разговор и работата на содржината на проблемската задача поставена, најчесто, преку текстуална задача.

Карактеристики на *визуелно-практичните модели* се: демонстрирањето, експериментирањето, графичкото прикажување и симулираното практично изведување.

И двата модели се применуваат од страна на наставниците кои се отпорни на промените кои се резултат на перманентните радикални промени во сферата на образованието, промени кои барат нов пристап кон наставата и ново реструктурирање на услугите во правец кон барањата кои ги поставува денешнината.

Овие модели се засниваат на *поучувањето* и *учењето*, на наставните и менталните процеси кои се одвиваат директно под водство на наставникот, и како такви не и одговараат на современите потреби на ученикот.

6.2.2. МОДЕЛИ НА ПОУЧУВАЊЕ

Поучувањето претставува непосредна помош за учениците во воспитниот образовен процес, во прв ред при стекнување на знаења, а потоа и во текот на развивање на психофизичките способности и усвојувањето на воспитаниените вредности.

Поучувањето е систем од осмислени педагошки мерки што воспитувачот (наставникот) ги применува како намерна помош во процесот на учењето на воспитаникот (интенционално учење).

Поучувањето како педагошка помош треба да биде секојдневна и неисцрпна, во сите нивоа на образование, а и после тоа.

Поучувањето помага во откривањето на новите сознанија и важна е за стекнување на животно искуство.

Во процесот на поучување, од исклучителна важност е односот помеѓу наставникот и ученикот. За голем број на ученици, особено за тие кои се уште ги немаат совладувано умеењата на размислување и учење, наставникот останува нужен катализатор.⁴⁶

Ефикасното поучување на учениците е поврзано со успешното поучување на наставникот, кој се јавува во улога на извор на информации, како организатор, предавач и регулатор на поучувањето. Тој учениците ги насочува кон соодветен избор на адекватните извори на знаења, ги упатува на ефикасна работа со тие извори, им дава инструкции за изведување на вежбите, ги образложува постапките, ги објаснува непознатите поими и тешките содржини и т.н.

Поучувањето е само прва фаза во оспособувањето за учење и самостојна работа, односно само прва скала во процесот на оспособување на ученикот за самостојна работа. Постапното поучување треба да се сведе само во најпотребната мера, за да другото да им се препушта на учениците во процесот на самостојно учење.

⁴⁶ Izvješće Međunarodnog povjerenstva za razvoj obrazovanja za 21. st. (1996).



Фигура: Односи на моделите во наставата

Повисоките степени на поучување се *самопоучувањето*, т.е. *учењето*, а најгорното е *творечкото учење*, кое се одликува со творење на нови и оригинални знаења.

Со помош на поучувањето учениците се насочуваат, не кон добивање на готови информации, туку како и каде, преку самостојно истражување, можат да ги најдат тие информации.

Под поимот *успешно поучување* се подразбира упатувањето на ученикот на креативна работа.⁴⁷

Поучувањето има *неформален* (секојдневен, неинституционален) и *формален* (институционален) карактер, во зависност од тоа каде се реализира (во училиште или надвор од неа, на пример дома). Зависно од карактерот на поучувањето, се реализираат и одредени содржини на начин и со помош на средства кои најдобро и одговараат на дадената ситуација.

Институционалните видови на поучување се бројни, почнувајќи од детските предучилишни прифатишта (градинки), па преку училишта и факултети, па се до средствата за масовно комуницирање.

Првите обиди на поучување се *неформални*, бидејќи детето првите упатства за животот и својата околина ги добиваат од родителите, од врсниците, од средствата за масовно комуницирање, од сопственото истражување и искуство, за време на извршените посети и патувања и слично.

Во суштина, не се прави денотативна разлика помеѓу два речиси различни феномени: *поучување* и *учење*, па затоа често овие два поими се идентификуваат како еднозначни, како синоним на зборови, што продуцира како последица наставата да не зрачи со современата дидактичка доктрина за самостојно истражувачка работа на ученикот, што повеќе е во функција на застарените него на современите наставни системи.

Учењето со *поучување* се разликува од учењето преку креативност. За креативноста по важно е прашањето „*како да се учи математиката?*“ (кои наставни методи треба да се применуваат), од прашањето „*што да се учи од математиката?*“ (кои содржини треба да се учат).

Кај поучувањето битно е прашањето ШТО?, а не КАКО?. Сепак, не може да се каже дека поучувањето и учењето преку креативност се работи спротивни едната на другата.

⁴⁷ Glasser, W. (1994), *Kvalitetna škola*, Zagreb: Educa, str. 25.

6.2.3. МОДЕЛИ НА РЕЦЕПТИВНО УЧЕЊЕ И ПОМНЕЊЕ (МЕМОРИРАЊЕ)

Учењето претставува менување на индивидуата со сопствената активност, мотивирано од нејзините потреби или од влијанието на средината. Учењето е процес на свесно и активно усвојување знаења и задржување на знаењата, вештините и навиките. Учењето претставува само дел од целостта на воспитувањето, зашто предизвикува внатрешни промени во човекот, особено во поглед на интелектуалните функции, а суштината на воспитувањето е создавање позитивни уверувања како услов за морално однесување на индивидуата.⁴⁸

Во психологијата се наведуват повеќе типови на учење, како што се: рефлексно, механичко, учење од типот обид-грешка и учење со помош на решавање на проблеми.

Во дидактиката воглавно се застапени поделбата на *природно* и *училишно учење*. Училишното учење овозможува организирана, планирана, континуирана и стручна работа, учење кое се одвива под раководство на наставникот. Училишното учење е ограничено на релативно време и поради тоа учениците треба да се оспособуваат за самоучење, самообразование, односно перманентно образование.

Решавањето на проблеми (вклучувајќи ги пред се математичките проблеми) е највисока форма на учење и поради тоа учениците треба да се оспособуваат за таков вид на учење.

Училишниот успех зависи исто толку и од можностите и способностите на брзото мобилизирање и актуелизирање на стратегиите на мислење (мисловни вештини), колку и од знаењата и многубројните добро структурирани и разновидни техники на учење.⁴⁹

Значењето на учењето не е формално помнење на податоци (меморирање), туку решавање на проблеми врз основа на очекувањата на дадените цели и утврдување на релациите помеѓу познатото и непознатото, воочување на битните врски и односи меѓу податоците.

Поучувањето и учењето се две компоненти на наставата, кои не се истозначни, туку различни. Обично поучувањето им предхоува на учењето, им помага на учењето, но не може да го замени учењето. Додека поучувањето се одвива со помош на некој друг, учењето е типична самостојна активност (ментална, физичка). Учењето е планирана активност со цел да се стекнува одредено знаење, способност и навика, и преку неа се развиваат менталните и физичките способности на лицето кое учи.

Многу е битно утврдувањето на границата (мерата) помеѓу поучувањето и учењето, и во овој случај важна улога игра наставникот. Што е по мала возраста на учениците (особено во прво и второ одделение на основното образование), толку повеќе се определува време за поучување, и обратно. Времетраењето на поучувањето зависи, освен возраста на ученикот, и од тежината на наставното градиво, материјалите за работа и слично.

Односот на субјектот кон учењето може да бите *активен, креативен и пасивен*. Активниот однос кон учењето, како најсложена форма на учење, е директната комуникација на субјектот со наставното градиво, заснована во увидот и решението на проблемот. Пасивната форма на учење означува контакт со наставното градиво (предметот за учење), но на ниско ниво, преку некритичко усвојување на податоците, без навлегување во суштината на проблемот. Тоа претставува *меморирање* или *учење со помнење*, со кое се одликува наставата заснована на поучување.

⁴⁸ Лешкоски, И. (2002). *Педагошки речник*, Скопје: Друштво за книгоиздавателство и услуги Вековшнина, стр.264.

⁴⁹ Vijeće Europe (1988), *Projekt 8*, Strasbourg: str.175.

Значи, моделите на рецептивното учење и помнење (меморирање) се ослонуваат на тоа што наставникот рекол (лат. “magister dixit”) и на тоа што тој самиот рекол (“ipse dixit”). Одговорите на учениците се сведени и се срамнати со наставниковото изложување или со она што е напишано во наставните единици. Верувањето во наставникот влијае во губењето на ученичкиот идентитет, изостанува критичност, не се развиваат критичните ставови, ниту пак учениците се оспособуваат во потребна мера за самоучење и креативност.

6.2.4. МОДЕЛИ НА САМОУЧЕЊЕ

Моделите на поучување, како што наведовме, се употребуваат до одредена граница, и ако за тоа не се води доволно сметка, се јавуваат негативни последици за ученикот.

Токму за тоа, потребно е да се укажува на *моделите за оспособување за самоучење, самообразование и перманентно образование.*

Учебникот, покрај наставникот, претставува главен медиј и средство со чија помош се стекнуваат знаења. Затоа, методата на работа со учебник, како средство за самостојно учење, подразбира користење на најразлични патишта за решавање на одредени проблеми и задачи кои текстот во учебникот ги поставува. Во текстот најпрво се утврдуваат општите ориентации, а потоа се поминува во продлабочување на доживувањата со повторно читање (*етапа на сфаќање и разбирање*). Потоа следува анализа на уочените важни врски и односи, каде се врши селекција на фактите, за да се сведе наставното градиво во најбитни факти. На дадените податоци треба да и се пристапи критички, после што се врши генерализација и заклучување.

Во денешното време кога се уште се соочуваме со недоволен квалитетен учебник, добро е да се приклонуваме на т.н. моделски пристап во користење на учебник, кој им овозможува нови можности на наставникот за разновидна работа, а на ученикот им стекнување на знаења на нов и на него подобен начин. Постапките на учење на содржините на учебникот можат да се реализираат преку посебен отворен модел, кои што се однесуваат на неговите карактеристики е дескриптивен модел, бидејќи ги опишува постапките на учење, односно проучување на текстот. Отвореноста на моделот се огледа во можностите на утврдување на новите постапки на учење и работа на текст. Содржината на учебникот (градивото) претставува објект, со кој субјектот (учениците) е во непосреден однос со неа, и тоа преку патот на можните постапки во работата (модели).

Оспособувањето на учениците за примена на учебникот и на дополнителната литература треба да се разбира како процес на усвојување на одредени техники и постапки на самостојно решавање на разни проблеми кои се појавуваат во процесот на изучувањето (учењето) и како можност за успешна примена на ефикасната форма на учење. За ваков тип на оспособување на ученикот неопходна е улогата на наставникот, како организатор и координатор на творечкиот наставен процес.

Наставникот не го протолкува текстот, туку го упатува рецепиентот како самостојно да го истражува технологијата на неговата структура.

Во врска со учебникот, наставникот треба да му посвети внимание на неколку важни прашања, и тоа:

- Да се оспособуваат учениците да се служат со учебникот за разни потреби (стекнување на нови знаења, увежбање, повторување, самопроверување, практична примена),

- Да ги анализира задачите во учебникот според врстите и да се истражува што се може да нуди конкретната наставна единица во учебникот,
- Кои се неопходните базични знаења како бит на секое ново градиво,
- Како да се обезбеди методички плуралитет во работата,
- Како најуспешно да се застапува хеуристичко, проблемско и откривачко учење, како најделотворни начини на стекнување на продуктивното знаење,
- Како да се осмислуват упатствата за самостојна и истражувачка работа,
- На кој начин да се решава примената на диференцирани задачи, акцелерација и индивидуализација,
- Како да се навикнат учениците за употреба на дополнителната литература.

Значи, работата со учебник, на ученикот треба да им даде статут на активен учесник во наставниот процес, односно статус на субјект кој учи преку решавање на проблеми и тако доаѓа до потребните знаења, навики и способности.

Најдобро е рецепиентот на самостоен начин да ги утврдува проблемите во текстот, а потоа да ги истражува неговите причини, последици и да дадат можност за антиципација.

6.3. КРЕАТИВНИ МАТЕМАТИЧКИ МОДЕЛИ ВО НАСТАВАТА

“Тој кој учи но не размислува е изгубен”
(Кинеска поговорка)

Моделите насочени кон ученикот се засниваат на современите наставни модели. Нивната суштина се базира на вклучување на учениците во сите фази на наставниот процес (од планирањето, преку организација, изведување, вреднување и практична примена), чија цел е ученикот да постане активен субјект во наставата и преку што повеќе самостојни творечки напори да дојде до потребните знаења, навики и способности. Ваквиот вид на модели го редуцира *поучувањето* во најмала можна мера, а тежиштето на стекнување на знаења го базира врз *учењето* како самостојна интелектуална активност на реципиентот. Наставникот во овој случај се поставува во улога на субјект во наставата, партиципиент во тој процес, но во никој случај личност од центарот на вниманието.

Како современи математички наставни модели кои се во функција на темата што ја изработуваме, во овој случај можеме да ги оздвоиме:

- 1) Креативно-творечки модели,
- 2) Проблемски-откритиени/истражувачки модели,
- 3) Рецептивно-естетички модели,
- 4) Есеистичкии-синтетички модели,
- 5) Педагошки модел – проектна метода,
- 6) Алгоритамско-математичките модели,
- 7) Циклус на учење како наставен модел,
- 8) Егземпларно-парадигматски модели и др.

Овие се некои од сложените интегрирани модели кои се применуваат и во наставата по математика и се во функција на стекнување на математичките компетенции и кои во себе вклучуваат поголем број на подмодели и алтернативни постапки. Ниту еден од моделите не е универзален, во смисла дека може да ги заменува останатите и дека во нивната примена во наставата е без алтернатива.

Сите модели се отворени, што значи дека се динамични и кои се изложени на можноста на перманентна измена, дополнување, збогатување, кои придонесуваат во идентификувањето на креативноста на наставникот и афирмариње на автономијата, самостојноста, истражувачката и креативната личност на ученикот, што е и основна цел на современата настава.

Одредениот број на овие модели ќе ги обработиме и анализираме во ова поглавје, а некои од нив во понатамошниот текст на трудот, од причина што некои модели посоодветно ќе се претставаат преку стратегиите, односно методите на настава.

6.3.1. КРЕАТИВНО-ТВОРЕЧКИ МОДЕЛИ

Иако самиот поим творештво опфаќа во себе и креативност, сепак овој модел е назван како *креативно-творечки модел* од самата причина што, под првиот поим, подразбираме креативен став за творештвото. Во конкретниот случај, креативноста претставува важна карактеристика на овој модел, бидејќи разновидните активности и содржини во процесот на творештво, без креативан став кон тој процес, не дава гаранција за долгорочен успех и примена на долгорочна основа.

Творечкото мислење претставува форма на мислење во чија основа е сложена интелектуална активност што ја карактеризира оригиналноста и општествено признаената вредност на нејзиниот резултат. Битен услов за творечкото мислење е да се активира интересирањето на учениците да се обидуваат самостојно да доаѓат до нови сознанија.⁵⁰

По поимот творештво се подразбира стален, долготраен и исцрпна работа и не трпи било какви импровизации, во смисла на површност и неорганизираност на содржините на активности кои треба да се применат. Творештвото не претставува единствена способност, туку целина на различни способности или карактеристики на личноста.

Ниту еден модел не треба да се сфати како модел кој претставува доволен услов да секоја индивидуа доаѓа до истите резултати. Секој поединец можно е да постигне изразени хетерогени резултати, без разлика што имаат заеднички парадигми кои упатуваат на можен начин на дидактичко-методичката работа во наставните часови.

Ефикасноста на овој модел, па и на другите наставни модели во целина, зависи, покрај уделот на наставникот во наставниот процес, и од специфичноста на наставниот предмет (содржината, градивото), искуството на ученикот и наставникот во сферата на творештвото, досегашните творечки резултати, степенот на развиеноста на креативните ставови, техникике (ресурсите) на опременоста и друго. Потоа, истиот модел, во различни временски периоди (зависно од искуството на наставниците и на учениците) дава и различни едукативни резултати.

Затоа, моделот треба да се разгледува како отворен (отворен тип) и никогаш совршен и со завршна претпоставка за делотворна творечка работа во наставата.

Со помош на овој модел, учениците творечки (креативни) и критички пристапуваат кон наставната содржина и на неговото поучување. Со ова постапка, на научен начин се влегува во технологијата на творечкиот процес, кога се влегува во фаза на афирмација на својата творечка личност.

Креативно-творечки модели на систематски начин го упатуваат рецепиентот во содржините, методите и техниките на творечката работа, со крајна цел *развивање на способностите за творечко мислење*.

⁵⁰ Лешкоски, И. (2002), *Педагошки речник*, Скопје: Друштво за книгоиздавателство и услуги Вековшина, стр.253.

Критериумските парадигми се:

- Пронаоѓање на удалеченост на решението и одговорот,
- Конструкција на ново средство за решавање, односно пронаоѓање на нов израз,
- Изведување на нови корелативни идеи,
- Откривање на нови значења за поимите и за дадените податоци,
- Отвореност и затвореност на искуствата,
- Флексибилност на мислењата,
- Факторите на флуентност.

Креативно-творечките модели посебно придонесуваат во развивањето на инвентивната креативност, кое се огледа, пред се, во разгледување на новите релации помеѓу постоечките податоци, флексибилноста на идеите и флуентноста на зборови.

6.3.2. РЕЦЕПТИВНО-ЕСТЕТИЧКИ МОДЕЛИ

Рецептивните-естетички модели се засниваат на постапките на рецепција на податоците. Ученикот се јавува како активна личност кој прима пораки, го обавува нивната преработка и трансформација.

Ученикот (рецепиентот) се јавува како активна категорија и од пасивен набљудувач, станува активен учесник кој креира сопствени постапки на истражување. Наставникот ги следи активностите на рецепиентот и открива на кои прашања се собрани одговори и за кои треба да се продолжува истражувањето. Рецепиентот непрекинато истражува и преку самостојните напори доаѓа до одредени знаења. Ученикот оди пред наставникот и е негов активен соработник во движењето кон и низ непознатото. Градивото се прифаќа како естетски проблем кој треба да се дешифрира, декодира.

Ученикот активно (самостојно) комуницира со градивото. Успехот во рецепција на одредено градиво зависи во голема мера од начинот на идентификување на дадените податоци од страна на рецепиентот.

При ваквиот пристап треба да се има во предвид поврзувањето на новото градиво со старото (хронолошко следење на развојот, односно генезата, на некое појава), интердисциплинарното набљудување (хетерогената многустраност, односно поврзување на новите факти од едната област, со другите сродни факти од другите предмети, за да се заокружи со замислување на дадените податоци во нови услови (со кое нивното набљудување се подигнува до ниво на рефлексција).

Овој модел овозможува зборовите и речениците да се разгледуваат од денотативно и конотативно значење. *Денотативното значење* е основното значење на дадениот збор, што е посебно карактеристично за јазикот на математиката и на науката. *Конотативното значење* означува широк распон на идеи, чувства и делотворни тенденции: ставови придружени со симболи. Еден ист збор може да има различно денотативно и конотативно значење.

Рецептивно-естетичките модели ги афирмират истражувачките потенцијали на ученикот во наставниот процес. Секое наставна содржина им овозможува на учениците разновидни истражувачки постапки, односно трагање по вистината, возбуда и лубопитност.

Во теоријата на рецепција, тежиштето стои на односот на ученикот (рецепиентот) кон содржината. Рецепиентот е во директен однос со изворот на информациите. Содржината својот конечен форма ќе го добие во свеста на ученикот, кој на свој начин ќе го прифати. Важноста на овој модел е базиран во тријадата: автор-дело-ученик (читател).

Авторот го создава делото, додека ученикот (читателот) тоа го прифаќа на свој начин и финално ќе внесува како форма во својата свест. За да ученикот ги усвојува вредностите на некој дел на содржината, треба да гради активен однос кон содржината, бидејќи само така може да се комуницира со делото. На таков начин ученикот учи низ творечки процес, открива многубројни скриени поединости и на таков начин постанува соучесник на творечкиот акт.

Во класичната настава, во средината на вниманието е поставен когнитивната цел на учење, односно стекнување на знаења во што поголем обем, без разлика што таквото знаење, кај поголемиот дел на ученици, ќе се одржува во рамнина на репродукција, а не на рамнината на решавање на проблеми, способност за истражување и самостојно елаборирање на истражуваните податоци. Наставникот врз себе ја превзема комплетната улога (а не заедно со учениците), од самопланирање, па преку реализација (учениците се ангажирани само да ги слушат предавањата на наставниците) и практична примена (најголемиот број на ученици ги користат примерите понудени од страна на наставникот, бидејќи не се во доволна мера оспособени самостојно да пронаоѓаат други видови на примери или задачи).

Од друга страна, во основа, рецепција е самостојна и истражувачка работа на ученикот, кое доведува до нови сознанија и вистини. Учењето се реализира преку самоучење. Со рецепција се манифестира творечка и сопствена активност на секој субјект. Наставата, по пат на рецепција, се трансформира од предавање на готови факти, кон откривање на самостојни. Тука особено доаѓа во израз принципот на самостојно творештво, каде поединецот има можност да ги изразува сопствените склоности, способности и реализација на сопствените замисли. Самостојното истражување овозможува на субјектот да открива постапки преку кои ќе дојде до нови сознанија, самостојно да создава план и да истражува врз основа на се поголемото дивергентно мислење.

Рецепцијата тргнува од целта на истражувањето на градивото со кое се доаѓа до потребните сознанија (знаења). Следува потоа разгледување на дадените податоци, односно откривање на важните врски и односи помеѓу дадените податоци.

Градиво не се рецепира само по пат на читање, туку се рецепира и по пат на слушање и гледање. Затоа, од важност е учебникот, односно градивото, да се презентира во согласност со перцептивните и менталните можности на одредени ученици.

Хоризонтот (видокругот) на очекувањата, односно спремноста на ученикот да прихвати (рецепира) ново градиво, зависи од повеќе чинители, од кои на прво место се истакнува предходно искуство на ученикот, односно колку старите искуства (знаења) ученикот ќе може да ги користи за стекнување на новите знаења.

Хоризонтот на очекувањата е субјективно доживување кое е многу значајно за наставниот процес, па затоа треба да им се укаже посебно внимание на уводот на обработката на градивото, кој е битен услов за предрасположение на ученикот за одреден начин на рецепција.

Од важност за моделот на рецепција е фактот што преку примена на овој модел се посакува да се поттикне кај ученикот развивање на хоризонт на очекувања. Затоа, не треба да се инсистира само на еден хоризонт, туку на учениците треба да им се овозможува флуентност на идеи, со кое ќе се поттикнува нивната фантазија и ќе се провоцира поголем интерес за конечен расплет на ситуација.

Им се препорачува на наставниците да влијаат наставната содржина или поставениот проблем да се рецепира во една поширока понудена лепеза на различни хоризонти на очекувања, односно еден текст да се расветли од различни аспекти

(гледишта), со што обработката на еден наставен предмет ќе се подигне во ниво на мултидисциплинарна настава.

Рецептивно-естетските модели играат голема улога во наставата, преку кои модели се создават услови градивото да се прогледа на нов начин, да се реформулираат проблемите или да се редифинираат предметите. Зборовите и речениците имаат денотативно и конотативно значење.

Денотативно значење е тоа значење кое го означува дотичниот збор.

Конотативното значење означува поширок распон на идеи, тоа што со текстот се посакува да се нарача.

Централното прашање кое се поставува во теоријата на рецепција е односот на рецепиентот (ученикот) кон наставната содржина како текст. Рецепиентот е во израмнет однос со изворот на информациите.

При употреба на овој модел, најдобрите резултати ќе се постигнат со примена на истражувачките задачи. Истражувачките задачи треба да бидат интегрален дел на овој модел. Обично се нудат однапред, пред да се запознаваат новите содржини, но и во текот на наставата, како и во текот на обработување на новите содржини. Нивната функција е разновидна и учениците се оспособуваат за истражување и самоучење.

Формулацијата на задачите може да биде различна, што зависи од природата на градивото, возраста на ученикот, оспособување на ученикот за работа со моделот. Задачите најчесто почнуваат со императивите: Разгледај..., Спореди..., Наведи..., Анализирај..., Докажи..., Толкувај..., Издвој..., Покажи..., Испитај..., Објасни..., Заклучи..., Препиши..., Опиши..., Пронајди..., Забележи..., Измисли....

Рецептивно – естетичките модели овозможуваат самостојно стекнување на знаења кои се засниват на доброто познавање на методите и техниките на интелектуалната работа и самопланирање. Тоа е највисоката форма на стекнување на знаења без посредник. Рецепиентите самостојно го поучуваат градивото, ги утврдуваат битните врски и односи, ги поврзуват различните податоци на градивото, ги откриват нивните нови можни значења, ги изведуват потребните заклучоци, принципи и генерализации и т.н.

6.3.3. ЕСЕИСТИЧКИ – СИНТЕТИЧКИ МОДЕЛИ

Преку есеистички – синтетичките модели на настава учениците се вклучуваат во творечки процес кој го карактеризираат следните структури: отвореност, фокус, дисциплина и крај (завршување).

Отвореност, како прв структурални елемент на творечкиот процес, претставува непосреден контакт со предметите, луѓето, фактите, проблемите, концептите, идеите, настаните, појавите. Отвореноста е во директна функција со дивергентното мислење со кои се означуваат разновидните постапки кои доведуваат до решавање на проблемот. Резултат на дивергентното мислење се новите идеи. Отвореноста и дивергентното мислење се засниват на план, т.е. прашањата и одговорите се од естетски тип.

Фокус означува проверка на значењето на податоците (податоците се пречистуваат, селектираат, издвојуваат), со чија помош се создава ред и се продлабочува искуството, што во едно претставува план на креативно делување. Со помош на планот (планирањето), кој може да биде и *хипотеза*, се овозможува, преку аналитичко-синтетичките постапки, да се идентификуваат причините (фактите), да се издвојуваат, поврзуваат и елаборираат. Практиката покажува дека за иста поставена задача, различните ученици различно ја интерпретираат (се поставуваат да го решават), што значи дека секој има земено сопствен

фокус (агол и становиште на наблудување). Од ова може да се влече заклучокот дека фокусот е внатрешна, субјективна работа, лично искуство (доживување).

Дисциплина овозможува постигнување на успех и овозможува да се реализира тоа што е во фокусот (творење на производот, пр. решавање на задачата). Најбитно е кај учениците да се развива и одгои *самодисциплината*.

Завршетокот (крајот) означува дека еден творечки процес е приведен кон крајот во својата првобитна замисла. Претставува акт на самооткривање, акт на интелектуално и емоционално доживување.

Есеистичко–синтетичкиот модел има карактеристики на хеуристика (откривање), но од посебно значење е начинот на стекнување на знаења засновано на начелото “ангажирај ме“, за разлика од начелото “кажи ми“, карактеристична за класична предавачка настава или “покажи ми“, доминанта за наставата заснована на демонстрирање.

Учениците, преку есеистичкиот наставен модел, заснован на “ангажирај ме“, активно учествуваат во процесот на учење. Учениците го памтат градивото (како тема, идеја) презентирана со помош на прашања (планот), но и самите се вклучуваат во истражувачката работа.

Есеистичко–синтетичкиот модел битно се разликува од традиционалните модели (Вербални модели и Модели на практика), особено во делот на вклучување на учениците во наставниот процес и нивното оспособување за самоучење и перманентно образование.

Вербалниот модел се заснова на активната улога на наставникот во текот на изложување, предавање, разговор, објаснување, во кое учениците обично се во позиција на објект, а со тоа и пасивни наблудувачи. Нивото на нивното самостојно вклучување, односно активност, изнесува симболично (15% од расположливото време) и обично се јавува во крајот на наставниот час, кога преку поставените прашања на наставникот се репродуцира дадената наставна содржина.

Модел практики офаќа поголема активност на ученикот, особено ако се учествува во изведувањето на посебните работи. Овој модел означува постапка на демонстрирање, експериментирање, графички работи и слично.

Есеистичко–синтетичкиот модел им овозможува на учениците активно вклучување во процесот на стекнување на знаења и оспособување за самообразование. Овој модел битно придонесува во промена на начинот на едукација, за афирмирање на личноста на ученикот, со овозможување на учениците, во постапката на истражување, да се поврзуваат со реалниот свет и нивните услови (пример, геометриските фигури да ги поврзува со фигурите од природата и слично), кои можат да им обезбедат самостојно откривање и нивно користење.

Степенот на примена на моделот зависи првенствено од возраста на ученикот, способноста за самостојна работа и учење, како и од некои карактеристики на ученикот (упорност, мотивација за учење и достигнување, ниво на аспирација,...).

Со помош на овој модел субјектот се оспособува да произведува што повеќе идеи за да дојде до решението на одреден проблем.

Наставникот не е веќе тој субјект кој е најактивен во текот на наставниот час, туку таа улога сега ја превземаат учениците како активна категорија. Во текот на одвивање на овој процес, училницата се претвара во работилница (место на самостојна, креативна и кооперативна работа).

Активноста на ученикот според овој модел е најчесто од тријадната структура, според ЕРР-системот: *евокација (Е) – разбирање (Р) – рефлексција (Р)*.

Евокација (Е) означува постапка на асоцирање на идеи за дадените прашања, т.е. тоа е фаза на препознавање на проблемот.

Фазата на разбирање на значењето (Р) подразбира продлабочување на самостојната истражувачка активност, пронаоѓање на алтернативни одговори кои се повеќе како можни решенија.

Рефлекција (Р) е интерпретација на новите сознанија, синтетизирање на искуствата (старите со новите) и трансфер во новите подрачја на истражување. Ова фаза се однесува и на вреднување на решенијата и донесување на заклучоци и одлуки, со цел спроведување на нови активности.

Според ова, активността на ученикот може да се прикажува и на ваков начин:

1. Препознавање на проблемот;
2. Пронаоѓање на алтернативни решенија (одговори);
3. Вреднување на решенија и донесување на одлуки;
4. Спроведување.

Според овој модел учениците не добиват готови податоци, туку истражуваат и критички ги презентираат сопствените мислења и судови.

Почнатата активност во наставниот час со цел за решавање на одреден проблем, не ретко, се наставува и дома, каде преку самостојна работа користат дополнителна литература (а со тоа и истражуваат).

Наставникот се поставува како инспиратор, водител, организатор, кој посочува што вреди да се научи, а не што треба да се поучува. Тој и понатамо управува со наставниот процес, прилагодувајќи им се на потребите на ученикот, насочувајќи ги нив во правец на вредноста на градивото кое треба да се совладува, чиј процес на учење тече од внатре кон надвор. Тој не претставува единствен извор на знаење (постојат и други ресурси на знаење: учебниците, прирачниците, енциклопедиите,..., родителите, околината, медиумите, библиотеките,...). Учениците во случајот користат разни извори на знаење за да дојдат до соодветен одговор.

Преку есеистичко-синтетичкиот модел се постигнува психолошкиот идентитет на поединецот, доаѓа во израз самостојноста и автономноста на донесување на одлуки. Во поставуваните есеистички прашања недостасуваат голем број на податоци, но затоа пак учениците ќе ги наслутат и пронаоѓат можните антиципаторски решенија. Во овој процес, учениците, не само што ќе откриваат нови податоци, туку истите ќе ги применуваат, преформатуваат во искази (вербални, графички, нумерички) кои и одговараат и истите да ги комбинираат. Се тргнува од основната теза, базичната идеја и се оди преку планот (прашањата) до новите сознанија. Ученикот своите непосредни доживувања ги апсорбира, асоцира, индивидуализира и осмислува во своето искуство, а потоа ги конкретизира.

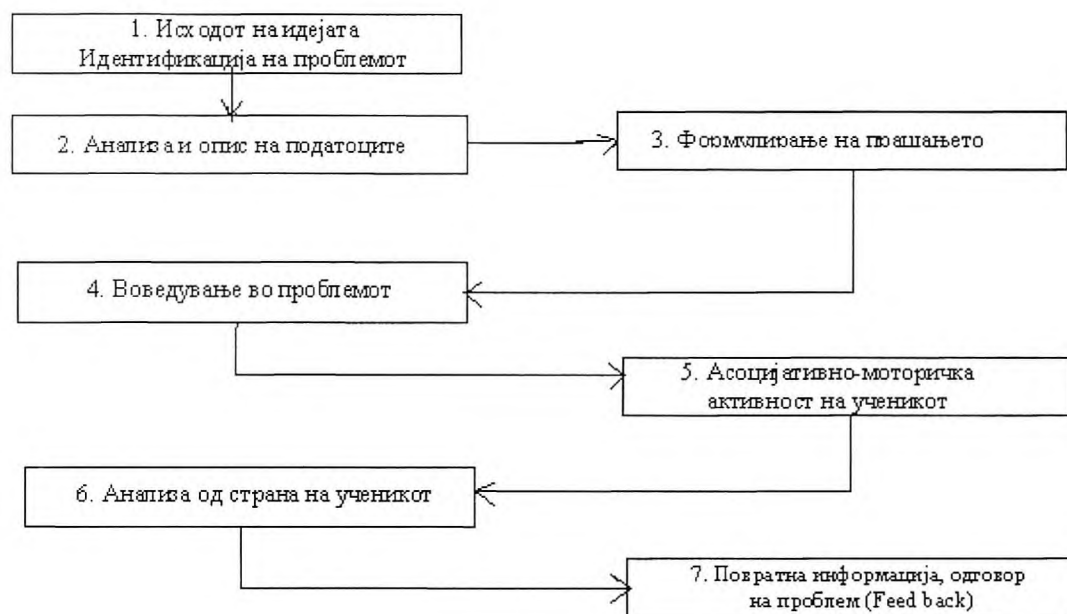
Со есејско-синтетичкиот модел се намалува работата на наставникот како предавач, пренесувач на знаења и информации, на сметка на самостојните истражувачки активности на ученикот.

Додека во традиционалните модели на настава, пропорцијата помеѓу припрема на наставникот за наставна работа наспроти предавањата изнесуваше 1:3 (еден час припрема – три часа предавање и вежби), кај овој модел таа пропорција изнесува обратно 3:1 (три часа припрема – еден час непосредна наставна работа).

Всушност, една тема или наставна единица треба да се прикажува во вид на план, и тоа во форма на есеистички прашања, кои не треба да бидат ни предолги - ни прекратки, ниту претешки – ниту прелесни. Тие мора да бидат (ако не секогаш индивидуализирани) нешто над очекувањата на учениците, што значи дека не можат веднаш на таквите

прашања да се даде одговор, туку мора предходно да се проучува материјалот што и одговара.

Примената на есеистичко-синтетичкиот модел има спирален тек. Најнапред се одредува резултатот на идеите (1), т.е. идентификацијата на градивото/проблемот кој треба да се истражува/научи; се издвојуваат карактеристичните/битните факти (преку анализа и опис) како следна етапа (2), за да се формулира прашањето (3) и учениците да се воведат во проблемската ситуација (4). Следната фаза е активноста на ученикот (5) кој се појавува како когниција, ефекција и психомоторика, па потоа резултатите се презентираат (6) и се дискутира за добиените резултати и за повратните информации (7).



Фигура: Спирален тек на примена на моделот

Овој модел им овозможува на учениците самостојна, истражувачка и креативна активност. Знаењата се стекнуваат со сопствени залагања, со минимална помош на наставникот. Наставникот ги подготвува, ги презентира и им дава упатство за задачите, а посебно за начините како да се прибираат податоците (1 фаза), додека учениците самостојно ги наоѓаат избраните одговори (2 фаза), за да наставникот, заедно со учениците (3 фаза) истите ги анализира, издвојува и посебно да ги нагласува најважните податоци.

Есеистичко-синтетичките модели овозможуваат да се поврзуваат различните (често и хетерогени) податоци во кохерентна целина. Поединостите овозможуваат да се конструира целина.

6.3.4. ПЕДАГОШКИ МОДЕЛ - ПРОЕКТНА МЕТОДА

Од еден низ на педагошки модели, од посебна важност е да се истакне *проектната метода*, кое ја развивале John Dewey (1859-1952) и William H. Kilpatrick (1871-1965).

Dewey сакаше училиштето да го претвори во едно образовна средина во кое учениците ќе *истражуваат*, *остваруваат* и *експериментираат*, наспроти едно училиште кое образовните содржини формално ќе ги дели на студиски подрачја, лекции, теми, факти и задачи, кои не им одговараат на потребите на учениците за целосно оформување.

Во новиот изглед на училиштето (според Dewey), *ученикот учи да размислува за проблемите и настојува истите да ги решава*. Се истакнува важноста на совладување на проблемите кои се присутни во заедницата, односно взаемното помагање и вклопување во заедницата, додека образовната активност треба да се води преку инстинктивните и импулсивните активности на ученикот. Во организација на индивидуалните тенденции и активности на ученикот се заснива неговото вклопување во околината, со нагласување на свесноста за колективното и кооперативното делување.

Kilpatrick продолжува да ги развива претпоставките на Dewey, преку изградба на т.н. *проектна метода*, каде учениците, зависно од интересите и во договор со наставникот, ќе работат во групи на одреден проект. Проектот почнува со поставување на проблемот и изнесување на претпоставките за можните решенија, продолжува со планирање и спроведување на активностите за решавање на проблемот, а завршува со изведување на заклучоци и негова примена во практика. На ваков начин, *поеднакво се развиваат индивидуалните способности*, како и се *социјализираат* со нивното вклучување во работа во група. Наставникот, во случајот, само ја организира работата и советува, додека пак учениците во многу поголема мера стануваат самостојни и снаодливи во решавањето на проблеми.

Зборот *проект* е од латинско потекло кој значи: *план, намера, нацрт, скица*.

Проект-метода е специфичен организационен систем на настава, дидактичка концепција според кое наставата се одвива на етапи: наставникот во непосредна соработка со учениците го поставува актуелниот животен практичен проблем, без оглед на неговата припадност кон наставниот предмет; заеднички се проектира планот за решавање на проблемот; според планот се изведува работата (заеднички, групно, индивидуално, во училница и надвор од неа); врз основа на собраните податоци и добиените резултати се изведуваат заклучоци; заклучоците непосредно се применуваат во практичниот живот.⁵¹

За секој (добар) проект важно е да:

- Има цел и да резултира со производ (продукт);
- Подразбира сложена задача (кое се дроби, разгранува во едноставни, рутински подзадачи);

- Има одредено траење, т.е. рок на завршување;
- По правило, вклучува работа на повеќе (групи на) ученици;
- Подразбира соработка и координација на сите (групи на) учесници.

Во современиот образовен систем, проектната настава и во наставата по предмет математика станува еден од поважните форми на учење и поучување. Во развиените образовни системи, реализација на ученичките проекти во наставата по математика завзема речиси (најмалку) една четвртина од годишниот фонд на наставните часови.

Кога се зборува за проектната настава во математичкото образование, од интерес е да ги разгледуваме следните работи:

- Кои се целите на проектната настава;
- Како се одвива еден математички проект;
- Кое е улогата на наставникот и ученикот во работата на проектот;
- Кои потешкотии можат да се појавуваат во проектната настава и како да им се пристапува на нив;
- Како да се најдат соодветни (погодни) проектни задачи;
- Неколку примери на добри и лоши одбрани теми.

⁵¹ Лешкоски, И. (2002). *Педагошки речник*, Скопје: Друштво за книгоиздавателство и услуги Вековшина, стр.231.

За да се одговара на погоренаведените елементи на проектната настава во предметот математика, ќе застануваме во некои детали што ќе ги истакнуваме во продолжение.

Најпрвин да се потсетиме и на некои укажувања поврзани со математиката.

Класичната настава по математика најчесто е ограничена во рамките на наставниот план и наставната програма и е сконцентрирана во неговата реализација, кое се карактеризира со јасно одделени наставни целини, теми и содржини, со слабо поврзување на усвоените знаења, вештини и способности, со непостоење на корелација со другите предмети.

Наставата по математика е сконцентрирана во реализација на материјалните и на делови на функционални задачи на наставата. Знаењата се пренесуваат во структуриран форма, често дедуктивно, се увежбуваат техниките на решавање на задачите, ретко излегуваат од рамката на тесните математички содржини (наставните целини и единици), а речиси никогаш од кругот на училишната математика (од основното и средно).

Математичките задачи најчесто се од затворен тип, со точно одредена задача (најчесто со единствено решение и со дадена метода / техника на решавање), недостасува задача од отворен и проблемски тип (самостојно истражување, можност на самостоен избор на методите), недостасува поврзаност со реалниот свет, живот и реалните (математички и други) проблеми.

Во класична настава по математика преовладува традиционална форма на настава:, доминира фронтална настава (метод на дијалог и предавање); индивидуална работа со учениците (решавање на задачи, работа со учебници) и само понекогаш е присутна тимска работа со учениците. Речиси недостасуваат проектни задачи. Во овој тип на настава се занемарува воспитната задача што ја има наставата, се ограничува, воглавно, на развивање на составноста, прецизноста и уреденоста.

Од друга страна, *современата настава* вклучува: ориентација на ученикот, партнерски однос на ученикот и наставникот, отвореност кон проблемската ситуација и задачите (од реалниот живот), корелација со другите подрачја од науката и човечкото делување, создавање на математички компетенции (а не само вештини на решавање на традиционални задачи), методи на соработувачка - тимска работа, посветување на внимание кон развивање на организациони и комуникациски компетенции на ученикот.

Токму од горенаведеното, математичките ученички проекти се од голема важност за наставата.

Ученички математички проект претставува работа на тим на ученици (пример, учениците од паралелката) над сложен математички проблем, најчесто близок со реалниот свет.

Проектот во наставата по математика претпоставува соодветен (додатен) ангажман на наставникот, односно извесна смелост на наставникот за отстапување од тесниот круг на наставниот план, за една неограничена временска рамка, за поинаква и барана форма на наставата, за примена на поинакви наставни методи.

Целите на проектната настава во математика се:

- Развивање на способности за тимска работа;
- Развивање на способности за донесување на одлука, поединечно и во тим;
- Развивање на критички однос кон сопствената и друга работа.
- Развивање на способности за артикулација;
- Да се има увид за потребата за поделба на работата;
- Развивање на самостојноста и одговорноста во работата;
- Да се дефинира доменот на компетенциите за планирање;

- Оспособување за користење на разни средства за работа и правилна проценка на расположивите ресурси;
- Практикување на самостојното пронаоѓање на информациите и критичкиот однос кон нив;
- Оспособување за интегрирање на заедничките добиени работни резултати;
- Запознавање со процесот на учење и работа во една социјална група;
- Запознавање со различните методи на работа;
- Создавање на производ за лично користење или за користење од страна на другите;
- Совладување на случаи на разединување на теоријата од практиката, како и на строго поставените граници помеѓу наставните предмети, земајќи ги во предвид аспектите кои се надвор од професијата;
- Препознавање на сложеноста на реалниот поставен проблем;
- Препознавање на влијанието на различните дизајнерски одлуки и т.н.

Реализацијата на еден математички проект преминува низ одредени фази:

Нулта фаза - *Примпрема на проектот*, кое опфаќа: избор на темата, припрема на учениците за темата (потребно предзнаење,...) и организација на проектот (временска, просторна организација, потребни ресурси према бројот на учениците и групите).

Прва фаза – *Поставување на проблемот*, кое опфаќа: поставување на проблемот – проблемот мора да биде поставен како доволно отворен и сложен (по можност, да излезе од кругот на математиката), примена на бура на идеи, уредување и групирање на идеите – разлагање на проблемот во парцијални проблеми, избор на парцијалните проблеми кои ќе се обработуваат, прецизирање на задачата, одредување на структурата на тимот, поделба на учениците во групи.

Втора фаза – *Работа во групи*, кое опфаќа: прибирање на работни материјали (извори на информација), употреба на помошни средства (дигитрон,...), Комуникација со другите групи (задачите на групата можат во некој дел да се преклопуваат и да се наастаат едните во други), документацијски работи (работата во проектот многу е важно да се документира), меѓурезиме на работата, извештаи за работата во групи, презентација на меѓуреултатите, критика, нови насоки од тимот или наставникот.

Трета фаза – *Интегрирање на работните резултати*, кое опфаќа: завршни извештаи на групите и презентација на резултатите, поднесување на документацијата и нејзино дополнување, интегрирање на резултатите во завршниот производ, вреднување на оствареното, критика, за да заврши со финално средување.

Четврта фаза – *математички придонес*, кое опфаќа: средување на математичките резултати, воспоставување на врски со наставните програми, презентација на производот на корисниците.

Важно е да се напомене во овој случај дека математички проекти на учениците треба да бидат ориентирани на производ (конечен продукт).

Како можни производи може да сметаме на: математички паноа и плакати, математички статии, списанија, новини, веб страници, предавања за другите ученици, работни материјали за другите ученици.

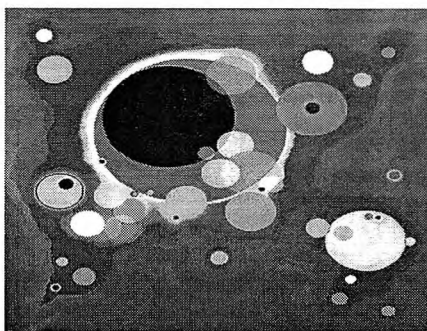
Улогата на наставникот во процесот на подготовка и реализација на проектот е од исклучителна важност, каде тој се поставува во улога на менаџер на проектот. Тој го води проектот, го усмерува и со него управува, е одговорен е за организација и за начинот на работата на проектниот тим и мора да биде во состојба да ги препознае проблемите и да се обидува конструктивно и систематски да ги решава.

Наставникот ги превзема следните задачи: прави избор на проектната тема (во повеќето случаи), прави поделба на учениците во групи (понекогаш со заедничка работа со учениците), ги воведува учениците во текот на прецизирање на поставените задачи, ги води учениците кон заеднички расправи, превзема организирање на поднесувањето на меѓуизвештаите, ги припрема учениците за употреба на новите и непознатите математички и други помошни средства, ги припрема медиумите за работа и објавување на резултатите.

Улогата на ученикот во проектот, односно во реализирање на проектот, е да е дел на една кооперативна заедничка работа, личност кој ги занемарува и совладува конфликтите во групата. Ученикот треба да рефлектира способност за артикулација на сопственото мислење, способност за прифаќање на други мислења, развивање на способности за взаемна критика на сопствената работа и на работата на другите и увид во итноста и нужноста и смислата на поделба на работата. Клучна квалификација на ученикот во проектот е способноста за тимска работа.

Во продолжение ќе наведеме некои примери на проектни теми:

Пример 1: Проектна тема: Природата во кружници.



Пред учениците се поставува сликата каде видно се истакнати одреден број на кружници и кругови. Се поставува како задача да се продискутира за особеностите на овие рамнински фигури. Наставникот ја поставува примена на наставната ситуација бура на идеи (brainstorming). Првично, учениците поединично ги селектираат идеите и истите ги забележуваат во картица. Како можни парцијални задачи во самата задача можат да се постават задачи поврзани со: центарот (средиште), дијаметар и пречникот на круговите. Во тој случај би се дискутирале за поимите и за карактеристиките на круг и кружница, на делови на кругот (исечок, сегмент, ..), на мерењето на кругот и на неговите делови (периметар, површина), за насоките и должината на круг, кружница и други објекти, за карактеристиките поврзани со троаголникот и кружницата, четириаголникот и кружницата, задачи поврзани со аполониевиот проблем, задачи поврзани со квадратура на кругот, бројот π , за круг и кружница во координативните системи, за круг и кружница во природа (лонгитудинални бранови, Сончев систем...), круг и кружница во уметноста (ликовна уметност, архитектура,...), круг и кружница во спортот и т.н.

6.3.5. АЛГОРИТАМСКО – МАТЕМАТИЧКИ МОДЕЛИ

Алгоритам претставува модел со упатства за самостојна работа и истражување, кое (особено) се користи во наставата по математика, преку понудавање на учениците на попис на низа на операции или редослед (постапки) на нивното истражување.

При составување на алгоритмот, основно е расчленувањето на мисловниот процес на поедини операции кои доаѓат во израз при решавањето на класата на задачи и утврдување на својствата на одредената ситуација.

На пример, при обработка на наставната содржина *“Делење на бројот со едноцифрен број”*, најпрвин се зема и се преработува еден конкретен пример на математичка задача (по можност позната задача, со цел повторување на познатото градиво). После тоа, се најавува целта и се демонстрира пример со истакнатите постапки на работа, со помош на кои ќе се решава таа класа на задачи. Се објаснува начинот на пресметување, чекор по чекор како тоа се решава. Врз основа на прикажаниот модел, односно наставниот алгоритам, учениците самостојно ги решаваат задачите од иста класа на задачи. На ваков начин на обработка на наставната содржина се добива повратна информација за степенот на усвојување на наставното градиво.

Значи, алгоритам се обично дефинира како попис на упатства за самостојна работа и истражување. Преку него се дава попис на низот на операции и редоследот на нивните истражувања.

Поголем успех во истражувањето ќе се постигне ако учениците се насочуваат (или со давање на упатства) на самостоен начин да ги пронаоѓаат и откриваат одредените алгоритми (односно самостојни примери).

Зборот алгоритам прв го употреби арапскиот математичар Ал-Харизми (IX век) и се однесуваше само на четирите основни алгебарски операции. Покасно, овој поим се проширува и во други области во математиката, а и надвор од неа, при решавање на одредени типови на задачи.

Алгоритмите означуваат постапки во работата во форма на правила или упатства за одредена врста на задачи. Самостојното пронаоѓање на алгоритми за типови на задачи и ситуации од животот го развиваат творечкото мислење и учење и го стимулира самостојното стекнување на знаење.

Овој модел ги доведува истражувачите до највисокото ниво на учење, на *учењето по пат на откривање*.

Пример: Креирање на алгоритам за множење на дадениот троцифрен број 453 со дадениот двоцифрен број 46.

Множениот		4	5	3	* 46 - множителот
	2	7	1	8	
1	8	1	8		
2	0	8	9	8	Производ

1. *Прво чекор во процесот на множење:* множењето почнува со шифрата поставена на местото на единицата (т.е. со бројот 6) од множителот, кое почнува да се множи со шифрата поставена на позиционно место определено за единицата од бројот кој се множи, потоа со шифрата поставена на местото на десетката, па на стотката. Единиците се запишуваат, додека десетките се пренесуваат на погорна скала. Сето ова се евидентира испод линијата.

2. *Второто множење* се изведува сега со десетката (шифрата 4) од множителот се множат десетките и стотките на на бројот што се множи, така што единиците се запишуваат, додека десетките се пренесуваат во наредната класа. Запишувањето се извршува со померување на лево за едно место, т.е. испод десетката на множениот број.

3. *Собирање*: После множењето ги собираме добиените броеви со помош на множењето, вертикално како се напишани. Резултатот од множењето се вика производ.

4. *Алгоритам*: На ист начин се множат сите броеви.

6.3.6. ЦИКЛУС НА УЧЕЊЕ КАКО НАСТАВЕН МОДЕЛ

Поради потребата за прилагодување на процесот на поучување, соодветно на промените во формирањето на математичките поими развиен е наставниот модел наречен *циклус на учење*.

Овој модел му помага на наставникот на соодветен и рационален начин да ги анализира и планира содржините по математика, во функција на активно вклучување на учениците во процесот на учење..

Моделот кој им овозможува учениците активно да се вклучуваат во следењето на сопственото разбирање, планирање на процесот на решавање проблеми, одлучување, работење во групи за соработка и во оценување на своето учење, се состои од четири фази: *воведно ангажирање, истражување, дискусија и примена*.⁵²

Воведно ангажирање е почетната фаза во процесот на учење во која се користат постапки кои треба да им помогнат на учениците да ги разоткријат своите претпоими и погрешно формирани поими. Во ова етапа, преку опишување на ситуација која вклучува проблем наменет за мотивација од страна на наставникот, учениците, преку дискутирање на разбирањето на ситуацијата, понудуваат идеи поврзани со проблемот. За секоја понудена идеја, наставникот им дава поддршка на учениците за развивање на разбирање за тоа како учат и што треба да знаат, за да на крај се прифаќат само нивните разумни одговори, без да се создадечувствона повреденост кај учениците. На крајот, на наставникот им се овозможува да има увид во претходното знаење на учениците поврзани со содржината која е предмет на обработка. Почетната фаза на овој модел на учење го одсликува креативноста на овој методички модел кој е во функција на развој на математичките компетенции, бидејќи уште на почетокот на процесот на учење се воведува интеракцијата како важен чекор во учењето.

Во втората фаза, фазата на *истражување*, на учениците им се нуди физичко искуство и социјална интеракција. Математичкиот проблем (задача) на учениците им се презентира на што е можно по отворен форма, насочувајќи ги суштинските делови од проблемот. Од страна на наставникот, се поттикнуваат, охрабруваат и мотивираат учениците да го применуваат начинот на учење со откривање во процесот на учење, да применат поголем број различни постапки, доволни да понудат некаква насока за да се дојде до решение. Учењето со откривање може да се објасни како учење кое се одвива кога на учениците не им е презентирана содржината во нејзиниот финален форма, туку од нив се бара самите да ја организираат. На учениците треба да им се овозможи да учат од разновидни извори на информации, да користат активности кои нудат основа учениците да ги преиспитаат своите идеи во однос на наставната содржината, за да го планираат своето поучување или истражување. Улогата на наставникот во ова фаза е улога на фасилитатор

⁵² Алексова, А., Браун, Д-р Катерине, Кондовска, Л., Шопкоски, Г. (2009), *Наставата по математика на 21-от век*, Скопје: УСАИД Македонија, стр.64.

кој обезбедува можност за интеракција на учениците со наменски одбрани материјали, со цел да ги поттикне учениците да генерираат прашања и хипотези во врска со проблемот.

Во фазата на истражување, според Брунер⁵³, неопходни услови за да има учење со откривање се: Соодветна поставеност (организација) на наставата, подготвеноста на учениците за учење со откривање, определен степен на владеење со специфични знаења од темата што се проучува и разновидност на околностите, организацијата и постапките во наставниот процес.

Дискусија е третата фаза во процесот на поучување според моделот циклус на учење, која помага за самонасочување, нудејќи дополнителна социјална интеракција и можност учениците да го прошират поимот на поинаква ситуација. Создавајќи мотивирачка атмосфера, наставникот дава придонес и повод за вклучување на учениците масовно во дискусија за нивните откритија и прашања кои произлегуваат од истражувањето кое се спроведува. Ова ги поттикнува учениците да бараат дополнителни информации на разни начини и да објаснат како овој процес го променил нивното претходно знаење. Преку интеракција се воспоставува врска со нештата со кои се среќаваат учениците во секојдневниот живот, која овозможува, наместо една активност на примена, примена на главниот поим на лекцијата во неколку активности.

Примена како последна фаза на развојот на моделот циклус на учење опфаќа презентација на дополнителни други примери и задачи кои можат да се решават со информациите добиено од предходните фази од наставната содржина. Се поттикнуваат учениците, преку поддршка при воспоставувањето врски помеѓу содржините и процесот на решавање на проблеми, индивидуално или во групи да идентификуваат ситуации од секојдневниот живот каде можат да се применат слични процеси за решавање на проблеми. Процесот на решавање на проблемот и ефективноста на крајното решение од страна на учениците, поединечно или во група, е фокусот на активноста на наставникот во ова фаза. Во ова последна фаза со која се комплетира циклусот, исто така е присутна интеракцијата на секвенциите откритие-запознавање.



Графикон: Циклус на учење во четири фази.⁵⁴

⁵³ Брунер, Д. (1979), Процес образовања, Београд: Педагогија 2-3, Завод за уџбенике и наставна средства.

⁵⁴ Алексова, А., Браун, Д-р Катерине, Кондовска, Л., Шопкоски, Г. (2009), *Наставата по математика на 21-от век*, Скопје: УСАИД Македонија, стр.68

Наставниците кои го користат *циклус на учење* како наставен модел, треба да посветат посебно внимание при избирање и реализирање на наставната содржина, кое пред се треба да е во корелација со развојните можности и интереси на децата на таа возраст. Особено треба да се имаат предвид законитостите на развојот на мислењето во овој развоен период, односно проценетите ментални способности на своите ученици.

Во реализацијата на содржините непосредните реализатори треба да организираат практични манипулаторни активности на учениците: манипулација со предмети, истражување, разложување, составување, конструирање, нижење, проценување и мерење, припојување на решенија со комбинирање на идеи и сл., а преку нив да се поттикнат мисловните активности на учениците, со што се овозможува изградување на систем на математички престапи и поими.

Пример: Педагошкиот модел - циклус на учење, односно фазите кои го сочинуваат овој наставен модел за прилагодување на процесот на поучување, ќе се обидеме да го илустрираме преку конкретен пример. Ќе ја реализираме наставната содржина *Плоштина на круг*, од наставната тема 4: *Плоштина на круг и многуаголник*, од Наставната програма за VIII одделение на деветгодишното основно училиште.⁵⁵

Првин, наставникот ја дели паралеката во групи и се зоздава атмосфера и се креира план за постигнување на крајната цел на наставниот час: да пресметуваат плоштина на круг според општата формула, да пресметуваат плоштина на круг во посложени примери, да ја користат формулата за плоштина на круг во решавање проблеми и да комуницираат и активно да соработуваат меѓусебно во групите. Исто така, наставникот поставува и други образовни барања при обработка на ова наставна содржина.

Четириите фази кои го сочинуваат наставниот модел - циклус на учење, треба де се одвиваат според ова организација и според следниве спроведени активности:

Во првата фаза, *фаза на ангажирање*, од страна на наставникот ќе им се дели на учениците фигури на два концентрични круга со различни радиуси, нацртани во тврда хартија, со задача учениците да се потсетат на предходните стекнати знаења во врска со геометриска фигура. Преку развиена дискусија стимулирана од страна на наставникот, учениците нудат разни знаења поврзани со содржината, се потсетуваат за поимите: кружен лак, кружен исечок, кружен прстен, периметар на круг, должина на кружен лак, поими, односно содржини кои им предходуват на содржината плоштина на круг, со што им се овозможува на наставникот да има увид на предходните стекнати знаења поврзани со наставната содржина која е предмет за обработка. Следува прашањето на наставникот: *Дали овие два круга имаат различни плоштини или нивните плоштини се еднакви?* На учениците им се дава доволно време да дискутираат пред да одговорат на прашањето.

Во фазата на *истражување*, откако добро ќе се разгледаат цртежите, учениците почнуваат со пресметувањата на мереше на радиусите на концентричните кружници, да ги одредуваат елементите на кружниците, да го запишат формулата за плоштина на круг. Пред да продолжат, учениците дискутираат за својата постапка на работа во група. Наставникот, во текот на следење на учениците, може да укаже на некои постапки и сознанија кои ќе им служат во прилог на постигнување на поставените цели. Од негова страна, учениците се поттикнуваат, охрабруваат и мотивираат да применаат поголем број различни постапки, доволни да понудат некаква насока за да се дојде до решение. Учениците се насочуваат да се потсетат на разновидни извори на информации, да користат активности кои овозможуваат преиспитување на сопствените идеи во однос на наставната

⁵⁵ Извор: Наставна програма по предмет математика за VIII одделение на деветгодишното основно училиште (2007), донесена со Решение бр.07-1830/1 од 28.02.2008 година, од страна на Министерот за образование и наука на Република Македонија.

содржината, за да го планираат своето поучување. Интеракцијата стимулирана со помош на наставникот мора да се насочи во насока на генерирање на прашања и хипотези во врска со проблемот.

Во трета фазта - *дискусија* преку создавање на мотивирачка клима во училницата се оди во насока на самонасочување на учениците со цел да се искаже поимот во поинаква ситуација. Откако учениците ќе ги објават своите резултати, се бара од нив да се обидат да го образложат плоштината на дадените концентрични кругови. Откако учениците ќе дискутират за резултатите во секое група, наставникот организира дискусија на ниво на паралелка (за поставената наставна содржина, однос проблем за решавање). Централна тема на дискусијата треба да биде разликата во радиусите, наспроти големината на кружниците. Преку интеракција се воспоставува врска со нештата со кои се среќаваат учениците во секојдневниот живот.

Во последната фаза, фаза на *примена*, учениците го споредуваат проблемот со разни предмети кои се во секојдневната употреба во домаќинствата и слично (Тањири, тепсии, тркала од велосипед и сл.), поттикнувајќи ги учениците да воспоставуваат врски помеѓу содржините и процесот на решавање на проблеми од секојдневните ситуации (пр. Да се најде дијаметарот на тркалото ако се знае плоштината на кружницата што ја сочинува тркалото и да се одреди колкав пат ќе измине тркалото при едно завртување).

6.4. БЛУМОВАТА ТАКСОНОМИЈА И МАТЕМАТИЧКИТЕ КОМПЕТЕНЦИИ

6.4.1. ТАКСОНОМИЈА НА КОГНИТИВНИТЕ ЦЕЛИ

“Умот не е сад кој треба да се наполни, туку оган кој треба да се потпали”

(Плутарх)

Таксономијата за образовни цели, попозната како *Таксономијата на Блум*, претставува поавтентична алатка за планирање на наставната програма, изведување на наставата и оценување. Таксономијата на Блум отсликува различни форми на размислување, а размислувањето е активен процес. Таа цели кон поширока публика и лесно се применува во сите нивоа на образование. Таксономијата е предложена во 1956 од страна на Бенџамин Блум, психолог на Универзитетот во Чикаго.

Таксономијата на Блум нуди начин да се организираат вештините на размислување во шест нивоа (*Евалуација (вреднување), синтеза, анализа, примена, разбирање (сфаќање), знаење*), од најосновното, до размислувањето од повисоките редови.

Блум, при изведување на една од многуте истражувања, забележа дека дури 95% од прашањата од тестовите бараат учениците да размислуваат на најниско когнитивно ниво, односно репродукција на наставните содржини. Од тие причини тој се посвети за промовирање и на форми на размислување од повисоко ниво.

Образовните цели, Блум ги класифицираше во три домени (подрачја на образование, класификации на нивоа на учење): *когнитивниот домен* (знаење), *афективниот или емоционален домен* (вредности, ставови и интереси) и *психомоторниот домен* (вештини). Секој од овие домени има свое ниво на усвојување на знаењата, односно како и кај другите таксономии, и кај оваа на Блум постои хиерархија, што значи дека учењето на повисоки нивоа зависи од претходното знаење и вештините стекнати на пониските нивоа.

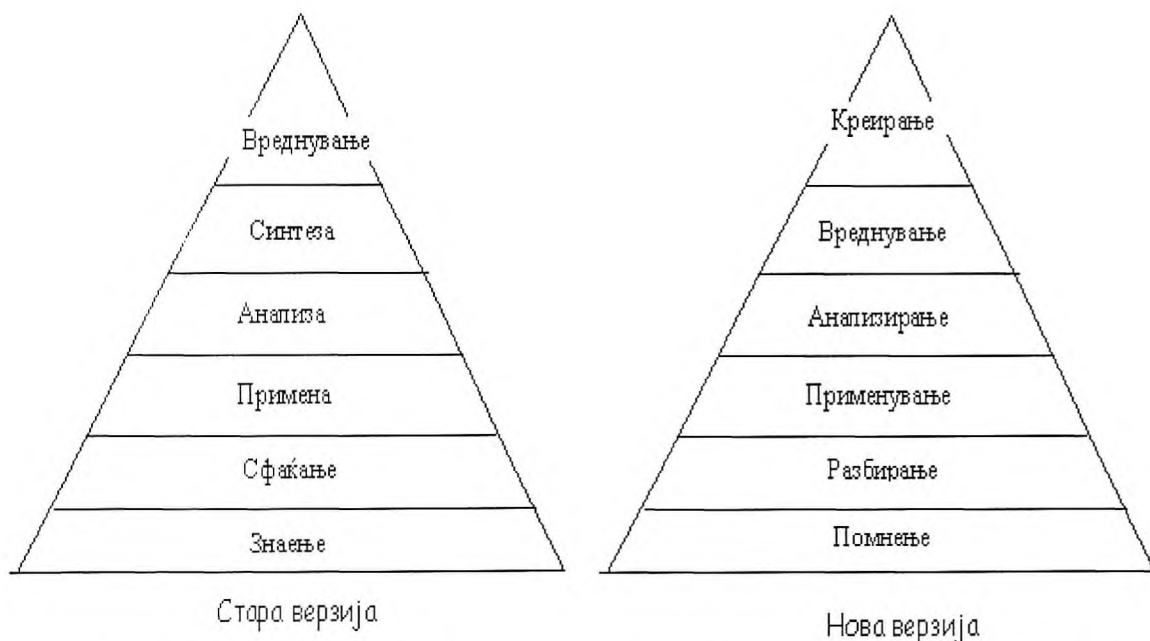
Целта на таксономијата на Блум е да ги мотивира наставниците при планирање на наставните теми да ги користат сите три подрачја. Сепак, поголемиот дел од стручната литература за таксономијата се повикува на когнитивниот домен.

Блумовата таксономија во воспитно-образовниот процес и работа постави еден нов поглед во видовите, начините и погледите во усвојувањето на знења на учениците. Таа претставува класификација на размислувањето организирана според нивото на комплексност. Блум идентификувал шест различни нивоа на учење внатре во когнитивниот домен, од наједноставен (повторување на факти), до сложени ментални нивоа (евалуација).

Когнитивните вештини се однесуваат на знаењето, разбирањето и „размислувањето“ за одредена тема. Традиционалното образование, се чини, ги потенцира вештините во ова подрачје, особено целите од пониско ниво.

Во 1990 година, Лорин Андерсон, поранешен ученик на Блум, ја ревидираше таксономијата на својот наставник, како резултат на кое настанаа многу промени. Ревизијата на таксономијата го акцентира измената во термини (имињата на шесте главни категории, исто така и поткатегиите на шесте главни категории, беа променети од именски во глаголни форми, а некои поткатегиите се преорганизираа) и во објаснувањето и опишувањето на покатегиите. Категоријата *знаење* беше преименета во *помнење*, од причина што знаењето е производ на размислувањето и е несоодветно за да се опишува категорија на размислување. Разбирањето како производ, стана *разбирање како процес*, а *синтезата* беше примената во *создавање (креирање)*, со цел подобро да се отслика природата на размислувањето опишано во секоја категорија.

Промените во терминологијата од старата во новата верзија (која е прикажана во приказот по долу од текстот), ⁵⁶се најверојатно најочигледните разлики и истовремено најмногу можат да предизвикаат забуна.



Од изнесеното можеме да учиме дека двете највисоки нивоа на размислување во новата верзија суштински се променети во однос на старата верзија.

⁵⁶ Извор: http://www.odu.edu/educ/roverbau/Bloom/blooms_taxonomy.htm

Новите поими кои означуваат категории во Блумовата ревидирана таксономија се дефинирани на следен начин:

Помнење: Присетување на информациите за одредени знаења од долготрајната меморија преку препознавање, набројување, опишување, секавање, именување, дознавање;

Разбирање: Објаснување на идеи или концепти преку толкување, сумирање, парафразирање, класифицирање, објаснување.

Применување: Користење информации во друга позната ситуација преку спроведување, извршување, користење правила.

Анализирање: Раздробување информации на делови со цел да се испита разбирањето и врските. Ова се реализира преку споредување, организирање, разградување, прашување, дознавање.

Вреднување: Бранење одлука или тек на постапка преку проверување, претпоставување, давање критика, експериментирање, расудување.

Креирање (Создавање): Создавање нови идеи, производи или начини на гледање на работите преку осмислување, градење, планирање, произведување, измислување.

Во 2001 година е издадена подобрена верзија на Таксономијата, под наслов „Таксономија за учење, настава и оценување”.

Постоењето на последователна хиерархиска поврзаност на шесте категории, а не и на самите категории, во когнитивното подрачје во Таксономијата на Блум, често е предмет на критики. Некои сметаат дека трите најниски нивоа се хиерархиски подредени, но дека трите највисоки се паралелни. Други сметаат дека понекогаш е подобро да се премине кон спроведување пред да се претстават концептите. Ова размислување се чини дека се поврзува со методот на учење преку решавање проблеми.

Афективно (емоцио подрачје) – ги опфаќа вештините кои го опишуваат начинот на кој луѓето емотивно реагираат и нивната способност да го почувствуваат радоста или тагата на други лица. Целите во ова подрачје се фокусираат на развојот на свесноста, ставовите, емоциите и чувствата. Блум дефинира пет нивоа во афективното подрачје, тргнувајќи од процесите од најнизок па сè до највисок ранг:

Примање: е ниво без кое не е можно да има учење. Во ова етапа ученикот пасивно обрнува внимание на настани и предмети.

Реагирање: Во ова ниво ученикот активно учествува во процесот на учење, не реагира само на одреден стимул, туку, исто така, активно реагира на одреден начин.

Проценување: Карактеристика на ова ниво е дека ученикот дава вредност на одреден предмет, појава или информација.

Организирање: Ученикот може да собере и поврза разни информации и идеи и да ги прилагоди на сопствениот начин на размислување – низ споредување, поврзување и образложување на научениот материјал.

Усвојување: Ученикот, во ова ниво, се стекнува со одредено миследије, верување или вредности кои влијаат на неговото однесување, па така тие стануваат негови/нејзини карактерни карактеристики.

Психомоторно подрачје: Вештините во ова подрачје се однесуваат на способноста ученикот да употреби и да ракува со најразлични алатки или инструменти. Целите на психомоторното подрачје најчесто се фокусираат на промената и/или развојот на однесувањето и/или на вештините. Блум и неговите наследници никогаш не создадоа поткатегории за вештините во психомоторното подрачје, но научниците и просветните работници тоа го имаат сторено.

6.4.2. БЛУМОВАТА ТАКСОНОМИЈА ВО ПРАКСА

Таксономијата на Блум во некој начин претставува *прошетка низ патеката на меморија*, која не насочува како да дојдеме до посакуваното размислување од повисок ред. Во современите тенденции во образованието, планирањето на наставните теми почнуваат со Блумовата матрица за планирање.

Водичот за продуктивни педагогии *“Прирачник во врска со училиницата”*, што се однесува на прашањето *“што е размислување од повисок ред?”*, меѓу другото се вели дека: „Размислувањето од повисок ред кај учениците вклучува трансформација на информациите и идеите. Оваа трансформација се случува кога учениците ги комбинираат фактите и идеите и синтетизираат, воопштуваат, објаснуваат, претпоставуваат или доаѓаат до заклучок или толкување. Работењето со информациите и идеите преку овие процеси им овозможува на учениците да решаваат проблеми, добиваат знаење и откриваат ново знаење. Кога учениците се вклучени во создавањето на знаењето, се воведува елемент на несигурност во наставниот процес, а резултатите не секогаш се предвидливи. Со други зборови, наставникот не е сигурен што ќе произведат учениците. Во помагањето на учениците да станат произведувачи на знаење, главната наставна задача на наставникот е да создаде активности или атмосфера кои им отвараат шанси на учениците да се вклучат во размислување од повисок ред“.⁵⁷

Во овој прирачник се издвојуваат три степени на интеграција на вештините за размислување од повисок ред во *“континуитет на делување”*.⁵⁸:

1. Учениците се вклучени само во размислување од понизок ред, т.е. примат, рецитираат или учествуваат во рутинска вежба. Во ниедна активност во текот на часот тие не ја надминуваат простата репродукција на знаењето;

2. Учениците се примарно вклучени во рутинско размислување од понизок ред за време на добар дел од часот. Има најмалку едно важно прашање или активност во која некои ученици изведуваат размислување од повисок ред;

3. Скоро сите ученици, скоро цело време, се вклучени во размислување од повисок ред.

Важноста на Таксономијата на Блум во практика, а со тоа и во наставата по математика, е повеќекратна. Ова средство за изразување на квалитативно различни начини на размислување, е соодветно за користење со целото одделение. Со помош на оваа таксономија на когнитивни цели, со која се става акцент на одредени нивоа кај различни деца, се продлабочуваат вештините за мислење кај децата, преку акцентирање на категориите на усвојување на знаења: анализа, вреднување, создавање, како повисоки нивоа од таксономијата.

Ова алатка која е адаптирана за училишно користење во процесот на планирање на наставата, продолжува да биде еден од најуниверзалните применети модели за реализирање на поставените цели во наставата. Блумовата таксономија на наставниците и учениците им нуди можност да научат и вежбаат начини на размислување и им нуди проста структура за многу различни типови прашања и размислување.

Во процесот на планирање на наставните теми треба секогаш да се има во предвид и улогите на наставникот (покрај планирањето и на улогите на ученикот), за секое ниво од вкупно шесте, кои се однесуваат на вештините на размислување

⁵⁷ Министерство за образование (2002), Водич за продуктивни педагогии, *Прирачник во врска со училиницата*, Квисленд: МО, стр.1.

⁵⁸ Министерство за образование (2002), Водич за продуктивни педагогии, *Прирачник во врска со училиницата*, Квисленд: МО, стр.1.

Улогите на наставникот за (нивото) *помнење* во училницата се: насочување, кажување, покажување, испитување, прашување, вреднување. Пак, улогите на ученикот во ова ниво се: одговара, прима, помни, препознава, мемориризира, дефинира, опишува, прераскажува, пасивен примач.

Улогите на наставникот за *разбирање* во училницата се: покажува, слуша, прашува, споредува, спротивставува, испитува. Улогите на ученикот во ова ниво се: објаснува, опишува, заокружува, преформулира, преведува, покажува, толкува, активен учесник.

Улогите на наставникот за *применување* во училницата се: покажува, олеснува, наблудува, вреднување, организира, прашува. Улогите на ученикот во ова ниво се: решава проблеми, покажува користење на знаењето, пресметува, прави збирка, пополнува, илустрира, конструира, активен примач..

Улогите на наставникот за *анализирање* во училницата се: истражува, води, наблудува, вреднува, служи како извор, прашува, организира, сецира. Улогите на ученикот во ова ниво се: дискутира, разоткрива, брани тврдења, дебатира, длабоко размислува, тестира, испитува, прашува, пресметува, истражува, прашува, активен учесник.

Улогите на наставникот за *вреднување* во училницата се: Разјаснува, прифаќа, води. Улогите на ученикот во ова ниво се: суди, расправа, споредува, дава критики, прашува, брани став, оценува, решава, одбира, оправдува, активен учесник.

Улогите на наставникот за *создавање* во училницата се: олеснува, проширува, се осврнува, анализира, вреднува. Улогите на ученикот во ова ниво се: осмислува, формулира, планира, ризикува, модифицира, креира, предлага, активен учесник.

Улогите на наставниците, односно улогите на учениците, треба да се проследат и активностите во доменот на создавање на пристапи во самата училница.⁵⁹

О Сите деца работат во фазите на помнење и разбирање, а потоа одбираат барем по една активност од секое друго ниво,

О Сите деца работат на првите две нивоа, а потоа одбираат активности од кое било ниво,

О Некои деца работат на пониско ниво додека другите работат на повисоки нивоа,

О Сите деца одбираат активности од кое било ниво,

О Некои активности се именуваат како “неопходни“, додека другите се “изборни“,

О Процес на размислување кој е издвоен за посветување посебно внимание, пример споредување (сработено со сите деца, мали групи или индивидуално),

О Некои деца работат на пониските нивоа и потоа ги осмислуваат нивните активности на повисоките нивоа,

О Сите деца ги пишуваат своите активности од таксономијата.

Ова претставува радикален пресврт во педагошката теорија и практика во поглед на нивоата на знаења кај учениците, што на наставниците им овозможува подобар и поефикасен преглед во формирање и реализација на наставните стратегии.

Во исто време таксономијата на Блум овозможува подобар преглед на развој на компетенциите на учениците, посебно кога станува збор за когнитивниот домен

⁵⁹ Блек, 1988, стр. 23.

7. МАТЕМАТИЧКИТЕ ЗАДАЧИ ВО ФУНКЦИЈА НА СТЕКНУВАЊЕ НА МАТЕМАТИЧКИ КОМПЕТЕНЦИИ

Математичката задача, како скуп на одредени податоци кои се ставени на одреден однос, игра важна улога во наставата и учењето на математика. Целта на наставата по математика несомнено дека во поголема мера се реализира со помош на задачите, односно со помош на решавање на истите.

Без да се претерува може да се утврди дека преку решавање на задачи се остваруваат, односно се постигнуваат, речиси сите дидактички цели на наставата по математика. Од важност е поставувањето на структурата на математичките задачи, нивниот состав и воведувањето на фазно решавање на задачата.

За да се формира математичка култура кај учениците и нивно активно и продуктивно учество во текот на наставниот процес, треба да се посвети внимание на организација и ефективното насочување на наставниот процес во текот на решавање на математичката задача.

Решавањето на математичката задача ја игра и улогата на средство во таа настава (освен како цел на наставата по математика). Ова се гледа во тоа дека конечната цел на наставата по математика го сведува воглавно на тоа учениците да ги совладуваат методите за решавање на системот на математичките задачи.

Преку решавање на задачите кај ученикот доаѓа до израз интелектуалната активност во голема мера. Преку тој процес, кај учениците се развиваат логичките размислување и логичките процеси (анализа, синтеза, индуктивното заклучување, дедукција и т.н.).

Преку решавање на задачи, учениците се по блиску до реалниот свет, се запознаваат со квантитативните односи помеѓи предметите, воспоставуваат корелации помеѓу стекнатите теоретски знаења и практиката (практичниот живот).

Наставните содржини по предмет математика се тесно поврзани со математичките поими и тврдења, кои со успех можат да се усвојат само преку решавање на соодветни задачи. Во таа прилика, изборот на задачата е од посебна важност. При избор на математичката задача мора секогаш да се има во предвид да секоја задача треба да има одредена цел. За да се развива способноста за решавање на задача, кај учениците мора да се буди одреден интерес за нив, да се обезбеди потребно време, да се развива одредена мисловна операција кои се карактеристични за одредени фази за решавање на задачата.

Оспособувањето на ученикот за решавање на математичките задачи претставува најдобра карактеристика на состојбата на математичкото мислење на ученикот и нивото на неговото математичко образование. Поврзано со ова, еден од најважен и најсложен педагошки проблем е како во процесот на наставата по математика да се научи ученикот да решава математички задачи.

Во целиот процес на решавање на задачата, важна улога игра, покрај другото, и способноста на наставникот во организација и ефективното управување во текот на процесот на решавање на математичките задачи во еден покомпликуван степен.

Наставникот се смета дека е во највисок степен на поттготвеност и одговорност ако успешно ги насочува целите за време на решавање на конкретната задача, врши избор и прави распоред на задачите во дадената наставна содржина, односно наставниот предмет, и со успех го организира работата со ученици во текот на решавање на конкретната задача.

7.1. ЗНАЧЕЊЕТО НА МАТЕМАТИЧКАТА ЗАДАЧА

Учениците со математичката задача и со негово решавање со соочуваат уште во првите денови кога стапуваат во училишните клупи. Со одредени типови на задачи тие се среќаваат и во раните детски години.

Дефинирањето на значењето на таквите видови на задачи претставува одговорна работа. Постојат различни дефиниции за задачата, кои во суштина се исти во неговото дефинирање.

*“Наставната задача е форма на самостојна наставна работа, кое се извршува од страна на учениците, според препораките на наставникот. Наставната задача е неразделив дел на воспитно-наставниот процес, важно средство за активирање на учениците при целосното усвојување и утврдување на наставниот материјал, при преработка на вештините и навиките, при примена на теоретските знаења во практичниот живот, при подготвување на нова тема, при проширување на знаењата за оделни проблеми”.*⁶⁰

Во наставата по математика, математичката задача најчесто претставува вежбање кое се реализира со помош на разни пресметувања, конструкции, споредувања, заклучувања и други мисловни операции.

Решавањето на задача ја следат различни моменти кои треба да се почитуваат, без разлика дали тие задачи се едноставни, сложени, проширени, нумерички или текстуални. Тие најважни моменти кои се неминовни за да се запазат во тој сложен процес се:

а) *Формулација на задачата* – задачата треба да поттикне интерес, креативност, любопитност, треба да е претставена со јасен текст кој ученикот ќе го воведо во проблемска ситуација;

б) *Начинот на решавање на задачата* – опфаќа процес на решавање на задача (претставување на задача, определување на прашање, независно решавање на задача, формулирање на одговор, изведување на резултат);

в) *Изведување на резултатот на задачата* – ја претставува вредноста и ефектот на една задача. Резултатот претставува мобилизација на учениците од повисок степен;

г) *Оспособување на учениците за решавање на задачи* – кое поминува низ неколку фази (решавање на полесни задачи според аналогија, решавање на задачи преку конкретизирање со предмети (средства), решавање на комбинирани нумерички задачи).

За решавање на математичка задача учениците најдобро се оспособуваат само преку решавање на задачата. Учениците треба да се навикнат и оспособуваат плански да пристапат при решавање на задачата, особено на тие посложените. Директно или индиректно треба се утврдат постапките – операциите кои го сочинуваат механизмот на процесот на решавање на задачата, при кој процес мора де се оди систематски и етапно. Прво, задачата мора да се разбере и јасно да се гледа што се бара во неа, по можност задачата треба шематски да се прикажува. Друго, за да се дојде до идејата и за да се креира план за решавање, мора да се уочи каква е меѓусебната зависност на разните поединости, каква е врската помеѓу непознатите и дадените податоци. Трето, треба да се реализира планот. Четврто, треба да се направи осврт, односно да се провери, дискутира и коментира добиеното решение.

⁶⁰ Osmani, Sh. (1993). *Fjalor i pedagogjisë*, Tiranë: 8 Nëntori, fq.133.

Значи, решавањето, може да заклучиме, задачата опфаќа четири најважни моменти (етапи, фази):⁶¹

1. *Анализа на условите и разбирање на задачата*- преку шематски приказ на задачата . Во ова фаза се разгледува што е непознато, што е дадено, како гласи условот, дали е можно да се задоволи условот, да ли условот е доволен за одредување на непознатите, да се црта сликата, да се распарча условот во делови (“порции”);

2. *Градење на идеја и составување на план за решавање на задачата* – кој преставува главен чекор, кој ги подразбира следните активности: да се бара врска помеѓу задачата и непознатата, да се решаваат сродни задачи (ако со постојните знаења не знаат да ги решаваат), да се изработува план за решавање, да се уочаат главните делови на задачата, да се преиспитува задачата од различни страни (аспекти), да се бараат допирни точки со предходните стекнати знаења;

3. *Практична реализација на составениот план за решавање на задачата* – во сите негови поединости, која ги опфаќа следните активности: изведување на планот кој почнува од главната идеја, се контролира исправноста на секој поединечен чекор со помош на формалниот заклучок или интуитивниот увид;

4. *Проверување на решението и формулирање на одговорот, анализа и коментар на решението, резиме* – која фаза опфаќа разгледување на решението од различните аспекти, разгледување на деталите од решението, графичко прикажување на решението, вклопување во предходните стекнати знаења, воочување на битниот момент кој може да се употребува во другите задачи..

Секои од овие фази е од посебен значење. Задачите, особено тие потешките, не треба веднаш да почнат да се решаваат, односно да се пресметат или конструираат од страна на учениците, ако истите не се доволно разбрани, што често се случува во пракса. Во целиот тој процес, наставникот, без да се наметне, му помага на учениците да дојдат до посакуваното решение. Повеќе наметнати тешкотии учениците ќе ги избегнуваат ако се навикнат да го контролира секој чекор во реализацијата на планот.

За разлика од едноставните задачи, *сложената задача* подлегнува на друга постапка за решавање, кое опфаќа два чекори:

Со првиот чекор се опфатени: усвојувањето од страна на ученикот на внатрешноста на содржината на дадената задача, разгледување на задачата (кое може да се прави на два начини: *аналитички* и *синтетички*), составување на план за решавање на задача и решавање и формулирање на одговорот на задачата – кое се врши според планиран редослед. Формулацијата на одговорот се прави за секоја операција одделно, за на крајот да се формулира крајниот одговор.

Според овој чекор, правилно и точно формулирана задача, со помош на соодветни прашања, придружувана и со средства за демонстрација и илустрација, се прави обид да се разбере.

Пример: Една нива е со површина од 6840 m^2 . Сопственикот, првиот ден изора со трактор 2410 m^2 , додека вториот ден 1820 m^2 од останатиот дел на површина. Уште колку површина од нивата останало неизорано?

Дадените податоци во самата задача, наставникот ќе ги пишува во таблата на следен начин:

⁶¹ Polóya, G.(1954). *Mathematics and plausible reasoning*, 33.

- Првиот ден се изораа 2410 m^2 . Колку површина од нивата останало неизорано?
- Вториот ден се изораа 1820 m^2 . Колку m^2 останале неизорани?
- Колку m^2 од површината се изорани вкупно?

Пред да се пристапи во принаоѓање на решението на задачата, таа се планира, односно се предвидуваат постапките или операциите кои треба да се извршат, тргнувајќи од познатите елементи, за да се стигне до непознатите елементи. Од таквиот начин на планирање, учениците подобро ги воочуваат елементите и поставените барања, познатите и непознатите елементи во задачата, начинот на решавање и т.н.

Пример како изгледа еден таков план:

Во една мелница се складирани 8536 kg жито. После завршување на сезоната на жнеење, едно земјоделско претпријатие доставил за мелење четири трактора натоварени со жито, со износ од 3460 kg во секој трактор поединечно. Во мелницата, за една недела е мелено 9270 kg . Добиеното брашно е делено на 5 продавници. По колку кила брашно им следуваа на секоја од нив?⁶²

Писменото планирање на ова задача би изгледало вака:

- Колку жито имаше?..... (8536 kg)
- Колку жито е донесено?..... (4×3460)
- Колку жито е мелено?..... (9270 kg)
- Колку жито останало?..... ($8536 - (4 \times 3460) - 9270$)
- По колку кила брашно имат земено секоја од продавниците?..... ($9270 : 5$)

Вториот чекор опфаќа: составување на задачата, потврдување на последното прашање во задачата (ако не сме го диктирале текстот); независно решавање на задачата од страна на ученикот; комуникација на резултатот и анализа на задачата.

7.2. АНАЛИЗА НА ЗАДАЧИ ВО НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА

Секоја задача која им се дава на учениците треба да е со одредена функција, односно треба да ги научи за нешто (запознавање со новата содржина, владеење со некоја постапка, оспособување за одредена математичка активност и др.). Решавањето на секоја математичка задача треба да преставува чекор напред во внесување на ученикот во светот на математиката, односно збогатување на нивните знаења со искуство, способности и вештини кои ќе ги ориентираат во различни проблемски ситуации.

Педагошката вредност на задачата се мери преку целокупноста на елементите кои се од корист во конкретната ситуација (непосредна наставна цел, од неопходноста за таква задача, конкретните податоци за задачата, фабулата на задачата, можноста ученикот да го

⁶² Murati, Dr.Xh. (1996). *Metodika e mësimdhënies së matematikës*, Shkup.

решава и евентуалната помош од страна на наставникот во текот на тој процес, врските со предходните решенија и наредните задачи и т.н.).

Математичката задача произлегува од целите на темите дадени во програмата за соодветното одделение. Таа треба да го насочува вниманието на ученикот кон проблем кој претставува систем од комплексни задачи, да поттикне творечка фантазија кај учениците и да поттикнува истражувачка љубопитност.

Во наставата по математика, првенствено мора да бидат застапени задачи чие решавање придонесува за длабоко разбирање и трајно усвојување на математичките системи предвидени во самата наставна програма.

Во наставата по математика, задачите се разгледуваат од различни аспекти., и тоа:⁶³

- според бројот и начинот на поставувања,
- според подрачјата (областите) од кои се избрани,
- според начините на кои можат да бидат решени,
- според комуникацијата на ученикот.

Од посебен интерес е разгледувањето на задачи во наставата по математика од аспект на нивните *когнитивни барања*, преку опишување на еден *метод за анализа на когнитивните барања на задачите*, на која, без некоја одредена причина и објаснува, најповеќе и се дава важност.

Продуктивното учење не се заснива само со едноставно делење на учениците во групи, туку во нивото и видот на размислувањето во кои се ангажира ученикот. Поради ова причина се истакнува важноста на когнитивните барања на задачата.

Во самиот процес на учење на математика, важно е да се почитуваат целите на учењето кои треба да се постигнат преку решавање на задачи, зошто токму задачите ја прават основата на неговите можности за учење математика.

После нивно дефинирање, се тргнува во изборот и креирањето на задачи кои одговараат, односно задачи кои ќе помогнат за постигнување на тие цели.

Ако целта на наставата е ученикот да научи како стекнување на одредена вештина при процесот на решавање на задача, треба да се нуди математичка задача кое дозволува такви можности, со сите атрибути кои се во прилог на таа цел.

Според Блумовата таксономија, глаголите кои се иманентни на соодветната карактеристика на знаење (познавање, разбирање, примена, анализа, синтеза и оценка (евалвација)) се користат при формулирање на задачите, а со тоа се претпоставува кое е нивото на задачата. Тие глаголи треба да се адекватни на когнитивните барања на задачата.

7.3. ВИДОВИ НА МАТЕМАТИЧКИ ЗАДАЧИ

Во случај на определување на видовите на математички задачи, се земаат повеќе критериуме, од кои издвојуваме⁶⁴:

- Според бројот на непознатите компоненти- со една, две и повеќе непознати (вариабли);
- Според условот на задачата (определени, неопределени и преопределени задачи);
- Според барањата на задачата (нумерички, конструктивни, теоретски задачи);

⁶³ Кондовска, Л., Шопкоски, Г. (2007), Прирачник за обука на наставниците по математика во основното образование, Скопје: издание на УСАИД Македонија.

⁶⁴ Малчевски, Р. (2001), *Методика на наставата по математика*, Скопје: Алфа 94, стр.129.

- *Според структурата на задачата* (едноставни задачи – задачи кои не можат, или нема потреба, да се разбиват на две или повеќе задачи; *зложени задачи*-задачи кои задолжително се разбиват на две или повеќе задачи, наречени подзадачи од таа задача);

- *Според содржината на задачата* (аритметички, алгебарски, геометриски, аналитички, тригонометриски задачи);

- *Според типот на мислењето* (алгоритамски, полуалгоритамски и евристички задачи);

- *Според дидактичките цели* (задачи за сознавање (сознавачки) – каде спаѓаат задачи за кои се доаѓа до нови знаења; задачи за увежбување – чија што главна цел е стекнување трајни навики и вештини; задачи за развивање – за кои е неопходно творечко мислење.

Кога се рагледуват задачите по математика од аспект на нивните когнитивни барања се мисли на нивото на размислување кое се бара од ученикот за тој успешно да го реши математичката задача дадена во учебникот, работните листови, збирката задачи.

Задачите се средство за поттикнување на размислување со различна сложеност, а тоа значи со задачите избрани од наставниот материјал од учениците се бара да: помнат конкретни поими; интегрираат шеми, графикони, дијаграми; користат поими и принципи во нови ситуации; анализираат податоци и синтетизираат идеи; проценуваат соодветност на заклучоците со постојните податоци добиени со содржината додека таа се развива на наставниот час. Затоа, задачите може да се категоризираат според нивните когнитивни барања.

Разгледувањето на задачите од аспект на нивните когнитивни барања е потребно бидејќи тоа што учениците ќе научат, не одредува само начинот на организација и активностите на часот, условите за работа, туку и нивото и видот на размислување во кои ќе се ангажираат учениците. Доколку се води сметка избраните задачи да нудат различни нивоа и видови на размислување, тогаш кумулативниот ефект на искуствата на учениците со такви задачи ќе води кон имплицитен развој на идеи за природата и значењето на математиката.

При составување на задачата од когнитивна област од страна на наставникот, од исклучавајќи важност е да се имаат во предвид особено факторите во кој контекст тие се поставуваат и афективните околности на ученикот, интерперсоналните околности во паралелката.

Наставникот по математика треба да ги земе во предвид природната мудрост и предзнаењата на ученикот и не треба да се ограничува само во механичките постапки и навики, туку треба да го развива и дискусијата во релација ученик-наставник. Исто так, наставникот треба да провоцира и поттикне интелектуална активност од страна на ученикот, да ги користи емоционалните карактеристики да го зголеми интересот на ученикот за процесот на наставата, да дава адекватна мотивација за изучување на новата содржина, да развива способност кај ученикот за апстракција, да создаде педагошки ситуации кои придонесуваат за самостојно откривање на нови карактеристики, да користат наставни средства, да развива математичко мислење (да формира индуктивни, аналитички и синтетички начин на мислење) кај учениците, да практикува решавање на задачи кои се поврзани со математичката теорија и емпирична пракса, задачи од проблемски карактер и т.н.

Пред поставување на задачата, неминовно е да се проверуваат, не само когнитивните способности на учениците, туку и нивното јазично искажување. Од добиените сознанија се пристапува во преформулирање, ревидирање или прочистување на задачата.

7.4. ДЕФИНИРАЊЕ НА НИВОАТА НА КОГНИТИВНО БАРАЊЕ НА ЗАДАЧИТЕ ПО МАТЕМАТИКА

Задачите по математика може да се класифицираат во четири нивоа на когнитивни барања и тоа⁶⁵:

Задачи за меморирање - се задачи со кои од ученикот се бара запомнување и репродукција на изучениот материјал, на содржини од конкретни факти, сеќавање за соодветните податоци, односна репродуцирање на она што веќе е изучено. Во ваквиот тип на задачи се очекува да се дојде до сознанието колку е оспособен ученикот да препознава детали, главни идеи, споредување, причинско-последични врски, карактеристични карактеристики и сл., одговори кои, освен што можат да се добиваат и од веќе изученото, но и во самиот текст од учебникот.

Задачи со процедури без поврзување – познати и како алгоритамски задачи, задачи кој кои решавањето е еднозначно определено со помош на точно определена постапка (формула, правило или алгоритам), со предходни дадени инструкции од страна на наставникот, или користење на постапка, кое од поставеноста на задачата може да се види дека предходно е користена.

Задачи со процедури со поврзување или полуалгоритамски задачи – во кои спаѓаат задачите чие решавање не е определено со строго ориентирана шема и за решавање на овие задачи потребен е дополнителен интелектуален напор. Поврзувањето на знаења секогаш се прави преку создавање на нови ситуации. Таков е на примерот што е случајот со геометриските задачи, во кои по правило е потребно доцртување на дополнителни елементи на зададениот цртеж. Преку решавање на овие задачи се дава можност да се преиспитуваат логичкото размислување на учениците и нивна умешност да се искористи изучениот материјал во конкретни услови и нови ситуации, преку примената на правила, методи, поими, закони, принципи и теории. Овој тип на задачи бараат повисоко ниво на владеење со материјалот од страна на ученикот, отколку задачите со процедури без поврзување. Сфаќањето на апстракција во самата задача, не е гарант дека може да се примени и во пракса. За тоа се потребни стекнување на дополнителни вештини за поврзување на знаења за да таквите апстракции наоѓаат примена и во конкретни ситуации.

Задачите од практикување на математика му овозможуваат на ученикот да го искажат целиот опсег на знаења за да додат до оригинално решение со крајен исход примена во пракса. Во процесот на решавање на овој тип на задачи кои го охрабруваат креативното разрешување на проблеми, материјалот се расчленува во составни делови, откривање на заемната врска меѓу нив и осознавање на принципите на организација на целината при кое расудувањата на ученикот треба да се базира структурни и логички критериуми.

При утврдување на нивото на когнитивно барање на некое математичка задача понекогаш може да биде проблематично, бидејќи некои небитни карактеристики на задачите можат да не одведат во непотребна насока, каде задачата од ниско ниво, може да изгледаат како да е од високо ниво.

Пример 1: Афродита го преуредува салонот за прием на гости со придружна кујна, и има намера подот да го покрие со паркет. Подот е со површина: долга 11 метри, а широка 8 метри. Колку квадрати паркет е потребно да купи Афродита?

⁶⁵ Кондовска, Л., Шопкоски, Г. (2007), *Прирачник за обука на наставниците по математика во основното образование*, Скопје: издание на УСАИД Македонија, стр.18

Погрешно е проценката ова задача да се третира како проблем од високо ниво, од причина дека е текстуална задача. Ова задача би го класификувале во групата на задачи од ниско ниво, односно задача од типот со процедури без поврзување, не само од причина што пресликува проблем од реалниот свет, туку и поради високиот степен на увежбаност на постапките за решавање на задачата за пресметување на плоштината на подот, и директно користење на формулата за одредување на плоштината.

Исто така е можно и обратното, односно задачите да се класифицираат како задачи од ниско ниво кога тие всушност треба да се задачи од високо ниво.

Пример 2: Во два базена исполнети со извесна количина на вода, учениците треба да утврдат во кој од базените има повеќе морска сол:

- базенот А, кај кој се префрлени три чаши морска сол и 100 кубици вода, или
- базенот Б, кај кој се префрлени четири чаши морска сол и 123 кубици вода.

Примерот некои го сметат како задача на постапки без поврзување бидејќи “лични” на стандарден проблем од учебник кој може да се реши со примена на правило. Сепак, оваа задача ја опишавме како *практикување математика*, бидејќи не е предложен ниту еден приод за решавање на проблемот (ниту експлицитно, ниту имплицитно).

При дефинирање на нивото на когнитивни барања на задачата, треба да се имаат предвид и компоненти поврзано со самите ученици. Возраста, одделението, претходно знаење и искуство, потребното време на чекање за решавање на задачата и сл. се дел од тие компоненти.

Во фазата на решавање на задачата, важно е сите ученици да се поттикнат да учествуваат, т.е. да не ја ориентира комуникацијата само кон учениците кои сакаат да одговараат на прашањата.

7.5. ФАЗИ ЗА РАЗВОЈ НА МАТЕМАТИЧКИТЕ ЗАДАЧИ ЗА ВРЕМЕ НА ЧАСОТ

7.5.1. РАЗВОЈ НА ЗАДАЧИТЕ ЗА ВРЕМЕ НА НАСТАВНИОТ ЧАС

Математичката задача е во корелација со наставните цели и во себе содржи и воспитна и развојна функција. Успешноста на нивно решавање зависи од начинот и нивото на воспоставена корелација на соработка, односно на соодносот наставник и ученик. Таа претставува активност што мобилизира и вклучува многу фактори во таквиот процес на поучување и учење.

Поврзано со конкретното решавање на дадената задача, во кој процес кај учениците се формираат умењата за решавање на задача, во продолжение издвојуваме две фази кои го карактеризираат развојот на задачата за време на наставниот час.

Фазата на поставување на задачата почнува со определување, односно одредување на задачата која треба да се реши од страна на учениците. Тоа се прави од страна на наставникот, кој во тој случај треба да прави избор на задача кој е функција на реализирање на цел од наставната програма. Ова фаза вклучува комуникација на наставникот со учениците, во поглед на тоа што се очекува од нив да направат, како се очекува тие тоа да го направат и со кои ресурси/средства, материјали треба тоа да го направат. Во ова фаза на поставување на задачата, наставникот може да ги измени когнитивните барања на задачата.

Фазата на имплементација на задачата започнува кога учениците ќе започнат со нејзино решавање и продолжува се додека наставникот и учениците не започнат нова задача. Во текот на ова фаза, когнитивните барања на задачите од високо ниво можат

лесно да се трансформираат во форми на размислување на учениците со пониско ниво на барање и тоа на различни начини. Треба да дојде во израз мајсторството на наставникот во процесот на поддржувањето на размислувањето и расудувањето на учениците, преку постојаното барање од учениците да дадат објаснување како тие размислуваат за решавањето на задачата.

7.5.2. ЗАДАЧИ ПОСТАВЕНИ СО ЦЕЛ ДА ИМААТ ВИСОКО НИВО НА КОГНИТИВНИ БАРАЊА

Од интерес на разгледување е и проблемот поврзан со поставување на повисоко ниво на когнитивни барања во самите математички задачи. Во продолжение ќе наведеме неколку моменти кои се поврзани со одржувањето на когнитивните барања од високо ниво во математичките задачи.⁶⁶

Во наставната практика се соочуваме со задачи кои се поставени со цел да имаат високо ниво на когнитивни барања во поглед на размислувањето на учениците, но и со задачи во кои учениците, наместо да се вклучат во длабоко и значајно ангажирање со математика, се вклучени во приод кон задачата кој е повеќе процедурален, а честопати механички.

Задачите поставени со цел да имаат високо ниво на когнитивни барања преставуваат поддршка на размислувањето и резонирањето на учениците и средство за следење на сопствениот напредок. Таквите задачи овозможуваат наставникот или подобрите ученици да моделираат изведба на високо ниво, како и да ги надградуваат претходните знаења на учениците.

Опаѓање на когнитивните барања од високо ниво во математичка задача се манифестира со рутинизирање на проблематичните аспекти на задачата, барање од наставниците од страна на учениците намалување на комплексноста на задачата со посочување на експлицитни процедури или чекори, префрлување од страна на наставникот на акцентот од значење на прецизноста и комплетноста на одговорот, одвојување на недоволно време за справување со комплексноста на задачата, необезбедена клима во училницата за одржливост на ангажирањето во когнитивни активности од високо ниво. Задачата не е соодветна за конкретната група ученици бидејќи и очекувањата од неа не се доволно јасни за да ги стават учениците во вистинскиот когнитивен простор. Учениците во ова прилика не се вклучуваат во когнитивни активности од високо ниво поради недостаток на интерес, мотивација или потребно претходно знаење.

⁶⁶ Кондовска, Л., Шопкоски, Г. (2007), *Прирачник за обука на наставниците по математика во основното образование*, Скопје: издание на УСАИД Македонија, стр.31

8. НАСТАВНИ СТРАТЕГИИ ВО ФУНКЦИЈА НА РАЗВОЈ НА МАТЕМАТИЧКИТЕ КОМПЕТЕНЦИИ

Разликата помеѓу пустината и оазата не е водата, туку човекот
(Народна изрека)

Изучување на математиката е засновано на основните математички поими, правила и факти, кои претставуваат почетно скалило на изучување на математика.

Во традиционалната математика, како единствен наставен пристап се смета меморирањето и увежбување на постапки, правила, начини и процедури.

Во наставата по математика, кое застапува математичко размислување на повисоко когнитивно ниво (задачи од процедури со поврзување и практикување математика), не се препорачува издвојување повеќе време за учење напамет.

Учениците може да ги научат фактите многу подобро преку нивна секојдневна употреба во интересни ситуации (измислени или реални) и преку користење мисловни стратегии.

Учењето математика не треба да се насочи кон меморирање и учење на поставените постапки, правила, процедури.

Развојот на општеството, големата културна разновидност и потребата за флексибилна работна сила влијаат на промени во пристапот на учењето математика.

Учењето математика треба да се фокусира на активното градење на знаењата на учениците, преку примена на првичните знаења при решавање на математички проблеми, со користење различни соодветни стратегии.

Значи, за целосно постигнување во голема мера на целите на наставата по математика, за управување на спознајната дејност на учениците, за усвојување на методите за самостојна работа и за развивање на творечките способности на учениците, потребно е да се изврши правилен избор на наставните стратегии, методи, форми и средства.

Усовршувањето на наставата по математика не зависи само од оптималниот избор на структурирањето на наставните содржини, туку и од изборот и примената на, покрај наставните методи, форми и средства, и на наставните стратегии.

Стратегијата е начин за постигнување на образовните и воспитните цели на наставата, кој претежно е детерминирана од прифатената теоретска концепција. Со стратегијата се определуваат наставните методи, форми и средства, и истата се реализира со помош на систем на наставни методи и форми.⁶⁷

Стратегиите кои најповеќе се применуваат во наставата по математика се: *екземпларната, евристичката и истражувачката стратегија*.

⁶⁷ Малчевски, Р. (2001), *Методика на наставата по математика*, Скопје: Алфа 94, стр. 150.

8.1. ЕГЗЕМПЛАРНА СТРАТЕГИЈА

Екземпларна настава е наставен систем или наставна стратегија според кое, за оформирање на програмските содржини во одреден предмет, од целата можна содржина, се издвојуваат и се претставуваат во наставната програма, типичните (екземпларните) предметни целини, за чие усвојување, предводени од страна на наставникот, учениците се подготвуваат за стекнување, на самостоен начин, на слични или приближни теми и целини.

Значи, екземпларната настава како наставна стратегија се состои во издвојување на суштинското од целината, односно на концентрирање на битното, со што треба да се постигне брзо и ефикасно усвојување на предвидените содржини.

Називот *екземплар* им се препишува на педагозите Х. Хеимпел (М. Heimpel) и на М. Вагеншајн (М. Wagenchein), додека изворот на називот се најде во латинскиот збор: *exemplum* кој значи *пример, модел, мостра, шампион на презентација* и т.н. Флитнер го нарече *парадигмична настава*, базирајќи се во стариот грчки збор *парадигма* (*paradigma*=*пример, модел, посебно значењена*). Клапки, тргнувајќи од учењето на Аристотел, а потоа и на Канти за категориите, го нарече *Категориална настава или образование*.

Методолошките чекори на работата за екземпларен избор и обработка на наставните содржини (чекорите кои го сочинуваат ова стратегија) се:

а) Искрпно студирање на целата програмска содржина по математика,
б) Избор на слични теми или на програмски целини по математика (Пример, во темата “Периметар на рамни фигури” се опфатени сличните наставни содржини како “Периметар на триаголник”, “Периметар на квадрат”, “Периметар на правоаголник” и т.н.).

в) Од сличните програмски теми или целини од предметот математика се издвојува и се определува за обработување, во рамките на наставните часови, најтипичното (нај екземпларното, нај репрезентативното,...), кое ги претставува основните карактеристики, квалитети или осебености на видот на програмските содржини на кој и припаѓа.

Ова претставува фаза на триажирање или на селекција на наставните содржини, која не претставува “хируршка редуција” на наставната програма по предмет математика, туку “во текот на ова работа се прави обид, со екземпларна содржина, да се обезбеди максимален ефект на усвојување на наставата” (Полјак).

Критериумите кои се препорачуваат за избор и екземпларна презентација на наставните содржини се:⁶⁸

1. Да се превземат во предвид *предходните информации и знаења на учениците*;
2. Да се истакне *екземпларноста* на избраната содржина;
3. *Типичноста* на наставната содржина;
4. Да се запази *класичното* (освен содржините создадени во минатото, да се избираат и претставуваат и содржините кои имаат почеток во денешното време, кои имаат една издржлива вредност);
5. *Репрезентативноста* на содржината;
6. *Едноставност и целисходност* (сложените феномени да се запознаат и обработуваат со помош на прифатливи содржини, соодветни и целисходни, кои ќе бидат на помош на реализирање на целта на наставата).

⁶⁸ Klafk, W. (1977). *Nastavni sistemi*, Zagreb: Educa, str. 64.

Егземпларните наставни содржини по предмет математика треба да се обработуваат на егземпларен начин. Според ова се подразбира организирање на егземпларна настава според следните дидактичко-методички постапки:

- Наставните содржини да се обработуваат на синтетичен начин;
- Оригинално процесуирање на преработката на егземпларните содржини (Која го опфаќа моментот на посветеноста на наставникот егземпларната содржина да го планира и реализира на самостојен начин, а не според некои тврди, шаблонизирани и униформни структури, туку на флексибилен начин, во зависност од природата на темата и специфичните околности кои постојат во училиштето и во самото одделение);
- Концепирање и преработка на содржините според дефиниран генетички (хронолошки) пат;
- Воведување на учениците во процесот на работа со помош на расположивите извори на сознание и учење (За подготовка на учениците за стекнување на егземпларна настава, не е доволно само обезбедување на доволни и соодветни извори, туку потребно е да и се нуди помош на учениците да се оспособуваат за да стекнат знаења и самостојна настава, преку соодветни извори);
- Егземпларните содржини да се обработуваат на евристички начин (содржините во конкретниот случај треба да поттикнат “ментално зрачење“ кај учениците);
- Подготовка за самостојна работа со егземпларни содржини кое:
 - Овозможува поширок опфат на наставните содржини;
 - Го помага и диференцираното планирање и реализирање на истите егземпларни содржини во училиштето и во други околности;
 - Го спречува затворањето и изолирањето на изработените егземпларни содржини, предводена од страна на наставникот, во свеста на учениците, како резултат на “менталното зрачење“;
 - Го помага формирањето кај учениците на културата за интелектуална работа, при самостојната работа.
- Егземпларната настава треба да се простира и да го опфати целата структура на наставниот процес, сите составни компоненти на наставата (значи треба, на пример, егземпларната настава да го реализираат подготвени, способни и обучени наставници за ова наставна стратегија).

Значи, да заокружime: ова наставна стратегија за учење на математички содржини, дава голема можност во работата со ученици, во прецесот на стекнување на знаења и умеења.

Сето ова се потпира и во самата способнос и подготовка на наставникот, кој како добро упатен во самите наставни содржини, ги издвојува (поделува) тие што се слични помеѓу себе и, според одредените критериуми, од тие наставни содржини, ги издвојува тие најсуштествените (најтипичните).

Поделбата на содржините се прави во две групи: *егземпларно* и во *аналогни содржини*. При обработката на егземпларната содржина, треба да се залагаме учениците во целост да го разберат егземпларната содржина и потоа да усвојуваат модел на преработка на егземпларна содржина. Потоа, учениците преминуваат во нивна самостојна работа на обработување на аналогните содржини.

8.2. ЕВРИСТИЧНА СТРАТЕГИЈА

Математиката во своето појавување е *конкретна* и *индуктивна* наука, а самата математика е *апстрактна* и *дедуктивна* наука. Таквиот факт зборува за сето тоа колку и за наставата по математика се важни и некои научни методи на истражување. Креативниот наставник, селектирајќи ги најпогодните проблеми и применувајќи ги тие методи, може да го оспособи ученикот за работа кој е многу блиска со *истражувачката работа*.

Ученикот треба постапно и примерно да научи да анализира, синтетизира, конкретизира, апстрахира, индуцира, дедукцира, генерализира, специјализира и да уочава аналогии, без разлика дали се тој потоа озбиљно ќе се занимава со математика или не. Математичкиот начин на размислување е многу вредна придобивка за математичкото образование, кое наоѓа голема примена во други активности.

Кои наставни системи се најпогодни за остварување на наведените цели? За наставата по математика, а посебно за развивање на способностите кај ученикот за решавање на проблеми, природно се издвојуваат два системи: *проблемска настава* (кое ќе ја преработиме во продолжение на дисертацијата) и *евристичка настава*.

Евристички систем (стратегија) најчесто се применува во случај кога проблемската настава не може да се применува, било поради неговата тежина или поради природата на математичката содржина кое треба да се обработува.

Евристичкиот систем е нешто по слаб, во споредба со проблемската настава, во делот на дејствување во насока на реализација на многуте цели на современата настава по математика. Тука, активностите и самостојната работа на ученикот е намалена (во споредба со случајот на примена на проблемска стратегија), меѓутоа способностите за мисловна (интелектуална) работа на ученикот и понатамо се развиваат, под мисионерско водство на наставникот.

Евристика е млада научна грана. Називот потекнува од Архимедовата позната изрека Хеурека! (пронајдов, открит), кога овој познат старогрчки мислител го открил законот на силата на телото кое се наоѓа во течност.

Суштината на ова стратегија се состои во самостојно организирање во процесот на решавање на делови од поставената когнитивна задача. Имено, наставникот ја разбива задачата на релативни делови на самостојни задачи, кои последователно им ги дава на учениците за да ги решаваат. Во тој процес наставникот раководи со нив, потпомага и дополнува во решението на овие когнитивни задачи. При реализација на евристичката стратегија, постојано се чувствува раководната функција на наставникот.

Карактеристиките на евристичката настава можат да се приберат во неколку точки:

1. Овој вид на настава овозможува самостојна работа и активност на учениците, како основа за стекнување на знаења и способности (се одликува со когнитивна самостојност). Преку овој вид на настава се анализираат поставените подзадачи, се споредуваат, се апстрахираат и воопштуваат, се докажуваат хипотезите, и на моменти влијаат и во самостојното планирање на својата работа;

2. Ова стратегија предвидува непосредна комуникација на наставникот и ученикот, како два најбитни фактори во процесот на наставата. Наставникот, преку поставените прашања, го насочува ученикот кон определени извори во кои се прикрива решението на дадениот проблем. Водениот слободен разговор и дискусија во релација наставник-ученик и овозможување на учениците да поставуваат прашања кога им недостасува некое информација за сознанието е исто така одлика на овој вид на настава;

3. Ова наставна метода не го насочува ученикот во насока на целосна самостојна работа за да доаѓа до откривање на математичката вистина. Туку, до таа цел ученикот

стигнува со помош на наставникот кој ја употребува евристичкиот модел (стратегија). Ученикот, покрај тоа, е активен, во еден степен, и субјект во наставата. Евристичка настава мора да го доведе ученикот до разбирање на содржината.

За илустрација на примената на евристичка настава во процесот на реализирање на содржини по предмет математика, ги издвојуваме следните примери.⁶⁹

Пример 1: Да го разгледаме наставната содржина: *Деливоста на природните броеви со бројот 9*.

Темата (содржината) е погодна за примена на евристичната стратегија, бидејќи пред тоа е обработена темата *“Деливоста на природните броеви со бројот 3”*, па затоа постапката на истражување е позната и лесно се воспоставува проблемска ситуација. Наставникот, во уводниот дел, со помош на воден разговор, ги потсетува учениците на таа постапка. Следуваат чекорите:

1) Се разгледуваат сите именители на бројот 9 помали од 200 и збирот на нивните шифри. Најмали заеднички именители на бројот 9, помали од 200, се броевите: 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99, 108, 117, 126, 135, 144, 153, 162, 171, 180, 189, 198. Учениците ќе воочуваат дека збирот на нивните шифри е или 9, или 18. Учениците приметуваат дека збирот на шифрите претставуваат најмал заеднички именител на бројот 9, значи броевите деливи со 9.

Прво тврдење: *Ако природниот број е делив со 9, тогаш и збирот на нивните шифри е делив со 9.*

2). Разгледувајќи ги природните броеви 2007, 18999, 456237, 987654321, кај кои збирот на нивните шифри, соодветно, е 9, 36, 27, 45, кои во дадениот момент претставуваат именители на бројот 9. Проверувајќи ги со делење, ќе заклучиме дека и разгледаните броеви се деливи со бројот 9.

Второ тврдење: *Ако збирот на шифрите на природниот број е делив со бројот 9, тогаш и тој природен број е делив со бројот 9.*

Второто тврдење, како обратно тврдење од првото тврдење, ни овозможува побрзо испитување на деливоста на природните броеви со бројот 9, кое е посебно важно во случаевите кога се работи за поголеми броеви.

Пример 2: Да го разгледаме наставната содржина *Збирот на агли кај многуаголникот*.

Обработување на ова содржина се темели во низа едноставни индуктивни заклучоци. Поради ова причина, наставникот по математика може на природен начин та го расцепка наставната единица во чекори и да осмисли евристички пристап на неговата преработка. Откривањето почнува од пораните сознанија за фактите.

1) *Предзнаења на учениците* – Наставникот ги потсетува учениците на нивните стекнати знаења за триаголникот и четириаголникот.

Првиот таков факт е тврдењето за збирот на сите внатрешни агли на триаголникот (*“Збирот на внатрешните агли на триаголникот е 180° ”*):

$$K_3 = \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Втор факт е тврдењето *“Збирот на внатрешните агли на четириаголникот е 360° ”*:

$$K_4 = \alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ = 2 \cdot 180^\circ$$

Вториот факт се добива со повлекување на дијагонала во самиот четириаголник, при што се добиваат два триаголника.

2) *Продолжување на индуктивната постапка:* Петоаголник.

⁶⁹ Kurnik, Z. (2002). *Načelo problemnosti*, Zagreb: Matematika i škola 14, str. 148-152

Наставникот ги насочува мислењата на учениците на следниот многуаголник и ги насочува нив да повлечат дијагонали од еден од неговите темиња.

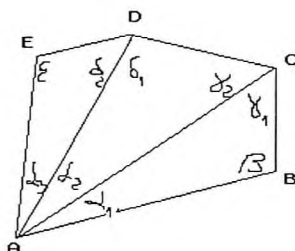
Многуаголникот кој следува е петоаголникот $ABCDE$, со внатрешните агли $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$. Повлечените дијагонали $\overline{AC}, \overline{AD}$ од темето A , го делат аголот α во три дела $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, аголот γ во два дела γ_1, γ_2 , аголот δ во два дела δ_1, δ_2 , додека петоаголникот $ABCDE$ во три триаголници ABC , ACD и ADE . Збирот на внатрешните агли на овие триаголници, според редоследот, е:

$$\alpha_1 + \beta + \gamma_1 = 180^\circ, \quad \alpha_2 + \gamma_2 + \delta_1 = 180^\circ, \quad \alpha_3 + \delta_2 + \varepsilon = 180^\circ$$

По извршениот збир на овие едначини, се добива:

$$(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) + \beta + (\gamma_1 + \gamma_2) + (\delta_1 + \delta_2) + \varepsilon = 180^\circ + 180^\circ + 180^\circ, \quad \alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = 540^\circ$$

Значи, $K_5 = \alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = 540^\circ = 3 \cdot 180^\circ$



3) *Аналогија*: шестоаголник, седумоаголник и т.н. Во дадениот момент се води разговор за следните многуаголници и се откриваат одредените законитости помеѓу добиените едначини. Шестоаголникот, со помош на три дијагонали повлечени од истото теме, се дели на четири триаголници, па затоа добиваме $K_6 = 4 \cdot 180^\circ$. Додека, за седумоаголникот имаме: $K_7 = 5 \cdot 180^\circ$.

4) *Генерализација*: Разгледувањето преку индуктивното заклучување не води до размислувањето на ученикот во насока на искажување на следниот генерализиран заклучок:

“Збирот K_n на сите внатрешни агли на многуаголникот со n страни е дадена со формулата $K_n = (n-2) \cdot 180^\circ$.”

Доказот на ова тврдење се заснива во фактот дека од едно теме на n – аголникот, можат да се повлечат $n-3$ дијагонали, кои таквата фигура го делат во $n-2$ триаголници.

8.3. ИСТРАЖУВАЧКА СТРАТЕГИЈА

Истражувачката стратегија се состои од организирање на творечка работа на учениците за самостојно решавање на конгнитивните задачи. Таквиот систем претставува организирање на настава, организирање кое опфаќа предвидување, планирање, откривање на нови врски и факти, поврзани со поставениот проблем за дискусија (решавање) или докажување на старите факти.

Овој начин на постигнување на наставните цели (*решавање на проблемот*), овозможува контрола на процесот на учење (*процесот на решавање на проблемот*), нуди патишта за да се дојде до нови факти и нивна практична верификација (*апликација*). Таа во себе содржи:

1. Анализа на проблемот (каде доаѓа до изразување употреба на методите, процедурите и техниките, прибирање, подредување, интерпретација на резултатите и т.н.);
2. Инкорпорирање на способностите на учениците за начинот на употребата на тие истражувачки апаратури и примена на образовната култура;
3. Неопходноста за ориентација и ефикасна употреба на научните извори и на способностите на ученикот.

Директно и самостојно учество на ученикот во решавањето на поставениот математички проблем подразбира активен, интерпретирачки и креативен приод кон проблемите и ситуациите. Овие се заеднички елементи кој го формираат концептот на ова форма на организација на наставата.

Истражувачката стратегија се карактеризира со следниве елементи: аналитичка способност, способност за критичко и самостојно размислување, учење преку решавање на проблеми, решавање на проблемски ситуации и откривање на причински врски.

Секако, во успешната имплементација на ваквиот начин на постигнување на целите, важна улога игра и предметниот наставник (менторот). Неговата улога се изразува во две насоки: како посредник (медијатор) и како давател на инструкции за проблемот и конкретната ситуација. Неговата помош во ова највисока форма на активирање на ученикот за учење е неопходно, доаѓа од “позадина” во форма на поттикнување, стимулирање, оријентација, охрабрување, откривање на интересите за истражувачка работа.

Значи, овој вид на учење е највисока варијанта на проблемска настава и учење (које ќе ја проучиме по детално во продолжение на дисертацијата), каде доаѓа до израз користењето на порано добиените знаења и каде истражувањето на самостоен начин зафаќа посебно место, односно е многу голема. Работата на наставникот, во овој случај, се однесува во насочување и водење на истражувачката работа на учениците.

Степенот на мисловното активирање на учениците е премногу високо кога имаме да работиме со анализа, синтеза, споредување, абстракција и уопштување.

Во продолжение, ќе наведеме еден пример каде ова стратегија наоѓа конкретна примена:

Пример: Да се најдат неколку својства на симетралата на една дадена отсечка.

Ова истражување му предхојува на веќе стекнатите знаења поврзана со симетралата на отсечката. Задачата почнува со цртање на отсечки со иста должина и различита позиција, цртање на нивните симетрали, набљудување, мерење, споредување, анализа и т.н.

Од овие преземени чекори произлегуваат неколку хипотези:

- Секое симетрала е вертикална во дадената отсечка;
- Секое симетрала, со соодветната отсечка, затвара агол од 90 степени;
- Секое симетрала го дели отсечката во два еднакви дела;
- Секое точка кое и припаѓа на симетралата на отсечката е рамноостаплив од крајевите на дадената отсечка;
- Краевите на дадената отсечка и секое точка на неговата симетрала формираат рамнокрак триаголник.

Како што наведовме, реализирањето на истражувачката стратегија бара повеќе време во споредба со другите стратегии. Во примената на ова стратегија, неминовно е и вклучувањето на самиот наставник, но треба да се најде моменот на неговиот “зафат”. “Идеалниот” момент на вклучување на наставникот е моментот кога се формулира хипотезата. Наставникот станува партнер на учениците, помагајќи им на учениците да направат правилна формулација и (евентуално) надополнување на хипотезата.

Во случај на поставување на погорните хипотези, наставникот треба тоа да го направи со помош на формулација на некои конкретни задачи од видот:

1. Да се разгледува прашањето кое е поврзана со точката на пресекот на симетралата со дадената отсечка;
2. Да се разгледува односот помеѓу деловите на отсечката, делени од страна на точката на пресекот на симетралата со отсечката;
3. Да се разгледуваат особеностите на триаголникот, кој се добива со спојување на краевите на отсечката.

Горниот пример може да се уопштува и за симетралите на страните на некој триаголник.

Најчесто, проучувањата, набљудувањата и експериментите се прават во домашни услови, а на часовите само се презентираат резултатите од истите, односно се презентираат решенијата на когнитивните задачи. За забележување е фактот дека, со истажувачката стратегија, учениците, освен со знаења, со здобиваат и со умеања за самостојно усвојување на знаења и за планирање и организирање на својата спознајна дејност, бидејќи со ова стратегија можноста за пројавување и развивање на творечките способности на учениците се најголеми.

8.4. СТРАТЕГИИ ЗА КРИТИЧНО МИСЛЕЊЕ

Интелектуалните вештини на критичкото мислење како што се анализата, споредувањето, синтезата, вреднувањето, рефлексивната мора да се учат преку нивно директно практикување.

Критичкото мислење е активен процес и не може да се развива преку пасивно слушање на информации и меморирање на факти. Стратегиите за критичко мислење кои вклучуваат прашување, дискусии и дебати за проблемски ситуации или работа на задачи во пи шана форма го поттикнуваат активното интелектуално учество на учениците.

Основната цел на поттикнувањето на критичкото мислење кај учениците во процесот на учење е да се унапредат нивните способности за мислење за да бидат подобро подготвени за решавање на проблемите со кои ќе се соочуваат понатаму во животот. Учениците треба да ги поттикнуваме да размислуваат критички – да поставуваат прашања и да дискутираат, да ги слушаат другите и да анализираат опции базирани на факти.

„Критичкото размислување е начин на размислување – за кое било тема, предмет, содржина или проблем – во кој оној којшто размислува го подобрува квалитетот на размислувањето со тоа што вешто ја презема контролата врз мисловните структури и им наметнува интелектуални стандарди“⁷⁰.

За едно лице можеме да кажеме дека критички размислува ако:

- Поставува суштински прашања и проблеми и јасно и прецизно ги формулира;
- Собира и оценува релевантни податоци, користејќи се со апстрактни идеи за ефективно да ги толкува, доаѓа до добро аргументирани заклучоци и решенија и истите ги тестира со релевантни критериуми и стандарди;
- Отворено размислува во рамките на алтернативни мисловни системи, препознава и по потреба оценува претпоставки, импликации и практични последици;
- Остварува ефективна Комуникација со другите во врска со решенијата на сложени проблеми.

⁷⁰ www.criticalthinking.org

Со цел да се развијат посложени мисловни вештини кај учениците, нивната способност за предвидување, за поставување хипотези и резонирање, наставникот треба да постави прашања корисни за продлабочено и суштинско размислување, наспроти површното размислување. Важно е:

- Да се осврнеме на видовите прашања кои ги употребуваме на часот;
- Да ги моделираме прашањата и размислувањата кои сакаме учениците да ги совладаат;

- Да планираме часови во кои употребуваме разни видови прашања.

Со поставување соодветни прашања можеме да развиеме кај учениците способност за:

- Предвидување;
- Критички осврт на сопственото размислување;
- Подетално набљудување;
- Согледување на потребата од докази.

Техники за дискутирање проблеми и предизивици се многубројни, од кои ќе издвоиме за ова прилика:

1. *Бура од идеи* е техника за групни активности создадена со цел да генерира поголем број идеи за да се реши проблемот.

- Од учениците се бара да даваат што повеќе идеи кои се запишуваат на табла.
- Од идеите може да се направи мисловна мапа.
- Според правилата сите ученици во одделението учествуваат во давањето идеи.
- Ако некој нема идеја, се преминува на следниот ученик.
- Бурата на идеи може да се употреби како добар начин да се решат проблеми посочени од наставникот или учениците. Таа е добра појдовна точка за целото одделение да се запознае со проблемот.

- Присутно е задоволство при работата и тимската работа се подобрува.

2. *Техниката круг на време* овозможува време за слушање, одржување на внимание, промовирање на усна комуникација и учење нови концепти и вештини.

- Целата група кое седи во круг е ангажирана и разговара за одредени прашања.
- Клучно правило е дека само еден ученик зборува во одредено време кога тој држи извесен предмет во раката, а другите слушаат.

- Правилата за кругот на време се дискутираат и усогласуваат од страна на учениците.

3. Техниката дискусии во мали групи дава можност секој ученик да се вклучи во одредена дискусија. Учениците кои се премногу срамежливи за целосно да претстават некое идеја во голема група можат:

- Да размислуваат на глас и да преземаат ризици, нудејќи „отворени“ идеи;
- Да станат посамоуверени како ученици;
- Да развијат усни јазични вештини кои ќе ги употребат во разни активности;
- Да ги подобрат односите со другите ученици и со наставниците.

Групите подоцна можат да го известат целата група и да ги споделат идеите.

9. НАСТАВНИ МЕТОДИ ВО ФУНКЦИЈА НА РАЗВОЈ НА МАТЕМАТИЧКИТЕ КОМПЕТЕНЦИИ

Овој свет е само сликарско платно за нашите фантазии
(Хенри Дејвид Торо)

Постојат повеќе дефиниции за поимот наставен метод.

Наставни методи претставуваат целесообразни начини на заедничка работа на наставникот и учениците во текот на наставниот процес, преку кои учениците стекнуваат знаења, вештини и навики и го развиваат своите психофизички способности. Познати се многу наставни методи, од изборот и примената на кои зависи остварувањето на задачите на воспитно-образовната работа во наставата. Наставните методи одредуваат како треба да тече наставниот процес и кои и какви активности треба да исполнуваат наставниците и учениците за да се осоздават планираните цели и задачи на образованието, во рамките на разни наставни предмети, нивоа и форми на дидактичката работа. Најприфатливата класификација на наставните методи се засновува врз три претпоставки: наблудување, зборови и практична дејност. Сообразно на својата заснованост, таа класификација подразбира три групи наставни методи: а) методи засновани врз наблудување (покажување); б) методи засновани врз зборови (1.монолошки: опис, зборување, раскажување; 2. дијалошки: популарни предавања, дискусии и 3.работа со книга); в) методи засновани врз практични активности на ученикот (практични занимања, лабораториски метод).⁷¹

Под наставен метод подразбираме начин на организирање на наставниот материјал и начин на извршување на создајната и практичната дејност на наставникот и учениците во текот на наставниот час за остварување на целите на наставата. Секој наставен метод содржи опис на активностите на наставникот, активностите на учениците и врските меѓу нив во процесот на наставата.⁷²

Зборот *метода* потекнува од грчкиот збор *methedos* и значи пат, начин или постапка со помош на кој, во процесот на создавање, се доаѓа до воспитно-образовната цел.

Со други зборови, со наставната метода се подразбираат патиштата на создавање на суштината на математичките содржини од страна на ученикот и начините на уредување на субјективните и објективните услови за учење во тој пат. Исто така, ова метода подразбира патиште и начин на кои учениците даваат повратна информација за усвоените обработени содржини.

Во текот на класификација на наставните методи во наставата по математика се земат во предвид специфичностите на наставниот процес кои се одгледуваат во: карактерот на наставната содржина кое се усвојува, возраста на ученикот, целите на наставата, активностите на ученикот, ефикасноста и свесноста во усвојувањето на знаењата, т.е. квалитетот на знаењето, од расположивите наставни средства во училиштето, од логиката на конгнитивниот процес и т.н.

Значи, во наставата по математика од исклучителна важност се наставните методи кои придонесуваат во развивањето на интересот на ученикот за изучувањето на математика и свесното усвојување на поимите и фактите, кои го поттикнуваат активноста на ученикот и развојот на нивното интелектуално размислување, кои придонесуваат во градењето на навиките за самостојна работа и самостојно стекнување на знаења, како и рационалните постапки во решавање на задачите.

⁷¹ Лешкоски, И. (2002). *Педагошки речник*, Скопје: Друштво за книгоиздателство и услуги Вековишнина., стр. 197-198.

⁷² Малчевски, Р. (2001). *Методика на наставата по математика*, Скопје: Алфа 94, стр. 153.

Една од можните и прифатливите класификации на наставните методи во почетната настава по математика е направена подготвува карактерот на активностите и квалитетот на знаењата кои учениците ги усвојуваат во процесот на создавање. Така, наставните методи значајно за почетната настава по математика можат да се класифицираат во две групи на методи: *репродуктивни* и *продуктивни*.

Во репродуктивните методи ги набројуваме методите со помош на кои учениците ги стекнуваат знаењата на ниво на препознавање и репродукција, а во продуктивните методи се опфатени методите со помош на кои учениците ги откриваат математичките вистини (поими, факти, појави), вршат генерализација и примена во практика на стекнатите знаења, проблемските ситуации ги сведуваат на проблеми, ги водат во цртежи и креативно решавање, значи стекнуваат оперативни и креативни знаења.

9.1. МЕТОД НА УСНО ИЗЛОЖУВАЊЕ

Методот на усно изложување има значењена улога во воспитно-образовната работа по математика. Основна карактеристика на овој метод е што како посредник меѓу воспитно-образовните содржини се јавува говорот.

Основна карактеристика на методот на усно изложување е догматското усно соопштување на материјалот, т.е. предавањето на готови знаења од страна на наставникот и слушање и настојување да се запамети кажаното од страна на учениците. Примената на овој метод овозможува да се поттикне психичка активност на учениците, може да се влијае на нивните емоции и да се мотивираат за активно учество во когнитивните активности. Посебно се користи во случајевите каде ученикот нема доволни предзнаења кои се потребни за разбирање на тоа што е предмет на изучување. Во ваквите ситуации наставникот е изворот на информациите, додека ученикот е примач на информациите.

Во современата настава овој метод е потиснат во втор план, од причина што, при реализација на наставата, доаѓа до израз пасивноста на учениците, развивање на помнењето и репродуктивното размислување. Ученикот не е активан чинител, односно субјект, во стекнувањето на знаења, туку објект кој, повеќе механички, отколку преку разбирање, ги прима и памти информациите што наставникот ги презентира, како би се понатамо оспособил на таков начин да ги репродуцира тие содржини.

Овој метод се јавува преку основните варијанти: *раскажување*, *објаснување* и *предавање*.

Раскажувањето е варијанта на метод на усно изложување кој најчесто се применува при воведување на ученикот во светот на математиката, за создавање на пријатна атмосфера за работа, за мотивирање на учениците за когнитивните активности и за остварување на практичните задачи.

Раскажувањето е усмено изнесување на одредени факти (на пр. односите на објектите во простор) според некој логички редослед.

Објаснувањето е форма на усно изложување, кое не трае временски повеќе од 5 минути, преку кое учениците се здобиваат со одредени знаења за математичките факти и генерализации врз основа на усното изложување на наставникот. Се објаснуваат правила, алгоритми, принципи, законитости, операции, односи помеѓу објектите, релации и сл. Објаснување е значајно и по тоа што со помош на овој форма можат да се служат и учениците, бидејќи и тие треба да ги објаснуваат односно изложуваат своите информации, преку своите примери и илустрации. Особено треба да ги објаснуваме заклучоците до кои се доаѓа врз основа на претпоставките кои на учениците им се познати.

Значи, објаснувањето е кратко и јасно раскажување со помош на кое усмено се изложуваат својствата на поимот или конкретизација на одредените математички вистини преку примери.

Предавањето како наставен метод е вид усно изложување при кое доминира догматското соопштување на готови резултати. Предавање е вообичаен израз за изложувањето на наставникот при одржување настава, според кој наставникот го “предава“, а учениците го “примаат“ изложувањето на наставната содржина.

Овој метод е карактеристичен и се користи најповеќе во повисоките степени на образованието (во средно и високо образование).

9.2. МЕТОДИ НА УЧЕЊЕ

9.2.1. УЧЕЊЕ ПРЕКУ РЕШАВАЊЕ ПРОБЛЕМИ

Учењето преку решавање проблеми – е метод на учење што ги охрабрува учениците да го преземат одговорноста за сопственото учење преку решавање проблеми (кои најчесто може да се решат на повеќе начини) и да прават рефлексивна за сопственото искуство при учењето. Може да биде дел од час или дел од поголем проект. Учењето преку проблеми го зајакнува знаењето на содржината, ги поттикнува сложените мисловни процеси и го засилува развојот на комуникациските вештини, решавањето проблемски ситуации и вештината за самонасочено учење.

Во случајот, се доаѓа до израз критичкото размислување, от причина што учениците анализираат проблем и се обидуваат да најдат решение, притоа одбирајќи и користејќи соодветни стратегии. Учениците работат во мали тимови. Се користат автентични задачи, односно учениците работат на проблеми од вистинскиот живот.

Наставникот им дава поддршка на учениците, обезбедува материјали за учење и ги насочува во дефинирањето, спроведувањето и вреднувањето на нивната работа.

Придобивките од учењето преку решавање проблеми се од повеќе насоки:

- *Мотивираност* - Проблемите од реалниот живот ја поттикнуваат љубопитноста и учениците се мотивирани да ги решат.

- *Критичко и креативно мислење* - Отворените проблеми со повеќе од едно решение ги поттикнуваат критичкото мислење и креативното мислење.

- *Учење како да се учи* – Учењето преку решавање на проблеми бара учениците да развиваат сопствени стратегии за дефинирање на проблемите, собирање на информациите, анализирање на податоците, донесување на одлуките и решавање на проблемите.

- *Тимска работа* – Учењето преку решавање на проблеми вклучува тимска работа и ги зајакнува комуникациските и интерперсоналните вештини.

Учењето преку решавање на проблеми се разликува во повеќе компоненти од традиционалното учење.

Во *традиционално учење* наставникот пренесува информации (предава), учениците најчесто меморираат, учениците добиваат задача да вежбаат и да го применат наученото.

Додека, во *методот учење преку решавање проблеми* учениците и наставникот избираат проблем, учениците пак определуваат што треба да знаат за да дојдат до решение, учат и го применуваат новото знаење за да го решат проблемот.

При учење преку решавање проблеми од голема корист е да се:

1. Најде автентичен проблем за да бидат поуспешни. Значи:

- Да се размисли сценарио од проблем кој извира од реалниот живот. Идеите за креирање на реален проблем кој е поврзан со наставната содржина можат да се добиват од настани од секојдневниот живот преку весници, списанија и сл.
- Да се вклучат учениците во предлагање на идеи.
- Да се прилагоди задачата на предзнаењата на учениците и нивното ниво на самостојност во работата.
- Да се подготви задачата во пишана форма, така што ќе биде доволно конкретна и прецизно дефинирана за да можат да се разберат важните детали.

2. Внимателно да се воведат учениците во работата на учење преку решавање на проблеми. За таа цел:

- Се разјаснува проблемската ситуација, така што ќе бидете сигурни дека сите ученици ја разбрале.
- Да се води дискусија за процесот и чекорите на учењето преку решавање на проблеми.
- Да се користи бура на идеи со цел да ги вклучат сите ученици.
- Да се договори вашата улога и улогата и одговорностите на учениците.

9.2.2. УЧЕЊЕ ПРЕКУ ПРОЕКТИ

Учењето преку проекти е метод со кој што учениците истражуваат сложени прашања или проблеми од реалниот живот поврзани со содржините од наставната програма со помош на постапки за решавање проблеми и користење различни извори на учење и материјали со цел да се постигне финален продукт.

Главни карактеристики на учењето преку проекти се:

- *Финални продукти* - Учениците работат со цел да создадат продукт. Тоа може да биде: предмет, механизам, игра, филм, презентација итн.
- *Групна работа* - Учениците работат во тимови.
- *Сложени задачи* - Проектните задачи вообичаено бараат да се решат посложени проблеми и потребно е време повеќе од еден час.
- *Автентични задачи* - Во проектите учениците работат на решавање проблеми од реалниот живот.
- *Интердисциплинарен приод* - Проектните задачи обично опфаќаат содржини од повеќе предмети и потребно е наставниците да соработуваат.
- *Креативно мислење* - Од учениците се бара самите да пронаоѓаат решенија.
- *Критичко мислење* - Учениците ги анализираат проблемите и размислуваат за понудените опции.
- *Самостојно истражување* - Учениците користат разни извори на учење и за да дојдат до информации, а честопати користат ИКТ.
- *Насочување од страна на наставникот* - Наставникот ги поддржува учениците, им обезбедува материјали и ги насочува во планирањето, спроведувањето и вреднувањето на задача.

Придобивките од самостојното истражување се од голема важност, од причина што:

1. Учењето преку проекти на учениците им е интересно, повеќе се мотивирани во работата и овозможува да се постигне повисоко ниво на когнитивен развој.

2. Учениците ги развиваат вештините на 21-от век и учат за најновите достигнувања.

3. Учениците стекнуваат: вештини за Комуникација и презентација; вештини за организација и раководење со времето; вештини за истражување; вештини за самооценување и рефлексija; вештини за тимска работа и лидерство.

Во подолната табела е дадена разликата помеѓу традиционалната настава и учење преку проекти:

<i>Традиционална настава</i>	<i>Учење преку проекти</i>
Следење на инструкциите од наставникот	Спроведување на само директивни активности за учење
Меморизирање и повторување на факти	Истражување, интегрирање и презентирање на информации
Слушање и реакција на поставеното прашање	Комуницирање и преземање на одговорност за учењето
Стекнување на знаење за факти, термини и содржини	Разбирање на процесот на учење преку решавање на проблеми и истражување
Совладување на теорија	Проверка и примена на теоријата
Зависност од наставникот	Поддршка и поттикнување од наставникот

9.2.3. ПРЕТПРИЕМНИЧКО УЧЕЊЕ

Претприемништвото ве поттикнува да бидете креативни кога го применувате тоа што сте го научиле за бизнисот и финансиите, па често се нарекува и *учење преку работа*.

Претприемничкото учење е вид на автентично учење кое има за цел да развие претприемнички вештини и ставови кај учениците при што им се овозможува да работат креативно и активно на практични проекти.

Во потесна смисла на зборот, концептот за образование на претприемничките ставови и вештини се однесуваат на обуката како да се креира бизнис, додека во поширока смисла на зборот таквиот концепт се однесува на развојот на персоналните квалитети за претприемништво и не е директно фокусиран на креирање на нови бизниси (и опфаќа: креативност, иницијатива, преземање ризик и одговорност).

Во современото време на промовирање на соопфатна глобализација, претприемништвото добива национални и меѓународни размени, и станува главна предводница на економскиот развој. Токму од ова причина, образованието им посветува големо внимание на таков вид на учење.

Претприемничкото учење е доживотен процес на учење кој овозможува развој на внатрешните потреби за откривање и креирање можности и експертиза за успешно започнување и менаџирање на сопствен бизнис.

Претприемничкото учење каде проблемите се базираат на вистински ситуации, треба да биде насочено кон изградба на претприемнички индивидуалци кои зрачат со самодоверба и лесно се справуваат со ризикот и непознатото.

Преку овој вид на учење, каде фантазијата и креативноста се клучни вештини, учениците се оспособуваат да иницираат креирање на идеи, развој и нивна примена.. Ваквите личности се спремни доброволно да преземат одговорност, се способни

ефективно да комуницираат, преговараат, планираат, организираат и се во состојба да влијаат на другите. Тие се активни, сигурни и полни со цели и поседуваат позитивен, флексибеан и прилагодлив став за промени, гледајќи кон нив повеќе како на предизвик отколку проблем.

Во претприемничко учење, преку работа на проекти, значи преку практично учество, се создава можност кај учениците да се развие креативноста и најразлични вештини преку практично учество. Во овој вид на учење доаѓа до израз вредноста на тимската работа (работа во парови или групи), важноста на добрите комуникациски стратегии, како да презентираат информации во пишана форма, но и низ усни и визуелни презентации, како да се справат со неуспехот и позитивните лекции кои можат да ги научат од искуството.

9.3. МЕТОД НА ПРОГРАМИРАНА НАСТАВА

*“Готово сите истражувања покажуваат дека програмираната настава е поефикасна од обичната, непрограмирана настава“
(М Баковлев)*

Програмирана настава е еден од современите наставни системи на поинтезивизирана, посистематизирана, порационализирана и поиндивидуализирана настава според која однапред се програмира целокупниот тек на учењето.⁷³

Програмираната настава е наставна форма со кое наставната содржина логички се структурира во еден посебен начин и и се дава на учениците во мали делови подготвени порано, кои тие ги усвојуваат постепено на самостоен начин, одејќи чекор по чекор според сопствениот ритам и преку верификација на степенот на усвоеноста на оние содржини, со помош на постојана информација и континуитивно ретроактивна.⁷⁴

Програмирана настава е форма на организирање на наставата, во кое, во еден посебен организиран начин е програмирана содржината и е преставена течението на неговата преработка; пригодна за самостојно (индивидуално) усвојување на знаењата, вештините и навиките, за разни категории на ученици и нивни можности.⁷⁵

Програмирана настава е еден систем од современите системи на организација на наставата, која има за цел наставната работа подобро да се интензифицира, рационализира и индивидуализира.⁷⁶

Програмираната настава ги има своите корени уште во Сократовото учење, во Античката Грција. Сократ е еден од првите програмери во областа на геометријата, кое го забележал Платон во своето дело диалог “Менон”.

Програмираното учење, такво како што денеска ја знаеме и применуваме, се појавил во дваесетите години на XX век, за да доаѓа во израз после 50-сетите години на минатиот век, со претензија да ги острани недостатоците на традиционалната настава: нискиот степен на самостојната работа на учениците, слабата повратна врска, недоволната сообразеност на наставниот процес со индивидуалните квалитети на учениците и слично.

Првите почетоци се поврзани со американскиот психолог, Сидни Л. Преси, во 1926 година. Б. Ф. Скинер, во 1954 година развил посебно покренување на програмираната

⁷³ Лешкоски, И. (2002). *Педагошки речник*, Скопје: Друштво за книгоиздателство и услуги Вековишина, стр. 231.

⁷⁴ Prodanović, T., Ničković, R. (1988), *Didaktika*, Beograd: Zavod za udzbenike i nastavna sredstva, str. 372.

⁷⁵ Поткоњак, Н.М., и др., ур. (1996). *Педагошки лексикон*, Београд: стр.404.

⁷⁶ Педагошка енциклопедија 2 (1989), Београд: Завод за уџбенике и наставна средства.

настава, учење кое многу брзо се прошири и надвор од САД. Тој го развивал линераното програмирање, додека третиот американски психолог Норман Краудер е креатор на вториот модел, разгранетото програмирање. Конструирани се посебни машини засновани на теоретската поставка поставени од страна на Пресије, Скинер и Краудера.

Методот на програмираната настава особено има постигнато високо ефекти во наставата по математика. Програмираната настава се развива базирајќи се на педагогија, психологија, кибернетика, како и на многу други технички науки, посебно на електроника.

Од доставените погорни дефиниции за програмираната настава може да се соочи дека програмираната настава, од многумина автори се определува воглавно во еден описен начин и не многу прецизен. Меѓутоа, од направените описи можаат да се извлечат следниве општи карактеристики на програмираната настава :

- Задачата на програмата е одредена во еден многу прецизен начин и со помош на оперативни изрази;

- Содржината кое се дава за да се научи е преработена во еден многу систематичен начин;

- Презентацијата на содржината се прави со помош на елементарните “дозии” кои се истенчени (издробени);

- Заедно со секој нов елемент на наставата, се дава и задачата кое ученикот треба да го реши во различни начини, во зависност од природата на содржината на задачата;

- Непрекината постојана ретроактивна или рекурентна информацијата е составен дел на секој елемент на содржината кое треба да се научи;

- Прогресот во учење и настава се ослонува и зависи од степенот и квалитетот на присвојување на предходните содржини;

- Можностите за многуначинска самостојна и индивидуализирана работа на учениците;

- Програмираната настава обезбедува успех за учениците во процесот на учење и настава;

- Во програмираната настава видно се променува и функцијата на наставникот. На место со наставникот, ученикот комуницира со програмата;

- Се менува суштински и начинот на организирање на наставата. Во програмираната настава се комуницира со ученикот како индивидуа, различито од начинот на одеднаш комуникација со поголем број на ученици во традиционалната настава;

- Во програмираната настава се оперира со една специфична терминологија.

Методолошкото одвивање на работата во создавањето на програмиран материјал се состои од следниве постапки:

1. Избор на содржината кое ќе се програмира;
2. Оперативно определување на задачите на програмата;
3. Составување на инструменти за контрола на успехот;
4. Верификација на незнаењата и другите карактеристики на учениците;
5. Детална анализа на наставната содржина кое ќе се програмира;
6. Организација и систематизација на содржината;
7. Составување на програмата – создавање на артикли и нивно проредување во програмирани секуенци;
8. Рецензија на програмираниот материјал;
9. Примена на сондажа и потребна корекција;
10. Примена на сондажа во учењето на корегираниот материјал;
11. Составување на упатство за примена и подготовка за примена на програмиран материјал.

Со други зборови, Методот на програмираната настава се базира на тоа што секој ученик работи самостојно по специјална програма што е содржана во учебникот, со што на секој ученик му се овозможува да работи на часовите по свое темпо, кое за него е оптимално. Наставниот материјал е поделен на помали *целини (порции)* и секое целина е составена од неколку *делови (кадри):* *информационен дел, оперативен дел и дел за повратна врска.*

Предностите на програмираните настава се во тоа што таа обезбедува максимална сообразеност со индивидуалните квалитети на ученикот, многу самостојна работа, непрекината повратна врска од типот на самоконтрола и индивидуално темпо на усвојувањето на знаењата и умеењата.

Овој метод има и низа недостатоци, како што се: намалување на соработката помеѓу ученик со ученик од една страна и наставник и ученик од друга страна, намалувањето на раководната функција на наставникот во процесот на наставата, кој нема сознание до каде стигнал ученикот со усвојување на знаењата и умеењата, и барањето за креирање на посебни програмирани учебници и прирачници.

9.4. МЕТОД НА САМОСТОЈНА РАБОТА

Самостојната работа на ученикот е процес на постепено осамостојување на ученикот во работата, преку негово индиректно ангажирање во и надвор од училиштето, во различни активности од воспитно-образовен карактер, поради негово постепено оспособување за самостојна работа од највисок степен.⁷⁷

Самостојна работа е една активност во наставниот процес и надвор од неа (или дома), за целосно стекнување на наставниот предмет, за спроведување на знаењата во практика, за решавање на различни задачи, за стекнување на нови знаења и за продлабочување на стекнатите знаења преку студијска и истражувачка работа, без директно учество на наставниците. Самостојна работа се карактеризира со активна ментална активност на учениците, со совесниот однос кон задачата, со развивање на способноста за самоконтрола. Тоа најчесто се изведува индивидуално, но може да и во групи или со целиот клас, на пример, некои мерење на работи на терен.⁷⁸

Самостојна работа на учениците се однесува на:

- Независно придобивање на знаења и примена на стекнатите математички знаења при решавање на проблеми и практични задачи;
- Спроведување на независен начин на определени ментални операции: анализа, синтеза, компарација, апстрација, генерализација;
- Зајакнување и продлабочување на независен начин на стекнатите знаења од математика.

Во текот на работата со ученици, самостојната работа се појавува како средство за индивидуализирање на наставата. Самостојната работа со ученици, многу успешно може да се прилагодува во диференцираната работа со одредени ученици или со една група на ученици кои се истакнуваат во наставата (талентираните).

⁷⁷ Лешкоски, И. (2002), *Педагошки речник*, Скопје: Друштво за книгоиздателство и услуги Вековишина, стр. 242.

⁷⁸ Osmani, Sh. (1983), *Fjalor i pedagogjisë*, Tiranë: 8 Nëntori, fq.420.

Самостојната работа може да биде:

1. Самостојна работа на учениците за стекнување на нови знаења и вештини – кое во себе опфаќа:

а) Самостојна работа на учениците во текот на подготвување за стекнување на нови сознанија се организира во текот на повторување на стекнатите знаења и дополнување на операциите кои се потребни за активно учество на учениците во текот на стекнување на нови знаења.

Во наставната тема “Делење на броеви до еден милион” кое се учи во IV одделение во основното образование, се опфатени за обработка и наставните содржини “Делиме со двоцифрен број” и “Делиме многуцифрени броеви со двоцифрени броеви”. За да учениците го стекнуваат последната наставна содржина (“Делиме многуцифрени броеви со двоцифрени броеви”), најпрвин се пуштаме во самостојна работа во повторување на стекнатите знаења од наставната содржина порано усвоена (“Делиме со двоцифрен број”).

Поради ова причина, се дава една слична задача кое се однесува за ученици, посебно од редот на надарени:

Пример 1: Во текот на 24 часа, низ бубрезите на човекот поминуваат приближно 912 литри крв. Колку литри крв поминуваат низ бубрезите на човекот во текот на еден час?

Решение:

24 часа	912 литри крв
1 час	x литри крв

$$912 : x = 24 : 1 \quad x = \frac{912 \cdot 1}{24} = 38 \text{ литри крв}$$

б) Самостојна работа на учениците низ кое учениците се стекнуваат со нови знаења, опфаќа организација на учење на тој начин што ќе се издвоји некое програмска содржина од училишниот текст по математика, “задолжувајќи” го ученикот истото да го преработува и усвоји на самостоен начин.

Улогата на наставникот во ваква ситуација е важен, како ментор и насочувач.

При обработка на наставната тема “Збир и одземање до еден милион” добар чекор преставува определбата, пред да се помине во изработка на ова тема, на учениците да им се дозволи, преку самостојна работа, да ги повторуваат и утврдуваат содржините кои се однесуваат на множење на броеви до 10000, кое логички и припаѓа на наставната тема “Множење на броеви до еден милион”.

На овој начин, преку извршеното повторување и утврдување на знаења кои се однесуваат на множењето на броевите до 10000, на ученикот им се овозможува, на самостоен начин, според аналогија, да го разберат и множењето на броевите до еден милион. За ова цел, на учениците и се задава задача кое ќе им послужи за повторување на стекнатите знаења поврзани со збирот и одземањето на броевите до 10000.

в) Самостојната работа на учениците во текот на повторување, утврдување и продлабочување на добиените знаења се организира и реализира во часовите планирани за ова цел од страна на наставникот (во часовите предвидени за повторување, утврдување и продлабочување на знаењата) и во форма на домашни задачи.

Во такви случаи, продлабочувањето на знаењата и нивна апликација во практика треба да биде проследена со анализа на проблемот кој е поставен за решавање, учениците да се насочат како се доаѓа до решението, но решението треба да биде резултат на самостојна работа на ученикот.

Задачите можеме да ги превземеме од различни збирки на задачи по математика (тие задачи кои се обележени како “најтешки”), или од некое математичко списание (На пример, можат да бидат задачи земени од *Списанието за популаризација на математиката и информатика “Плус”* за учениците од основно образование, особено задачите од рубриката “Конкурсни задачи”, кои се наменети за надарените ученици по математика). Кое задача ќе биде определена за решавање ќе одлучува наставникот, после направената анализа од негова страна, согласно поставената цел.

Пример: Од Тетово за Тирана тргнува автомобил кој се движи со брзина 58 km на час. Три часа потоа, од Тетово тргнува една друга кола во насока кон Приштина и после два часа од неговото заминување, одалеченоста (дистанцата) помеѓу колите изнесува 410 km . Со каква брзина се движеше втората кола?⁷⁹

Решение: Автомобилот кој се движеше на релација Тетово- Приштина, за 5 часа има поминато $5 \cdot 58 \text{ km} = 290 \text{ km}$, додека колата кое се движеше на релација Тетово – Приштина, за два часа има поминато $410 - 290 = 120 \text{ km}$, додека за 1 час има поминато 60 km . Втората кола се движеше со брзина 60 km на час.

2. Самостојна работа на учениците при контрола на знаењата и вештините на учениците- Контролата на знаењата и сознанијата на учениците треба фактички да е една перманентна и непрекината работа на тој што ја води наставата. Наставникот треба да има една јасна слика за секое “движење” на учениците, за секое активност за секој дел од часот и за многу нивни активности и надвор од часот.

Преку начинот на вршење на домашните задачи, преку решавање на задачи во самиот наставен час, преку други активности кои ги истакнуваат учениците во текот на усвојување на математичките знаења, наставникот треба да има една јасна табела (повратна информација) за нивото на стекнатите математички знаења и за способностите и вештините што ги покажуваат тие за време на тие активности.

Ефикасно средство за да се добие повратна информација за напредокот на учениците по математика во процесот на стекнување на знаења, можат да бидат контролните задачи, со времетраење од 10–15 минути, но не треба и да се стават на страна и писмените контролни испити кои не треба да трајат повеќе од 30 минути.

Во анализата на писмената работа, кое претставува една самостојна ригидна работа, треба да се вреднуваат сите индивидуални и групни успеси и пропусти, за секое добро или лошо решена задача. Таквите анализи потоа ќе служат како коректор на слабостите за стекнување на материјалот (содржината, темата или наставната целина).

⁷⁹ Revista për popullarizimin e matematikës dhe informatikës “Plus” (1995), Tetovë: Matrix, nr.10, fq. 23.

Тематски тест по математика за учениците од 4 одделение

Тема: Мериме и пресметаме површина (на правоаголник и квадрат)

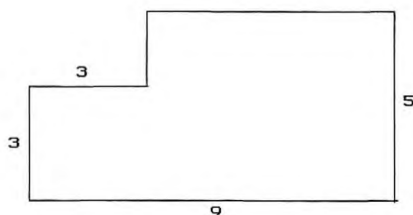
Периметар на еден правоаголник е 20 цм, додека должината и е 2 цм по голема од ширината. Најдете го површината на правоаголникот?⁸⁰

Решение:

2. Даден е квадрат со страна 16 цм. Врз неговата страна, од надворешна страна, се градени рамностраните триаголници. Најдете го периметарот на добиената графикон.⁸¹

Решение:

4. Да се пресмета површината на графиконта.⁸²



Решение:

4. Површината на правоаголникот е еднаква со површината на квадратот со периметар 36 цм. Да се најде периметарот на правоаголник, ако неговата ширина е 3 цм.⁸³

Решение:

5. Периметарот на правоаголник е 200 цм. Ако едната страна ја зголемуваме за 10 цм, додека другата страна ја намалуваме за 10 цм, тогаш се добива квадрат. Да се најдат страните на квадратот!⁸⁴

Решение:

⁸⁰ Revista për popullarizimin e matematikës dhe informatikës "Plus" (1995), Tetovë: Matrix, nr.9, fq. 21.

⁸¹ Revista për popullarizimin e matematikës dhe informatikës "Plus" (1995), Tetovë: Matrix, nr.12, fq. 20.

⁸² Revista për popullarizimin e matematikës dhe informatikës "Plus" (1995), Tetovë: Matrix, nr.9, fq. 16.

⁸³ Bilalli, S. (1988), Matematika 4 – përmbledhje detyrash të zgjidhura për punë të diferencuar me nxënës të klasës së katërt të shkollës fillore, Prishtinë: SHB Dugagjini, fq. 39.

⁸⁴ Bilalli, Sejdi, Matematika 4 – përmbledhje detyrash të zgjidhura për punë të diferencuar me nxënës të klasës së katërt të shkollës fillore, Prishtinë: SHB Dugagjini, fq. 39.

9.4.1. САМОСТОЈНА РАБОТА СО УЧЕБНИК

Преку самостојната работа со помош на учебник, учениците формираат умеења за самостојно стекнување на знаења. Самостојната работа со учебник претставува основен метод за работа на ученикот над наставниот материјал дома, од кое во голема мера зависи и успехот во целокупната настава.

Користењето на овој метод на почетните часови од наставата по алгебра и геометрија е задолжителна, бидејќи на овие часови учениците, покрај тоа што треба да усвојуваат нови знаења, треба да се оспособаат и како да ги користат самите учебници.

9.5. МЕТОД НА ПРОБЛЕМСКА НАСТАВА

"Вие нема да учите од филозофи филозофија, но само како да мислите на филозофски начин, нема да учите како мислењата да се повторуваат, туку како самостојно да мислите."
(Кант)

Современата методологија на наставата по математика не запознава со различни опции за решавање на еден од најважните прашања на современата настава по математика: на прашањето на развојот на креативното размислување и на креативните вештини на учениците во наставата по математика.

Важни елементи за решавање на ова прашање, наставникот по математика може да ги најде во самите принципи (максими, норми) на наставата по математика, потаа кај наставните и научните методи кои се применуваат во наставниот процес. Но, решението мора да се бара и во изборот на постоечките образовни системи.

За наставата по математика особено е важен е *принципот на проблематиката* и на *проблемско учење*.

Проблемското учење е еден вид на модерен систем на учење, многу плоден, чија суштина лежи во соодавањето на *проблемска ситуација*. Нивоата на проблемско учење се различни. Тие првенствено зависат од специфичноста на предметот математика, односно од одредената тема, од психолошките карактеристики на учениците, до нивото на активноста на учениците и нивото на подготовка на наставникот.

Според овој тип на учење, самостојната креативна работа зазема големо место во креирањето и стекнувањето на знаења.

Проблемската настава е еден вид на настава во кое ученикот, преку независно истражување и решавање на проблеми, го развива креативното размислување.

Проблемската настава се карактеризира како многу прилагоден тип за работа со ученици, особено во современи услови, каде има развиена технологија, бидејќи ова влијае да се развива креативното размислување кај ученикот.

Проблемската настава се карактеризира со неколку важни поими:

- Создавање на проблемска ситуација;
- Формулирање и решавање на проблемот;
- Насочување на активностите на учениците во истражувањето, откривањето и решавање на проблемот;
- Стекнување на знаења, но исто така, и на вештините за самостојно стекнување на знаења.

9.5.1. ПРОБЛЕМ

Во текот на процесот на учење, учениците постојано се соочуваат со различни проблемски ситуации, со постојани противречности кои бараат одговор, односно решение.

Проблемот, како основен поим кој го карактеризира проблемската настава, е со грчко потекло, со значење: *теоретско и практично прашања кое треба да се решава, нерешено прашање (дискутабилно, контроверзно), тешкотија, тешка задача, општа задача, енигма*.

Кога субјектот е во *проблемска ситуација*, тогаш тој истото го анализира. Како резултат на таа анализа, со помош на јазикот на математиката, се опишуваат тешкотиите и објектот во проблемска ситуација. Токму овој опис се вика *проблем*.

Значи, *проблемот е израз на дијалектичко разбирање на противречноста од страна на субјектот (ученикот) во проблемска ситуација*.

Поради ова причина, проблемот може да се пренесува до другиот субјект, може да се риформулира, да се расчлени во подпроблеми и т.н.

10.5.2. ПРОБЛЕМСКА СИТУАЦИЈА

Основна карактеристика на проблемска настава е создавање на проблемска ситуација.

Поимот *проблемска ситуација* може да се опише како посебен вид на умствена активност на субјектот (ученикот), насочен кон објектот (проблемот), така што кај субјектот се поттикнува потребата за знаење, го поттикнува за да открива, односно да стекнува нови знаења или нови начини на делување.

Покрај тоа, за проблемот кој се бара да се реши, треба да биде на границите на интелектуалните способности на субјектот, но истовремено треба да прикаже ментална состојба на одреден интелектуален ангажман. Имено, самата задача треба да има одредена тежина кое кај учениците ќе поттикне желба да се реши, но и да не е и толку тешка, доволно од таква тежина да и самите не се посомневат во сопствените способности. Исто така, потребно е субјектот да се "воведува" во проблемска ситуација, да ги препознае и знае за тешкотиите, за да потоа прикаже желба истите да се надминат.

Според тоа, проблемската ситуација не може да биде надвор од субјектот. Наставникот може само да создаде услови за појава на проблемска ситуација, без да може да креира проблемска ситуација.

Преку проблемска ситуација создадени од предметниот наставник во текот на наставниот процес, се постигнува целта на проширување на ефикасноста на наставата по математиката и се зголемува нивото на математичката едукација на учениците.

Кога пред наставниците се поставува обработка на некој математички проблем, тој прво треба да поттикне интерес, создавајќи проблемска ситуација, која се совпаѓа со непознатото и способностите на учениците.

Ова може да се постигне во неколку начини:

- Наставникот јасно и прецизно го поставува проблемот пред учениците;
- Наставникот создава ситуација во кое од ученикот се бара сам да разбере да го формулира проблемот во дадена ситуација;
- Наставникот создава ситуација повеќе или помалку јасно, на означен проблем, кој преку анализа треба да ги насочи учениците до нов проблем, предвиден од негова страна;

- Наставникот создава ситуација, повеќе или помалку јасно, на означен проблем, кој преку анализа, треба да ги насочи учениците до нов проблем, предвиден од негова страна.

Првиот начин е полесен, во другите случаи имаме повеќе непознати нешта. Но, особено од вредност е последниот начин на креирање на проблемска ситуација, бидејќи најмалку една компонента е непозната за наставниците, додека работата на ученикот е креативна и иновативна.

Важно е да се потсетиме дека проблемската ситуација ги има сите компоненти како и математичката задача: објектот, познатите и напознатите величини, условите, особеностите, односите, врските, фазите и т.н.

Кога станува збор за проблемска ситуација, многу значајнисе и условите под кои таквите ситуации се јавуваат. Формулација на проблемот мора да биде со терминологија и содржина достапна за учениците, од интерес за мобилизација и поттикнувач на креативноста кај нив. Ова може да се постигне ако формулацијата на проблемот личи на некој пример од применета математика, од секојдневниот живот и слично.

Во наставата по математика, условите за појавување на проблемска ситуација најчесто се:

- а) Организација и логичка ориентација на наставен материјал;
- б) Заклучување по пат на аналогича, индукција или интуиција.

Заклучувањето со помош на аналогича како значење наједноставно може да се објаснува како поим кој се заснива во самите слични карактеристики на математички активности. Напредокот на решавање на некое задача нуди или го пролонгира можноста на примена на истиот тој пат кој е применет во некое друга задача, слична на претходниот. Пронаоѓање на слични карактеристики помеѓу различни задачи, неговата употреба во решавање на претходна или последователни задача, претставува една значењена карактеристика во процесот на математичко и логично размислување. За методот на математичката мисла по аналогича, полскиот математичар С. Banah (1892-1945) во една прилика рекол: *"Математичар е тој кој што знае да најде сличности меѓу тврдењата, најдобар математичар е тој кој наоѓа сличности помеѓу доказите, моќен математичар е тој кој пронаоѓа аналогича помеѓу теориите, но и таквите кои попомеѓу аналогичите наоѓаат аналогии"*.

Индукција е ментална активност со кое откривањето на еден поим (релација или објект) се постигнува со анализа на поединечни настани, еден по еден, и да се најдат нивните заеднички карактеристики. Конкретно, се работи за ментален процес кој е резултат на севкупниот резултат на одделни настани, т.е. преминување од одделни настани во општи настани. Посебните настани, според кои се констатираат општите карактеристики се нарекуваат *премиси*. Ако во процесот на разгледување се менува еден ограничен број на можни настани, само неколку, и од нив ја извлечеме општата карактеристика, тогаш се работи за *неполна индукција*. Во одделенска настава по предмет математика, воглавно се применува неполна индукција.

- в) *Експериментирање*;

г) *Соодветните задачи избрани за решавање* – Во овој случај, пред се, се мисли за задачи наменети за надарени ученици по математика, задачи кои се прилагодени на предзнаењата и потенцијалите на самите ученици. Преку овие задачи се очекува да се дојде до развојот на логичкото размислување кај учениците;

д) *Ситуации од секојдневниот живот* - Задачи кои содржат некои елементи што учениците можат да ги поврзуваат со животната средина кое го опкружува со класот, со

местото каде се движи, каде игра и т.н. (На пример, за да го нацрта квадратот, како инспирација му служи самата паралелка - класот и т.н.)

f) Поставување на намерни грешки во размислувањето, во напишаното и во изведените цртежи од страна на наставникот или користењето на веќе направените грешки од страна на учениците и т.н.

Следниот пример е логичка задача наменета за учениците од IV одделение, кое ја илустрира логичната организација и ориентација на наставниот материјал, како услов за поставување на проблемска ситуација. Во зависност од тоа на кое ниво учениците се спремни да го решат задачата, можеме да заклучиме како е ориентирана нивната ментална активност. Преку оваа задача се предизвикува проблемска ситуација и се доаѓа до решавање на проблемот по логички пат:

Пример: Во една кука од бајки, во кое живееше една цуцеста баба, беа прифатени на конак, за неколку дена, три трговци. После три дена, при нивното заминување, во знак на почит за искажаното гостопримство, секој од гостите поединечни остави во масата по 10 златници. Бабицката, по нивно заминување, ги изброи златниците и чувствуваше дека гостите имаат приложено за услугата малку повеќе од колку што требале. Веднаш го повика неговиот слуга и му нареди што побргу да ги пристигне гостите и да им ги врати 5 златници од 30-те кои им беа подарени. Слугата веднаш тргна, но восхитен од вредноста на 5 златници кои ги држеше во рацете, одеднаш реши на трговците да им ги врати само три – на секој по 1 златник. Ги пристигна, и така постапи. Преостанатите два златника ги задржа за себе.

Во тој момент се наметна една многу интересна ситуација. Откако на сите трговци им се врати по еден златник, ноќевањето на секој од нив им чинеше по 9 златници, односно вкупно 27 златници за сите тројца. Кога на овие 27 златници ќе им се додаваат и 2-та златници кои ги задржа (присвоји) слугата, излегува дека, се на се, беа 29 златника. Бидејќи тие на заминување доставија во масата 30 златници, се поставува прашањето: Каде се загуби еден златник?⁸⁵

Решение: Самата конструкција на задачата е збунувачка, па затоа и се доаѓа до двоумење и сомнеж.

Всушност, од купот од 27 златници треба да се земат 2 златника, а потоа треба да се додадат 2+3 златника од преостанатите, значи:

$$27 - 2 = 25 + 2 + 3 = 30$$

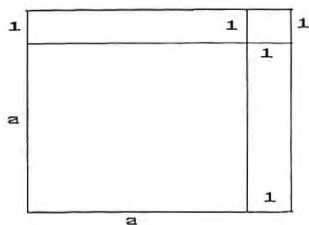
Следниот пример претставува една задача кое го илустрира заклучокот по пат на аналогија, индукција или интуиција.

Пример (заклучок со помош на аналогија): Ако едната страна од даден квадрат се зголемува за 1 cm, додека другата страна за 2 cm, новиот правоаголник ќе има површина поголема од дадениот квадрат за 20 cm^2 . Да се најде периметарот на правоаголникот?

Решение: За да го решиме овој проблем, ќе се послужиме со аналогија на решавање на првиот веќе решен пример (задача), формулиран на следен начин: Ако страната на квадрат се зголемува за 1 cm, тогаш површината на квадратот се зголемува за 17 cm^2 . Најди го нејзиниот периметар.

⁸⁵ Revista për popullarizimin e matematikës dhe informatikës "Plus", Tetovë: Matrix, nr.17, fq. 25.

Овој проблем веќе го имаме решено, и таа изгледа на ваков начин:
Кога страна a на квадратот се зголеми за 1 цм, неговата површина ќе се зголеми за два слични (конгруентни) правоаголници и за квадрат со темиња со величина од 1 цм (види фигура).



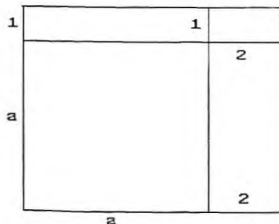
Бидејќи помалиот квадрат е со површина $S_1 = 1 \text{ cm}^2$, тогаш површината S_2 на двата слични правоаголници со страни a и 1 прикажана во фигурата е $2S_2 = 2 \cdot (a \cdot 1) = 16 \text{ cm}^2$. Кога страната на квадратот се зголемува за 1 cm , при што површината на квадратот се зголемува за 17 cm^2 , имаме $S_1 + 2S_2 = 1 + 2a = 17 \text{ cm}^2$, од каде произлегува дека страната на квадратот е $a = 8 \text{ cm}$.

Значи, должините на страните на правоаголникот се 8 и 1 .

Периметарот на првичниот квадрат е $P = 4 \cdot 8 = 32 \text{ cm}$, додека периметарот на новиот добиен квадрат е

$$P_1 = 4 \cdot (8 + 1) = 4 \cdot 9 = 36 \text{ cm}.$$

Со иста аналогија ја решаваме и дадената задача преку дадената фигура:



Површините на добиените правоаголници се:

$$a \cdot 1 = a, \quad a \cdot 2 = 2a \text{ и } 2 \cdot 1.$$

Од даденото во самата задача, ја формираме равенката:

$$a + 2a + 2 = 20, \quad 3a = 18, \quad a = 6 \text{ cm}$$

Периметарот на правоаголникот е:

$$P = 2 \cdot [(a+1) \cdot (a+2)] = 2[(6+1) \cdot (6+2)],$$

$$P = 2 \cdot (7+8) = 30 \text{ cm}.$$

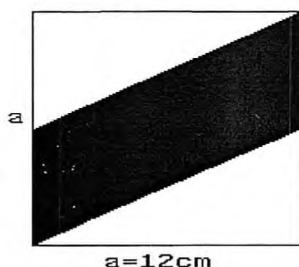
Пример (заклучок по пат на индукција): Ако n е парен природен број од третата и четвртата десетка, тогаш тој број се појавува како збир на два едноставни броја.

Доказ: Ги разгледуваме поединечните случаи:

$$\begin{array}{lllll} 22=3+19 & 24=5+19 & 26=3+23 & 28=5+23 & 30=7+23 \\ 32=3+29 & 34=11+23 & 34=5+29 & 38=7+31 & 40=11+29 \end{array}$$

Значи, за елементите од множеството $A=\{22,24,26,28,30,32,34,36,38,40\}$, кое во дадениот пример е конечно множество, важи нагласената особина, кое ни дава за право да заклучуваме дека даденото тврдење е точна.

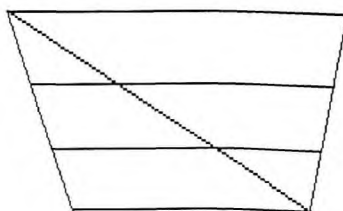
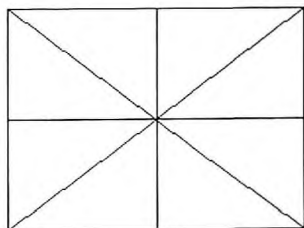
Пример (заклучок по пат на експериментирање): Да се најде површината на потемнетиот дел на квадратот со страна $a=12\text{ cm}$, покажувајќи на таков начин дека површината на потемнетиот дел на квадратот изнесува колку половината на површината на квадратот.



На учениците им се дава задача во нивните тетратки да нацртат ист квадрат, да и го пресметат плоштината, потоа да го сечат горниот и долниот дел на триаголникот, да им ги пресметат плоштините, за да на крајот да дојдат до заклучок дека збирот на добиените плоштини од двата триаголници всушност претставува половина од плоштината на квадратот.

Пример (заклучок по пат на прилагодена задача (соодветно) избрана за решавање):

а) Колку триаголници се “скриени” во првата фигура, а колку триаголници и четириаголници ја сочинуваат втората фигура?



9.5.3. МЕТОДИКА НА ОРГАНИЗАЦИЈА НА ПРОБЛЕМСКА НАСТАВА

Кога станува збор за проблем, за проблемска ситуација, не се зборува само за пренесување на одредени знаења до ученикот, ниту за начинот како да се снаоѓаме во таква проблемска ситуација, ниту како да го формулираме проблемот, туку потребно е учениците да ги оспособиме како да *решат проблемот*.

Како да се постигне тоа, најдобар одговор ни обезбедува посебниот наставен систем: *проблемско учење*.

Проблемска настава овозможува самостојна работа на учениците, особено на надарените ученици, за решавање на проблеми, за истражување.

Првата важна predisпозиција за успешна имплементација на проблемска настава е адекватно оспособување на учениците за ментална работа.

Способноста за ментална работа се постигнува постепено.

Втората многу важна predisпозиција за спроведување на проблемска настава е и вредно и адекватно оспособувањето на наставниците по математика.

Со оглед на значењето на проблемска настава и тежината кое ја носи врз себе таква настава, методиката на наставата по математика ја изработи следната шема (систем), според кое се оформи и подготвува наставниот час:

1. *Креирање на проблемска ситуација во наставата* - Цел на наставникот е да го разбуди интересот на ученикот за новата наставна содржина и да ги мотивира учениците и да создаде клима за успешна обработка на материјата. Кое од формите на проблемска ситуација ќе го избира тој, зависи од предзнаењата и математичките способности на ученикот;

2. *Поставување на проблемот* кој произлегува од дадената проблемска ситуација;

3. *Студирање на условите* – Учениците треба да го анализираат проблемската ситуација и треба да го откриват начинот како да се реши поставениот проблем. Се претпоставува, во овој случај, дека добро ги знаат теоретските причини, потребни за решавање на проблемот;

4. *Решавање на дадениот проблем* - Ова е најтешкиот дел од целиот процес. Во неа, во детали, се спроведуваат планираните замислени чекори кои треба да не носат до решението.

Решението на проблемот, по правило, се врши самостојно. Наставникот само ја води работата со учениците, и многу ретко ги доведува до идејата;

5. *Разгледување на добиеното решение и изразување на новите знаења*;

6. *Поучување на добиеното решение и пребарување на други начини за да се дојде до решението*;

7. *Проучување на можното и поопштено проширување на поставениот проблем*;

8. *Привршување на изведената работа. Дијалог меѓу наставникот и учениците.*
Разгледување на можноста за примена на нови стекнати знаења.

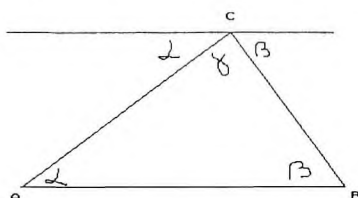
Оваа шема не треба да се сфати ригорозно, туку само како динамичен процес кој делумно може да се замени од проблем во проблем. Неколку чекори од системот (шемата) можаат да се спојат, додека некои други можат да се стават надвор од системот.

За секој наставник е важно прашањето за *поставување на проблемот*, додека за учениците е прашањето на *изборот на начинот на неговото решавање*.

Пример: Збир на агли на триаголник.

1) Ова наставна содржина обично е поставена во училишните тестови на следен начин: "Да се докаже дека збир на внатрешните агли на триаголник изнесува 180° ".

Обработката на поставениот проблем се изведува со помош на цртеж (скица), додека доказот се заснива во повлекување на една права која е паралелна со основата на триаголникот и со повлекување на краците кои ја допират паралелната права. Сепак, ова постапка не е адекватна за мотивирање на учениците, кои во цело време на обработка на проблемот се однесуваат пасивни.



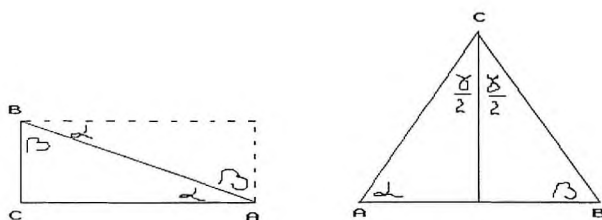
2) Наставникот може да ги вовлече учениците да се продлабочуваат во проблемот имајќи го во предвид фактот дека за учениците е познат фактот дека сите четири агли на правоаголникот се прави и дека висината на рамнокрак триаголник го дели аголот, во ист врв, на два еднакви делови.

Сега ја поставува следната проблемска ситуација:

"Да се обрне вниманието и да се проанализира правоаголниот триаголник и рамнокракиот триаголник. Најди го збирот на аглите на таквите триаголници и изведете заклучок што може да се каже за збирот на аглите кај било кој друг триаголник".

За ваква проблемска ситуација тешко може да се каже дека учениците можат да го решат целосно на самостоен начин. Поради ова, во ваков случај, на место проблемска настава, најсоодветно е да се користи *евристичка настава*.

Евристичка настава е соодветен наставен систем кој се базира на активноста на ученикот и водството на наставникот, но исто така содржи и елементи на проблемска настава.



Наставникот ги насочува учениците, во првиот превземен чекор, да го дополнат правоаголниот триаголник до правоаголник, да го забележат парот на паралелните линии и нивните пресечни прави, како и аглите на него, за конечно да се стави крај на тоа дека збирот на внатрешни агли на рамнокрак триаголник е 180° .

$$\alpha + \beta = 90^\circ, \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Следниот чекор кој следува е разгледување на рамнокрак триаголник. Повлечената висина врз таков триаголник го дели триаголникот во два складни триаголници, што ни дава за право да го користиме предходниот изведен заклучок, односно дека кај секој рамнокрак триаголник збирот на внатрешните агли е 180° :

$$\alpha + \frac{\gamma}{2} = 90^\circ, \quad 2\alpha + \gamma = 180^\circ$$

Како трет чекор кој треба да се презема од страна на учениците е разгледувањето на бил кој триаголник и, со помош на агломер, да се определат и нејзините агли. Самите тие ќе дојдат до констатација дека износот на внатрешните агли на овој триаголник е 180° .

Преку реализираните чекори, учениците доаѓат до заклучок дека:

"Збирот на внатрешните агли на било кое триаголник изнесува 180° ".

Доказот може да се изведе на сличен начин како и под 1), кое може и да се подобри, преку насочување на саморазмислувањето на ученикот кон помошниот цртеж. Нема сомнение дека ваквиот друг начин на обработка на проблемот е посоодветен за развојот на мислењето на ученикот.

Пример: Правоаголници со даден периметар.

Каде е проблемот во овој случај? Тој се појавува во моментот кога, покрај периметарот, на разгледување се поставува и површината на правоаголникот. Тогаш, на природен начин, се поставува прашањето: ако периметарот на правоаголник претставува стабилен број, што може да се каже за површината на правоаголникот?

1) Со оглед на претходното прашање, наставникот го поставува следната проблемска ситуација:

"Разгледајте го множеството на дадените правоаголници со периметар P . Секој од нив има и одредена површина S . Разгледајте ги односите на вредностите P и S ".

Што се наставникот предвидува во овој случај? Најпрвин, наставникот во овој случај, преку решавање на ваквата проблемска ситуација, очекува од учениците да ги уочат карактеристиките на правоаголникот, во кои се преточени и тие на квадратот.

Резултат на сето ова треба да произлезе тврдењето што ја изразува екстремната особина на квадратот.

Потоа, имајќи во предвид дека такво тврдење може да се изведе и на неколку други начини и дека во постапка на изведување на еден доказ можат да се појават и дополнителни проблеми, кои посебно треба да се разгледуваат, наставникот од страна на учениците очекува, во текот на постапката на докажување на тврдењето, идеи и разнолика креативност.

Конечно, не треба да се стави на страна и фактот дека некои ученици можно е да тргнале кон патот на истражување на ова проблемска ситуација.

Да ги разгледуваме по ред чекорите на менталниот процес:

а) Нека е, на пример конкретно, периметарот на правоаголникот $P = 12$ и должината на страните на неколку последователни правоаголници: 1 и 5; 2 и 4; $\frac{7}{2}$ и $\frac{5}{2}$; $\frac{1}{3}$ и $\frac{17}{3}$; $\frac{3}{5}$ и

$\frac{22}{5}$. Тогаш, површината на тие правоаголници е: 5; 8; $\frac{35}{4}$; $\frac{17}{9}$; $\frac{176}{25}$, соодветно. Од друга

страна, должината на страната на квадратот со периметар 12 е 3, додека на неговата површина е 9. Ако се споредат добиените површини, може веднаш да се забележи дека површината на квадратот е поголема. Тоа за учениците всушност е сосема важен факт, случај на "откривање". Тие дошле до нови сознанија кои можат да се затварат со тврдењето:

"Од сите правоаголници со даден периметар, поголема површина има квадратот".

б) Прв доказ: Нека се a и b страни на правоаголникот. Неговиот периметар тогаш е $P = 2a + 2b$, додека неговата површина S_1 е $S_1 = a \cdot b$. Должината на страната на квадратот,

чиј периметар е еднаков како на правоаголникот кој го разгледуваме, е $\frac{P}{4}$, додека неговата површина е:

$$S_2 = \frac{P}{4} \cdot \frac{P}{4} = \left(\frac{P}{4}\right)^2 = \left(\frac{2a+2b}{4}\right)^2 = \left(\frac{a+b}{4}\right)^2.$$

Сега се гледа дека, за докажување на тврдењето, потребна е разгледувањето на врската помеѓу аритметичката средина $\frac{a+b}{2}$ и геометриската средина $\sqrt{a \cdot b}$ на реалните броеви a и b .

Учениците воочуваат дека е потребно користењето на помошното тврдење:

“Позитивните реални броеви a и b од аритметичката и геометриската прогресија се поврзани преку неравенката:

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{a \cdot b} \text{ “}.$$

Ако овој факт е познат за поголемиот број на ученици, тогаш можеме да поминеме на докажување на првото тврдење. Ако овој факт не им е познат, тогаш тие треба да го сфатат како нов проблем. Во овој случај, неопходно е да се изведе доказот на таквото тврдење.

Тогаш, докажувањето на првото тврдење ќе тече на ваков начин:

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{a \cdot b} \Rightarrow \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \geq a \cdot b \Rightarrow \left(\frac{P}{4}\right)^2 \geq a \cdot b \Rightarrow S_a \geq S_2.$$

в) Втор доказ: Секако дека ќе биде природно ученикот да тргнува по овој пат: Нека е x должина на една страна на правоаголникот со периметар P . Должината на другата страна на правоаголникот е $\frac{P}{2} - x$. За површината S се добива:

$$S = x \cdot \left(\frac{P}{2} - x\right) = -x^2 + \frac{P}{2} \cdot x = -\left(x - \frac{P}{4}\right)^2 + \frac{P^2}{16}.$$

Површината S е најголема, и тоа за $\frac{P^2}{16}$, ако е $x = \frac{P}{4}$. Е тоа е должината на страната на квадратот со периметар P .

г) Трет доказ: Овој доказ се заснива во употреба на методата на разликување на случаи. Нека се a и b должини на страните на правоаголникот. Важи равенката $a+b = \frac{P}{2}$.

За вредноста a , може да разликуваме три случаи:

$$0 < a < \frac{P}{4}, \quad a = \frac{P}{4}, \quad \frac{P}{4} < a < \frac{P}{2}.$$

Во првиот случај постои позитивниот број x така да е $a = \frac{P}{4} - x$, затоа $b = \frac{P}{4} + x$ и површината на правоаголникот $S = \frac{P^2}{16} - x^2$. Во другиот случај е $b = \frac{P}{4}$, и имаме $S = \frac{P^2}{16}$.

Во третиот случај, постои позитивниот број y таков да е $a = \frac{P}{4} + y$, затоа е $b = \frac{P}{4} - y$ и површината на правоаголник е $S = \frac{P^2}{16} - y^2$. Се гледа дека површината S е поголема во вториот случај, и тоа токму во случајот со квадратот.

2) Наставникот може, според потребата, да го уедностави проблемската ситуација и уште во почеток да го докаже тврдењето:

“Од сите правоаголници со дадени периметри, најголема површина има квадратот”.

После ова, на учениците им преостанува да го докажаат тврдењето и од нив пак се очекуваат да ги спроведат чекорите б), в) и г). Во практика, еден таков пристап е по зачестен. Ова е штетно бидејќи чекорите, како што е чекорот под а), се важни за стекнување на знаења.

3) Учениците можат да се присетат дека за еден правоаголник и еден квадрат, во една дадена рамнина, постојат и нивните аналогни фигури: квадар и кубици (коцка), соодветно. Тогаш, не е далеку размислувањето дека тие самите претставуваат нова проблемска ситуација:

“Да се разгледа множеството на квадари е во просторот со површина S . Секој од нив има еден одреден волумен V . Треба да се разгледа односот помеѓу вредностите S и V ”.

Или конкретно:

“Го разгледуваме тврдењето: Од сите квадари со дадена површина, поголем волумен има кубици”.

Формулацијата на вакво тврдење, употребувајќи ја аналогијата, е од голема важност за развојот на математичкото размислување кај учениците. Се што дополнително учениците можат да извршат, ќе претставува израз на нивниот напредок во стекнување на сознанија.⁸⁶

Решавање на одреден проблем значи изведена активност базирана во тројката кое следува:

- Проблемска ситуација;
- Активноста на ученикот;
- Ситуација на целта.

Секој елемент ги има нејзините составни делови кои се гледат од шемата на потребните активности за решавање на проблемот, кои се истакнати подолу.



⁸⁶ Kumik, Z. (2002). *Problemska nastava*, Zagreb: Matematika i škola.

9.5.4. АРТИКУЛАЦИЈА НА НАСТАВЕН ЧАС ПО МАТЕМАТИКА СО ПРОБЛЕМСКА НАСТАВА

Проблемска настава, односно *учење по пат на решавање на проблеми*, е најефикасна форма на учење, со еден повисок степен на активност на учениците.

Развивањето на креативното мислење за создавање се базира на оспособувањето на учениците за решавање на проблеми. Крајна цел е, не само да за прошират резултатите од учењето, туку и учење да станува полесно, знаењата да бидат постојани и применети.

Нагласивме порано во самата теза дека понудената шема за да се дојде до решение на одреден математички проблем не треба да се сфати повеќе ригорозно, туку како еден процес кој подлегнува на различни фази, во зависност од поставениот проблем.

Значи, во проблемска настава најчесто се вклучени следните фази:

1. *Поставување (дефинирање) на проблемот и создавање на проблемска ситуација* - Наставникот, на неколку начини, создава проблемска ситуација. Забележува сè и го формулира проблемот.

Активноста е првенствено на страна на наставникот, додека ученикот станува свесен за тешкотиите. Во проблемска ситуација доаѓа во израз творечкиот дух и размислување, иницијативноста, интелектуалната посветеност и грижа, емоционалниот товар. Кај ученикот се појавува чувството за доживување, збунетост и лубопитност.

Оваа фаза е многу важна за понатамошниот тек на творечка и идејна активност (ментален, рефлексивен). Во ова фаза владее аналитички начин на ментална активност.

2. *Пронаоѓање на принципот на решението или поттикнување на хипотезата (претпоставката)* - ја претставува следната фаза на обработка на проблемот. Во овој случај учениците даваат различни предлози и ги наоѓат соодветните принципи на решението. Во текот на разгледување на можните претпоставки, се бараат односите почетокот - крај, односно почетната ситуација и целна ситуација.

3. *Декомпензација на проблемот* - Во оваа фаза, глобалниот проблем се расчленува во *потесни проблеми*. проблемот во така поделена форма се оправдува, се формулира планот за решавање преку дополнителни прашања.

4. *Процесот на решавање на проблемот* – е централна независна активност на ученикот. проблемот се решава со проверување на поставените хипотези и докажување на заклучоците.

5. *Целосен заклучок* – Се даваат достигнувањата, наодите, заклучоците, генезата на проблемот, новите докази и се приклучуваат на постојниот систем на знаења.

6. *Примена на заклучоците во нови ситуации или верификација на стекнатите знаења* – Верификацијата се прави во нови примери и во практични задачи.

7. *Оценка на резултатите од работата и организација на процесот на учење* - Дури и во одделенската настава, при примена на проблемска настава, постојат бројни можности за остварување на проблемска настава, но сепак тоа мора да помине низ овие основни фази:

а) *Создавање на проблемска ситуација* - Наставникот, во воведниот дел на наставниот час, ја поставува проблемската задача, обидувајќи се да го поттикне интересот на учениците, да ги мотивира и да го поттикне нивното креативно мислење;

б) *Решавање на проблемот* - Во овој главен дел на наставниот час се користат различни форми на работа, од кои најпрепорачена е работта во групи, работата во парови и индивидуалната работа. Во оваа фаза учениците треба да го разгледат проблемот, за да се поврзат со претходното стекнато знаење и да се "допуштат" на неговото решавање. Обично, задачата се решава дел по дел, се додека не се дојде до целосното решение.

в) *Вежби и утврдување* - За да се обезбеди дека учениците се оспособени да го решат проблемот, во завршниот дел на часот, на учениците им се дава и една задача од ист тип, со некое друга непозната, и се бара од нив истото да се реши.

г) *Домашна работа* - Наставникот предходно треба добро да го концепира домашната задачата, истата да им ја достави на учениците и да се дели доволно време на крајот на наставниот час, за да им укаже за моменти од задачата на кои треба да им се укаже посебно внимание при решавање на задачата.

Артикулација на наставниот час, преку шема може да се искаже на следен начин:



Во текот на наставниот час каде се разработува содржината по математиката, според системот на проблемска настава, нема да биде успешна во модерна смисла ако во неа учениците не работат активно и самостојно во процесот на решавање на проблеми. Ова барање се спроведува на примерен начин во проблемска настава.

9.5.5. МОДЕЛ НА ПРОБЛЕМСКА НАСТАВА ВО ЧАСОТ ПО МАТЕМАТИКА

Проблемска настава е еден систем на модерно учење кој се ослонува во создавањето на проблемска ситуација. Нивота на учење во проблемска настава се различни и тие во прв ред зависат од спецификите на предметот, т.е. од конкретната тема, од психолошките карактеристики на учениците, од нивото на искажаните активности од страна на ученикот и од степенот на самата подготовка на наставникот. Во ваков тип на учење, самостојната творечка работа на учениците зазема важно место во стекнување на знаења. Овој тип на учење најмногу се користи кога имаме работа со споредување на

различни концепти за некој проблем, кога новите концепти се претставуваат преку нови примери во форма на проблем, кога во прв поглед проблемот изгледа контрадикторен.

Многу често се поставува дилемата: дали проблемска настава е наставен систем или наставна метода. По се изгледа дека овој вид на настава ги има карактеристиките и на едната и на другата.

Дури и како систем и метода, проблемска настава тесно е поврзана со две основни карактеристики: примена на креативна логика и афирмација на психолошките закони.

Од сето ова, можеме да заклучиме дека организација на проблемска настава претставува една форма на динамично и флексибилно организирање на наставата, настава кое овозможува зајкнување на знаењата на учениците и стекнување на нови знаења, развивање на креативноста, самостојност во индивидуална работа, мотивација за истражувачка работа.

Подолу ќе се обидеме да поставиме еден математички пример наменет за учениците од IV одделение, каде се применува проблемска настава во процесот на стекнување на нови знаења. Ова задача може да послужи како еден конкретен модел, но не и мостра дека при решавање на сите проблеми треба да се постапи според овие чекори.

Поставување на проблемот: Да се пресмета површината на квадар со страни

$$a = 3 \text{ cm}, b = 4 \text{ cm}, c = 12 \text{ cm}.$$

Ваков начин на формулирање на проблемот вклучува и повеќе посебни проблеми:

а) Што претставува површината на квадар? Како изгледа неговата мрежа?

Преку еден модел на квадар, учениците доаѓаат до заклучок, на самостоен начин, дека неговата површина претставува збир на самите површините на страните на квадарот. Наставникот во конкретниот случај го насочува ученикот во права насока.

б) Што претставуваат страните на квадарот и во каков однос се површините на страните на квадарот?

Од спроведената анализа на моделот на квадар, учениците доаѓаат до заклучок, на самостоен начин, дека квадарот има три пара на складни страни (правоаголниците) со површина:

$$S_1 = a \cdot b = 3 \cdot 4 = 12 \text{ cm}^2, \quad S_2 = a \cdot c = 3 \cdot 12 = 36 \text{ cm}^2, \quad S_3 = b \cdot c = 4 \cdot 12 = 48 \text{ cm}^2$$

$$S = 2 \cdot 12 + 2 \cdot 36 + 2 \cdot 48 = 24 + 72 + 96 = 192 \text{ cm}^2$$

Имајќи во предвид дека површината на квадар е еднаква со збирот на површините на страните на квадарот, кои во случајот претставуваат три пара на складни правоаголници, добиваме:

$$S = 2S_1 + 2S_2 + 2S_3 = 2(a \cdot b) + 2(a \cdot c) + 2(b \cdot c) = 2(a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c).$$
$$S = 2(3 \cdot 4 + 3 \cdot 12 + 4 \cdot 12) = 192 \text{ cm}^2$$

Заклучно, ја изведуваме и формулата за определување на површината на било кој квадар:

$$S = 2(a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c).$$

е) Дали се разликува постапката на одредување на површината на квадар ако се менува должината на некое негова страна. На пример, нека е $a = 5\text{ cm}$.

$$S = 2(a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c) = 2(5 \cdot 4 + 5 \cdot 12 + 4 \cdot 12) = 2(20 + 60 + 48) = 2 \cdot 128 = 256\text{cm}^2.$$

Со разгледувањето на одделни проблеми, се спроведува анализата на релевантните факти и се создаваат услови за генерализација. Имено, површината на квадар е $S = 2(a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$.

Значи, со помош на порано спроведените анализи, фактички дојдовме до *решението на задачата*.

Потоа, се оди до поставување на другиот проблем за да се *утврдат* знаењата.

Задача: Колку метри ламарина се потребни за да се направи една цевка во форма на квадар (отворен од двете страни) со ширина 3,4 cm, висина 4,2 cm и должина 5,4 cm.

Како *проблемски задачи* обично се сметат *текстуалните задачи*.

Подолу презентираме и други примери на задачи кои се однесуваат на учениците, особено на надарените.

1. Во едно село живеат 5.954 жители, другото село брои 1.280 жители повеќе од првото, додека третото село има 2478 жители помалку од првото и второто село. Колку луѓе живеат во второто село, а колку во третото?

2. Еден пешак за шест часа ќе помине 24 километри. а) За колку часа тој ќе помине 32 километри? б) Колку километри може да помине за 9 часа?

3. Со помош на шифрите 0, 2, 6 и 9, внесете го најголемиот и најмалиот природен број, така што дадените шифри би фигурирале само а) еднаш б) двапати.

4. Таткото и синот заедно имаат 55 години. Пред 8 години, таткото е 12 пати постар од синот. Колку години има денес детето, а колку таткото?

5. Бројот на тетратките кои ги држи наставничката и бројот на учениците во паралелката е еднакво на 100. Кога наставничката на секој ученик и дели по 7 тетратки, на нејзе и излегуваат вишок 19 тетратки. Колку изнесува бројот на учениците во паралелката?

10. МАТЕМАТИЧКИТЕ КОМПЕТЕНЦИИ, СПОСОБНОСТИ И СТАНДАРДИ

10.1. ПОИМ ЗА МАТЕМАТИЧКИ КОМПЕТЕНЦИИ

Основните цели на квалитетната настава се:

- Утврдување на нивото на стекнатите знаења, вештини и компетенции на ученикот од наставните предмети / подрачја,
- Утврдување колку учениците се оспособени за самостојно решавање на проблеми преку размислување и осмислено учење.

Компетенција е комбинација на знаења, вештини, ставови, вредности и навики кои им овозможуваат на поединецот активно и ефикасно да делуваат во одредена (специфична) ситуација, односно професија.

Со компетенција подразбираме “да имаме неопходни способности, авторитет, вештина, знаење...”⁸⁷

Развојот на националниот курикулум ориентиран кон компетенциите на ученикот, претставува еден од главните трендови на курикулумската политика во европските држави и во поширокиот свет.

За успешно да му се одговара на предизвиците на развојот на општеството на знаења и светскиот пазар на трудот, Европската унија дефинираше осум клучни (темелни) компетенции за доживотното учење (референтната рамка кое опфаќа осум клучни компетенции)⁸⁸, и тоа:

- Комуницирање на мајчин јазик;
- Комуницирање на странски јазици;
- *Математички компетенции и основни компетенции во науката и технологијата*;
- Дигитална компетенција;
- Да се научи како да се учи;
- Меѓучовечка, социјална и граѓанска компетенција;
- Претприемничка компетенција, превземање на иницијатива (иницијативност),
- Изразување преку култура, историја и уметност (културна свест и изразување).

Да владееш со математиката значи да поседувааш математички компетенции. Тогаш, што е тоа?

Математичка компетенција е способност за развивање и примена на математичкото мислење за да се решат низа проблеми од секојдневните ситуации.

Покрај доброто владеење со броевите, акцент и се дава и на *процесот* и на *активностите*, како и на *знаењето*.

Математичката компетенција вклучува, на различни степени, *способност и волја за користење на математичките начини на мислење* (логичко и просторно мислење) и *прикажување* (формули, модели, конструкции, графикони, графикони).

Темелните знаења, вештини и ставови се поврзани со овие компетенции:

- *Потребно знаење* во математика вклучува цврсто знаење на броеви, мерења и структури, на основните операции и на основните математички прикажувања, разбирање на математичките изрази и поими, како и свеста за прашања на кои математиката може да им даде одговор.

⁸⁷ Oxford advanced learners encyclopedic dictionary (1989), Oxford University, str. 183.

⁸⁸ Европска комисија за образование и култура (2000), *Клучните компетенции за доживотното учење – Европска рамка*, Лисабон.

- Пеодинецот би требал да може да ги *применува математичките начела и процеси* во секојдневниот контекст, дома и на работа, како и да може да ги следи и вреднува низата од аргументи. Поединецот би требал да биде способен *математички да расудува, да ги разбира математичките докази и да комуницира* на математички јазик, како и да *користи наставни помагала*.

- *Позитивниот став кон математиката* е заснован во почитувањето на вистината, како и желбата за да се бара причина и проценка на нивната вредност.

Математичките компетенции можеме да ги групираме во:⁸⁹

1. Општи математички компетенции и

2. Специфични математички компетенции

1. *Опитните математички компетенции* ги вклучуваат способностите за:

- Прикажување и комуникација,
- Поврзување,
- Логичко мислење, аргументирање и заклучување,
- Решавање на проблеми и математичко моделирање,
- Примена на технологијата.

Учениците кои поседуваат математичка компетенција (способност) за *прикажување и комуникација* ќе можат да:

- Прикажуваат математички објекти и ситуации со помош на зборови, слики, макети, цртежи, дијаграми, графикони, табели, броеви, симболи,
- Одберат и применат соодветен приказ во склад со ситуацијата и намерата, да поврзуваат различни прикази и да преминат од една во друга,
- Изразуваат идеи, резултати и знаења со помош на јасен, прецизен и сеопфатен говорен и математички јазик, преку различни медиуми (усмено, писмено, визуелно и др.),
- Самостојно да ги разбираат и интерпретираат информациите на одмерената математичка содржина од разноврсни извори,
- Работат во групи со разменување и споделување на математичките идеи, мислења и ставови.

Учениците кои поседуваат математичка компетенција (способност) за *поврзување* ќе можат да:

- Ги воспостават и да ги разберат врските и меѓусебните односи на математичките идеи, поими, прикази и постапки, како и формаување на целината со нивното надоврзување,
- Го поврзуваат математиката со сопственото искуство, со другите подрачја, како и со секојдневниот, професионалниот и општествениот живот во релевантните контексти,
- Ги споредат, групират и класифицираат објектите и појавите според дадените или избраните критериуми.

Учениците кои поседуваат математичка компетенција (способност) за *логичко мислење, аргументирање и заклучување* ќе можат да:

- Им поставуваат на математиката својствени прашања (Постои ли? Ако да, колку? Како можеме да ги најдеме? Поради што?), како и да создават и истражуваат на нив засновани математички претпоставки,
- Создават, пратат и вреднуваат ланец на математички аргументи од различни видови (аналогија, генерализација),

⁸⁹ Kraljević, H.; Čižmešija, A. (2009), *Matematika u nacionalnom okvirnom kurikulumu*, Zagreb: PMF – Matematički odjel, Sveučilište u Zagrebu.

- Применуват различни форми на заклучување и методи на докажување,
- Препознаваат логичко заклучување и математички доказ, како клучни математички аспекти,
- Креативно, критично и флексебилно да мислат,
- Го разбират влијанието на човечкиот фактор и на сопствените уверувања на заклучување.

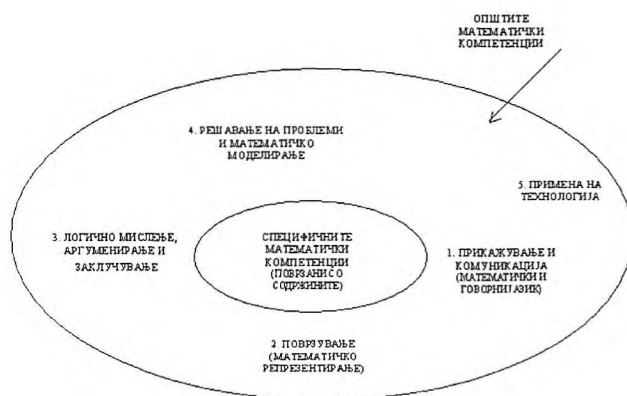
Учениците кои поседуваат математичка компетенција (способност) за *решавање на проблеми и математичко моделирање* ќе можат да:

- Поставуваат проблеми, да ги решават на испланиран начин и преку разновидни пристапи, како и да ги интерпретират, споредуваат и вреднуваат решенијата и постапките,
- Моделираат ситуации и процеси од другите дисциплини и од секојдневниот приватен, професионален и општествен живот,
- Изградат ново математичко знаење, преку моделирање на ситуации и решавање на проблеми.

Учениците кои поседуваат математичка компетенција (способност) за *примена на технологијата* ќе можат да:

- Развиваат вештини на рационално користење на технологија за:
 - Растеретување на пресметувања или графичко прикажување, во ситуации кога се во центарот на интересот на математичката идеја,
 - Собирање, организирање и прикажување на податоците и информациите,
 - Истражување и анализа на математичките идеи, експериментирањето со нив и проверување на претпоставките,
 - Решавање на проблеми и моделирање,
 - Пристап на математичките поими и искуства кои не можат да се достигнат без технологија,
- Разберат предностите и недостатоците (ограничувањата и дометот) на примена на разни видови на технологија.

2. *Специфичните математички компетенции* ги вклучуваат способностите врзани со содржините.



Фигура: Математичките компетенции (димензиите на математичкото образование) - Претставување на 5 (пет) карактеристични способности (компетенции) потребни за математичка писменост.

10.2. МАТЕМАТИЧКА ПИСМЕНОСТ

“Што слушам – заборавам. Што гледам – памтам. Што изработувам – знам“.
(Стара изрека)

Математичка писменост е дефинирана како способност за препознавање на математичките проблеми, примена на тие одредени математички знаења во различни ситуации (вештини и компетенции).

Математичка писменост се однесува на оние математички знаења кои се ставени во функција на примена на многу различни контексти (како анализирати, согледувати и ефикасно комуницирати, преку поставување, формулирање, решавање и интерпретација на математиката во многу ситуации).

Математичка писменост исто така подразбира способност за поставување и решавање на математички проблеми во разновидни контексти, прилагодување кон таквите постапки, кои често зависат од карактеристиките на личноста, како што се самопоуздание и лубопитност.

Математичката писменост претставува способност на поединецот да го препознава и разбира улогата кое ја има математиката во светот (во природниот, општествениот и културното опкружување), да донесува добро врз основаи одлуки и да го применува математиката на начин на кој и одговара на потребите на приватниот, професионалниот и општествениот живот на тој поединец, како конструктивен, заинтересиран и премислен граѓанин⁹⁰.

Поимот математичка писменост го нагласува математичкото знаење, кое се применува функционално во многу различни ситуации, на различни и замислени начини, засновани во длабоко разбирање. За да биде можна таквата примена, потребно е да се поседува основно математичко знаење и вештини.

Во јазична смисла, поим *писменост* најчесто претставува поседување на богат речник и солидно познавање на граматичките правила, фонетика и правопис.

Меѓутоа, поимот писменост опфаќа повеќе од тоа. За да можеме да комуницираме, користиме комбинација на сите тие елементи, на креативан начин, како би одговориле на реалните животни ситуации со кои се среќаваме. На ист начин, ниту математичката писменост не може да се ограничува само на познавање на математичката терминологија, причините (фактите) и математичките постапки, како и на вештините потребни за извршување на одредени операции и примена на одредени методи, иако таа несомнено претпоставува поседување на тие компетенции. Математичката писменост подразбира креативно обединување на сите тие елементи, за да му се одговара на барањата наметнети од надворешната ситуација.

Поимот математичка писменост не ги нагласува само математичките знаења и вештини дефинирани во математичкиот училишен курикулум. Математичка писменост подразбира и способност за поставување, формулирање, решавање и интерпретирање на проблемот, со примена на математиката во различни ситуации и контексти, од исклучиво математички контекст до контекст во кое математичката структура не е присутна или не е видлива на прв поглед и во кои поединецот е тој што го воведува во прилика на поставување или решавање на проблемот. Иако ставовите и емоциите поврзани за

⁹⁰ Mathematical Literacy (2003), *The PISA 2003 Assessment Framework – Mathematics, reading and problem Solving Knowledge and Skills*, OECD.

математика, заедно со самопоузданието, желбата за знаење и осетот дека математиката е занимлива и важна, како и желбата за делување и разбирање, не се составни компоненти на дефиницијата *математичка писменост*, тие сепак се важни постапки при примена на сопствената математичка писменост во практика.

Како важни аспекти за дефинирање на математичката способност, воведени (утврдени) се три широки димензии:

1. *Математичка содржина* – дефинирана во главно врз основа на општите математички поими (или теми) врз кои се заснива математичкото мислење (како што се количината, промените и односите, просторот и формите, логичкото заклучување, неизвесноста и зависноста).

2. *Математички процес* – кој е дефиниран со општите математички компетенции. Тие опфаќаат користење на математичкиот јазик, моделирањето и вештините на решавање на проблемите. Меѓутоа, целта не е раздвојување на овие вештини во различни испитни прашања, бидејќи се претпоставува дека за решавање на било кое математичка задача потребно е широк круг на компетенции. На место тоа, прашањата се организирани во врска со три множества (групи) на компетенции кои ги дефинираат тие потребни вештини на мислење, и тоа:

а) Првото множество на математики компетенции (*репродукција, дефиниции и пресметување*) се состои од наједноставните пресметувачки работи и дефиниции кои се најзастапени во конвенционалните математички проценувања (тестови). Значи, се однесува на познавање на причините, изведување на едноставни пресметувачки работи, присетување на дефинициите, примена на стандардните алгоритми или препознавање на еквивалентните.

б) Второто множество на компетенции (*поврзување и интеграција за решавање на проблемот*) бара обединување на математичките идеи и постапки поради решавање на едноставните проблеми и денекде познатите проблеми. Процесите на ова множество на компетенции почнуваат со создавање на врски помеѓу различните гранки и подрачја на математиката и интегрирање на податоците за решавање на едноставните проблеми. Внатре во ова множество на компетенции, од учениците се очекува добро да се снаоѓат со различните аспекти на прикажување на проблемите, дека се способни да ги разликуваат и поврзуваат различните искази, како што се дефиницијата, тврдењата и доказите, успешно да го декодират и протолкуват симболичниот и формалниот јазик, како и да го разбират неговиот однос со природниот јазик.

в) Третото множество на компетенции-осмислување (*“математизација”, математичко мислење, воопштување и увид*) го опфаќа математичкото мислење, воопштувањето и увидот, како и барањата кои се однесуваат кон учениците за да се впуштат во анализа, да ги препознаваат математичките елементи во дадената ситуација, како и да поставуваат сопствени проблеми. Значи, ова множество на компетенции се состои од математичкото мислење, воопштување и разбирање, кое од учениците бара да го “математизираат” ситуацијата, односно да го препознаваат и “извлечат” математиката вградена во ситуација, како и да го користат математиката за да го решават проблемот, да го анализираат, да го протолкуват, да развиваат сопствени модели и стратегии, да произведуваат математички аргументи, вклучувајќи докази и воопштување. Тие процеси вклучуваат критичко мислење, анализа и осмислување.

3. *Контекст (ситуација во кое математиката се користи)* – Важен аспект на дефинирање на математичката писменост е користење и примена на математиката во многу различни ситуации, вклучувајќи го и приватниот (личен) живот, училишниот живот, работата и слободното време, локалната заедница и општеството. Секое ситуација се наоѓа

во одредено растојание од ученикот. Најблиското е приватниот секојдневен живот, потоа училишниот живот, работата и спортот, после кое следи локалната заедница и општеството, а најоддалечените се научните контексти.

10.3. МАТЕМАТИЧКИ СПОСОБНОСТИ

*“Математика е неговиот стил на мислење мора да постанат составен дел на општата култура на современиот човек, човек кој се образува во денешните училишта, без разлика дали тој ќе изврши работа кое и користи на математиката или не“.*⁹¹

Во последната деценија на минатиот век, покрај другото, како приоритет, се наведуваат следните цели на математичкото образование на ученикот⁹²:

- Развивање на право разбирање на математичките изрази, концепти, процеси и докази;
- Припрема на учениците кои сакаат да студират математика или предмети кои ги користи математиката;
- Развивање на способностите на логичко мислење, резонирање, анализирање и прецизно изразување;
- Развивање на способности на применување на математиката во “професионалниот“ живот (на пример, зачувување на околината, намалување на загаденоста, развивање на соодветни нутриционистички програми);
- Развивање на геометрискиот начин на размислување, вклучувајќи ги и доказите на геометриските тврдења и вештини на цртење;
- Преминување од аритметика во алгебра; решавање на проблеми со користење на алгебарските методи;
- Развивање на посакуваноста кон предметот, тако што ученикот ќе се вклучува во самообразование и учество на математички натпревари;
- Развивање на способностите на ученикот да одговара на барањата на модерната технологија и иновација;
- Да го оценат убавината и моќта на математиката и да се свесни за неговите ограничувања;
- Да го оценат придонесот на математичарите кои во минатото имат дадено значајни резултати за развојот на науката.

Знаеме дека секој ученик поседува одредени способности кои се доволни за да се пратат, совладуваат и усвојуваат математичките содржини пропишувани во наставната програма, односно поголем е делот што го сочинуваат учениците кои поседуваат способности за совладување на математичките содржини. Таквите способности треба да им овозможуваат разбирање на основните математички поими, идеи и методи, како и самостојно решавање на стандардните задачи.

Меѓутоа, успешноста на таквиот процес зависи од исполнувањето на неколкуте важни предуслови, како што се: соодветен избор на математичките содржини во наставната програма кои соодветно и одговарат на возраста на ученикот, добри учебници и дополнителна математичка литература, квалитетно изведување на наставата, и како најважно—наклонетоста на ученикот кон математиката и секојдневната систематска работа.

⁹¹ Став усвоен на една од Конференциите на УНЕСКО за образование.

⁹² Studies in mathematics education, Moving into the twenty-first century (1992), Vol. 8, UNESCO.

Учениците не се свесни секогаш колку се способни. Нивните способности не ретко се повисоки од тоа што самите претпоставуваат.

Покрај тоа, до ден денеска, психологија нема дадено прецизен одговор на прашањето “кои се тие посебни способности за успешно занимавање со математика и учење на математичките содржини, и како се развиват тие способности”.

Соглед на тоа, поради низ причина, не смееме да зборуваме за ученици способни и неспособни за математика, туку по прифатливо и по правилно е да зборуваме за ученици кои заостануваат во наставата по математика и за ученици кои покажуваат посебен интерес за математиката.

Кога се зборува за способноста, основно прашање кое се наметнува во тој момент е прашањето дали способностите за одредена активност се наследени, и според тоа и непроменети, односно дали способностите се “дар на природата” кои ги поседуваат одредени луѓе, или се способности кои со тек на животот и работата се создават и развиваат.

Ако одлучуваме да го прифатиме уреденоста на способностите (кое во потполност не треба да го отфрлиме), тогаш би го негирале целокупното залагање на општеството за воспитание и образование на младите. Во тој случај, родените таленти, без никаква работа, труд и учење, би создавале генијални дела (случаи кои во историјата на науката и човештвото не се познати). Напротив, сите поголеми и важни откритија се резултат на долгата и макотрпна работа на пронаоѓачот.

*Способноста го опишуваме како множество на индивидуални карактеристики кои овозможуваат успех во одредена активност.*⁹³

Способностите ги опфаќаат сите карактеристики или диспозиции за кои се претпоставува или е емпириски утврдено дека учествуваат во детерминацијата на успехот на поединецот во однос на физичката и социјалната околина. Способностите обично се поделени на три основни класи: сензорни, моторни и интелектуални.⁹⁴

Математичките способности се дефинираат како стабилна психолошка состојба и карактеристиките на индивидуата во текот на вршење на математички активности на мирен, спокоен начин.

Математичките способности излегуваат надвор од културните аспекти: нешто логички да се промисли, да се биде критичен, математички да се размислува, да се биде способен да го користи математиката, се способности кои се корисни во секое ситуација или култура.⁹⁵ Културни аспект по малку се однесува на “содржина“, а повеќе на “културна содржина“ на едукација во поедини држави.⁹⁶

Што подразбираме под математички способности? Се залажуваме ако констатираме дека под тој поим се прикрива одговорот: *Способност за усвојување на што богато наставно градиво или пак добро помнење на математичките факти.*

Основна цел на наставата по математика, кое се поставува пред секој ученик не треба да биде просто усвојување на градивото на пропишаната програма и стекнување на знаења кои се темелат на низа правила, формули и умеења за решавање на стандардизирани задачи.

⁹³ Kadum, Dr. Sc.V. (2006), *O problemu sposobnosti i nesposobnosti za matematika*, Pregledni rad, UDK: 37.05:51.

⁹⁴ Лешкоски, И. (2002), *Педагошки речник*, Скопје: Друштво за книгоиздателство и услуги Вековишина, стр. 249.

⁹⁵ Mathematical Literacy (2003), *The PISA 2003. Assessment Framework – Mathematics, Reading and Problem Solving Knowledge and Skills*, OECD.

⁹⁶ De Lange, J.(2005), *PISA – Does it really measure literacy in mathematics*, Munchen – Wien.

Наместо преоптеретувањето на помнењето на ученикот со голем број на факти, треба да се поттикне и покренува неговото мислење, постапно и примерно да се научи да анализира, синтетизира, генерализира, специјализира, апстрахира, конкретизира, индуцира, дедуцира. На таков начин, стекнатите знаења и памнење на фактите постануваат само помошна средства во текот на работата, како што е докажувањето на поучувањата и решавање на проблемите. Тука тогаш се појавуваат и се доаѓа до полно изразување на математичките способности на ученикот.

Способностите кај луѓето настануваат и се развиват и под влијание на друштвено-научните чинители, кои се особено вредни за психичките способности на човекот. Кај поединецот, ниту една способност не се појавува одеднаш, како изразена способност, туку се развива како *диспозиција*. Природните разлики помеѓу луѓето не се состојат во готовите (однапред дадени) способности, туку во диспозициите.

Помеѓу диспозицијата и способноста постои многу голема дистанца, дистанца кое во себе опфаќа цел развиен пат на личноста. Диспозициите се многу различни и тие можат да се развиват во различни насоки. Тие се само претпоставка за развој на способностите.⁹⁷

Способностите, развивајќи се на основа на диспозициите, се појавуваат како функција, не само на диспозицијата, туку и на развојот во кое диспозицијата влегува како претпоставка. Вклучувајќи се во развојот на поединецот, тие само се развиват, трансформират и менуваат. Почетните претпоставки за развој на способностите се родените диспозиции, множество на органски, физиолошки и инстинктивни услови, со кои детето се роди. Во реалниот додир со светот кој го опкружува, во процесот на постапното усвојување на постигањата до кои е дојдено општеството во текот на историскиот развој (генерацијско искуство), со текот на нивното образование, се усовршуваат диспозициите опширно кај сите луѓе, кај секој поединец различно, претворејќи се во различни и во се по совршени способности.

Прифаќајќи го таквото одредување на општата способност, се наметнуваат следните прашања за кои психологија се уште нема даден одговор:

(1) Кои се тие посебни способности за математика?

(2) Кои способности се потребни на поединецот за успешно да се бави со математика?

(3) Како тие посебни способности за да математиката се развива?

Затоа, во продолжение, се обидуваме да неведнемо само дел од битно размислување во ова насока, без никаква претензија за некој целокупен приказ за математичката способност.

Основни математички способности кои талентите по математика треба да ги поседуваат како основа за формирање на способноста за анализирање и решавање на проблеми се следни:⁹⁸

- Способност за набљудување;
- Способност за асоцијација;
- Способност за пресметување;
- Способност за апстрактно сумирање;
- Способност за логично резонирање;
- Способност за запишување и изразување.

⁹⁷ Rubinstein, S.L. 1964, *Problem sposobnosti i pitanja psihološke teorije*, Beograd: Pedagogija, br.4.

⁹⁸ Crvenković, Dr. S. (2009), *Razvijanje matematičkih sposobnosti kroz rešavanje zadataka*, Beograd: DMS.

Способност за набљудување – Луѓето сето свое знаење го добиваат преку набљудување, што е исто и во процесот на стекнување на математичките знаења. Познатиот германски математичар Гаус, во една прилика ќе се произнесе дека *“математиката е набљудувачка дисциплина”*. Ова способност во математиката се демонстрира во препознавањето на внатрешните врски во проблемот од неговата форма и структура (а) Наоѓање на структурните карактеристики и меѓуврските на математичките релации, б) Препознавање на некои специјални фигури и релации од дадената геометриска графикон).

Способност за асоцијација – Асоцијација е психолошки процес во кое некој, кога запазува или се присетува на една работа, се сети на некое друга релевантна работа. Асоцијација е мост за трансформирање на проблемот. Врските во задачите се сложени, никогаш очигледни, ниту пак директни. Од ученикот се бара да се савладат вештините на користење на асоциациите засновани на релевантното знаење.

Способност за пресметување – Многу цели на математичкото образование во себе го вклучуваат и способноста за пресметување. Таквите цели, во когнитивниот аспект, вклучуваат:⁹⁹

а) *Пресметување* – способност директно да се оперира со елементите на проблемот базирани врз научни принципи, како и способност да се применува посебното знаење кое се однесува на некое факт или израз;

б) *Разбирање* - совладување на концептите, принципите, правилата и општите мерки, и способноста на водење на проблемот на разни начини;

в) *Примена* – способноста да се уклучува релевантното знаење, да се избира правилен алгоритам и да се пополни пресметувањето; способност да се реши проблем на конвенционален начин;

г) *Анализа* – способност за примена на нековенционалните методи за прнаоѓање на други начини и формирање на докази и критики, што е напреден процес на размислување.

Задачите мора да бидат тестови на точноста, флексибилноста и брзината на способностите на учениците во пресметувањето, кое се демонстрираат преку:

(а) Способност за разбирање на апстрактниот формализам на нотациониот јазик;

(б) Способност за запомнување на дефиниции, формули и правила на операции;

(в) Способност за трансформација;

(г) Способност за упростување на операциониот процес (примена на операци на концизен и прескокнат начин);

(ѓ) Способност за обрт на процесот на пресметување, како и способност за проверување;

(ј) Флексибилност во примена на операции, на формули, правила и концепти, и, исто така, способност да се осврне на другата операција веднаш после завршувањето на првата;

(и) Способност за предвидување и проценка.

Првите 6 компоненти се основни елементи за градење на способности за пресметување и многу се важни критериуми за да се оцени способноста на ученикот за пресметување.

Способност за апстрактно сумирање – се однесува на апстрактното сумирање на врските помеѓу математичките објекти, броеви и просторни фигури, како и на пресметување заснована врз овие врски. Ова способност често се тестира на следните три начина:

⁹⁹ Brown, M. (1996). FIMS and SIMS: the first two IEA International Mathematics Surveys' Assessment in Education 3, 1993-212.

(а) Формулирање на математички проблем тргнувајќи од практичен проблем. Ова често се нарекува математизација или формализација на практичните проблеми.

(б) Сумирање на општото правило за да се формулира хипотезата, за потоа да се докаже формално.

(в) Сумирање или генерализација на одреден проблем, уопштување на апстрактниот заклучок, преку анализа и синтеза на конкретниот проблем, и конечно, примена на заклучокот во специфичниот проблем кој е поставен за решавање.

Способност за логично резонирање – е основа на математичката способност, кое обично се манифестира како:

(а) Разбирање на формални изрази, како и вештина на прнаоѓање на врските помеѓу формулите, принципите, теоремите и аксиомите во концептуалниот систем.

(б) Владеење со релевантните логички знаења (доволни услови и потребни услови, индуктивно и дедуктивно резонирање, резонирање по аналогија, трансформирање на еквивалентни и нееквивалентни изрази), и исто така способност за коректно резонирање.

(в) Совладување на познатите математички методи (како што се аналитичката метода, синтетичната метода, сведување на апсурд, математичка индукција).

(г) Јасно размислување со правилна презентација; способност на мислење според концизните шеми, така што се изоставуваат и поедноставуваат непотребните работи во размислувањето.

Проблемите во геометрија бараат способност за строго дедуктивно резонирање, концизен и флексибеан. Проблемите од областа: комбинаторика, графикони и логика не бараат големо знаење во специјализираните области, туку само солиден “background” во логичкото резонирање.

Како *креативни (специјални) математички способности* можат да се набројуваат следните способности.¹⁰⁰

- Способност за математичка имагинација;
- Способност за математичка интуиција;
- Способност за математичко предвидување;
- Способност за математичко трансформирање;
- Способност за математички конструкции.

Способност за математичка имагинација – Имагинација е ментални процес во кој мозокот на човекот ја процесуира постоечката појава и потоа ја создава новата. Таа е графиконтивна, уопштена, целовита, слободна и флексибилна. Како резултат, таа е способна да твори. Математичната имагинација е, според тоа, процес во кој некој добива (прибавува) и ги запослува графиконтивните мисли во математичната сознајна активност. Таа захтева предходно знаење и способност на графиконтивниот начин на размислување.

Математичката имагинација обично се манифестира преку следните начини:

(а) Суфистицираност во придржување на геометриската графикон на математичките проблеми;

(б) Способност за додавање на помошни линии во геометриските проблеми.

Способност за математичка интуиција – Интуиција е директно разбирање и внатрешен поглед во суштината на работите. Математичката интуиција е директно сфаќање и внатрешен поглед во суштината на математичките објекти. Интуицијата се манифестира преку:

(а) Директно разбирање на суштината на математичките објекти во целост;

¹⁰⁰ Crvenković, Dr S. (2009), *Razvijanje matematičkih sposobnosti kroz rešavanje zadataka*, Beograd: DMS,43.

(б) Добивање на јасна слика на математичкиот проблем, на неговата структура и на внатрешните релации;

(в) Директно барање на процедури за решавање и пронаоѓање на резултатот на проблемот.

Способност за математичко предвидување – Предвидувањето (хипотезата) се однесува на веродостојноста на резонирање за непознатите работи и неговите закони и правила базирани на познатите факти и знаења. Математичката хипотеза е веродостојно резонирање за непознатите вредности и нивните врски кон познатите математички услови и теории. Според тоа, хипотезата е делумно научна, со голем степен на претпоставка. Таа може да се поставува, не само преку експериментот, индукцијата, аналогијата и специјализацијата, туку и преку имагинацијата, интуицијата и спротивното размислување.

Способноста за математичко предвидување се демонстрира преку:

(а) Погодување на пристапот на докажување;

(б) Погодување на заклучувањето на тврдењето, што е посебно значајно во решавањето на “истражувачкиот” проблем.

Способност за математичко трансформирање – е способност за трансформација од една врста на психолошки операции во друга, што е слично на флексибилноста и креативноста на мислењето до извесен степен.

Ученик кој поседува ваков вид на способност треба да биде во состојба да:

(а) Ги руши оградите на уобичајната практика и да најде нови пристапи и методе, ако проблемот не може да се решава на конвенционален пристап и начин;

(б) Се префрлува од конвенционалното мислење во обратно размислување.

Способност за математички конструкции – Во последно време, во разни математички натпревари се појавуваат задачи (проблеми) кои бараат конструктивни докази. Ваквиот тип на проблеми бара ученикот прецизно да ги развива математичките објекти според барањата во самиот проблем. Учениците треба со внимание да набљудуваат, добро да ги спроведат експериментите, да бидат добри во асоцијација, да размислуваат и чврсто да погодуваат, да трансформираат флексибилно и да заклучуваат строго додека ги решаваат ваквите проблеми.

При решавање на конкретни задачи, ваквата способност се покажува на следечки начин:

(а) Од структурните карактеристики на проблемот треба да се формира математички модел, како што е функција, едначина, граф, алгоритам, за да се поврзуваат условите и заклучокот;

(б) Преку директно конструирање на математичкиот објект;

(в) Преку конструирање на контра примери кои ги задоволуваат условите, со намера да го негираме заклучокот.

Според проучувањата направени од страна на *Лабораторијата за способности при Институтот за психологија на Академијата на педагошките науки во Москва* за интелектуалните својства на учениците способни за математика, таквите својства можеме да ги класифицираме во три групи:

1. Способност за брзо и широко уопштување на математичките содржини;

2. Способност за брзо редуцирање, скратење на процесот на расудување и составување на операции кои и одговарат при решавање на математички (проблемски) задачи;

3. Способност на брзо и слободно префрлување, од директен на индиректен тек, на мислите во процесот на усвојување на математичките содржини.

Познатиот руски методичар за наставата по математика, Шварцбурда, истакнува дека неопходно е да се земе во обзир фактот дека поедини содржини по математика, како и нивната разновидна примена, поврзани се со способностите од различита природа. Кај некои содржини многу се корисни способностите кои се состојат во прнаоѓање на најпогодните алгоритми (постапки) за решавање, кај другите се важни комбинацијските способности, а кај третите - да се знае логички да се мисли. Во некои содржини повеќе се бара геометријска интерпретација, а во другите геометриски содржини по малку се бара или воопшто не се бара.

Математичките способности особено се изразуваат во:¹⁰¹

- развивањето на мислата кое се однесува на просторот;
- способноста за оздвојување на битното од небитното;
- способноста за апстрахирање;
- способноста за апстрактно мислење;
- способноста за преминување од конкретна ситуација на математичко формулирање на прашањата, кон шема кое опширно го карактеризира важноста на проблемската задача;
- владеење со навиките на дедуктивното мислење и заклучување;
- примена на научните достигнувања, на заклучоците на конкретни содржини;
- способност за критичко мислење и поставување на нови проблемски прашања (задачи);
- поседување на доволно развиено, како на писменото така и на усменото, математичко изразување;
- поседување на доволно трпение при решавање на задачи.

Истакнатиот руски математичар и методичар Колмогоров истакнува дека многу често се превеличува неопходноста за специјалните способности за учење и разбирање на математиката. Слабото организирање, несоодветно, претежно формално, изложување на математичките содржини во текот на наставниот час, доведува до создавање на впечаток за посебните потешкотии на наставата по математика. Обично, кај просечно способните ученици, во целина, доволно е, под добро раководење од страна на наставникот или под услови на обезбедување на добро осмислени и квалитетни дидактичко-методички формувани учебници, да ги усвојуваат математичките содржини кои се предмет на работа во наставата по математика.¹⁰²

Успехот во математика најмалку се заснива во помнење на што повеќе информации и факти, на поедини формули и релативски врски и слично. Добро помнење во математиката, како и во секое друга работа, е корисна, но не и пресудна.

Знаењето за изведување на алгебарски операции како вештина за трансфосмирање на сложените (алгебарски) изрази, прнаоѓањето на по соодветни и по рационални патишта за решавање на проблемски задачи, кои не се бројуват во стандардните правила, се тие способности кои често се барат од страна на математичарите во процесот на научната работа. Таквите операциски способности, Исклучително многу развиени, често се нарекуваат “алгоритамски“, и карактеристични се за еден од неколкуте форми на математичката дарба.

Вештината на доследно и правилно расчленување на логичкото заклучување е битен придонес за математичкото заклучување.

¹⁰¹ Шварцбурд, С.И. (1964), *Математическаја специјализација*, Москва: Математика во школи 6/64 .

¹⁰² Kadum, V. (1997), *Zaostajanje učenika u matematici. Izroci i mogućnosti otklanjanja*. Pula: Pedagoški fakultet u Puli

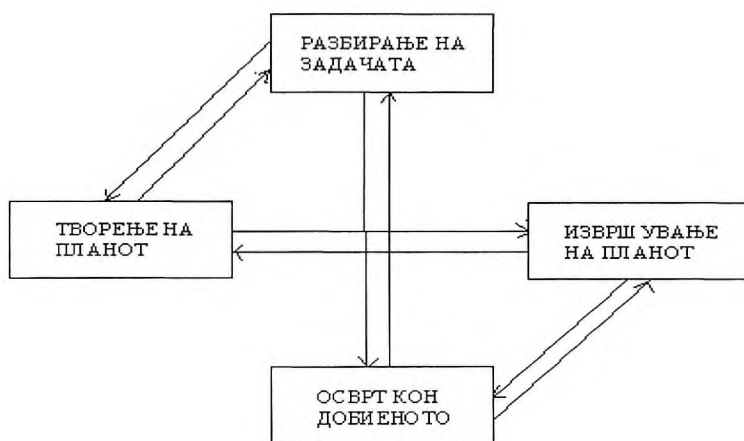
Разбирањето и знаењето на правилното применување на математичката индукција е добар критериум на логичката зрелост, кое е од посебна важност за еден математичар.

Математичките способности се појавуваат обично доволно рано, се среќаваат во различни комбинации и барат перманентно увежбување. Иако претераната едностраност е опасна, сепак особената развиеност на една способност може да доведе до неочекувани и значајниоткритија. Меѓутоа, ако во ваквите случаи изостанува волјата, силната желба и одушевувањето, заедничката работа, тогаш било кои способности нема доволно да ни помагаат.

При процесот на стекнување на математички способности, најкорисно е да се реши некое задача на три-четири различни начини, отколку да се решат три-четири задачи на ист начин. Бидејќи, преку решавање на една иста задача на различни начини можеме да дојдеме, преку споредување, до установување на тоа дека кој начин е најкраток и најрационалан, елегантен и ефективен. На ваков начин се доаѓа до способностите на ученикот за решавање на математичките проблемски задачи.

Кога се станува збор за решавање на математичка задача, мора да се потенцира дека способностите за решавање на математичките проблеми особено се искажуваат во фаза на разбирање на задачата, за да помине низ изработката (творење) на планот за работа за решавање на проблемот, преку реализација- извршување на тој план, за да се заокружи со анализа на решението на проблемот, т.е. осврт на добиеното решение на проблемот.

Односот помеѓу тие способности можно е да се прикажува и преку шема прикажано во продолжение на текстот:¹⁰³



Ако појдеме од фактот дека процесот на усвојување на математичките информации и факти (значи знаења) се состои од:

- примена на информациите и на фактите, т.е. разбирање на повеќе начини на соопштените математички правила, ставови и поими;
- изведување на нови информации и факти, т.е. изведување на нови математички ставови и поими;
- поставување на математичките поими и ставови во природна, логична и научна целина;
- интерпретација на математичките содржини во практика;

¹⁰³ Kadum, V. (2005), *Učenje rješavanjem problemskih zadataka u nastavi (matematike)*, Pula: IGSA. Str. 63

тогаш може да се зборува за посебните математички способности, кои доѓаат во израз во секое од поединечните наведени етапи.

Можеме да зборуваме за способностите на ученикот за да ги разбира одредените математички поими, за способностите да изведуваат нови ставови, за способностите за успешно применување на усвоените математички информации и чињенице и т.н. Во врска со тоа, можеме да зборуваме за развиеноста на способностите на ученикот за изведување на поедини мисловни операции (апстрахирање, генерализирање, компарирање, анализирање,...), за коректно применување на поедини форми на заклучување, како и на законите на мислење.

Можеме, потоа, да зборуваме за способностите на ученикот за просторно прикажување, воочување на функционалните зависимости, истражување со математичкиот (симболизиран) јазик и нивно користење, и т.н.

На крајот, ќе дадеме уште еден вид на групирање на неколку математички способности:¹⁰⁴

- 1) Способност за брзо изведување на операции за пресметување;
- 2) Способност за лесно изведување на сложени операции за пресметување;
- 3) Способност за трансформирање на сложените алгебарски ирази на вешт начин;
- 4) Способност за прилагоѓање на успешни и нестандартни начини на решавање на едначини;
- 5) Способност за лесно и јасно воочување на просторните објекти и односи;
- 6) Способност за лесно разбирање и влез во битието на проблемот;
- 7) Способност за спроведување на предлабочена анализа;
- 8) Способност за откривање на различните начини на решавање на проблеми;
- 9) Способност за воочување и поставување на нови проблеми;
- 10) Способност за создавање и изнесување на нови идеи;
- 11) Способност за изведување на правилно логично расудување;
- 12) Способност за споредување и поврзување на добиените резултати;
- 13) Способност за воспоставување на аналогичја;
- 14) Способност за поопштување;
- 15) Способност за специјализирање;
- 16) Способност за апстрахирање;
- 17) Способност за конкретизирање.

Математичките способности ги среќаваме во разни комбинации. Ученикот може да поседува една или повеќе математички способности, но развојот на само една од таквите способности може да значи многу. Ако со тоа се поврзуваат и креативните карактеристики на ученикот, во тој случај од него може да се очекува многу успешна работа во подрачјето на математиката и добри резултати.

За да се занимаваш со математика, како и за да се изучува математиката, несомнено е дека се потребни одредени способности. Меѓутоа, кои се тие способности – видовме дека не се знае, ниту се знае како се тие изразуваат, кој претставува голем недостаток за наставата по математика.

Сепак, и покрај тоа, во наставата по математика можемо и мораме да работиме на развивање на одредени способности кај учениците, кои, на основа на искуствата и резултатите од досега објавените истражувања, ги сметаме како неопходни за успех во математика.

¹⁰⁴ Kurnik, Z. (2000), *Suvremena metodika i nastava matematike*, Zagreb: Zbornik radova 1. Kongresa nastavnika matematike Republike Hrvatske, 187-201.

Токму за тоа, од наведените причини, не смееме да зборуваме за ученици способни за математика, иако тоа во потполност не можеме да го негираме. Затоа, од педагошки причини, најприфатливо е да се зборува за ученици кои заостануваат во настава по математика и за учениците кои покажуваат посебан интерес за математиката.

10.3.1. РАЗВОЈ НА ЛОГИЧКО-МАТЕМАТИЧКИТЕ СПОСОБНОСТИ

Развојот на логичко-математичките способности се условени од многу фактори кои влијаат врз нивниот квалитет и динамика. Од една страна се факторите кои се наоѓаат во поширокото животно опкружување, во кои таквите способности се појавуваат и развиваат, додека од друга страна се факторите кои се наоѓаат во доменот на психолошкиот профил на индивидуата со такви способности.

Еден од факторите кој го условува постигнувањето на високите резултатите на страна на ученикот, во една или повеќе области на неговото делување, е и интелектуалниот развој на ученикот. Интелектуалниот развој на ученикот е дел на неговиот општ психички развој и еден од најважните фактори за успешна реализација на наставата воопшто, па и на наставата по математика.

Познавањето на индивидуалните карактеристики на интелектуалната развиеност на учениците е значајно, поради усогласување на методиката на наставната работа со нив, бидејќи применетите методски постапки ќе бидат ефикасни само тогаш ако соодветствуваат на развојните можности на ученикот.

Според Пијаже, учениците на возраст од 7 па се до 11 години се на степенот на интелектуалниот развој кој и овозможува на нив употреба на конкретни операции за решавање на логичко-математички задачи. На овој стадиум на когнитивниот развој на ученикот, се стигнува до значајни промени во развојот на размислувањето и интелигенцијата. Значајно за овој период е појава и развој на логичкото размислување, всушност доаѓа до развивање на логичко-математичката способност кај учениците.

Логичко-математичката способност, како една од осумте способности, односно специфични интелигенции¹⁰⁵ е способност на резонирање и осмислување на поимите, како и нивните меѓусебни релации.

Наставникот во овој период игра многу важна улога, бидејќи тој е човекот кој ги препознава способностите на ученикот, кој потоа треба да ги насочува, поттикнува и мотивира во понатамошна нивна работа и развивањето на нивните потенциали.

Деборе Ејре¹⁰⁶, постигањата на високите резултати во одредени области, а со тоа и во сферата на математика, го поврзува со трифакторната интеракција: постоењето на високи способности, услови и мотивација, кои треба да се присутни, не само во училиштето, туку и во фамилијарната средина. Ваквото мултидимензионално условување на развојот на логичко-математичките способности, Ејре го изрази со помош на математичкиот израз од форма:

$$\text{Висока способност} + \text{услови} + \text{мотивација} = \text{високи постигнувања}$$

Од оваа математичка формулација, евидентно се гледа дека постигнувањето на високите резултати во наставата по математика се условени од повеќе фактори. Во ова

¹⁰⁵ Gardner, H. (1983). *Frames of Mind: The theory of multiple intelligences* New York: Basic Books. Basic Books Paperback, 1985. Tenth Anniversary Edition with introduction., New York: Basic Books.

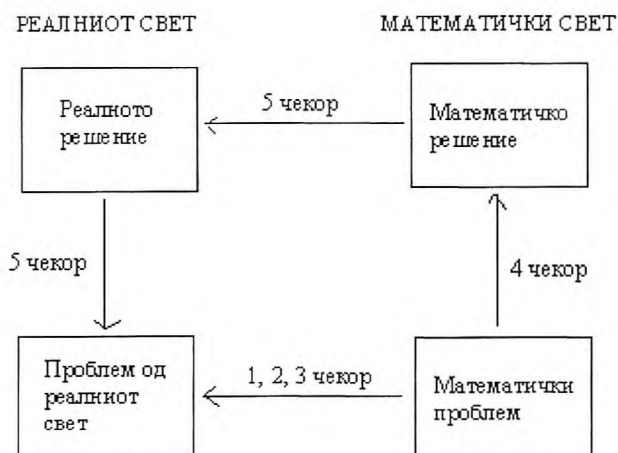
¹⁰⁶ Eyre, D. (1997). *Support of learning. A journal of the national association for special educational needs*, Londra: str. 60.

група на фактори, пред се, спаѓаат интелектуалните фактори, подршката, условите и мотивацијата кои се присутни во семејството и во училишната средина, кои имаат големо влијание врз развојот на логичко-математичките способности.

10.4. ПРОЦЕС НА МАТЕМАТИЗАЦИЈА

За да може да се процени дали учениците се способни да ги применуваат своите математички знаења стекнати во текот на своето образование во решавање на математичките проблеми со кои секојдневно се сретнува во реалниот живот, потребно е да се прибират податоци од нивната способност за *математизација*.

Процесот на математизација се состои од пет чекори: Почнува со некој проблем сместен во реалноста (*1 чекор*), во кој учениците треба да ги препознават математичките концепти и кој решавањето на проблемот треба да го организира врз основа на тие математички концепти (*2 чекор*). За да се претвара проблемот од реалност во математичка форма, односно во проблем кој подлегува на директно решавање на проблемот, треба да се одалечуваме од реалноста по пат на создавање на претпоставка, уопштување и формализирање на податоците, воведување на корисни начини на прикажување на аспекти на проблемот, разбирање на односите помеѓу јазикот на проблемот и симболичниот и формалниот јазик, воочување на правилностите и на обрасците, како и поврзување на проблемот со познатите проблеми или со другите познати формулации, како и препознавање и воведување на соодветен математички модел (*3 чекор*). Во моменот кога некој проблем се сведува од реален во математичка форма, процесот може да се настави во математички рамки, со примена на одредено математичко знаење, концепти и вештини. После тоа, се пристапува кон решавање на математичкиот проблем (*4 чекор*). Решавањето на проблемот може да опфаќа пресметување или користење на формалниот, симболичниот или техничкиот јазик и операции, со претворење од еден приказ во друг, со користење на логичките математички аргументи и уопштувања. Последен чекор во процесот на математизација опфаќа одредена форма на предводување на математичкиот резултат во решение, кое е применлива во изворниот контекст на проблемот, применливо решение во реалноста (*5 чекор*).



10.5. КОМПЕТЕНЦИИ КОИ СЕ НЕОПХОДНИ ЗА МАТЕМАТИЧКА ПИСМЕНОСТ

Математички писмен поединец може успешно да решава математичка задача прикажана низ некое ситуација од реалноста. Поединецот потоа поминува низ процесот на математизација, надвор и внатре во математичкиот контекст на таа сеопфатна идеја, а за успешно и целосно решавање на дадениот проблем тој треба да поседува бројни математички способности.

За да е можно способностите да се идентификуваат и испитуваат, OECD/ PISA поставува осум карактеристични математички способности¹⁰⁷:

1. *Математичко мислење и заклучување* – Ова способност ги вклучува поставувањето на прашањата карактеристични за математиката (Дали постои...?, Ако да, колку? Како можеме да ги најдеме...?); познавање на видовите на одговори кои математиката ги нуди за наведените прашања; разликување на различните видови на изјави (дефиниција, теорема, хипотеза, примена и т.н.); разбирање и користење за повеќе намени на дадените математички концепти.

2. *Математичко аргументирање* – Ова способност вклучува разбирање за тоа што е докажувањето и како се таа разликува од останатите видови на математички заклучувања; следење и испитување на текот на разновидните математички аргументи; поседување на чувството за хеуристика (Што може, а што не може да се случува, и зашто?); креирање и изразување на математичките аргументи.

3. *Комуникација* – Ова компетенција вклучува способност на изразување на математичките содржини на различни начини: во усмен, писмен и друг визуелен форма; како и разбирање на другите изработки (решенија на задачи) и изјави изразени на ист начин.

4. *Моделирање* – Ова способност вклучува математизација, т.е. водење на ситуација од реалноста во математички структури; интерпретирање на математичките модели во рамките на контекстот или реалноста; работа со математичките модели; вреднување на моделот; осмислување и анализа и критички став кон моделите и нивните решенија; одмислување за процесите на моделирање.

5. *Поставување и решавање на проблемите* – Ова способност вклучува поставување, формулирање и дефинирање на различни видови на проблеми (пример: од чист, применлив, отворен или затворен тип) и решавање на различни математички проблеми на многу начини.

6. *Презентирање* – Ова способност вклучува декодирање, кодирање, водење, разликување и интерпретација на различни форми на презентирање на математичките објекти и ситуации, како и разбирање на односите помеѓу различните презентации; избор на најприлагодената форма на презентација; преминување од една во друга форма на презентација, зависно од ситуацијата и видот.

7. *Користење на симболи на формалниот и техничкиот јазик, како и на операциите* – Ова способност вклучува декодирањето и интерпретацијата на симболичниот и формалниот јазик, како и разбирањето на неговата врска со природниот јазик; преминување од природниот јазик во симболичниот/формалниот јазик; баратање со изјавите и изразите кои опфаќат симболи и формули; користење на варијаблите, решавањето на едначините, пресметувањето.

8. *Користење на алати и технологија* – Ова способност вклучува познавање и користење на различни помошни средства и алати (вклучувајќи и алати на информацијска

¹⁰⁷ http://www.pisa.hr/knjige/nacionalni_sazeti/Default.html

технологија), кои можат да помогнат во текот на математичките активности; познавање на ограничувањата на таквите помошни средства и алати.

За да биде математички писмен, на поединецот им се потребни сите овие компетенции на различни нивоа. Меѓутоа, мерењето на математичката писменост не е лесна работа. Една од причините зошто е тешко да го истакнеме и поучуваме математичката писменост е тоа што, покрај алгоритмите, го вклучува и таканаречениот целокупниот увид (енг. insight).¹⁰⁸

Некои алгоритми се секако неопходни, но учењето (или меморирањето) само на алгоритмите не е доволно: целокупниот увид е важна компонента на математичкото разбирање. Таков целокупен увид, подразбира разбирање на квантитативните односи и способности на идентификување на тие односи во непознат контекст; негово стекнување вклучува осмисленост, судови и, над се, искуство.¹⁰⁹

Досега актуелниот училишен курикулум, на жалост, ретко го нагласува важноста на целокупниот увид и не дава многу можност активно да го подржува неговиот развој на било кое ниво. Во развојот на целокупниот увид во математика, секогаш треба активно да се потпираме, почнувајќи дури пред првиот разред на основното образование.

Поединечното користење и тестирање на погоре наведените осум компетенции, не е сокогаш погодна за развој на испитните прашања, затоа што во математика неопходно е паралелно да се користат многу од тие способности. Затоа, поради ефикасно и успешно мерење на математичката писменост, наведените способности можеме да ги организираме и да ги сместиме во три поголеми групи на компетенции (разреди на компетенции): репродукција, поврзување и рефлексija.¹¹⁰

1. *Репродукција (дефиниција, пресметување со едноставни алгебарски операции)*– Способностите за репродукција во прв ред се однесуваат на репродукција на научените знаења. Тие знаења најчесто се мерат преку многу стандардни математички тестови, преку редовни испити на знаења, како и во многу компаративни интернационални студии.

Тука се работи за познавањата на факти, во вообичаен приказ на проблеми, препознавање на еквивалентноста, секање на познатите математички објекти и карактеристики, изведување на рутински процедури, примена на стандардни алгоритми на техничките вештини, баратање со симболични изрази и формули во стандарден форма, како и разни преместувања.

Поставените прашања кои се однесуваат на испитувањето на ова група на способности често е организирано во форма на повеќекратен понуден избор, пополнување на празните делови, систем на отворено решение.

Пример 1: Да се реши едначината $2x-3=17x-18$.

Пример 2: Да се запише во форма на дробка изразот 78%.

Во овие примери, од учениците се бара познавање на стандардните процедури (на пример, алгоритам за решавање на едначини, постапка за претварање на процентот во форма на дробка) и познавање на фактите (на пример, што е процент). Задачите се веќе математизирани и немаме ситуација од реалниот живот.

2. *Поврзување (и интеграција за решавање на проблемот)*– Способностите за поврзување се однесуваат на решавање на проблемите кои не се потполно рутински, но се

¹⁰⁸ Hughes Hallet, D. (2001). Achieving Quantitative Literacy, Commissioned paper in *Mathematics and Democracy*. The Case for Quantitative Literacy, Lynn Steen (editor), funded by Woodrow Wilson Foundation.

¹⁰⁹ Hughes Hallet, D. (2001). Achieving Quantitative Literacy, Commissioned paper in *Mathematics and Democracy*. The Case for Quantitative Literacy, Lynn Steen (editor), funded by Woodrow Wilson Foundation.

¹¹⁰ Mathematical Literacy (2003), *The PISA 2003 Assessment Framework – Mathematics, reading and problem Solving Knowledge and Skills*, OECD.

уште содржат познати постапки и барат релативно мала математизација. Во ова група на способности ги поврзуваме материјалите од различни сеопфатени идеи, или од различни делови на курикулумот, или ги поврзуваме различните прикази на истиот проблем. Од ученикот, на ова ниво, се очекува баратање со разни форми на прикажување на податоци во однос на ситуацијата и целта, разликување на дефиницијата, тврдење, примери, условни тврдења и докази, како и избор на сопствени стратегии и математички алати во ситуација на решавање на проблемот.

Ако гледаме од аспект на математичкиот јазик, друг аспект во ова група на способности е декодирањето и интерпретацијата на симболичниот и формалниот јазик и разбирање на неговите односи со природниот јазик. Задачите кои се однесуваат на ова група на способности често се сместени внатре во контекстот и ги поттикнуваат учениците за донесување на математички одлуки.

Пример 3: Афродита живее 3 км подалеку од училиштето, додека Арта 7 км, од иста страна каде се наоѓа куќата на Афродита. Колку е дистанцата помеѓу куќите на Афродита и Арта ?

Пример 4: Една пицерија во своето мени нуди пици од иста дебелина, а од различни величини. Малата пица е со пречник 15 цм и чини 30 денари, додека поголемата пица е со пречник 20 цм и чини 40 денари. Кое пица е повеќе исплатлива? Објаснете го вашиот заклучок.

Во двата примери, од страна на ученикот се бара да се сведе ситуацијата од реалниот живот во математички јазик, се бара развивање на математички модел, се бара да се провери дали се вклопува решението на математичкиот проблем во контекст на почетното прашање и со добар избор на Комуникација да се објасни резултатот. Сите овие активности спаѓаат во групата на компетенции за поврзување.

3. *Рефлексивна (математичко размислување, генерализација, анализа и целосниот увид)* – Множеството на рефлексии ги обединува способностите кои содржат елементи на длабоко премислување (рефлексивна), со кои успешно би се решил проблемот. Тука, од ученикот се бара да се математизира ситуацијата (да се препознае математиката компонирана во проблемот). Учениците, при тоа, треба да анализираат, да објаснат и да ги развиват своите сопствени модели и стратегии, како и да дадат математички аргументи, вклучувајќи ги и доказите и генерализацијата.

Овие способности можат да функционираат само ако учениците се способни добро да комуницираат, на различни начини (и во усмена и во писмена форма, како и користејќи визуелизација). Комуникацијата треба да биде двонасочна: треба да знае да се изрази, како и да го разбира математичката Комуникација со другите.

Конечно, треба да се истакне дека на учениците им е потребно и способност за *целокупен увид* – тој е целокупен увид во природата на математика како наука (вклучувајќи го и културниот и историскиот аспект) и да се разбира во користењето на математиката во другите предмети.

Секако, компетенциите во множеството на рефлексии многу често во себе ги опфаќа вештините и способностите поврзани со останатите два множества. Важно е исто така да напоменеме дека помеѓу трите множества на компетенции нема некое остра граница.

Множеството на рефлексии, кое допира до самата душа на математиката и на математичката писменост, многу е тешко да се тестира. Можноста на заокружување на повеќе одговори, дефинитивно не е избор за ова група на компетенции. Прашањата со проширен одговор, со можност на повеќе одговори (со или без можност на зголемување на комплексностите), ќе бидат во по прифатлив формат. Но, и изработката и процената на

одговорите добиени од страна на учениците во таквите задачи се јаки, ако не и екстремно тешки.

Пример 5: Во наставниот час по математика, е извршено мерење на висината на сите ученици. Просечната висина на учениците изнесуваше 160 цм, додека на ученичките изнесуваше 150 цм. Нора во овој случај е таа со највисок раст во разредот со 180 цм, додека Беса со најнизок раст во разредот со 130 цм. Тој ден, двајца ученици беа отсутни (на читателот не му се познати полот на отсутните ученици), кои на наставата на истите доаѓале наредниот ден. Се измерени нивните висини и пак е пресметана нивната просечна висина. Зачудувачки, не е променета вредноста, ниту просечната висина на девојчињата, ниту просечната висина на дечињата од предходниот ден. Кои заклучоци следат од таа информација? Заокружи Да или Не за секој заклучок.¹¹¹

Заклучок	Можеме ли да заклучиме следно:
Двајцата ученици се од женски пол	Да / Не
Еден ученик е машко, другиот е женско	Да / Не
Двата ученика се еднакво високи	Да / Не
Просечната височина на сите ученици не е променета	Да / Не
Беса се уште е најниска	Да / Не

Способностите кои се потребни за решавање на овој проблем спаѓат во групата на компетенции рефлексии, бидејќи ученикот мора во детали да го разбира задачата и концептите на кои тие почиваат. Ситуацијата е *образовна* (училишен живот), додека математичкиот модел спаѓа во сеопфатната идеја на *неизвесност*, бидејќи е потребно да се разберат статистичките концепти, како што се просечната висина и слично.

На крај, приметуваме дека потребните способности за математичка писменост всушност се способностите потребни за математика *каква би требало да го поучиме*. Кај курикулумите каде се запазуваат ваквите сугестии, расцепот помеѓу математика и математичката писменост е многу по мала, отколку што е сега.¹¹²

Математичката писменост тешко е да се мери. Досега како најприфатливо мерење на математичка писменост е мерењето изведено со помош на меѓународното утврдување на степенот на оспособување и знаење (кој се применува кај учениците од 15-годишна возраст), познат како *PISA програм* или *PISA тестирање*. PISA има за цел да утврди како учениците ги извршуваат задачите надвор од училишниот курикулум. Значи, PISA врши такво мерење на математичка писменост, што не е исто што и курикулумска математика, односно таквото мерење не ни укажува колку учениците го имат совладувано школскиот курикулум. Ова најдобро се прави со помош на тестирањето TIMSS (The Third International Mathematics and Science Study).

Покрај сето ова, PISA истражувањето може да постанува важен инструмент за мерење на математичката писменост. Тестирањето PISA, математичката писменост ја лоцира во душата на самата дискусија. PISA отстапува од вообичајниот курикулумски пристап и се обидува да пронајде колку се доволни оспособени нашите ученици за модерното општество.

PISA програмата го опишува математичката писменост во три димензии: во содржината на предметот математика, преку ситуациите во кои се користи математиката и

¹¹¹ De Lange, J. (2005), *Pisa problem*, OECD/PISA framework.

¹¹² Hughes-Hallet, D. (2001), *Mathematics and Democracy*.

преку општите математички компетенции. PISA не го проценува само знаењата и вештините на ученикот, туку од ученикот бара да пружи информации и за својот стил на учење, за своите мотивирачки наклонетости во различни ситуации на учење.

10.6. МАТЕМАТИЧКИ СТАНДАРДИ ВО ОБРАЗОВАНИЕТО

21 век со себе носи и нови предизвици во секој дел на општествениот, научниот, културниот,..., живот. Таквиот начин на живеење како неминовност ја наметнува и глобализацијата на образованието и на образовната политика.

Технолошкиот развој и брзите промени во пазарот на трудот ја наметнуват потребата за рedefинирање на вкупната образовна политика, односно стандардизирање на образованието. Во ова насока, како најзначаен чекор е пренесувањето на надлежностите за образовни прашања, од националните тела, во меѓународните тела.

Таков пример претставува Европската унија, на кое и се пренесуваат надлежностите од националните тела членки да одлучува за прашања од општ карактер и заеднички интерес од областа на образованието.

Образованието на денешнината се заснива на доживотното учење, односно на концепција на друштво изградена врз основа на знаења о вредности, друштво која се потпира на следниве четири столба на учење:

- Учење за стекнување на професионални вештини и комуникација;
- Учење за практична примена на стекнатите теоретски знаења;
- Учење за изнаоѓање на заеднички цели за работа и живот;
- Учење за донесување на сопствени судови, лична одговорност и духовни вредности.

Стандардизирањето на образованието, чија крајна цел е да се добие увид во квалитетот на поедини установи во рамките на самите држави и во поширокото опкружување, подразбира: усогласување на заедничката образовна политика со Европските земји, споредување на образовните системи на различните земји, дефинирање на образовните стандарди со кои се проверуваат резултатите од учењето и компетенциите кои ученикот ги стекнува и развива, како и нивно мерење по пат на тестирање и надворешно вреднување.

Образовните системи на земјите во Европа се споредуваат според дефинираната Европска квалификациона рамка е правен инструмент на Европска Унија, која е развиена и основана на доброволна основа и со себе не носи правни обврски.

Таа рамка овозможува поврзување на националните, секторијалните рамки и системи, со што се олеснува преносот и признавањето на квалификациите на поедини граѓани.

Освен другото, Европската квалификациона рамка содржи низа заеднички принципи и постапки, кои служат како мисли водилки за соработка меѓу актерите на најразлични нивоа, особено во областите на обезбедување на квалитет, валидизација, советување и клучни компетенции.

Значи, да заклучиме, воведувањето на Европската квалификациона рамка¹¹³ има за цел: развојот на квалитетот и ефикасноста на образовниот систем, зголемување на проходноста на образовниот систем и отварање на националниот образовен систем според

¹¹³ Создавањето на Европска Квалификациона Рамка (мак. ЕКР/анг. EQF) беше побарана од страна на Шефовите на Влади на Европска Унија на седницата на Европскиот Совет во Брисел, во март 2005 година, со што се потпомогнаа и зајакнаа раните препораки на Министрите надлежни за општо и стручно образование (февруари и декември 2004 година)

меѓународната заедница. Таа претставува појдовна точка за да се спореди со Националните квалификациони рамки, врз основа на резултати на учење и компетенциите.

Системот на образование во развиените држави се заснива на национален курикулум врз основа на резултатите на учење. Таквиот курикулум дава целосен одговор на следните прашања:

а) *Зошто се учи* – цел на резултатот на наставната програма, на групата на сродни предмети, на еден предмет, на наставни теми и единици,

б) *Што се учи* – содржини,

в) *Како се учи* – методи на поучивање, начин на проверување на усвоените компетенции, евалуација....

Таквите резултати од учење им помагаат учениците да сфатат што од нив се очекува и го олеснуваат нивното учење. Преку нив наставниците точно ги дефинираат фактичките знаења, вештини и ставови кои учениците мора да ги знаат на крајот на одреден период на учење, додека пак родителите се информираат за вештините и компетенциите стекнати од страна на нивните деца во текот на образованието.

Вредностите кои ученикот треба да ги усвои на крајот на одредена година на образование (одделение), после реализирање на наставната програма за таа учебна година, или пак крајот на образованието, се опишани во *образовните цели и резултати на учење*.

Целите на образование и резултатите на учење се однесуваат на активностите кои ученикот треба да ги знае да ги обавува, после успешното совладување на предметната наставна програма, на ниво прифатено за општеството. Тие дават опис што наставникот треба да превзема и работи за да учениците се оспособуваат тие цели да ги извршуваат на крајот на одреден период на учење.

Резултатите на учење, за разлика од образовните цели, го дефинираат тоа што мора да знае да направи ученикот, а не наставникот.

Најчеста појдовна основа за дефинирање на образовните цели, резултатите на учење и задачи, се заснива на Блумовата таксономија, кое нуди помош при изработка на резултатите на учење.

Во делот на образовните стандарди, стандардите за математика имат свое значајно место на третман. Изготвување на стандардите за математика е особено важна и актуелна тема на истражувањето во светот. Стандардите по математика треба да овозможуваат развој на потребните математички способности кај поголем дел на учениците, стекнување на основни математички вештини и логичко размислување од страна на учениците, да овозможуваат посветување на доволно внимание на пофундаменталните и пофункционалните математички содржини и вештини кои ќе им бидат од корист на учениците во секојдневниот живот или за понатомешното математичко образование.

11. НАСТАВНИКОТ КАКО ФАКТОР ЗА РАЗВОЈ НА КОМПЕТЕНЦИИТЕ НА УЧЕНИЦИТЕ

Добар наставник те тера да размислуваш дури и тогаш кога не сакаш
(Фишер)

11.1. РАЗВОЈ НА КОМПЕТЕНЦИИТЕ НА НАСТАВНИКОТ

Квалитетот на наставата би требало да е приоритет не само на институцијата која ја изведува таа дејност, туку таа треба да е приоритет, и тоа стратешки, за секое општество кое инспирира да се вклучува во кругот на современите општества. Токму од ова причина, се прават и големи напори од страната на креаторите на политиките на национално или регионално ниво во насока на дефинирање на заеднички европски принципи за компетенциите и за квалификациите на наставникот. Важноста на ова компонента во образованието најдобро е илустриран во Заедничкиот периодичен извештај за напредување кон *Образование и обука 2010*¹¹⁴, на Европскиот совет и на Европската комисија за образование и култура.

Наставниците играат одлучувачка улога во подржувањето на искуството на учење кај учениците. Тие се клучните играчи во тоа како образовните системи, како главни двигатели за секое општество, еволуираат.

Нивната професија, инспирирана од вредностите на вклучувањето и од потребата да се негува потенцијалот на сите кои учат, има силно влијание во образованието и врз општеството во целост

Наставникот игра витална улога во унапредувањето на човековиот потенцијал и во формаувањето на идните генерации. Наставниците треба да бидат опремени да одговарат на еволуирачките предизвици на општеството базирано на знаења и вредности, активно да учествуваат во него и да ги подготват оние што учат да бидат автономни.

Затоа, тие треба да бидат способни да размислат за процесите на учење и на предавање преку контуирана вклученост во предметното знаење, содржината на курикулумот, педагогијата, иновацијата, истражувањето и социјална и културна димензија на образованието.

Постојат еден низ на индикатори кои ја детерминираат квалитетната настава, а кои се поврзани со наставникот, а се поврзани со стручноста на наставникот (компетенција), познавање и примена на методичко – дидактички принципи во наставата и мотивација за настава и однос кон учениците.

Според горенаведеното, учениците би требало да знаат *што учат*, додека наставниците *за што поучуваат*, така да наставата поприма интерперсонални обележја, наместо акумулирање на факти, без можност на генерализација и развивање на животните вештини.

Квалитетот на образование на ученикот во голема мера зависи од компетенциите кои ги поседува наставникот.

Под поимот компетентен наставник обично подразбираме неговите најважни особини: како стручњак (одличен познавач на предметот, личност со широко образование, занимлив предавач, поттикнувач на идеи и активности,...), како личност кој рефлектира позитивен однос кон учениците (правичен, емоционално топол, правичен, непристра-

¹¹⁴ *Образование и обука 2010 – Успехот на факторите на Лисабонската стратегија за ургентни реформи* беше донесен заедно од страна на Советот и на Комисијата на 26 февруари 2004. Овој извештај препорача дека како „приоритетно прашање“ треба да се развијат заеднички европски референци и принципи во повеќе области, вклучувајќи ги компетенциите и квалификациите на наставниците и обучувачите, стр. 28.

сен,...) и како човек (добро расположен, весел, оптимист, природно однесување, омилен,...).

Почнувајќи од втората половина од минатиот век, во голема мера му се посветува внимание на компетенциите на наставникот и на образовните стандарди, како важни фактори и чинители на образованието, кои се поврзани, како меѓу себе, така и со целите, курикулумите, организирање на работата и со образовните резултати.

Клучните компетенции преставуваат „скуп на знаења, вештини и вредности кои се најнужно потребни на секој поединец за да може да делува како успешен член на заедницата“.¹¹⁵

Под поимот компетенција подразбираме општа способност за делување кое се темели на знаења, искуства, вредности и диспозиции кои индивидуата ги развива во текот на вклучување во образовната практика, или пошироко „способност за извршување на задачи и улоги кои се потребни за постигнување на очекуваните стандарди“.¹¹⁶

Значи, воопшто земено, компетенциите преставуваат одредени способности, знаења, вештини, искуства и вредности кои го сочинуваат оспособеноста на поединецот да на успешан начин ги извршува поедините задачи и улоги.

Поаѓајќи од ваквото одредување на значењето на поимот компетенција, можеме да поминеме и во делот на дефинирање на компетенциите на наставникот.

Компетенциите на наставникот ги опфаќаат значајните знаења, вештини и ставови како својства кои се развиваат со професионалното образование и преку стекнување на педагошките искуства во воспитно-образовната работа.

Професионално оспособувани и компетентни наставници имаат посебна важна улога во внатрешните промени во системот на образованието, кои се тесно поврзани со промените во општественото.

Наставникот, кој игра суштинска улога во општеството, има полифункционална и полифакторална улога во процесот на наставата¹¹⁷. Тој треба да располага со следниве генерички компетенции:

- посветеност на напредокот и постигнувањата на учениците;
- компетенција за голем број стратегии за настава/учење;
- компетенција за советување на студенти и на родители;
- знаење на предметот кој треба да се предава;
- способност за ефективна Комуникација со групи и поединци;
- способност за создавање клима во кое се одвива учење;
- способност за ефективно управување со времето;
- свест за потребата од континуиран професионален развој;
- способност за оценување на очекуваните резултатите на учењето и постигнувањата на учениците;
- компетенција за решавање проблеми преку соработка;
- способност да се реагира на различните потреби на учениците.

Наставничките компетенции се загледуват преку три димензии на компетенции:¹¹⁸

1. *Професионални компетенции* – каде влегуваат:

¹¹⁵ Key Competencies (2002), Survey 5, Bruxelles: Eurydice, European Unit, str.19.

¹¹⁶ Day, Ch. (1999): *Developing Teachers, The Challenges of Lifelong Learning*, London: Falmer Press, str.57.

¹¹⁷ Никодиновска-Банчотовска, Д-р С. (2008), *Професионалните компетенции на наставниците*, Скопје: Академски печат, стр.7.

¹¹⁸ Fajdetic, mr.sc. M., Galić, prof. M., Petrinšak, mr.sc. S. (2009), *Kompetencije učitelja i ishodi učenja*, Vukovar: Stručni skup iz informatike za voditelje županijskih stručnih vijeća, mentore i savjetnike.

- Нивото на општите знаења,
 - Способноста за планирање,
 - Способноста за изведување на задачи,
 - Учество во проекти,
 - Самовреднување и вреднување,
 - Стручно усовршување.
2. *Падегашко – дидактичко – методички компетенции* (посредство на научните сознанија во наставата) – во кои се опфатени:
- Познавањето и примената на педагошката теорија и практика,
 - Снаоѓање во подрачјето,
 - Способност за поучување и следење,
 - Усвојување на училишните процедури,
 - Креирање на наставни содржини (планирање, програмирање, припрема за настава),
 - Препознавање и решавање на образовни проблеми,
 - Развивање на вештините на управување со одделението,
 - Пронаоѓање на одговори на проблеми во одредена дисциплина,
 - Поучување во ограничени можности на училиштето,
 - Мотивација на ученикот и негово вклучување во разредните активности,
 - Вештина на евалуација/оценивање,
 - Разбирање на социјалните и другите околности кои можат да влијаат на изразувањето и однесувањето на ученикот,
 - Учење на комуникација со родителите и вклучување на родителите,
 - Поврзување на теоријата и наставните методи стекнати во текот на образованието во наставната практика,
 - Снаоѓање во меѓународните прашања.
3. *Работни компетенции* (Практично знаење) – ги опфаќаат:
- Вештини за соработка,
 - Оданост на работата,
 - Тимска работа,
 - Осет за одговорност,
 - Квалитет во работата,
 - Познавање на јазикот на ИСТ технологија,
 - Совесност – превземање на одговорности,
 - Постројување на целите, без разлика на резултатите,
 - Иницијатива,
 - Оптимизам – внатрешна мотивација и желба за работа,
 - Изградба и негување на правилен говорен и пишуван израз,
 - Општа комуникациска и јазична писменост,
 - Познавање на англискиот и некој друг светски јазик.

Еден компетентен наставник мора да одговара на разни видови на предизвици кои се наметнуваат во процесот на професионалната активност и улогата што ја има во општеството. Пред се, тоа се однесува на:¹¹⁹

- Запознавање на индивидуалните и групните карактеристики на ученикот, на теоретски и практично ниво, како основа за организација на диференцираното и индивидуалното учење и настава;

- Уважување, не само на општите и заедничките, туку и на посебните и специфичните потреби и интересовањето на учениците;

- Поттикнување на развојот на внатрешната мотивација на ученикот за учење, развој и постигања;

- Негување на творечка атмосфера во паралелката и активноста на ученикот;

- Оспособување за самостојна и тимска работа на ученикот;

- Замена на претежно традиционалната со облици на настава кои поттикнуват творечка активност кое ги осмерува учениците кон учењето како процес конструиран врз знаења и искуства;

- Организирање на креативни, истражувачки и практични активности во наставата, во училиштето и во локалната средина;

- Примена на облици на работа со активно учество на учениците, вежбање и испробување на можностите за ново структурирање на содржините за учење, откривање на суштинските идеи за решавање на проблемот, пронаоѓање на нови примери и можности на примена на знаења и вештини;

- Вежбање за развивање на мали проекти на истражување и експериментирање поради откривање на причинските односи помеѓу појавите и изведување на генерализација во вид на правила и законитости;

- Интеграција на сродните содржини од повеќе наставни предмети, откривање на сличните и различните аспекти на појавите и знаења, како и формирање на вештини на критичко и творечко мислење;

- Поттикнување на учењето за начинот на изборот и формулирањето на јасните и описните лични и заеднички цели на ученикот;

- Развој и негување на конструктивните особини на личноста на ученикот: самоиницијатива, упорност, интересовање и позитивни ставови кон учењето и работата;

- Негување на емоционалните топли и пријателски односи кон другите, толеранција и уважување на различностите помеѓу луѓето, учење на етичкиот и алтруистичкото однесување;

- Активно учество на наставникот во размена и користење на позитивните искуства во истражувањето со учениците и колегите во училиштето, како и активностите на професионалните друштва и локалната заедница.

Сите овие компоненти на еден компетитивен наставник треба да се рефлектираат во современото работење и пристап во наставата, кои не секогаш во голема мера истите се исцрпени.

Покрај горенаведените компоненти, Европската унија ги додава и некои други барања за оспособување на наставникот, посебна за:¹²⁰

¹¹⁹ Ѓуриѓ, др. Ѓ.(2009), *Компетенције наставника и квалитет образовања ученика*, Будуча школа (Зборник рада са научног скупа), Београд: Центар за менаџмент и образование, стр.903.

¹²⁰ Euroduce (2003), Bruxelles: European Unit, 6.

- Користење на современата информацијско-комуникациска технологија во процесот на учење;
- Интегрирање на децата со посебни потреби во одделението;
- Работата во групи со различни деца, особено од мултукултурните мешани средини;
- Менаџирање со училиштето и разни административни работи и барање од страна на наставниците активно да учествуваат во нив;
- Решавање на конфликти во одделението, училиштето и во локалната заедница.

Генерално можеме да изведеме заклучок дека ако сакаме да тежнееме кон едно современо образование, образование кое одговара на потребите на личноста и општеството во општо, тогаш особено внимание и одговорен пристап треба да се искаже при изработката на системот на наставничките компетенции, стандардите на образование, новите курикулуми и др.

Во прилог на овие активности, ќе наведеме уште еден сет на наставнички компетенции, изработени од страна на експертски групи на Европска Унија и Американската професионална асоцијација на наставниците.

Врз основа на Лисабонската декларација за стратегијата за развој на образованието во Европската унија до 2010 година, Европската унија составил документ за компетенциите на наставникот кои се групирани во пет подручја за оспособување на наставниците:

1. За нови начини на работа во одделението – кои се изразуваат преку адекватниот пристап во уважување на социјалните, културните и етничките разноликости во составот на одделението, унапредување на мотивацијата на ученикот за учење, тимска работа со други ученици, наставници и соработници;

2. За работните задачи надвор од одделението – во училиштето, со родителите, со другите партнери во социјалното опкружување, во развивањето на курикулумот и евалуацијата на резултатите од работата;

3. За развивање на нови компетенции и на новите знаења на ученикот, посебно за учење во текот на целиот живот и насочување на процесот на учење,

4. За развивање на својата професионалност, изразена во насочување на наставникот кон истражувањето, решавање на проблеми и доживотно учење и усовршување, на поседување на специфични знаења и умеења кои им овозможуваат стручно и автономно да ги користи при донесување на важни наставни одлуки;

5. Да применува современи информацијско – комуникациски технологии во процесот на учење и во наставата.

11.2. УЛОГАТА И ФУНКЦИЈАТА НА НАСТАВНИКОТ ВО РАЗВОЈОТ НА КОМПЕТЕНЦИИТЕ НА УЧЕНИЦИТЕ

“Знам дека никојза ништо не можам да го научам, можам само да му обезбедам опкружување и можност за учење, бидејќи учењето е нешто што го прават учениците, а не наставниците“
(Карл Роерс)

Комбинацијата на знаења, вештини, ставови, вредности и навики кои им овозможуваат на поединецот активно и ефективно да делува во одредена (специфична) ситуација, односно професија, претставува компетенција. Компетенцијата подразбира “да се има неопходни способности, авторитет, вештина, знаење...”.¹²¹

Развојот на математичките компетенции на учениците кои се во фокусот на овој труд неразделно се поврзани со нивото, степенот и компетенциското ниво на наставникот, посебно во наставата по математика. Да се зборува за развој на математичките компетенции на учениците значи имплицитно да се размислува за тоа како и на кој начин наставниците придонесуваат за развој на математичките компетенции на учениците.

Од тука, во трудот, улогите, функциите и позицијата на наставникот ќе ја набљудуваме како заедничка компонента за развој на ученичките компетенции по наставниот предмет математика. Денес наставникот добива нови, различни и бројни улоги. Тој е се помалку извор на информации, а се повеќе посредник помеѓу ученикот и знаењата, кој доаѓаат од различни извори; добива улога на консултант и организатор со учениците и нивно самообразование. Неговата задача е да им помогне на учениците да се стекнат со техники и вештини на учење. Од тие причини, наставникот е оној фактор во наставата кој во голема мера го детерминира квалитетот и квантитетот на учењето, методите и формите на раководење воспитните и наставните постапки, климата во одделението и интерперсоналните односи. Поволна клима за учење и воспоставување на позитивни социјални односи тесно се поврзани. Нивниот карактер го одредува нивото на наставниковата умешност да ги разбира и усогласи проблемите и интересите на учениците, нивните потреби и однесувања.

Напредокот во учењето зависи и од степенот во кој воспоставените норми во одделението му дозволуваат на поединците да се истакнат и колку тие ги поттикнуваат за учење. Поради тоа, еден од важните причини е да се создаде позитивна клима во одделението, да се поттикнуваат чувствата за да се создаде нешто позитивно и за да поставените цели можат да ги осоздават поголем број на ученици. Ако наставникот не успева учениците да ги ангажира во остварувањето на таквите цели, тогаш тој за нив претставува пречка за напредок.¹²²

Запознавајќи ги учениците и проучувајќи ги нивните способности, наставниците можат да ги насочуваат, поттикнуваат, да ги инспирираат, да изградуваат кај нив смисла за одговорност и истрајност. Можно е да издвојуваме четири видови ставови кои влијаат врз атмосферата во училиштето и самото одделението:

- а) Позитивни ставови кон другите поединци кои кај учениците развиваат свест за нивната сопствена вредност и сопствена психосоцијална состојба;
- б) Позитивниот став кон постоените разлики помеѓу поединците ги погодуваат чувствата на припадност и прифатеност:

¹²¹ Oxford advanced learners encyclopaedic dictionary (1989), str.183.

¹²² Ѓорѓевиќ, Б., Ѓорѓевиќ, Ј. (2007), Студија Учениците за карактеристиките на наставникот.

в) Позитивниот став кон учењето ја прави поактивна улогата, како на наставникот, така и улогата на учениците;

г) Позитивен став кон откриеното ја погодува нивното залагање и ангажирање во учењето.

Она што наставникот го чувствува кон секој ученик, како и воспоставување на адекватна комуникација, во голема мера зависи од самите емоционални односи во процесот на учење.

За да се постави наставникот во функција на развивање на математичките компетенции на ученикот, треба да рефлектира развиени комуникациски односи. Најмала ефикасна атмосфера е онаа во кое наставникот остварува еднонасочена комуникација со учениците во одделението. По ефикасен пат е тежнеењето да се воспостави двонасочена комуникација помеѓу наставникот и учениците, додека уште поефикасен пат во ова насока е кога наставникот ја одржува двонасочната комуникација со учениците, но и овозможува и комуникација и помеѓу самите ученици.

Сепак, најефикасен пат во развивање на комуникациски односи е кога наставникот е соучесник, соработник во групата, постигнувајќи двонасочена комуникација помеѓу самите членови во групата, вклучувајќи се и себеси.

Значајно е да се укаже дека активното учество во наставниот процес влијае и на создавање на педагошки колективи, во кои не само што наставникот се формира во меѓусебните односи со учениците, станувајќи истовремено и објект на своето повратно влијание, туку веќе учествувајќи во овој колектив тој влегува во нов организиран однос кој се истакнува по пат на взаемно влијание на самиот наставник, кој придонесува процесот на воспитување на воспитачите да постанува по влијателен.

За да наставникот се поставува во улога на личност кој е главен фактор во стекнување и развивање на математичките компетенции на учениците, кај него треба да се истакнат следните димензии: *Емоционалната димензија* (чии позитивни карактеристики се: доверба, љубов, разбирање, оптимизам, љубезност, учтивост; додека негативни се: непријателство, омаловажување, неразбирање, песимизам,...), *диктирана домензија* (со позитивните карактеристики: демократско поведение, контрола, небитни грешки во планирањето; додека негативни карактеристики се: автократско поведение, неинтегративно поведение, директивно поведение, строга контрола), *димензии на активности* (со позитивната карактеристика: ангажираност; и со негативната карактеристика: неангажираност), *димензии на конгруентност* (правилно поведение).

Врз основа на бројните искази, може да се каже дека професијата и работата на наставникот зависат пред се од следните предпоставки: личните карактеристики, дидактички знаења и умешност, како и организационо - комуникациски карактеристики.

Дидактичките карактеристики се искажуваат со адекватен избор на наставните содржини, способноста за неговото соопштување на учениците, со уважување на возрастната и индивидуалната можност на учениците. Така се поттикнува интересот за наставниот предмет, говорните и академски квалитети.

Несомнено, личноста на наставникот претставува најважен фактор за успешна настава и дека добриот наставник и добрите наставни методи донесуваат добри резултати. Тој не сме да биде рамнодушен и незаинтересиран, мора да соработува, да придонесува учениците успешно да го усвојат материјалот.

Голем број на теоретичари го истакнуваат значењето на мотивацијата во наставната работа и учење и самата улога на наставникот во тој процес. Мотивацијата може да биде *внатрешна* и *надворешна*. Треба да се води сметка каква мотивација ќе се развива кај учениците, мотивација кое води кон индивидуален успех или мотивација кое ќе биде

насочена кон успехот на одделението како целина. Потребно е атмосферата на часот да биде таква да учениците развиваат пријателски односи, меѓусебно да соработуваат, да се заинтересирани за успехот на одделението во целина, но сето тоа зависи најмногу од самиот наставник.

Комникациските својства се манифестираат во способноста за установување на начин кој води кон воспоставување на посакуваните педагошки односи. Според некои автори, овие карактеристики се во тесна врска со педагошката практика, кое се прикажуваат во умешната примена, во почитување на потребите поставени од страна на учениците.

Од стилот на педагошкото раководење од страна на наставникот, во голема мера зависи односот на наставникот и учениците. Во тој случај се истакнуваат особено овие односи помеѓу наставникот и учениците: *автократски* (психичка лабилност, диктатура, пореметување во учењето), *демократски* (психичка стабилност, демократија, постигнување на повисоки резултати во учењето) и *рамнодушен* (индиферентност, анархија, пореметување во учењето).

Освен дидактички и организационо-комуникативни својства, добриот наставник треба да има поделено и дисперзивно внимание, кое му овозможува да биде во тек со своето изложување, да ги следи реакциите на учениците, да го забележува евентуалниот замор, однесувањето, попуштањето на работната дисциплина. Тука може да се додаде и познавањето на психологијата на учениците, кое овозможува адекватен избор на средстава и методи на педагошко влијание и разбирање на односите кои постојат во одделението. Може да се каже дека добриот наставник е насочен кон формирање на личност кое ќе биде во состојба од различен аспект да ги опсервира појавите, да ги аргументира сопствените ставови, да ги спротивставува своите гледишта и да донесува креативни одлуки и решенија.

11.3. АСПЕКТИ НА ОДНОСИТЕ НАСТАВНИК - УЧЕНИК

Овие односи можат да се набљудуваат од различни аспекти и тоа од: *социолошко, психолошко, педагошко и методолошко стојалиште*.

1. Набљудувањето од *социолошки аспект* на односите помеѓу наставникот и ученикот се забележуваат во спротивноста помеѓу воспитанието и демократијата. Оваа спротивност доаѓа до израз со тоа што наставникот се повеќе станува свесен за тоа дека учениците не се во одделението поради него туку е тој поради учениците. Тој не треба да го користи својот авитет со цел да се афирмира самиот себе или да поставува свои барања манифестирајќи ја сопствената моќ.

Наставникот треба со своите организациони форми на работа да делува како демократска личност кој ќе го развива демократскиот дух, во кој секој има свои права и обврски. Таа демократија не значи за него губење на неговата функција и создавање на услови за појава на некаква анархична клима во одделението.

2. Суштината на *психолошкиот аспект* на односите се манифестира во фактот дека наставникот во наставниот процес се изразува како целосна личност, употребувајќи ги при тоа сите свои психички способности и особености. Исто така, наставникот од учениците очекува тие да го изразат својата психолошка индивидуалност и емоционалните доживувања кои ја карактеризираат наивната личност. Меѓусебното запознавање помеѓу наставникот и ученикот не значи некаква механичка рефлексивна на карактеристики туку суштинска размена на емоционални реакции.

Наставникот при тоа не се задоволува само со тоа дали ученикот знае или не, туку се интересира и за квалитативните аспекти на неговите емоции во процесот на усвојување на знаења, начините на доживување на (не) успехот и т.н. Во овој случај, наставникот настапува повеќе како воспитувач во најширока смисла на зборот и е насочен кон ученикот како на посебна психолошка структура, навлегувајќи во неговиот индивидуалитет.

3. *Педагошкото гледање* на односите може да се протолкуваат како два субјекти во наставниот процес. Наставникот е неопходно се повеќе да се дистанцира од традиционалното сваќање и односи во кои едниот наставникот е субјект, а ученикот објект во наставата. Денес со сигурност може да се забележи тенденцијата, но и потребата за промена на позицијата и улогата на ученикот во наставата во кое е тој активен субјект. Тоа значи, основна задача на наставникот е ученикот да го стави во активна позиција, со цел да дојдат до израз неговите индивидуални психо-физички капацитети. Со тоа наставникот од една страна воведува дисциплина во одделението, а од друга страна се повеќе ученикот се ослободува и станува посамостоен и покреативно.

4. *Методолошкиот аспект* на гледањето на односите помеѓу наставникот и ученикот може да се забележи во изборот на методите со кои може и треба да се дојде до одреден вид на знаење. Наставникот треба да пронајде адекватен пат, начин, средстава и техники кои кај ученикот предизвикуваат интерес и го мотивираат во усвојувањето на знаења. Наставникот претставува само посредник помеѓу ученикот и светот на реалноста, нудејќи при тоа различни методолошки форми кои ученикот го водат на патот на стекнување на знаења. Посебно треба да се нагласи дека педагошкиот контакт е еден од најважните услови за успех во поучувањето. Адекватниот избор на стратегии на наставникот во совладувањето на дилемите ги доведува учениците во ситуација самите многу полесно и побрзо да ги решаваат секојдневните педагошки проблеми.

Помеѓу наставникот и ученикот во воспитно-образовниот процес се развива двостран однос тоа: *личен и работен*. Секој од нив е изграден на посебни основи и различно се манифестира во наставата и надвор од неа.

Личниот контакт претставува зближување на наставникот и ученикот со нивната целосна личност. Тој се гради врз најелементарните чувства и симпатии и антипатија. Овој вид на контакт уште се нарекува примарен, бидејќи тој постои веќе и пред влијанието на наставникот врз ученикот.

Работниот контакт почнува и се одвива во воспитно-образовниот процес. До тој контакт се доаѓа со формирање на наставното градиво, примена на наставните методи, вклучување на ученикот во реализација на наставата создавајќи претстава за способностите на ученикот.

Во овој процес учениците се активни, заедно со наставникот решаваат најразлични проблеми формирајќи при тоа работна атмосфера во одделението. Овој контакт се нарекува *внатрешен* или *иманентен* и често пати преминува во личен контакт, бидејќи во него тие се зближуваат, не само интелектуално, туку и емоционално. Личниот и работниот контакт наставникот ќе го воспостави со поголема сигурност ако постои личен однос кон учениците.

Во тие односи меѓу наставникот и ученикот, треба да се изградува адекватна педагошка релација без изразена емоционална сентименталност, кое може да го наруши вистинската слика за наставникот кое што секој од учениците ја замислува, очекува и посакува.

11.4. ИНДИВИДУАЛИЗАЦИЈА И ДИФЕРЕНЦИЈАЦИЈА НА ВОСПИТНО – ОБРАЗОВНАТА РАБОТА И РАЗВОЈ НА КОМПЕТЕНЦИИТЕ НА УЧЕНИЦИТЕ¹²³

Првите педагошки идеи за постоењето на индивидуалните разлики помеѓу учениците, во воспитно образовната работа ги среќаваме уште кај Аристотел (“води сметка за човековата природа и способности“) и Квинтилијан (“да се уочат разликите меѓу умовите и да се дојде до сознание што и кој е способен да направи“).

Ова идеја се провлекува низ сите воспитно-образовни системи во текот на целата историја. Сите спроведени реформи во сферата на образованието до сега, како и обидот за рационализација на наставата, нужно барат да се изврши индивидуализација на процесот на учење и воспитување.

Во таа смисла, многу се значајни идеите за индивидуализација и диференцијација на наставата, кои се појавија на преминот од XIX и XX век, во рамките на реформните педагошки правци (Винетка - план, Далтон - план и др.) Во европските земји идеите за индивидуализација на наставата ја застапуват Ф. Фребел, М. Монтесори, О. Декроли и др.

Поимите или принципите *диференцијација*, *индивидуализација*, и во тој контекст *акцелерација* се повеќе се ориентациски основи околу кои се креираат концепциските основи на современите образовни системи во светот, а секако и кај нас.

Меѓутоа, како еволуирале идеите и како на нив се гледало низ една историска дистанца?

Во почетната фаза на развојот, голем број на педагози се залагаа за надворешна диференцијација на наставата (Сикингер - Манхајмски систем, Петересен - Јена план), додека барањата за внатрешна индивидуализација на наставата настанува во оквир на теоријата на работата на училиштата (Х. Гаудиг, Шайбнер), училиште по мерка (Клапаред), активно училиште (А. Фериер), слободна работа по групи (Р. Кузине), пројект - методи (Дјуи) и наставни листови (Р. Дотранс). На развојот на теоријата на индивидуализирана настава значајно влијание остварија и психолошките учења на Ајзенк, Олпорт, Гање, Квашчев и др.

Теоретските идеи за индивидуализирана настава поврзани се со трудот на Р. Дотран, изложено во книгата *“Индивидуализирана настава“*, во почетокот на седумдесетите години на минатиот век. Иако оваа книга представува разработка на *наставните листови*, како едно од средствата за индивидуализација, во нејзе се искажани теоретските сваќања за можноста за индивидуализација на наставата.

Поимот *индивидуализација* и *диференцијацијата на наставата*, во педагошко-психолошко дидактичката литература, се одредува со различни термини.

Под *индивидуализација на наставата* најчесто се подразбира дидактички принцип, дидактичко начело, барање, форма на организација на наставата, модел на организација, систем на методи и постапки и др. Дотран смета дека тоа е форма на настава кои се заснива на избор на задачи (содржини) кои на ученикот најмногу му одговараат. Рускиот

¹²³ Овој осврт на ова значајно педагошко-психолошко подрачје е продукт на размислувањата и елаборирањата на проф. др Радован Грандиќ во неговото дело *“Теории на интелектуалното воспитување“* се разбира со извесни дополнувања и модификации.

педагог, Кирилова, смета дека индивидуализација на наставата е систем од методи и организација на наставниот процес кој се однесува на одредени типови на ученици.

Американските автори, Гејд и Берлинер, суштината на индивидуализација на наставата ја одредуваат со задачи, материјали за учење, содржини и методи кои се специјално одбрани за учење.

И кај нас како и во светот, поимот индивидуализација на наставата различно се сваќа. Јован Ѓорѓевиќ смета дека за “да го индивидуализираш наставата значи да го ориентираш кон реални типови на ученици, да се земат во превид разликите меѓу нив, да се ускладат и да се варира со методите и постапките на педагошкото делување кон тие разлики, да им се помогне на учениците да напредуваат според сопственото темпо и можности“. Разгледувајќи го односот индивидуална и индивидуализирана настава, овој автор истакнува дека индивидуалната настава овозможува индивидуализација, но автоматски не ја обезбедува, односно индивидуалната настава може ама не мора да биде индивидуализирана.

М. Ѓукиќ (1996) смета дека индивидуализираната настава може наједноставно да се дефинира како настава во кое се реализира принципот на индивидуализација, или како настава во кое, со примена на одредни мерки и со превземање на потребни акции (педагошко - дидактички третман), се води сметка за индивидуалните карактеристики на личноста, се набљудува уште пошироко: како средство со кои ученикот ќе оди кон новото, следното ниво на развој. На тој начин, овој автор индивидуализацијата ја поставува врз нова основа и ги набљудува со полно значење сите ученици, како во процесот на стекнување на знаење, формирање на умеења и навики, така и за развојот на способностите и другите карактеристики на личноста.

Така, сваќањето за неа во воспитно - образовната работа може да се постигне само со ориентација на интегралната личност на ученикот, што бара систематски пристап на поучување на индивидуализацијата.

Поимот *диференцирана настава*, за разлика од индивидуализираната настава, кое до сега е објаснета како дидактички принцип, како предпоставка за рационализација на наставата и вид на перманентна иновација, се уште е недоволно прецизно одреден.

Диференцирана настава е “организациона мерка кое демократски го насочува ученикот, според нивните меѓусебни разлики, во повремени или стални, хомогени или хетерогени наставни групи“¹²⁴.

Поимот диференцирана настава содржински го проширува Ј. Ѓорѓевиќ(1979): “диференцијацијата не се набљудува како становиште на групирање на учениците, туку подразбира и вклучување на целите, содржините, методите и средствата за наставата“.

Значајно влијание за развојот на теоријата на индивидуализираната настава даде и книгата на Ј. Марковац *Наставата и индивидуалните разлики на учениците* (1966). На основа на емпириските истражувања, Марковец утврдил дека наставата не е прилагодена на индивидуалните можности на учениците. Постојат значајни разлики во психофизичкиот развој на учениците, во рамките на иста школска година (телесни разлики, ментална

¹²⁴ Педагошка енциклопедија (1989), Београд: Завод за уџбенике и наставна средства, стр.128.

развиеност, темпо на напредување, ментални фактори, знаења, хронолошка доба, образовно ниво). Најчести разлики, според овој автор, се во менталната развиеност на учениците. Разликата во менталната доба може да изнесува дури десет години помеѓу најразвиените ученици и оние со успорен развој¹²⁵. Тоа се огромни разлики кои во воспитно-образовниот процес мораат да се уважаваат. Долго време владееше уверување дека во едно одделение се најмногу од оние кои се “на ниво на просечни” и дека ако го прилагодуваме на тој просек, ја задоволуваме потребата на повеќето ученици. Тоа, меѓутоа не е точно. Во структурата на типично петто одделение од 36 ученици, со оглед на распонот на индивидуалните разлики по математика, според Ј.Марковец, само 27% од учениците се на ниво на тоа одделение. Сите останати ученици се над или под тој просек.

Имајќи го тоа во предвид, не е тешко да се заклучи дека во воспитно-образовниот процес во кој се поставуваат исти потреби на сите ученици, некои постигнуваат незадоволителни резултати, а другите резултати се далеку под нивните можности. Резултатите на едно најново истражување¹²⁶ укажуваат на следните основни психолошко и педагошки претпоставки во индивидуализација на процесот на учење:

1. *Брзина на менталниот развој и индивидуалните разлики на учениците*

Поради нееднаквата брзина на менталниот развој на учениците доаѓа до големи индивидуални разлики меѓу нив кои се зголемуваат со нивната возраст. Тоа значи дека, со зголемување на нивната возраст, се зголемуваат и разликите во нивната ментална развиеност. Поради тоа, училиштето, односно наставниот кадар, би требало да го има во предвид оваа претпоставка.

2. *Нееднакво напредување на учениците во наставата*

Нееднаквиот ментален развој помеѓу учениците доведува и до нееднаква динамика во напредувањето на учениците во наставата. Секако е познато дека ментално поразвиените ученици, во споредба со недоволно развиените ученици, побрзо и квалитетно и квантитативно побрзо напредуваат во наставата. Предходно споменатите ученици се поподготвени за повисоки барања кои се представуваат пред нив во наставата, за разлика од учениците кои имаат потешкотии во совладување со редовните наставни обврски. Поради овие реални и согледани состојби, во училиштата постојната законска регулатива регулира одредени решенија кои се во функција на задоволување на образовните и други потреби на учениците.

3. *Разлики во менталните фактори кај учениците со еднакво развиени интелектуални способности*

Истражувањата покажуваат дека постојат огромни разлики во развиеноста на поедини ментални фактори кај учениците кои имаат исти интелектуални способности. Тие индивидуални разлики во помнењето кај учениците со еднаква интелигенција изнесуваат околу пет години.

4. *Разлики во знаењата на учениците*

Истражувањата кои се однесуваат на оваа претпоставка укажуваат дека, во разбирањето на прочитаниот текст по математика, кај учениците во основните училишта, во пониските одделенија, изнесуваат околу 4 години, а во повисоките одделенија околу 7 години.

¹²⁵ Марковец, Ј. (1966). *Наставата и индивидуалните разлики на учениците*, Загреб: Школска книга, стр.11.

¹²⁶ Kvašev, R., Đurić, D.M., Krkljuš, S. (1989). *Sposobnosti, osobine ličnosti i uspjeh učenika*. Novi Sad: Zavod za izdavanje udžbenika.

5. Составот на одделението и разликите во образовното ниво на учениците

Во оваа претпоставка во воспитно-образовната, а секако и во научната пракса се поставува прашањето: колку ученици од едно одделение одговараат вистински на нивото на одделението во кое се наоѓаат? Тоа е прашање предизвикува и бара подлабока педагошка, психолошка и друга анализа.

6. Влијанието на склопот на карактеристики на личноста и способностите на успехот на ученикот во учењето.

Се поголем број на истражувања зборуваат дека постои дистинктивна организација на црти на личноста и способностите на учениците кои покажуваат континуирано слаб успех во училиштето. Тоа во исто време имплицира и постоење на посебен склоп на карактеристики на учениците, кои имаат или постигнуваат изразито високи резултати во наставата.

Ќе наведеме некои карактеристики на личноста кои според истражувањата најчесто се наведуваат како фактори за висок успех во учењето: развиена општа интелигенција, емоционална стабилност, интуитивност и свесност, склоност на ризик, адаптабилност, заинтересираност, самопотврдување на вредностите на сопствената личност, екстраверзија и интроверзија, силно супер его.

Следните педагошко-психолошки претпоставки се: индивидуализација на учењето во однос на развиеноста на нивотона различните способности, индивидуалните разлики во вербалното учење, индивидуалните разлики во решавање на проблемите и диференцијација на интелектуалните способности и индивидуализација на наставата.

На крајот на претставувањето на овој дел кој што во неговата имплицитна основа има педагошки димензии, може да се каже дека, познатите автори И. Фурлан, А. Кобола, Б. Ѓорѓевиќ и други, перпективата во современиот тренд на развој на образовниот систем ја гледаат повеќе во интеграција на принципите на акцелерација, диференцијација и индивидуализација во наставата.

Во основата на оваа тенденција лежи и размислувањето дека овие принципи придонесуваат многу по брзо, по лесно и ефикасно да се задоволат образовните и други потреби на надарените и на децата кои имаат потешкотии во совладувањето на наставната програма.

12. МАТЕМАТИЧКИТЕ КОМПЕТЕНЦИИ НА УЧЕНИЦИТЕ И НИВНИОТ РАЗВОЈ

*Учењето не би смеело да биде крајна цел "збир на знаења", туку би требало да се огледа во подобро
сфаќање на самиот себе и на другите во секојдневниот живот".*

(Европскиот принцип на наставничката компетенција (модифицирана подготвува: E. Piršl, 2008))

12.1. ДЕФИНИРАЊЕ НА МАТЕМАТИЧКИТЕ КОМПЕТЕНЦИИ НА УЧЕНИЦИТЕ

Прашањето за развој на математичките компетенции на учениците во предметно-научната област математика претставува приоритетна методско-дидактичка цел кон кое се стреми наставникот. Во трудот, развојот на математичките компетенции на учениците ќе бидат опсервирани пред се како: *способност да се развива и да се применува математичкото расудување* во решавањето на секојдневните проблеми, *способност кое ја вклучува во различен степен и желбата на математички начин да се размислува* (логично и просторно размислување) *и презентација* (формули, модели, објекти, графикони, табели).

Исто така, математичките компетенции на учениците вклучуваат: *основни знаења, вештини и ставови* поврзани со оваа надлежност, *познавање* на математика вклучува солидно знаење на броеви, мерки и структури, основни операции и основни математички структури, разбирање на математички изрази и концепти, како и свеста за прашањата за кои математиката може да даде одговори.

Поединечните компетенции придонесуваат учениците да бидат способни да ги *применуваат математичките принципи и процеси* во секојдневниот контекст *и да се комуницира* во математички јазик, *со користење на соодветни алатки*.

Математичките компетенции на учениците се согледуваат и низ способностите да се идентификуваат и да се разбира историската и општествена улога на математиката во науката, културата, технологијата, како и во приватниот и професионалниот живот; придонесуваат основните математички знаења и вештини да ги применуваат во приватниот; социјалниот и професионалниот живот, во развивање на математичкото расудување и Комуникација, во развојот на позитивните ставови кон математиката и свесноста за сопствените математички способности, за стекнување на основа за доживотно учење и континуирано математичко образование.

Со развој на математичките компетенции учениците треба да бидат способни за: прикажување на математички објекти и ситуации, зборови, слики, модели, цртежи, дијаграми, графикони, табели, броеви, симболи и мисли, примена на знаењата на соодветен начин и во согласност со ситуацијата и намерата; воспоставување на линк на различни гледишта и да поминат од една во друга; изразување на идеи, резултати и знаења во јасен, прецизен и концизен вербален и математички јазик, преку различни медиуми (усно, писмено, визуелни и сл.); самостојно да ги разберат и интерпретираат информациите од стекнатите математички содржини од различни извори; работа во групи за да разменат и дебатираат на математички идеи, мислења и ставови.

Во исто време, учениците, со примена на математички модели, стратегии, задачи и други математички структури, треба да можат да воспостават и да ги разберат врските и меѓусебните односи на математичките идеи, концепти, погледи и акции, и да го креираат својата целина, да го поврзуваат математиката со своето лично искуство и во други области.

Истражувањето и анализата на математичките идеи, експериментирајќи со нив, и проверката на претпоставките, решавањето на проблемите и моделирањето, пристапот до математичките концепти и искуства, не можат да се постигнат без технологија.

12.2. РАЗВОЈ НА МАТЕМАТИЧКИТЕ КОМПЕТЕНЦИИ НА УЧЕНИЦИТЕ ВО ОСНОВНОШКОЛСКА ВОЗРАСТ

Интенцијата на развивање на стратегија за примена на методички модели во наставата е создавање на профил на ученик на XXI век, ученик кој би требал да ги содржи следните компоненти:

- Високи когнитивни капацитети за стекнување на знаења;
- Одговорност за резултатите од учењето;
- Самостојност во планирање на својата работа и време;
- Умешност во откривање нови извори на знаења и во оценувањена нивната точност и веродостојност;
- Способност за развивање на систем за критичко размислување;
- Развиенчувство за решавање на проблеми;
- Способност во користење различни техники за презентирање на знаењата;
- Способност за самооценување на стекнатите знаења;
- Способност за учење преку соработка;
- Вештина за примена на стекнатите знаења.

Од интерес на понудената тема за обработка, во продолжение ќе нудиме еден сет на математички компетенции на учениците од основнашколска возраст:

- Да се оспособат за собирање, сортирање и организирање на податоците добиени од секојдневни ситуации;
- Да покажат едноставни табели, пиктограми (сликовни дијаграми) и бар графикони;
- Да читаат и интерпретираат податоците презентирани во едноставни табели и пиктограми бар графикони;
- Да бројат на резултати во едноставни ситуации, користејќи конкретни материјали и дијаграми;
- Да применува основен јазик на веројатноста (резултатот е можен, не е можен, сигурен, случаен избор, веројатен, фер, несправеден и т.н.);
- Да има поглед на математичките предмети, идеи, постапки и решенија на зборови, слики, цртежи, дидактички материјали, дијаграми, графикони, табели, броеви, симболи и мисли;
- Да изразуваат идеи и резултатите на говор и математички јазик, соодветно на возраста, преку различни медиуми (усно, писмено, визуелни и сл.);
- Да испитуваат математичките идеи и објаснувања на другите ученици, да разговараат за нив и за употребата на задолжителната математичка литература;
- Да работат во групи, да разменуваат идеи и мислења;
- Да воспостават врски и односи меѓу математички предмети, идеи, концепти, претставништва и акции и да го креират својата целина concatenating;
- Да го поврзат математиката со своето лично искуство, со секојдневниот живот и со други образовни области;

- Да споредува, групира да класифицира објекти и појави, според одредени критериуми;
- Да го постави и анализира проблемот, да предвидува решение со избирање на соодветни математички концепти и процедури, да го интерпретира и оцени решениот процес;
- Да применува математичките концепти и процедури во различни контексти;
- Да изгради нови научни знаења од решените проблеми.

Овој сет на математички компетенции на учениците овозможуваат поефикасен и порационален пристап на секојдневните математички проблеми, но од друга страна и во развојот на логичко-математичкото мислење кое придонесува за неговата примена и во другите наставни предмети.

ВТОР ДЕЛ

МЕТОДОЛОГИЈА НА ИСТРАЖУВАЊЕ

1. ПОЈАВА И ПРЕДМЕТ НА ИСТРАЖУВАЊЕТО - ОПШТ ПРИСТАП КОН ПРОБЛЕМОТ

Денешниот многу бурен развој на математиката (кое според еден податок, сигурно веќе застарен, годишно во светот се објавуваат околу 35.000 научни трудови), неминовно ја воспоставува потребата за нов пристап во истражувањата кои се од доменот на ова научна сфера.

Овој пристап бара нови модели кои уште повеќе ќе бидат во корист на новите поставени предизвици од страна на динамичниот развој на целокупното општество.

Ваквиот тек на настаните, неминовно ја поставува и потребата истражувањата да ги надминат сите граници и бариери, а пред се јазичните.

Современите, модерни, иновативни тенденци на педагошката наука, во денешното време го актуелизира проблемот на развојот на математичката мисла и писменост кај секое генерација, а со посебен акцент кај училишната популација. Таквиот сложен и комплексен проблем, имплицира процесуирање на научно-истражувачката дејност, кое перманентно се развива.

Во контекст на овој проблем, се поставуваат актуелни педагошки, а можеби и социолошки, прашања поврзани со изградбата на соодветен, целосен и квалитетен систем, на базиран на соодветни и современи модели за развој на математичкото мислење и математичката писменост.

Како да се изградат модели кои се во чекор со развојното унапредување на математичката наука, како да се дијагностифицират аргументите ЗА и ПРОТИВ определувањето на модели, како носители на општеобразовната компетентност на генерациите, а пред се школската генерација?

Одговорот на повеќето актуелни прашања и аспекти се остваруваат преку разновидни активности и модели кои веќе се применуваат во теоријата и практиката.

За успешно спроведување на одредени модели, неминовно е истиве да се регулирани со законски нормативи, содржинско-програмски, материјално-технички, научно-истражувачки и од други аспекти.

Аналогно на ова комплексност, потребна е и значењена подршка преку имплементирање на веќе познатите модели на педагошкото водење, како што се историски часови, дебати, слободни активности, користени истражувања, индивидуализирана наставна форма, автоиндивидуализација.

За успешно циркулирање на одговорниот процес, грижа и работа во прнаоѓање на методички модели за развој на математичкото мислење и математичката писменост, примарен, односно есенцијален услов е изградбата на континуиран интерактивен комуникационен систем, имплементиран преку разновидни модели на педагошки пристап на ова проблематика.

2. ПРЕДМЕТ И ЦЕЛ НА ИСТРАЖУВАЊЕТО

2.1. ПРЕДМЕТ НА ИСТРАЖУВАЊЕТО

Развојот на општите (генеричните) и посебните компетенции, во реализација на поедини наставни предмети, е дел на поучување на современите автори во сферата на педагошко-психолошката група на наставно научни дисциплини и области. Прашањето за влијанието на наставните содржини, по поедини наставно-научни дисциплини, врз развојот на компетенциите на учениците е нова научна парадигма на кое се даваат голем број хипотетички претпоставки.

Предметот на истражувањето во овој труд се однесува е *поврзаноста и влијанието на математичките модели врз развојот на математичките компетенции*. Тоа се реализира низ два дијагностички форми, едниот низ призмата на учениците, односно нивните импресии, проследена со еден тест на знаење по математика, а другиот преку искусствените проценки на наставниците и нивните професионални забелешки.

2.2. ЦЕЛ НА ИСТРАЖУВАЊЕТО

Современите, модерни, иновативни тенденци на педагошката наука, во денешното време го актуелизираат проблемот на развојот на математичките компетенции на учениците на различни хронолошки возрасти.

Во контекст на досегашниот осврт на третирање на проблемот и предметот на истражување, произлегува општата цел на истражувањето, базирана на концептот на влијанието на математичките модели за развој на математичкото мислење и математичката писменост.

Основната цел на истражувањето е дијагностицирање на состојбите во однос на можностите за развојот на математичките компетенции, кои се резултат на примената и влијанието на математичките модели кај учениците на основношколска возраст.

3. МОТИВ ЗА ИСТРАЖУВАЊЕ

Недоволната истраженост на проблематиката поврзана со развојот на математичките компетенции во теоретски, посебно во емпириски рамки во Република Македонија, претставува главен мотив за превземеното истражување. Резултатите од истражувањето очекуваме дека:

- Би дале подобар увид дали и колку математичките модели се присутни во наставата по математика и какво е нивното влијание врз развојот на математичките компетенции кај учениците.
- Ќе помогнат во превземање на одредени соодветни чекори (институционално и надвор од неа) во подобрување на математичките компетенции на учениците во основношколска возраст.
- Ќе влијаат во постигнување на поголема институционална ефикасност и ефикасни решенија. како да се изградат модели кои се во чекор со развојното унапредување на педагошката и математичката наука, како, како носители на општеобразовната компетентност на генерациите, а пред сè школската генерација.

4. ОПРАВДАНОСТА НА ИСТРАЖУВАЊЕТО

Оправдањоста на истражувањето може да се набљудува низ неколку димензии и тоа:

- Општествена,
- Институционална,
- Индивидуална.

Општествената димензија би значела придонес на новите теоретски и емпириски сознанија и пристап кој се однесува на развој на математичките компетенции кај учениците.

Институционалната димензија бара подобрување и иновирање на нови педагошки решенија во развој на математичките компетенции, како дел од наставничката стратегија на реализација на наставата по математика.

Индивидуалната димензија се однесува на примена на математичките модели кои ќе придонесат за развој на нови мотивациони механизми на учениците.

5. ДЕФИНИРАЊЕ НА ОСНОВНИТЕ ПОИМИ ВО ИСТРАЖУВАЊЕТО - КОНЦЕПТУАЛИЗАЦИЈА

Според насловот, основни поими на ова истражување се методичките модели и математичката компетентност. Додека методичката терминологија е екстензивно третирана и релативно стабилизирана во педагошката и дидактичката литература, во оваа фаза на елаборирање на дисертацијата, по детално се задржуваме на поимот на компетенција и математички компетенции, како релативно нова термиолошка појава во нашата педагошка литература.

Методички модели - Најопшта одредба на моделот претставува поедноставено прикажување на реалноста, со задржување на суштинските, битните карактеристики на некое појава.

Во дидактиката се познати различни модели на учење, како прикажување на процесот на учење во алгоритамска, математичка или графичка форма (*Ланда*).

Во дидактичката литература, методичките решенија со највисок степен на воопштеност се среќаваат како дидактички системи (*Пољак*), методички типови (*Смилевски*) или во последно време како стратегии (наставни стратегии, стратегии на поучување и учење, дидактички стратегии и сл.).

За потребите на ова истражување, како работна дефиниција на методичките модели ќе ја користиме одредбата дека „методичкиот модел претставува комбинација на методски постапки, форми, стратегии и средства, на ниво на најмалата организациска единица на наставата – наставниот час“.

Во текот на теоретското поучување, ќе бидат прикажани и дискутирани и другите одредби на методичкиот модел и во дисертацијата ќе се излезе со предлог на нова дефиниција на методичкиот модел воопшто и таксономија на методички модели во наставата по математика во основното образование.

Компетенции, компетентност и математички компетенции - Категоријата на компетенции и компетентност е воведена во образованието и во менаџментот на човечките ресурси, со цел да се надмине ривалитетот помеѓу образованието (општа подготовка за било кое работа) и обуката (посебна подготвеност за вршење на конкретни работни задачи и функции).

Според таа намера се изведени и дефинициите на компетентноста. Така, Армстронг¹²⁷ наведува две карактеристични дефиниции, едната од 1999 година, дека компетентноста е „Основна карактеристика на личноста што резултира во ефективна или супериорна изведба“ и другата, од 2002 година, според кое „Компетенциите го претставуваат јазикот на изведбата. Тие можат да ги артикулираат и очекуваните резултатите на напорот на индивидуата како и начинот (манирот) на кој тие активности се спроведуваат. Бидејќи секој во организацијата може да научи да го говори овој јазик, компетенциите обезбедуваат заедничко, универзално значење на опишаните, очекувани изведби (перформанси) во многу различни контексти).“

Од претходните две дефиниции може да се изведе основното значење на двата споменати термини: компетентноста – како термин базиран на карактеристиките на личноста и компетенцијата како карактеристика изведена од работата, односно подрачје на работа за кое личноста е компетентна.

Компетенциите можат да бидат искажани како конкретни капацитети на индивидуата за ефективна изведба на некое категорија задачи (на пример, давање ефективен фидбек при обуката) или како кластери или генерички компетенции (на пример, комуникациски компетенции или математички компетенции).

Истражувањата во оваа област веќе ги имаат идентификувани доминантните генерички компетенции во најголем број области.

Математичката компетенција спаѓа во групата на генерички или клучни компетенции. Поради тоа, и математичките компетенции се дефинираат на сличен начин, како и општите работни компетенции.

Во поголем број трудови за клучните компетенции, математичките компетенции се дефинираат како способност да се користи математичкото знаење за анализирање различни математички или реални работни или животни ситуации.

6. ВИД НА ИСТРАЖУВАЊЕ

Според степенот на општоста, ова истражување ќе биде *фундаментално*, по својата дисциплинарна припадност *е општествено*, и уште поконкретно *дидаткичко-методичко*.

Според временскиот интервал е *трансферзално* бидејќи се реализира за краток временски период. Според предметот, тоа е интердисциплинарно истражување, бидејќи предметот на истражување е во доменот на наставно-научни дисциплини и области како што се: педагогијата, психологијата, дидактиката и други.

7. ИСТРАЖУВАЧКА ПАРАДИГМА

Истражувањето ја следи квантитативната и квалитативната истражувачка парадигма што претставува продлабочено навлегување во природата на појавата на ограничен број на објекти со квалификација на дел од добиените податоци чија фреквенција е значителна. Истражувањето ќе биде сведено на интерпретација на констатираните согледувања.

¹²⁷ Armstrong, D. (2005), Reinventing inclusion: New Labour and the cultural politics of special education, *Oxford Review of Education* 31(1),

8. ХИПОТЕЗИ НА ИСТРАЖУВАЊЕТО

8.1. ГЕНЕРАЛНА ХИПОТЕЗА

Постои поврзаност меѓу степенот на користење на методички модели за броеви и операции со броеви во наставата по математика и развојот на математичките компетенции кај учениците од одделенска настава во деветгодишното основно образование.

8.2. ПОМОШНИ ХИПОТЕЗИ

1. Развојните проекти значително ја подобруваат примената на методичките модели во наставата по математика.

2. Примената на методичките модели зависи од возраста на наставниците.

3. Примената на методичките модели зависи од стажот на наставниците.

4. Примената на методичките модели зависи од степенот на образование на наставниците.

5. Развојните проекти имаат позитивно влијание на компетенциите на наставниците за примена на методичките модели.

6. Мислењето на наставниците колку развојните проекти придонесуваат за подобрување на нивните компетенции за примена на методичките модели зависи од возраста.

7. Мислењето на наставниците колку развојните проекти придонесуваат за подобрување на нивните компетенции за примена на методичките модели зависи од стажот.

8. Мислењето на наставниците колку развојните проекти придонесуваат за подобрување на нивните компетенции за примена на методичките модели зависи од степенот на образование.

9. Мислењето на наставниците од одделенска настава за важноста и соодветноста на содржините по математика на возраста на учениците влијае на примената на методичките модели.

10. Мислењето на наставниците од одделенска настава за важноста и соодветноста на содржините по математика на возраста на учениците зависи од возраста на наставниците.

11. Мислењето на наставниците од одделенска настава за важноста и соодветноста на содржините по математика на возраста на учениците зависи од стажот на наставниците.

12. Мислењето на наставниците од одделенска настава за важноста и соодветноста на содржините по математика на возраста на учениците зависи од степенот на образование на наставниците.

13. Примената на секој од методичките модели од страна на наставниците во одделенска настава за развивање на компетенциите за операциите со броеви и разбирање на нивните својства во наставата по математика зависи од одделението.

14. Примената на методичките модели од страна на учениците при решавање на математички задачи со броеви, операции со броеви и нивните својства зависи од одделението.

8.3. РАБОТНИ (НУЛТА) ХИПОТЕЗИ

1. Бројот на стручните средби на наставникот со други наставници (одделенски, предметни, педагог, психолог) за начините на методското-дидактичкото планирање, реализација и процена на ефектите сврзани со наставата по математика, не зависат од неговото работно искуство и возраст.
2. Мислењето на наставникот за придонесот на посетуваните обуки, во рамките на развојни (интерни или екстерни) проекти или некои други обуки сврзани со наставата по математика, на подобрувањето на методско-дидактичката реализација на наставата, не зависат од неговото работно искуство и возраст.
3. Мислењето на наставникот за придонесот на посетуваните интерни или екстерни развојни проекти врз развивањето на математичките компетенции кај него, не зависат од неговото работно искуство и возраст.
4. Мислењето на наставникот за придонесот на посетуваните интерни или екстерни развојни проекти врз развивањето на математичките компетенции кај учениците, не зависат од работно искуство и возраста на наставникот.
5. Степенот на работата на ученикот, индивидуално без помош на наставникот, не зависат од работното искуство и возраста на наставникот.
6. Степенот на работа на ученикот според начините: *Индивидуално со помош на наставникот, Индивидуално без помош на наставникот, Индивидуализирано со помош на наставникот, Во групи без помош на наставникот, Во групи со помош на наставникот*, не зависат од работното искуство и возраста на наставникот.
7. Степенот на мислење за приоритетот во изучувањето на предметите: *мајчин јазик, математика, природа, општество, ликовно образование, музичко образование, физичко образование* во одделенска настава, не зависи од работното искуство и возраста на наставникот.
8. Степенот на потреба од стручно усовршување за подрачјата: *Броеви, Собирање и одземање, Множење и делење* во програмата по математика, не зависи од работното искуство и возраста на наставникот.
9. Бројот на домашните работи зададени неделно по предметот математика, не зависат од работното искуство и возраста на наставникот.
10. Задавањето домашна работа по математика (иста или различна), не зависи од работното искуство и возраста на наставникот.
11. Степенот на користење на: *Телевизор, Видео рикордер, Компјутер, Модели на геометриски тела, Метри, ленијари, мерички, ваги, Материјали за математички игри, Разби видови книги за деца, Енциклопедии и лексикони* во наставата, не зависат од работното искуство и возраста на наставникот.
12. Степенот на примена на: *Учење преку решавање на проблеми, Учење преку проекти, Самостојно истражување, Стратегии на критично мислење, Проекти за решавање проблеми преку дизајнирање, Автентично учење, Претприемничко учење, Други приоди во наставата и учењето*, не зависат од работното искуство и возраста на наставникот.
13. Степенот на придонес на: *Учење преку решавање на проблеми, Учење преку проекти, Самостојно истражување, Стратегии на критично мислење, Проекти за решавање проблеми преку дизајнирање, Автентично учење, Претприемничко учење, Други приоди во наставата и учењето*, во развојот на математичките компетенции, не зависат од работното искуство и возраста на наставникот.

14. Степенот на мислење за важноста на содржините: *Броеви, Увежбување на собирање и одземање, Увежбување на множење и делење, Решавање текстуални задачи од математичките операции, Работа на мали проекти во рамките на работата со податоци*, од програмата по математика, не зависат од работното искуство и возраста на наставникот.

15. Мислењето на наставникот за соодветноста на содржините по математика: *Совладување на основните математички операции, Разбирање на својствата на операциите, Решавање на текстуални (проблемски) задачи, Решавање на равенки*, на возраста на учениците во одделенската настава, не зависат од работно искуство и возраста на наставникот.

16. Степенот на користење на методичките модели: *Броење до ..., Разложување на месна вредност, Користење на 10-ки или производ од 10-ки, Компензација, Негативни броеви, Прачки*, во развојот на математичките компетенции за собирање и одземање на природни броеви, како и за разбирање на нивните својства, не зависат од одделението во кое наставникот предава.

17. Степенот на користење на методичкиот модел: *Мултипликативно сложување на броеви, Дистрибутивно својство, Користење на месна вредност, Адитивно разложување на броеви, Користење на својствата на операциите: собирање, одземање и множење*, во развојот на математичките компетенции за множење и делење со природни броеви, како и за разбирање на нивните својства во наставата по математика, не зависат од одделението во кое наставникот предава.

18. Мислењето на наставникот за степенот на присутност на методичкиот модел : *Броење до..., Разложување на месна вредност, Присутност на 10-ки или производ од 10-ки, Компензација, Негативни броеви, Прачки, Мултипликативно сложување на броеви, Дистрибутивно својство, Присутност на месна вредност, Адитивно разложување на броеви, Присутност на својствата на операциите: собирање, одземање и множење во учебниците по математика*, не зависат од одделението во кое наставникот предава.

19. Мислењето на наставникот за степенот на користење на методичките модели: *Броење до ..., Разложување на месна вредност, Користење на 10-ки или производ од 10-ки, Компензација, Негативни броеви, Прачки, Мултипликативно сложување на броеви, Дистрибутивно својство, Користење на месна вредност, Адитивно разложување на броеви, Присутност на својствата на операциите: собирање, одземање и множење од страна на учениците*, во развојот на нивните математички компетенции, не зависат од одделението во кое наставникот предава.

9. ВАРИЈАБЛИ НА ИСТРАЖУВАЊЕТО

9.1. НЕЗАВИСНИ ВАРИЈАБЛИ

Како независни ги определуваме следните варијабли:

- Полот на наставниците
- Возраста на наставниците
- Степенот на образование на наставниците (образовната структура на наставниците)
- Должинат на работното искуство на наставниците

како и наставните планови и програми, учебниците и други документи кои го третираат воспитно-образовниот процес; фактичката состојба во воспитно-образовната средина; стручното и педагошкото усовршување на наставниците.

9.2. ЗАВИСНИ ВАРИЈАБЛИ

Зависни варијабли се следните параметри:

- Степенот на примена на методичките модели
- Потребата од стручно усовршување на наставниците
- Третманот на ученикот од страна на наставникот
- Ставовите на наставниците

Во текот на истражувањето дојдоа до израз и други варијабли, но тие не влијаеја директно врз резултатите од истражувањето се држеа под контрола.

10. ИНДИКАТОРИ

Индикатори на независни варијабли

- *Пол:* а) Машки; б) Женски.
- *Возраст:* стратификувани групи а) До 40 години; б) Од 41 до 50 години; в) Над 50 години.
- *Образование:* највисок степен на образование а) ВШС; б) ВСС; в) Научен степен (М-р и Д-р); г) Друго.
- *Работно искуство во наставата:* а) До 10 години; б) Од 11 до 25 години; в) Над 25 години.
- *Наставен јазик:* а) Македонски; б) Албански; в) Турски; г) Друг јазик.

Индикатори на зависни варијабли:

Примена на математичките модели.

11. ПОПУЛАЦИЈА И ПРИМЕРОК НА ИСТРАЖУВАЊЕТО

Истражувањето, покрај другото, има за цел да обезбеди податоци за постигањата на учениците, преку тест на знаење и прашалници наменети за нив.

Популација на истражувањето беа основните училишта во Република Македонија. Примерокот на истражувањето е стратификуван, односно за испитувањето е избран стратификуван примерок, со цел примерокот да биде што по репрезентативен. Во овој поглед се бира единиците на примерокот за учениците и наставниците по училишта, според следната припадност, по два критериума: наставен јазик и развиеност. Исто така, е земен во предвид и фактот во истражувањето да се опфатат училишта кои беа вклучени на проекти, каде нивните одделенски наставници беа обучени да користат методички модели во реализирање на содржини од наставната програма, се со цел за да се направи споредба во тоа дали се воочува придобивката во нивното користење за стекнување на математичките компетенции кај учениците.

По изборот на училиштата, според погоре наведените критериуми, во секое училиште, беа избрани по еден клас на ученици од IV одделение, а во некои училишта каде наставата се одвиваше на повеќе јазици и по две одделенија. Број на учениците во избраните одделенија се одвиваше од 15 до 30 ученици.

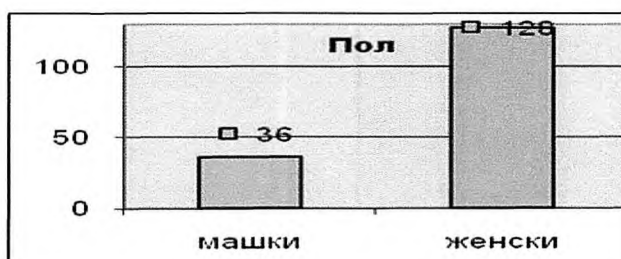
На тој начин беа избрани 1294 ученици за тестирање по математика (и тоа само на двата наставни јазици: македонски (875 ученици) и албански (374 ученици)). Поради посоодветен опис на контекстот во кој се одвива наставата, односно учењето, или пак постигањата на резултатите од знаењето, на истиве тестирани ученици им беа доставени и прашалници на кои тие одговараа, после тестирањето, во посебно одредено време. Значи, учениците што беа тестирани по предмет математика го сочинуваа примерокот на ученици што одговараа на прашалниците за ученици.

Исто така, преку прашалниците за наставници што предаваат во одделенска настава во училиштата опфатени во истражувањето (вклучувајќи ги и тие чии одделенија беа опфатени во тестирањето) беа прибрани податоци за контекстот на постигнатите резултати на учениците. Вкупниот број избрани училишта опфатени во истражувањето изнесуваше 62, додека бројот на испитани наставници изнесуваше 164.

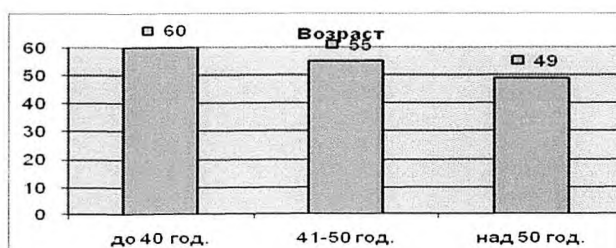
Со оглед на околности во кои се изведуваше испитувањето, во извесна смисла ни дава за право, во задоволително ниво, сознанијата да ги воопштуваме на целата популација ученици во одделенска настава.

Учесници во истражувањето беа наставниците од основните училишта во Република Македонија, од следните општини, односно населени места: Уларци-Чесиново, Облешево-Чифлик, Кочани, Оризаре-Кочани, Кичево, с.Сербица-Кичево, с. Стрелце-Кичево, с.Речице-Тетово, с.Теарце-Тетово, Тетово, Гостивар, с. Градец-Врашчиште, Неготино, Росоман, Струмица, Демир Капија, с. Ваташа, с. Сопот, Гевгелија, Кавадарци, Велес, Струмица, с.Романовце-Куманово, с. Агино Село, Роановце-Куманово, с.Черкезе-Куманово, Куманово, с. Драслајци, Лиѓани-Струга, с. Дологожде-Струга, Струга, Скопје, Охрид, с. Крањ-Ресен, Ресен, Битола, Прилеп.

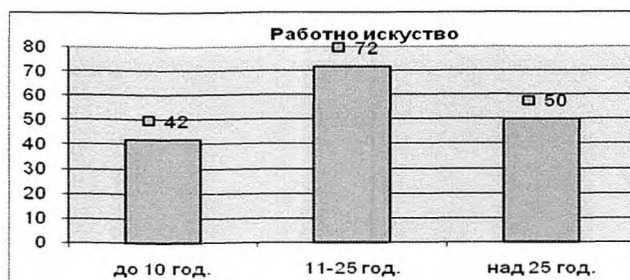
Во наредните табели е прикажан примерокот на наставници според различните критериуми: пол, степен на возраст, работно искуство, образование, урбана и рурална средина, наставници кои (не)посетувале семинари (преку проекти) за користење на методички модели во наставата и др.



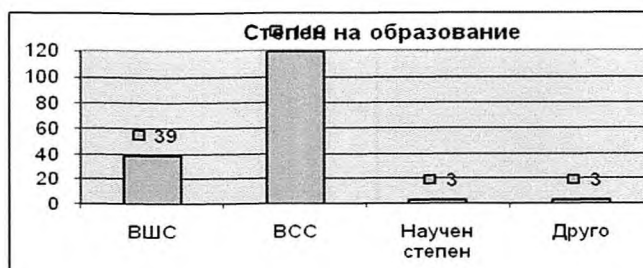
Графикон 1: Структура на примерокот наставници според полот



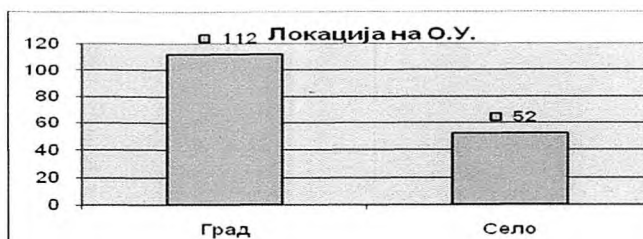
Графикон 2: Структура на примерокот наставници според возраста



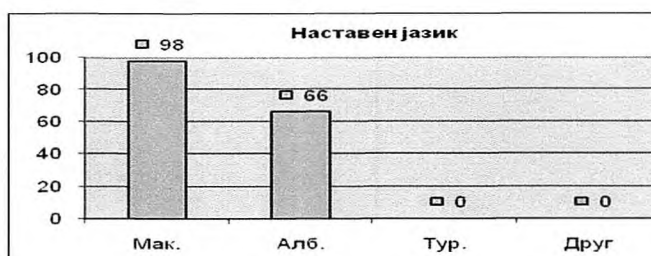
Графикон 3. Структура на примерокот наставници според нивното работно искуство во наставата



Графикон 4. Структура на примерокот наставници според нивен највисок степен на завршено образование



Графикон 5. Структура на примерокот наставници според местото на наоѓање на училиштето во кое тие работат



Графикон 6. Структура на примерокот наставници според наставниот јазик на кој тие ја реализираат наставата

Општиот профил на наставник во одделенска настава, кој е опфатен во примерокот на истражувањето или, поконкретно, 96,34% со завршено више или високо образование, 74,39% имаат наставно искуство над 10 години, 63,41% се на возраст над 40 години и 78,04% се жени.

12. МЕТОДИ, ТЕХНИКИ И ИНСТРУМЕНТИ НА ИСТРАЖУВАЊЕТО

12.1. МЕТОДИ НА ИСТРАЖУВАЊЕТО

Во истражувањето е користена теоретско-аналитичка методологија, со следните варијанти:

- *Дескриптивен метод*: со кој се опишува појавата и нејзините карактеристики;
- *Каузален метод*: со кое се испитуваше причинско-последичната поврзаност помеѓу основните варијаблите во истражувањето (примена на математичките модели и развој на математичките компетенции);
- *Аналитичко-синтетички метод*: кое се применуваше со цел појавата и варијаблите поврзани со неа да се согледат низ аналитичко-синтетичка призма.

12.2. ТЕХНИКИ НА ИСТРАЖУВАЊЕТО

Во истражувањето ги користевме следните техники на истражување:

- *Анкетирање* – за да дојдеме до собирање на потребните податоци за ова истражување, неопходна е и постапката на анкетање. Со анкетањето се добиваше и мислења од реализаторите на наставата по математика, за искуствата од практикуваните методички модели во развојот на математичките компетенции.

Значи, анкетањето на наставниците и учениците се изврши со цел да се добијат основни сознанија за проблемот и предметот на истражувањето.

- *Интервју*: Реализација на интервју со наставници и ученици, со цел да се добијат компаративни сознанија за нивните одговори.
- *Техника на тестирање* – за да се дојде до степенот на стекнување на математичките компетенции од страна на учениците.
- *Анализа* на содржината на наставните програми и учебниците по предмет математика за I-IV одделение на деветгодишното основно училиште. Анализата на содржините на наставните програми и учебниците се изврши со цел да се добијат сознанија за проблемот и предметот на истражувањето.

12.3. ИНСТРУМЕНТИ НА ИСТРАЖУВАЊЕТО

Предметот на испитувањето, во основа, определи какви инструменти ќе се користат за прибирање на податоците од истражувањето. Во конкретниот случај тие беа:

- *Тест на знаење за мерење на математичката компетентност на учениците од IV одделение*, одделенска настава, во деветгодишното основно образование.
- *Прашалник за учениците* за испитување на влијанието на математичко-методичките модели за развој на математичките компетенции.
- *Прашалник за наставниците* за испитување на влијанието на математичко-методичките модели за развој на математичките компетенции.
- *Пројџект* за изведување на интервју со цел испитување на содржините во наставните програм.

Опис на инструментите

Тестовите на знаење за ученици беа изготвени врз основа на наставната програма по математика од IV одделение. Тестот е во функција на испитување и мерење на математичката компетентност на учениците од IV одделение, одделенска настава, во деветгодишното основно образование, односно во функција на испитување на влијанието на математичко - методичките модели за развој на математичките компетенции кај учениците.

Како најсоодветни подрачја за кои сметавме дека се во функција на истражувањето, ги дефиниравме предметните подрачја *Броеви и операции со броеви*, ги определивме целите во нив и типот на тест-задачите (се определивме само за тест од типот молив-хартија, имајќи го во предвид возраста на учениците и условите во кои се одвива истражувањето).

Притоа, се водеше грижа максимално да се покријат целите дефинирани со програмата за подрачјата: *броеви и операции со броеви*. За да се задоволи тоа барање, беа изготвени тест-задачи од следниве типови:

1. Да се избере точниот одговор од повеќе понудени одговори.
2. Се бараше да се даде кус одговор;
3. Да се реши посложена (математичка) задача;

Имајќи ги предвид: целите во програмата, определеното време за тестирање (2 пати по 40 минути) и времето потребно за решавање на секое тест-задача беа одбрани 23 тест-задачи за математика. Секое цел од програмата за подрачјата *броеви и операции со броеви* е покриена со најмалку една тест-задача.

Во спроведеното истражување, покрај мерењето на знаењата, се прибирани и показатели за контекстот во кој се тие постигнати. За таа цел се изготвени прашалници за учесниците во воспитно - образовниот процес: *ученици и наставници*.

Во *прашалниците за учениците* беа поместени девет (9) прашања за ставовите на учениците кон учењето на математиката и за проценката на сопствените способности за учење на овој предмет, за нивниот став кон другите предмети и нивното совладување, за вонучилишните активности на учениците, за реализираните активности во функција на учењето, за помошта што дома ја добиваат (од родителите) за учење и условите за учење, начинот на совладување на одредени содржини по предмет математика. Покрај тоа, за учениците се прибираа податоци и за образованието на нивните родители.

Наставниците, преку *прашалниците* наменети за нив, одговараа на дваесет (20) прашања во врска со наставните програми по математика, начините на работа во наставата и ресурсите што им се на располагање за наставата по математика, посветеноста на секојдневната работа (планирање и подготовка на наставата, работа со ученици надвор од редовната настава, административни работи, оценување на ученичките трудови, стручно усовршување), соработката со стручните соработници во училиштата и со другите наставници за начините на методско-дидактичкото планирање, реализација и процена на ефектите сврзани со наставата по математика, посетеноста на разни обуки (интерни или екстерни развојни проекти) за стручно усовршување и придобивката од нив (придонесот за подобрување на методско-дидактичката реализација на наставата, придонесувањето за развивање на математичките компетенции кај наставниците и учениците одделно), изјаснување во врска со начините на работа на нивните ученици (индивидуално, индивидуализирано, групно, со или без помош на наставникот), изјаснување од страна на

наставниците за приоритетноста на предметите во одделенска настава, за потребата за стручно усовршување за одредени подрачја во програмата по математика (броеви, собирање и одземање на броеви, множење и делење на броеви), изјаснување за приодите во наставата и учењето и степенот кои тие придонесуваат кај учениците за развој на математичките компетенции, за важноста на содржините од програмата по математика, за соодветноста на содржините по математика за возраста на учениците во одделенска настава, користењето на методичките модели за развивање на компетенциите за собирање и одземање со природни броеви, како и за разбирање на нивните својства, користењето на методичките модели за развивање на компетенциите за множење и делење со природни броеви, како и за разбирање на нивните својства во наставата по математика, проценката колку методичките модели се среќаваат во учебниците по математика и колку методичките модели ги користат учениците при решавање на математичките проблеми. Исто така, за нив се прибрани и општи податоци, како податоци за полот, возраста, работното искуство, степенот на нивното образование, местото на работење (град или село), јазикот на кој ја реализираат наставата.

Според групираноста на 20 поставени прашања за наставниците очекувавме дека ќе можеме да добиеме една приближна претстава за влијанието на методичките модели врз развојот на математичките компетенции кај учениците.

13. РЕАЛИЗАЦИЈА НА ИСТРАЖУВАЊЕТО

Дистрибуција на истражувачкиот материјал: *март 2010*

Примена на прашалниците за наставниците: *април 2010*

Примена на прашалниците за учениците: *мај 2010*

При примена и реализацијата на истражувачките постапки, инструменти и активност во основните училишта, мора да се истакне големата кооперативност и коректност на сите инволвирани страни во истражувањето, а пред се на луѓето кои ги раководат образовните институции кои беа предмет на истражување.

14. ОБРАБОТКА НА ПОДАТОЦИТЕ

Податоците добиени при истражувањето се средени и обработени со сигнирање и групирање, а се прикажани во табели и графикони. По средувањето, податоците се обработени и прикажани статистички, со коментар на табеларната ситуација, преку табели со: податоците за дистрибуција (f) и процентуалниот израз (%) на фреквенцијата.

За докажување на хипотезите користивме Хи-квадрат (χ^2). Статистичката значајност на добиената вредност, ја определивме врз основа на граничната вредност на χ^2 за соодветен број степени на слобода, на ниво на значајност од 0,05 (95% веројатност) и 0,01 (99% веројатност).

III ДЕЛ

АНАЛИЗА И ИНТЕРПРЕТАЦИЈА НА РЕЗУЛТАТИТЕ ОД ИСТРАЖУВАЊЕТО

1. АНАЛИЗА НА РЕЗУЛТАТИТЕ ОД АНКЕТИРАЊЕ НА НАСТАВНИЦИТЕ

Со помош на анкетањето на наставниците ги испитавме мислењата и ставовите на наставниците за одредени прашања кои ќе ни дадат слика за развојот на математичките компетенции преку примена на методичките модели, односно преку изнесените мислења од страна на наставниците да се дале подобар увид дали и колку математичките модели се присутни во наставата по математика и какво е нивното влијание врз развојот на математичките компетенции кај учениците.

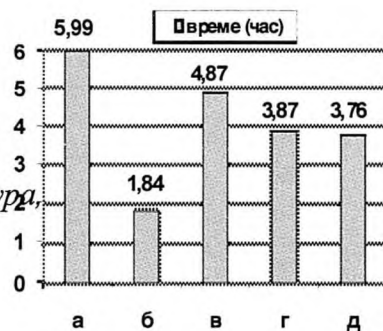
Концепцијата на анкетањето е поставено на тој начин што овозможуваше (заедно со останатите истражувачки техники) да дојдеме до докажување на поставените хипотези.

Добиените податоци ги прикажуваме табеларно, со коментар на табеларна ситуација. Под секое табела ја презентираме вредноста на добиениот χ^2 , степените на слобода, како и граничните вредности на χ^2 на ниво на значајноста од 0,05 и 0,01.

Во продолжение следува анализата и обработка на податоците на одговорите на одделенските наставници кои беа добиени преку анкетните прашања.

1. *Колку часови седмично посветувате на следните активности (надвор од редовната настава)*

- а. Планирање и подготовка на наставата*
- б. Работа со ученици надвор од редовната настава*
- в. Административни работи*
- г. Оценување на трудовите на учениците (тестови, домашни работи и сл.)*
- д. Стручно усовршување (читање на стручна литература, присуство на семинари,...)*



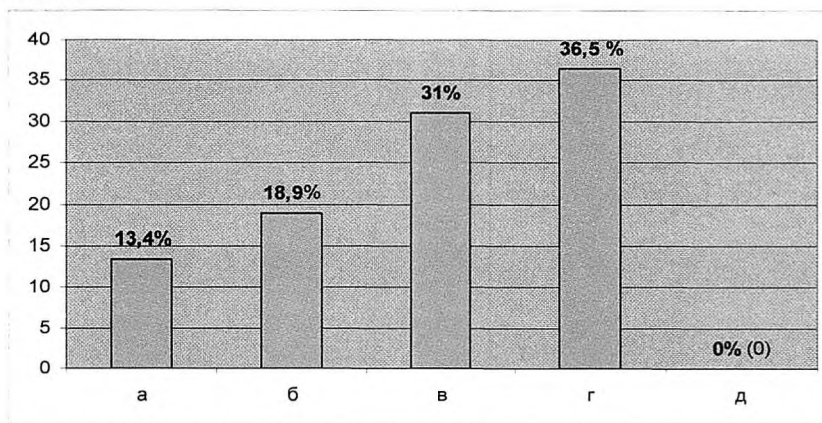
Графикон 1: Ставовите на наставниците за времето што го посветуваат на активности надвор од редовната настава

Коментар: За квалитетот на наставата, а со тоа посредно и за постигањата на учениците, се смета дека е битно какви активности во врска со наставата има наставникот надвор од наставното време. Според одговорите на прашањето колку време, просечно во текот на една седмица, наставниците им посветуваат на одделни активности (изнесени во графиконот) може да се заклучи дека наставниците најмногу време посветуваат на планирањето и подготовката на наставата (просечно околу 6 часа во текот на неделата, при што прилично голем број на наставници (24%) одговориле дека на овие активности посветуваат просечно дури до 10 часа). Наставниците кои беа целна група во испитувањето, просечно околу 5 часа (поконкретно 4,87 часа) во текот на неделата им посветуваат на административните работи во училиштето. Просечно по 3,87 часа во текот на неделата наставниците посветуваат на оценувањето на трудовите на учениците

(домашни работи, тестови и сл.), при што $\frac{2}{3}$ од наставниците за овие активности трошат меѓу 1 и 5 часа седмично. Приближно толку (3,76 часа седмично) наставниците им се посветуваат и на стручното усовршување (посета на семинари, читање стручна литература и сл.), при што само 6% од испитаните наставници на стручното усовршување посветуваат повеќе од 4 часа седмично. По околу 2 часа (1,84 часа) наставниците им посветуваат на работата со учениците надвор од редовната наставата, што е загрижувачки податок имајќи ја предвид важноста на оваа компонента.

2. Колку често (просечно) имате стручни средби со други наставници (одделенски и предметни наставници, педагог, психолог) за начините на методското-дидактичкото планирање, реализација и процена на ефектите сврзани со наставата по математика:

- а. Поретко од еднаш месечно
- б. Еднаш до два пати месечно
- в. Еднаш седмично
- г. Повеќе пати седмично
- д. Скоро никогаш



Графикон 2: Изјаснување на наставниците за зачестеноста на стручни средби со другите наставници (одделенски и предметни наставници, педагог, психолог) за прашања поврзани со наставата.

Коментар: За постигањата на учениците на ниво на училиштето битен фактор е и соработката (тимска), формална (работа на стручни активи) и неформално (консултации, размена на искуства и др.) со колегите (другите наставници) и со стручно-педагошката служба во училиштето (педагозите, психолозите), за начините на методско-дидактичкото планирање, реализација и процена на ефектите сврзани со наставата по математика. Според одговорите на одделенските наставници на поставеното прашање, околу 68% од нив одговориле дека еднаш седмично или почесто имаат средби со другите наставници или со стручните работници за прашања сврзани со наставата, за разлика од групата на наставници кои се изјасниле дека еднаш до два пати месечно или поретко од еднаш месечно се сретнуваат. Без оглед на извесната дискрепанца во одговорите, се чини дека постои доволно честа комуникација меѓу наставниците за прашања од наставата.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето за бројот на реализираните стручни средби на наставниците со други наставници (одделенски и предметни наставници, педагог, психолог) за начините на методското-дидактичкото планирање, реализација и процена на ефектите сврзани со наставата по математика

Нулта хипотеза: *Бројот на стручните средби на наставникот со други наставници (одделенски, предметни, педагог, психолог) за начините на методското-дидактичкото планирање, реализација и процена на ефектите сврзани со наставата по математика не зависи од неговото работно искуство.*

Добиени фреквенции

		Стручни средби со други наставници				Вкупно:
		Поретко од еднаш месечно	Еднаш до два пати месечно	Еднаш седмично	Повеќе пати седмично	
работно искуство	До 10 години	4 (2,4%)	6 (3,6%)	7 (4,2%)	25 (15,2%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	12 (7,3%)	15 (9,1%)	13 (7,9%)	32 (19,5%)	72 (43,9%)
	над 25 години	6 (3,6%)	10 (6%)	31 (18,9%)	3 (1,8%)	50 (30,4%)
Вкупно:		22 (13,4%)	31 (18,9%)	51 (31%)	60 (36,5%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 6 \\
 p &= 0,00000 \\
 \chi^2 &= \mathbf{43,91} \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 12.59 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 16.81
 \end{aligned}$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза не се прифаќа (се отфрла) и се прифаќа *алтернативната хипотеза* која гласи: *Бројот на стручните средби на наставникот со други наставници (одделенски, предметни, педагог, психолог) за начините на методското-дидактичкото планирање, реализација и процена на ефектите сврзани со наставата по математика зависи од неговото работно искуство.*

Во следните табели е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраста на наставникот** наспроти изјаснувањето: за бројот на реализираните стручни средби на наставниците со други наставници (одделенски и предметни наставници, педагог, психолог) за начините на методското-дидактичкото планирање, реализација и процена на ефектите сврзани со наставата по математика

Нулта хипотеза: *Бројот на стручни средби на наставниците со други наставници (одделенски, предметни, педагог, психолог) за начините на методското-дидактичкото планирање, реализација и процена на ефектите сврзани со наставата по математика не зависи од неговата возраст.*

Добиени фреквенции

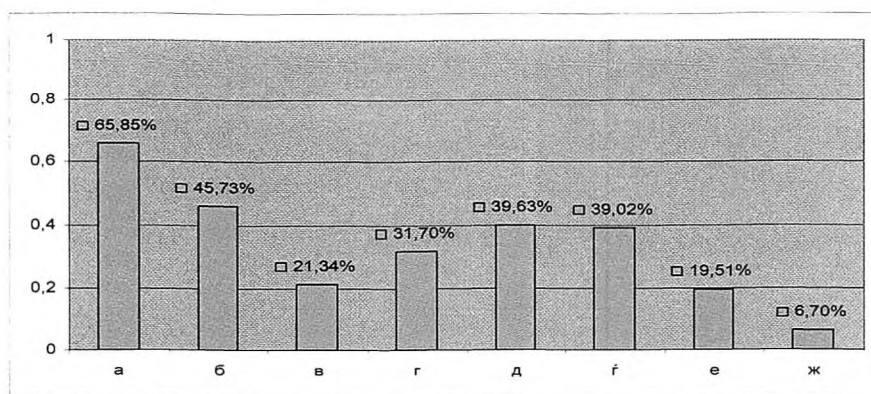
		Стручни средби со други наставници				Вкупно:
		Поретко од еднаш месечно	Еднаш до два пати месечно	Еднаш седмично	Повеќе пати седмично	
возраст	До 40 години	7 (4,2%)	15 (9,1%)	18 (10,9%)	20 (12,1%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	12 (7,3%)	14 (8,5%)	13 (7,9%)	16 (9,7%)	55 (33,5%)
	над 50 години	3 (1,8%)	2 (1,2%)	20 (12,1%)	24 (14,6%)	49 (29,8%)
Вкупно:		22 (13,4%)	31 (18,9%)	51 (31%)	60 (36,5%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 6 \\
 p &= 0,00476 \\
 \chi^2 &= \mathbf{18,67} \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 12.59 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 16.81
 \end{aligned}$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза не се прифаќа (се отфрла) и се прифаќа алтернативната хипотеза која гласи: *Бројот на стручни средби на наставниците со други наставници (одделенски, предметни, педагог, психолог) за начините на методското-дидактичкото планирање, реализација и процена на ефектите сврзани со наставата по математика зависи од неговата возраст.*

3. Дали сте посетувале обука во рамките на развојните (интерни или екстерни) проекти или некои други обуки сврзани со наставата по математика:

- а. Активна настава – интерактивно учење
- б. Чекор по чекор
- в. Приоди кон визуелно размислување
- г. Со читање и пишување до критично мислење
- д. Математика и природа
- ѓ. Математика со размислување од 1-3 одделение
- е. Друго
- ж. Во ниту еден



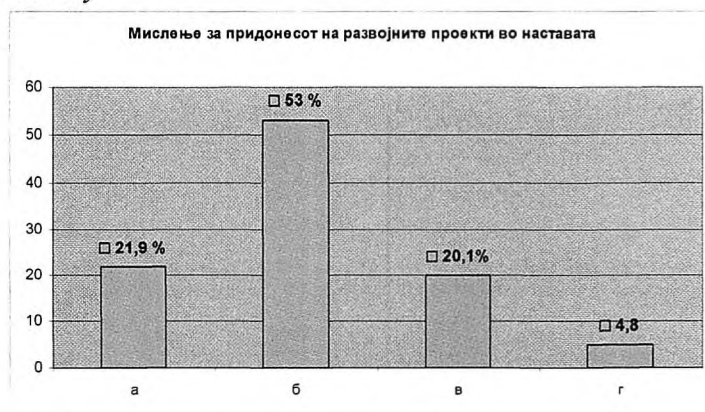
Графикон 3: Изјаснување на наставниците за нивна вклученост во развојни проекти поврзани со наставата по математика.

Коментар: Во Република Македонија, во организација на Бирото за развој на образованието, стручни тимови од Висообразовните институции и од Невладини организации, подржани, најповеќе, од странски донации, во основните училишта се реализираат повеќе развојни (интерни или екстерни) проекти или некои други обуки сврзани со наставата по математика, од кои најголемиот број се од методички карактер. Сите имаат за цел подобрување на квалитетот на наставата и квалитетот на постигањата на учениците.

Според одговорите на наставниците за нивната вклученост во одделни проекти може да се заклучи дека наставниците, во секој од понудените проекти, учествувале во задоволителен процент, особено во развојните проекти Активна настава – интерактивно учење и Чекор по чекор. Интересно дека една третина од наставниците ги посетувале и развојните проекти кои се промовирани во скоро време, проектите Математика и природа и Математика со размислување од 1-3 одделение. Значи, можеме да заклучиме дека $\frac{2}{3}$ од тестираните ученици, постојано или во одделни одделенија, работеле според современите методи на настава што ги промовираат развојните методички проекти.

4. Колку посетуваните интерни или екстерни развојни проекти придонесуваат за подобрување на методско-дидактичката реализација на наставата:

- Исклучително многу
- Многу
- Не многу
- Исклучително малку



Графикон 4: Изјаснување на наставниците за придонесот на посетените развојни проекти во подобрувањето на методско-дидактичката реализација на наставата.

Коментар: Добиените резултатите на ова прашање недвосмислено го потврдуваат општото сознание дека развојните проекти значително ги подобруваат дидактичко-методичките решенија, односно практики во наставата. Ова сознание дополнително може да се објасни и со фактот што најголемиот број развојни проекти главно имплментираат современи методички модели.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на *работно искуство* наспроти изјаснувањето колку посетуваните интерни или екстерни развојни проекти придонесуваат за подобрување на методско-дидактичката реализација на наставата (утврдување на зависноста *работно искуство-мислење за придонесот на развојните проекти во наставата*):

Нулта хипотеза: *Мислењето на наставникот за придонесот на посетуваните интерни или екстерни развојни проекти на подобрувањето на методско-дидактичката реализација на наставата не зависи од неговото работно искуство.*

Добиени фреквенции

		мислење за придонесот на развојните проекти во наставата				Вкупно:
		Исклучително многу	Многу	не многу	Исклучително малку	
работно искуство	до 10 години	7 (4,2%)	25 (15,2%)	8 (4,8%)	2 (1,2%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	15 (9,1%)	38 (23,1%)	15 (9,1%)	4 (2,4%)	72 (43,9%)
	над 25 години	14 (8,5%)	24 (14,6%)	10 (6%)	2 (1,2%)	50 (30,4%)
Вкупно:		36 (21,9%)	87 (53%)	33 (20,1%)	8 (4,8%)	164 00%)

$$df = 6$$

$$p = 0,90318$$

$$\chi^2 = 2,17$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 12.59$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 16.81$$

Нултата хипотеза се задржува.
Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следните табели е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на *возраста на наставникот* наспроти изјаснувањето колку посетуваните интерни или екстерни развојни проекти придонесуваат за подобрување на методско-дидактичката реализација на наставата (утврдување на зависноста *возраст – мислење за придонесот на развојните проекти во наставата*):

Нулта хипотеза: Мислењето на наставникот за придонесот на посетуваните интерни или екстерни развојни проекти на подобрувањето на методско-дидактичката реализација на наставата **не зависи** од неговата возраст.

Добиени фреквенции

		мислење за придонесот на развојните проекти во наставата				Вкупно:
		Исклучително многу	Многу	не многу	Исклучително малку	
возраст	до 10 години	11 (6,7%)	35 (21,3%)	13 (7,9%)	1 (0,6%)	60 (36,5%)
	11 до 25 години	9 (5,4%)	30 (18,2%)	12 (7,3%)	4 (2,4%)	55 (33,5%)
	над 25 години	16 (9,7%)	22 (13,4%)	8 (4,8%)	3 (1,8%)	49 (29,8%)
Вкупно:		36 (21,9%)	87 (53%)	33 (20,1%)	8 (4,8%)	164 00%

$$df = 6$$

$$p = 0,30094$$

$$\chi^2 = 7,22$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 12.59$$

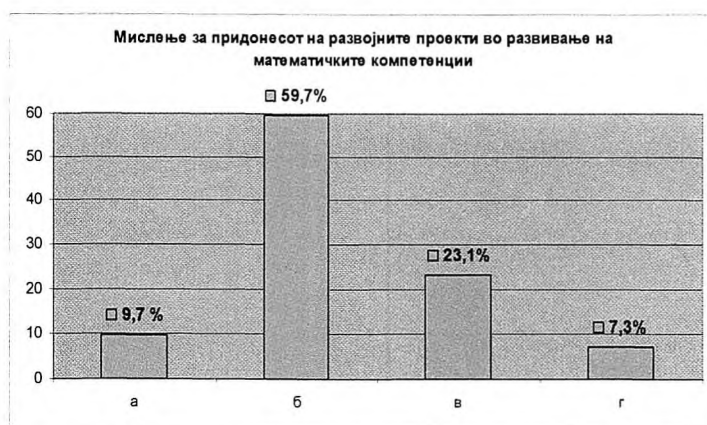
$$\chi^2_{(0,01)} = 16.81$$

Нултата хипотеза се задржува.

Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

5. Колку посетуваните интерни или екстерни развојни проекти придонесуваат за развивање на математичките компетенции кај вас (наставниците):

- Исклучително многу
- Многу
- Не многу
- Исклучително малку



Графикон 5: Изјаснување на наставниците за придонесот на посетените развојни проекти во развивањето на математичките компетенции кај самите нив.

Коментар: Како и во прашањето 4 и тука следствено е разбирливо дека практикувањето на современите развојни проекти треба да придонесат и придонесувале за подобрување на математичките компетенции на учениците, што е и крајна цел на секое иновативна интервенција.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на *работно искуство* наспроти изјаснувањето колку посетуваните интерни или екстерни развојни проекти придонесуваат за развивање на математичките компетенции кај наставниците (утврдување на зависноста *работно искуство-мислење за придонесот на развојните проекти кај наставниците*):

Нулта хипотеза: *Мислењето на наставникот за придонесот на посетуваните интерни или екстерни развојни проекти врз развивањето на математичките компетенции кај него не зависи од неговото работно искуство.*

Добиени фреквенции

		мислење за придонесот развојните проекти кај наставникот				Вкупно:
		Исклучително многу	Многу	не многу	Исклучително малку	
работно искуство	до 10 години	4 (2,4%)	24 (14,6%)	8 (4,8%)	6 (3,6%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	7 (4,2%)	44 (26,8%)	16 (9,7%)	5 (3%)	72 (43,9%)
	над 25 години	5 (3%)	30 (18,2%)	14 (8,5%)	1 (0,6%)	50 (30,4%)
Вкупно:		16 (9,7%)	98 (59,7%)	38 (23,1%)	12 (7,3%)	164 (100%)

$$df = 6$$

$$p = 0,00164$$

$$\chi^2 = 21,27$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 12.59$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 16.81$$

Нултата хипотеза се задржува.
Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следните табели е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на *возраста на наставникот* наспроти изјаснувањето колку посетуваните интерни или екстерни развојни проекти придонесуваат за развивање на математичките компетенции кај наставниците (утврдување на зависноста *возраст – мислење за придонесот на развојните проекти кај наставниците*):

Нулта хипотеза: *Мислењето на наставникот за придонесот на посетуваните интерни или екстерни развојни проекти врз развивањето на математички компетенции кај него **не зависи** од неговата возраст.*

Добиени фреквенции

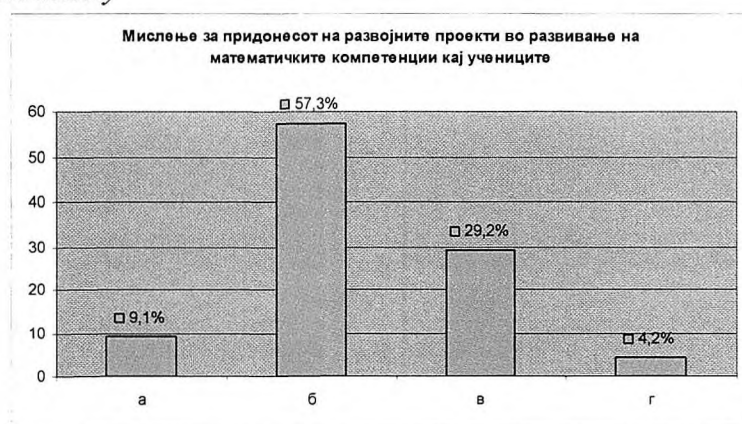
		мислење за придонесот развој. проекти кај наставникот				Вкупно:
		Исклучително многу	Многу	не многу	Исклучително малку	
возраст	до 40 години	6 (3,6%)	36 (21,9%)	14 (8,5%)	4 (2,4%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	4 (2,4%)	30 (18,2%)	16 (9,7%)	5 (3%)	55 (33,5%)
	над 50 години	6 (3,6%)	32 (19,5%)	8 (4,8%)	3 (1,8%)	49 (29,8%)
Вкупно:		16 (9,7%)	98 (59,7%)	38 (23,1%)	12 (7,3%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 6 \\
 p &= 0,76308 \\
 \chi^2 &= \mathbf{3,36} \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 12.59 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 16.81
 \end{aligned}$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа *алтернативната хипотеза* која гласи: *Мислењето на наставникот за придонесот на посетуваните интерни или екстерни развојни проекти врз развивањето на математичките компетенции кај него **зависи** од неговата возраст.*

6. Колку посетуваните интерни или екстерни развојни проекти придонесуваат за развивање на математичките компетенции кај учениците:

- Исклучително многу
- Многу
- Не многу
- Исклучително малку



Графикон 6: Изјаснување на наставниците за придонесот на посетените развојни проекти во развивањето на математичките компетенции кај учениците.

Коментар: Последниве финални резултати, иако во помал износ (околу 70%) во однос на развојните проекти, сепак и обуките (интерни или екстерни) на наставниците резултираат во подобри математички компетенци на учениците.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето колку посетуваните интерни или екстерни развојни проекти придонесуваат за развивање на математичките компетенции кај учениците (утврдување на зависноста **работно искуство-мислење за придонесот на развојните проекти кај учениците**):

Нулта хипотеза: *Мислењето на наставникот за придонесот на посетуваните интерни или екстерни развојни проекти врз развивањето на математичките компетенции кај учениците не зависи од неговата возраст.*

Добиени фреквенции

		мислење за придонесот на развојните проекти кај учениците				Вкупно:
		Исклучително многу	Многу	не многу	Исклучително малку	
возраст	до 40 години	5 (3%)	34 (20,7%)	18 (10,9%)	3 (1,8%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	4 (2,4%)	32 (19,5%)	17 (10,3%)	2 (1,2%)	55 (33,5%)
	над 50 години	6 (3,6%)	28 (17%)	13 (7,9%)	2 (1,2%)	49 (29,8%)
Вкупно:		15 (9,1%)	94 (57,3%)	48 (29,2%)	7 (4,2%)	164 (100%)

$$df = 6$$

$$p = 6$$

$$\chi^2 = 0,98160$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 12.59$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 16.81$$

Нултата хипотеза се задржува.
Разгледаните категории се меѓусебно независни.

Во следните табели е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраста на наставникот** наспроти изјаснувањето колку посетуваните интерни или екстерни развојни проекти придонесуваат за развивање на математичките компетенции кај учениците (утврдување на зависноста **возраст – мислење за придонесот на развојните проекти кај учениците**):

Нулта хипотеза: *Мислењето на наставникот за придонесот на посетуваните интерни или екстерни развојни проекти врз развивањето на математичките компетенции кај учениците не зависи од неговото работно искуство.*

Добиени фреквенции

		мислење за придонесот развојните проекти кај учениците				Вкупно:
		Исклучително многу	Многу	не многу	Исклучително малку	
работно искуство	до 10 години	6 (3,6%)	22 (13,4%)	12 (7,3%)	2 (1,2%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	7 (4,2%)	41 (25%)	21 (12,8%)	3 (1,8%)	72 (43,9%)
	над 25 години	2 (1,2%)	31 (18,9%)	15 (9,1%)	2 (1,2%)	50 (30,4%)
Вкупно:		15 (9,1%)	94 (57,3%)	48 (29,2%)	7 (4,2%)	164 (100%)

$$df = 6$$

$$p = 0,79505$$

$$\chi^2 = 3,11$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 12.59$$

На ниво на значајност од 0.05 Нултата хипотеза се задржува. Се отфрла алтернативната хипотеза.

7. Колку често учениците во вашата паралелка работат на следните начини:

- Индивидуално без помош на наставникот
- Индивидуално со помош на наставникот
- Индивидуализирано без помош на наставникот
- Индивидуализирано со помош на наставникот
- Во групи без помош на наставникот
- Во групи со помош на наставникот

	Степен на изјаснувањето на наставниците според скалата од (1) – (4) во секое од поставено прашање			
	Воопшто не	Малку	Многу	Во голема мера
	(1)	(2)	(3)	(4)
Индивидуално без помош на наставникот	35 (21,3%)	40 (24,3%)	41 (25%)	48 (29,2%)
Индивидуално со помош на наставникот	40 (24,3%)	49 (29,8%)	43 (26,2%)	32 (19,5%)
Индивидуализирано без помош на наставникот	46 (28%)	38 (23,1%)	52 (31,7%)	28 (17%)
Индивидуализирано со помош на наставникот	41 (25%)	51 (31%)	42 (25,6%)	30 (18,2)
Во групи без помош на наставникот	20 (12, 1%)	31 (18,9%)	62 (37,8%)	51 (31%)
Во групи со помош на наставникот	49 (29%,8)	30 (18,2%)	41 (25%)	44 (26,8%)

Коментар: - Образованието како жива материја и начинот на организирање на наставата е важен фактор за постигнување на добри резултати во наставно-образовниот процес. Во таа насока во континуитет се прават значителни методички промени. Поголемиот број од испитаните наставници ги користат сите наставни форми. Поретко, односно многу помалку, се користи работата во групи со помош на наставникот и наставната форма индивидуализирано без помош на наставникот, а најкористена, односно во голема мера користена, е наставната форма работата во групи без помош на наставникот и индивидуалната наставна форма на работа без помош на наставникот.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето за степенот на работата на ученикот, индивидуално без помош на наставникот (утврдување на зависноста **работно искуство-степен на работа на ученикот, индивидуално без помош на наставникот**):

Нулта Степенот на работата на ученикот, индивидуално без помош на хипотеза: наставникот, **не зависи** од работното искуство на наставникот.

Добиени фреквенции

		Степен на работа на учениците				Вкупно:
		многу малку (1)	(2)	(3)	многу (4)	
работно искуство	до 10 години	11 (6,7%)	12 (7,3%)	8 (4,8%)	11 (6,7%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	15 (9,1%)	18 (10,9%)	10 (6%)	29 (17,6%)	72 (43,9%)
	над 25 години	9 (5,4%)	10 (6%)	23 (14%)	8 (4,8%)	50 (30,4%)
Вкупно:		35 (21,3%)	40 (24,3%)	41 (25%)	48 (29,2%)	164 (100%)

$$df = 6$$

$$p = 0,00222$$

$$\chi^2 = 20,54$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 12,59$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 16,81$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа алтернативната хипотеза која гласи: **Степенот на работата на ученикот, индивидуално без помош на наставникот зависи од работното искуство на наставникот.**

Во следните табели е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраста на наставникот** наспроти степенот на работата на ученикот, индивидуално без помош на наставникот (утврдување на зависноста **возраст-степен на работа на ученикот, индивидуално без помош на наставникот**):

Нулта *Степенот на работа на ученикот, индивидуално без помош на*
хипотеза: *наставникот, не зависи од возраста на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на работа на учениците				Вкупно:
		многу малку (1)	(2)	(3)	многу (4)	
Возраст	до 40 години	18 (10,9%)	14 (8,5%)	11 (6,7%)	17 (10,3%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	15 (9,1%)	10 (6%)	17 (10,3%)	13 (7,9%)	55 (33,5%)
	над 50 години	2 (1,2%)	16 (9,7%)	13 (7,9%)	18 (10,9%)	49 (29,8%)
Вкупно:		35 (21,3%)	40 (24,3%)	41 (25%)	48 (29,2%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 6 \\
 p &= 0,01638 \\
 \chi^2 &= \mathbf{15,55} \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 12.59
 \end{aligned}$$

Нултата хипотеза се прифаќа.

Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти степенот на работата на ученикот, индивидуално со помош на наставникот (утврдување на зависноста **работно искуство-степен на работа на ученикот, индивидуално со помош на наставникот**):

Нулта *Степенот на индивидуалната работа на ученикот со помош на*
хипотеза: *наставникот, не зависи од работното искуство на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на работа на учениците				Вкупно:
		многу малку (1)	(2)	(3)	многу (4)	
работно искуство	до 10 години	9 (5,4%)	12 (7,3%)	16 (9,7%)	5 (3%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	18 (10,9%)	18 (10,9%)	12 (7,3%)	24 (14,6%)	72 (43,9%)
	над 25 години	13 (7,9%)	19 (11,5%)	15 (9,1%)	3 (1,8%)	50 (30,4%)
Вкупно:		40 (24,3%)	49 (29,8%)	43 (26,2%)	32 (19,5%)	164 (100%)

$$df = 6$$

$$p = 0,00285$$

$$\chi^2 = \mathbf{19,93}$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 12.59$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 16.81$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа *алтернативната хипотеза* која гласи: *Степенот на индивидуалната работа на ученикот со помош на наставникот, **зависи** од работното искуство на наставникот.*

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти степенот на работата на ученикот, индивидуално со помош на наставникот (утврдување на зависноста **возраст - степен на работа на ученикот, индивидуално со помош на наставникот**):

Нулта *Степенот на работа на ученикот, индивидуално со помош на* хипотеза: *наставникот, **не зависи** од возраста на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на работа на учениците				Вкупно:
		многу малку (1)	(2)	(3)	многу (4)	
Возраст	до 40 години	9 (5,4%)	17 (10,3%)	15 (9,1%)	19 (11,5%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	12 (7,3%)	17 (10,3%)	15 (9,1%)	11 (6,7%)	55 (33,5%)
	над 50 години	19 (11,5%)	15 (9,1%)	13 (7,9%)	2 (1,2%)	49 (29,8%)
Вкупно:		40 (24,3%)	49 (29,8%)	43 (26,2%)	32 (19,5%)	164 (100%)

$$df = 6$$

$$p = 0,00878$$

$$\chi^2 = \mathbf{17,14}$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 12.59$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 16.81$$

Нултата хипотеза се прифаќа.

Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти степенот на работата на ученикот, индивидуализирано без помош на наставникот (утврдување на зависноста **работно искуство-степен на работа на ученикот, индивидуализирано без помош на наставникот**):

Нулта Степенот на работа на ученикот, индивидуално без помош на хипотеза: **наставникот не зависи од работното искуство на наставникот.**

Добиени фреквенции

		степен на работа на учениците				Вкупно:
		многу малку (1)	(2)	(3)	многу (4)	
работно искуство	до 10 години	10 (6%)	13 (7,9%)	10 (6%)	9 (5,4%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	17 (10,3%)	20 (12,1%)	19 (11,5%)	16 (9,7%)	72 (43,9%)
	над 25 години	19 (11,5%)	5 (3%)	23 (14%)	3 (1,8%)	50 (30,4%)
Вкупно:		46 (28%)	38 (23,1%)	52 (31,7%)	28 (17%)	164 (100%)

$$df = 6$$

$$p = 0,00647$$

$$\chi^2 = 17,91$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 12,59$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 16,81$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа **алтернативната хипотеза** која гласи: **Степенот на работа на ученикот, индивидуално без помош на наставникот на наставникот зависи од работното искуство на наставникот.**

Во следните табели е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраста на наставникот** наспроти степенот на работата на ученикот, индивидуализирано без помош на наставникот (утврдување на зависноста **возраст-степен на работа на ученикот, индивидуализирано без помош на наставникот**):

Нулта Степенот на работа на ученикот, индивидуално без помош на хипотеза: **наставникот не зависи од возраста на наставникот.**

Добиени фреквенции

		степен на работа на учениците				Вкупно:
		многу малку (1)	(2)	(3)	многу (4)	
Возраст	до 40 години	11 (6,7%)	18 (10,9%)	14 (8,5%)	17 (10,3%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	15 (9,1%)	13 (7,9%)	19 (11,5%)	8 (4,8%)	55 (33,5%)
	над 50 години	20 (12,1%)	7 (4,2%)	19 (11,5%)	3 (1,8%)	49 (29,8%)
Вкупно:		46 (28%)	38 (23,1%)	52 (31,7%)	28 (17%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}df &= 6 \\p &= 0,00598 \\x^2 &= \mathbf{18,10} \\x^2_{(0,05)} &= 12.59 \\x^2_{(0,01)} &= 16.81\end{aligned}$$

Нултата хипотеза се прифаќа. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на *работно искуство* наспроти степенот на работата на ученикот, индивидуализирано со помош на наставникот (утврдување на зависноста *работно искуство-степен на работа на ученикот, индивидуализирано со помош на наставникот*):

Нулта *Степенот на работа на ученикот, индивидуализирано со помош на* хипотеза: *наставникот не зависи од работното искуство на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на работа на учениците				Вкупно:
		многу малку (1)	(2)	(3)	многу (4)	
работно искуство	до 10 години	14 (8,5%)	10 (6%)	13 (7,9%)	5 (3%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	22 (13,4%)	17 (10,3%)	22 (13,4%)	11 (6,7%)	72 (43,9%)
	над 25 години	5 (3%)	24 (14,6%)	7 (4,2%)	14 (8,5%)	50 (30,4%)
Вкупно:		41 (25%)	51 (31%)	42 (25,6%)	30 (18,2%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}df &= 6 \\p &= 0,00197 \\x^2 &= \mathbf{20,82} \\x^2_{(0,05)} &= 12.59 \\x^2_{(0,01)} &= 16.81\end{aligned}$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа *алтернативната хипотеза* која гласи: *Степенот на работа на ученикот, индивидуализирано со помош на наставникот зависи од работното искуство на наставникот.*

Во следните табели е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраста на наставникот** наспроти степенот на работата на ученикот, индивидуализирано со помош на наставникот (утврдување на зависноста **возраст-степен на работа на ученикот, индивидуализирано со помош на наставникот**):

Нулта *Степенот на работа на ученикот, индивидуализирано со помош на*
хипотеза: *наставникот не зависи од возраста на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на работа на учениците				Вкупно:
		многу малку (1)	(2)	(3)	многу (4)	
Возраст	до 40 години	12 (7,3%)	12 (7,3%)	18 (10,9%)	18 (10,9%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	16 (9,7%)	14 (8,5%)	16 (9,7%)	9 (5,4%)	55 (33,5%)
	над 50 години	13 (7,9%)	25 (15,2%)	8 (4,8%)	3 (1,8%)	49 (29,8%)
Вкупно:		41 (25%)	51 (31%)	42 (25,6%)	30 (18,2%)	164 (100%)

$$df = 6$$

$$p = 0,00173$$

$$\chi^2 = 21,14$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 12.59$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 16.81$$

Нултата хипотеза се прифаќа.

Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти степенот на работата на ученикот, во групи без помош на наставникот (утврдување на зависноста **работно искуство-степен на работа на ученикот, во групи без помош на наставникот**):

Нулта *Степенот на работа на ученикот, во групи без помош на наставникот*
хипотеза: *не зависи од работното искуство на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на работа на учениците				Вкупно:
		многу малку (1)	(2)	(3)	многу (4)	
работно искуство	до 10 години	7 (4,2%)	13 (7,9%)	18 (10,9%)	4 (2,4%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	6 (3,6%)	16 (9,7%)	20 (12,1%)	30 (18,2%)	72 (43,9%)
	над 25 години	7 (4,2%)	2 (1,2%)	24 (14,6%)	17 (10,3%)	50 (30,4%)
Вкупно:		20 (12,1%)	31 (18,9%)	62 (37,8%)	51 (31%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 6 \\
 p &= 0,00057 \\
 \chi^2 &= \mathbf{23,80} \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 12.59 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 16.81
 \end{aligned}$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа *алтернативната хипотеза* која гласи: *Степенот на работа на ученикот, во групи без помош на наставникот зависи од работното искуство на наставникот.*

Во следните табели е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраста на наставникот** наспроти степенот на работата на ученикот, во групи без помош на наставникот (утврдување на зависноста **возраст-степен на работа на ученикот, во групи без помош на наставникот**):

Нулта *Степенот на работа на ученикот, во групи без помош на наставникот*
хипотеза: **не зависи од возраста на наставникот.**

Добиени фреквенции

		степен на работа на учениците				Вкупно:
		многу малку (1)	(2)	(3)	многу (4)	
Возраст	до 40 години	7 (4,2%)	17 (10,3%)	23 (14%)	13 (7,9%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	7 (4,2%)	10 (6%)	12 (7,3%)	26 (15,8%)	55 (33,5%)
	над 50 години	6 (3,6%)	4 (2,4%)	27 (16,4%)	12 (7,3%)	49 (29,8%)
Вкупно:		20 (12,1%)	31 (18,9%)	62 (37,8%)	51 (31%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 6 \\
 p &= 0,00227 \\
 \chi^2 &= \mathbf{20,49} \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 12.59 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 16.81
 \end{aligned}$$

Нултата хипотеза се прифаќа. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти степенот на работата на ученикот, во групи со помош на наставникот (утврдување на зависноста **работно искуство-степен на работа на ученикот, во групи со помош на наставникот**):

Нулта *Степенот на работа на ученикот, во групи со помош на*
хипотеза: *наставникот не зависи од работното искуство на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на работа на учениците				Вкупно:
		многу малку (1)	(2)	(3)	многу (4)	
работно искуство	до 10 години	8 (4,8%)	12 (7,3%)	11 (6,7%)	11 (6,7%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	15 (9,1%)	15 (9,1%)	17 (10,3%)	25 (15,2%)	72 (43,9%)
	над 25 години	26 (15,8%)	3 (1,8%)	13 (7,9%)	8 (4,8%)	50 (30,4%)
Вкупно:		49 (29,8%)	30 (18,2%)	41 (25%)	44 (26,8%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 6 \\
 P &= 0,00095 \\
 X^2 &= \mathbf{22,58} \\
 x^2_{(0,05)} &= 12.59 \\
 x^2_{(0,01)} &= 16.81
 \end{aligned}$$

Нултата хипотеза се прифаќа.

Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следните табели е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраста на наставникот** наспроти степенот на работата на ученикот, во групи со помош на наставникот (утврдување на зависноста **возраст-степен на работа на ученикот, во групи со помош на наставникот**):

Нулта *Степенот на работа на ученикот, во групи со помош на наставникот*
хипотеза: *не зависи од возраста на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на работа на учениците				Вкупно:
		многу малку (1)	(2)	(3)	многу (4)	
Возраст	до 40 години	15 (9,1%)	14 (8,5%)	14 (8,5%)	17 (10,3%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	10 (6%)	14 (8,5%)	15 (9,1%)	16 (9,7%)	55 (33,5%)
	над 50 години	24 (14,6%)	2 (1,2%)	12 (7,3%)	11 (6,7%)	49 (29,8%)
Вкупно:		49 (29,8%)	30 (18,2%)	41 (25%)	44 (26,8%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 6 \\
 p &= 0,00774 \\
 \chi^2 &= \mathbf{17,46} \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 12.59 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 16.81
 \end{aligned}$$

Нултата хипотеза се прифаќа.

Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

8. Колку приоритет Вие (наставниците) им давате на изучувањето на секој од предметите во одделенска настава:

- Мајчин јазик
- Математика
- Природа
- Општество
- Ликовно образование
- Музичко образование
- Физичко образование

	Степен на изјаснувањето на наставниците според скалата од (1)- (3) во секое од поставено прашање		
	Малку		Многу
	(1)	(2)	(3)
Мајчин јазик	7 (4,2%)	7 (4,2%)	150 (91%)
Математика	6 (3,6%)	19 (11,5%)	139 (84,7%)
Природа	12 (7,3%)	51 (31%)	101 (61,5%)
Општество	11 (6,7%)	56 (34,1%)	97 (59,1%)
Ликовно образование	29 (17,6%)	55 (33,5%)	80 (48,7%)
Музичко образование	35 (21,3%)	50 (30,4%)	79 (48,1%)
Физичко образование	21 (12,8%)	29 (17,6%)	114 (69,5%)

Коментар - Организацијата и реализацијата на наставата се сметаат за најважни фактори што го опишуваат контекстот во кој се одвива учењето. Организацијата и реализацијата на наставата е поврзана во најголема мера со реализирање на наставната

програма, кое зависи со наставниковата интерпретација на програмата, методите, формите, стратегиите и моделите за работа што ги користи.

Во одделенската настава, одделенскиот наставник ги реализира наставните програми за сите предмети и води грижа за севкупниот развој на ученикот. Оттука тој има извесни можности, и програмски и практични, да го определува вниманието што го посветува на одделни наставни предмети. За постигањата по одделни наставни предмети, секако е битно значењето што наставникот го придава на тие предмети.

Затоа, во испитувањето, од наставниците кои ни беа фокус група е барано на тростепена скала да ги рангираат наставните предмети според значењето што тие им го даваат.

Од придобиените податоци можеме да заклучиме дека наставниците им придават над средно значење над повеќето наставни предмети. Може да се заклучи дека предметот математика, заедно со мајчиниот јазик и физичкото образование, е во групата на предмети на кои одделенските наставници им посветуваат поголемо внимание, но не изостануваат многу и интересот на наставникот и кон другите предмети.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето колку приоритет наставниците им дават на изучувањето на предметот **мајчин јазик** (утврдување на зависноста **работно искуство-мислење за приоритетот во изучувањето на предметот мајчин јазик**):

Нулта *Степенот на мислење за приоритетот во изучувањето на мајчин*
хипотеза: **јазик во одделенска настава не зависи од работното искуство на наставникот.**

Добиени фреквенции

		степен на мислење за приоритет во изучување на мајчин јазик			Вкупно:
		Малку (1)	(2)	многу (3)	
работно искуство	до 10 години	2 (1,2%)	3 (1,8%)	37 (22,5%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	3 (1,8%)	1 (0,6%)	68 (41,4%)	72 (43,9%)
	над 25 години	2 (1,2%)	3 (1,8%)	45 (27,4%)	50 (30,4%)
Вкупно:		7 (4,2%)	7 (4,2%)	150 (91,4%)	164 (100%)

$$df = 4$$

$$p = 0,60383$$

$$\chi^2 = 2,73$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 9,49$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 13,28$$

Нултата хипотеза се прифаќа.

Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето колку приоритет наставниците им даваат на изучувањето на предметот *мајчин јазик* (утврдување на зависноста **возраст - мислење за приоритетот во изучувањето на предметот мајчин јазик**):

Нулта *Степенот на мислење за приоритетот во изучувањето на мајчин* хипотеза: **јазик во одделенска настава не зависи од возраста на наставникот.**

Добиени фреквенции

		степен на мислење за приоритет во изучување на мајчин јазик			Вкупно:
		Малку (1)	(2)	многу (3)	
Возраст	до 40 години	3 (1,8%)	4 (2,4%)	53 (32,3%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	4 (2,4%)	1 (0,6%)	50 (30,4%)	55 (33,5%)
	над 50 години	0 (0%)	2 (1,2%)	47 (28,6%)	49 (29,8%)
Вкупно:		7 (4,2%)	7 (4,2%)	150 (91,4%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 4 \\
 p &= 0,27834 \\
 \chi^2 &= \mathbf{5,09} \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 9,49 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 13,28
 \end{aligned}$$

Нултата хипотеза се прифаќа.

Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето колку приоритет наставниците им дават на изучувањето на предметот *математика* (утврдување на зависноста **работно искуство-мислење за приоритетот во изучувањето на предметот математика**):

Нулта *Степенот на мислење за приоритетот во изучувањето на* хипотеза: **Математика во одделенска настава не зависи од работното искуство на наставникот.**

Добиени фреквенции

		степен на мислење за приоритет во изучување на математика			Вкупно:
		Малку (1)	(2)	многу (3)	
работно искуство	до 10 години	2 (1,2%)	5 (3%)	35 (21,3%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	4 (2,4%)	7 (4,2%)	61 (37,1%)	72 (43,9%)
	над 25 години	0 (0%)	7 (4,2%)	43 (26,2%)	50 (30,4%)
Вкупно:		6 (3,6%)	19 (11,5%)	139 (84,7%)	164 (100%)

$$df = 4$$

$$p = 0,53020$$

$$\chi^2 = 3,17$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 9,49$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 13,28$$

Нултата хипотеза се прифаќа. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето колку приоритет наставниците им дават на изучувањето на предметот **математика** (утврдување на зависноста **возраст-мислење за приоритетот во изучувањето на предметот математика**):

Нулта *Степенот на мислење за приоритетот во изучувањето на* хипотеза: *Математика во одделенска настава не зависи од возраста на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на мислење за приоритет во изучување на математика			Вкупно:
		Малку (1)	(2)	Многу (3)	
Возраст	до 40 години	1 (0,6%)	6 (3,6%)	53 (32,3%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	3 (1,8%)	5 (3%)	47 (28,6%)	55 (33,5%)
	над 50 години	2 (1,2%)	8 (4,8%)	39 (23,7%)	49 (29,8%)
Вкупно:		6 (3,6%)	19 (11,5%)	139 (84,7%)	164 (100%)

$$df = 4$$

$$p = 0,59463$$

$$\chi^2 = 2,78$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 9,49$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 13,28$$

Нултата хипотеза се прифаќа. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето колку приоритет наставниците им дават на изучувањето на предметот *природа* (утврдување на зависноста **работно искуство-мислење за приоритетот во изучувањето на предметот природа**):

Нулта Степенот на мислење за приоритетот во изучувањето на
хипотеза: *предметот природа во одделенска настава не зависи од работното искуство на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на мислење за приоритет во изучување на предметот природа			Вкупно:
		Малку (1)	(2)	многу (3)	
работно искуство	до 10 години	3 (1,8%)	12 (7,3%)	27 (16,4%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	5 (3%)	19 (11,5%)	48 (29,2%)	72 (43,9%)
	над 25 години	4 (2,4%)	20 (12,1%)	26 (15,8%)	50 (30,4%)
Вкупно:		12 (7,3%)	51 (31%)	101 (61,5%)	164 (100%)

$$df = 4$$

$$p = 0,55472$$

$$\chi^2 = 3,02$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 9,49$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 13,28$$

Нултата хипотеза се прифаќа.Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето колку приоритет наставниците им дават на изучувањето на предметот *природа* (утврдување на зависноста **возраст-мислење за приоритетот во изучувањето на предметот природа**):

Нулта Степенот на мислење за приоритетот во изучувањето на
хипотеза: *предметот природа во одделенска настава не зависи од возраста на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на мислење за приоритет во изучување на предметот природа			Вкупно:
		Малку (1)	(2)	многу (3)	
возраст	до 40 години	3 (1,8%)	16 (9,7%)	41 (25%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	7 (4,2%)	14 (8,5%)	34 (20,7%)	55 (33,5%)
	над 50 години	2 (1,2%)	21 (12,8%)	26 (15,8%)	49 (29,8%)
Вкупно:		12 (7,3%)	51 (31%)	101 (61,5%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 4 \\
 p &= 0,11239 \\
 \chi^2 &= 7,48 \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 9,49 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 13,28
 \end{aligned}$$

Нултата хипотеза се прифаќа.

Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето колку приоритет наставниците им дават на изучувањето на предметот *општество* (утврдување на зависноста **работно искуство-мислење за приоритетот во изучувањето на предметот општество**):

Нулта *Степенот на мислење за приоритетот во изучувањето на предметот* хипотеза: *општество во одделенска настава не зависи од работното искуство на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на мислење за приоритет во изучување на предметот општество			Вкупно:
		Малку (1)	(2)	многу (3)	
работно искуство	до 10 години	2 (1,2%)	15 (9,1%)	25 (15,2%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	4 (2,4%)	29 (17,6%)	39 (23,7%)	72 (43,9%)
	над 25 години	5 (3%)	12 (7,3%)	33 (20,1%)	50 (30,4%)
Вкупно:		11 (6,7%)	56 (34,1%)	97 (59,1%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 4 \\
 p &= 0,37731 \\
 \chi^2 &= 4,22 \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 9,49 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 13,28
 \end{aligned}$$

Нултата хипотеза се прифаќа.Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето колку приоритет наставниците им дават на изучувањето на предметот *општество* (утврдување на зависноста **возраст-мислење за приоритетот во изучувањето на предметот општество**):

Нулта Степенот на мислење за приоритетот во изучувањето на предметот
хипотеза: општество во одделенска настава **не зависи** од возраста на
наставникот.

Добиени фреквенции

		Степен на мислење за приоритет во изучување на предметот општество			Вкупно:
		Малку (1)	(2)	многу (3)	
возраст	до 40 години	5 (3%)	22 (13,4%)	33 (20,1%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	6 (3,6%)	18 (10,9%)	31 (18,9%)	55 (33,5%)
	над 50 години	0 (0%)	16 (9,7%)	33 (20,1%)	49 (29,8%)
Вкупно:		11 (6,7%)	56 (34,1%)	97 (59,1%)	164 (100%)

$$df = 4$$

$$p = 0,20288$$

$$\chi^2 = 5,95$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 9,49$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 13,28$$

Нултата хипотеза се прифаќа. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето колку приоритет наставниците им дават на изучувањето на предметот **ликовно образование** (утврдување на зависноста **работно искуство-мислење за приоритетот во изучувањето на предметот ликовно образование**):

Нулта Степенот на мислење за приоритетот во изучувањето на
хипотеза: предметот ликовно образование во одделенска настава **не зависи** од
работното искуство на наставникот.

Добиени фреквенции

		степен на мислење за приоритет во изучување на ликовно образование			Вкупно:
		Малку (1)	(2)	многу (3)	
работно искуство	до 10 години	9 (5,4%)	12 (7,3%)	21 (12,8%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	14 (8,5%)	28 (17%)	30 (18,2%)	72 (43,9%)
	над 25 години	6 (3,6%)	15 (9,1%)	29 (17,6%)	50 (30,4%)
Вкупно:		29 (17,6%)	55 (33,5%)	80 (48,7%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}df &= 4 \\p &= 0,39080 \\x^2 &= \mathbf{4,11} \\x^2_{(0,05)} &= 9,49 \\x^2_{(0,01)} &= 13,28\end{aligned}$$

Нултата хипотеза се прифаќа.

Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето колку приоритет наставниците им дават на изучувањето на предметот **ликовно образование** (утврдување на зависноста **возраст-мислење за приоритетот во изучувањето на предметот ликовно образование**):

Нулта Степенот на мислење за приоритетот во изучувањето на хипотеза: предметот ликовно образование во одделенска настава **не зависи** од возраста на наставникот.

Добиени фреквенции

		степен на мислење за приоритет во изучување на ликовно образование			Вкупно:
		Малку (1)	(2)	многу (3)	
возраст	до 40 години	10 (6%)	21 (12,8%)	29 (17,6%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	7 (4,2%)	19 (11,5%)	29 (17,6%)	55 (33,5%)
	над 50 години	12 (7,3%)	15 (9,1%)	22 (13,4%)	49 (29,8%)
Вкупно:		29 (17,6%)	55 (33,5%)	80 (48,7%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}df &= 4 \\p &= 0,62819 \\x^2 &= \mathbf{2,59} \\x^2_{(0,05)} &= 9,49 \\x^2_{(0,01)} &= 13,28\end{aligned}$$

Нултата хипотеза се прифаќа.

Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето колку приоритет наставниците им дават на изучувањето на предметот **музичко образование** (утврдување на зависноста **работно искуство-мислење за приоритетот во изучувањето на предметот музичко образование**):

Нулта Степенот на мислење за приоритетот во изучувањето на предметот хипотеза: музичко образование во одделенска настава **не зависи** од работното искуство на наставникот.

Добиени фреквенции

		степен на мислење за приоритет во изучување на музичко образование			Вкупно:
		Малку (1)	(2)	Многу (3)	
работно искуство	до 10 години	9 (5,4%)	15 (9,1%)	18 (10,9%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	13 (7,9%)	18 (10,9%)	41 (25%)	72 (43,9%)
	над 25 години	13 (7,9%)	17 (10,3%)	20 (12,1%)	50 (30,4%)
Вкупно:		35 (21,3%)	50 (30,4%)	79 (48,1%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 4 \\
 p &= 0,37292 \\
 \chi^2 &= \mathbf{4,25} \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 9,49 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 13,28
 \end{aligned}$$

Нултата хипотеза се прифаќа. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето колку приоритет наставниците им дават на изучувањето на предметот **музичко образование** (утврдување на зависноста **возраст-мислење за приоритетот во изучувањето на предметот музичко образование**):

Нулта *Степенот на мислење за приоритетот во изучувањето на предметот* хипотеза: *музичко образование во одделенска настава не зависи од возраста на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на мислење за приоритет во изучување на музичко образование			Вкупно:
		Малку (1)	(2)	многу (3)	
возраст	до 40 години	11 (6,7%)	18 (10,9%)	31 (18,9%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	12 (7,3%)	13 (7,9%)	30 (18,2%)	55 (33,5%)
	над 50 години	12 (7,3%)	19 (11,5%)	18 (10,9%)	49 (29,8%)
Вкупно:		35 (21,3%)	50 (30,4%)	79 (48,1%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 4 \\
 p &= 0,35581 \\
 \chi^2 &= \mathbf{4,39} \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 9,49 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 13,28
 \end{aligned}$$

Нултата хипотеза се прифаќа. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето колку приоритет наставниците им дават на изучувањето на предметот **физичко образование** (утврдување на зависноста **работно искуство-мислење за приоритетот во изучувањето на предметот физичко образование**):

Нулта хипотеза: *Степенот на мислење за приоритетот во изучувањето на предметот физичко образование во одделенска настава не зависи од работното искуство на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на мислење за приоритет во изучување на физичко образование			Вкупно:
		Малку (1)	(2)	многу (3)	
работно искуство	до 10 години	4 (2,4%)	8 (4,8%)	30 (18,2%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	7 (4,2%)	16 (9,7%)	49 (29,8%)	72 (43,9%)
	над 25 години	10 (6%)	5 (3%)	35 (21,3%)	50 (30,4%)
Вкупно:		21 (12,8%)	29 (17,6%)	114 (69,5%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 4 \\
 p &= 0,23911 \\
 \chi^2 &= \mathbf{5,51} \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 9,49 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 13,28
 \end{aligned}$$

Нултата хипотеза се прифаќа.
Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето колку приоритет наставниците им дават на изучувањето на предметот **физичко образование** (утврдување на зависноста **возраст-мислење за приоритетот во изучувањето на предметот физичко образование**):

Нулта хипотеза: *Степенот на мислење за приоритетот во изучувањето на предметот физичко образование во одделенска настава не зависи од возраста на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на мислење за приоритет во изучување на физичко образование			Вкупно:
		Малку (1)	(2)	многу (3)	
возраст	до 40 години	7 (4,2%)	13 (7,9%)	40 (24,3%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	10 (6%)	7 (4,2%)	38 (23,1%)	55 (33,5%)
	над 50 години	4 (2,4%)	9 (5,4%)	36 (21,9%)	49 (29,8%)
Вкупно:		21 (12,8%)	29 (17,6%)	114 (69,5%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 4 \\
 p &= 0,45928 \\
 \chi^2 &= \mathbf{3,62} \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 9,49 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 13,28
 \end{aligned}$$

Нултата хипотеза се прифаќа.

Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

9. Дали за некое од подрачјата во програмата по математика Ви е потребно стручно усовршување:

- Броеви
- Собирање и одземање
- Множење и делење

	Степен на изјаснувањето на наставниците според скалата од (1) –(4) во секое од поставено прашање			
	Не м и е потребно			Неопходно м и е потребно
	(1)	(2)	(3)	(4)
Броеви	127 (77,4%)	17 (10,3%)	9 (5,4%)	11 (6,7%)
Собирање и одземање	121 (73,7%)	21 (12,8%)	10 (6%)	12 (7,3%)
Множење и делење	113 (68,9%)	20 (12,1%)	13 (7,9%)	18 (10,9%)

Коментар: Според одговорите на наставниците во врска со нивната потреба од стручно усовршување за одделни подрачја од програмата по математика, може да се заклучи дека тие се добро подготвени затоа што најголемиот број ценат дека не им е потребно или малку им е потребно стручно усовршување. Покрај тоа што најголем дел од наставниците имаат формално соодветно образование, одреден број од анкетираниите сметаат дека во одредена мера им е потребно стручно усовршување за одделни подрачја од математиката (броеви, собирање и одземање на броеви, множење и делење на броеви).

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето за потребата за стручно усовршување за подрачјето **Броеви** (утврдување на зависноста **работно искуство-мислење за потребата од стручно усовршување за подрачјето Броеви во програмата по математика**):

Нулта хипотеза: *Степенот на потреба од стручно усовршување за подрачјата **Броеви** во програмата по Математика не зависи од работното искуство на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на потреба од стручно усовршување за подрачјата Броеви				Вкупно:
		не ми е потребно (1)	(2)	(3)	неопходно ми е потребно (4)	
работно искуство	до 10 години	32 (19,5%)	4 (2,4%)	2 (1,2%)	4 (2,4%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	53 (32,3%)	10 (6%)	4 (2,4%)	5 (3%)	72 (43,9%)
	над 25 години	42 (25,6%)	3 (1,8%)	3 (1,8%)	2 (1,2%)	50 (30,4%)
Вкупно:		127 (77,4%)	17 (10,3%)	9 (5,4%)	11 (6,7%)	164 (100%)

$$Df = 6$$

$$P = 0,76422$$

$$\chi^2 = 3,35$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 12.59$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 16.81$$

Нултата хипотеза се прифаќа.

Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето за потребата за стручно усовршување за подрачјето **Броеви** (утврдување на зависноста **возраст-мислење за потребата од стручно усовршување за подрачјето Броеви во програмата по математика**):

Нулта хипотеза: *Степенот на потреба од стручно усовршување за подрачјата **Броеви** во програмата по Математика не зависи од возраста на наставникот.*

Добиени фреквенции

додедни фреквенции

		степен на потреба од стручно усовршување за подрачјата				Вкупно:
		Броеви				
		не ми е потребно (1)	(2)	(3)	неопходно ми е потребно (4)	
возраст	до 40 год.	45 (27,4%)	6 (3,6%)	4 (2,4%)	5 (3%)	60 (36,5%)
	40 до 50 год.	43 (26,2%)	6 (3,6%)	2 (1,2%)	4 (2,4%)	55 (33,5%)
	над 50 год.	39 (23,7%)	5 (3%)	3 (1,8%)	2 (1,2%)	49 (29,8%)
	Вкупно:	127 (77,4%)	17 (10,3%)	9 (5,4%)	11 (6,7%)	164 (100%)

$$df = 6$$

$$p = 0,96575$$

$$\chi^2 = 1,40$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 12.59$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 16.81$$

Нултата хипотеза се прифаќа. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето за потребата за стручно усовршување за подрачјето **Собирање и одземање** (утврдување на зависноста **работно искуство-мислење за потребата од стручно усовршување за подрачјето Собирање и одземање во програмата по математика**):

Нулта хипотеза: **Степенот на потреба од стручно усовршување за подрачјата Собирање и одземање во програмата по Математика не зависи од работното искуство на наставникот.**

Добиени фреквенции

		степен на потреба од стручно усовршување за подрачјата Собирање и одземање				Вкупно:
		не ми е потребно (1)	(2)	(3)	неопходно ми е потребно (4)	
работно искуство	до 10 години	30 (18,2%)	6 (3,6%)	4 (2,4%)	2 (1,2%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	54 (32,9%)	10 (6%)	3 (1,8%)	5 (3%)	72 (43,9%)
	над 25 години	37 (22,5%)	5 (3%)	3 (1,8%)	5 (3%)	50 (30,4%)
	Вкупно:	121 (73,7%)	21 (12,8%)	10 (6%)	12 (7,3%)	164 (100%)

$$df = 6$$

$$p = 0,85464$$

$$\chi^2 = 2,62$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 12.59$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 16.81$$

Нултата хипотеза се прифаќа. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето за потребата за стручно усовршување за подрачјето **Собирање и одземање** (утврдување на зависноста **возраст-мислење за потребата од стручно усовршување за подрачјето Собирање и одземање во програмата по математика**):

Нулта *Степенот на потреба од стручно усовршување за подрачјата*
хипотеза: **Собирање и одземање во програмата по Математика не зависи од**
возраста на наставникот.

Добиени фреквенции

		степен на потреба од стручно усовршување за подрачјата Собирање и одземање				Вкупно:
		не ми е потребно (1)	(2)	(3)	неопходно ми е потребно (4)	
возраст	до 40 год.	44 (26,8%)	7 (4,2%)	5 (3%)	4 (2,4%)	60 (36,5%)
	40 до 50	40 (24,3%)	7 (4,2%)	4 (2,4%)	4 (2,4%)	55 (33,5%)
	над 50 год.	37 (22,5%)	7 (4,2%)	1 (0,6%)	4 (2,4%)	49 (29,8%)
	Вкупно:	121 (73,7%)	21 (12,8%)	10 (6%)	12 (7,3%)	164 (100%)

$$df = 6$$

$$p = 0,90078$$

$$\chi^2 = 2,20$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 12.59$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 16.81$$

Нултата хипотеза се прифаќа.

Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето за потребата за стручно усовршување за подрачјето **Множење и делење** (утврдување на зависноста **работно искуство-мислење за потребата од стручно усовршување за подрачјето Множење и делење во програмата по математика**):

Нулта *Степенот на потреба од стручно усовршување за подрачјата*
хипотеза: **Множење и делење во програмата по Математика не зависи од**
еа: работното искуство на наставникот.

Добиени фреквенции

		степен на потреба од стручно усовршување за подрачјата Множење и делење				Вкупно:
		не ми е потребно (1)	(2)	(3)	неопходно ми е потребно (4)	
работно искуство	до 10 години	31 (18,9%)	5 (3%)	3 (1,8%)	3 (1,8%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	50 (30,4%)	10 (6%)	6 (3,6%)	6 (3,6%)	72 (43,9%)
	над 25 години	32 (19,5%)	5 (3%)	4 (2,4%)	9 (5,4%)	50 (30,4%)
	Вкупно:	113 (68,9%)	20 (12,1%)	13 (7,9%)	18 (10,9%)	164 (100%)

$$df = 6$$

$$p = 0,67533$$

$$\chi^2 = 4,01$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 12,59$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 16,81$$

Нултата хипотеза се прифаќа. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето за потребата за стручно усовршување за подрачјето **Множење и делење** (утврдување на зависноста **возраст-мислење за потребата од стручно усовршување за подрачјето Множење и делење во програмата по математика**):

Нулта *Степенот на потреба од стручно усовршување за подрачјата*
хипотеза: **Множење и делење во програмата по Математика не зависи од возраста на наставникот.**

Добиени фреквенции

		степен на потреба од стручно усовршување за подрачјата Множење и делење				Вкупно:
		не ми е потребно (1)	(2)	(3)	неопходно ми е потребно (4)	
возраст	до 40 год.	41 (25%)	5 (3%)	7 (4,2%)	7 (4,2%)	60 (36,5%)
	40 до 50 год.	38 (23,1%)	7 (4,2%)	4 (2,4%)	6 (3,6%)	55 (33,5%)
	над 50 год.	34 (20,7%)	8 (4,8%)	2 (1,2%)	5 (3%)	49 (29,8%)
	Вкупно:	113 (68,9%)	20 (12,1%)	13 (7,9%)	18 (10,9%)	164 (100%)

$$df = 6$$

$$p = 0,74499$$

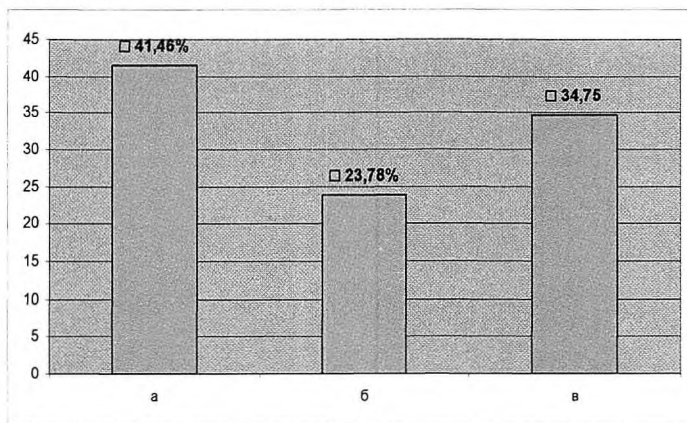
$$\chi^2 = 3,49$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 12,59$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 16,81$$

Нултата хипотеза се прифаќа. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

10. Колку често на учениците им задавате иста домашна работа по математика:
- Поретко од еднаш неделно
 - Еднаш до два пати неделно
 - 3-4 пати неделно



Графикон 10: Изјаснување на наставниците за зачестеноста на задавање на домашни работи по математика на учениците.

Коментар: Домашните работи се активност кои придонесуваат во зголемување и продлабочување на знаењата, како и зајакнување на способностите за стекнатите компетенции на учениците. Од вкупно испитаните наставници, најголемиот број наставници (41,46%) ги задаваат домашните задачи поретко од еднаш неделно, додека 34,75% од нив задаваат речиси за секој час (3-4 пати неделно). Тоа е показател дека се очекува добар дел од учењето по математика да се одвива и дома.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето за зачестеноста на задавање на **иста домашна работа** (утврдување на зависноста **работно искуство-број на домашни работи по математика**):

Нулта *Бројот на домашните работи зададени на учениците неделно по*
хипотеза: *предметот Математика, не зависи од работното искуство на наставникот.*

Добиени фреквенции

		задавање домашна работа			Вкупно:
		поретко од еднаш неделно	1 - 2 пати неделно	3 - 4 пати неделно	
работно искуство	до 10 години	15 (9,1%)	14 (8,5%)	13 (7,9%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	24 (14,6%)	12 (7,3%)	36 (21,9%)	72 (43,9%)
	над 25 години	29 (17,6%)	13 (7,9%)	8 (4,8%)	50 (30,4%)
Вкупно:		68 (41,4%)	39 (23,7%)	57 (34,7%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 4 \\
 p &= 0,00119 \\
 \chi^2 &= \mathbf{18,08} \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 9,49 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 13,28
 \end{aligned}$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа алтернативната хипотеза која гласи: *Бројот на домашните работи зададени неделно по предметот Математика, зависи од работното искуство на наставникот.*

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето за зачестеноста на задавање на *иста домашна работа* (утврдување на зависноста **возраст-број на домашни работи по математика**):

Нулта *Бројот на домашните работи зададени на учениците неделно по* хипотеза: *предметот Математика, не зависи од возраста на наставникот.*

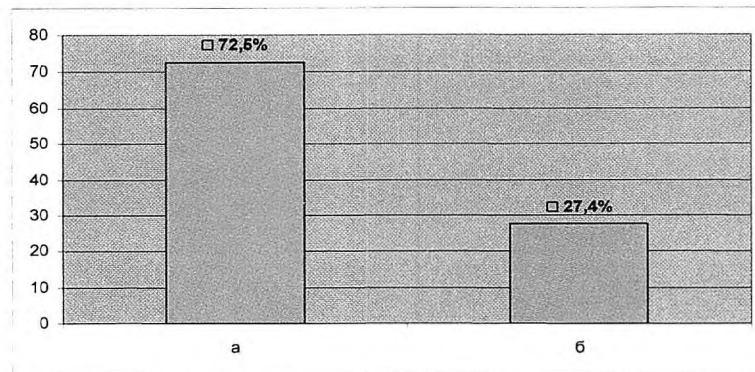
Добиени фреквенции

		задавање домашна работа			Вкупно:
		поретко од еднаш неделно	1 - 2 пати неделно	3 - 4 пати неделно	
Возраст	до 40 години	25 (15,2%)	10 (6%)	25 (15,2%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	20 (12,1%)	10 (6%)	25 (15,2%)	55 (33,5%)
	над 50 години	23 (14%)	19 (11,5%)	7 (4,2%)	49 (29,8%)
Вкупно:		68 (41,4%)	39 (23,7%)	57 (34,7%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 4 \\
 p &= 0,00319 \\
 \chi^2 &= \mathbf{15,88} \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 9,49 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 13,28
 \end{aligned}$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа алтернативната хипотеза која гласи: *Бројот на домашните работи зададени на учениците неделно по предметот Математика, зависи од возраста на наставникот.*

11. Дали на сите ученици им задавате иста домашна работа по математика:
- Најчесто иста домашна работа
 - Најчесто различна домашна работа



Графикон 11: Изјаснување на наставниците за зачестеноста на задавање на иста домашна работа по математика на учениците.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето за видот на **домашна работа** (утврдување на зависноста **работно искуство-вид на домашната работа по математика**):

Нулта Задавањето домашна работа по Математика (иста или различна) **не** хипотеза: **зависи** од работното искуство на наставникот.

Добиени фреквенции

		задавање домашна работа		Вкупно:
		најчесто иста домашна работа	најчесто различна домашна работа	
работно искуство	до 10 години	35 (21,3%)	7 (4,2%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	48 (29,2%)	24 (14,6%)	72 (43,9%)
	над 25 години	36 (21,9%)	14 (8,5%)	50 (30,4%)
Вкупно:		119 (72,5%)	45 (27,4%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 2 \\
 p &= 0,15628 \\
 X^2 &= 3,71 \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 5,99 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 9,21
 \end{aligned}$$

Нултата хипотеза се прифаќа.

Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** изјаснувањето за видот на **домашна работа** (утврдување на зависноста **возраст- вид на домашната работа по математика**):

Нулта Задавањето домашна работа по Математика (иста или различна) не
хипотеза: **зависи** од возраста на наставникот.

Добиени фреквенции

		задавање домашна работа		Вкупно:
		најчесто иста домашна работа	најчесто различна домашна работа	
возраст	до 40 години	38 (23,1%)	22 (13,4%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	44 (26,8%)	11 (6,7%)	55 (33,5%)
	над 50 години	37 (22,5%)	12 (7,3%)	49 (29,8%)
Вкупно:		119 (72,5%)	45 (27,4%)	164 (100%)

$$df = 2$$

$$p = 0,11597$$

$$X^2 = 4,31$$

$$x^2_{(0,05)} = 5,99$$

$$x^2_{(0,01)} = 9,21$$

Нултата хипотеза се прифаќа. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

12. Во кој степен ги користите следните средства и материјали во наставата (телевизор, видео рекордер, компјутер, модели на геометриски тела, метра, ленијари, мерички, ваги, материјали за математички игри, разни видови книги за деца и енциклопедии, лексикони):

а. Телевизор

б. Видео рикордер

в. Компјутер

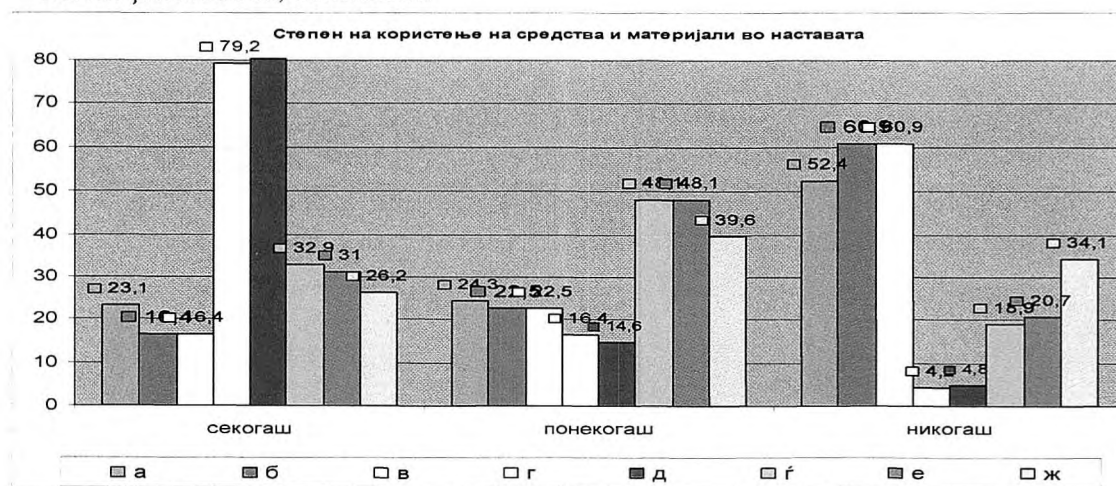
г. Модели на геометриски тела

д. Метра, ленијари, мерички, ваги

е. Материјали за математички игри

ж. Разни видови книги за деца

з. Енциклопедии, лексикони



Графикон 12: Изјаснување на наставниците за степенот на користење на средства и материјали во наставата.

Коментар: Условите во училиштата се еден од битните компоненти за постигнување на подобар успех кај учениците.

Опременоста на училниците во кои се одвива одделенската настава, односно колку на наставниците им се на располагање одделни средства и материјали што им се потребни за наставата е битен стимулативен елемент кој придонесува на развој на математичките компетенции, а со тоа предуслов за соодветна примена на методичките модели во таа функција. Испитувањето покажа дека една таква состојба не е толку задоволителна.

На најголем дел од наставниците ретко им се достапни скапите наставни средства какви што се видеорикордерите и телевизорите, па дури и компјутерите (иако скоро сите училишта се снабдени со компјутери, но истите се уште, во голема мера, не се ставени во функција за кое се набавени). Но и некои од наставните материјали што не се скапи (материјали за математички игри, разни видови книги за деца, енциклопедии, лексикони, а се сврзани со интерактивните приоди во наставата што се очекува да се користат при реализацијата на наставната програма, не се во задоволителна мера достапни на наставниците. Од друга страна, Модели на геометриски тела и Метра, ленијари, мерички, ваги, како наставни средства се во поголема мера достапни на наставниците, можеби од причина што се тесно поврзани со реализацијата на наставните содржини.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето за степенот на користење на **телевизорот во наставата** (утврдување на зависноста **работно искуство-користење на телевизор во наставата**):

Нулта *Степенот на користење на **телевизор** во наставата, не зависи од* хипотеза: *работното искуство на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на користење на <i>телевизор</i> во наставата			Вкупно:
		секогаш	понекогаш	никогаш	
работно искуство	до 10 години	9 (5,4%)	10 (6%)	23 (14%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	15 (9,1%)	18 (10,9%)	39 (23,7%)	72 (43,9%)
	над 25 години	14 (8,5%)	12 (7,3%)	24 (14,6%)	50 (30,4%)
Вкупно:		38 (23,1%)	40 (24,3%)	86 (52,4%)	164 (100%)

$$df = 4$$

$$p = 0,90674$$

$$\chi^2 = 1,02$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 9,49$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 13,28$$

Нултата хипотеза се прифаќа.Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето за степенот на користење на **телевизорот во наставата** (утврдување на зависноста **возраст-користење на телевизор во наставата**):

Нулта *Степенот на користење на **телевизор** во наставата, не зависи од*
хипотеза: *возраста на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на користење на телевизор во наставата			Вкупно:
		секогаш	понекогаш	никогаш	
возраст	до 40 години	12 (7,3%)	16 (9,7%)	32 (19,5%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	11 (6,7%)	12 (7,3%)	32 (19,5%)	55 (33,5%)
	над 50 години	15 (9,1%)	12 (7,3%)	22 (13,4%)	49 (29,8%)
Вкупно:		38 (23,1%)	40 (24,3%)	86 (52,4%)	164 (100%)

$$df = 4$$

$$p = 0,58609$$

$$\chi^2 = 2,83$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 9,49$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 13,28$$

Нултата хипотеза се прифаќа. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето за степенот на користење на **видео рикордер во наставата** (утврдување на зависноста **работно искуство-користење на видео рикордер во наставата**):

Нулта *Степенот на користење на **видео рикордер** во наставата, не зависи од*
хипотеза: *од работното искуство на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на користење на видео рикордер во наставата			Вкупно:
		секогаш	понекогаш	никогаш	
работно искуство	до 10 години	6 (3,6%)	12 (7,3%)	24 (14,6%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	8 (4,8%)	22 (13,4%)	42 (25,6%)	72 (43,9%)
	над 25 години	13 (7,9%)	3 (1,8%)	34 (20,7%)	50 (30,4%)
Вкупно:		27 (16,4%)	37 (22,5%)	100 (60,9%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 4 \\
 p &= 0,00902 \\
 \chi^2 &= \mathbf{13,51} \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 9,49 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 13,28
 \end{aligned}$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа *алтернативната хипотеза* која гласи: *Степенот на користење на **видео рикордер** во наставата, **зависи** од работното искуство на наставникот.*

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на ***возраст*** наспроти изјаснувањето за степенот на користење на ***видео рикордер*** во наставата (утврдување на зависноста ***возраст-користење на видео рикордер во наставата***):

Нулта хипотеза: *Степенот на користење на **видео рикордер** во наставата, **не** зависи од возраста на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на користење на <i>видео рикордер</i> во наставата			Вкупно:
		секогаш	понекогаш	никогаш	
возраст	до 40 години	9 (5,4%)	10 (6%)	41 (25%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	15 (9,1%)	18 (10,9%)	22 (13,4%)	55 (33,5%)
	над 50 години	3 (1,8%)	9 (5,4%)	37 (22,5%)	49 (29,8%)
Вкупно:		27 (16,4%)	37 (22,5%)	100 (60,9%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 4 \\
 p &= 0,00178 \\
 \chi^2 &= \mathbf{17,19} \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 9,49 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 13,28
 \end{aligned}$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа *алтернативната хипотеза* која гласи: *Степенот на користење на **видео рикордер** во наставата, **зависи** од возраста на наставникот.*

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на ***работно искуство*** наспроти изјаснувањето за степенот на користење на ***компјутер*** во наставата (утврдување на зависноста ***работно искуство-користење на компјутер во наставата***):

Нулта хипотеза: *Степенот на користење на **компјутер** во наставата, **не** зависи од работното искуство на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на користење на <i>компјутер</i> во наставата			Вкупно:
		секогаш	понекогаш	никогаш	
работно искуство	до 10 години	8 (4,8%)	11 (6,7%)	23 (14%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	10 (6%)	18 (10,9%)	44 (26,8%)	72 (43,9%)
	над 25 години	9 (5,4%)	8 (4,8%)	33 (20,1%)	50 (30,4%)
Вкупно:		27 (16,4%)	37 (22,5%)	100 (60,9%)	164 (100%)

$$df = 4$$

$$p = 0,66368$$

$$X^2 = 2,39$$

$$x^2_{(0,05)} = 9,49$$

$$x^2_{(0,01)} = 13,28$$

Нултата хипотеза се прифаќа. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето за степенот на користење на *компјутер* во наставата (утврдување на зависноста **возраст-користење на компјутер во наставата**):

Нулта *Степенот на користење на компјутер во наставата, не зависи од*
хипотеза: *возраста на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на користење на <i>компјутер</i> во наставата			Вкупно:
		секогаш	понекогаш	никогаш	
возраст	до 40 години	33 (20,1%)	18 (10,9%)	9 (5,4%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	33 (20,1%)	12 (7,3%)	10 (6%)	55 (33,5%)
	над 50 години	30 (18,2%)	15 (9,1%)	4 (2,4%)	49 (29,8%)
Вкупно:		96 (58,5%)	45 (27,4%)	23 (14%)	164 (100%)

$$df = 4$$

$$p = 0,54385$$

$$X^2 = 3,08$$

$$x^2_{(0,05)} = 9,49$$

$$x^2_{(0,01)} = 13,28$$

Нултата хипотеза се прифаќа.

Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето за степенот на користење на *Модели на геомтериски тела во наставата* (утврдување на зависноста **работно искуство-користење на Модели на геометриски тела во наставата**):

Нулта Степенот на користење на **моделите на геометриски тела** во хипотеза: *наставата, не зависи од работното искуство на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на користење на модели на геометриски тела во наставата			Вкупно:
		секогаш	понекогаш	никогаш	
работно искуство	до 10 години	23 (14%)	15 (9,1%)	4 (2,4%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	62 (37,8%)	8 (4,8%)	2 (1,2%)	72 (43,9%)
	над 25 години	45 (27,4%)	4 (2,4%)	1 (0,6%)	50 (30,4%)
	Вкупно:	130 (79,2%)	27 (16,4%)	7 (4,2%)	164 (100%)

$$df = 4$$

$$p = 0,00033$$

$$X^2 = 20,91$$

$$x^2_{(0,05)} = 9,49$$

$$x^2_{(0,01)} = 13,28$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа *алтернативната хипотеза* која гласи: **Степенот на користење на модели на геометриски тела во наставата, зависи од работното искуство на наставникот.**

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето за степенот на користење на *Модели на геомтериски тела во наставата* (утврдување на зависноста **возраст-користење на Модели на геометриски тела во наставата**):

Нулта Степенот на користење на **моделите на геометриски тела** во хипотеза: *наставата, не зависи од возраста на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на користење на модели на геометриски тела во наставата			Вкупно:
		секогаш	понекогаш	никогаш	
возраст	до 40 години	43 (26,2%)	16 (9,7%)	1 (0,6%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	40 (24,3%)	10 (6%)	5 (3%)	55 (33,5%)
	над 50 години	47 (28,6%)	1 (0,6%)	1 (0,6%)	49 (29,8%)
	Вкупно:	130 (79,2%)	27 (16,4%)	7 (4,2%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}df &= 4 \\p &= 0,00189 \\X^2 &= \mathbf{17,05} \\x^2_{(0,05)} &= 9,49 \\x^2_{(0,01)} &= 13,28\end{aligned}$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа *алтернативната хипотеза* која гласи: *Степенот на користење на модели на геометриски тела во наставата, зависи од возраста на наставникот.*

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на *работно искуство* наспроти изјаснувањето за степенот на користење на *Метра, ленијари, мерички, ваги во наставата* (утврдување на зависноста *работно искуство-користење на Метра, ленијари, мерички, ваги во наставата*):

Нулта *Степенот на користење на Метра, ленијари, мерички, ваги во* хипотеза: *наставата, не зависи од работното искуство на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на користење на <i>Метра, ленијари, мерички, ваги</i> во наставата			Вкупно:
		секогаш	понекогаш	никогаш	
работно искуство	до 10 години	24 (14,6%)	15 (9,1%)	3 (1,8%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	60 (36,5%)	8 (4,8%)	4 (2,4%)	72 (43,9%)
	над 25 години	48 (29,2%)	1 (0,6%)	1 (0,6%)	50 (30,4%)
Вкупно:		132 (80,4%)	24 (14,6%)	8 (4,8%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}df &= 4 \\p &= 0,00006 \\X^2 &= \mathbf{24,59} \\x^2_{(0,05)} &= 9,49 \\x^2_{(0,01)} &= 13,28\end{aligned}$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа *алтернативната хипотеза* која гласи: *Степенот на користење на Метра, ленијари, мерички, ваги во наставата, зависи од работното искуство на наставникот.*

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на *возраст* наспроти изјаснувањето за степенот на користење на *Метра, ленијари, мерички, ваги во наставата* (утврдување на зависноста *возраст-користење на Метра, ленијари, мерички, ваги во наставата*):

Нулта *Степенот на користење на Метра, ленијари, мерички, ваги во* хипотеза: *наставата, не зависи од возраста на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на користење на <i>Метра, ленијари, мерички, ваги</i> во наставата			Вкупно:
		секогаш	понекогаш	никогаш	
возраст	до 40 години	42 (25,6%)	11 (6,7%)	7 (4,2%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	45 (27,4%)	9 (5,4%)	1 (0,6%)	55 (33,5%)
	над 50 години	45 (27,4%)	4 (2,4%)	0 (0%)	49 (29,8%)
Вкупно:		132 (80,4%)	24 (14,6%)	8 (4,8%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}df &= 4 \\p &= 0,00033 \\X^2 &= \mathbf{20,92} \\x^2_{(0,05)} &= 9,49 \\x^2_{(0,01)} &= 13,28\end{aligned}$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа *алтернативната хипотеза* која гласи: *Степенот на користење на Метра, ленијари, мерички, ваги во наставата, зависи од возраста на наставникот.*

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на *работно искуство* наспроти изјаснувањето за степенот на користење на *Материјали за математички игри во наставата* (утврдување на зависноста *работно искуство-користење на Материјали за математички игри во наставата*):

Нулта *Степенот на користење на Материјали за математички игри во* хипотеза: *наставата, не зависи од работното искуство на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на користење на <i>Материјали за математички игри</i> во наставата			Вкупно:
		секогаш	понекогаш	никогаш	
работно искуство	до 10 години	13 (7,9%)	23 (14%)	6 (3,6%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	25 (15,2%)	35 (21,3%)	12 (7,3%)	72 (43,9%)
	над 25 години	16 (9,7%)	21 (12,8%)	13 (7,9%)	50 (30,4%)
Вкупно:		54 (32,9%)	79 (48,1%)	31 (18,9%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}df &= 4 \\p &= 0,57356 \\X^2 &= \mathbf{2,91} \\x^2_{(0,05)} &= 9,49 \\x^2_{(0,01)} &= 13,28\end{aligned}$$

Нултата хипотеза се задржува.Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето за степенот на користење на **Материјали за математички игри во наставата** (утврдување на зависноста **возраст-користење на Материјали за математички игри во наставата**):

Нулта *Степенот на користење на Материјали за математички игри во*
хипотеза: *наставата, не зависи од возраста на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на користење на <i>Материјали за математички игри во наставата</i>			Вкупно:
		секогаш	понекогаш	никогаш	
возраст	до 40 години	18 (10,9%)	31 (18,9%)	11 (6,7%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	16 (9,7%)	26 (15,8%)	13 (7,9%)	55 (33,5%)
	над 50 години	20 (12,1%)	22 (13,4%)	7 (4,2%)	49 (29,8%)
Вкупно:		54 (32,9%)	79 (48,1%)	31 (18,9%)	164 (100%)

$$df = 4$$

$$p = 0,58952$$

$$X^2 = 2,81$$

$$x^2_{(0,05)} = 9,49$$

$$x^2_{(0,01)} = 13,28$$

Нултата хипотеза се прифаќа. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето за степенот на користење на **Разни видови книги за деца во наставата** (утврдување на зависноста **работно искуство-користење на Разни видови книги за деца во наставата**):

Нулта *Степенот на користење на Разни видови книги за деца во*
хипотеза: *наставата, не зависи од работното искуство на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на користење на <i>Разни видови книги за деца во наставата</i>			Вкупно:
		секогаш	понекогаш	никогаш	
работно искуство	до 10 години	9 (5,4%)	20 (12,1%)	13 (7,9%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	18 (10,9%)	34 (20,7%)	20 (12,1%)	72 (43,9%)
	над 25 години	24 (14,6%)	25 (15,2%)	1 (0,6%)	50 (30,4%)
Вкупно:		51 (31%)	79 (48,1%)	34 (20,7%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}df &= 4 \\p &= 0,00076 \\X^2 &= \mathbf{19,07} \\x^2_{(0,05)} &= 9,49 \\x^2_{(0,01)} &= 13,28\end{aligned}$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа *алтернативната хипотеза* која гласи: *Степенот на користење на **Разни видови книги за деца** во наставата, зависи од работното искуство на наставникот.*

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето за степенот на користење на *Разни видови книги за деца во наставата* (утврдување на зависноста **возраст-користење на Разни видови книги за деца во наставата**):

Нулта *Степенот на користење на **Разни видови книги за деца** во наставата,* хипотеза: ***не зависи** од возраста на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на користење на <i>Разни видови книги за деца</i> во наставата			Вкупно:
		секогаш	понекогаш	никогаш	
возраст	до 40 години	15 (9,1%)	30 (18,2%)	15 (9,1%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	13 (7,9%)	25 (15,2%)	17 (10,3%)	55 (33,5%)
	над 50 години	23 (14%)	24 (14,6%)	2 (1,2%)	49 (29,8%)
Вкупно:		51 (31%)	79 (48,1%)	34 (20,7%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}df &= 4 \\p &= 0,00358 \\X^2 &= \mathbf{15,62} \\x^2_{(0,05)} &= 9,49 \\x^2_{(0,01)} &= 13,28\end{aligned}$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа *алтернативната хипотеза* која гласи: *Степенот на користење на **Разни видови книги за деца** во наставата, зависи од возраста на наставникот.*

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето за степенот на користење на *Енциклопедии, лексикони во наставата* (утврдување на зависноста **работно искуство-користење на Енциклопедии, лексикони во наставата**):

Нулта *Степенот на користење на **Енциклопедии, лексикони** во наставата,* хипотеза: ***не зависи** од работното искуство на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на користење на <i>Енциклопедии, лексикони</i> во наставата			Вкупно:
		секогаш	понекогаш	никогаш	
работно искуство	до 10 години	9 (5,4%)	10 (6%)	23 (14%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	15 (9,1%)	29 (17,6%)	28 (17%)	72 (43,9%)
	над 25 години	19 (11,5%)	26 (15,8%)	5 (3%)	50 (30,4%)
Вкупно:		43 (26,2%)	65 (39,6%)	56 (34,1%)	164 (100%)

$$df = 4$$

$$p = 0,00015$$

$$\chi^2 = 22,64$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 9,49$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 13,28$$

Нултата хипотеза се прифаќа. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето за степенот на користење на *Енциклопедии, лексикони* во наставата (утврдување на зависноста **возраст-користење на Енциклопедии, лексикони во наставата**):

Нулта *Степенот на користење на Енциклопедии, лексикони во наставата*, хипотеза: **не зависи** од *возраста на наставникот*.

Добиени фреквенции

		степен на користење на Енциклопедии, лексикони во наставата			Вкупно:
		секогаш	понекогаш	никогаш	
возраст	до 40 години	9 (5,4%)	32 (19,5%)	19 (11,5%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	14 (8,5%)	25 (15,2%)	16 (9,7%)	55 (33,5%)
	над 50 години	20 (12,1%)	8 (4,8%)	21 (12,8%)	49 (29,8%)
Вкупно:		43 (26,2%)	65 (39,6%)	56 (34,1%)	164 (100%)

$$df = 4$$

$$p = 0,00098$$

$$\chi^2 = 18,51$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 9,49$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 13,28$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа *алтернативната хипотеза* која гласи: **Степенот на користење на Енциклопедии, лексикони во наставата, зависи** од *возраста на наставникот*.

13. Во кој степен ги применувате следните приоди во наставата и учењето:

- а. Учење преку решавање на проблеми
- б. Учење преку проекти во наставата и учењето
- в. Самостојно истражување во наставата и учењето
- г. Стратегии на критичко мислење во наставата и учењето
- д. Проекти за решавање проблеми преку дизајнирање во наставата и учењето
- ѓ. Автентично учење
- е. Претприемничко учење
- жс. Други приоди во наставата и учењето

	Степен на примена на приоди во наставата и учењето				
	Многу мал				Многу голем
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Учење преку решавање на проблеми во наставата и учењето	5 (3%)	7 (4,2%)	33 (20,1%)	63 (38,4%)	56 (34,1%)
Учење преку проекти во наставата и учењето	17 (10,3%)	20 (12,1%)	48 (29,2%)	58 (35,3%)	21 (12,8%)
Самостојно истражување во наставата и учењето	9 (5,4%)	14 (8,5%)	45 (27,4%)	54 (32,9%)	42 (25,6%)
Стратегии на критичко мислење во наставата и учењето	12 (7,3%)	18 (10,9%)	56 (34,1%)	51 (31%)	27 (16,4%)
Проекти за решавање проблеми преку дизајнирање во наставата и учењето	35 (21,3%)	34 (20,7%)	40 (24,3%)	41 (25%)	14 (8,5%)
Автентично учење	17 (10,3%)	24 (14,6%)	69 (42%)	36 (21,9%)	18 (10,9%)
Претприемничко учење	24 (14,6%)	29 (17,6%)	55 (33,5%)	42 (25,6%)	14 (8,5%)
Други приоди во наставата и учењето	26 (15,8%)	25 (15,2%)	56 (34,1%)	29 (17,6%)	28 (17%)

Коментар: Значајноста на χ^2 во последниве вкрстувања и квантитативно го потврдуваат влијанието на разновидните приоди во наставата и учењето сообразно со зачестеноста на нивното практикување. Варијациите на влијание зависно од демографските карактеристики на испитаниците се прикажани во продолжение и тие се интересни како сознание, но во основа не го доведуваат во прашање генералното позитивно влијание на различните приоди врз развојот на математичките компетенции на учениците.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето за степенот на примена на *Учење преку решавање на проблеми во наставата и учењето* (утврдување на зависноста **работно искуство-степен на примена на Учење преку решавање на проблеми во наставата и учењето**):

Нулта *Степенот на примена на учење преку решавање на проблеми* **не** хипотеза: *зависи* од *работното искуство на наставникот*.

Алтернативна хипотеза: *Степенот на примена на учење преку решавање на проблеми зависи од работното искуство на наставни*

Добиени фреквенции

		степен на примена на учење преку решавање на проблеми					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
работно искуство	до 10 години	3 (1,8%)	1 (0,6%)	8 (4,8%)	15 (9,1%)	15 (9,1%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	1 (0,6%)	3 (1,8%)	14 (8,5%)	28 (17%)	26 (15,8%)	72 (43,9%)
	над 25 години	1 (0,6%)	3 (1,8%)	11 (6,7%)	20 (12,1%)	15 (9,1%)	50 (30,4%)
	Вкупно:	5 (3%)	7 (4,2%)	33 (20,1%)	63 (38,4%)	56 (34,1%)	164 (100%)

Очекувани фреквенции

		степен на примена на учење преку решавање на проблеми					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
работно искуство	до 10 години	1,28	1,79	8,45	16,13	14,34	1,28
	11 до 25 години	2,20	3,07	14,49	27,66	24,59	2,20
	над 25 години	1,52	2,13	10,06	19,21	17,07	1,52
	Вкупно:	5	7	33	63	56	5

Со оглед дека во 6 од вкупно 15 келии во табелата со Очекувани фреквенции, се јавува вредност помала од 5, хи-квадрат нема логика да се разгледува!

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето за степенот на примена на *Учење преку решавање на проблеми во наставата и учењето* (утврдување на зависноста **возраст- степен на примена на Учење преку решавање на проблеми во наставата и учењето**):

Нулта хипотеза: *Степенот на примена на учење преку решавање на проблеми не зависи од возраста на наставникот.*

Алтернативна хипотеза: *Степенот на примена на учење преку решавање на проблеми зависи од возраста на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на примена на учење преку решавање на проблеми					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
возраст	до 10 години	2 (1,2%)	3 (1,8%)	12 (7,3%)	23 (14%)	20 (12,1%)	60 (36,5%)
	11 до 25 години	2 (1,2%)	2 (1,2%)	11 (6,7%)	21 (12,8%)	19 (11,5%)	55 (33,5%)
	над 25 години	1 (0,6%)	2 (1,2%)	7 (4,2%)	19 (11,5%)	20 (12,1%)	49 (29,8%)
Вкупно:		5 (3%)	7 (4,2%)	30 (18,2%)	63 (38,4%)	59 (35,9%)	164 (100%)

Очекувани фреквенции

		степен на примена на учење преку решавање на проблеми					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
Возраст	до 10 години	1,83	2,56	10,98	23,05	21,59	60
	11 до 25 години	1,68	2,35	10,06	21,13	19,79	55
	над 25 години	1,49	2,09	8,96	18,82	17,63	49
Вкупно:		5	7	30	63	59	164

Со оглед дека во 6 од вкупно 15 келии во табелата со Очекувани фреквенции, се јавува вредност помала од 5, хи-квадрат нема логика да се разгледува!

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето за степенот на примена на **Учење преку проекти во наставата и учењето** (утврдување на зависноста **работно искуство-степен на примена на Учење преку проекти во наставата и учењето**):

Нулта Степенот на примена на учење преку проекти **не зависи** од хипотеза: **работното искуство на наставникот.**

Добиени фреквенции

		степен на примена на учење преку проекти					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
работно искуство	до 10 години	4 (2,4%)	5 (3%)	15 (9,1%)	14 (8,5%)	4 (2,4%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	7 (4,2%)	8 (4,8%)	21 (12,8%)	25 (15,2%)	11 (6,7%)	72 (43,9%)
	над 25 години	6 (3,6%)	7 (4,2%)	12 (7,3%)	19 (11,5%)	6 (3,6%)	50 (30,4%)
Вкупно:		17 (10,3%)	20 (12,1%)	48 (29,2%)	58 (35,3%)	21 (12,8%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 8 \\
 p &= 0,96875 \\
 \chi^2 &= 2,34 \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 18,31 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 23,21
 \end{aligned}$$

Нултата хипотеза се прифаќа. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето за степенот на примена на **Учење преку проекти во наставата и учењето** (утврдување на зависноста **возраст- степен на примена на Учење преку проекти во наставата и учењето**):

Нулта *Степенот на примена на учење преку проекти не зависи од* хипотеза: *возраста на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на примена на учење преку проекти					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
возраст	до 10 години	5 (3%)	8 (4,8%)	17 (10,3%)	23 (14%)	7 (4,2%)	60 (36,5%)
	11 до 25 години	6 (3,6%)	8 (4,8%)	15 (9,1%)	22 (13,4%)	4 (2,4%)	55 (33,5%)
	над 25 години	6 (3,6%)	4 (2,4%)	16 (9,7%)	13 (7,9%)	10 (6%)	49 (29,8%)
	Вкупно:	17 (10,3%)	20 (12,1%)	48 (29,2%)	58 (35,3%)	21 (12,8%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 8 \\
 p &= 0,55566 \\
 \chi^2 &= 6,82 \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 18,31 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 23,21
 \end{aligned}$$

Нултата хипотеза се прифаќа.

Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето за степенот на примена на **Самостојно истражување во наставата и учењето** (утврдување на зависноста **работно искуство-степен на примена на Самостојно истражување во наставата и учењето**):

Нулта *Степенот на примена на самостојно истражување не зависи од* хипотеза: *работното искуство на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на примена на самостојно истражување					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
работно искуство	до 10 години	2 (1,2%)	5 (3%)	11 (6,7%)	15 (9,1%)	9 (5,4%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	3 (1,8%)	7 (4,2%)	19 (11,5%)	24 (14,6%)	19 (11,5%)	72 (43,9%)
	над 25 години	4 (2,4%)	2 (1,2%)	15 (9,1%)	15 (9,1%)	14 (8,5%)	50 (30,4%)
Вкупно:		9 (5,4%)	14 (8,5%)	45 (27,4%)	54 (32,9%)	42 (25,6%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 8 \\
 p &= 0,89552 \\
 \chi^2 &= \mathbf{3,55} \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 18,31 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 23,21
 \end{aligned}$$

Нултата хипотеза се прифаќа. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето за степенот на примена на *Самостојно истражување во наставата и учењето* (утврдување на зависноста **возраст- степен на примена на Самостојно истражување во наставата и учењето**):

Нулта хипотеза: *Степенот на примена на самостојно истражување не зависи од возраста на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на примена на самостојно истражување					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
возраст	до 10 години	3 (1,8%)	5 (3%)	16 (9,7%)	21 (12,8%)	15 (9,1%)	60 (36,5%)
	11 до 25 години	2 (1,2%)	6 (3,6%)	15 (9,1%)	19 (11,5%)	13 (7,9%)	55 (33,5%)
	над 25 години	4 (2,4%)	3 (1,8%)	14 (8,5%)	14 (8,5%)	14 (8,5%)	49 (29,8%)
Вкупно:		9 (5,4%)	14 (8,5%)	45 (27,4%)	54 (32,9%)	42 (25,6%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 8 \\
 p &= 0,96580 \\
 \chi^2 &= \mathbf{2,41} \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 18,31 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 23,21
 \end{aligned}$$

Нултата хипотеза се прифаќа. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето за степенот на примена на *Стратегии на критичко мислење во наставата и учењето* (утврдување на зависноста **работно искуство-степен на примена на Стратегии на критичко мислење во наставата и учењето**):

Нулта хипотеза: *Степенот на примена на стратегии на критичко мислење не зависи од работното искуство на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на примена на стратегии на критичко мислење					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
работно искуство	до 10 години	3 (1,8%)	5 (3%)	15 (9,1%)	14 (8,5%)	5 (3%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	4 (2,4%)	9 (5,4%)	22 (13,4%)	27 (16,4%)	10 (6%)	72 (43,9%)
	над 25 години	5 (3%)	4 (2,4%)	19 (11,5%)	10 (6%)	12 (7,3%)	50 (30,4%)
Вкупно:		12 (7,3%)	18 (10,9%)	56 (34,1%)	51 (31%)	27 (16,4%)	164 (100%)

$$df = 8$$

$$p = 0,48904$$

$$\chi^2 = 7,45$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 18,31$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 23,21$$

Нултата хипотеза се прифаќа. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето за степенот на примена на *Стратегии на критичко мислење во наставата и учењето* (утврдување на зависноста **возраст- степен на примена на Стратегии на критичко мислење во наставата и учењето**):

Нулта хипотеза: *Степенот на примена на стратегии на критичко мислење не зависи од возраста на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на примена на стратегии на критичко мислење					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
возраст	до 10 години	3 (1,8%)	7 (4,2%)	19 (11,5%)	21 (12,8%)	10 (6%)	60 (36,5%)
	11 до 25 години	3 (1,8%)	6 (3,6%)	22 (13,4%)	18 (10,9%)	6 (3,6%)	55 (33,5%)
	над 25 години	6 (3,6%)	5 (3%)	15 (9,1%)	12 (7,3%)	11 (6,7%)	49 (29,8%)
Вкупно:		12 (7,3%)	18 (10,9%)	56 (34,1%)	51 (31%)	27 (16,4%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 8 \\
 p &= 0,60848 \\
 \chi^2 &= \mathbf{6,35} \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 18,31 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 23,21
 \end{aligned}$$

Нултата хипотеза се прифаќа. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето за степенот на примена на *Проекти за решавање проблеми преку дизајнирање во наставата и учењето* (утврдување на зависноста **работно искуство-степен на примена на Проекти за решавање проблеми преку дизајнирање во наставата и учењето**):

Нулта хипотеза: *Степенот на примена на Проекти за решавање проблеми преку дизајнирање не зависи од работното искуство на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на примена на Проекти за решавање проблеми преку дизајнирање					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
работно искуство	до 10 години	10 (6%)	11 (6,7%)	10 (6%)	10 (6%)	1 (0,6%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	14 (8,5%)	15 (9,1%)	19 (11,5%)	18 (10,9%)	6 (3,6%)	72 (43,9%)
	над 25 години	11 (6,7%)	8 (4,8%)	11 (6,7%)	13 (7,9%)	7 (4,2%)	50 (30,4%)
	Вкупно:	35 (21,3%)	34 (20,7%)	40 (24,3%)	41 (25%)	14 (8,5%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 8 \\
 p &= 0,72550 \\
 \chi^2 &= \mathbf{5,30} \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 18,31 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 23,21
 \end{aligned}$$

Нултата хипотеза се прифаќа.

Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето за степенот на примена на *Проекти за решавање проблеми преку дизајнирање во наставата и учењето* (утврдување на зависноста **возраст- степен на примена на Проекти за решавање проблеми преку дизајнирање во наставата и учењето**):

Нулта *Степенот на примена на Проекти за решавање проблеми преку*
хипотеза: *дизајнирање не зависи од возраста на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на примена на Проекти за решавање проблеми преку дизајнирање					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
возраст	до 10 години	11 (6,7%)	14 (8,5%)	14 (8,5%)	16 (9,7%)	5 (3%)	60 (36,5%)
	11 до 25 години	12 (7,3%)	10 (6%)	16 (9,7%)	15 (9,1%)	2 (1,2%)	55 (33,5%)
	над 25 години	12 (7,3%)	10 (6%)	10 (6%)	10 (6%)	7 (4,2%)	49 (29,8%)
Вкупно:		35 (21,3%)	34 (20,7%)	40 (24,3%)	41 (25%)	14 (8,5%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 8 \\
 p &= 0,67591 \\
 \chi^2 &= \mathbf{5,74} \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 18,31 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 23,21
 \end{aligned}$$

Нултата хипотеза се прифаќа.Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето за степенот на примена на **Автентично учење** (утврдување на зависноста **работно искуство-степен на примена на Автентично учење**):

Нулта *Степенот на примена на Автентично учење не зависи од*
хипотеза: *работното искуство на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на примена на Автентично учење					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
работно искуство	до 10 години	4 (2,4%)	6 (3,6%)	17 (10,3%)	8 (4,8%)	7 (4,2%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	7 (4,2%)	10 (6%)	29 (17,6%)	16 (9,7%)	10 (6%)	72 (43,9%)
	над 25 години	6 (3,6%)	8 (4,8%)	23 (14%)	12 (7,3%)	1 (0,6%)	50 (30,4%)
Вкупно:		17 (10,3%)	24 (14,6%)	69 (42%)	36 (21,9%)	18 (10,9%)	164 (100%)

$$df = 8$$

$$\begin{aligned}
 p &= 0,61699 \\
 \chi^2 &= \mathbf{6,27} \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 18,31 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 23,21
 \end{aligned}$$

Нултата хипотеза се задржува.

Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето за степенот на примена на *Автентично учење* (утврдување на зависноста **возраст- степен на примена на Автентично учење**):

Нулта *Степенот на примена на Автентично учење не зависи од*
хипотеза: *возраста на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на примена на Автентично учење					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
возраст	до 10 години	5 (3%)	10 (6%)	22 (13,4%)	14 (8,5%)	9 (5,4%)	60 (36,5%)
	11 до 25 години	5 (3%)	9 (5,4%)	25 (15,2%)	14 (8,5%)	2 (1,2%)	55 (33,5%)
	над 25 години	7 (4,2%)	5 (3%)	22 (13,4%)	8 (4,8%)	7 (4,2%)	49 (29,8%)
Вкупно:		17 (10,3%)	24 (14,6%)	69 (42%)	36 (21,9%)	18 (10,9%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 8 \\
 p &= 0,45429 \\
 \chi^2 &= \mathbf{7,79} \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 18,31 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 23,21
 \end{aligned}$$

Нултата хипотеза се прифаќа.

Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето за степенот на примена на *Претприемничко учење* (утврдување на зависноста **работно искуство-степен на примена на Претприемничко учење**):

Нулта *Степенот на примена на Претприемничко учење не зависи од*
хипотеза: *работното искуство на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на примена на Претприемничко учење					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
работно искуство	до 10 години	7 (4,2%)	10 (6%)	14 (8,5%)	10 (6%)	1 (0,6%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	11 (6,7%)	13 (7,9%)	23 (14%)	18 (10,9%)	7 (4,2%)	72 (43,9%)
	над 25 години	6 (3,6%)	6 (3,6%)	18 (10,9%)	14 (8,5%)	6 (3,6%)	50 (30,4%)
	Вкупно:	24 (14,6%)	29 (17,6%)	55 (33,5%)	42 (25,6%)	14 (8,5%)	164 (100%)

$$df = 8$$

$$p = 0,73683$$

$$\chi^2 = 5,19$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 18,31$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 23,21$$

Нултата хипотеза се прифаќа.

Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето за степенот на примена на Претприемничко учење (утврдување на зависноста **возраст- степен на примена на Претприемничко учење**):

Нулта Степенот на примена на Претприемничко учење не зависи од хипотеза: *возраста на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на примена на Претприемничко учење					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
возраст	до 10 години	8 (4,8%)	12 (7,3%)	21 (12,8%)	16 (9,7%)	3 (1,8%)	60 (36,5%)
	11 до 25 години	8 (4,8%)	10 (6%)	19 (11,5%)	13 (7,9%)	5 (3%)	55 (33,5%)
	над 25 години	8 (4,8%)	7 (4,2%)	15 (9,1%)	13 (7,9%)	6 (3,6%)	49 (29,8%)
	Вкупно:	24 (14,6%)	29 (17,6%)	55 (33,5%)	42 (25,6%)	14 (8,5%)	164 (100%)

$$df = 8$$

$$p = 0,95336$$

$$\chi^2 = 2,67$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 18,31$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 23,21$$

Нултата хипотеза се прифаќа. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето за степенот на примена на *Други приоди во наставата и учењето* (утврдување на зависноста **работно искуство-степен на примена на Други приоди во наставата и учењето**):

Нулта *Степенот на примена на други приоди во наставата и учењето не*
хипотеза: **зависи** од работното искуство на наставникот.

Добиени фреквенции

		степен на примена на други приоди во наставата и учењето					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
работно искуство	до 10 години	7 (4,2%)	6 (3,6%)	15 (9,1%)	8 (4,8%)	6 (3,6%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	10 (6%)	9 (5,4%)	25 (15,2%)	14 (8,5%)	14 (8,5%)	72 (43,9%)
	над 25 години	9 (5,4%)	10 (6%)	16 (9,7%)	7 (4,2%)	8 (4,8%)	50 (30,4%)
	Вкупно:	26 (15,8%)	25 (15,2%)	56 (34,1%)	29 (17,6%)	28 (17%)	164 (100%)

$$df = 8$$

$$p = 0,95781$$

$$\chi^2 = 2,58$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 18,31$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 23,21$$

Нултата хипотеза се прифаќа. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето за степенот на примена на *Други приоди во наставата и учењето* (утврдување на зависноста **возраст- степен на примена на Други приоди во наставата и учењето**):

Нулта *Степенот на примена на други приоди во наставата и учењето*
хипотеза: **не зависи** од возраста на наставникот.

Добиени фреквенции

		степен на примена на други приоди во наставата и учењето					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
возраст	до 10 години	10 (6%)	11 (6,7%)	19 (11,5%)	9 (5,4%)	11 (6,7%)	60 (36,5%)
	11 до 25 години	9 (5,4%)	7 (4,2%)	19 (11,5%)	9 (5,4%)	11 (6,7%)	55 (33,5%)
	над 25 години	7 (4,2%)	7 (4,2%)	18 (10,9%)	11 (6,7%)	6 (3,6%)	49 (29,8%)
	Вкупно:	26 (15,8%)	25 (15,2%)	56 (34,1%)	29 (17,6%)	28 (17%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 8 \\
 p &= 0,94171 \\
 \chi^2 &= \mathbf{2,88} \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 18,31 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 23,21
 \end{aligned}$$

Нултата хипотеза се прифаќа.

Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

14. Во кој степен наведените приоди во наставата и учењето по математика придонесуваат за развој на математичките компетенции кај учениците:

- Учење преку решавање на проблеми
- Учење преку проекти
- Самостојно истражување
- Стратегии на критичко мислење
- Проекти за решавање проблеми преку дизајнирање
- Автентично учење
- Претприемничко учење
- Други приоди во наставата и учењето по математика

	Степен на придонес на учење преку наведени приоди во наставата и учењето по математика за развој на математичките компетенции кај учениците				
	Многу мал				Многу голем
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Учење преку решавање на проблеми	1 (0,6%)	4 (2,4%)	16 (9,7%)	57 (34,7%)	86 (52,4%)
Учење преку проекти	18 (10,9%)	15 (9,1%)	46 (28%)	48 (29,2%)	37 (22,5%)
Самостојно истражување	5 (3%)	9 (5,4%)	43 (26,2%)	38 (23,1%)	69 (42%)
Стратегии на критичко мислење	5 (3%)	9 (5,4%)	43 (26,2%)	38 (23,1%)	69 (42%)
Проекти за решавање проблеми преку дизајнирање	8 (4,8%)	25 (15,2%)	32 (19,5%)	60 (36,5%)	39 (23,7%)
Автентично учење	14 (8,5%)	23 (14%)	59 (35,9%)	49 (29,8%)	19 (11,5%)
Претприемничко учење	16 (9,7%)	31 (18,9%)	58 (35,3%)	40 (24,3%)	19 (11,5%)
Други приоди во наставата и учењето по математика	14 (8,5%)	26 (15,8%)	50 (30,4%)	45 (27,4%)	29 (17,6%)

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето за степенот на примена на **Учење преку решавање на проблеми за развој на математичките компетенции кај учениците** (утврдување на зависноста **работно искуство-степен на придонес на Учење преку решавање на проблеми за развој на математичките компетенции кај учениците**):

Нулта Степонот на придонес на учење преку решавање на проблеми во хипотеза: развојот на математичките компетенции **не зависи** од

работното искуство на наставникот.

Алтернативна хипотеза: *Степонот на придонес на учење преку решавање на проблеми во развојот на математичките компетенции **зависи** од работното искуство на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на придонес на учење преку решавање на проблеми					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
работно искуство	до 10 години	1 (0,6%)	2 (1,2%)	8 (4,8%)	16 (9,7%)	15 (9,1%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	0 (0%)	1 (0,6%)	5 (3%)	28 (17%)	38 (23,1%)	72 (43,9%)
	над 25 години	0 (0%)	1 (0,6%)	3 (1,8%)	13 (7,9%)	33 (20,1%)	50 (30,4%)
Вкупно:		1 (0,6%)	4 (2,4%)	16 (9,7%)	57 (34,7%)	86 (52,4%)	164 (100%)

Очекувани фреквенции

		степен на придонес на учење преку решавање на проблеми					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
работно искуство	до 10 години	0,26	1,02	4,10	14,60	22,02	42
	11 до 25 години	0,44	1,76	7,02	25,02	37,76	72
	над 25 години	0,30	1,22	4,88	17,38	26,22	50
Вкупно:		1	4	16	57	86	164

За зависноста дадена во 14.а. нема смисла да се пресмета Хи-квадрат тест бидејќи во 8 од вкупно 15 келии од табелата за **престмгнани фреквенции** пресметаните вредности се помали од 5.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето за степенот на примена на *Учење преку решавање на проблеми за развој на математичките компетенции кај учениците* (утврдување на зависноста **возраст- степен на примена Учење преку решавање на проблеми за развој на математичките компетенции кај учениците**):

Нулта хипотеза: *Степонот на придонес на учење преку решавање на проблеми во развојот на математичките компетенции **не** зависи од возраста на наставникот.*

Алтернативна хипотеза: *Степенот на придонес на учење преку решавање на проблеми во развојот на математичките компетенции зависи од возраста на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на придонес на учење преку решавање на проблеми					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
возраст	до 40 години	0 (0%)	1 (0,6%)	6 (3,6%)	23 (14%)	30 (18,2%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	1 (0,6%)	1 (0,6%)	5 (3%)	21 (12,8%)	27 (16,4%)	55 (33,5%)
	над 50 години	0 (0%)	2 (1,2%)	5 (3%)	13 (7,9%)	29 (17,6%)	49 (29,8%)
Вкупно:		1 (0,6%)	4 (2,4%)	16 (9,7%)	57 (34,7%)	86 (52,4%)	164 (100%)

Очекувани фреквенции

		степен на примена на учење преку решавање на проблеми					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
возраст	до 40 години	0,37	1,46	5,85	20,85	31,46	60
	40 до 50 години	0,34	1,34	5,37	19,12	28,84	55
	над 50 години	0,30	1,20	4,78	17,03	25,70	49
Вкупно:		1	4	16	57	86	164

За зависноста дадена во 14.а. нема смисла да се пресмета Хи-квадрат тест бидејќи во 7 од вкупно 15 келии од табелата за **престметани фреквенции** пресметаните вредности се помали од 5.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето за степенот на примена на *Учење преку проекти за развој на математичките компетенции кај учениците* (утврдување на зависноста **работно искуство-степен на придонес на Учење преку проекти за развој на математичките компетенции кај учениците**):

Нулта хипотеза: *Степенот на придонес на учење преку проекти, во развојот на математичките компетенции не зависи од работното искуство на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на придонес на учење преку проекти					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
работно искуство	до 10 години	3 (1,8%)	6 (3,6%)	18 (10,9%)	12 (7,3%)	3 (1,8%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	7 (4,2%)	7 (4,2%)	22 (13,4%)	25 (15,2%)	11 (6,7%)	72 (43,9%)
	над 25 години	8 (4,8%)	2 (1,2%)	6 (3,6%)	11 (6,7%)	23 (14%)	50 (30,4%)
Вкупно:		18 (10,9%)	15 (9,1%)	46 (28%)	48 (29,2%)	37 (22,5%)	164 (100%)

$$df = 8$$

$$p = 0,00008$$

$$\chi^2 = 32,47$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 15,51 \quad \chi^2_{(0,01)} = 20,09$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа алтернативната хипотеза која гласи: *Степенот на придонес на учење преку проекти, во развојот на математичките компетенции зависи од работното искуство на наставникот.*

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето за степенот на примена на *Учење преку проекти за развој на математичките компетенции кај учениците* (утврдување на зависноста **возраст- степен на примена Учење преку проекти за развој на математичките компетенции кај учениците**):

Нулта *Степенот на придонес на учење преку проекти, во развојот на* хипотеза: *математичките компетенции не зависи од возраста на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на придонес на учење преку проекти					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
возраст	до 40 години	5 (3%)	4 (2,4%)	22 (13,4%)	21 (12,8%)	8 (4,8%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	4 (2,4%)	6 (3,6%)	17 (10,3%)	19 (11,5%)	9 (5,4%)	55 (33,5%)
	над 50 години	9 (5,4%)	5 (3%)	7 (4,2%)	8 (4,8%)	20 (12,1%)	49 (29,8%)
Вкупно:		18 (10,9%)	15 (9,1%)	46 (28%)	48 (29,2%)	37 (22,5%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 8 \\
 p &= 0,00262 \\
 \chi^2 &= \mathbf{23,66} \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 15,51 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 20,09
 \end{aligned}$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа *алтернативната хипотеза* која гласи: *Степенот на придонес на учење преку проекти, во развојот на математичките компетенции зависи од возраста на наставникот.*

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на *работно искуство* наспроти изјаснувањето за степенот на примена на *Самостојно истражување за развој на математичките компетенции кај учениците* (утврдување на зависноста *работно искуство-степен на придонес на Самостојно истражување за развој на математичките компетенции кај учениците*):

Нулта хипотеза: *Степенот на придонес на учење преку самостојно истражување, во развојот на математичките компетенции не зависи од работното искуство на наставникот.*

Алтернативна хипотеза: *Степенот на придонес на учење преку самостојно истражување, во развојот на математичките компетенции зависи од работното искуство на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на придонес на самостојно истражување					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
работно искуство	до 10 години	3 (1,8%)	1 (0,6%)	10 (6%)	8 (4,8%)	20 (12,1%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	1 (0,6%)	3 (1,8%)	17 (10,3%)	19 (11,5%)	32 (19,5%)	72 (43,9%)
	над 25 години	1 (0,6%)	5 (3%)	16 (9,7%)	11 (6,7%)	17 (10,3%)	50 (30,4%)
Вкупно:		5 (3%)	9 (5,4%)	43 (26,2%)	38 (23,1%)	69 (42%)	164 (100%)

Очекувани фреквенции

		степен на придонес на самостојно истражување					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
работно искуство	до 10 години	1,28	2,30	11,01	9,73	17,67	42
	11 до 25 години	2,20	3,95	18,88	16,68	30,29	72
	над 25 години	1,52	2,74	13,11	11,59	21,04	50
Вкупно:		5	9	43	38	69	164

За зависноста дадена во 14.а. нема смисла да се пресмета Хи-квадрат тест бидејќи во 6 од вкупно 15 келии од табелата за **престметани фреквенции** пресметаните вредности се помали од 5.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето за степенот на примена на *Самостојно истражување за развој на математичките компетенции кај учениците* (утврдување на зависноста **возраст- степен на примена Самостојно истражување за развој на математичките компетенции кај учениците**):

Нулта хипотеза: *Степенот на придонес на учење преку самостојно истражување, во развојот на математичките компетенции не зависи од возраста на наставникот.*

Алтернативна хипотеза: *Степенот на придонес на учење преку самостојно истражување, во развојот на математичките компетенции зависи од возраста на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на придонес на самостојно истражување					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
возраст	до 40 години	1 (0,6%)	2 (1,2%)	16 (9,7%)	13 (7,9%)	28 (17%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	1 (0,6%)	3 (1,8%)	14 (8,5%)	15 (9,1%)	22 (13,4%)	55 (33,5%)
	над 50 години	3 (1,8%)	4 (2,4%)	13 (7,9%)	10 (6%)	19 (11,5%)	49 (29,8%)
Вкупно:		5 (3%)	9 (5,4%)	43 (26,2%)	38 (23,1%)	69 (42%)	164 (100%)

Очекувани фреквенции

		степен на придонес на самостојно истражување					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
возраст	до 40 години	1,83	3,29	15,73	13,90	25,24	60
	40 до 50 години	1,68	3,02	14,42	12,74	23,14	55
	над 50 години	1,49	2,69	12,85	11,35	20,62	49
Вкупно:		5	9	43	38	69	164

За зависноста дадена во 14.а. нема смисла да се пресмета Хи-квадрат тест бидејќи во 6 од вкупно 15 келии од табелата за **престметани фреквенции** пресметаните вредности се помали од 5.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето за степенот на примена на *Стратегии на критичко мислење за развој на математичките компетенции кај учениците* (утврдување на зависноста **работно искуство-степен на придонес на Стратегии на критичко мислење за развој на математичките компетенции кај учениците**):

Нулта *Степенот на придонес на учење преку стратегии на критичко*
хипотеза: *мислење, во развојот на математичките компетенции не зависи*
од работното искуство на наставникот.

Добиени фреквенции

		степен на придонес на стратегиите на критичко мислење					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
работно искуство	до 10 години	3 (1,8%)	1 (0,6%)	10 (6%)	8 (4,8%)	20 (12,1%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	1 (0,6%)	3 (1,8%)	17 (10,3%)	19 (11,5%)	32 (19,5%)	72 (43,9%)
	над 25 години	1 (0,6%)	5 (3%)	16 (9,7%)	11 (6,7%)	17 (10,3%)	50 (30,4%)
Вкупно:		5 (3%)	9 (5,4%)	43 (26,2%)	38 (23,1%)	69 (42%)	164 (100%)

$$df = 8$$

$$p = 0,36670$$

$$\chi^2 = 8,72$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 15,51 \quad \chi^2_{(0,01)} = 20,09$$

Нултата хипотеза се задржува.

Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето за степенот на примена на *Стратегии на критичко мислење за развој на математичките компетенции кај учениците* (утврдување на зависноста **возраст- степен на примена на Стратегии на критичко мислење за развој на математичките компетенции кај учениците**):

Нулта *Степенот на придонес на учење преку стратегии на критичко*
хипотеза: *мислење, во развојот на математичките компетенции не зависи*
од возраста на наставникот.

Добиени фреквенции

		степен на придонес на стратегиите на критичко мислење					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
возраст	до 40 години	2 (1,2%)	9 (5,4%)	12 (7,3%)	19 (11,5%)	18 (10,9%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	3 (1,8%)	7 (4,2%)	10 (6%)	20 (12,1%)	15 (9,1%)	55 (33,5%)
	над 50 години	3 (1,8%)	9 (5,4%)	10 (6%)	21 (12,8%)	6 (3,6%)	49 (29,8%)
Вкупно:		8 (4,8%)	25 (15,2%)	32 (19,5%)	60 (36,5%)	39 (23,7%)	164 (100%)

$$df = 8$$

$$p = 0,64358$$

$$\chi^2 = \mathbf{6,03}$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 15,51$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 20,09$$

Нултата хипотеза се прифаќа.
Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето за степенот на примена на *Проекти за решавање проблеми преку дизајнирање за развој на математичките компетенции кај учениците* (утврдување на зависноста **работно искуство-степен на придонес на Проекти за решавање проблеми преку дизајнирање за развој на математичките компетенции кај учениците**):

Нулта хипотеза: *Степенот на придонес на учење преку Проекти за решавање проблеми преку дизајнирање, во развојот на математичките компетенции не зависи од работното искуство на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на придонес на проектите за решавање на проблеми преку дизајнирање					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
работно искуство	до 10 години	3 (1,8%)	5 (3%)	10 (6%)	15 (9,1%)	9 (5,4%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	2 (1,2%)	11 (6,7%)	12 (7,3%)	22 (13,4%)	25 (15,2%)	72 (43,9%)
	над 25 години	3 (1,8%)	9 (5,4%)	10 (6%)	23 (14%)	5 (3%)	50 (30,4%)
Вкупно:		8 (4,8%)	25 (15,2%)	32 (19,5%)	60 (36,5%)	39 (23,7%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 8 \\
 p &= 0,14544 \\
 \chi^2 &= \mathbf{12,13} \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 15,51 & \chi^2_{(0,01)} &= 20,09
 \end{aligned}$$

Нултата хипотеза се задржува.

Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето за степенот на примена на *Проекти за решавање проблеми преку дизајнирање за развој на математичките компетенции кај учениците* (утврдување на зависноста **возраст- степен на примена Проекти за решавање проблеми преку дизајнирање за развој на математичките компетенции кај учениците**):

Нулта *Степенот на придонес на учење преку Проекти за решавање* хипотеза: **проблеми преку дизајнирање, во развојот на математичките компетенции, не зависи од возраста на наставникот.**

Добиени фреквенции

		степен на придонес на проектите за решавање на проблеми преку дизајнирање					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
возраст	до 40 години	4 (2,4%)	11 (6,7%)	20 (12,1%)	17 (10,3%)	8 (4,8%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	3 (1,8%)	12 (7,3%)	26 (15,8%)	12 (7,3%)	2 (1,2%)	55 (33,5%)
	над 50 години	8 (4,8%)	6 (3,6%)	23 (14%)	8 (4,8%)	4 (2,4%)	49 (29,8%)
Вкупно:		15 (9,1%)	29 (17,6%)	69 (42%)	37 (22,5%)	14 (8,5%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 8 \\
 p &= 0,15187 \\
 \chi^2 &= \mathbf{11,99} \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 15,51 & \chi^2_{(0,01)} &= 20,09
 \end{aligned}$$

Нултата хипотеза се прифаќа.

Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето за степенот на примена на **Автентично учење за развој на математичките компетенции кај учениците** (утврдување на зависноста **работно искуство-степен на придонес на Автентично учење за развој на математичките компетенции кај учениците**):

Нулта хипотеза: *Степенот на придонес на Автентичното учење, во развојот на математичките компетенции не зависи од работното искуство на наставникот.*

Добиени фреквенции

		Степен на придонес на автентичното учење					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
работно искуство	до 10 години	4 (2,4%)	6 (3,6%)	18 (10,9%)	9 (5,4%)	5 (3%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	7 (4,2%)	14 (8,5%)	30 (18,2%)	14 (8,5%)	7 (4,2%)	72 (43,9%)
	над 25 години	3 (1,8%)	3 (1,8%)	11 (6,7%)	26 (15,8%)	7 (4,2%)	50 (30,4%)
Вкупно:		14 (8,5%)	23 (14%)	59 (35,9%)	49 (29,8%)	19 (11,5%)	164 (100%)

$$df = 8$$

$$p = 0,00844$$

$$\chi^2 = 20,55$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 15,51 \quad \chi^2_{(0,01)} = 20,09$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа **алтернативната хипотеза** која гласи: *Степенот на придонес на Автентичното учење, во развојот на математичките компетенции зависи од работното искуство на наставникот.*

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето за степенот на примена на **Автентично учење за развој на математичките компетенции кај учениците** (утврдување на зависноста **возраст- степен на примена Автентично учење за развој на математичките компетенции кај учениците**):

Нулта хипотеза: *Степенот на придонес на автентичното учење, во развојот на математичките компетенции не зависи од возраста на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на придонес на автентичното учење					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
возраст	до 40 години	6 (3,6%)	9 (5,4%)	27 (16,4%)	13 (7,9%)	5 (3%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	7 (4,2%)	8 (4,8%)	18 (10,9%)	10 (6%)	12 (7,3%)	55 (33,5%)
	над 50 години	1 (0,6%)	6 (3,6%)	14 (8,5%)	26 (15,8%)	2 (1,2%)	49 (29,8%)
	Вкупно:	14 (8,5%)	23 (14%)	59 (35,9%)	49 (29,8%)	19 (11,5%)	164 (100%)

$df = 8$
 $p = 0,00079$
 $\chi^2 = 26,72$
 $\chi^2_{(0,05)} = 15,51$
 $\chi^2_{(0,01)} = 20,09$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа алтернативната хипотеза која гласи: *Степенот на придонес на Автентичното учење, во развојот на математичките компетенции зависи од возраста на наставникот..*

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето за степенот на примена на *Претприемничко учење за развој на математичките компетенции кај учениците* (утврдување на зависноста **работно искуство-степен на придонес на Претприемничко учење за развој на математичките компетенции кај учениците**):

Нулта *Степенот на придонес на Претприемничкото учење, во развојот* хипотеза: *на математичките компетенции не зависи од работното искуство на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на придонес на претприемничкото учење					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
работно искуство	до 10 години	4 (2,4%)	7 (4,2%)	14 (8,5%)	10 (6%)	7 (4,2%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	7 (4,2%)	13 (7,9%)	24 (14,6%)	18 (10,9%)	10 (6%)	72 (43,9%)
	над 25 години	5 (3%)	11 (6,7%)	20 (12,1%)	12 (7,3%)	2 (1,2%)	50 (30,4%)
	Вкупно:	16 (9,7%)	31 (18,9%)	58 (35,3%)	40 (24,3%)	19 (11,5%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 8 \\
 p &= 0,79901 \\
 \chi^2 &= 4,60 \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 18,31 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 23,21
 \end{aligned}$$

Нултата хипотеза се прифаќа.

Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето за степенот на примена на *Претприемничко учење за развој на математичките компетенции кај учениците* (утврдување на зависноста **возраст- степен на примена Претприемничко учење за развој на математичките компетенции кај учениците**):

Нулта *Степенот на придонес на Претприемничкото учење, во развојот* хипотеза: *на математичките компетенции не зависи од возраста на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на придонес на претприемничкото учење					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
возраст	до 40 години	6 (3,6%)	12 (7,3%)	19 (11,5%)	15 (9,1%)	8 (4,8%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	8 (4,8%)	10 (6%)	21 (12,8%)	13 (7,9%)	3 (1,8%)	55 (33,5%)
	над 50 години	2 (1,2%)	9 (5,4%)	18 (10,9%)	12 (7,3%)	8 (4,8%)	49 (29,8%)
Вкупно:		16 (9,7%)	31 (18,9%)	58 (35,3%)	40 (24,3%)	19 (11,5%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 8 \\
 p &= 0,61682 \\
 \chi^2 &= 6,27 \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 15,51 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 20,09
 \end{aligned}$$

Нултата хипотеза се прифаќа. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето за степенот на примена на *Други приоди во наставата и учењето по математика за развој на математичките компетенции кај учениците* (утврдување на зависноста **работно искуство-степен на придонес на Други приоди во наставата и учењето по математика за развој на математичките компетенции кај учениците**):

Нулта хипотеза: *Степенот на придонес на Други приоди во наставата и учењето по математика, во развојот на математичките компетенции не зависи од работното искуство на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на придонес на други приоди					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
работно искуство	до 10 години	3 (1,8%)	6 (3,6%)	13 (7,9%)	9 (5,4%)	11 (6,7%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	6 (3,6%)	11 (6,7%)	22 (13,4%)	18 (10,9%)	15 (9,1%)	72 (43,9%)
	над 25 години	5 (3%)	9 (5,4%)	15 (9,1%)	18 (10,9%)	3 (1,8%)	50 (30,4%)
	Вкупно:	14 (8,5%)	26 (15,8%)	50 (30,4%)	45 (27,4%)	29 (17,6%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 8 \\
 p &= 0,38766 \\
 \chi^2 &= 8,48 \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 18,31 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 23,21
 \end{aligned}$$

Нултата хипотеза се прифаќа. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето за степенот на примена на *Други приоди во наставата и учењето по математика* за развој на математичките компетенции кај учениците (утврдување на зависноста **возраст- степен на примена Други приоди во наставата и учењето по математика за развој на математичките компетенции кај учениците**):

Нулта хипотеза: *Степенот на придонес на Други приоди во наставата и учењето по математика, во развојот на математичките компетенции не зависи од возраста на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на придонес на други приоди					Вкупно:
		многу мал (1)	(2)	(3)	(4)	многу голем (5)	
возраст	до 40 години	3 (1,8%)	9 (5,4%)	20 (12,1%)	15 (9,1%)	13 (7,9%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	6 (3,6%)	7 (4,2%)	14 (8,5%)	16 (9,7%)	12 (7,3%)	55 (33,5%)
	над 50 години	5 (3%)	10 (6%)	16 (9,7%)	14 (8,5%)	4 (2,4%)	49 (29,8%)
	Вкупно:	14 (8,5%)	26 (15,8%)	50 (30,4%)	45 (27,4%)	29 (17,6%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}df &= 8 \\p &= 0,54853 \\x^2 &= \mathbf{6,89} \\x^2_{(0,05)} &= 15,51 \\x^2_{(0,01)} &= 20,09\end{aligned}$$

Нултата хипотеза се прифаќа.

Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

15. Проценете ја важноста на содржините од програмата по математика:

- а. Броеви*
- б. Увежбување на собирање и одземање*
- в. Увежбување на множење и делење*
- г. Решавање текстуални задачи од математичките операции*
- д. Работа на мали проекти во рамките на работата со податоци*

Содржини	Степен на мислење за важноста на содржини од програмата по математика		
	Малку		Многу
	(1)	(2)	(3)
Броеви	15 (9,1%)	21 (12,8%)	128 (78%)
Увежбување на собирање и одземање	17 (10,3%)	24 (14,6%)	123 (75%)
Увежбување на множење и делење	15 (9,1%)	33 (20,1%)	116 (70,7%)
Решавање текстуални задачи од математичките операции	16 (9,7%)	35 (21,3%)	113 (68,9%)
Работа на мали проекти во рамките на работата со податоци	34 (20,7%)	62 (37,8%)	68 (41,4%)

Коментар: За да добиваме сознанија за тоа како се реализира наставната програма по математика, се потрудивме до тоа да дојдеме преку одговорите на наставниците на прашањето колкаво внимание посветуваат и ги сметаат за важни одделни содржини и способности за развивање на математичките компетенции кај учениците. Сите наведени содржини и способности по математика наставниците ги сметаат за многу важни, за да има отстапување само во содржините поврзани со работата на мали проекти во рамките на работата со податоци. Значително помала важност наставниците им посветуваат на работата на мали проекти за работа со податоци. Според тоа, глобално може да се заклучи дека наставниците ги сметаат за важни и им посветуваат значително внимание на сите содржини и способности по математика кои се битни за стекнување на математичките компетенции за подрачјата од наставната програма кои се предмет на истражување.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на *работно искуство* наспроти изјаснувањето за проценката за важноста на содржината *Броеви* од програмата по математика (утврдување на зависноста *работно искуство-важност на содржината Броеви од програмата по математика*):

Нулта Степенот на мислење за важноста на содржината **Броеви** од хипотеза: програмата по математика **не зависи** од работното искуство на наставникот.

Добиени фреквенции

		Степен на мислење за вазноста на содржината <i>Броеви</i>			Вкупно:
		Малку (1)	(2)	многу (3)	
работно искуство	до 10 години	4 (2,4%)	5 (3%)	33 (20,1%)	42 (25,6%)
	11 до 25	6 (3,6%)	6 (3,6%)	60 (36,5%)	72 (43,9%)
	над 25 години	5 (3%)	10 (6%)	35 (21,3%)	50 (30,4%)
	Вкупно:	15 (9,1%)	21 (12,8%)	128 (78%)	164 (100%)

$$df = 4$$

$$p = 0,41352$$

$$\chi^2 = 3,94$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 9,49$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 13,28$$

Нултата хипотеза се прифаќа. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето за проценката за важноста на содржината **Броеви** од програмата по математика (утврдување на зависноста **возраст-важност на содржината Броеви од програмата по математика**):

Нулта Степенот на мислење за важноста на содржината **Броеви** од хипотеза: програмата по математика **не зависи** од возраста на наставникот.

Добиени фреквенции

		степен на мислење за вазноста на содржината <i>Броеви</i>			Вкупно:
		Малку (1)	(2)	многу (3)	
возраст	до 10 години	4 (2,4%)	5 (3%)	51 (31%)	60 (36,5%)
	11 до 25	6 (3,6%)	6 (3,6%)	43 (26,2%)	55 (33,5%)
	над 25 години	5 (3%)	10 (6%)	34 (20,7%)	49 (29,8%)
	Вкупно:	15 (9,1%)	21 (12,8%)	128 (78%)	164 (100%)

$$df = 4$$

$$p = 0,30886$$

$$\chi^2 = 4,80$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 9,49$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 13,28$$

Нултата хипотеза се задржува.

Бидејќи добиениот χ^2 е помал од табеларната вредност на $\chi^2_{(0,05)}$ за избрано ниво на значајност 0,05, се заклучкува дека при 95% веројатност двете варијабли не се зависни.

Заклучок: Степенот на мислење за важноста на содржината **Броеви** не зависи од возраста на испитаниците.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето за проценката за важноста на содржината **Увезжување на собирање и одземање** од програмата по математика (утврдување на зависноста **работно искуство-важност на содржината Увезжување на собирање и одземање од програамата по математика**):

Нулта хипотеза: *Степенот на мислење за важноста на содржината Увезжување на собирање и одземање од програмата по математика не зависи од работното искуство на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на мислење за вазноста на содржината Увезжување на собирање и одземање			Вкупно:
		Малку (1)	(2)	многу (3)	
работно искуств o	до 10 години	4 (2,4%)	6 (3,6%)	32 (19,5%)	42 (25,6%)
	11 до 25	6 (3,6%)	10 (6%)	56 (34,1%)	72 (43,9%)
	над 25 години	7 (4,2%)	8 (4,8%)	35 (21,3%)	50 (30,4%)
	Вкупно:	17 (10,3%)	24 (14,6%)	123 (75%)	164 (100%)

$$df = 4$$

$$p = 0,86206$$

$$\chi^2 = 1,30$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 9,49$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 13,28$$

Нултата хипотеза се прифаќа.Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето за проценката за важноста на содржината **Увезжување на собирање и одземање** од програмата по математика (утврдување на зависноста **возраст-важност на содржината Увезжување на собирање и одземање од програмата по математика**):

Нулта хипотеза: *Степенот на мислење за важноста на содржината Увезжување на собирање и одземање од програмата по математика не зависи од возраста на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на мислење за вазноста на содржината Увезжување на собирање и одземање			Вкупно:
		Малку (1)	(2)	многу (3)	
возраст	до 10 години	4 (2,4%)	9 (5,4%)	47 (28,6%)	60 (36,5%)
	11 до 25	6 (3,6%)	10 (6%)	39 (23,7%)	55 (33,5%)
	над 25 години	7 (4,2%)	5 (3%)	37 (22,5%)	49 (29,8%)
	Вкупно:	17 (10,3%)	24 (14,6%)	123 (75%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}df &= 4 \\p &= 0,57759 \\x^2 &= \mathbf{2,88} \\x^2_{(0,05)} &= 9,49 \\x^2_{(0,01)} &= 13,28\end{aligned}$$

Нултата хипотеза се задржува. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на *работно искуство* наспроти изјаснувањето за проценката за важноста на содржината *Увезжбување на множење и делење* од програмата по математика (утврдување на зависноста *работно искуство-важност на содржината Увезжбување на множење и делење од програмата по математика*):

Нулта хипотеза: *Степенот на мислење за важноста на содржината Увезжбување на множење и делење од програмата по математика не зависи од работното искуство на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на мислење за вазноста на содржината Увезжбување на множење и делење			Вкупно:
		Малку (1)	(2)	многу (3)	
работно искуств	до 10 години	3 (1,8%)	7 (4,2%)	32 (19,5%)	42 (25,6%)
	11 до 25	5 (3%)	15 (9,1%)	52 (31,7%)	72 (43,9%)
	над 25 години	7 (4,2%)	11 (6,7%)	32 (19,5%)	50 (30,4%)
	Вкупно:	15 (9,1%)	33 (20,1%)	116 (70,7%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}df &= 4 \\p &= 0,60421 \\x^2 &= \mathbf{2,73} \\x^2_{(0,05)} &= 9,49 \\x^2_{(0,01)} &= 13,28\end{aligned}$$

Нултата хипотеза се прифаќа. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на *возраст* наспроти изјаснувањето за проценката за важноста на содржината *Увезжбување на множење и делење* од програмата по математика (утврдување на зависноста *возраст-важност на содржината Увезжбување на множење и делење од програмата по математика*):

Нулта хипотеза: *Степенот на мислење за важноста на содржината Увезжбување на множење и делење од програмата по математика не зависи од возраста на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на мислење за вазноста на содржината <i>Увезбување на множење и делење</i>			Вкупно:
		Малку (1)	(2)	многу (3)	
возраст	до 10 години	3 (1,8%)	12 (7,3%)	45 (27,4%)	60 (36,5%)
	11 до 25	5 (3%)	13 (7,9%)	37 (22,5%)	55 (33,5%)
	над 25 години	7 (4,2%)	8 (4,8%)	34 (20,7%)	49 (29,8%)
	Вкупно:	15 (9,1%)	33 (20,1%)	116 (70,7%)	164 (100%)

$$df = 4$$

$$p = 0,47910$$

$$\chi^2 = 3,49$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 9,49$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 13,28$$

Нултата хипотеза се задржува. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето за проценката за важноста на содржината **Решавање текстуални задачи од математичките операции** од програмата по математика (утврдување на зависноста **работно искуство-важност на содржината Решавање текстуални задачи од математичките операции од програмата по математика**):

Нулта *Степенот на мислење за важноста на содржината Решавање* хипотеза: *текстуални задачи од математичките операции Решавање текстуални задачи од математичките операции од програмата по математика не зависи од работното искуство на наставникот.*

Добиени фреквенции

		степен на мислење за вазноста на содржината <i>Решавање текстуални задачи од математичките операции</i>			Вкупно:
		Малку (1)	(2)	многу (3)	
работно искуств	до 10 години	4 (2,4%)	9 (5,4%)	29 (17,6%)	42 (25,6%)
	11 до 25	5 (3%)	14 (8,5%)	53 (32,3%)	72 (43,9%)
	над 25 години	7 (4,2%)	12 (7,3%)	31 (18,9%)	50 (30,4%)
	Вкупно:	16 (9,7%)	35 (21,3%)	113 (68,9%)	164 (100%)

$$df = 4$$

$$p = 0,66742$$

$$\chi^2 = 2,37$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 9,49$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 13,28$$

Нултата хипотеза се прифаќа. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето за проценката за важноста на содржината **Решавање текстуални задачи од математичките операции** од програмата по математика (утврдување на зависноста **возраст-важност на содржината Решавање текстуални задачи од математичките операции од програмата по математика**):

Нулта Степенот на мислење за важноста на содржината Решавање хипотеза: текстуални задачи од математичките операции **Решавање текстуални задачи од математичките операции од програмата по математика не зависи од возраста на наставникот.**

Добиени фреквенции

		степен на мислење за вазноста на содржината Решавање текстуални задачи од математичките операции			Вкупно:
		Малку (1)	(2)	многу (3)	
возраст	до 10 години	4 (2,4%)	9 (5,4%)	47 (28,6%)	60 (36,5%)
	11 до 25	5 (3%)	14 (8,5%)	36 (21,9%)	55 (33,5%)
	над 25 години	7 (4,2%)	12 (7,3%)	30 (18,2%)	49 (29,8%)
	Вкупно:	16 (9,7%)	35 (21,3%)	113 (68,9%)	164 (100%)

$$df = 4$$

$$p = 0,31667$$

$$\chi^2 = 4,73$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 9,49$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 13,28$$

Нултата хипотеза се задржува. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето за проценката за важноста на содржината **Работа на мали проекти во рамките на работата со податоци** од програмата по математика (утврдување на зависноста **работно искуство-важност на содржината Броеви од програмата по математика**):

Нулта Степенот на мислење за важноста на содржината **Работа на мали проекти во рамките на работата со податоци** од програмата по математика хипотеза: **не зависи од работното искуство на наставникот.**

Добиени фреквенции

		Степен на мислење за вазноста на содржината Работа на мали проекти во рамките на работата со податоци			Вкупно:
		Малку (1)	(2)	многу (3)	
работно искуств	до 10 години	9 (5,4%)	16 (9,7%)	17 (10,3%)	42 (25,6%)
	11 до 25	14 (8,5%)	24 (14,6%)	34 (20,7%)	72 (43,9%)
	над 25 години	11 (6,7%)	22 (13,4%)	17 (10,3%)	50 (30,4%)
	Вкупно:	34 (20,7%)	62 (37,8%)	68 (41,4%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}df &= 4 \\p &= 0,68934 \\x^2 &= \mathbf{2,25} \\x^2_{(0,05)} &= 9,49 \\x^2_{(0,01)} &= 13,28\end{aligned}$$

Нултата хипотеза се прифаќа. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето за проценката за важноста на содржината *Работа на мали проекти во рамките на работата со податоци* од програмата по математика (утврдување на зависноста **возраст-важност на содржината Работа на мали проекти во рамките на работата со податоци од програмата по математика**):

Нулта *Степенот на мислење за важноста на содржината Работа на мали проекти во рамките на работата со податоци од програмата по математика не зависи од возраста на наставникот.*

Добиени фреквенции

		Степен на мислење за важноста на содржината Работа на мали проекти во рамките на работата со податоци			Вкупно:
		Малку (1)	(2)	многу (3)	
возраст	до 10 години	11 (6,7%)	22 (13,4%)	27 (16,4%)	60 (36,5%)
	11 до 25	12 (7,3%)	24 (14,6%)	19 (11,5%)	55 (33,5%)
	над 25 години	11 (6,7%)	16 (9,7%)	22 (13,4%)	49 (29,8%)
Вкупно:		34 (20,7%)	62 (37,8%)	68 (41,4%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}df &= 4 \\p &= 0,72068 \\x^2 &= \mathbf{2,08} \\x^2_{(0,05)} &= 9,49 \\x^2_{(0,01)} &= 13,28\end{aligned}$$

Нултата хипотеза се задржува.
Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

16. Кое е вашето мислење за соодветноста на содржините по математика на возраста на учениците во одделенска настава:

- Совладување на основните математички операции
- Разбирање на својствата на операциите
- Решавање на текстуални (проблемски) задачи
- Решавање на равенки

Содржини	Степен на мислење за соодветноста на содржините по математика на возраста на учениците		
	Малку		Многу
	(1)	(2)	(3)
Совладување на основните математички операции	8 (4,8%)	40 (24,3%)	116 (70,7%)
Разбирање на својствата на операциите	20 (12,1%)	61 (37,1%)	83 (50,6%)
Решавање на текстуални (проблемски) задачи	32 (19,5%)	63 (38,4%)	69 (42%)
Решавање на равенки	15 (9,1%)	55 (33,5%)	94 (57,3%)

Коментар: Мислењата на наставниците за соодветноста на содржините по математика на возраста на учениците во одделенска настава ги добивме преку барањето да го рангираат на тростепенa скала ((1)-малку, (3)-многу) можноста на учениците да постигнат одделни цели од програмата по математика во времето што им е на располагање. Ценејќи според просечните проценки за сообразеноста на одделни цели од програмата со можностите на учениците, наставниците сметаат дека речиси сите наведени цели се, главно, со одредени отстапувања помеѓу содржините, сообразени со можностите на учениците.

Помалку од другите, кон возраста се сообразени целите што се однесуваат на решавањето на текстуални проблемски задачи.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на *работно искуство* наспроти изјаснувањето за степенот на *Совладување на основните математички операции* од страна на учениците во одделенска настава (утврдување на зависноста *работно искуство-мислење за Совладување на основните математички операции од страна на учениците во одделенска настава*):

Нулта *Мислењето на наставникот за Совладување на основните* хипотеза: *математички операции во одделенската настава не зависи од неговото работно искуство.*

Добиени фреквенции

		степен на мислење за совладување на основните математички операции			Вкупно:
		малку (1)	(2)	многу (3)	
работно искуство	до 10 години	3 (1,8%)	13 (7,9%)	26 (15,8%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	4 (2,4%)	16 (9,7%)	52 (31,7%)	72 (43,9%)
	над 25 години	1 (0,6%)	11 (6,7%)	38 (23,1%)	50 (30,4%)
Вкупно:		8 (4,8%)	40 (24,3%)	116 (70,7%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 4 \\
 p &= 0,55161 \\
 \chi^2 &= \mathbf{3,04} \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 9,49 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 13,28
 \end{aligned}$$

Нултата хипотеза се задржува. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето за *Совладување на основните математички операции* од страна на учениците во одделенска настава (утврдување на зависноста **возраст--мислење за Совладување на основните математички операции од страна на учениците во одделенска настава**):

Нулта Мислењето на наставникот за **Совладување на основните** хипотеза: **математички операции** во одделенската настава не зависи од неговата **возраст**.

Добиени фреквенции

		степен на мислење за совладување на основните математички операции			Вкупно:
		малку (1)	(2)	многу (3)	
возраст	до 40 години	3 (1,8%)	13 (7,9%)	44 (26,8%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	4 (2,4%)	16 (9,7%)	35 (21,3%)	55 (33,5%)
	над 50 години	1 (0,6%)	11 (6,7%)	37 (22,5%)	49 (29,8%)
Вкупно:		8 (4,8%)	40 (24,3%)	116 (70,7%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 4 \\
 p &= 0,58829 \\
 \chi^2 &= \mathbf{2,82} \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 9,49 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 13,28
 \end{aligned}$$

Нултата хипотеза се задржува.

Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето за степенот на *Разбирање на својствата на операциите* од страна на учениците во одделенска настава (утврдување на зависноста **работно искуство-мислење за Разбирање на својствата на операциите од страна на учениците во одделенска настава**):

Нулта Мислењето на наставникот за Разбирање на својствата на хипотеза: **операциите во одделенската настава не зависи од неговото работно искуство.**

Добиени фреквенции

		степен на мислење за Разбирање на својствата на операциите			Вкупно:
		малку (1)	(2)	многу (3)	
работно искуство	до 10 години	4 (2,4%)	15 (9,1%)	23 (14%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	10 (6%)	22 (13,4%)	40 (24,3%)	72 (43,9%)
	над 25 години	6 (3,6%)	24 (14,6%)	20 (12,1%)	50 (30,4%)
Вкупно:		20 (12,1%)	61 (37,1%)	83 (50,6%)	164 (100%)

$$df = 4$$

$$p = 0,34644$$

$$\chi^2 = 4,47$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 9,49$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 13,28$$

Нултата хипотеза се задржува. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето за **Разбирање на својствата на операциите** од страна на учениците во одделенска настава (утврдување на зависноста **возраст--мислење за Разбирање на својствата на операциите од страна на учениците во одделенска настава**):

Нулта Мислењето на наставникот за Разбирање на својствата на хипотеза: **операциите во одделенската настава не зависи од неговата возраст.**

Добиени фреквенции

		степен на мислење за Разбирање на својствата на операциите			Вкупно:
		малку (1)	(2)	многу (3)	
возраст	до 40 години	6 (3,6%)	24 (14,6%)	30 (18,2%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	8 (4,8%)	16 (9,7%)	31 (18,9%)	55 (33,5%)
	над 50 години	6 (3,6%)	21 (12,8%)	22 (13,4%)	49 (29,8%)
Вкупно:		20 (12,1%)	61 (37,1%)	83 (50,6%)	164 (100%)

$$df = 4$$

$$p = 0,61153$$

$$\chi^2 = \mathbf{2,69}$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 9,49$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 13,28$$

Нултата хипотеза се задржува.
Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на *работно искуство* наспроти изјаснувањето за степенот на *Решавање на текстуални (проблемски) задачи* од страна на учениците во одделенска настава (утврдување на зависноста *работно искуство-мислење за Решавање на текстуални (проблемски) задачи од страна на учениците во одделенска настава*):

Нулта Мислењето на наставникот за *Решавање на текстуални (проблемски) задачи во одделенската настава не зависи* од неговото *работно искуство*.

Добиени фреквенции

		степен на мислење за <i>Решавање на текстуални (проблемски) задачи</i>			Вкупно:
		малку (1)	(2)	многу (3)	
работно искуство	до 10 години	6 (3,6%)	16 (9,7%)	20 (12,1%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	11 (6,7%)	28 (17%)	33 (20,1%)	72 (43,9%)
	над 25 години	15 (9,1%)	19 (11,5%)	16 (9,7%)	50 (30,4%)
Вкупно:		32 (19,5%)	63 (38,4%)	69 (42%)	164 (100%)

$$df = 4$$

$$p = 0,21216$$

$$\chi^2 = \mathbf{5,83}$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 9,49$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 13,28$$

Нултата хипотеза се задржува.
Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето за **Решавање на текстуални (проблемски) задачи** од страна на учениците во одделенска настава (утврдување на зависноста **возраст--мислење за Решавање на текстуални (проблемски) задачи од страна на учениците во одделенска настава**):

Нулта Мислењето на наставникот за **Решавање на текстуални (проблемски)**
хипотеза: **задачи во одделенската настава не зависи** од неговата возраст.

Добиени фреквенции

		степен на мислење за <i>Решавање на текстуални (проблемски) задачи</i>			Вкупно:
		малку (1)	(2)	многу (3)	
возраст	до 40 години	10 (6%)	24 (14,6%)	26 (15,8%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	13 (7,9%)	17 (10,3%)	25 (15,2%)	55 (33,5%)
	над 50 години	9 (5,4%)	22 (13,4%)	18 (10,9%)	49 (29,8%)
Вкупно:		32 (19,5%)	63 (38,4%)	69 (42%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 4 \\
 p &= 0,61846 \\
 \chi^2 &= \mathbf{2,65} \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 9,49 \\
 \chi^2_{(0,01)} &= 13,28
 \end{aligned}$$

Нултата хипотеза се задржува.Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **работно искуство** наспроти изјаснувањето за степенот на **Решавање на равенки** од страна на учениците во одделенска настава (утврдување на зависноста **работно искуство-мислење за Решавање на равенки од страна на учениците во одделенска настава**):

Нулта Мислењето на наставникот за **Решавање на равенки во одделенската**
хипотеза: **настава не зависи** од неговото работно искуство.

Добиени фреквенции

		степен на мислење за <i>Решавање на равенки</i>			Вкупно:
		малку (1)	(2)	многу (3)	
работно искуство	до 10 години	3 (1,8%)	18 (10,9%)	21 (12,8%)	42 (25,6%)
	11 до 25 години	6 (3,6%)	24 (14,6%)	42 (25,6%)	72 (43,9%)
	над 25 години	6 (3,6%)	13 (7,9%)	31 (18,9%)	50 (30,4%)
Вкупно:		15 (9,1%)	55 (33,5%)	94 (57,3%)	164 (100%)

$$df = 4$$

$$p = 0,52270$$

$$\chi^2 = 3,21$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 9,49$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 13,28$$

Нултата хипотеза се задржува.
Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **возраст** наспроти изјаснувањето за **Решавање на равенки** од страна на учениците во одделенска настава (утврдување на зависноста **возраст--мислење за Решавање на равенки од страна на учениците во одделенска настава**):

Нулта Мислењето на наставникот за **Решавање на равенки** во хипотеза: **одделенската настава не зависи** од неговата **возраст**.

Добиени фреквенции

		степен на мислење за <i>Решавање на равенки</i>			Вкупно:
		малку (1)	(2)	многу (3)	
возраст	до 40 години	5 (3%)	16 (9,7%)	39 (23,7%)	60 (36,5%)
	40 до 50 години	6 (3,6%)	23 (14%)	26 (15,8%)	55 (33,5%)
	над 50 години	4 (2,4%)	16 (9,7%)	29 (17,6%)	49 (29,8%)
Вкупно:		15 (9,1%)	55 (33,5%)	94 (57,3%)	164 (100%)

$$df = 4$$

$$p = 0,42272$$

$$\chi^2 = 3,88$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 9,49$$

$$\chi^2_{(0,01)} = 13,28$$

Нултата хипотеза се задржува.
Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

17. Колку го користите секој од методичките модели за развивање на компетенциите за собирање и одземање со природни броеви, како и за разбирање на нивните својства во наставата по математика:

- а. Броење до...
- б. Разложување на месна вредност
- в. Користење на 10-ка или производ од 10-ки
- г. Компензација
- д. Негативни броеви
- ѓ. Прачки

Содржини	Степен на користење на методички модели за развивање на компетенции за собирање и одземање со природни броеви		
	Мал		Голем
	(1)	(2)	(3)
Броење до...	29 (17,6%)	52 (31,7%)	83 (50,6%)
Разложување на месна вредност	35 (21,3%)	50 (30,4%)	79 (48,1%)
Користење на 10-ка или производ од 10-ки	30 (18,2%)	53 (32,3%)	81 (49,3%)
Компензација	31 (18,9%)	51 (31%)	82 (50%)
Негативни броеви	70 (42,6%)	37 (22,5%)	57 (34,7%)
Прачки	36 (21,9%)	64 (39%)	64 (39%)

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **одделение во кое наставникот предава** наспроти изјаснувањето за степенот на користење на методичкиот модел **Броење до....за развој на математичките компетенции кај учениците** за собирање и одземање со природни броеви (утврдување на зависноста **одделение во кое наставникот предава-степен на користење на методичкиот модел Броење до.... за развој на математичките компетенции кај учениците**):

Нулта хипотеза: Степенот на користење на методичкиот модел **-Броење до ... во развојот на математичките компетенции, не зависи** од одделението во кое наставникот предава.

Добиени фреквенции

		степен на користење на методичкиот модел - Броење до			Вкупно:
		мал (1)	(2)	голем (3)	
одделение	I одд.	3 (1,8%)	8 (4,8%)	18 (10,9%)	29 (17,6%)
	II одд.	2 (1,2%)	9 (5,4%)	23 (14%)	34 (20,7%)
	III одд.	4 (2,4%)	18 (10,9%)	13 (7,9%)	35 (21,3%)
	IV одд.	11 (6,7%)	9 (5,4%)	14 (8,5%)	34 (20,7%)
	V одд.	9 (5,4%)	8 (4,8%)	15 (9,1%)	32 (19,5%)
Вкупно:		29 (17,6%)	52 (31,7%)	83 (50,6%)	164 (100%)

$$\begin{aligned} df &= 8 \\ p &= 0,00622 \\ \chi^2 &= \mathbf{21,37} \\ \chi^2_{(0,05)} &= 15,51 \end{aligned}$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа алтернативната хипотеза која гласи: *Степенот на користење на методичкиот модел -Броење до ... во развојот на математичките компетенции, зависи од одделението во кое наставникот предава.*

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **одделение во кое наставникот предава** наспроти изјаснувањето за степенот на користење на методичкиот модел *Разложување на месна вредност за развој на математичките компетенции кај учениците* за собирање и одземање со природни броеви (утврдување на зависноста **одделение во кое наставникот предава -степен на користење на методичкиот модел Разложување на месна вредност за развој на математичките компетенции кај учениците**):

Нулта *Степенот на користење на методичкиот модел -Разложување на* хипотеза: **месна вредност, во развојот на математичките компетенции, не зависи од одделението во кое наставникот предава.**

Добиени фреквенции

		степен на користење на методичкиот модел - Разложување на месна вредност			Вкупно:
		мал (1)	(2)	голем (3)	
одделение	I одд.	11 (6,7%)	6 (3,6%)	12 (7,3%)	29 (17,6%)
	II одд.	12 (7,3%)	11 (6,7%)	11 (6,7%)	34 (20,7%)
	III одд.	3 (1,8%)	13 (7,9%)	19 (11,5%)	35 (21,3%)
	IV одд.	5 (3%)	11 (6,7%)	18 (10,9%)	34 (20,7%)
	V одд.	4 (2,4%)	9 (5,4%)	19 (11,5%)	32 (19,5%)
Вкупно:		35 (21,3%)	50 (30,4%)	79 (48,1%)	164 (100%)

$$\begin{aligned} df &= 8 \\ p &= 0,01480 \\ \chi^2 &= \mathbf{19,01} \\ \chi^2_{(0,05)} &= 15,51 \end{aligned}$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа алтернативната хипотеза која гласи: *Степенот на користење на методичкиот модел - Разложување на месна вредност, во развојот на математичките компетенции, зависи од одделението во кое наставникот предава.*

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на *одделение во кое наставникот предава* наспроти изјаснувањето за степенот на користење на методичкиот модел *Користење на 10-ки или производ од 10-ки за развој на математичките компетенции кај учениците* за собирање и одземање со природни броеви (утврдување на зависноста *одделение во кое наставникот предава -степен на користење на методичкиот модел Користење на 10-ки или производ од 10-ки за развој на математичките компетенции кај учениците*):

Нулта хипотеза: *Степенот на користење на методичкиот модел - Користење на 10-ки или производ од 10-ки, во развојот на математичките компетенции, не зависи од одделението во кое наставникот предава.*

Добиени фреквенции

		степен на користење на методичкиот модел - Користење на 10-ки или производ од 10-ки			Вкупно:
		мал (1)	(2)	голем (3)	
одделение	I одд.	12 (7,3%)	5 (3%)	12 (7,3%)	29 (17,6%)
	II одд.	10 (6%)	11 (6,7%)	13 (7,9%)	34 (20,7%)
	III одд.	3 (1,8%)	14 (8,5%)	18 (10,9%)	35 (21,3%)
	IV одд.	3 (1,8%)	12 (7,3%)	19 (11,5%)	34 (20,7%)
	V одд.	2 (1,2%)	11 (6,7%)	19 (11,5%)	32 (19,5%)
Вкупно:		30 (18,2%)	53 (32,3%)	81 (49,3%)	164 (100%)

$$df = 8$$

$$p = 0,00536$$

$$\chi^2 = 21,77$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 15,51$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа алтернативната хипотеза која гласи: *Степенот на користење на методичкиот модел - Користење на 10-ки или производ од 10-ки, во развојот на математичките компетенции, зависи од одделението во кое наставникот предава.*

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на *одделение во кое наставникот предава* наспроти изјаснувањето за степенот на користење на методичкиот модел *Компензација за развој на математичките компетенции кај учениците* за собирање и одземање со природни броеви (утврдување на зависноста *одделение во кое наставникот предава -степен на користење на методичкиот модел Компензација за развој на математичките компетенции кај учениците*):

Нулта хипотеза: *Степенот на користење на методичкиот модел - Компензација, во развојот на математичките компетенции, не зависи од одделението во кое наставникот предава.*

Добиени фреквенции

		степен на користење на методичкиот модел – Компензација			Вкупно:
		мал (1)	(2)	голем (3)	
одделение	I одд.	13 (7,9%)	7 (4,2%)	9 (5,4%)	29 (17,6%)
	II одд.	10 (6%)	9 (5,4%)	15 (9,1%)	34 (20,7%)
	III одд.	4 (2,4%)	15 (9,1%)	16 (9,7%)	35 (21,3%)
	IV одд.	1 (0,6%)	11 (6,7%)	22 (13,4%)	34 (20,7%)
	V одд.	3 (1,8%)	9 (5,4%)	20 (12,1%)	32 (19,5%)
	Вкупно:	31 (18,9%)	51 (31%)	82 (50%)	164 (100%)

$$df = 8$$

$$p = 0,00079$$

$$\chi^2 = 26,72$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 15,51$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа *алтернативната хипотеза* која гласи: *Степенот на користење на методичкиот модел - Компензација, во развојот на математичките компетенции, зависи од одделението во кое наставникот предава.*

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на *одделение во кое наставникот предава* наспроти изјаснувањето за степенот на користење на методичкиот модел *Негативни броеви за развој на математичките компетенции кај учениците* за собирање и одземање со природни броеви (утврдување на зависноста *одделение во кое наставникот предава -степен на користење на методичкиот модел Негативни броеви за развој на математичките компетенции кај учениците*):

Нулта *Степенот на користење на методичкиот модел - Негативни броеви*, хипотеза: *во развојот на математичките компетенции, не зависи од одделението во кое наставникот предава.*

Добиени фреквенции

		степен на користење на методичкиот модел – Негативни броеви			Вкупно:
		мал (1)	(2)	голем (3)	
одделение	I одд.	17 (10,3%)	6 (3,6%)	6 (3,6%)	29 (17,6%)
	II одд.	16 (9,7%)	8 (4,8%)	10 (6%)	34 (20,7%)
	III одд.	16 (9,7%)	8 (4,8%)	11 (6,7%)	35 (21,3%)
	IV одд.	12 (7,3%)	7 (4,2%)	15 (9,1%)	34 (20,7%)
	V одд.	9 (5,4%)	8 (4,8%)	15 (9,1%)	32 (19,5%)
	Вкупно:	70 (42,6%)	37 (22,5%)	57 (34,7%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}df &= 8 \\p &= 0,39241 \\ \chi^2 &= \mathbf{8,43} \\ \chi^2_{(0,05)} &= 15,51\end{aligned}$$

Нултата хипотеза се задржува.

Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **одделение во кое наставникот предава** наспроти изјаснувањето за степенот на користење на методичкиот модел *Прачки за развој на математичките компетенции кај учениците* за собирање и одземање со природни броеви (утврдување на зависноста **одделение во кое наставникот предава -степен на користење на методичкиот модел Прачки за развој на математичките компетенции кај учениците**):

Нулта *Степенот на користење на методичкиот модел Прачки во развојот*
хипотеза: *на математичките компетенции, не зависи од одделението во кое наставникот предава.*

Добиени фреквенции

		степен на користење на методички модел: Прачки			Вкупно:
		мал (1)	(2)	голем (3)	
одделение	I одд.	12 (7,3%)	8 (4,8%)	9 (5,4%)	29 (17,6%)
	II одд.	10 (6%)	12 (7,3%)	12 (7,3%)	34 (20,7%)
	III одд.	6 (3,6%)	17 (10,3%)	12 (7,3%)	35 (21,3%)
	IV одд.	4 (2,4%)	14 (8,5%)	16 (9,7%)	34 (20,7%)
	V одд.	4 (2,4%)	13 (7,9%)	15 (9,1%)	32 (19,5%)
Вкупно:		36 (21,9%)	64 (39%)	64 (39%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}df &= 8 \\p &= 0,11310 \\ \chi^2 &= \mathbf{12,96} \\ \chi^2_{(0,05)} &= 15,51\end{aligned}$$

Нултата хипотеза се задржува.

Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

18. Колку го користите секој од методичките модели за развивање на компетенциите за множење и делење со природни броеви, како и за разбирање на нивните својства во наставата по математика:

- а. Мултипликативно сложување на броеви
- б. Дистрибутивно својство
- в. Користење на месна вредност
- г. Адитивно разложување на броеви
- д. Користење на својствата на операциите: собирање, одземање и множење

Содржини	Степен на користење на методички модели за развивање на компетенции за множење и делење со природни броеви		
	Мал		Голем
	(1)	(2)	(3)
Мултипликативно сложување на броеви	52 (31,7%)	45 (27,4%)	67 (40,8%)
Дистрибутивно својство	43 (26,2%)	49 (29,8%)	72 (43,9%)
Користење на месна вредност	26 (15,8%)	47 (28,6%)	91 (55,4%)
Адитивно разложување на броеви	55 (33,5%)	45 (27,4%)	64 (39%)
Користење на својствата на операциите: собирање, одземање и множење	26 (15,8%)	47 (28,6%)	91 (55,4%)

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **одделение во кое наставникот предава** наспроти изјаснувањето за степенот на користење на методичкиот модел *Мултипликативно сложување на броеви за развој на математичките компетенции кај учениците* за множење и делење со природни броеви (утврдување на зависноста **одделение во кое наставникот предава -степен на користење на методичкиот модел Мултипликативно сложување на броеви за развој на математичките компетенции кај учениците**):

Нулта Степенот на користење на методичкиот модел - хипотеза: **Мултипликативно сложување на броеви во развојот на математичките компетенции, не зависи од одделението во кое наставникот предава.**

Добиени фреквенции

		степен на користење на методичкиот модел - Мултипликативно сложување			Вкупно:
		мал (1)	(2)	голем (3)	
одделение	I одд.	19 (11,5%)	5 (3%)	5 (3%)	29 (17,6%)
	II одд.	16 (9,7%)	8 (4,8%)	10 (6%)	34 (20,7%)
	III одд.	8 (4,8%)	11 (6,7%)	16 (9,7%)	35 (21,3%)
	IV одд.	6 (3,6%)	11 (6,7%)	17 (10,3%)	34 (20,7%)
	V одд.	3 (1,8%)	10 (6%)	19 (11,5%)	32 (19,5%)
Вкупно:		52 (31,7%)	45 (27,4%)	67 (40,8%)	164 (100%)

$$\begin{aligned} df &= 8 \\ p &= 0,00011 \\ \chi^2 &= \mathbf{31,59} \\ \chi^2_{(0,05)} &= 15,51 \end{aligned}$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа *алтернативната хипотеза* која гласи: *Степенот на користење на методичкиот модел - **Мултипликативно сложување на броеви** во развојот на математичките компетенции, **зависи** од одделението во кое наставникот предава.*

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на *одделение во кое наставникот предава* наспроти изјаснувањето за степенот на користење на методичкиот модел *Дистрибутивно својство за развој на математичките компетенции кај учениците* за множење и делење со природни броеви (утврдување на зависноста *одделение во кое наставникот предава -степен на користење на методичкиот модел Дистрибутивно својство за развој на математичките компетенции кај учениците*):

Нулта *Степенот на користење на методичкиот модел -Дистрибутивно* хипотеза: *својство, во развојот на математичките компетенции, не зависи од одделението во кое наставникот предава.*

Добиени фреквенции

		степен на користење на методичкиот модел - Дистрибутивно својство			Вкупно:
		мал (1)	(2)	голем (3)	
одделение	I одд.	19 (11,5%)	5 (3%)	5 (3%)	29 (17,6%)
	II одд.	15 (9,1%)	9 (5,4%)	10 (6%)	34 (20,7%)
	III одд.	6 (3,6%)	12 (7,3%)	17 (10,3%)	35 (21,3%)
	IV одд.	2 (1,2%)	12 (7,3%)	20 (12,1%)	34 (20,7%)
	V одд.	1 (0,6%)	11 (6,7%)	20 (12,1%)	32 (19,5%)
	Вкупно:	43 (26,2%)	49 (29,8%)	72 (43,9%)	164 (100%)

$$\begin{aligned} df &= 8 \\ p &= 0,00000 \\ \chi^2 &= \mathbf{47,41} \\ \chi^2_{(0,05)} &= 15,51 \end{aligned}$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа *алтернативната хипотеза* која гласи: *Степенот на користење на методичкиот модел - **Дистрибутивно својство**, во развојот на математичките компетенции, **зависи** од одделението во кое наставникот предава.*

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **одделение во кое наставникот предава** наспроти изјаснувањето за степенот на користење на методичкиот модел **Користење на месна вредност за развој на математичките компетенции кај учениците** за множење и делење со природни броеви (утврдување на зависноста **одделение во кое наставникот предава -степен на користење на методичкиот модел Користење на месна вредност за развој на математичките компетенции кај учениците**):

Нулта хипотеза: **Степенот на користење на методичкиот модел - Користење на месна вредност, во развојот на математичките компетенции, не зависи од одделението во кое наставникот предава.**

Добиени фреквенции

		степен на користење на методичкиот модел - Користење на месна вредност			Вкупно:
		мал (1)	(2)	голем (3)	
одделение	I одд.	14 (8,5%)	4 (2,4%)	11 (6,7%)	29 (17,6%)
	II одд.	5 (3%)	8 (4,8%)	21 (12,8%)	34 (20,7%)
	III одд.	4 (2,4%)	12 (7,3%)	19 (11,5%)	35 (21,3%)
	IV одд.	2 (1,2%)	12 (7,3%)	20 (12,1%)	34 (20,7%)
	V одд.	1 (0,6%)	11 (6,7%)	20 (12,1%)	32 (19,5%)
Вкупно:		26 (15,8%)	47 (28,6%)	91 (55,4%)	164 (100%)

$$df = 8$$

$$p = 0,00013$$

$$\chi^2 = 31,13$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 15,51$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа **алтернативната хипотеза** која гласи: **Степенот на користење на методичкиот модел - Користење на месна вредност, во развојот на математичките компетенции, зависи од одделението во кое наставникот предава.**

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **одделение во кое наставникот предава** наспроти изјаснувањето за степенот на користење на методичкиот модел **Адитивно разложување на броеви за развој на математичките компетенции кај учениците** за множење и делење со природни броеви (утврдување на зависноста **одделение во кое наставникот предава -степен на користење на методичкиот модел Адитивно разложување на броеви за развој на математичките компетенции кај учениците**):

Нулта хипотеза: **Степенот на користење на методичкиот модел - Адитивно разложување на броеви, во развојот на математичките компетенции, не зависи од одделението во кое наставникот предава.**

Добиени фреквенции

		степен на користење на методичкиот модел - Адитивно разложување на броеви			Вкупно:
		мал (1)	(2)	голем (3)	
одделение	I одд.	21 (12,8%)	4 (2,4%)	4 (2,4%)	29 (17,6%)
	II одд.	17 (10,3%)	9 (5,4%)	8 (4,8%)	34 (20,7%)
	III одд.	5 (3%)	11 (6,7%)	19 (11,5%)	35 (21,3%)
	IV одд.	5 (3%)	11 (6,7%)	18 (10,9%)	34 (20,7%)
	V одд.	7 (4,2%)	10 (6%)	15 (9,1%)	32 (19,5%)
Вкупно:		55 (33,5%)	45 (27,4%)	64 (39%)	164 (100%)

$df = 8$
 $p = 0,00001$
 $\chi^2 = 38,33$
 $\chi^2_{(0,05)} = 15,51$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа алтернативната хипотеза која гласи: *Степенот на користење на методичкиот модел - Адитивно разложување на броеви, во развојот на математичките компетенции, зависи од одделението во кое наставникот предава.*

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на *одделение во кое наставникот предава* наспроти изјаснувањето за степенот на користење на методичкиот модел *Користење на својствата на операциите собирање, одземање и множење за развој на математичките компетенции кај учениците за множење и делење со природни броеви (утврдување на зависноста одделение во кое наставникот предава -степен на користење на методичкиот модел Користење на својствата на операциите собирање, одземање и множење за развој на математичките компетенции кај учениците):*

Нулта хипотеза: *Степенот на користење на методичкиот модел - Користење на својствата на операциите: собирање, одземање и множење, во развојот на математичките компетенции, не зависи од одделението во кое наставникот предава.*

Добиени фреквенции

		степен на користење на методичкиот модел - Користење на својствата на операциите: собирање, одземање и множење			Вкупно:
		мал (1)	(2)	голем (3)	
одделение	I одд.	20 (12,1%)	5 (3%)	4 (2,4%)	29 (17,6%)
	II одд.	16 (9,7%)	9 (5,4%)	9 (5,4%)	34 (20,7%)
	III одд.	7 (4,2%)	11 (6,7%)	17 (10,3%)	35 (21,3%)
	IV одд.	1 (0,6%)	11 (6,7%)	22 (13,4%)	34 (20,7%)
	V одд.	3 (1,8%)	12 (7,3%)	17 (10,3%)	32 (19,5%)
Вкупно:		26 (15,8%)	47 (28,6%)	91 (55,4%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}df &= 8 \\p &= 0,00000 \\ \chi^2 &= \mathbf{48,70} \\ \chi^2_{(0,05)} &= 15,51\end{aligned}$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа алтернативната хипотеза која гласи: *Степенот на користење на методичкиот модел - **Користење на својствата на операциите: собирање, одземање и множење**, во развојот на математичките компетенции, **зависи** од одделението во кое наставникот предава.*

19. Проценете колку методичките модели се среќаваат во учебниците по математика, во секој поставен методички модел, и тоа:

- а. Броење до...
- б. Разложување на месна вредност
- в. Присутност на 10-ки или производ од 10-ки
- г. Компензација
- д. Негативни броеви
- ѓ. Прачки
- е. Мултипликативно сложување на броеви
- ж. Дистрибутивно својство
- з. Користење на месна вредност
- с. Адитивно разложување на броеви
- и. Присутност на својствата на операциите: собирање, одземање и множење

Содржини	Степен на присутност на методичките модели во учебниците по математика		
	Мал		Голем
	(1)	(2)	(3)
Броење до...	10 (6%)	54 (32,9%)	100 (60,9%)
Разложување на месна вредност	23 (14%)	60 (36,5%)	81 (49,3%)
Присутност на 10-ки или производ од 10-ки	30 (18,2%)	56 (34,1%)	78 (47,5%)
Компензација	38 (23,1%)	83 (50,6%)	43 (26,2%)
Негативни броеви	78 (47,5%)	50 (30,4%)	36 (21,9%)
Прачки	39 (23,7%)	80 (48,7%)	45 (27,4%)
Мултипликативно сложување на броеви	30 (18,2%)	87 (53%)	47 (28,6%)
Дистрибутивно својство	34 (20,7%)	65 (39,6%)	65 (39,6%)
Користење на месна вредност	28 (17%)	66 (40,2%)	70 (42,6%)
Адитивно разложување на броеви	34 (20,7%)	76 (46,3%)	54 (32,9%)
Присутност на својствата на операциите: собирање, одземање и множење	28 (17%)	55 (33,5%)	81 (49,3%)

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **одделение во кое наставникот предава** наспроти изјаснувањето за степенот на присутноста на методичкиот модел **Броење до...во учебниците по математика** (утврдување на зависноста **одделение во кое наставникот предава - степен на присутност на методичкиот модел Броење до... во учебниците по математика**):

Нулта хипотеза: Мислењето на наставникот за степенот на присутност на методичкиот модел - **Броење до ...во учебниците по математика, не зависи** од одделението во кое наставникот предава.

Алтернативна хипотеза: Мислењето на наставникот за степенот на присутност на методичкиот модел - **Броење до ... во учебниците по математика, зависи** од одделението во кое наставникот предава.

Добиени фреквенции

		степен на присутност на методичкиот модел - Броење до			Вкупно:
		мал (1)	(2)	голем (3)	
одделение	I одд.	2 (1,2%)	8 (4,8%)	19 (11,5%)	29 (17,6%)
	II одд.	2 (1,2%)	11 (6,7%)	21 (12,8%)	34 (20,7%)
	III одд.	1 (0,6%)	14 (8,5%)	20 (12,1%)	35 (21,3%)
	IV одд.	2 (1,2%)	12 (7,3%)	20 (12,1%)	34 (20,7%)
	V одд.	3 (1,8%)	9 (5,4%)	20 (12,1%)	32 (19,5%)
Вкупно:		10 (6%)	54 (32,9%)	100 (60,9%)	164 (100%)

Очекувани фреквенции

		степен на присутност на методичкиот модел - Броење до			Вкупно:
		мал (1)	(2)	голем (3)	
одделение	I одд.	1,77	9,55	17,68	29
	II одд.	2,07	11,20	20,73	34
	III одд.	2,13	11,52	21,34	35
	IV одд.	2,07	11,20	20,73	34
	V одд.	1,95	10,54	19,51	32
Вкупно:		10	54	100	164

Хи-квадрат тест на **19.а.** не се прави бидејќи во 5 од вкупно 15 келии од табелата Очекувани фреквенции вредностите се помали од 5.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **одделение во кое наставникот предава** наспроти изјаснувањето за степенот на присутноста на методичкиот модел **Разложување на месна вредност во учебниците по математика** (утврдување на зависноста **одделение во кое наставникот предава - степен на присутност на методичкиот модел Разложување на месна вредност во учебниците по математика**):

Нулта хипотеза: Мислењето на наставникот за степенот на присутност на методичкиот модел - **Разложување на месна вредност, во учебниците по математика, не зависи** од одделението во кое наставникот предава.,

Добиени фреквенции

		степен на присутност на методичкиот модел - Разложување на месна вредност			Вкупно:
		мал (1)	(2)	голем (3)	
одделение	I одд.	12 (7,3%)	11 (6,7%)	6 (3,6%)	29 (17,6%)
	II одд.	6 (3,6%)	15 (9,1%)	13 (7,9%)	34 (20,7%)
	III одд.	2 (1,2%)	13 (7,9%)	20 (12,1%)	35 (21,3%)
	IV одд.	1 (0,6%)	12 (7,3%)	21 (12,8%)	34 (20,7%)
	V одд.	2 (1,2%)	9 (5,4%)	21 (12,8%)	32 (19,5%)
Вкупно:		23 (14%)	60 (36,5%)	81 (49,3%)	164 (100%)

$df = 8$
 $p = 0,00010$
 $\chi^2 = 31,94$
 $\chi^2_{(0,05)} = 15,51$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа алтернативната хипотеза која гласи: *Мислењето на наставникот за степенот на присутност на методичкиот модел - **Разложување на месна вредност**, во учебниците по математика, **зависи** од одделението во кое наставникот предава.*

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **одделение во кое наставникот предава** наспроти изјаснувањето за степенот на присутноста на методичкиот модел *Присутност на 10-ки или производ од 10-ки во учебниците по математика* (утврдување на зависноста **одделение во кое наставникот предава - степен на присутност на методичкиот модел Присутност на 10-ки или производ од 10-ки во учебниците по математика**):

Нулта хипотеза: *Мислењето на наставникот за степенот на присутност на методичкиот модел - **Присутност на 10-ки или производ од 10-ки**, во учебниците по математика, **не зависи** од одделението во кое наставникот предава.*

Добиени фреквенции

		степен на присутност на методичкиот модел - Присутност на 10-ки или производ од 10-ки			Вкупно:
		мал (1)	(2)	голем (3)	
одделение	I одд.	14 (8,5%)	7 (4,2%)	8 (4,8%)	29 (17,6%)
	II одд.	11 (6,7%)	11 (6,7%)	12 (7,3%)	34 (20,7%)
	III одд.	2 (1,2%)	15 (9,1%)	18 (10,9%)	35 (21,3%)
	IV одд.	1 (0,6%)	13 (7,9%)	20 (12,1%)	34 (20,7%)
	V одд.	2 (1,2%)	10 (6%)	20 (12,1%)	32 (19,5%)
Вкупно:		30 (18,2%)	56 (34,1%)	78 (47,5%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}df &= 8 \\p &= 0,00002 \\ \chi^2 &= \mathbf{35,80} \\ \chi^2_{(0,05)} &= 15,51\end{aligned}$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа алтернативната хипотеза која гласи: *Мислењето на наставникот за степенот на присутност на методичкиот модел - Присутност на 10-ки или производ од 10-ки, во учебниците по математика, зависи од одделението во кое наставникот предава.*

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **одделение во кое наставникот предава** наспроти изјаснувањето за степенот на присутноста на методичкиот модел *Компензација во учебниците по математика* (утврдување на зависноста **одделение во кое наставникот предава - степен на присутност на методичкиот модел Компензација во учебниците по математика**):

Нулта *Мислењето на наставникот за степенот на присутност на методичкиот модел - Компензација, во учебниците по математика, не зависи од одделението во кое наставникот предава.*

Добиени фреквенции

		степен на присутност на методичкиот модел – Компензација			Вкупно:
		мал (1)	(2)	голем (3)	
одделение	I одд.	14 (8,5%)	10 (6%)	5 (3%)	29 (17,6%)
	II одд.	11 (6,7%)	16 (9,7%)	7 (4,2%)	34 (20,7%)
	III одд.	7 (4,2%)	20 (12,1%)	8 (4,8%)	35 (21,3%)
	IV одд.	2 (1,2%)	20 (12,1%)	12 (7,3%)	34 (20,7%)
	V одд.	4 (2,4%)	17 (10,3%)	11 (6,7%)	32 (19,5%)
	Вкупно:	38 (23,1%)	83 (50,6%)	43 (26,2%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}df &= 8 \\p &= 0,00733 \\ \chi^2 &= \mathbf{20,93} \\ \chi^2_{(0,05)} &= 15,51\end{aligned}$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа алтернативната хипотеза која гласи: *Мислењето на наставникот за степенот на присутност на методичкиот модел - Компензација, во учебниците по математика, зависи од одделението во кое наставникот предава.*

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **одделение во кое наставникот предава** наспроти изјаснувањето за степенот на присутноста на методичкиот **Негативни броеви во учебниците по математика** (утврдување на зависноста **одделение во кое наставникот предава - степен на присутност на методичкиот модел Негативни броеви во учебниците по математика**):

Нулта хипотеза: Мислењето на наставникот за степенот на присутност на методичкиот модел - **Негативни броеви**, во учебниците по математика, **не зависи** од одделението во кое наставникот предава.

Добиени фреквенции

		степен на присутност на методичкиот модел - Негативни броеви			Вкупно:
		Мал (1)	(2)	Голем (3)	
одделение	I одд.	19 (11,5%)	5 (3%)	5 (3%)	29 (17,6%)
	II одд.	19 (11,5%)	9 (5,4%)	6 (3,6%)	34 (20,7%)
	III одд.	17 (10,3%)	11 (6,7%)	7 (4,2%)	35 (21,3%)
	IV одд.	13 (7,9%)	12 (7,3%)	9 (5,4%)	34 (20,7%)
	V одд.	10 (6%)	13 (7,9%)	9 (5,4%)	32 (19,5%)
Вкупно:		78 (47,5%)	50 (30,4%)	36 (21,9%)	164 (100%)

$$df = 8$$

$$p = 0,29511$$

$$\chi^2 = 9,59$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 15,51$$

Нултата хипотеза се задржува. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **одделение во кое наставникот предава** наспроти изјаснувањето за степенот на присутноста на методичкиот модел **Прачки во учебниците по математика** (утврдување на зависноста **одделение во кое наставникот предава - степен на присутност на методичкиот модел Прачки во учебниците по математика**):

Нулта хипотеза: Мислењето на наставникот за степенот на присутност на методичкиот модел - **Прачки**, во учебниците по математика, **не зависи** од одделението во кое наставникот предава.

Добиени фреквенции

		степен на присутност на методички модел: Прачки			Вкупно:
		Мал (1)	(2)	Голем (3)	
одделение	I одд.	11 (6,7%)	9 (5,4%)	9 (5,4%)	29 (17,6%)
	II одд.	13 (7,9%)	17 (10,3%)	4 (2,4%)	34 (20,7%)
	III одд.	5 (3%)	18 (10,9%)	12 (7,3%)	35 (21,3%)
	IV одд.	5 (3%)	21 (12,8%)	8 (4,8%)	34 (20,7%)
	V одд.	5 (3%)	15 (9,1%)	12 (7,3%)	32 (19,5%)
Вкупно:		39 (23,7%)	80 (48,7%)	45 (27,4%)	164 (100%)

$$df = 8$$

$$p = 0,02899$$

$$\chi^2 = 17,11$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 15,51$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа алтернативната хипотеза која гласи: Мислењето на наставникот за степенот на присутност на методичкиот модел - **Прачки**, во учебниците по математика, **зависи** од одделението во кое наставникот предава.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **одделение во кое наставникот предава** наспроти изјаснувањето за степенот на присутноста на методичкиот модел **Мултипликативно сложување на броеви во учебниците по математика** (утврдување на зависноста **одделение во кое наставникот предава - степен на присутност на методичкиот модел Мултипликативно сложување на броеви во учебниците по математика**):

Нулта хипотеза: Мислењето на наставникот за степенот на присутност на методичкиот модел - **Мултипликативно сложување на броеви**, во учебниците по математика, **не зависи** од одделението во кое наставникот предава.

Добиени фреквенции

		степен на присутност на методичкиот модел - Мултипликативно сложување			Вкупно:
		мал (1)	(2)	голем (3)	
одделение	I одд.	12 (7,3%)	11 (6,7%)	6 (3,6%)	29 (17,6%)
	II одд.	9 (5,4%)	19 (11,5%)	6 (3,6%)	34 (20,7%)
	III одд.	3 (1,8%)	20 (12,1%)	12 (7,3%)	35 (21,3%)
	IV одд.	3 (1,8%)	20 (12,1%)	11 (6,7%)	34 (20,7%)
	V одд.	3 (1,8%)	17 (10,3%)	12 (7,3%)	32 (19,5%)
Вкупно:		30 (18,2%)	87 (53%)	47 (28,6%)	164 (100%)

$$df = 8$$

$$p = 0,01159$$

$$\chi^2 = 19,69$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 15,51$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа алтернативната хипотеза која гласи: Мислењето на наставникот за степенот на присутност на методичкиот модел - **Мултипликативно сложување на броеви**, во учебниците по математика, **зависи** од одделението во кое наставникот предава.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **одделение во кое наставникот предава** наспроти изјаснувањето за степенот на присутноста на методичкиот модел **Дистрибутивно својство во учебниците по математика** (утврдување на зависноста **одделение во кое наставникот предава - степен на присутност на методичкиот модел Дистрибутивно својство во учебниците по математика**):

Нулта хипотеза: *Мислењето на наставникот за степенот на присутност на методичкиот модел - **Дистрибутивно својство**, во учебниците по математика, **не зависи** од одделението во кое наставникот предава.*

Добиени фреквенции

		степен на присутност на методичкиот модел - Дистрибутивно својство			Вкупно:
		мал (1)	(2)	голем (3)	
одделение	I одд.	15 (9,1%)	9 (5,4%)	5 (3%)	29 (17,6%)
	II одд.	12 (7,3%)	15 (9,1%)	7 (4,2%)	34 (20,7%)
	III одд.	5 (3%)	15 (9,1%)	15 (9,1%)	35 (21,3%)
	IV одд.	1 (0,6%)	14 (8,5%)	19 (11,5%)	34 (20,7%)
	V одд.	1 (0,6%)	12 (7,3%)	19 (11,5%)	32 (19,5%)
Вкупно:		34 (20,7%)	65 (39,6%)	65 (39,6%)	164 (100%)

$$df = 8$$

$$p = 0,00000$$

$$\chi^2 = 40,74$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 15,51$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа *алтернативната хипотеза* која гласи: *Мислењето на наставникот за степенот на присутност на методичкиот модел - **Дистрибутивно својство**, во учебниците по математика, **зависи** од одделението во кое наставникот предава.*

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на *одделение во кое наставникот предава* наспроти изјаснувањето за степенот на присутноста на методичкиот модел *Присутност на месна вредност во учебниците по математика* (утврдување на зависноста *одделение во кое наставникот предава - степен на присутност на методичкиот модел Присутни на месна вредност во учебниците по математика*):

Нулта хипотеза: *Мислењето на наставникот за степенот на присутност на методичкиот модел - **Присутност на месна вредност**, во учебниците по математика, **не зависи** од одделението во кое наставникот предава.*

Добиени фреквенции

		степен на присутност на методичкиот модел - Присутност на месна вредност			Вкупно:
		мал (1)	(2)	голем (3)	
одделение	I одд.	12 (7,3%)	8 (4,8%)	9 (5,4%)	29 (17,6%)
	II одд.	11 (6,7%)	13 (7,9%)	10 (6%)	34 (20,7%)
	III одд.	2 (1,2%)	18 (10,9%)	15 (9,1%)	35 (21,3%)
	IV одд.	1 (0,6%)	16 (9,7%)	17 (10,3%)	34 (20,7%)
	V одд.	2 (1,2%)	11 (6,7%)	19 (11,5%)	32 (19,5%)
Вкупно:		28 (17%)	66 (40,2%)	70 (42,6%)	164 (100%)

$$df = 8$$

$$p = 0,00012$$

$$\chi^2 = 31,29$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 15,51$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа алтернативната хипотеза која гласи: Мислењето на наставникот за степенот на присутност на методичкиот модел - **Присутност на месна вредност**, во учебниците по математика, **зависи** од одделението во кое наставникот предава.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **одделение во кое наставникот предава** наспроти изјаснувањето за степенот на присутноста на методичкиот модел **Адитивно разложување на броеви во учебниците по математика** (утврдување на зависноста **одделение во кое наставникот предава - степен на присутност на методичкиот модел Адитивно разложување на броеви во учебниците по математика**):

Нулта хипотеза: Мислењето на наставникот за степенот на присутност на методичкиот модел - **Адитивно разложување на броеви**, во учебниците по математика, **не зависи** од одделението во кое наставникот предава.

Добиени фреквенции

		степен на присутност на методичкиот модел - Адитивно разложување на броеви			Вкупно:
		мал (1)	(2)	голем (3)	
одделение	I одд.	14 (8,5%)	8 (4,8%)	7 (4,2%)	29 (17,6%)
	II одд.	12 (7,3%)	14 (8,5%)	8 (4,8%)	34 (20,7%)
	III одд.	4 (2,4%)	20 (12,1%)	11 (6,7%)	35 (21,3%)
	IV одд.	2 (1,2%)	19 (11,5%)	13 (7,9%)	34 (20,7%)
	V одд.	2 (1,2%)	15 (9,1%)	15 (9,1%)	32 (19,5%)
Вкупно:		34 (20,7%)	76 (46,3%)	54 (32,9%)	164 (100%)

$$df = 8$$

$$p = 0,00020$$

$$\chi^2 = 30,15$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 15,51$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа алтернативната хипотеза која гласи: Мислењето на наставникот за степенот на присутност на методичкиот модел - **Адитивно разложување на броеви**, во учебниците по математика, **зависи** од одделението во кое наставникот предава.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на *одделение во кое наставникот предава* наспроти изјаснувањето за степенот на присутноста на методичкиот модел *Присутност на својствата на операциите: собирање, одземање и множење во учебниците по математика* (утврдување на зависноста *одделение во кое наставникот предава - степен на присутност на методичкиот модел Присутност на својствата на операциите: собирање, одземање и множење во учебниците по математика*):

Нулта Мислењето на наставникот за степенот на присутност на хипотеза: *методичкиот модел - Присутност на својствата на операциите: собирање, одземање и множење, во учебниците по математика, не зависи од одделението во кое наставникот предава.*

Добиени фреквенции

		степен на присутност на методичкиот модел - <i>Присутност на својствата на операциите: собирање, одземање и множење</i>			Вкупно:
		мал (1)	(2)	голем (3)	
одделение	I одл.	12 (7.3%)	8 (4.8%)	9 (5.4%)	29 (17.6%)
	II одл.	8 (4.8%)	13 (7.9%)	13 (7.9%)	34 (20.7%)
	III одл.	4 (2.4%)	15 (9.1%)	16 (9.7%)	35 (21.3%)
	IV одл.	3 (1.8%)	12 (7.3%)	19 (11.5%)	34 (20.7%)
	V одл.	1 (0.6%)	7 (4.2%)	24 (14.6%)	32 (19.5%)
Вкупно:		28 (17%)	55 (33.5%)	81 (49.3%)	164 (100%)

$$df = 8$$

$$p = 0,00078$$

$$\chi^2 = 26,76$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 15,51$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа алтернативната хипотеза која гласи: *Мислењето на наставникот за степенот на присутност на методичкиот модел - Присутност на својствата на операциите: собирање, одземање и множење, во учебниците по математика, зависи од одделението во кое наставникот предава.*

20. Проценете колку методичките модели ги користат учениците при решавање на нивните математички проблеми, во секој поставен методички модел, и тоа:

- Броење до....
- Разложување на месна вредност
- Присутност на 10-ки или производ од 10-ки
- Компензација
- Негативни броеви
- Прачки
- Мултипликативно сложување на броеви
- Дистрибутивно својство
- Користење на месна вредност
- Аддитивно разложување на броеви
- Користење на својствата на операциите: собирање, одземање и множење

Содржини	Степен на користење на методички модели од страна на учениците за развој на математички компетенции (според проценката на наставникот)		
	Мал		Голем
	(1)	(2)	(3)
Броење до...	9 (5,4%)	61 (37,1%)	94 (57,3%)
Разложување на месна вредност	25 (15,2%)	64 (39%)	75 (45,7%)
Присутност на 10-ки или производ од 10-ки	25 (15,2%)	67 (40,8%)	72 (43,9%)
Компензација	28 (17%)	85 (51,8%)	51 (31%)
Негативни броеви	74 (45,1%)	63 (38,4%)	27 (16,4%)
Прачки	25 (15,2%)	77 (46,9%)	62 (37,8%)
Мултипликативно сложување на броеви	26 (15,8%)	88 (53,6%)	50 (30,4%)
Дистрибутивно својство	28 (17%)	71 (43,2%)	65 (39,6%)
Користење на месна вредност	28 (17%)	80 (48,7%)	56 (34,1%)
Адитивно разложување на броеви	26 (15,8%)	82 (50%)	56 (34,1%)
Користење на својствата на операциите: собирање, одземање и множење	22 (13,4%)	57 (34,7%)	85 (51,8%)

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на *одделение во кое наставникот предава* наспроти изјаснувањето на наставниците за степенот на користење на методичкиот модел *Броење до... од страна на учениците за развој на нивните (на учениците) математичките компетенции* (утврдување на зависноста *одделение во кое наставникот предава - степен на користење на методичкиот модел Броење до... за развој на нивните математички компетенции*):

Нулта хипотеза: *Мислењето на наставникот за степенот на користење на методичкиот модел -Броење до ... од страна на учениците, во развојот на нивните математички компетенции, не зависи од одделението во кое наставникот предава.*

Добиени фреквенции

		степен на користење на методичкиот модел - Броење до			Вкупно:
		мал (1)	(2)	голем (3)	
одделение	I одд.	2 (1,2%)	9 (5,4%)	18 (10,9%)	29 (17,6%)
	II одд.	1 (0,6%)	11 (6,7%)	22 (13,4%)	34 (20,7%)
	III одд.	1 (0,6%)	16 (9,7%)	18 (10,9%)	35 (21,3%)
	IV одд.	2 (1,2%)	14 (8,5%)	18 (10,9%)	34 (20,7%)
	V одд.	3 (1,8%)	11 (6,7%)	18 (10,9%)	32 (19,5%)
Вкупно:		9 (5,4%)	61 (37,1%)	94 (57,3%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 8 \\
 p &= 0.85576 \\
 \chi^2 &= 4.02 \\
 \chi^2_{(0.05)} &= 15.51
 \end{aligned}$$

Нултата хипотеза се задржува. Разгледуваните категории се меѓусебно независни.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **одделение во кое наставникот предава** наспроти изјаснувањето на наставниците за степенот на користење на методичкиот модел **Разложување на месна вредност од страна на учениците за развој на нивните (на учениците) математичките компетенции** (утврдување на зависноста **одделение во кое наставникот предава - степен на користење на методичкиот модел Разложување на месна вредност за развој на нивните математички компетенции**):

Нулта хипотеза: Мислењето на наставникот за степенот на користење на методичкиот модел-**Разложување на месна вредност**, од страна на учениците, во развојот на нивните математички компетенции, **не зависи** од одделението во кое наставникот предава.

Добиени фреквенции

		степен на користење на методичкиот модел - <i>Разложување на месна вредност</i>			Вкупно:
		мал (1)	(2)	голем (3)	
одделение	I одд.	12 (7,3%)	9 (5,4%)	8 (4,8%)	29 (17,6%)
	II одд.	8 (4,8%)	13 (7,9%)	13 (7,9%)	34 (20,7%)
	III одд.	2 (1,2%)	17 (10,3%)	16 (9,7%)	35 (21,3%)
	IV одд.	2 (1,2%)	13 (7,9%)	19 (11,5%)	34 (20,7%)
	V одд.	1 (0,6%)	12 (7,3%)	19 (11,5%)	32 (19,5%)
Вкупно:		25 (15,2%)	64 (39%)	75 (45,7%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}
 df &= 8 \\
 p &= 0,00057 \\
 \chi^2 &= \mathbf{27,54} \\
 \chi^2_{(0,05)} &= 15,51
 \end{aligned}$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа алтернативната хипотеза која гласи: Мислењето на наставникот за степенот на користење на методичкиот модел - **Разложување на месна вредност**, од страна на учениците, во развојот на нивните математички компетенции, **зависи** од одделението во кое наставникот предава.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **одделение во кое наставникот предава** наспроти изјаснувањето на наставниците за степенот на користење на методичкиот модел **Присутност на 10-ки или производ од 10-ки од страна на учениците за развој на нивните (на учениците) математичките компетенции** (утврдување на зависноста **одделение во кое наставникот предава - степен на користење на методичкиот модел Присутност на 10-ки или производ од 10-ки за развој на нивните математички компетенции**):

Нулта хипотеза: Мислењето на наставникот за степенот на користење на методичкиот модел - **Користење на 10-ки или производ од 10-ки**, од страна на учениците, во развојот на нивните математички компетенции, **не зависи** од одделението во кое наставникот предава.

Добиени фреквенции

		степен на користење на методичкиот модел - Користење на 10-ки или производ од 10-ки			Вкупно:
		мал (1)	(2)	голем (3)	
одделение	I одд.	13 (7,9%)	10 (6%)	6 (3,6%)	29 (17,6%)
	II одд.	8 (4,8%)	15 (9,1%)	11 (6,7%)	34 (20,7%)
	III одд.	2 (1,2%)	18 (10,9%)	15 (9,1%)	35 (21,3%)
	IV одд.	1 (0,6%)	13 (7,9%)	20 (12,1%)	34 (20,7%)
	V одд.	1 (0,6%)	11 (6,7%)	20 (12,1%)	32 (19,5%)
Вкупно:		25 (15,2%)	67 (40,8%)	72 (43,9%)	164 (100%)

$$df = 8$$

$$p = 0,00001$$

$$\chi^2 = 37,29$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 15,51$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа алтернативната хипотеза која гласи: Мислењето на наставникот за степенот на користење на методичкиот модел - **Користење на 10-ки или производ од 10-ки**, од страна на учениците, во развојот на нивните математички компетенции, **зависи** од одделението во кое наставникот предава.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **одделение во кое наставникот предава** наспроти изјаснувањето на наставниците за степенот на користење на методичкиот модел **Компензација од страна на учениците за развој на нивните (на учениците) математичките компетенции** (утврдување на зависноста **одделение во кое наставникот предава - степен на користење на методичкиот модел Компензација за развој на нивните математички компетенции**):

Нулта хипотеза: Мислењето на наставникот за степенот на користење на методичкиот модел - **Компензација**, од страна на учениците, во развојот на нивните математички компетенции, **не зависи** од одделението во кое наставникот предава.

Добиени фреквенции

		степен на користење на методичкиот модел - Компензација			Вкупно:
		мал (1)	(2)	голем (3)	
одделение	I одд.	13 (7,9%)	11 (6,7%)	5 (3%)	29 (17,6%)
	II одд.	8 (4,8%)	18 (10,9%)	8 (4,8%)	34 (20,7%)
	III одд.	3 (1,8%)	23 (14%)	9 (5,4%)	35 (21,3%)
	IV одд.	1 (0,6%)	19 (11,5%)	14 (8,5%)	34 (20,7%)
	V одд.	3 (1,8%)	14 (8,5%)	15 (9,1%)	32 (19,5%)
Вкупно:		28 (17%)	85 (51,8%)	51 (31%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}df &= 8 \\p &= 0,00023 \\ \chi^2 &= \mathbf{29,80} \\ \chi^2_{(0,05)} &= 15,51\end{aligned}$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа *алтернативната хипотеза* која гласи: *Мислењето на наставникот за степенот на користење на методичкиот модел - **Компензација**, од страна на учениците, во развојот на нивните математички компетенции, **зависи** од одделението во кое наставникот предава.*

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **одделение во кое наставникот предава** наспроти изјаснувањето на наставниците за степенот на користење на методичкиот модел *Негативни броеви од страна на учениците за развој на нивните (на учениците) математичките компетенции* (утврдување на зависноста **одделение во кое наставникот предава - степен на користење на методичкиот модел Негативни броеви за развој на нивните математички компетенции**):

Нулта хипотеза: *Мислењето на наставникот за степенот на користење на методичкиот модел - **Негативни броеви**, од страна на учениците, во развојот на нивните математички компетенции, **не зависи** од одделението во кое наставникот предава.*

Добиени фреквенции

		степен на користење на методичкиот модел – <i>Негативни броеви</i>			Вкупно:
		мал (1)	(2)	голем (3)	
одделение	I одд.	19 (11,5%)	8 (4,8%)	2 (1,2%)	29 (17,6%)
	II одд.	20 (12,1%)	12 (7,3%)	2 (1,2%)	34 (20,7%)
	III одд.	15 (9,1%)	14 (8,5%)	6 (3,6%)	35 (21,3%)
	IV одд.	11 (6,7%)	15 (9,1%)	8 (4,8%)	34 (20,7%)
	V одд.	9 (5,4%)	14 (8,5%)	9 (5,4%)	32 (19,5%)
	Вкупно:	74 (45,1%)	63 (38,4%)	27 (16,4%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}df &= 8 \\p &= 0,03536 \\ \chi^2 &= \mathbf{16,53} \\ \chi^2_{(0,05)} &= 15,51\end{aligned}$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа *алтернативната хипотеза* која гласи: *Мислењето на наставникот за степенот на користење на методичкиот модел - **Негативни броеви**, од страна на учениците, во развојот на нивните математички компетенции, **зависи** од одделението во кое наставникот предава.*

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **одделение во кое наставникот предава** наспроти изјаснувањето на наставниците за степенот на користење на методичкиот модел *Прачки од страна на учениците за развој на нивните (на учениците) математичките компетенции* (утврдување на зависноста **одделение во кое наставникот предава - степен на користење на методичкиот модел Прачки за развој на нивните математички компетенции**):

Нулта хипотеза: Мислењето на наставникот за степенот на користење на методичкиот модел - **Прачки**, од страна на учениците, во развојот на нивните математички компетенции, **не зависи** од одделението во кое наставникот предава.

Добиени фреквенции

		степен на користење на методички модел: <i>Прачки</i>			Вкупно:
		мал (1)	(2)	голем (3)	
одделение	I одд.	9 (5,4%)	11 (6,7%)	9 (5,4%)	29 (17,6%)
	II одд.	6 (3,6%)	16 (9,7%)	12 (7,3%)	34 (20,7%)
	III одд.	4 (2,4%)	19 (11,5%)	12 (7,3%)	35 (21,3%)
	IV одд.	2 (1,2%)	17 (10,3%)	15 (9,1%)	34 (20,7%)
	V одд.	4 (2,4%)	14 (8,5%)	14 (8,5%)	32 (19,5%)
Вкупно:		25 (15,2%)	77 (46,9%)	62 (37,8%)	164 (100%)

$$df = 8$$

$$p = 0,29876$$

$$\chi^2 = 9,54$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 15,51$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа алтернативната хипотеза која гласи: Мислењето на наставникот за степенот на користење на методичкиот модел - **Прачки**, од страна на учениците, во развојот на нивните математички компетенции, **зависи** од одделението во кое наставникот предава.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **одделение во кое наставникот предава** наспроти изјаснувањето на наставниците за степенот на користење на методичкиот модел **Мултипликативно сложување на броеви од страна на учениците за развој на нивните (на учениците) математичките компетенции** (утврдување на зависноста **одделение во кое наставникот предава - степен на користење на методичкиот модел Мултипликативно сложување на броеви за развој на нивните математички компетенции**):

Нулта хипотеза: Мислењето на наставникот за степенот на користење на методичкиот модел - **Мултипликативно сложување на броеви**, од страна на учениците, во развојот на нивните математички компетенции, **не зависи** од одделението во кое наставникот предава.

Добиени фреквенции

		степен на користење на методичкиот модел - <i>Мултипликативно сложување</i>			Вкупно:
		мал (1)	(2)	голем (3)	
одделение	I одд.	13 (7,9%)	12 (7,3%)	4 (2,4%)	29 (17,6%)
	II одд.	7 (4,2%)	19 (11,5%)	8 (4,8%)	34 (20,7%)
	III одд.	2 (1,2%)	24 (14,6%)	9 (5,4%)	35 (21,3%)
	IV одд.	2 (1,2%)	18 (10,9%)	14 (8,5%)	34 (20,7%)
	V одд.	2 (1,2%)	15 (9,1%)	15 (9,1%)	32 (19,5%)
Вкупно:		26 (15,8%)	88 (53,6%)	50 (30,4%)	164 (100%)

$$df = 8, p=0,00009, \chi^2 = 32,22, \chi^2_{(0,05)} = 15,51$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа алтернативната хипотеза која гласи: Мислењето на наставникот за степенот на користење на методичкиот модел - **Мултипликативно сложување на броеви**, од страна на учениците, во развојот на нивните математички компетенции, **зависи** од одделението во кое наставникот предава.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **одделение во кое наставникот предава** наспроти изјаснувањето на наставниците за степенот на користење на методичкиот модел **Дистрибутивно својство** од страна на учениците за развој на нивните (на учениците) математичките компетенции (утврдување на зависноста **одделение во кое наставникот предава - степен на користење на методичкиот модел Дистрибутивно својство за развој на нивните математички компетенции**):

Нулта хипотеза: Мислењето на наставникот за степенот на користење на методичкиот модел - **Дистрибутивно својство**, од страна на учениците, во развојот на нивните математички компетенции, **не зависи** од одделението во кое наставникот предава.

Добиени фреквенции

		степен на користење на методичкиот модел - <i>Дистрибутивно својство</i>			Вкупно:
		мал (1)	(2)	голем (3)	
одделение	I одд.	14 (8,5%)	10 (6%)	5 (3%)	29 (17,6%)
	II одд.	10 (6%)	16 (9,7%)	8 (4,8%)	34 (20,7%)
	III одд.	2 (1,2%)	20 (12,1%)	13 (7,9%)	35 (21,3%)
	IV одд.	1 (0,6%)	13 (7,9%)	20 (12,1%)	34 (20,7%)
	V одд.	1 (0,6%)	12 (7,3%)	19 (11,5%)	32 (19,5%)
Вкупно:		28 (17%)	71 (43,2%)	65 (39,6%)	164 (100%)

$$df = 8$$

$$p = 0,00000$$

$$\chi^2 = 44,72$$

$$\chi^2_{(0,05)} = 15,51$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа алтернативната хипотеза која гласи: Мислењето на наставникот за степенот на користење на методичкиот модел - **Дистрибутивно својство**, од страна на учениците, во развојот на нивните математички компетенции, **зависи** од одделението во кое наставникот предава.

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **одделение во кое наставникот предава** наспроти изјаснувањето на наставниците за степенот на користење на методичкиот модел **Користење на месна вредност** од страна на учениците за развој на нивните (на учениците) математичките компетенции (утврдување на зависноста **одделение во кое наставникот предава - степен на користење на методичкиот модел Користење на месна вредност за развој на нивните математички компетенции**):

Нулта хипотеза: *Мислењето на наставникот за степенот на користење на методичкиот модел - **Користење на месна вредност**, од страна на учениците, во развојот на нивните математички компетенции, **не зависи** од одделението во кое наставникот предава.*

Добиени фреквенции

		степен на користење на методичкиот модел - <i>Користење на месна вредност</i>			Вкупно:
		мал (1)	(2)	голем (3)	
одделение	I одд.	13 (7,9%)	9 (5,4%)	7 (4,2%)	29 (17,6%)
	II одд.	9 (5,4%)	17 (10,3%)	8 (4,8%)	34 (20,7%)
	III одд.	3 (1,8%)	20 (12,1%)	12 (7,3%)	35 (21,3%)
	IV одд.	1 (0,6%)	19 (11,5%)	14 (8,5%)	34 (20,7%)
	V одд.	2 (1,2%)	15 (9,1%)	15 (9,1%)	32 (19,5%)
Вкупно:		28 (17%)	80 (48,7%)	56 (34,1%)	164 (100%)

$$df = 8, \quad p = 0,00029, \quad \chi^2 = 29,24, \quad \chi^2_{(0,05)} = 15,51$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа алтернативната хипотеза која гласи: *Мислењето на наставникот за степенот на користење на методичкиот модел - **Користење на месна вредност**, од страна на учениците, во развојот на нивните математички компетенции, **зависи** од одделението во кое наставникот предава.*

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на *одделение во кое наставникот предава* наспроти изјаснувањето на наставниците за степенот на користење на методичкиот модел *Адитивно разложување на броеви од страна на учениците за развој на нивните (на учениците) математичките компетенции* (утврдување на зависноста *одделение во кое наставникот предава - степен на користење на методичкиот модел Адитивно разложување на броеви за развој на нивните математички компетенции*):

Нулта хипотеза: *Мислењето на наставникот за степенот на користење на методичкиот модел - **Адитивно разложување на броеви**, од страна на учениците, во развојот на нивните математички компетенции, **не зависи** од одделението во кое наставникот предава.*

Добиени фреквенции

		степен на користење на методичкиот модел - <i>Адитивно разложување на броеви</i>			Вкупно:
		мал (1)	(2)	голем (3)	
одделение	I одд.	11 (6,7%)	11 (6,7%)	7 (4,2%)	29 (17,6%)
	II одд.	9 (5,4%)	17 (10,3%)	8 (4,8%)	34 (20,7%)
	III одд.	3 (1,8%)	20 (12,1%)	12 (7,3%)	35 (21,3%)
	IV одд.	1 (0,6%)	19 (11,5%)	14 (8,5%)	34 (20,7%)
	V одд.	2 (1,2%)	15 (9,1%)	15 (9,1%)	32 (19,5%)
Вкупно:		26 (15,8%)	82 (50%)	56 (34,1%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}df &= 8 \\p &= 0,00286 \\ \chi^2 &= \mathbf{23,42} \\ \chi^2_{(0,05)} &= 15,51\end{aligned}$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа *алтернативната хипотеза* која гласи: *Мислењето на наставникот за степенот на користење на методичкиот модел - Адитивно разложување на броеви, од страна на учениците, во развојот на нивните математички компетенции, зависи од одделението во кое наставникот предава.*

Во следната табела е дадена распределбата на фреквенциите од аспект на **одделение во кое наставникот предава** наспроти изјаснувањето на наставниците за степенот на користење на методичкиот модел *Користење на својствата на операциите: собирање, одземање и множење од страна на учениците за развој на нивните (на учениците) математичките компетенции* (утврдување на зависноста **одделение во кое наставникот предава - степен на користење на методичкиот модел Користење на својствата на операциите: собирање, одземање и множење за развој на нивните математички компетенции**):

Нулта хипотеза: *Мислењето на наставникот за степенот на користење на методичкиот модел - Користење на својствата на операциите: собирање, одземање и множење, од страна на учениците, во развојот на нивните математички компетенции, не зависи од одделението во кое наставникот предава.*

Добиени фреквенции

		степен на користење на методичкиот модел - Користење на својствата на операциите: собирање, одземање и множење			Вкупно:
		мал (1)	(2)	голем (3)	
одделение	I одд.	11 (6,7%)	10 (6%)	8 (4,8%)	29 (17,6%)
	II одд.	6 (3,6%)	15 (9,1%)	13 (7,9%)	34 (20,7%)
	III одд.	1 (0,6%)	15 (9,1%)	19 (11,5%)	35 (21,3%)
	IV одд.	3 (1,8%)	11 (6,7%)	20 (12,1%)	34 (20,7%)
	V одд.	1 (0,6%)	6 (3,6%)	25 (15,2%)	32 (19,5%)
Вкупно:		22 (13,4%)	57 (34,7%)	85 (51,8%)	164 (100%)

$$\begin{aligned}df &= 8 \\p &= 0,00008 \\ \chi^2 &= \mathbf{32,48} \\ \chi^2_{(0,05)} &= 15,51\end{aligned}$$

Разгледуваните категории се меѓусебно зависни. Нулта хипотеза се отфрлува и се прифаќа *алтернативната хипотеза* која гласи: *Мислењето на наставникот за степенот на користење на методичкиот модел - Користење на својствата на операциите: собирање, одземање и множење, од страна на учениците, во развојот на нивните математички компетенции, зависи од одделението во кое наставникот предава.*

2. АНАЛИЗА НА РЕЗУЛТАТИТЕ ОД АНКЕТИРАЊЕТО НА УЧЕНИЦИТЕ

Во интерес на истражувањето, а поврзано со постигањата на учениците, односно за степенот на развојот на математичките компетенции кај нив, се сметаше за важно да се разгледуваат и одредени показатели за контекстот во кој учениците учат и за нивните ставови кон учењето математика. Ваквите информации се прибрани од страна на учениците преку прашалникот наменет за нив.

Во истражувањето беа опфатени вкупно 1249 ученици од IV одделение, од кои 875 ученици (или 70,05%) со настава на македонски јазик и 374 ученици (или 29,94%) со настава на албански јазик, од 62 основни училишта во Република Македонија, во 38 населени места. Според полот, во истражувањето се опфатени 644 ученици (или 51,54%) од машки пол и 605 ученици (или 48,43%) од женски пол.



Графикон 1: Опфатеноста на учениците во тестирањето според јазикот и според полот.

Како клучни фактори за постигањата на учениците по предмет математика, покрај факторите поврзани со семејството, како што е степенот на образование на родителите, се и показателите поврзани со самите ученици и за нивните семејства и тоа: самоперцепцијата на учениците за нивните способности да учат математика, вонучилишните активности на учениците и семејната поддршка во учењето на учениците.

Истражувањето покажа дека, во однос на тоа колку на учениците им се омилен секој од предметите што ги учат и колку лесно ги совладуваат содржините по предметите кои ги учат, може да има влијание на залагањата на учениците во учењето и на нивните постигања по определен наставен предмет. Изјаснувањето на учениците во врска со прашањето што се однесуваше на најпосакуваните (најомилените) предмети за учење е прикажано во графиконот што следува:¹²⁸

¹²⁸ Бројот го означува % на учениците што така одговориле, од вкупниот број на тие што одговориле. Не е внесен % на учениците што не одговориле.



Графикон 2. Изјаснувањето на учениците за тоа кои од наставните предмети им е најомилен за учење.

НАСТАВЕН ПРЕДМЕТ	многу		средно		малку		вкупно	
	бр.	%	бр.	%	бр.	%	бр.	%
Мајчин јазик	1007	80,62	206	16,49	36	2,88	1249	100
Математика	987	79,14	212	17,00	48	3,84	1247	100
Природа	682	55,22	453	36,68	100	8,09	1235	100
Општество	693	55,57	458	36,72	96	7,69	1247	100
Ликовно образование	980	78,46	190	15,21	78	6,24	1248	100
Музичко образование	874	70,20	269	21,60	102	8,19	1245	100
Физичко образование	914	83,69	119	10,89	59	5,40	1192	100

Математиката, покрај мајчиниот јазик, физичкото образование и ликовното образование, според одговорите добиени од страна на учениците, спаѓа во групата на предмети што учениците ги сакаат најповеќе, односно им се најомилени во однос со другите предмети. Од 79,14% или 987 ученици, од вкупно 1247 испитани ученици, се изјасниле дека, за нив, предметот математика е најпосакуван предмет за учење. Најпосакувани, освен предметот математика, со релативна мала процентуална разлика, се предметите физичко воспитание (со 83,69% или 914 ученици, од вкупно 1192 кои се изјасниле) и мајчин јазик (со 80,62% или 1007 ученици, од вкупно 1249 изјаснети ученици). За најмалку посакуван предмет меѓу учениците е предметот музичко образование (се изјасниле 8,19% или 102 ученици, од вкупно 1245 испитани), додека за математиката како најнепосакуван предмет се изјасниле само 3,84% или 48 ученици. Со ова се негира вообичаената перцепција дека математиката спаѓа во групата на најмалку омилени предмети за изучување.

На поставеното прашање за учениците кое се однесуваше на нивната самоперцепција за способноста за учење на одредени определени наставни предмети, околу 2/3 (две третини), поточно 70,82% или 874 ученици (од вкупно 1234 испитани

ученици) одговориле дека лесно учат математика. Бројот на учениците што сметаат дека нивните способности за учење математика се ниски е мал (3,32% или 41 ученик), додека 319 или 25,85% од учениците немаат високо мислење за своите способности за учење математика, односно за совладување на содржините по математика им е потребна помош од страна на наставниците и нивните родители. Генерално, скоро сите содржини од наставните предмети, во голема мера, со леснотија се усвојуваат од страната на учениците

Соодветен приказ поврзан со ова прашање е даден во подолу наведениот графикон:¹²⁹



Графикон 3. Самоперцепција за способностите за учење на наставни предмети.

НАСТАВЕН ПРЕДМЕТ	Колку лесно учат							
	учат лесно		му треба помош		тешко учат		вкупно	
	бр	%	бр.	%	бр.	%	бр.	%
Мајчин јазик	1076	87,40	135	10,96	20	1,62	1231	100
Математика	874	70,82	319	25,85	41	3,32	1234	100
Природа	783	64,49	369	30,39	62	5,10	1214	100
Општество	786	63,59	382	30,90	68	5,50	1236	100
Ликовно образование	998	82,27	175	14,42	40	3,29	1213	100
Музичко образование	1013	82,35	160	13,00	57	4,63	1230	100
Физичко образование	1129	92,92	57	4,69	29	2,38	1215	100

Покрај во училиште, голем дел од процесот на учење, спроведено од страна на учениците, се одвива надвор од училиштето, преку учење и пишување домашни работи, но и преку неформално учење (гледање телевизиски програми, учество во слободни активности, играње со другарчиња, користење на компјутер, читање и сл.). Во прашалникот, меѓу другото, од учениците се бараше да напишат колку време потрошиле во наведените активности во претходниот ден.

¹²⁹ Бројот го означува % на учениците што така одговориле, од вкупниот број на тие што одговориле. Не е внесен % на учениците што не одговориле.

Иако за деца од оваа возраст е доста тешко да се има увид во времето што го поминуваат во одделни активности, сепак одговорите доставени во приказот со помош на графиконот што следува, може да се земаат барем како показател за перцепцијата на учениците за што трошат повеќе, а за што помалку време:¹³⁰



Графикон 4. Приказ на времето што учениците го поминуваат во различни активности.

АКТИВНОСТ	повеќе од 3 часа		1-3 часа		помалку од 1 час		воопшто не		вкупно	
	бр.	%	бр.	%	бр.	%	бр.	%	бр.	%
Гледање телевизија	206	17,39	397	33,53	536	45,27	45	3,80	1184	100
Играње со другарчиња	302	26,39	407	35,57	330	28,84	105	9,17	1144	100
Играње, работа на компјутер	261	23,79	304	27,71	414	37,73	118	10,75	1097	100
Учење, читање, домашни работи	602	52,39	412	35,85	94	8,18	41	3,56	1149	100
Спорт, странски јазици и сл.	220	20,38	314	30,02	257	23,81	278	25,76	1069	100
Помош, работа дома	223	19,91	339	30,26	448	40,00	161	14,37	1120	100

Од гореизнесеното можеме да заклучиме дека, надвор од наставата учениците поминуваат најмногу време во учење и пишување домашни работи. Скоро во иста мера учениците им посветуваат време речиси на сите активности кои се одвиваат надвор од училиштето. Најповеќе, односно 52,39% или поточно 602 ученици (од вкупно 1149 испитаници-ученици) се изјасниле дека повеќе од 3 часа дневно му посветуваат на активноста на учење и читање дома, со обврски поврзани со домашни работи. До една

¹³⁰ Бројот го означува % на учениците што така одговориле, од вкупниот број на тие што одговориле. Не е внесен % на учениците што не одговориле.

третина, и нешто повеќе од тоа, на испитани ученици се изјасниле дека на сите активности им посветуваат 1-3 часа дневно, додека 40% (или поточно 448 ученици, од вкупно 1120 испитани ученици) се изјасниле дека, за активностa поврзана со помош во домашните обврски (работи), им посветуваат помалку од еден час. Над една четвртина на ученици (25,76% од нив или 278 ученици, од вкупно 1069 кои се изјасниле) не се занимаваат со спорт, странски јазик или сл.

Графиконот што следува ни дава приказ од изјаснувањето на учениците во врска со поставеното прашање дали во слободното време се занимаваат со некои работи што не им се зададени (необврзани активности за учење), а можат да бидат одраз на нивниот интерес за математика:¹³¹



Графикон 5. Приказ на необврзни активности за учење применети од страна на учениците.

АКТИВНОСТ	често		понекогаш		ретко или некогаш		вкупно	
	бр.	%	бр.	%	бр.	%	бр.	%
Пишување состави	419	37,01	568	50,17	145	12,80	1132	100
Читање книги	803	70,81	280	24,69	51	4,49	1134	100
Решавање задачи	859	74,89	228	19,87	60	5,23	1147	100
Правење предмети, модели	324	28,82	477	42,43	323	28,73	1124	100
Разгледување енциклопедија	261	23,17	280	24,86	585	51,95	1126	100

Од добиените одговори од страна на учениците, над две третини, надвор од наставата, без да им биде зададено, решаваат задачи по математика (74,89%, поточно 859 учениците, од вкупно 1147 изјаснети) и често читаат книги (70,81%, односно 803 ученици, од вкупно 1134 изјаснети). Приближно една третина, а некаде и повеќе, од испитаните ученици, без да им биде зададено, често разгледуваат енциклопедија (23,17% или 261 ученик, од вкупно изјаснетите 1126 ученици), се занимаваат со правење на модели (28,82% или 324 ученици, од вкупно 1124 изјаснети) и пишуваат состави (37,01%, односно 419 ученици, од вкупно 1132 ученици кои се изјасниле). Значи, се чини дека и

¹³¹ Бројот го означува % на учениците што така одговориле, од вкупниот број на тие што одговориле. Не е внесен % на учениците што не одговориле.

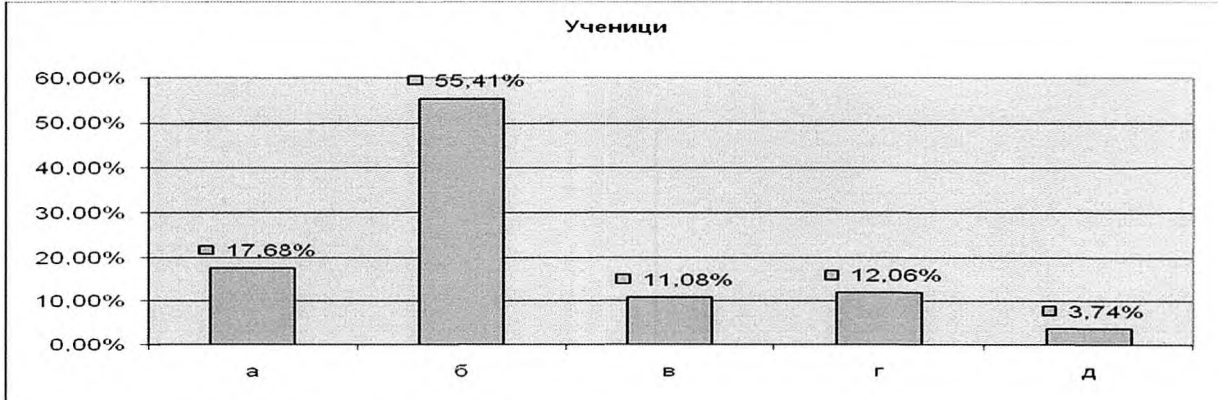
решавањето задачи и читањето книги, всушност, е дел од нивното учење, а не нешто што го прават од задоволство. Без оглед на мотивите, тоа е поволна околност кога се имаат предвид очекуваните резултатите на учењето на учениците. Разгледувањето на енциклопедии е активност што помалку ги заинтересира учениците. 585 ученици (или 51,95%) од вкупно испитаните 1126 ученици, се изјасниле дека ретко се занимаваат со ова активност или никогаш.

Поддршката на семејството во учењето на учениците е неминовна потреба и неразделив елемент во развивање на способностите (компетенциите) на учениците. Во ова испитување, поддршката на семејството за нивните деца во процесот на учење е разгледана низ два аспекти: колку на ученикот некој му помага во учењето кога има потреба и колку извори за учење математика им се на располагање во домашното опкружување.

За ова цел, на учениците им се постави прашањето: *Колку имаш потреба твоите родители да ти помогнаат при учење на математика?*, со избори на одговори:

- а. Не ми треба помош
- б. Ми помагаат кога ќе прашам
- в. Секогаш ми помагаат
- г. Понекогаш ми помагаат
- д. Не ми помагаат

Подолу во графиконот е даден приказ на степенот на дадената поддршка на учениците во процесот на учење од страна на семејството:¹³²



Графикон 6: Приказ на степенот на дадената поддршка на учениците во процесот на учење од страна на семејството.

	ученици	
	бр.	%
Не ми треба помош	217	17,68
Ми помагаат кога ќе прашам	680	55,41
Секогаш ми помагаат	136	11,08
Понекогаш ми помагаат	148	12,06
Не ми помагаат	46	3,74
ВКУПНО	1227	100

¹³² Бројот го означува % на учениците што така одговориле, од вкупниот број на тие што одговориле. Не е внесен % на учениците што не одговориле.

Од добиените податоци од страна на вкупно 1227 испитани ученици можеме да заклучиме дека: над половината ученици (55,41% или 680 ученици) се изјаснија дека нивните родители му *помагаат* во учењето и во пишувањето на домашни работи, 12,06%, или поточно 148 од испитаниците – ученици се изјасниле дека нивните родители *понекогаш им помагаат*, додека 11,08% (или 136) од нив се задоволни што нивните родители *секогаш им помагаат*. Бројот на ученици кои не добиваат таква помош е мал (3,74% или 46 ученици), додека на 17,68% (или 217) од вкупниот број на ученици *не им е потребна помош*. Мал е бројот на учениците кои не дале одговор на ова прашање (22 ученика).

При изјаснувањето на учениците поврзано со поставеното прашање *Колку лесно ги совладувааш одредени содржини по предмет математика*, во ниту еден момент не преставуваше проблем да се изјаснуваат во прилог на тоа дека нивното совладување не преставува посебен проблем, односно дека истите во голема мера ги усвојуваат со леснотија. По прецизен преглед на изјаснувањето е дадено во графиконот што следува:¹³³



Графикон 7: Прикас на изјаснувањето на учениците за леснотијата на совладување на содржините по математика.

НАСТАВЕН ПРЕДМЕТ	Колку лесно учат							
	лесно		му треба помош		тешко учат		вкупно	
	бр.	%.	бр.	%.	бр.	%.	бр.	%.
При учење на основните математички операции (собирање, одземање, множење и делење)	875	76,35	225	19,63	46	4,01	1146	100
Разбирање на својствата на операциите	764	66,72	331	28,90	50	4,36	1145	100
Решавање на текстуални (проблемски) задачи	743	64,72	352	30,66	53	4,61	1148	100
Решавање на равенки	929	80,85	169	14,70	51	4,43	1149	100
Читање табели, шеми, дијаграми	882	77,23	213	18,65	47	4,11	1142	100
Претставување на податоци во табели и дијаграми	785	68,85	297	26,05	58	5,08	1140	100
Прибирање и средување податоци	847	74,49	225	19,78	65	5,71	1137	100

¹³³ Бројот го означува % на учениците што така одговориле, од вкупниот број на тие што одговориле. Не е внесен % на учениците што не одговориле.

Најлесно учениците ги усвојуваат содржините поврзани со решавање на равенки (80,85% или 929 ученици, од вкупно 1149 испитаници), содржините поврзани со читање на табели, шеми и дијаграми (77, 23% или 882 ученици, од вкупно 1142 ученици кои се изјасниле) и содржините кои овозможуваат учење на основните математички операции (76, 35% или 875 ученици, од вкупно 1146 кои се изјасниле). Најповеќе помош му треба на учениците при решавање на текстуални (проблемски) задачи (за ова се изјасниле 30,66% или 352 ученици, од вкупно 1148 испитаници). Дека усвојувањето на содржините не претставува проблем, поточно тешкотија, зборува изјаснувањето на учениците, кое не надминува повеќе од 6%.

На прашалникот наменет за учениците е поставено и прашањето за степенот на образованието на нивните родители одделно, како потребен податок за да дојдеме до сознанието колку родителите со нивното стекнато образование можат да им пружат помош на нивните деца во процесот на стекнување на знаења, а со тоа и на математички компетенции. Најниска скала за да се смета на помошта на родителите е тоа да тие поседуваат најмалку основно образование.

Подолу во графиконот е даден приказ на степенот на образованието на родителите на учениците.¹³⁴



Графикон 8: Приказ на степенот на образованието на родителите на учениците

1. Кое образование го има секој од твоите родители?

РОДИТЕЛ	НИВО НА ОБРАЗОВАНИЕ	ВКУПНО	%
Мајка	а. Непотполно основно образование	67	5,36
	б. Завршено основно образование	363	29,06
	в. Завршено средно образование	485	38,83
	г. Завршено више образование	73	5,84
	д. Завршено високо образование	244	19,53
	ѓ. Научен степен 17 (1,36%)		

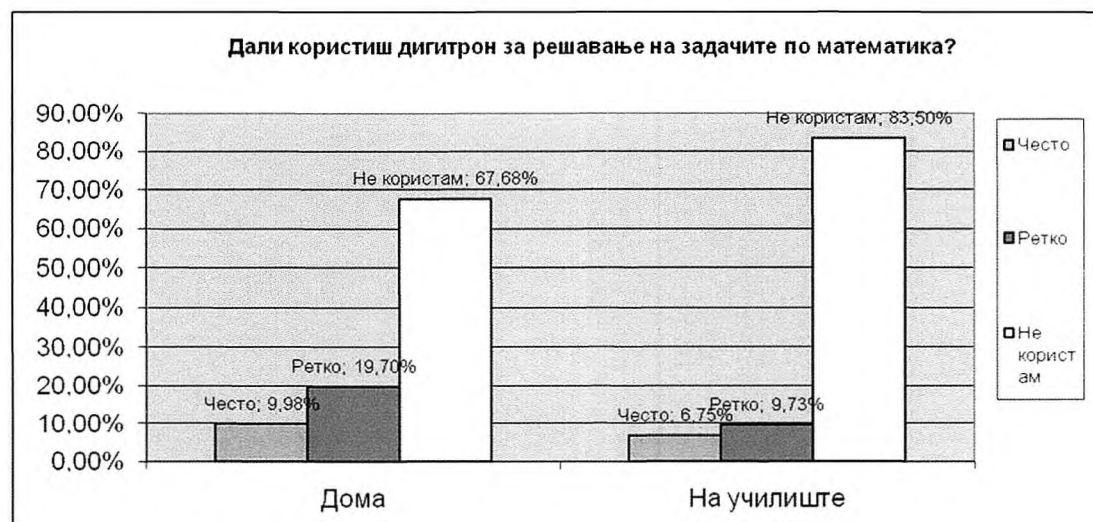
¹³⁴ Бројот го означува % на учениците што така одговориле, од вкупниот број на тие што одговориле. Не е внесен % на учениците што не одговориле.

Татко	а. Непотполно основно образование	39	3,12
	б. Завршено основно образование	254	20,33
	в. Завршено средно образование	533	42,67
	г. Завршено више образование	114	9,12
	д. Завршено високо образование	277	22,17
	ѓ. Научен степен	32	2,56

Податоците за образованието на родителите покажуваат дека 3,12% од татковците и 5,36% од мајките немаат завршено основно образование. И кај мајките и кај татковците може да се уочи дека најголемиот број од нив (38,83% кај мајките и 42,67% кај татковците) имаат завршено само средно образование.

Што се однесува до ресурсите кои ги користат учениците за учење математика, на учениците им е понудено да се изјаснат само во врска со зачестеноста на користењето на дигитрон.

Во графиконот што следува е даден приказ на степенот на користење на дигитрон при решавање на разни математички проблеми во наставата.¹³⁵



Графикон 9: Приказ на степенот на користење на дигитрон при решавање на разни математички проблеми во наставата.

Место	Често		Ретко		Не користам		Вкупно	
	Бр.	%	Бр.	%	Бр.	%	Бр.	%
Дома	114	9,98	225	19,70	803	67,68	1142	100
На училиште	77	6,75	111	9,73	952	83,50	1140	100

Најголем број од учениците не користат дигитрон во училиште (83,50% или 952 ученика, од вкупно 1140 кои се изјасниле), но исто така повеќе од половината (67,68% или 803 ученици, од вкупно 1142 кои се изјасниле) од учениците не користат дигитрон дома.

¹³⁵ Бројот го означува % на учениците што така одговориле, од вкупниот број на тие што одговориле. Не е внесен % на учениците што не одговориле.

3. АНАЛИЗА НА РЕЗУЛТАТИТЕ ОД ТЕСТИРАЊЕТО НА УЧЕНИЦИТЕ

Сознанијата за појавите, објектите и законитостите што владеат во природата, освен со искуството, луѓето ги стекнуваат и преку изучување на математиката. Со изучување на математика, учениците стекнуваат и развиваат навики и вештини за практични активности и истражување, а стекнатите знаења им овозможуваат да го разберат светот, да донесуваат правилни заклучоци и одлуки, да бидат подготвени за предизвиците на новите технологии и сл. Еден од приоритетните цели на секое современо општество да едуцира млада генерација која ќе биде математички писмена, односно да поседува знаења и способности од математика, кои ќе им овозможи на нив успешно да се справуваат со предизвици, решавање на проблеми, логичко размислување и заклучување, како и ефективно користење на стекнатото знаење.

За да дојдеме до сознанието за нивото на учениковото разбирање на математиката, односно за постигањата на учениците и нивното напредување во стекнување на математички компетенции во процесот на нивното учење, спроведовме и тестирање на нивните знаења.

При постапка на мерењето на постигањата на учениците во IV одделение во одделенската настава, како најрационално и во интерес на темата која ја обработуваме (доменот на истражување), се оцени да се мерат знаењата на учениците од подрачјата *Броеви* и *Операции со природни броеви*¹³⁶ (со мерење на оспособеноста за примена на знаењата во ситуации од секојдневниот живот).

Да напоменеме дека во Наставната програма по предмет математика за IV одделение, за деветгодишно основно образование, преку програмските подрачја: *Броеви*, *Операции со броеви: собирање, одземање, множење и делење на броеви, тоци*, се поставуваат да се постигнат следниве цели во наставата:

- Да ги извршуваат основните аритметички операции во множеството на природните броеви;
- Да ги применуваат основните аритметички операции при решавање на проблеми од практиката;
- Да воочуваат проблемски ситуации во секојдневниот живот и да наоѓаат начини за решавање;
- Да прибираат, класифицираат, споредуваат, читаат, презентираат и интерпретираат податоци;
- Логички да размислуваат;
- Да стекнат карактеристики на: самостојност, иницијативност, точност, лубопитност, истрајност во работата;
- Да ги јакнат чувството на сигурност и самодоверба, при што математиката ја доживуваат како пријатно искуство.

Интенција беше преку тестот да се мерат постигањата според когнитивните подрачја, и тоа: знаење и користење (примена) на факти, правила, постапки, поими и концепти и решавање на проблеми. како и примена на математичко размислување, поврзување, анализа, воопштување, докажување.

¹³⁶ Во Наставната програма по предмет математика за IV одделение, за деветгодишно основно образование, се застапени следниве програмски подрачја: *Броеви*, *Операции со броеви: собирање, одземање, множење и делење на броеви*, *Геометриски фигури во рамнина*, *Мерење* и *Работа со податоци*.

Основа за изготвување на тестот за постигањата на учениците по математика е наставната програма по математика за IV одделение. При тоа го имавме во предвид и можностите на учениците и реалните очекувања за нивните постигања на ова ниво.

Врз основа на наведените определби изготвени се и тест-задачите. Се користеа тест-задачи од типот повеќечлен избор, со куси одговори, со пополнување, подредување, изразување со зборови и задачи што бараа да се покаже процесот на решавање, со настојување задачите да бидат со различна тежина за да се покрие дијапазонот на знаењата на учениците во спомнатите подрачја.

Врз основа на горенаведеното, а имајќи ги во предвид целите поставени во самата наставна програма, одредивме и четири нивоа на постигања засновани врз вкупниот број на постигнати поени.

Во *ниско ниво (долната четвртина)* на постигања се опфатени групата на ученици кои постигнале максимум до 25% од вкупниот број на поени предвидени за да се добијат од тестирањето на знаења. Учениците на ова ниво покажуваат способности за извршување на едноставни математички операции (пресметувања), во кои не ретко постои само еден чекор во решението, применуваат едноставни презентации на техниките врз единечна информација, преку препознавање и користење на основни формули. Учениците на ова ниво покажуваат знаења и способности опфатени со описот на средно ниво.

Во *средно ниво* на постигања се опфатени групата на ученици кои постигнале околу половина од вкупниот број на поени предвидени за да се добијат од тестирањето на знаења. Учениците на ова ниво покажуваат дека поседуваат основни математички знаења и способности и можат да ги применат во познати ситуации, како што се едноставни проблеми од секојдневниот живот во кои се користат основните аритметички операции и нивните својства и едноставни алгебарски соодноси, каде експлицитно се бара директна примена на знаењата, преку користење на соодветен познат метод за решавање, каде до решението не се доаѓа директно и во еден чекор.

Во *високо ниво* на постигања се опфатени групата на ученици кои постигнале околу 75% од вкупниот број на поени предвидени за да се добијат од тестирањето на знаења. Учениците на ова ниво покажуваат дека можат да го применат своето знаење и разбирање од математиката во решавање на во поширок ранг на релативно покомлексни ситуации. На ова ниво, од учениците се бараат интегрирање на повеќекратни информации преку различни начини на преставување или различни математички алатки и знаења во поединечни чекори на решавање на покомлексни задачи.

Во *напредно ниво* на постигања се опфатени групата на ученици кои постигнале над 95% од вкупниот број на поени предвидени за да се добијат од тестирањето на знаења. Учениците на ова ниво покажува дека е способен да воопштува при решавање на проблеми, да организира информации, како и да користи и објаснува методи на решавање нерутински проблемски ситуации, да го применат своето знаење во решавање комплексни нестандартни проблемски ситуации, како и да извлекуваат заклучоци на различен начин, базирани на дадени информации и податоци. Учениците на ова ниво поседуваат знаења и способности да креират модел за решавање на проблем со давање соодветни аргументи и, конечно, генерализација на проблемот.

Од спроведеното тестирање во подрачјето *Броеви*, каде постигањата на учениците беа мерени со 9 тест-задачи, извлечени се следниве сознанија за постигањата на учениците:

✚ *Околу три четвртини од учениците (до 72%) поседуваат способности да препознаваат кој од понудените броеви се запишани со цифри, а кои од броевите е запишан со зборови, ги познаваат природните броеви до милион. Исто толку ученици главно успеваат да споредат и подредат природни броеви во едноставни, но понекогаш имале тешкотии при нивното решавање.*

✚ *Од спроведеното тестирање заклучивме дека нешто над 38% од вкупниот број на тестирани ученици ги поседуваат, покрај претходно наведените способности, и способностите за успешно одредување на претходник и следбеник на даден број и препознавање на парните броеви, подредување на истите. Ова група на ученици, при тестирањето рефлектираше извесни тешкотии при избор на точен од понудените искази каде се споредуваат два броја со користење на симболите „<“ и „>“ и при решавање на задачи во кои се бара дадените броеви да се запишат во развиена форма, како и да ги применуваат редните броеви во практични примери.*

✚ *Тестирањето покажа дека нешто над 12% од учениците, покрај сето претходното, поседуваат способности сосема успешно да го одредуваат бројот на бараната позиција, така што добиените броеви да бидат подредени почнувајќи од најмалиот и запишуваат број во развиена форма, доста успешно да одредуваат број што недостасува во дадена низа каде е дадено правилото според кое е формирана низата. Ова група на ученици се покажа дека немаат доволно развиени способности и знаења за да одредуваат број што е разлика меѓу следбеникот на еден и претходникот на друг даден двоцифрен број.*

✚ *Сите задачи од ова подрачје се решени од страна на нешто повеќе од 3% од учениците.*

Од спроведеното тестирање во подрачјето *Операции со броеви* (собирање, одземање, множење и делење), каде постигањата на учениците беа мерени со 14 тест-задачи, извлечени се следниве сознанија за постигањата на учениците:

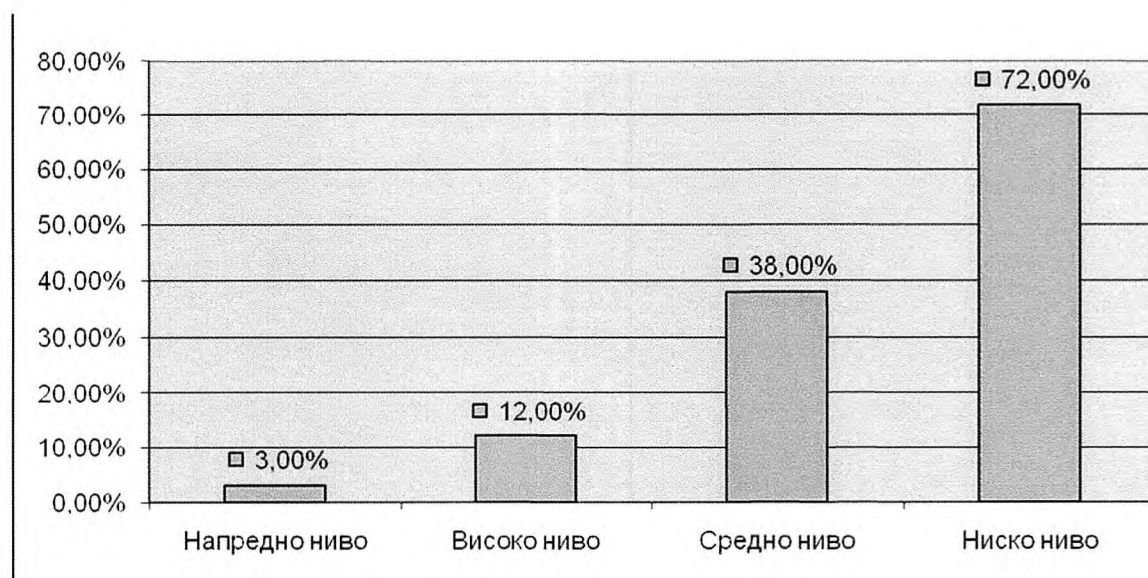
✚ *Нешто испод 72% од учениците поседуваат способности за решавање на задачи за собирање и одземање на броеви и проценување на резултатите од собирањето на тие броеви, односно множење и делење на броеви и проценување на резултатот од множењето на тие броеви. Покрај тоа, овие ученици, во една мера, поседуваат и способности да решават задачи во кои се бара да се реши едноставен броен израз, без загради, со собирање и одземање двоцифрени броеви, да се реши едноставен броен израз без загради, со множење и делење двоцифрени броеви, да се открие декадната единица со кое е помножен дадениот број, собирање на два броја што претставуваат десетки илјади;*

✚ *38% од учениците, при тестирањето, рефлектираа способности, покрај претходно наведените, за множење на два броја, откривање на непознат множител во едноставни множења. Ова група на ученици со тешкотии решаваат задачи во кои се бара решавање на едноставни текстуални задачи со собирање и одземање или делење, откривање на непознат деленик во едноставни делења, делење повеќецифрени броеви со едноцифрен број, без остаток, одредување производ на повеќецифрени броеви, решавање едноставен проблем со собирање на два броја.*

⚡ *Нешто испод 12% од учениците, покрај предходно наведените, се истакнуваат способности за решавање задачите со кои претходната група ученици имале тешкотии и успешно решаваат едноставна текстуална задача кое се сведува на множење на броеви, вербален исказ запишуваат со броен израз, решаваат едноставна текстуална задача што се сведува на броен израз со операциите собирање и одземање со мали тешкотии при составувањето на бројните изрази, решаваат посложени текстуални задачи.*

⚡ Сите задачи од ова подрачје се решени од страна на нешто испод 3% од учениците.

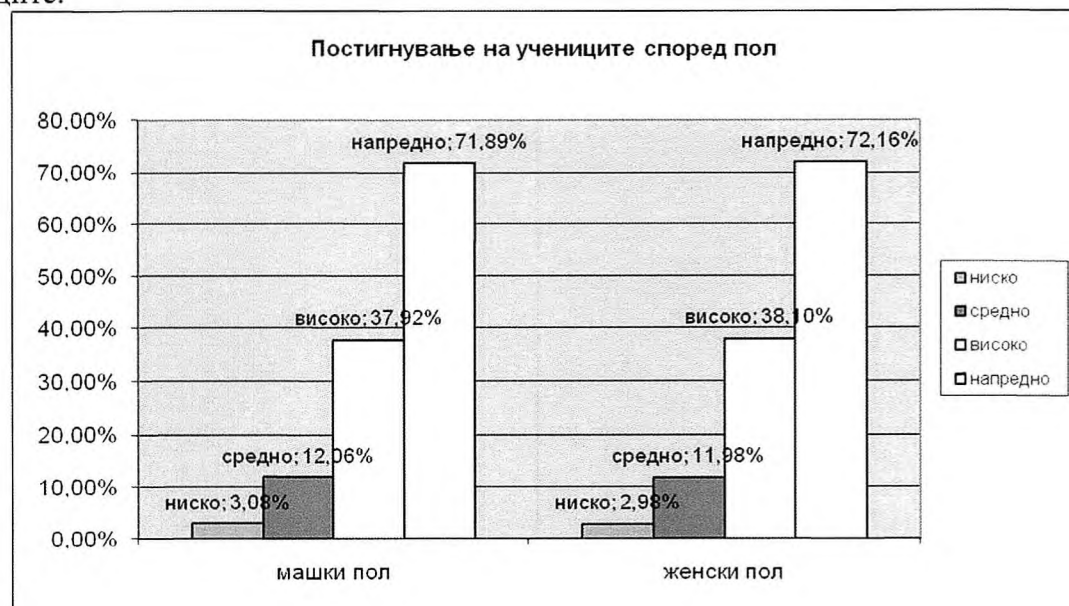
Да заокружине: Само 3% на учениците кои беа опфатени во спроведеното тестирање во рамките на истражувањето го достигнуваат напредното ниво (највисокото ниво), односно се способни да организираат информации, да воопштуваат, да користат и објаснуваат методи на решавање нерутински проблемски ситуации. Горната четвртина (високото ниво) ја достигнале 12% од учениците, средното ниво ја достигнале 38% од учениците, а долната четвртина (ниското ниво) ја достигнале 72% од учениците.



Графикон: Приказ на постигањата на учениците според нивоа на постигнати резултати.

Во делот на истражувањето во кое се мереа постигањата на учениците во подрачјата *Броеви* и *Операции со броеви (собирање, одземање, множење и делење)*, покрај мерењето на решеноста на тест-задачите, е направена анализа и на постигањата по различни подгрупи ученици: според полот на учениците, според јазикот на кој се одвиваше наставата, според степенот на образованието на родителите одделно.

Истражувањето покажа дека постигањата во наведени подрачја не зависат или постојат мали разлики во постигањата на учениците кога е во прашање полот на учениците.



Графикон: Приказ на постигањата на учениците по ниво на постигнати резултати, според полот.

Што се однесува до постигањата на учениците кои наставата ја следат на македонски јазик и оние кои наставата ја следат на албански јазик, се забележуваат разлики. Просечните постигања на учениците кои ја следат наставата на албански јазик се пониски од просечните постигања на учениците на ниво на примерокот, а просечните постигања на учениците кои ја следат наставата на македонски јазик се над просекот на примерокот.

Глобално земено, во подрачјата кои се предмет на истражувањето, тоа што го постигнуваат половина од учениците од наставата на албански наставен јазик, го постигнале околу 70% од учениците што наставата ја следат на македонски јазик.

Несомнено е дека родителите се битен фактор за успехот на своите деца. Истражувањето покажа дека постои позитивна корелација помеѓу постигнатите резултати на тестовите на знаење по математика и образованието на родителите. Учениците чии родители имаат завршено више или високо образование имаат повисоки постигања и она што го постигнале само 25% од учениците чии родители имаат основно образование го постигнувале околу 75% од учениците чии родители имаат више или високо образование.

Образованието на мајката има значителен умерено позитивен ефект врз постигањата на децата. Учениците чии мајки имаат завршено средно образование и повисоко, постигнуваат подобри резултати во сите подрачја. Образованието на таткото не покажува ефект во подрачјето *Броеви*, што е исклучок со подрачјето *Операции* каде децата чии татковци имаат завршено више или високо образование постигнуваат подобри резултатите од децата чии татковци имаат завршено основно образование или го немаат заокружено тоа ниво на образование и таквиот ефект е умерено висок.

IV ДЕЛ

ЗАВРШЕН ДЕЛ: КОНСТАТАЦИИ, СОЗНАНИЈА, ЗАКЛУЧОЦИ И ПРЕДЛОЗИ ЗА НАТАМОШНИ АКЦИИ

1. ОПШТИ КОНСТАТАЦИИ

Анализирајќи ги теоретските основи на трудот, како и добиените емпириски сознанија кои се резултат на истражувачкиот процес, недвосмислено се наметнува генералната оценка дека спроведените истражувачките постапки, процес и резултати во трудот имплицитно се детерминирани и се компатибилни од поставените варијабли во трудот.

За таа цел, ќе започнеме со синтетизирање на создајатата од теоретското поучување на истражуваниот феномен, со посебен фокус на каузална поврзаност на основните варијабли на појавата: математички модели и математички компетенции.

Имајќи го предвид нашиот општ пристап на поимот *модел* и на фактот дека постојат повеќе различни разбирања на поимот *математички модел*, ние подразбираме математичка теорија, математичка шема, израз или опис, изразен со некој формален јазик, тогаш кога таквата конструкција изразува некое (значајно) својство на оригиналот.

И со теоретските проучувања, а особено со поголемиот дел од емириските резултати, се потврди дека математичките модели во наставата имаат голема создајна вредност и претставуваат добро средство (јазик) за истражување на принципите кои се базираат на две основни карактеристики: Модели базирани на математички поставени принципи и Математичка карактеризација или опис на некој феномен или процес.

Исто така, како резултат на теоретското поучувањето корисно е да се апострофираат некои клучни прашања поврзани со математичките модели: Како може да се моделира процесот на учење на математика, процесот на настава по математика, кои модели на настава се најефикасни и како може да се моделираат математичките содржини на учење?

Истражувањето покажа дека, во понатамошно разгледување на математичките модели, потребно е да се дефинираат некои општи цели, да се откриваат начините за моделирање во областа на учењето и наставата, да се утврди кое од структурите и функциите треба да ги поседува математичкиот модел за да биде ефикасен во процесот на учење и да се мери каков придонес може да има современиот начин на математичкото моделирање, кога во прашање е образовниот процес.

Со цел да се испитаат и идентификуваат математичките компетенции, во трудот теоретски се елаборирани и емпириски проверувани осум карактеристични способности на учениците и тоа: 1. *Математичко мислење и заклучување*; 2. *Математичко аргументирање*; 3. *Комуникација*; 4. *Моделирање*; 5. *Поставување и решавање на проблеми*; 6. *Презентирање*; 7. *Користење на симболи на формалниот и техничкиот јазик, како и на операциите*; 8. *Користење на алати и технологија*.

Поединечното користење и тестирање на погоре наведените осум компетенции, не е секогаш погодна за развој на тематичките компетенции. Од тие причини, во трудот, поради ефикасно и успешно мерење на математичката писменост, наведените способности беа сместени во три поголеми групи на компетенции:

1. *Репродукција* (дефиниција, пресметување со едноставни алгебарски операции) – Способностите за репродукција, во прв ред, се однесуваат на репродукција на научените знаења.

2. *Поврзување* (и интеграција за решавање на проблемот) – Способностите за поврзување се однесуваат на решавање на проблемите кои не се потполно рутински, но се уште содржат познати постапки и барат релативно мала математизација.

3. *Рефлексивност* (математичко размислување, генерализација, анализа и целосен увид) – Множеството на рефлексии ги обединува способностите кои содржат елементи на длабоко премислување (рефлексивност), со кои успешно би се решил проблемот.

Наставничките компетенции, според мислењето на наставниците и учениците се забележуваат низ три димензии:

1. *Професионални компетенции* – каде влегуваат: Нивото на општите знаење, Способноста за планирање, Способноста за изведување на задачи, Учество во проекти, Самовреднување и вреднување, Стручно усовршување;

2. *Педагошко – дидактичко – методички компетенции* – во кои се опфаќаат: Познавањето и примената на педагошката теорија и практика, Снаоѓање во подрачјето, Способност за поучување и следење, Усвојување на училишните процедури, Креирање на наставни содржини (планирање, програмирање, припрема за настава), Препознавање и решавање на образовните проблеми, Развивање на вештините на управување со одделението, Пронаоѓање на одговори на проблеми во одредена дисциплина, Поучување во ограничени можности на училиштето, Мотивација на ученикот и нивно вклучување во разредни активности, Вештина на евалуација/оценивање, Разбирање на социјалните и другите околности кои можат да влијаат на изразување и однесување на ученикот, Учење на комуникација со родителите и вклучување на родителите, Поврзување на теоријата и на наставните методи стекнати во образованието во наставната практика, Снаоѓање во меѓународните прашања;

3. *Работни компетенции* – каде се опфатени: Вештините за соработка, Преданоста за работа, Тимска работа, чувство за одговорност, квалитет во работата, познавање на јазикот (ИСТ технологии), Совесност – превземање на одговорности, Постројување на целите (без обзир на резултатите), Иницијатива, Оптимизам – внатрешна мотивација и желба за работа, Изградба и негување на правилниот говорен и пишуван израз, Општа комуникациска и јазична писменост, Познавање на англискиот и некој друг светски јазик.

2. ОПШТИ СОЗНАНИЈА

Несомнено, образованието е двигател на развојот на секое општество и вложувањето во образованието е вложување во иднината.

Во тој поглед, во контунитет се изведени истражувања во доменот на примената на наставните методи, наставните техники, стратегии на учење, употреба на методички модели и слично во наставата.

Еден од таквите обиди е и овој труд каде во фокусот на интересот е: *примената на методичките модели за развој на математички компетенции на учениците*, во функција на обезбедувањето на квалитет во образованието.

Клучна мисија на образованието е знаењата и искуствата, низ различни форми, да ги доближи до луѓето, кои тие знаења ќе ги користат за сопствен развој и развој на општеството.

Општата перцепција кое произлегува од истражувањето (па и во самото општество) е дека наставниците, како најважен образовен фактор, во голема мера, не ги исполнија очекувањата, во делот на посветеноста и пристапот во реализацијата на наставата. Кај нив се воочува недостаток на инвентивност, креативност, посветеност, методско-дидактичката некомпетентност и отсуството на систематска педагошка обука.

Во поглед на техничка опременост со средства за аудио визуелизација на наставата, како и со нагледно-опитни алатки, истражувањето покажува дека состојбата не задоволува. Ваквата состојба ги генерира проблемите во реализацијата на наставата и просто го промовира фактографскиот пристап на наставата, наместо нејзината апликативност и интерактивност.

Во моментот, се уште во голема мера е присутен е традиционалниот начин на реализација на наставата (кој можеби е најгорливиот проблем во образованието во Република Македонија), чија цел е трансфер и меморирање на факти, наместо стекнување на знаење и компетенции и нивна примена.

Истражувањето (особено тестирањето на учениците) покажа дека учениците поседуваат теоретска подготовка и широка наобразба, но без способност за примена на стекнатите знаења, навика за критичко размислување и индивидуална работа.

Пристапот во изготвувањето на програмите во образованието е заснован на нивната содржина, а не и на очекуваните крајни резултатите на наставниот процес. Не постои јасна диференцијација помеѓу содржините, активностите за учење и резултатите од учењето. Потенцирањето на тоа што *се предава*, а не на тоа *што се учи*, ја класифицира наставната програма по математика во групата на таканаречен *експлицитен* или *декларативен* курикулум.

Во таков стандардизиран курикулум, акцентот е ставен на наставникот и на неговото предавање, на штета на стекнување на знаења, вештини и градење на ставови од страна на учениците. Наставните програми по предмет математика за одделенска настава во основното образование (кои беа предмет на испитување во ова истражување) се состојат од содржините кои се предаваат во текот на наставните часови во училиштата (таканаречен *експлицитна* или *декларативна* програма), при што се запоставува важноста на излезните резултатите на процесот на учењето.

Содржините се детално изработени и преку нив се наложува да се реализираат целите, со што се негира современиот пристап во ова насока кој го налага обратното, т.е. во наставните програми да не се обработуваат содржините туку само темите, односно наставните подрачја, додека, преку уредените цели во програмата, да произлегува дефинирањето и обработката на содржините.

Во концептот на предметната програма по математика доминира содржинската насоченост. Ако се погледнат поставените цели на програмата, ќе констатираме дека доминираат оние цели со кои се бара усвојување, на определен фонд на знаење, а недостасуваат цели со кои се сугерира стекнување на комплексни компетенции.

Содржините и активностите предвидени во наставните програми по предмет математика во одделенската настава не се диференцирани по обем и нивоа на тежина. Од спроведената анализа на самите наставни програми, изведените истражување во овој домен и од добиените сознанија преку прашалниците за наставници и ученици, а и од самите сознанија извлечени од покажаните резултатите на тестирањето на учениците, можеме да извлечеме едно сумарно согледување за наставните планови и програми по предмет математика во одделенска настава во основното образование:

- Наставните планови и програми во голема мера се застарени, не ги следат современите научни сознанија и се недоволно компатибилни со оние кои се применуваат во европските земји;

- Кон реализација на наставните содржини недостасува современ пристап, што е резултат на застарени методи, несоодветна примена на методички модели и др.;

- Содржините во наставните програми се премногу раздробени, крути се, нефлексибилни и затворени;

- Наставните планови и програми се преоптоварени и ориентирани на содржини;

- Наставните планови и програми се унифицирани, со многу малку можности за нивно менување или дополнување од страна на училиштата, учениците, локалните власти, невладини организации и асоциации;

- Не постои вертикална и хоризонтална усогласеност меѓу наставните планови и програми од одделение во одделение, што не обезбедува преодност од одделение во одделение;

- Вредностите што се промовираат преку наставните содржини не соодветствуваат на дефинираната општествена ориентација;

- Примената на наставните програми се базира на учебници што се главно унифицирани, стереотипни, асинхрони и неприлагодени на сензибилитетот и интересот на учениците;

- Во програмите и учебниците пренагласен е обемот и енциклопедискиот карактер на предметното знаење.

Организацијата на наставата според предметно-часовниот модел, оневозможува повисок степен на координираност во работата на наставниците. Често се случува одредени знаења или активности, кои треба да развијат одредени математички компетенции, да се повторуваат во повеќе програми. На тој начин се троши многу време на предавања и повторувања од страна на наставникот, за сметка на времето што им е потребно учениците за учење и за вежбање.

3. ПОСЕБНИ СОЗНАНИЈА ЗА ПОСТИГАЊАТА НА УЧЕНИЦИТЕ ВО НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА

Во функција на испитувањето на нивото на стекнатите математички компетенции од страна на учениците, односно за да се добијат што е можно повалидни податоци за математичката писменост на учениците од десетгодишна возраст, се реализираше и тестирање на учениците за знаењата по предмет математика, преку испитни задачи од типот молив-хартија.

Постигањата на учениците беа мерени со вкупно 23 испитни задачи кои ги покриваа целите од подрачјата *Броеви* и *Операции со броеви*.

Врз основа на анализата на прикажаните резултати по подрачја, изведени се следниве констатации за постигањата на учениците по математика во IV одделение.

- Учениците што поседуваат највисоки знаења и способности умеаат да го применат своето разбирање и знаење во поширок ранг на релативно покомплексни ситуации, каде до решение не се доаѓа директно во еден чекор, да интерпретират податоци дадени на различен начин. Дел од учениците од ова група умеаат да организират информации, да воопштуваат, да користат и објаснуваат методи на решавање нерутински проблемски ситуации, да го применат своето знаење во решавање покомплексни стандардизирани проблемски ситуации, како и да извлекуваат заклучоци базирани на дадени

информации и податоци.

- Учениците што поседуваат просечни знаења и способности поседуваат основни знаења и способности и умеат да ги применат основното математичко знаење во познати ситуации, како што се едноставните проблеми од секојдневниот живот во кои се користат основните аритметички операции и нивните својства, односно ситуации каде експлицитно се бара директна примена на знаења.

- Учениците кои го постигна ниското ниво во тестирањето имаат некои основни елементарни знаења од математиката.

- Резултатите по математика покажуваат дека меѓу девојчињата и момчињата нема значајни разлики во постигањата.

- Постојат разлики во постигањата по математика на учениците кои следат настава на македонски, односно албански наставен јазик. Тоа не се должи на јазикот на кој се изведува наставата, туку вероватно на недоволно усовршен кадар (недоволна посетеност на развојни проекти, недоволно и несоодветна примена на методички модели и сл.).

- Образованието на мајката има ефекти врз постигањата на учениците по математика. Се констатира дека учениците чии мајки имаат завршено средно образование или повисоко, постигнуваат повисоки резултати.

- Високото или вишото образование на таткото покажува умерено висок ефект на постигањата на учениците во подрачјата *Операции*, додека на постигањата во подрачјето *Броеви* образованието на таткото нема ефект.

4. СОЗНАНИЈА ЗА ОРГАНИЗАЦИЈА И ИЗВЕДУВАЊЕ НА НАСТАВАТА

Сознанијата за организација и изведување на наставата, прибрани со прашалници за одделенските наставници, се:

- Испитуваните ученици ги учеле, главно, наставници што имаат соодветно формално образование, имаат доволно наставно искуство и се сметаат подготвени да предаваат наставни содржини по математика.

- Во 2/3 од основните училишта кои беа предмет на истражување се реализираат најмалку два развојни проекти, а близу 2/3 од одделенските наставници беа вклучени во барем еден развоен проект. Тоа е показател дека училиштата и наставниците се формално отворени за користење на нови приоди во наставата и учењето.

- Во училиштата, според оценките на наставниците, општата социјална клима е поволна. За тоа најмногу придонесува залагањето и мотивираноста на наставниците за работа и за стручно усовршување, потоа учењето на учениците, а најмалку придонесуваат родителите со својата помош на учениците во учењето и помошта на училиштето.

- Одделенските наставници, со значењето што го придаваат на одделни наставни предмети, можат да влијаат на учењето на учениците на тие предмети.

- Одделенските наставници користат различни наставни форми.

- Наставниците речиси на секој наставен час им задаваат домашна работа на учениците по математика и таа е обично иста за сите.

- Надвор од времето за настава, наставниците најмногу време користат за планирање и подготовка на наставата и за оценување на ученичките трудови.

- Одделенските наставници речиси сите содржини по математика ги сметаат за подеднакво многу важни.

- Најголема дискрепанца меѓу важноста што им ја придаваат на одделните содржини и времето што го имаат за нивна реализација постои кај решавањето на текстуални проблемски задачи.

- Во наставата по математика во училиште речиси не се користи дигитрон.

- Математиката, според одговорите на учениците, е меѓу најомилените наставни предмети за нив.

- Самопроценката на способностите за учење математика е пониска. Близу половина одговориле дека лесно учат математика, а на секој трет ученик му треба помош или смета дека не е надарен за учење математика.

- Надвор од наставата, најголем број ученици многу време поминуваат во учење и пишување домашни работи и потоа во другарување со своите врсници. Околу една четвртина од учениците немале некакви активности сврзани со одење во училиште за странски јазик, спорт, музика и сл.

- Речиси сите ученици (94,5%) што одговориле на прашањето дали некој им помага во учењето, добиваат таква помош кога им е потребна.

- Образовната структура на родителите на испитуваните ученици е доста неповолна. 3,12% од татковците и 5,36% од мајките немаат завршено основно образование. Тие тешко можат на своите деца да им дадат вистинска помош во учењето, а образованието на родителите се покажа како фактор што е најмногу поврзан со постигањата на учениците.

Значи, постојат значајни фактори кои влијаат во постигањето на резултатите во процесот на воспитанието и образованието, кои се резултат на многу фактори кои во неколку наврати ги спомнавме предходно во текстот.

5. ЗАКЛУЧНИ ГЛЕДИШТА КОИ СЕ ОДНЕСУВААТ НА ХИПОТЕЗИТЕ

Карактеристиките и значењето на методичките модели за развој на математичките компетенции кај учениците на експлицитен начин се прикажани во теоретскиот дел на трудот.

Согласно добиените податоци и резултатите на истражувањето и нивните анализи, ги конкретизиравме следните заклучни гледишта кои се однесуваат на хипотезите кои ги тестиравме:

- *Генералната хипотеза* според кое примената на методички модели од броеви и операции со броеви во наставата по математика значително влијае врз развојот на математичките компетенции за броеви и операции со броеви кај учениците од одделенска настава во деветгодишното основното образование, се потврдува. До ваквиот заклучок (констатација) доаѓаме врз основа на анкетање и интервјуирањето на наставниците, каде дојдоа до израз нивните мислења и ставови во однос на ова прашање. Исто така, резултатите од тестирањето на знаењата на учениците и нивните одговори како ги стекнуваат тие знаења (под кои услови), како и извршената анализа на наставните планови и програми по предмет математика, ја потврдуваат оваа констатација.

- *Првата, втората, третата и четвртата помошна хипотеза* се потврдуваат, а најрепрезентативен доказ за тоа се исказите добиени од страната на наставниците преку прашањето број (2), четири (4), пет (5) и шест (6) од прашалникот наменет за наставниците;

- *Петтата, шестата, седмата и осмата помошна хипотеза* (Мислењето на наставниците колку развојните проекти имаат позитивно влијание на компетенциите на наставниците за примена на методичките модели и колку тие развојни проекти кои придонесуваат за подобрување на нивните компетенции за примена на методичките модели зависи од возраста, стажот и степенот на образование) се потврдува, низ повеќе теоретски и практични согледувања, влијанието на развојните проекти во квалитетот на наставата, резултатите од тестирањето на учениците чии наставници посетувале развојни проекти и (особено) во контекст од добиените искази од наставниците преку прашањата 7,10 и 13 од прашалникот наменет за наставници;

- *Деветата, десетата, единаесетата и дванаесетата помошна хипотеза* (Мислењето на наставниците од одделенска настава за важноста и соодветноста на содржините по математика на возраста на учениците влијае на примената на методичките модели и зависи од возраста, стажот и степенот на образование) се потврдува, а најсоодветни аргументи се добиените искази од наставниците преку прашањата 15 и 16 од прашалникот наменет за наставници за тоа е одговорите;

- *Тринаесетата помошна хипотеза* (Примената на секој од методички модели од страна на наставниците во одделенска настава за развивање на компетенциите за операциите со броеви и разбирање на нивните својства во наставата по математика зависи од одделението) се потврдува, преку теоретските и практичните согледувања, резултатите од постигањата на учениците и училиштето во општо и од добиените искази од наставниците преку прашањата 17, 18 и 19 од прашалникот наменет за наставници;

- *Четиринаесетата помошна хипотеза* (Примената на методичките модели од страна на учениците при решавање на математички задачи со броеви, операции со броеви и нивните својства зависи од одделението) се потврдува, преку покажаните знаења од спроведеното тестирање, вкупните нивни резултати во училиштето и надвор од неа, како и од добиените искази од наставниците преку прашањето 20 од прашалникот наменет за наставници.

6. ПОГЛЕД НАНАПРЕД (КОРИСНИ ИДНИ АКЦИИ)

6.1. Системски промени

Воспитно-образовниот систем претставува суштинска алка во секое општество. Воспитанието и образованието се израз на највисок степен на цивилизацијата. Токму од ова причина, секое општество им посветува многу внимание на воспитно-образовните процеси, бидејќи низ нивните системи се изградуваат идните граѓани на општеството.

Училиштето, како главен носител на воспитно-образовниот процес, е секогаш во процес на развивање, од причина што мора да ги следи современите светски трендови, за да во секое време да е блиску до преобразување во современо училиште. Таквиот процес бара вклучување на многу субјекти кои се клучни фактори во организацијата и реализацијата на наставата, субјекти кои вистински се подготвени да ги прифатат иновациите и кои ќе вложат максимален напор тие иновации да станат дел од воспитно-образовната работа.

Значајно место во соодветно функционирање на воспитно-образовниот процес во современите училишта зазема наставникот, како еден од најбитните фактори.

Резултатите од тестовите, природата на прашањата на тестовите на знаења за учениците и севкупните податоци добиени од прашалниците за наставници и

прашалниците за ученици упатуваат на неколку можни насоки на дејствување:

- Учениците, наставниците, креаторите на наставните програми, учебникарите и креаторите на образовната политика да им дадат предност на активностите, прашањата и задачите за чие успешно решавање се потребни посложени мисловни операции, преку користење на методички модели.

- Да им се даде поголема важност и време на наставниот процес, на активностите поврзани со примената на методички модели во решавањето на проблемски задачи, на практичната примена на знаењата кои се сигурно орудие за стекнување на математички компетенции.

- Постигањата на учениците да не се мерат, односно оценката да не се дава според бројот на точно презентирани факти и податоци, усвоените дефиниции, решените задачи и слично, туку според применливоста (со примена на методички модели) на знаењата, способноста за решавање проблеми, капацитетот за истражување и практичните активности, концептуалните знаења и друго, кои претставуваат релевантен доказ колку учениците имаат стекнато математички компетенции.

- Примената на методичките модели во наставата треба да почне уште од првото одделение во основното образование, односно вклучувањето на децата во стекнување на математички компетенции преку примена на математичките модели во формалното образование да биде во помала возраст.

- Да се донесат државни стандарди за постигања по математика, засновани врз очекувањата од државата и од емпириските податоци.

- Да се преиспитат наставните програми по предмет математика во одделенска настава, од аспект на застапеноста на содржините чија реализација ќе подлегне на примена на методички модели за стекнување на математички компетенции, соодветни на возраста и можностите на учениците, уште од пониските одделение.

- При реализација на програмата, наставниците треба да поаѓаат од развојните можности и интереси на децата, особено имајќи ги во предвид законитостите на развојот на мислењата во овој развоен период.

- Тргувајќи од развојните карактеристики на учениците, нивните знаења и стекнатото искуство, а во функција на развивање на математичките компетенции на учениците, наставниците треба да организираат повеќе видови активности на учениците: манипулација со предмети, истражување, разложување, составување, конструирање, нижење, прнаоѓање на решенија со комбинирање на идеи и слично, преку кои модели ќе се поткинат мисловните активности на учениците, со што би се изградил систем на математички престапи и поими.

- Во однос на дидактичко-методичкото формирање на наставниот час, а во функција на развивање на математичките компетенции на учениците, потребно е максимална примена на дидактичката игра, практичните, манипулативните и истражувачките активности на учениците.

- Во прилог на развивање на математичките компетенции на учениците, почитувајќи го холистичкиот приод во работата со учениците од најмалата возраст, неопходно е поврзување со другите предмети, односно максимална интегрираност при планирањето на наставата и реализацијата на часовите.

- Развивањето на математичките компетенции на учениците треба да се користат различни материјали и средства, дидактичко-методски формувани и усогласени со наставната програма (работни листови, тематски тестови и други инструменти, збирка на задачи, различни материјали за класифицирање, броење, модели, фигури).

- Да се инсистира на понагласен конструктивистички приод во учењето и наставата, нагласување на истажувањата, проверка на хипотези и поврзување на знаењата со учениковото секојдневие, преку примена на математичките модели.

- Да се осмислат и воведат во практиката решенија кои ќе обезбедат да се продолжи времето што учениците ќе го поминуваат во училиште, во прилог на практична примена на добиените знаења.

- Да се инсистира на неопходноста од доживотно учење и споведување континуирани активности за поддршка и професионален развој на наставниците во насока на примена на нови форми, методи, стратегии, техники на работа, преку развивање на методички модели за стекнување на математички компетенции.

- Да се согледаат позитивните потфати на земјите со слични услови и традиции како Република Македонија и позитивните искуства да се прилагодат на наши услови во образовниот систем.

- Неопходно е да се рedefинира улогата на наставникот во општеството засновано на знаење и да се детерминира нови компетенции на наставникот.

- Високообразовните институции би требало да интензивираат развивање на студиски програми за профилирање кадри за примена на современи пристапи во наставата, со посебен акцент на примена на методички модели за развој на математичките компетенции.

- Во рамките на државните високообразовни установи треба да се акредитира посебна студиска програма за обука на наставен кадар за примена на современи стандарди во работата со учениците (примена на современи модели, методи, стратегии и техники на работа).

- Методско-дидактичката некомпетентност на наставниците и отсуството на систематска педагошка обука за академскиот кадар на високообразовните институции да се третираат како приоритети од државата при креирање на образовните стратегии.

- Востанување од страна на државата на систем на доедукација на наставниот кадар, преку лиценцирање на центри(понудувачи на овој вид услуга)за ова намена.

- За да се изгради одржлив систем на обука на наставниот кадар, треба да се даде комплетна финансиска автономија на училиштето преку обезбедување на постојан и сигурен процент од училишниот буџет наменет за дообука на наставниот кадар.

- Во претстојниот период преку воспоставување на систем на одржливо финансирање на дообуката на наставниот кадар (воспоставен од страна на државата како еден од клучните услови за нивниот кариерен развој), како и преку утврдување на критериуми за кариерен развој на наставниците во основното образование низ системот на лиценцирање, треба да се зголеми конкурентноста помеѓу наставниците и да се подигне квалитетот на образовните услуги.

- Во однос на иницијалната обука за наставниците, неопходно е да се модернизираат студиските програми на високообразовните институции кои создаваат наставен кадар, без при тоа да се афектира нивната автономија, како и да се обезбеди сигурно здобивање со практични вештини кај новите наставници.

- Присутност на современи наставни алати и инструменти, прирачници кои би беа достапни до оние кои сакаат да го осовременуваат наставата.

- Треба да се пристапи кон интензивна набавка на нагледни средства, модели и слично со цел да се зајакне практичниот дел од наставата.

- Развивање на стратегија за примена на методички модели во наставата, преку кои би влијале да создадеме профил на ученик на XXI век.

- Да се донесе современ курикулум кој треба да придонесе акцентот во наставата да е помалку на наставникот и на неговото предавање, а повеќе на стекнувањето знаење, вештини и градењето на ставовите од страна на учениците.

- При иновирање на целите и содржините на наставните програми треба да се оди во насока на ставање акцент на учење на концепти, совладување на вештини и формирање на вредности и ставови.

- Наставната програма треба да се изработува како интегрален документ кој треба да му помага на наставникот како да ги постигне саканите излезни компетенции и знаења на учениците, при што со неа би се утврдувале и потребните услови и начини на реализација на програмите, нормите и стандардите што треба да се постигнат, како и критериумите и постапките за вреднување на квалитетот и успешноста во нејзината реализација.

- Да се стимулира предавањето се најфреквентните техники во наставата, што ќе придонесуваат процесите на интеракција и активното учење на учениците во текот на наставата да бидат честа појава.

- Што побргу треба да се пристапи кон прилагодување на наставните планови и програми во основното образование, на патот на интегративниот пристап во усвојувањето на знаењата, преку целно ориентирање (целно-насоченото учење), кое би ги интегрирало знаењата, вештините и ставовите во комплексни изведби на ученикот и кои би претставувале параметри според кои би се мереле, т.е. оценувале неговите постигнувања.

- Треба да се создадат услови за промена на значењето на учебниците со преориентација кон активно учење.

- Воннаставните активности на учениците да добиваат поголем простор, голема разновидност, но и обврзаност со можности за избор.

6.2. Истражувачки, програмски и методички предизвици

Трудот, всушност, треба да претставува основна појдовна точка за понатамошни теоретски и истражувачки активности кои би резултирале со следното:

- Стандардизирање на таксономијата на математичките компетенции на учениците преку примена на методичките модели во наставата;

- Теоретско доработување и дефинирање на методичките модели во наставата по математика и нивна таксономија.

- Експериментална проеверка на ефективностa на секој од методичките модели за оставрување на определна класа на математички компетенции.

- Промени на наставните планови и програми, особено на наставничките факултети, со ставање на посебен акцент на примена на методичките модели за развој на математичките компетенции кај учениците;

- Збогатување на професионалните компетенции на наставникот со нови содржински елементи во согласност со промените во современата настава;

- Ефективни промени во квалитетот на настава, преку воведување на современи техники, методи и стратегии во наставата;

ЛИТЕРАТУРА

1. Александров, А. Д. (1951), *Общи и възглед на математика*, Москва.
2. Александров, С.С. (1958), *Математика како наука*, Москва: Известие, бр.92.
3. Алексова, А., Браун, Д-р Катерине, Кондовска, Л., Шопкоски, Г. (2009), *Наставата по математика на 21-от век*, Скопје: УСАИД Македонија.
4. Алексова А., Мицковска Г. (2001), *Национално оценување на постигањата на учениците во одделенската настава - Стандарди на постигања- Математика*, Скопје: Биро за развој на образованието.
5. Armstrong, D. (2005), Reinventing inclusion: New Labour and the cultural politics of special education, *Oxford Review of Education* 31(1).
6. Андонова-Митревска, Т., Спасовска-Бинчева, К., Угриновска, Е., Јорданова, Д., Ламеџа, м-р Б. (2002), *Национално оценување на постигањата на учениците во предметна настава – Постигањата на учениците по македонски јазик и по математика*, Скопје: Биро за развој на образованието.
7. Andrilović, V., Čudina, M. (1987), *Psihologija učenja i nastave*, Zagreb: Školska knjiga.
8. Arandelković, D. (1986), *Obrazovanje i usavršavanje nastavnika, vaspitača i saradnika*, Beograd.
9. Atkinson, R. C., Bower, G. H., Crothers, E. J. (1965), *An Introduction to Mathematical Learning Theory*, New York-London-Sydney.
10. Ачовски, Д-р Д. (2002), *Методика на воспитно-образовната работа по математика*, Скопје: Педагошки факултет „Св Климент Охридски“.
11. Bakovljević, M. (2006), *Programirana nastava*, Požarevac: Zbornik radova Više tehničke škole 1-2/ 2006.
12. Bell, E.T. (1967), *Mathematics Queen and Servant of Science*, New York (srpskohrvatski prevod: *Matematika kraljica i ropkinja nauke*).
13. Bijeli dokument o obrazovanju, Povjerenstvo Europske zajednice, Luxemburg 1995, *Prema društvo koje uči* (1996), Zagreb: Educa.
14. Bilalli, S. (1998), *Matematika 4 – përmbledhje detyrash të zgjidhura për punë të diferencuar me nxënës të klasës së katërt të shkollës fillore*, Prishtinë: SHB Dugagjini.
15. Бјекић, Д. (2000), *Професионални развој наставника*, Ужице: Учитељски факултет.
16. Brown, M. (1996), FIMS and SIMS: the first two IEA International Mathematics Surveys' *Assessment in Education* 3.
17. Болтанский, В. Г. (1969), *Математические методы оптимального управления*, Москва.
18. Bolton, E. (1990), *Karakteristike dobrega učitelja in dobrega poučevanje*, Ljubljana: Vzgoja in izobraževanje, br. 3.
19. Боркевиќ, Ј. (1983), *Личност наставника и воспитање ученика*, Београд: Настава и воспитање, бр. 1.
20. Бурбаки, Н. (1960), *Архитектура математики*, Москва: Математическое просвещение, 5/1960.
21. Buchberger, F., Campos, B.P., Kallos, D. Stephenson, J. (2000), *Зелена књига о образовању наставника у Европи*, Београд.
22. Bush, R. R., Mosteller, F. (1955), *Stochastic Models for Learning*, New York.
23. Van Hile, P. (1996), *Structure and Insight, A Theory of Mathematics Education*, Academic Press, INS.
24. Varošanec, dr.sc.S. (2004), *Metodika nastave matematike II – dio, za interna upotreba*, Zagreb: Sveučilište u Zagrebu, PMF- Matematički odjel.

25. Вујисић-Живковић, Н. (2005), *Педагошко образовање наставника*, Београд: Задужбина Андрејевић.
26. Vukasović, A. (1972), *O nastovnikovoj odgojnoj funkciji*, Београд: Pedagogija, br.1.
27. Gardner, H. (1983), *Frames of Mind: The theory of multiple intelligences* New York: Basic Books. Basic Books Paperback, 1985. Tenth Anniversary Edition with introduction., New York: Basic Books.
28. Gebelica, M. (1988), *Subjekti u novoj osnovnoj školi*, Загреб: Pedagoski rad.
29. Giesecke, H. (1993), *Uvod u pedagogiju*, Загреб: Educa.
30. Glasser, W. (1994), *Kvalitetna škola*, Загреб: Educa.
31. Glasser, W. (1999), *Nastavnik u kvalitetnoj školi*, Загреб: Educa.
32. Глинский, Б.А. и др. (1965), *Моделирование как метод научного исследование*, Москва.
33. Good, E. P. (1991), *U potrazi za srećom*, Загреб: NIP Alinea.
34. Greene, B. (1996), *Nove paradigmi za stvaranje kvalitetne škole*, Загреб: Alinea.
35. Група аутора (1987), *Dijete i kreativnost*, Загреб: Globus.
36. Davidov, B. (1988), *Најближа будућност захтева наставника новог типа*, Београд: Педагогија, бр. 1.
37. De Lange, J. (2005), *PISA – Does it really measure literacy in mathematics*, Munchen – Wien.
38. De Lange, J. (2005), *Pisa problem, OECD/PISA framework*.
39. Дејић, М., Егерић, М. (2007), *Методика наставе математике*, Јагодине.
40. Demarin, J. (1964), *O didaktičko–metodičkoj izgradnji nastavnika*, Загреб: Pedagoski rad, br. 4.
41. Димитровски, Н., Тодоровска, Е. (2004), *Методичко моделирање на наставата и учењето по математика во основните одделенија*, Битола.
42. Duraković, M. (1985), *Razvijanje stvaralački sposobnosti i problemsko-kreativnoj nastavi*, Пула: Istarska naklada.
43. Ђорђевић, Б., Ђорђевић, Ј. (2007), *Студија Учениците за карактеристиките на наставником*.
44. Gjorgjević, J. (1972), *Ličnost nastavnika kao faktor u učenju i nepredovanju učenika*, Нови Сад: Pedagoška stvarnost, br. 2.
45. *Enciklopedija leksikografskog zavoda* (1956), Загреб: Jugoslavenski leksikografski zavod, MCMLXI.
46. *Enciklopedijski rječnik pedagogije* (ur. Franković, D., Zlatko, P., Šimleša, P.) (1963), Загреб: Matica Hrvatska.
47. Erceg, V. (1975), *Pedagoška funkcija nastavnika u organizacija rada sa grupom nivoa učenika*, Сарајево: Iskustva, br. 7-8.
48. Erceg, V. (1972), *Nastavnik i njegova uloga u primjeni inovacija*, Сарајево: Naša škola, br. 78.
49. Eyre, D. (1997), *Support of learning, A journal of the national association for special educational needs*, Лондра.
50. Zarevski, P. (1995), *Psihologija pamćenja- učenja*, Јастребарско: Naklada Slap.
51. Zeljić, Mr. M. (2005), *Nivoi u procesu učenja matematičkih pojmova*, Београд: Pedagogija LX, 4.
52. Jurić, V. (1974), *Učeničko pitanje u suvremenoj nastavi*, Загреб: Školska knjiga.
53. Kadum, Dr.Sc.V.(2006), *O problemu sposobnosti i nesposobnosti za matematika*, Pregledni rad, Пула: Visoka učiteljska škola.

54. Kadum, V. (2005), *Učenje rješavanjem problemskih zadataka u nastavi (matematike)*, Pula: IGSA.
55. Kadum, V. (1997), *Zaostajanje učenika u matematici. Izroci i mogućnosti otklanjanja*. Pula: Pedagoški fakultet u Puli.
56. Kvašček, R. (1975), *Podsticanje i sputavanje stvaralačkog ponašanja ličnosti*, Sarajevo, Svjetlost.
57. Kvašček, R., Đurić, Đ.M., Krkljuš, S. (1989), *Sposobnosti, osobine ličnosti i uspjeh učenika*, Novi Sad: Zavod za izdavanje udžbenika.
58. Kvašček, R. (1969), *Razvijanje sposobnosti i kritičkog mišljenja kod učenika*, Beograd: Zavod za izdavanje udžbenika.
59. Klafk, W. i dr. (1992), *Didaktičke teorije*, Zagreb, Educa.
60. Klafk, W. (1997), *Nastavni sistemi*, Zagreb: Educa.
61. Kline, M. (1990), *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*, USA: Oxford University Pres.
62. Kolmogorov, A. N. (1972), *Matematika u školje*, Moskva: Progres.
63. Коломогоров, А. Н. (1955), *О профессии математика*, Москва: Московского Университета.
64. Кондовска, Л., Шопкоски, Г. (2007), *Прирачник за обука на наставниците по математика во основното образование*, Скопје: издание на УСАИД Македонија.
65. Kraljević, H., Čizmešija, A. (2009), *Matematika u nacionalnom okvirnom kurikulumu, ishod učenja*, Zagreb: PMF-Matematički odjel, Sveučilište u Zagrebu.
66. Kranjčev, B. (1985), *Uvođenje učenika u istraživački rad*, Zagreb: Školska knjiga.
67. Kurepa, Gj. (1966), *Matematički modeli u prirodnim i društvenim naukama*, Beograd: Dijalektika.
68. Kurepa, Gj. (1954), *Uloga matematike e matematičara u savremenom zivotu*, Beograd: Nastava matematike i fizike br.1.
69. Kyriacou (1997), *Temeljna nastavna umijeća*, Zagreb, Educa.
70. Kurnik, Z. (2002), *Načelo problemnosti*, Zagreb: Matematika i škola 14 i 15.
71. Kurnik, Z. (2002), *Problemska nastava*, Zagreb: Matematika i škola.
72. Kurnik, Z. (2000), *Suvremena metodika i nastava matematike*, Zagreb: Zbornik radova 1. Kongresa nastavnika matematike Republike Hrvatske.
73. Лешкоски, И. (2002), *Педагошки речник*, Скопје: Друштво за книгоиздателство и услуги Вековишина.
74. Марковац, Ј. (1970), *Наставата и индивидуални развој ученика*, Загреб: Школска книга.
75. Малчески, R. (2001), *Методика на наставата по математика*, Скопје: Алфа 94.
76. Marjanović, M. (1966), *Metodika matematike, I deo*, Beograd: Učiteljski fakultet.
77. Marsh, C. (1994), *Kurikulum*, Zagreb: Educa.
78. Maslow, H. A. (1982), *Motivacija i ličnost*, Beograd: Nolit.
79. Mathematical Literacy (2003), *The PISA 2003 Assessment Framework – Mathematics, reading and problem Solving Knowledge and Skills*, OECD.
80. Miel, A., Zdenka, P. (1968), *Kreativnost u nastavi*, Sarajevo: Svjetlost.
81. Milanovic, dr. T., Milanovic-Jovanović, N. (2002), *Metodika nastave matematike*, Vranje: Učiteljski fakultet.
82. Министерство за образование (2002), Водич за продуктивни педагогии, *Прирачник во врска со училищата*, Квисленд: МО.

83. Мицковска Г.: *Национално оценување на постигањата на учениците во одделенската настава*, Педагошки завод на Македонија, Одделение за оценување, Скопје, 2000.
84. Мицковска Г., Алексова А., Јорданова, Д., Ламева, Б., Нацева, Б. (2002), *Национално оценување на постигањата на учениците во одделенската настава - Технички извештај од пилот-тестирањето*, Скопје: Биро за развој на образованието.
85. Mladenovič, S. (1989), *Motivacija nastavnika za inovacijski rad*, Krusevač, Inovacija u radu, br. 4.
86. Могенс, Н. (2009), *Mathematical competencies and the learning of mathematics*, Danish: the Danish KOM project.
87. Murati, Dr.Xh. (1996), *Metodika e mësimdhënies së matematikës*, Shkup: Botim personal.
88. Нацева Б., Мицковска Г. (2001), *Национално оценување на постигањата на учениците во одделенската настава - Стандарди на постигања - Македонски јазик*, Скопје: Биро за развој на образованието, Одделение за оценување.
89. *Национална програма за развој на образованието во Република Македонија 2005-2015, (2006)*, Скопје: Министерство за образование и наука.
90. Никодиновска-Банчотовска, С. (2008), *Професионалните компетенции на наставниците*, Скопје: Академски печат.
91. Никодиновска-Банчотовска, С. (2008), *Таксономија на професионалните компетенции на наставниците*, Скопје: Академски печат.
92. Nikolič, Dr. M. (1970), *Matematiko i kibernetičko modeliranje pedagogskih procesa*, Novi Sad: Pedagoško misao i praksa.
93. Ničkovič, R. (1970), *Učenje putem rešavanja problema u nastavi*, Beograd: Zavod za udžbenke i nastavna sredstva.
94. *Образование и обука 2010 (2004)*, *Успехот на факторите на Лисабонската стратегија за ургентни реформи* беше донесен заедно од страна на Советот и на Комисијата на 26 февруари 2004 (Извештај).
95. Ozimec, S. (1987), *Odgoj kreativnosti*, Varaždin: Opčinski savez društva Naša djeca.
96. Osmani, Sh.(1993), *Fjalor i pedagogjisë*, Tiranë: 8 Nëntori.
97. *Oxford advanced learners encyclopedic dictionary* (1989), Oxford University.
98. Pečjak, V. (1989), *Putevi do ideja*, Ljubljana: Sopstveno izdanje.
99. Педагошка енциклопедија 2 (1989), Београд:Завод за уџбенике и наставна средства.
100. Prvanovič, S. (1970), *Metodika savremenog matematičkog obrazovanja u osnovnoj školi*, Beograd: Zavod za izdavanje udžbenika.
101. Prodanovič, T., Ničkovič, R. (1988), *Didaktika*, Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva.
102. Poljak, V. (1977), *Nastavni sistemi*, Zagreb, Pedagoško - književni zbor.
103. Polya, G., (1966), *Kako riješiti matematički zadatak*, Zagreb: Školske novine.
104. Поповски, д-р З, и др. (2007), *Анализа на капацитетите за добро управување во образованието* (извештај), Скопје: Фондација институт отворено општество Македонија.
105. Поткоњак, Н.М., и др., ур. (1996), *Педагошки лексикон*, Београд: стр.404.
106. *Revista për popullarizimin e matematikës dhe informatikës "Plus"* (1995), Tetovë: Matrix.
107. Robinson, A. (1963), *Introduction to Model Theory and to the Mathematics of Algebra*, Amsterdam: Mathematical Reviews (MathSciNet).
108. Rogers, C.R. (1986), *Kako postati ličnost*, Beograd: Nolit.

109. Rubinstein, S.L. 1964, *Problem sposobnosti i pitanja psihološke teorije*, Beograd: Pedagogija, br.4.
110. Rushiti, A. (2008), *Fjalor terminologjik i matematikës*, Tetovë: KMI Paskal.
111. Salett, M., Hein, N. (1999), *Mathematical Modeling & Implications for Teaching and learning*, Brasil: University Regional of Blumenau.
112. Staton, Thomas F. (1965), *Uspješno podučavanje*, Zagreb: Panorama.
113. Stein, M.K., Smith, M.S., Henningsen, M.A., Silver, E.A. (2000): *Implementing Standard-based Mathematics Instructions, A casebook for professional development*. USA: Reston, VA: NCTM.
114. Stevanović, M.(1984), *Istraživanje učenika u nastavi*, Loznica: Samostalno izdanje.
115. Stevanović, M.(1986), *Kreativnost nastavnika i učenika u nastavi*, Pula: Istarska naklada.
116. Stevanović, M.(2000): *Modeli kreativne nastave*, Tuzla: R&S.
117. Stevanović, M. (1998), *Modeli stvaralaštva*, Varaždinske Toplice: Tonimir.
118. Struik, Dirk J. (1966), *A Concise History of Mathematics*, New York: Dover.
119. Sriča, V. (1992), *Upravljanje kreativnošću*, Zagreb: Školska knjiga.
120. Suhodolski, B.(1998), *Permanently obrazovanje i stvaralaštvo*, Zagreb: Školske novine.
121. Supek, R.(1979), *Kreativnost i odgoj*, Beograd: Pedagoški rad, br. 7-8.
122. Supek, R.(1987), *Priroda ljudske kreativnosti, Dijete i kreativnost*, Zagreb: Globus.
123. Fajdetić, mr.sc. M., Galić, prof. M., Petrinšak, mr.sc. S. (2009), *Kompetencije učitelja i ishodi učenja*, Vukovar: Stručni skup iz informatike za voditelje županijskih stručnih vijeća, mentore i savjetnike.
124. Furlan, I. (1999), *Psihologija podučavanja*, Zagreb: Školska knjiga.
125. Furlan, I. (1967), *Učenje kao komunikacija*, Zagreb: Školska knjiga.
126. Цедиковски, Н. (1993), *Дидактика на математиката со прирачник за студенти и наставници*, Скопје: Нумерус.
127. Crvenković, Dr.S. (2009), *Razvijanje matematičkih sposobnosti kroz resavanje zadataka*, Beograd: DMS.
128. Chao, Y.R. (1962), *Logic, methodology and philosophy of science*, Standford.
129. *Hrvatski opći leksikon* (1996), Zagreb: Leksikografski zavod Miroslav Krleža.
130. Hughes Hallet, D. (2001), *Achieving Quantitative Literacy*, Commissioned paper in *Mathematics and Democracy*. The Case for Quantitative Literacy, Lynn Steen (editor), funded by Woodrow Wilson Foundation.
131. Hunt, E. (1991), *Kognitivna znanost: određenje, položaj i problem*, Zagreb: Školske novine.
132. Shapiro, E. L. (1998), *Kako razviti emocionalnu intelegenciju djeteta*, Zagreb: Mozaik.
133. Шарцбурд, С.И.(1964), *Математическаја специјализација*, Москва: Математика в школи 6/64 .
134. Šoljan, N. N. (1976), *Obrazovna tehnologija*, Zagreb: Školska knjiga.
135. Штоф, В. (2000): *Моделирование и философия*, Москва: Материјалы конф.

ПРИЛОЗИ

ПРЕГЛЕД НА ПРИЛОЗИТЕ

4. Прашалник за наставникот во одделенска настава.
5. Прашалник за учениците од IV одделение во деветгодишното основно образование.
6. Тест по математика за учениците од IV одделение во деветгодишното основно образование.

ПРАШАЛНИК ЗА НАСТАВНИКОТ во одделенска настава

Училиште _____ Паралелка каде предава _____
Место _____

Упатство за пополнување на прашалникот

Почитувани наставници!

Вие сте вклучени во едно истражување кое се однесува на тоа колку примената на некои методички модели влијаат на постигнувањата на учениците во подрачјата: *Операции со природни броеви* и *Решавање на текстуални проблеми со операции со природни проеви*.

Дел од прашања ги одговарате со заокружување, надополнување, одбележување, а во дел од прашања треба да направите проценување. Скалата за проценување е од 1-малку до 5-многу.

Ве молиме, на секое прашање да одговорите внимателно и искрено. Важно е да изберете еден одговор дури и на оние прашања за кои Ви е тешко да направите избор (за кои се двоумите). Со ова ќе ни помогнете во реализација на истражувањето на тема “*Методичките модели за развој на математичките компетенции*”.

Ви благодариме за соработката.

I. ОПШТИ ПОДАТОЦИ

1. Пол: а. Машко б. Женско
2. Возраст:
а. До 40 години в. Над 50 години
б. Од 41 до 50 години
3. Работно искуство во настава:
а. До 10 години в. Над 25 години
б. Од 11 до 25 години
4. Кој е највисокиот степен на образование што сте го завршиле:
а. ВШС в. Научен степен
б. ВСС г. Друго
5. Сте одделенски наставник во основно училиште кое се наоѓа во:
а. Град б. Село
6. Наставата ја реализирате на наставен јазик:
а. Македонски јазик в. Турски јазик
б. Албански јазик г. _____

II. СЕКОЈДНЕВНА НАСТАВНА РАБОТА

1. Колку часови седмично посветувате на следниве работи:

- а. Планирање и подготовка на наставата околу _____ часа
 б. Работа со ученици надвор од редовната настава околу _____ часа
 в. Административни работи околу _____ часа
 г. Оценување на ученичките трудови (тестови, домашни работи и слично) околу _____ часа
 д. Стручно усовршување (читање, семинари и сл.) околу _____ часа

2. Колку често (просечно) имате стручни средби со други наставници (одделенски, предметни, педагог, психолог) за начините на методското-дидактичкото планирање, реализација и процена на ефектите сврзани со наставата по математика?

	Одбележете со X (само) едно квадратче
Поретко од еднаш месечно	
Еднаш до два пати месечно	
Еднаш седмично	
Повеќе пати седмично	
Скоро никогаш	

3. Дали сте посетувале обуки во рамките на развојните (интерни или екстерни) проекти или некои други обуки сврзани со наставата по математика?

	Одбележете со X едно квадратче (за секој наведен развојен проект)	
	ДА	НЕ
Активна настава-интерактивно учење		
Чекор по чекор		
Приоди кон визуелно размислување		
Со читање и пишување до критично мислење		
Математика и природа		
Математика со размислување од I до III одделение		
Друго (напиши кој)		
Во ниту еден		

4. Колку посетуваните интерни или екстерни развојни проекти придонесуваат за подобрување на методско-дидактичката реализација на наставата?

- а) Исклучително многу
 б) многу
 в) не многу
 г) Исклучително малку

5. Колку посетуваните интерни или екстерни развојни проекти придонесуваат за развивање на математичките компетенции кај вас (наставниците)?

- а) Исклучително многу
 б) многу
 в) не многу
 г) Исклучително малку

6. Колку посетуваните интерни или екстерни развојни проекти придонесуваат за развивање на математичките компетенции кај учениците ?

- а) Исклучително многу
- б) многу
- в) не многу
- г) малку
- д) воопшто не

7. Колку често учениците во вашата паралелка во IV одделение работат на следните начини:

	Заокружете го соодветниот број на скалата од (1) –(4) во секое од поставено прашање			
	Многу малку			Многу
	(1)	(2)	(3)	(4)
Индивидуално без ваша помош				
Индивидуално со ваша помош				
Индивидуализирано без ваша помош				
Индивидуализирано со ваша помош				
Во групи без ваша помош				
Во групи со ваша помош				

8. Колкав приоритет Вие му давате на изучувањето на секој од предметите во одделенска настава?

	Заокружете го соодветниот број на скалата од (1) – (3) во секое од поставено прашање		
	Малку		Многу
	(1)	(2)	(3)
Мајчин јазик			
Математика			
Природа			
Општество			
Ликовно образование			
Музичко образование			
Физичко образование			

9. Дали за некое од подрачјата во програмата по математика Ви е потребно стручно усовршување?

	Заокружете го соодветниот број на скалата од (1) – (5) во секое од поставено прашање			
	Не ми е потребно			Неопходно ми е потребно
	(1)	(2)	(3)	(4)
Броеви				
Собирање и одземање				
Множење и делење				

10. Колку често на учениците им задавате иста домашна работа по математика?

	Одбележете со X (само) едно квадратче
Поретко од еднаш неделно	
Еднаш до два пати неделно	
3-4 пати неделно	

11. Дали на сите ученици им задавате иста домашна работа по математика?

	Одбележете со X (само) едно квадратче
Најчесто иста	
Најчесто различна	

12. Колку во училиштето Ви се на располагање следните средства и материјали за користење во наставата:

Средства и материјали	Одбележете со X едно квадратче за секое наведено средство и материјал		
	секогаш	понекогаш	никогаш
Телевизор			
Видео рикордер			
Компјутер			
Модели на геометриски тела			
Метра, ленијари, мерички, ваги			
Материјали за математички игри			
Разни видови книги за деца			
Енциклопедии, лексикони			

13. Во кој степен ги применувате следните приоди во наставата и учењето?

	Заокружете го соодветниот број на скалата од (1) – (5) во секое од поставените прашања				
	Многу мал				Многу голем
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Учење преку решавање на проблеми					
Учење преку проекти					
Самостојно истражување					
Стратегии на критичко мислење					
Проекти за решавање проблеми преку дизајнирање					
Автентично учење					
Претприемничко учење					
Други					

14. Во кој степен наведените приоди во наставата и учењето по математика придонесуваат за развој на математичките компетенции кај учениците?

	Заокружете го соодветниот број на скалата од (1) – (5) во секое од поставените прашања				
	Многу мал				Многу голем
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Учење преку решавање на проблеми					
Учење преку проекти					
Самостојно истражување					
Стратегии на критичко мислење					
Проекти за решавање проблеми преку дизајнирање					
Автентично учење					
Претприемничко учење					
Други					

15. Проценете ја важноста на содржините од програмата по математика:

Содржини	Заокружете го соодветниот број на скалата од (1) – (3) во секое од поставените прашања		
	Малку		Многу
	(1)	(2)	(3)
Броеви			
Увежбување на собирање и одземање			
Увежбување на множење и делење			
Решавање текстуални задачи од математички операции			
Работа на мали проекти во рамките на работата со податоци			

16. Кое е вашето мислење за соодветноста на содржините по математика на возраста на учениците во одделенска настава:

	Заокружете го соодветниот број на скалата од (1) – (3) во секое од поставените прашања		
	Малку		Многу
	(1)	(2)	(3)
Совладување на основните математички операции			
Разбирање на својствата на операциите			
Решавање на текстуални (проблемски) задачи.			
Решавање на равенки			

17. Колку ги користите секој од методичките модели за развивање на компетенциите за собирање и одземање со природни броеви, како и за разбирање на нивните својства?

(заокружете го соодветниот број, на скалите од (1) до (3), во секој поставен методички модел, и за секое одделение одделно)

Методички модели	Објаснување	Скала на проценка по одделенија														
		I одделение			II одделение			III одделение			IV одделение			V одделение		
		1	2	3		1	2	3		1	2	3		1	2	3
1. Броене до...	При собирање- ученикот продолжува со броене по првиот собирок онолку единици (десетки, стотки ...) колку што чинесува вториот собирок, се додека не го добие збирот; при одземање пак брои од намалителот до намаленикот, за да го добие разликата															
2. Разложување на месна вредност	Ученикот ги разложува двата собироци по месна вредност и потоа соодветно ги собира															
3. Користење на 10-ки или производ од 10-ки	Ученикот ги разложува броевите на десетки (производи од десетки), па одзема десетки или дополнува до стотки; на крај одзема/додава единици															
4. Компензација	Ученикот всушност ги користи својствата на собирање и одземање (за зависност на збирот/разликата, во зависност од промената на собироците, намаленикот или намалителот)															
5. Негативни броеви	Ученикот го практикува запишувањето на „-“ како предзнак на број, прифаќајќи го како разлика на помал со поголем број															
6. Прачки	Геометриски приказ на алгебарските проблеми (на правоаголници со означени величини и односи меѓу нив)															

18. Колку ги користите секој од методичките модели за развивање на компетенциите за множење и делење со природни броеви, како и за разбирање на нивните својства во наставата по математика.

(заокружете го соодветниот број, на скалите од (1) до (3), во секој поставен методички модел, и за секое одделение одделно)

Методички модели	Објаснување	Скала на проценка по одделенија														
		I одделение			II одделение			III одделение			IV одделение			V одделение		
		1	2	3		1	2	3		1	2	3		1	2	3
1. Мултипликативно сложување на броеви	Различни начини на претставување на еден број, како производ од два (или повеќе) броја, пр. $76 = 38 + 38 = 2 \times 38$; или 4×19															
2. Дистрибутивно својство	Броевите може да се разложат преку собирање, да оперираат посебно, а парцијалните резултати да се состават повторно за да се добие резултатот.															

20. Проценете колку методичките модели ги користат учениците при решавање на математичките проблеми.

(заокружете го соодветниот број, на скалите од (1) до (3), во секој поставен методички модел, и за секое одделение одделно)

Методички модели	Скала на проценка по одделенија																			
	I одделение				II одделение				III одделение				IV одделение				V одделение			
	1	2	3		1	2	3		1	2	3		1	2	3		1	2	3	
1. Броене до...																				
2. Разложување на месна вредност																				
3. Користење на 10-ки или производ од 10-ки																				
4. Компензација																				
5. Негативни броеви																				
6. Прачки																				
7. Мултипликативно сложување на броеви																				
8. Дистрибутивно својство																				
9. Користење на месна вредност																				
10. Адитивно разложување на броеви																				
11. Користење на својствата на операциите собирање, одземање и множење																				

ВИ БЛАГОДАРИМЕ ЗА СОРАБОТКАТА!

ПРАШАЛНИК

за учениците во IV-то одделение во деветгодишното основно образование

Училиште _____, паралелка: _____ број на дневник _____

Место _____

УПАТСТВО ЗА ПОПОЛНУВАЊЕ НА ПРАШАЛНИКОТ

Драги ученици!

Вашето училиште е одбрано да учествува во едно истражување кое се однесува на тоа колку примената на некои методички модели влијаат на постигнувањата на учениците во подрачјата: *Операции со природни броеви и Решавање на текстуални проблеми со операции со природни проеви.*

Покрај тестот што го решаваше, сакаме да одговориш и на неколку прашања.

Треба да одговараш со обележување со “X” на местото (квадратчето) покрај одговорот што си го одбрал/а, освен за прашањата под реден број 6 и 7, каде треба да заокружиш еден од понудени одговори. На овие прашања не постојат точни одговори. Ако си се премислил/а, пречкртај го првиот одговор и заокружи или запиши друг одговор.

Доколку нешто не ти е јасно, крени рака и прашај.

Ве молиме да одговорите на сите прашања.

Ти благодариме за вложениот труд!

1. Пол:

а. Машки

б. Женски

2. Колку ти е омилен секој од долунаведените предмети?

Наставен предмет	Многу	Средно	Малку
Мајчин јазик			
Математика			
Природа			
Општество			
Ликовно образование			
Музичко образование			
Физичко образование			

3. Колку лесно ги совладувааш содржините по секој од наведените предмети?

Наставен предмет	Лесно	Ми треба помош	Тешко
Мајчин јазик			
Математика			
Природа			
Општество			
Ликовно образование			
Музичко образование			
Физичко образование			

4. По колку време одделуваш за секое од активностите дадени во табелата?

Активност	Повеќе од 3 часа	1 до 3 часа	Помалку од 1 час	Воопшто не одделувам
Гледање телевизија				
Играње со другарчињата				
Играње, работа на компјутер				
Учење, читање, домашна работа				
Спорт, странски јазик и сл.				
Работа дома, помагање				

5. Без да ти биде дадено на училиште, колку често ги реализирш следните активности?

Активност	Често	Понекогаш	Ретко или никогаш
Пишување состави, песни			
Читање книги			
Решавање задачи			
Правење предмет, модел			
Разгледување енциклопедии			

6. Колку имаш потреба твоите родители да ти помогнаат при учење на математика?

- Не ми треба помош
- Ми помагаат кога ќе прашам
- Секогаш ми помагаат
- Понекогаш ми помагаат
- Не ми помагаат

7. Кое образование го има секој од твоите родители?

Мајка	- Непотполно основно образование - Завршено основно образование - Завршено средно образование - Завршено више образование - Завршено високо образование - Научен степен
Татко	- Непотполно основно образование - Завршено основно образование - Завршено средно образование - Завршено више образование - Завршено високо образование - Научен степен

8. Колку лесно ги совладувааш содржините по математика дадени во табелата?

Содржини	Лесно	Ми треба помош	Тешко
При учење на основните математички операции (собирање, одземање, множење и делење)			
Разбирање на својствата на операциите			
Решавање на текстуални (проблемски) задачи			
Решавање на равенки			
Читање табели, шеми, дијаграми			
Претставување на податоци во табели и дијаграми			
Прибирање и средување податоци			

9. Дали користиш дигитрон за решавање на задачите по математика?

Место	Често	Ретко	Не користам
Дома			
На училиште			

Ви благодарам за соработката

ТЕСТ

по математика за учениците од IV одделение од основно деветгодишно образование

1. Бројот 69 запиши го во развиена форма.

Одговор: _____.

2. Пополни го празното квадратче за да биде множењето точно.

$$8 \cdot \square = 72$$

3. Ема имала одредена сума пари. Таа платила 57 денари за молив и гума. И останале уште 24 денари. Колку пари имала Ема пред да плати за молив и гума?

Одговор: _____

4. Запиши го со броен израз: "Од бројот 97 одземи го збирот на броевите 27 и 45"

5. Пресметај:

а). $12 + 42 - 15 =$

б) $86 \cdot (21 + 33) =$

6. Пресметај: $12 \cdot (46 - 42) + 27 : 3 =$

7. Кое цифра треба да го запишеш во квадратчето за да биде точно собирањето?

$$\begin{array}{r} 45 \\ + \\ \hline 63 \end{array}$$

- а) 2 б) 4 в) 6 г) 8

8. Пресметај:

а) $19 + 36 =$ _____

б) $\begin{array}{r} 26 \\ + 45 \\ \hline \end{array}$

в) $86 - 24 =$ _____

г) $\begin{array}{r} 67 \\ - 39 \\ \hline \end{array}$

9. Запиши ги со зборови на празната линија броевите во следните реченици:

а) Ана има 27 книги. _____

б) Таткото на Симе има 47 години. _____

в) Кире има 63 бонбони. _____

10. Што е точно?

- а) $39 < 26$ б) $96 < 87$ в) $49 > 32$

11. Подреди ги броевите 86, 39, 62, 77, 29, 17 по големина, почнувајќи од најмалиот.

Одговор: _____.

12. Во една кутија има 19 колачи, а во друга кутија има 35 колачи. Колку приближно колачиња ималото и во двете кутии?

- а) 48 б) 51 в) 56 г) 59

13. На местото означено со * запиши цифри, така што добиените броеви да бидат подредени почнувајќи од најмалиот.

3*	*6	3*	*8	3*
_____	_____	_____	_____	_____
најмал				најголем

14. Запиши ги броевите што недостасуваат во низата:

2, 6, 10, _____, _____, _____, _____.

15. Соња купила боички и една гума. Платила 61 денар.



1 боичка
е 7 денари



една гума
е 5 денари



моливите и
гумата 61 денар

Колку моливи купила Соња?

Одговор: _____

16. Пресметај:

а) $12 \cdot 3 : 4 =$

б) $13 \cdot (24 : 8) =$

17. Кои од дадените броеви 3, 12, 65, 48, 76, 39, 52, 87, 98 се парни броеви?

Одговор: _____

18. Запиши ги со цифри броевите во следните реченици на линијата до секое реченица.

а) Во една вазна има дваесет и седум ружи. _____

б) Баба Стефка потрошила осумдесет и три денари. _____

в) Во кутијата ималото четириесет и девет топчиња. _____

19. Колку е разликата меѓу следбеникот на бројот 25 и предходникот на бројот 11.

Одговор: _____

20. Светлана има пет лижавчиња со вкус на цреша и три лижавчиња со вкус на портокал. Ана има двојно повеќе од секоје.

- а) Колку Ана има лижавчина со вкус на цреша?
- б) Колку Ана има лижавчина со вкус на портокал?
- в) Колку вкупно лижавчина има Ана?

Одговор: а) _____ б) _____ в) _____

21. Со користење на својствата на собирање и множење, пресметај:

а) $17 + 26 + 13 + 44 =$

б) $5 \cdot 3 \cdot 5 =$

22. Во табелата е даден бројот на петки по математика во четврто одделение, ако знакот ☺ одговара на 3 петки, запиши ги бараните податоци

☺		☺	
☺		☺	☺
☺	☺	☺	☺
☺	☺	☺	☺
☺	☺	☺	☺
IV ^a	IV ^б	IV ^в	IV ^г

Во IV ^a	има	_____	=	_____
петки				
Во IV ^б	има	_____	=	_____
петки				
Во IV ^в	има	_____	=	_____
петки				
Во IV ^г	има	_____	=	_____
петки				

23. Во хорот на едно основно училиште има 48 ученици. Колку редици на столчина треба да се постават во училницата, ако во секое редица има по 8 столчини.