

**УНИВЕРЗИТЕТ „СВ. КИРИЛ И МЕТОДИЈ“ – СКОПЈЕ**  
**ФИЛОЗОФСКИ ФАКУЛТЕТ – СКОПЈЕ**  
**ИНСТИТУТ ЗА ПЕДАГОГИЈА**

**М-р Душко Ачовски**

**НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА**  
**ОД I ДО IV ОДДЕЛЕНИЕ**  
**ВО МАКЕДОНИЈА**  
**ВО ПЕРИОДОТ ОД 1945 ДО 1990 ГОДИНА**

**– ДОКТОРСКА ДИСЕРТАЦИЈА –**

**Скопје, јануари, 1995 година**



**Состав на комисијата:**

Проф. д-р Ѓорѓи Делчев – ментор

Проф. д-р Натка Мицковиќ

Проф. д-р Никола Петров

Проф. д-р Снежана Адамческа

Проф. д-р Марија Тофовиќ-Ќамилова



## ВОВЕД

Периодот од средината на овој век наваму се карактеризира со интензивен научен и техничко-технолошки развој. Со развојот на науките значително се проширува и областа на примената на математиката во нив. Во таа смисла една од најзначајните тенденции во развојот на науките бил процесот на нивната "математизација", со што се поактуелна станува максимата на Карл Маркс: "Науката само тогаш достигнува висок степен на развој, кога се потпира на математиката". Оваа тенденција добива во своето значење и затоа што "единствено математичкиот доказ важи воопштено и ја има онаа снага на убедливост, која што не може да ја имаат ни голем број повторени експерименти".<sup>1)</sup>

Со математизацијата на науките се создаваат нови научни дисциплини, како што се: математичката биологија, математичката економија, математичката лингвистика, математичката теорија на управувањето и др. Методите и средствата на математиката наоѓаат се поголема примена во медицината и хуманитарните науки. Покрај тоа, сите технички иновации, коишто се основна претпоставка за технички прогрес, се фундаираат на математички методи на пресметување. Управувањето со процесите како што се: организација на производството, регулирање на прометот, различните статистички анализи и сл., се подрачја каде што, исто така, математиката има првична улога.

Меѓутоа, развојот на математичката наука не е поттикнат само од нејзината примена во другите науки, техниката, технологијата и секојдневниот живот на човекот, туку и од идеите за сопствениот развој. Во таа насока се разработуваат идеи, коишто дотогаш не можеле да обезбедат свое место во математичката наука, но се оценети како мошне перспективни. Меѓу тие идеи значајно место заземаат математичките структури, теоријата на множествата, математичката логика и др. Со нивната разработка се создадени основни претпоставки за натамошен развој на математичката наука.

Таквата улога на математиката во современото човечко живеење го определува и нејзиното место и улога во воспитанието и образованието на младите генерации. Во таа смисла на математиката како наставен предмети припаѓа значаен дел од вкупното наставно време во основното училиште, почнувајќи уште од почетните одделенија. "Поради тоа не е претерано да се рече дека на учениците од основното училиште математиката им е дел од секојдневниот живот".<sup>2)</sup> Така значајното место на наставата по математика во основното училиште произлегува и од, мош-

1) Илиќ - Дајовиќ, М., Математика и стварност, Настава математике, Београд, 1972, бр. 1-2, стр. 9-25 (25).

2) Markovac, J., Neuspjeh u nastavi matematike, Školska knjiga, Zagreb, 1978.

не, поволните услови и можности коишто таа ги обезбедува за остварување на бројни воспитно-образовни задачи на наставата воопшто. Воведувајќи ги учениците во квантитативните и просторните односи на објективната стварност, наставата по математика придонесува кај учениците да се развива способност за набљудување, анализирање, споредување, класифицирање, заклучување, како и развој на вниманието, помнењето и мислењето. По својот карактер, како наука и како наставен предмет, математиката особено може да придонесе кај учениците да се развие свест за потребата од свесно и точно извршување на поставените задачи, смисла за уредност и прегледност во работата, упорност при извршувањето на задачите и доверба во сопствените сили.

Математичките знаења се и услов за успешно следење и разбирање на наставата воопшто. Во таа смисла бројни зависимости во појавите и промените кои што настануваат во природата и општеството, а истите се предмет на други наставни предмети (географија, историја, физика, хемија и др.), можат правилно и успешно да се следат и да се разберат со претпоставени математички знаења.

За да можат овие определби за местото и улогата на наставата по математика да дадат соодветни резултати, не е доволно само да и се обезбеди значајно место во наставниот план, туку треба да и се обезбеди и таква содржина на наставата, со која тие успешно можат да се оживотворат. Во таа смисла содржините треба да задоволуваат две основни барања: да произлегуваат од достигнувањата на современата математичка наука и да се прилагодени на остварувањето на целта и задачите на наставата воопшто и на наставата по математика посебно, а врз основа на прифатените дидактички принципи. Изборот на содржините за наставата по математика, пак, исфрла на површина и друг проблем - средствата, формите и методите на наставната работа. Сериозноста на овој проблем низ историскиот развој на наставата бил постојано преокупација на педагошката наука, затоа што од нејзиното навремено и засновано реагирање во врска со иновирањето на целта, задачите и содржината на наставата, како и на формите и методите на наставна работа и нивното сообразување со потребите на времето и достигнатиот научен развој зависи ефикасноста на воспитно-образовниот систем воопшто, а и на наставата посебно.

Во средината на овој век особено беше изострен проблемот на изборот на содржините на наставата по математика на сите степени на образование, кој прерасна во движење за "модернизација" на наставата по математика. Тенденциите за модернизација на наставата по математика во светот имаа соодветен одраз и во бивша Југославија, а во тие рамки и во Република Македонија. Во таа смисла во повеќе наврати се вршени измени во содржината на наставата, пред се поради нејзиното усогласување со доминантните идеи во математичката наука и за поефикасно остварување на целта и задачите на наставата по математика, односно за зголемување на нејзината ефикасност. Паралелно со тоа се усвојувани формите и методите на наставна работа, учебната и прирачна литература, наставните средства и дидактичкиот материјал.

Во овој труд ќе се обидеме да дадеме оценка за континуитетот и меѓусебната условеност на промените во целта, задачите и содржината

на наставата и на формите и методите на наставната работа, во контекстот на меѓународните движења за модернизација на наставата по математика, при што посебно внимание ќе посветиме на усогласувањето на содржините на наставата со доминантните идеи во математичката наука - теоријата на множествата и математичката логика, од една страна, и на методиката на наставата со достигнувањата на педагошката и психолошката наука, од друга страна. Притоа ќе ги опфатиме и мерките и активностите коишто се преземени за успешно воведување на промените во наставната практика, од аспект на подготвување на наставниот кадар, обезбедувањето на соодветна учебна и прирачна литература и други дидактички материјали.

# I ТЕОРИСКИ ПРИСТАП КОН ПРОБЛЕМОТ НА ИСТРАЖУВАЊЕТО

## I.1. ПРЕГЛЕД НА РАЗВОЈОТ НА МАТЕМАТИКАТА КАКО НАУКА

Во историјата на развојот на математиката како наука обично се истакнуваат четири периода. Ваквата поделба е направена врз основа на доминантните математички идеи, коишто се карактеристични за секој период од развојот. Според оваа поделба *првиот период* го означува зачетокот на математиката, кој е поврзан со формирањето на поимите природен број и фигура, а во кој доминантно значење имаат практичните пресметувања и мерења. Тоа е, всушност, почеток на развојот на аритметиката и геометријата, кои според својата содржина се емпириски систематизирани правила за решавање на практични задачи. Најпознати математички центри во тој период се: **Вавилон** - познат по шеесетичниот броен систем и постапките за пресметување на плоштина на квадрат и круг, и **Египет**, познат по недоволно изградениот декаден броен систем и Ахмесовиот папирус за практично решавање на некои типови аритметички задачи.

*Вториот период* што го опфаќа времето од VI - V век пред нашата ера до XVII век, е познат како период на постојаните величини. Во тој период математиката се конструирала како самостојна наука, со сопствен предмет на проучување - броевите и фигурите како и сопствени научни методи. Најголем придонес за развојот на математиката во тој период дале старогрчките математичари, меѓу кои посебно место им припаѓа на **Талес, Евклид, Архимед, Ератостен, Полониј** и др. Во делата на старогрчките математичари се проучуваат својствата на броевите и геометриските фигури, се докажуваат тие својства врз основа на логички и математички постапки и методи, а аритметиката и геометријата се изградуваат аксиоматски. Особено значаен, од математички аспект, е придонесот на Евклид во аксиоматското изградување на геометријата, дадена во делото "Елементи", кое се задржало како основен учебник по планиметрија се до XVII век.

Вториот период е карактеристичен и по појавата на нова математичка дисциплина - алгебрата, појавата и развојот на дедуктивниот метод, а почнува да се изградува и специјална математичка симболика.

*Третиот период* од XVII до XIX век често се нарекува и "ера на математиката на променливите величини". Во тој период во математиката наука посебно значење и се придава на идејата за функција, како и на идеите за непрекинатост и движење, поврзани со неа. Во издигнувањето на идејата за функција на ниво на доминантна идеја во математичката наука особено се значајни трудовите на швајцарскиот математичар Ој-



лер, чии приоди во толкувањето на функциите до скоро имаа водечка улога во математичката наука. Покрај тоа, голем подем во овој период доживува аксиоматскиот метод, кој на прво место го поставува прашањето на логичката заснованост на математичката наука, од каде што произлегува можноста за засновување на природата на математиката. Борбата меѓу материјализмот и идеализмот во филозофијата, на полето на математиката се манифестира низ расправата за проблемот дали математиката ги одразува законите и процесите на објективната стварност или, пак, таа е продукт на човековото мислење.

*Четвртиот период*, од средината на XIX век наваму, е период на математиката на променливите односи. За него е карактеристична зголемената улога на математичките конструкции и на математичкото моделирање. Во таа смисла "класичната" математика се покажала како многу тесна рамка за развојот на самата наука, а и за проширување на нејзината примена, поради што доаѓа до кинење на рамките на класичната математика, до голем подем на аксиоматскиот метод и до појавата на поимот математичка структура. Со воведувањето на поимот математичка структура се создадени сите претпоставки "да се воспостави единство во многуобразието на математичките факти и методи, на прв поглед многу оддалечени едни од други".<sup>3)</sup>

Во овој период предмет на истражување на математичката наука стануваат операциите и односите, определени на множества елементи од произволна природа, кои, зависно од прифатениот систем на аксиоми, образуваат различни математички структури. Основен поим во изградувањето на математичките структури е поимот множество. Иако тој поим човекот интуитивно го изградил многу одамна, забележувајќи истородни предмети во својата околина, теоријата на множествата во математиката почнала да се развива релативно доцна, при крајот на XIX век. Неа почнал да ја гради германскиот математичар Георг Кантор (1845 - 1918). И покрај тоа што теоријата на Кантор, според согледувањата направени подоцна, имала повеќе крупни недостатоци, сепак претставува значаен придонес во изградувањето на теоријата на множествата.

Во периодот меѓу двете светски војни група француски математичари под псевдонимот "Бурбаки" ја разработуваат идејата за множество, даваат широко значење на изучувањето на математичките структури, ги воведуваат поимите: група, прстен, поле и векторски простор.

Процесот на развој на идејата за математичките структури и теоријата на множествата е особено интензивен од средината на овој век наваму, кога тие идеи стануваат доминантни во математичката наука.

---

3) Колягин, Ю., М., и други, Методика преподавания математики в средней школе, Просвещение, Москва, 1975, стр. 16.

## I.2. ТЕНДЕНЦИИ ЗА МОДЕРНИЗАЦИЈА НА НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА

### I.2.1. ДВИЖЕЊЕ ЗА РЕФОРМА НА НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА ОД ПОЧЕТОКОТ НА ОВОЈ ВЕК ДО ВТОРАТА СВЕТСКА ВОЈНА

Воспитанието и образованието се општествени феномени и како такви имаат историски карактер. Историјата на педагогијата јасно покажува дека со развитокот и менувањето на општеството, се развива и се менува и воспитанието и образованието. Така, кон крајот на XIX век и почетокот на XX, во период на изразени општествени спротивности и педагошките теории доживуваат криза. Од друга страна, пак, оваа криза создава поволни услови за појава и развој на нови тенденции во педагошката наука, коишто се насочени кон реформа на воспитно-образовниот процес. Со новите тенденции се настојувало да се надминат слабостите и ограниченоста на постојното - традиционалното училиште, организирано на педагошките принципи на Хербарт. Реформските тенденции ги зафаќале сите сегменти на воспитанието и образованието, од содржинските и дидактичко-методските аспекти, до идејната и теориската заснованост на организацијата и реализацијата на воспитно-образовниот процес.

Наспроти Хербартовата асоцијативна интелектуалистичка психологија се јавува Вундтовата, во чија теорија волјата е примарна во психичкиот живот на човекот, а чувствата се битни составни делови на волевиот акт. Посебно се нагласуваат инстинктите, чувствата и волјата, како движечка сила на сите човекови активности.

Поаѓајќи од концепцијата дека сите телесни и психички појави се засновани на активноста, "новата" волунтаристичка психологија заснована на неа, бара движење, моторичност, активност и учество во работата.

Резултатите, пак, од развојната психологија ги истакнуваат разликите меѓу возрасните и децата во физички и психички поглед, емоционалноста на децата и нивната потреба од активност, како и индивидуалните разлики меѓу децата.

Целото реформско движење во развојот на педагошката теорија и практика од тој период е познато под името **ДВИЖЕЊЕ ЗА НОВО УЧИЛИШТЕ**. Тоа движење го подвргнало "старото". класично училиште на сестрана критика, при што ги истакнало неговите бројни слабости. Така, за старото, традиционално училиште се истакнува дека е:

- изградено на погрешна психолошка претпоставка - "детето е човек во мало", што има за последица на детето да се гледа како на објект на воспитанието, односно да не се води сметка за неговите можности, интереси и способности;

- училиштето е насочено кон интелектот на ученикот, а го занемарува неговиот волев и емоционален развој;

- пренагласени се образовните задачи на наставата, поради што се јавува преоптовареност на наставните програми;

- во наставата доминираат вербални методи, а ученикот е само пасивен набљудувач на активноста на наставникот;

- при изборот и распоредот на наставните содржини не се почитуваат можностите и интересите на учениците.

Што се однесува до реализацијата на наставата, во традиционалното училиште таа се засновувала на концепцијата на вербалната настава. Основна карактеристика на оваа концепција била во давањето првенствено значење на зборовите и симболите. Таа се манифестирала низ различни појавни форми, меѓу кои најпознати биле механичката и формалната настава.

**Механичката настава** првенствено значење му придавала на брзо изведување на математичките операции и трансформации, со примена на механизми коишто се употребуваат секојдневно. Учениците механички ги усвојуваат правилата и алгоритмите за изведување на операциите и трансформациите, а воопшто не се посветувало внимание на тоа дали истите ги разбираат.

**Формалната настава**, пак, се засновувала на дефиниции. На учениците вербално им се објаснувале математичките постапки, алгоритмите, теоремите, правилата и сл., а тие биле должни да ги запомнат и врз основа на вербална репродукција, односно по дедуктивен пат да решаваат математички задачи.

Всушност, математиката како апстрактна и аксиоматска наука во тој период се изучувала на тој начин што наставата се сведувала на едноставно вербално пренесување на систем математички знаења од страна на наставникот, без примена на непосредни набљудувања и претходна активност на учениците, туку тие се покорувале на правилата и алгоритмите кои се засновувале на меморирање на соодветни теореми.

Обратно на "старото училиште" движењето за ново училиште поаѓало од ученикот и неговите приврзеници сметале дека ученикот треба да биде мерка за се. Во таа смисла организацијата на наставната работа, содржината на наставата, формите и методите на наставна работа, треба да бидат подредени на ученикот. Потпирајќи се на волунтаристичката психологија, движењето за ново училиште во прв план не го става здобивањето на знаења, туку развивањето на психофизичките способности на учениците, со примена на активни методи - демонстрација, експеримент, итн. односно методи коишто овозможуваат активно учество на учениците во наставата.

Поаѓајќи од реалното постоење на индивидуални разлики меѓу учениците, од разликите во интересите и способностите, новото училиште било против нееластичните планови и програми, при што е истакнато барањето за поголема слобода на учениците и наставниците во изборот на содржините на наставата, а некои струења дури и ги негирале наставните планови и програми.

Во рамките на движењето за ново училиште се развиле повеќе правци - *Далтон-план*, *Јена-план*, *Функционална педагогија*, *активното училиште*, *училиштето за дејствување*, *трудовото училиште* и др. Овде кратко ќе ги дадеме само карактеристиките на активното училиште, училиштето за дејствување и трудовото училиште, бидејќи тие извршиле најголемо влијание врз педагогијата на нашиве простори, меѓу двете светски војни и непосредно по Втората светска војна.

Активното училиште својата доктрина ја засновувало на индивидуалните разлики меѓу учениците, врз спонтаното лично искуство на учениците, коешто треба да биде појдовна точка во образовниот процес. Според Адолф Фериер, основачот на активното училиште, поаѓајќи од спонтаните детски интереси, мислењето на децата се развива како резултат на нивниот контакт со конкретното. "Да се лиши детето од конкретното е злочин, навреда на детската природа".<sup>4)</sup> Фериер сметал дека детето од основното училиште има вонредно помнење на конкретни факти, меѓутоа не е способно да се издигне до апстрактни идеи. Всушност, активността на учениците Фериер ја сведува на биолошки фактори, па оттаму и паролата "nemo paedagogus nisi biologis" (не си педагог ако не си биолог). Според него појдовна основа на определувањето на содржината на наставата, како и формите и методите на наставна работа, треба да бидат вродените детски интереси, коишто се појавуваат на одредена етапа на детскиот развој. Така, математиката како наставен предмет децата можат да ја изучуваат на етапата на специјалните конкретни интереси (10, 11 и 12 години возраст). На помала возраст децата ќе здоби-ваат математички знаења во рамките на активностите во непосредната детска околина.

При обработката на содржините од сметање, активното училиште практикувало самоактивност на учениците, одење од еден проблем кон друг, меѓутоа преминувањето на новиот проблем било условено од целосното совладување на претходниот. Причината за ваквиот приод ја наоѓале во системноста и постапноста на аритметичките поими.

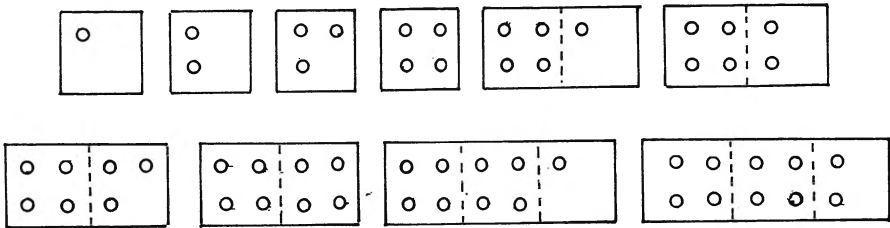
Биологизирање на педагогијата од тој период среќаваме и кај Вилхелм Август Лај. Тој сметал дека секоја надворешна дразба, кај сите живи организми, предизвикува соодветна реакција. Притоа рефлаторниот акт секогаш поминува низ една иста шема. Таа механичка шема Лај ја применувал и низ процесот на воспитание и образование, која според неговото сфаќање, се состои од надворешни влијанија врз учениците и нивните реакции во вид на одговор. Всушност, учениците на почетокот, врз основа на набљудување, добиваат одреден впечаток, перцепција, која понатаму се преработува во сознанието и на крајот следува соодветна реакција на перцепираното и преработеното, со посредство на различни дејствија. Од тука и називот на овој правец "училиште за дејствување".

Наставниот процес Лај го дели на две етапи: набљудувачко-предметна и изразно-формална. Првата етапа го опфаќа сè она што е поврзано со перцепирањето на природната и општествената средина, со што се обезбедува материјал за мисловна преработка. Преку перцепциите коишто учениците ги добиваат во првата етапа, се обезбедува доволна основа за втората.

Поаѓајќи од ваквото сфаќање на наставниот процес, за наставата по сметање Лај конструирал дидактички материјал - б р о ј н и с л и к и, со кои ефикасно може да се обезбедува првата етапа, односно набљудувањето. Бројните слики имаат правоаголна форма, со одреден број крукчиња, преку кои учениците треба да перцепираат "бројни количини" и некои односи меѓу нив. Распоредот на крукчињата е според психолошкото

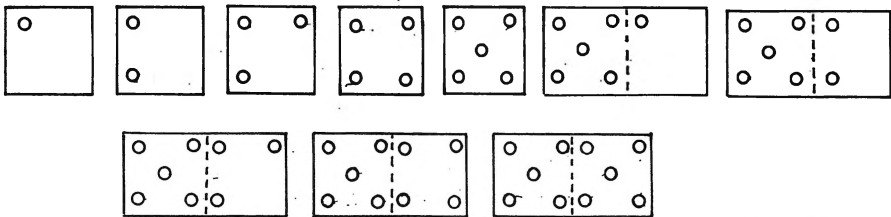
4) Феријер, А., Саморадна код деца, Књижарница Геце Кона, Београд, 1938, стр. 20.

сфаќање дека обемот на вниманието на учениците се движи од три до четири објекти. Според тоа, ако кружчињата се распоредени врз основа на тоа (како на црт. 1), тие ќе бидат најпогодни за перцепирање од страна на учениците. Системот на бројните слики е таков што секоја од нив (освен првата - со едно кружче), ја содржи претходната, а се содржи во наредната, како што е дадено на цртежот 1.



Црт. 1

Поинаков распоред на објектите даваат Борн и Кинел, на принципот на перцепирање на пет објекти, распоредени во две колони или во две петорки (цртеж 2).



Цртеж 2

Во основа на целокупната дидактика на "трудовето училиште" е активноста на учениците, нивната самостојна и продуктивна работа. Оттаму и наставата по математика мора да биде поставена на тие принципи, при што се истакнува барањето наставата по математика да поаѓа од проблеми коишто ги поставува конкретниот живот и да бидат поврзани со него. Во таа смисла математиката треба да започнува со мерење на должини, димензии на простории, маса на предмети, трговија и економија.

Трудите училиште ги почитувало психичките и физичките можности на учениците и го поставува барањето наставата да се индивидуализира, а учениците да се научат да мислат математички, во зависност од нивните психички можности. За остварување на оваа определба нас-

тавникот е должен да им овозможи на учениците што повеќе да работат самостојно. Дури тие треба да се доведат во ситуација на часот сами да определуваат што ќе работат.

Што се однесува до решавањето задачи, пак, се практикувало еден ученик да работи на табла, а другите самостојно на своите места. По решавањето на задачата задолжително следува проверка на добиените резултати, притоа улогата на учителот била многу значајна, затоа што тој укажувал на некои значајни моменти од постапките во решавањето или, пак, откривал некоја нова операција.

\* \* \*

Поаѓајќи од односот на математиката како наука и математиката како наставен предмет, развојот и напредокот на науката има рефлексии и во наставата. Меѓутоа, историското искуство покажува дека наставниот предмет секогаш реагира со одредено задоцнување на новите текови на науката. Основна причина за тоа е потребата од решавање на бројни дидактичко-методички проблеми, што произлегуваат од преточувањето на науката во наставен предмет. Во математиката тоа задоцнување е многу изразено. "Кон крајот на минатиот век наставата по математика вклучувала содржини кои математичката наука ги продуцирала до крајот на XVII век."<sup>5)</sup>

Меѓународниот систем на традиционалното математичко образование почнал да се оформува во почетокот на XX век. Тој систем, во голема мера, бил зависен од односот на основното (почетното, народното) и средното училиште. Поконкретно, основното училиште, кое при крајот на XIX век најчесто било во траење од три години, во некои земји е продолжено на 4, 5 или 6 години. Содржината на математичкото образование во тие училишта, главно, се ограничувала на елементарни аритметички вештини (неговото мото било "умеј да броиш и да сметаш"). Подоцна тоа било збогатено и со елементи на геометриски вештини, но се уште без елементи на вистинска геометрија и алгебра.

Градењето на системот било проследено со бројни тешкотии и противречности. Така, се создал расчекор помеѓу содржината на наставата и формите и методите на наставна работа; се појавиле сериозни тешкотии при преминот од основното во средното образование; поради нараснатите општествени потреби, нараснале потребите од образование, со што се јавуваат бројни проблеми во врска со организацијата и реализацијата на наставата. Сепак, на тој расчекор најголемо влијание имало сиромашноста на содржината по сметање во основното училиште, отргната од животното искуство на учениците и постигањата на математичката наука, како и од примената на догматски методи во наставната работа, засновани, главно, на помнењето на учениците, а не на нивната активност и мислење.

Тие недостатоци на традиционалното математичко образование биле воочени од прогресивната педагошка јавност, како и од познати математичари, така што кон крајот на XIX и почетокот на XX век се јавува

5) Penavin, V., Modernizacija nastave matematike, Matematika, Beograd, 1972, br. 1, str. 5-17. (5)

движење за реформа на наставата по математика. Организираните активности се поврзуваат со почетокот на излегувањето на меѓународното списание "Математичко образование" во 1899 година. Ова списание ги третираше проблемите и можностите за промени во содржините, формите и методите во наставата по математика, особено во основното и средното образование, а во духот на движењето за ново училиште. Во таа насока во 1905 година се донесени "Меранските наставни програми", под раководство на Феликс Клајн (1849 - 1925 година), универзитетски професор од Германија, познат математичар и педагог од тоа време. На конференцијата во Мерано, кога се донесени програмите, бил донесен и заклучок за наставата по математика, "вклучувајќи го и сметањето во основното училиште, да се исфрлат сите едноставни и практично некорисни знаења, да се развива способност за математичко набљудување и сфаќање на процесите во природата и општествените односи, со наставата да се развива функционалното мислење и просторните претстави"<sup>6)</sup>.

Во врска со наставата по геометрија на Меранската конференција било прифатено барањето за постепен развој на набљудувањето на телата и геометриските форми во основното училиште, до апстрактните дедуктивни постапки во средното училиште. Кај учениците, во сите етапи на нивниот развој, да се развива функционалното мислење и просторните претстави, како и поврзувањето на геометријата со практичните потреби на животот.

Што се однесува на умствениот развој на учениците, како појдовна основа се препорачувало перцепирањето и набљудувањето на поедини предмети и појави од непосредната детска околина. Како значајна особина на перцепирањето се сметала апстрактното мисловно преработување врз основа на претходното искуство. Во тој контекст се сметало дека колку е побогато претходното искуство на учениците, толку ќе бидат посодржајни и поточни претставите, односно побогата ќе биде основата за формирање на поимите.

Според предлозите на Меранската конференција наставните постапки во поголема мерка треба да бидат прилагодени на психофизичките можности на учениците.

Врз основа на заклучоците на Меранската конференција се вршени реформи на наставата по математика се до педесеттите години на овој век, поради што во овој труд и дадовме соодветно место.

Како последица на определбите на Меранската конференција за прилагодување на наставата по математика на можностите на учениците, се појавуваат некои правци кои водат кон биологијација и психологијација на наставата по математика. Некои психолошки правци детската аперцепција ја издигнуваат на ниво на основен дидактички принцип за наставата во основното училиште, бидејќи строгото логичко мислење и способноста за математичка апстракција кај учениците од таа возраст се уште не е развиена. Така, во врска со почетната настава по математика Е. Мојман вели: "Врз основа на се што ни е познато од детската психологија, најчуден ни изгледа фактот дека одредени бројни поими кај децата никнуваат релативно доцна. Повеќето пати сме имале прилика да

6) Šimleša, P., Metodika, knjiga I, Pedagoško-književni zbor, Zagreb, 1955, str. 123.

видиме дете, чии функции на органските сетила, говорот, а делумно и техничките способности се добро развиени, а во исто време тоа нема ниту еден броен поим. Ако возрасните го научат детето се брои од 1 до 10, тоа се уште не значи дека тоа располага со бројни поими, дека тоа смета смислено, туки напротив тоа е цврсто асоциран ред на зборови, кој се врши без разбирање на самите броеви.”<sup>7)</sup>

Всушност, повеќе педагошки правци го прифаќаат и го застапуваат гледиштето во почетните одделенија, при воведувањето на новите поими, правила, закони, дефиниции итн., наставата мора да се потпира на повеќестрано набљудување на конкретни предмети и нивните односи, на верификација на воочените својства и релации, на размислување и заклучување. Тоа претпоставува примена на индукција во наставата, поаѓајќи од објекти, нивно набљудување, споредување, спротивставување, комбинирање, до јасни поими, правила, дефиниции. Во основа на таквиот приод во наставата се создава основа за развивање на дедуктивното математичко мислење.

Во врска со *акроматскиот метод* (метод на предавање - монолошки метод) во наставата по математика, се сметало дека тој може да се претвори во неплодно мудрување. Затоа тој треба што помалку да се применува, а се повеќе да се создаваат можности за активност на учениците при здобивањето на знаењата и нивната примена.

Во 1908 година во Рим е одржан IV Меѓународен конгрес на математичарите на кој е формирана Меѓународна комисија за реформа на математичкото образование. За претседател на Комисијата бил избран веќе афирмираниот Феликс Клајн. Што се однесува до наставата по математика во основното училиште, Комисијата ги изградила следниве ставови:

- Да се сообрази наставата по математика со водечките идеи на современата математичка наука;
- Да се промени карактерот на задачите на наставата по математика, за да се обезбеди потесна врска на содржината на наставата со непосредната детска околина;
- Да се зголеми улогата на геометријата во почетниот курс по аритметика;
- Да се зголеми улогата на нагледноста на наставата по аритметика.

Се сметало дека со ваквите ставови ќе се влијае врз промената на содржината на наставата и методите на наставна работа во смисла на:

- осовременување на содржината на наставата;
- напуштање на догматските наставни методи;
- засновување на наставната работа на набљудувањето, на детското искуство и активноста на учениците во наставата.

Меѓутоа, "меѓународното движење за реформа на наставата по математика не било прифатено од официјалните органи, надлежни за образованието"<sup>8)</sup>. Сепак, идеите биле прифатени од некои ентузијастички педагози, психолози, математичари, па и покрај тоа што не добиле масовен

7) Meumann, E., *Arbiss in die experimetalen, Pedagogik, Heidelberg, 1920.* (Цитирано според *Metodika, knjiga I, Pedagoško-knjževni zbor, Zagreb, 1955, str. 124.*)

8) Колягин, М., *Методика преподавания математики в средней школе, Просвещение, Москва, 1975.*



карактер, останале да чекаат "подобри времиња". Некои педагошки правци во рамките на движењето за ново училиште ги вградувале овие идеи во своите педагошки доктрини и придонеле за афирмација на истите.

Реформските движења биле целосно запрени за време на Првата светска војна. Меѓутоа, во периодот меѓу двете светски војни тие се обновуваат. За тоа придонеле повеќе фактори, а особено: развојот на екзактните науки, каде што математиката зазема значајно место; развојот на техниката и технологијата; достигнуањата на одредени педагошки и психолошки правци за организацијата и реализацијата на наставата; трудовите на групата *француски математичари Бурбаки* итн. Во таа смисла математиката се сметала како инструмент на многу науки, според што нејзината вредност е прогласена за општа. Развојот на техниката и технологијата, пак, во најголема мера е плод на "помошта" на математиката. Според тоа, математиката нема само тесно формално - педагошка вредност, туку и поширока, општествена. Затоа таа во наставата во основното училиште "влегува" како еден од најважните наставни предмети.

Под влијание на групата Бурбаки е истакнат проблемот на сообразување на математичкото образование со водечките идеи на математичката наука. Оттука потекнува и барањето за "модернизација" на училишниот курс по математика за основното училиште, со вклучување во него на некои поими од некои делови на т.н. "современа математика" и изоставување од него на делови од "класичната математика", коишто ја изгубиле својата актуелност.

Трудовите на групата Бурбаки поттикнале одредени педагошки и психолошки правци да се зафатат по проучување на одредени проблеми од областа на методиката на наставата по математика. Во таа смисла се водени многу полемики околу проблемот на примената на индуктивниот и емпирискиот метод во наставата, но не е дојдено до конечно решение. Прифатено е, поаѓајќи од принципот на аперцепција, математичките содржини безусловно да се даваат на начин кој одговара на нивото на развиеност на мислењето и способностите на учениците.

Германскиот математичар Лајцман, кој се занимава со методиката на наставата по математика, заговарал емпириски и психолошки пат во почетната настава по математика, бидејќи дете на таа возраст не е до-раснато за апстрактно-логички методи. Според него, "во наставата по математика треба да се поаѓа од природната околина, од практични задачи, од мерење во геометријата и така постепено да се навлегува во апстрактен и формален дух на математичките методи"<sup>9)</sup>. Во трудот "*Методика на наставата по математика*" Лајцман ги разработил идеите на Клајн, при што вниманието го насочува кон три основни принципи на наставата, и тоа: психолошкиот, унитаристичкиот и дидактичкиот. Според Лајцман "психолошкиот принцип бара наставниот план и програма да се прилагодат на природниот тек на менталниот развој на учениците и постапното развивање на нивните математички способности"<sup>10)</sup>. Уни-та-

9) Leitzman, N., Methodik des mathematischen untericht Band, Heidelberg, 1953, str. 100.

10) Исто, стр. 105.

ристичкиот принцип ја истакнува важноста од стекнување на способности за математизирање на појавите од околината. Дидактичкиот принцип, пак, ја истакнува потребата од групирање на наставните содржини околу основните математички идеи и интегрирање на поедини математички дисциплини, особено аритметиката, алгебрата и геометријата во една целина.

**Ј. Кинела** во своите трудови отфрла секаков шематизам во наставата и се залага за систем, кој е заснован не само на логиката на сметањето како наставен предмет, туку и на законитостите на психичкиот развој на децата. Според него наставата треба да започнува со нагледни средства и тие да се употребуваат се до тогаш дури учениците не се способни за апстрахирање. Преуранетите апстракции погодуваат само на формализмот во знаењата. Основен став на Кинела е дека наставата по математика треба да развива способност за математичко набљудување и сфаќање на околината, а тоа се постигнува со развивање смисла за бројните односи кои се наоѓаат во околината и животот воопшто. Кинела смета дека училиштето не смее од учениците да прави машини за сметање, коишто умеат да извршуваат само математички операции, туку треба да се има предвид вистинското математичко образование, со што се дига гласот против оние кои математичкото образование во основното училиште го сведувале на броење и сметање.

Поинакво мислење во врска со способностите на учениците застапува **Вихман**. Тој смета дека ученикот е способен за апстрактно математичко мислење многу порано отколку што се сметало. Според Вихман математичките методи не смеат да се изгубат во дидактичките, поради што математиката, многу повеќе од другите наставни подрачја, создава можности за самостојна работа на учениците, а во врска со тоа и за самоактивност и за самоконтрола.

Во Југославија, во периодот меѓу двете светски војни, најголемо е влијанието на педагошките идеи на **Фериер**, **Лај** и **Кершенштајнер**, што се чувствува и во методиката на наставата по математика. Тоа може да се согледа од издадената литература од ова подрачје во тој период, според која е реализирана наставата во учителските школи или, пак, ја користеле учителите при непосредната реализација на наставата.

Едно од позначајните дела од тоа време, од кое поцелосно може да се согледаат европските влијанија и правците на методиката на наставата по математика е "*Методика на наставата по сметање во народното училиште*" од **Јован Јовановиќ**, управник на машката учителска школа во Белград, издадена во 1924 година. Од третото, дополнето издание на ова дело може да се согледа дека, според **Јовановиќ**, наставата по сметање "се цени колку од гледиштето на формалното образование, исто толку и од нејзините вредности за практичниот живот. Кон тоа се додава и нејзиното воспитно значење во народното училиште"<sup>11</sup>). Всушност, задачите на наставата по сметање тој ги издигнал на ниво на принципи: формален, материјален (практичен) и воспитен принцип.

11) **Јовановиќ**, **Ј.**, Методика рачунске наставе у народној школи, Књижарница Геџе Кона, Београд, 1926, стр. 13.

*Формалниот принцип* се однесува на развивањето на умот. Според него "со сметањето се пробудува, развива и изострува мислењето"<sup>12)</sup>. Во таа смисла значајно место придавал и на развивањето на самоактивноста на учениците во наставата. *Материјалниот принцип* се однесува на значењето на знаењата од сметање за секојдневниот живот, но тој принцип не се апсолутизира, туку му се дава реална димензија. Што се однесува до *воспитниот принцип*, тој ги опфаќа задачите што се однесуваат на воспитување точно и правилно во работата, одредување на правецот на вољата, доследност во работата, односно влијание за формирањето на карактерот.

Јовановиќ посебно се залагал, од психолошки причини, наставата по сметање да се прилагоди на духовниот развој на учениците, за будење и развивање на сестран интерес од областа на броевите и нивните односи. Според него "општиот интерес за работа кој е вроден во природата на детето, кој посебно го нагласува трудовото училиште, во наставата по сметање може да најде широка примена, ако од учениците се бара сами да составуваат задачи, да поставуваат проблеми, разни игри во кои доаѓа до израз сметањето"<sup>13)</sup>.

Јовановиќ е против воведувањето на поимот природен број според принципот на броење, кој, според него, директно води во апстракција. Од чисто психолошки причини тој го прифатил принципот во елементарната настава по сметање да се поаѓа од набљудување и броење, како и од квадратните бројни слики на Лај. Според Јовановиќ "очигледноста или сетивноста мора да биде појдовна точка во оваа настава"<sup>14)</sup>. Принципот на нагледност има вредност само за основните бројни претстави од 1 до 10, се дури сликите претставуваат бројни претстави. Поголемите броеви, пак, ќе бидат изразени со поимите десетка, стотка, илјадарка итн.

Според изградените ставови во делото "Методика на наставата по сметање во народното училиште", може да се согледа дека Јовановиќ нив ги градел врз основа на *волунтаристичката психологија, експерименталната дидактика на Лај* и ставовите на *активното училиште* за улогата на вродените детски интереси, но прифаќа и некои идеи на трудовото училиште, а од класичната педагогија ги прифатил идеите на Песталоци за улогата на принципот на нагледност во наставата по сметање.

Во 1929 година на просторите на Југославија меѓу двете светски војни, се појавил нов труд од областа на методиката на наставата по сметање - "*Методика на наставата по сметање во трудовото училиште*", од Салих Љубунчиќ, тогашен професор по методика на учителската школа во Загреб. Во своето дело Љубунчиќ ги пропагира идеите на трудовото училиште и одлучно се залага наставата по сметање да се изведува според системот на работни степени. Во таа смисла учениците сами треба да собираат и да изработуваат наставни средства, самостојно да поставуваат задачи, да ги поставуваат за решавање и да учествуваат во решавањето. Што се однесува до принципот на нагледност, Љубунчиќ сметал дека нагледноста треба да се сфаќа како

12) Јовановиќ, Ј., Методика наставе рачуна у народној школи, Књижарница Геџе Кона, Београд, 1926, стр. 13.

13) Исто, стр. 19.

14) Исто, стр. 104.

ност, Љубунчиќ сметал дека нагледноста треба да се сфаќа како "...појави од животот, општествениот и практичниот. Затоа на прво место треба да стојат задачите за пресметување, почнувајќи од почетното одделение па натаму, кои ќе го прикажуваат животот онаков каков што им е познат на учениците и кој ќе ги учи да сметаат како што и инаку се постапува во животот"<sup>15)</sup>.

За трудот на Љубунчиќ е познато дека и покрај тоа што "службено не бил одобрен како учебник, оваа книга се употребувала широко, бидејќи друга немало"<sup>16)</sup>. Ова искажување на Марија и Живојин Ѓорѓевиќ се однесува на примената на споменатото дело непосредно пред Втората светска војна.

Во 1938 година во издание на "Шумадија" од Крагуевац излегол методскиот прирачник "Обработка на првата десетка во активното народно училиште", од Петар Јаќевиќ. Овој прирачник бил наменет за учителите кои реализираат настава во прво одделение. За методските определби на авторот доволно зборува и самиот наслов на прирачникот. Колкава е приврзаноста на авторот кон идеите на активното училиште, може да се согледа од неговите заклучни ставови, каде наведува: "Да се оспособи детето, со помош на наставата по сметање, да ги сфати приликите во животот, а тоа е патот што го гради активното училиште"<sup>17)</sup>.

Јаќевиќ како психолошка основа на наставата ја зема експерименталната психологија на Мојман. Особено тоа е воочливо при објаснувањето на воведувањето на поимите поврзани со броевите, за кои смета дека повеќето од нив кај децата "никнуваат" релативно доцна. Педагошката определба на Јаќевиќ е педологијата, односно ставовите на педагошките правци кои во воспитанието и образованието поаѓаат од природата на детето и наставните постапки ги прилагодуваат на таа природа. Од методските определби на Јаќевиќ ќе ги наведеме само оние, кои според нашата оценка се позначајни:

- Секогаш, кога тоа е можно, при воведувањето на поими од природни броеви и операции со нив, да се применува нагледност со учество на повеќе сетива (вид, слух - говор, допир - манипулација со предмети);

- Претставување на конкретни ситуации на цртеж, како од страна на учителот, така и од страна на учениците;

- Пишувањето на цифрите да се обработува со претходно запознавање на елементите на секоја цифра, а потоа да се пишуваат како целина од елементи;

- Аритметичките операции да се воведуваат според следниов редослед: собирање, одземање, множење и на крајот делење. Одземањето да се воведи откако ќе се изучи бројот 4, затоа што до тогаш учениците ќе стекнат доволно искуство од собирањето, што е неопходно за воведување на одземањето како обратна операција на собирањето.

- Множењето да се обработува врз основа на бројните слики на Лај, кои имале широка примена во многу земји во Европа.

15) Љубунчиќ, С., *Metodika računske nastave u radnoj školi, Nadbiskupska naklada, Zagreb, 1929.* (Цитирано според: Jakupović, S., *Portret radne slike u Hrvatskoj, Prosveta, Zagreb, 1984, стр. 126*)

16) Ѓорѓевиќ, М., Ѓорѓевиќ, Ж., *Методика наставе рачуна у основној школи, Просвета, Београд, 1948, стр. 99.*

17) Јаќевиќ, П., *Обрада прве десетице у активној народној школи, Крагујевац, 1938, стр. 48.*

- Во организацијата на работата "новото училиште бара одделението да се дели на работни групи - заедници, за самостојна работа. При образувањето на групите треба да се внимава во секоја група пропорционално да се застапат одлични, многу добри, добри и слаби ученици".<sup>18)</sup>

\* \* \*

За методичките определби во почетната настава по математика од тој период можат да се изведат одредени карактеристики, меѓу кои, според нашето мислење, позначајни се следниве:

- прилагодување на содржините на наставата, формите и методите на наставна работа на психофизичките можности, интересите и способностите на учениците,

- користење на животното искуство на ученици и нивната непосредна околина за успешна реализација на наставата,

- отфрлање од наставата на догматските методи на наставна работа,

- создавање на што е можно поповолни услови за самостојна работа - самоактивност на учениците,

- во основата на наставата се поставува демонстрацијата на разновидни нагледни средства од страна на наставникот,

- во наставата не се поаѓа само од остварувањето на нејзините материјални задачи, туку подеднакво значење им се дава и на формативните и воспитните,

- големо внимание се посветува на практичната применливост на здобиените знаења од страна на учениците.

Со демонстрацијата на разновидни нагледни средства во наставата по сметање се настојувало таа да се направи посфатлива и попригодена на можностите на учениците. Всушност, наставата се сведувала на објаснување на вербалното излагање од страна на наставникот, со помош на цртежи, слики, предмети, соодветни направи, најчесто сметалки, со кои ракувал наставникот. Се сметало дека на тој начин ќе се воспостави непосредна врска помеѓу поимите, правилата, дефинициите, од една страна и непосредната околина, од друга страна. Во таа смисла било потребно на ученикот да му се "предадат", на колку што е можно понагледен начин, одредени математички поими, а од него, главно, се барало да биде внимателен, како би можел "пруженото" знаење што подобро да го запомни. Всушност, учениковата свест е сфаќана "... слично како фотографска плоча, на која треба само добро да се експонира она што го сакаме и на неа ќе биде втисната сликата и тогаш кога од пред ученикот ќе ја тргнеме сликата или предметот којшто претходно тој го набљудувал"<sup>19)</sup>. Се сметало дека сликите се сосем доволни сами да предизвикаат разбирање на содржината во моментот кога тие се претворуваат во претстави. Од тие причини во почетната настава по математика се воведени бројните слики на Лај, Борн и др., бидејќи одредени шеми, ако тие

18) Јаќевиќ, П., Обрада прве десетлице у активної народної школи, Просвета, Београд, 1938, стр. 8.

19) Duda, G., Brojevi u bojama, [kolske novine, Zagreb, 1958, str. 4.

се јавуваат во ист редослед, полесно се помнат. Всушност, ваквиот приод во наставата е илустрирање на вербалната настава.

Меѓутоа, ваквата концепција на наставата покажала бројни слабости. Така,

- премногу се нагласува емоционалниот момент за сметка на сознајниот, што имало негативни реперкусии на систематското математичко образование;

- активноста на учениците при примената на нагледноста се сведува на пасивно примање впечатоци, главно визуелни;

- набљудувајќи ги подолго време бројните слики или други шеми во одредена конфигурација, учениците подоцна имаат големи тешкотии да се ослободат од нив, бидејќи во секојдневниот живот се среќаваат со сесем други конфигурации, односно не се формира свест за тоа дека распоредот на предметите во просторот не е во никаков сооднос со квантитетот на соодветните множества, за чие сфаќање не е доволна само нагледноста;

- самата перцепција се уште не значи и нагледност, туку е само вовед во неа, а вистинска нагледност настанува дури тогаш кога во себе ќе вклучи уште и одредени физички и психички активности на учениците, а особено актот на мислење;

- појдувајќи од природата на детето и прилагодувањето на наставата на неа, се запаѓа во педоцентризам, што има за последица губење на системноста и постапноста во здобивањето на знаења.

Во врска со применувањето на перцепцијата во поим, подоцна се вршени бројни истражувања, а резултатите од нив покажуваат дека свеста не добива готови психички содржини (претстави) преку сетивата, поради што не може да се зборува за впечатоци како извори на сознанието. Според тоа, ниту поимот природен број не може да се стекне само врз основа на перцепции, туку перцепцијата со мисловен акт се преработува во поим, под услов тој мисловен акт да содржи активност. Всушност, за да се формира поимот природен број, кај учениците треба да се поттикнат разновидни активности, да набљудуваат различни предмети, да манипулираат со нив, да ги класифицираат според некоја особина - големина, боја, форма, функција и сл., потоа да составуваат и раставуваат различни множества од предмети или објекти, да ги доведуваат во одредена врска, да споредуваат, да изведуваат заклучоци и сл.

Општо земено може да се каже дека во периодот меѓу двете сметски војни во наставните програми по математика се внесени многу прогресивни идеи, како што се:

- поголемо внимание се посветува на практичната примена на здобиените знаења од страна на учениците;

- воспоставена е подобра врска помеѓу математичките дисциплини, особено помеѓу аритметиката и геометријата во основното училиште;

- постигнато е поголемо поврзување на наставата по математика со сродните предмети, особено со природната група предмети;

- воведени се нови форми на наставна работа, а се напуштени схоластичките, формалните методи;

- се поставуваат барања за целосно почитување во наставата по математика на дидактичките принципи: достапност, нагледност, актив-

ност и самостојнот, сознајност и заинтересираност (како што тогаш се именувани во некои педагошки правци).

Сознанијата за слабостите во содржината на наставата и во формите и методите на наставна работа, пак, поттикнале бројни активности за надминување на истите и тоа во различни научни дисциплини, а пред се во математиката, педагогијата и психологијата, коишто особено добиле во интензитет во 50-тите и 60-тите години на овој век.

## **I.2.2. ДВИЖЕЊА ЗА РЕФОРМА НА НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА ПО ВТОРАТА СВЕТСКА ВОЈНА**

Педесеттите години на XX век се карактеризираат со значаен подем на математичката наука. Истражувањата на математичарите се свртени кон математичките операции и односи, определени на множества елементи од произволна природа, кои, зависно од прифатениот систем аксиоми, образуваат различни математички структури. Основен поим во изградувањето на математичките структури е поимот множество. Различните математички дисциплини, пак, започнуваат да се "претставуваат" како модели на тие структури. Според тоа, "современата математика започнува да се определува како наука за математичките структури и нивните модели."<sup>20)</sup>

Како противтежа на развојот на математичката наука се јавува тенденција за реформирање, односно модернизирање на наставата по математика, во сите степени на образование. Иницијативите за модернизацијата не потекнуваат само од математичарите, туку и од општествените настојувања, засновани на сознанијата за можностите и придонесот што може да го даде математиката во научниот, техничко-технолошкиот и општествениот развој. Директен импулс оваа тенденција добила со лансирањето на првиот вештачки сателит во Советскиот сојуз 1956 година, врз основа на што во американската математичка јавност е формирано мислење дека наставата по математика во американските училишта заостанува во однос на советските и треба истата да се модернизира. Со тоа во САД се поттикнуваат бројни истражувања, особено во областа на педагошката психологија, кои послужиле како основа за изградување на подруга, попродуктивна методика на наставата по математика. Во таа смисла посебно се значајни истражувањата на Џорџ Брунер.

Тенденциите за модернизација на наставата по математика во Европа се интензивираат во средината на педесеттите години на XX век и тоа како на содржината, така и на целта, задачите, формите и методите на наставната работа. За овие тенденции поконкретно дознаваме од ставовите изградени на XX Меѓународна конференција за образование, одржана 1956 година во Женева. Конференцијата е одржана од 9 до 17 јули, во организација на УНЕСКО, со учество на претставници од 74 земји, меѓу кои и двајца претставници од бивша Југославија - Милош Жанко и Лудвиг Габровшек. Еден од централните проблеми на оваа Кон-

20) Гнеденко, Б.В., Математика - наука древн и молада, Математика и кибернетика, Москва, 1972, стр. 38 - 46.

ференција бил реформата на математичкото образование, на сите степени од образование. На Конференцијата биле усвоени повеќе значајни ставови, што се однесуваат на сите аспекти на наставата по математика и во вид на препораки се доставени до сите земји во светот.

Во овој труд Препораките на Женевската конференција ги пренесуваме според трудите на И.Маркушевич - Прашања на наставата по математика на XX меѓународна конференција во Женева и на Ј.Калјагин и др. - Методика на наставата по математика во средните училишта. Овие препораки, коишто не ја изгубиле својата актуелност и денес, ќе ги дадеме во две поглавја: I - Цели на наставата по математика, и II - Методи на работа.

## I - Цели на наставата по математика

1. Низ наставата по математика треба да се остварат, во најголема можна мера, воспитните цели на изучувањето на математиката, коишто се однесуваат на интелектуалната дејност на учениците и формирањето на нивниот карактер. Тие цели се однесуваат на процесите на логичкото мислење (да се анализира, да се расудува, да се систематизира, да се мисли дедуктивно, да се воопштува, да се применуваат здобиените знаења, да се мисли критички и сл.), на рационалните својства на мислењето и неговите појави (ред, точност, јасност, рационалност и др.), на духот на набљудувањето, на просторните и количествените претстави, на интуицијата и фантазијата во апстрактното подрачје, на развивањето на вниманието и способноста за концентрација, на воспитувањето упорност и навика да се работи средено и најпосле на формирањето научен дух (објективност, интелектуална чесност, истражувачки дух и сл.).

2. Операциите од практичен карактер, неопходноста да се разбираат проблемите, коишто се поставуваат во техничкиот, економскиот и социјалниот живот, се повеќе бараат елементарни математички знаења (пресметувања, практична геометрија, геометриски претстави, формули, равенки, функции, графици, табели). Овие основни поими и средства, исто така, играат значајна улога во се поголем број професии.

3. Математиката и на неа својствениот стил на мислење треба да се разгледуваат како суштествен елемент од општата култура на современиот човек, дури и ако тој не се занимава со дејност од подрачјето на некоја од точните науки и техниката; наставата по математика, тесно поврзана со наставата по другите наставни предмети треба да ги доведе учениците до разбирање на улогата којашто математиката ја игра во научната и филозофската концепција на современиот своет.

## II - Наставни методи

Што се однесува на наставната работа, од Женевската конференција се даваат препораки на кои основи таа треба да се организира и изведува, за да се надминат воочените слабости, особено од аспект на неефикасноста на наставата. Во таа смисла се препорачува:



1. Во случаите кога им се даваат методички упатства на наставниците, тие треба да бидат во форма на совети и предлози, коишто ќе се стремат да ја сообразат наставата, како со успехите на психологијата на познатието и предавањето на математиката, така и со суштината и мислењето за самата математика како теориска наука, што произлегува од објективната стварност и што има ефективно значење за нашето противдејство на стварноста.

2. Треба да бидат вложени сите напори за да се поттикнуваат учениците кон активно изучување на математиката, низ колку што е можно пошироко учество во разработката на наставните теми.

3. Во таа смисла неопходно е:

а) да се поттикнува и развива интересот на учениците за самата математика, како и кон нејзината примена, како во процесот на здобивање на нови знаења, така и во секојдневната практика;

б) да се посветува внимание на текот на математичката мисла на учениците;

в) наставата да се прилагодува кон индивидуалните особености и кон еволуцијата на мислењето на учениците и постепено да се дефинира сообразно на потребите и на нивната идна дејност.

4. Во врска со процесот на апстрахирање од страна на учениците е неопходно:

а) да се преминува кон апстрахирање кога се тргнува од конкретно и тоа да се прави колку што е можно почесто, особено во почетните одделенија и секогаш, кога тоа е можно и полезно, да се практикува фигуративно експериментирање, за да се подготви дефиниција или доказ;

б) да се има предвид дека математичкото образование изникнува и се развива низ интериоризација на конкретна дејност и конструирање на операциони шеми;

в) да се дава предност на прашања што произлегуваат од конкретна ситуација, не само за да се поткрепи практичната полезност на математиката, туку уште посуштествено е мотивирањето на развитокот на теоријата.

5. Важна задача на наставата по математика е:

а) учениците да се поучуваат за сопствени формулации на идеите и кон откривање на математички релации и својства, пред да им биде сугерирана напално завршена, конечна мисла;

б) треба да се осигури усвојување на поимите и операционите процеси пред воведувањето на формалните генерализации;

в) да се преминува кон автоматски навики само при напално усвоени процеси.

6. Како суштествено барање при реализацијата на наставата по математика се поставува:

а) прво да се извршува експериментирање со математички објекти и релации, а потоа да се воведува дедуктивното расудување;

б) постепено да се раширува дедуктивното конструирање на математиката;

в) учениците да се научат да поставуваат задачи, да ги одредуваат познатите величини и да ги проценуваат резултатите;

г) да се дава предност на евристичкото проучување на прашањата пред доктринарното изложување на теоремите;

д) учениците да се запознаат со една хипотетично-дедуктивна теорија, каде врз основа на постулати, теоремите се конструираат низ докази и новите поими се воведуваат врз дефиниции, подготвувајќи ги на тој начин за дедуктивно-логичко изложување на математиката.

6. За да се надминат некои слабости во учењето, од особено значење е:

а) да се проучуваат грешките на учениците и во нив да се гледа средство за запознавање на нивното математичко мислење;

б) учениците да се воведуваат во самоконтрола и поправање на сопствените грешки;

в) да се открие пред учениците смислата на поимот приближно, редот на величините и точноста на резултатите;

г) да се дава предност на разбирањето и расудувањето пред "бубањето" и научувањето напамет и да се ограничи улогата на помнењето само на запомнување на основните резултати од учењето;

д) при проверувањето на знаењата на учениците да се даваат прашања коишто во поголем степен ќе бараат математичко мислење, отколку интензивна подготовка.

8. Наредна важна задача на наставата по математика е:

а) да се создаваат услови за примена на начините за самостојно изразување, макар и приближно (во почетните одделенија) и постепено тоа да се подобрува;

б) учениците да се учат на точност и строгост при објаснувањето на барањата, за фактичките објаснувања на други лица, како и на јасност на сопственото мислење;

в) да се создаваат услови за самостојно истражување и иницијативност, како и за работа во групи;

г) да се придонесува за зголемување на бројот на учениците кои се интересираат за математика и да се помага развојот на нивните знаења и способности низ организирање на кружоци, секции, натпревари и други форми на факултативна работа и да се шират меѓу учениците списанија и книги, достапни за нив.

9. Како суштествени треба да се сметаат и следниве проблеми:

а) да се потцртува внатрешното единство на математиката, да не се создаваат прегради помеѓу нејзините подрачја и да се практикуваат различни методи во решавањето на даден проблем;

б) да се искористува развивањето на математичкото мислење на учениците за подобрување на точноста, јасноста и концизноста на јазикот;

в) да се следи врската на математиката со објективната стварност.

Во исто време ОЕЦД покренува иницијатива за модернизација на наставата по математика и природните науки, при што се истакнува дека економскиот просперитет е директно зависен од добри кадри инженери, техничари, математичари, а основен предуслов за формирање на такви кадри е квалитетна настава по математика и природните науки, почнувајќи од основното училиште. Во таа смисла ОЕЦД во 1959 година, во местото Руајамонт - Франција, организира научно советување, посветено на реформа на наставата по математика. На советувањето била формирана стручна група со цел да се изработи синоптичен преглед на содржините коишто треба да се опфатат во наставните програми по математика

Групата ги презентирала програмите на стручниот добир одржан во Дубровник во 1960 година, поради што се познати како **Дубровнички програми**. И покрај тоа што тие програми практично не се применети, сепак послужиле како основа за модернизација на наставата по математика во многу земји во светот.

Веќе напомниме дека развојот на математичката наука не е единствениот аргумент за потребата од модернизација на наставата, туку тоа се и редица општествени, економски, педагошки и психолошки причини. Напредокот на одделни науки претпоставува ангажирање на се поголем број истражувачи кои ги познаваат математичките методи коишто се применуваат во нив. Математичките методи наоѓаат се поголема примена и во науките во кои до скоро не можело ниту да се замисли присуство на математиката (психологија, педагогија, општествено планирање, лингвистика и сл.).

Во прилог на потребата од модернизација на наставата по математика се бројните педагошки аргументи. Меѓу нив, според нашето мислење, позначајни се: недоволната ефикасност на наставата по математика, која произлегува од преоптовареноста на наставните програми, во кои се присутни и содржини коишто ја изгубиле актуелноста; целта и задачите на наставата кои ја фаворизираат техниката на сметањето, а ја запоставуваат обработката на математичките идеи; недоволно вниманието се обрнува на содржините коишто се погодни за развој на мислењето на учениците, а во тие рамки и на логичкото мислење. Во таа смисла се истакнува потребата современата настава по математика да се збогати со содржини и идеи коишто соодветствуваат на остварување на цел и задачи кои ќе ги задоволуваат сите аспекти на современата педагошка наука, а тоа се: множества, релации, функции, операции, структури, и тоа почнувајќи од почетните одделенија на основното училиште. Паралелно со тоа се поставува и прашањето за изградување на соодветна методика на наставата по математика.

Напредокот којшто го бележи педагошката психологија на подрачјето на теоријата на учењето, особено со сознанието дека математиката е заснована на такви структури коишто одговараат на менталните перформанси на ученици од 6 до 14 години возраст потврдуваат дека можностите на овие ученици се многу поголеми отколку што прифаќала традиционалната настава. Тоа значи дека ученикот е во состојба да сфати многу поими од современата математика, при соодветни методички решенија, што е значајна основа на тенденцијата за модернизација на наставата по математика. Во тие основи е вграден став дека во наставните програми можат да се извршат значајни содржински промени, со вклучување во наставата по математика одредени поими од теорија на множествата и математичката логика, односно уште од "првите чекори" да се изучува математика, а не сметање.

Термините *"модерна математика"*, *"модернизација на наставата по математика"* и сл. не ја изразуваат суштината на проблемот. Многу истакнати математичари не признаваат поделба на математиката на модерна и онаа што не е модерна. На терминот "модерна" му се придава повеќе мобилизаторски карактер, со цел да се сврти вниманието на недоволно упатените дека станува збор за значајни промени. Меѓутоа, постои согласност во сфаќањето дека "промените што се вршат во нас-

тавните програми по математика произлегуваат од потребата за усогласување на наставата со доминантната идеја во математичката наука<sup>21)</sup>. Во натамошното изложување под терминот "модернизација на наставата по математика", главно, ќе поразбирате нејзино усогласување со доминантната идеја во математичката наука - теоријата на множества.

Воведувањето на содржини од теорија на множествата во наставните програми за основното и средното образование во прв план ги истакнува прашањата за образовните и воспитните вредности на овие содржини. Во врска со ова прашање, особено кога се работи за воведување на елементи од теорија на множествата и интерпретација на класичните содржини врз основа на множествата во основното и средното образование, се експонирале две струи;

- "конзервативци", кои сметале дека аритметиката и природните броеви и натаму треба да заземаат централно место во наставата по математика во основното училиште, и

- "модернисти", коишто, за разлика од конзервативците, барале радикални промени во содржината на наставата по математика.

Резервираноста на конзервативците кон модернизацијата на наставата по математика е заснована на следниве факти:

- аритметиката на природните броеви треба да заземе централно место во наставата по математика во основното училиште (овде се мисли на основно училиште според сфаќањето на повеќе европски земји од I до VI одделение), бидејќи аритметиката има такво место во математичката наука. Притоа често се повикуваат на Гаусовата изрека: *"Математиката е кралица на науките, а аритметиката е кралица на математиката"*, или на Кронекер: *"Природните броеви ги создал господ, а сите останати ги создале луѓето"*. Вакво значење на аритметиката и е придавано и поради нејзината голема практична применливост и погодностите што ги создава за остварување на голем број задачи на наставата по математика, особено формативни и воспитни;

- поимите од областа на множествата се премногу тешки за деца од раната училишна возраст;

- интерпретацијата на содржините од класичната математика, врз основа на поими од теорија на множествата ја прави посложена методиката на наставната работа, наспроти класичната, која е експериментално проверена и потврдена;

- антиномиите коишто постојат во самата теорија на множествата внесуваат нестабилност во математичката наука, што ќе има негативен одраз и врз самата настава по математика итн..

Модернистите, пак, во прилог на воведувањето на елементи од теорија на множествата во наставните програми по математика во основното училиште ги наведуваат следниве аргументи:

- поимот природен број се изведува од поимот множество и бидејќи тој поим има посебно значење во наставата по математика, тогаш и поимот множество има фундаментално значење;

- аритметизацијата на наставата по математика во основното училиште е остаток од времето кога основното образование било организирано

---

21) Николиќ, М., Еволуција проблема избора содржаја почетног математичког образовања, Математика, Београд, 1974, бр. 4, стр. 5 - 20.

но како масовна општествена активност, односно од периодот на променливите величини, кога аритметиката имала доминантно место во математиката,

- апстрактните математички конструкции, коишто тие ги препорачуваат, се погодни од чистата аритметика за реализација на голем број воспитни задачи на наставата. Покрај тоа, со модернизација на наставата по математика нема да се намали вредноста и значењето на природните броеви и операциите со нив,

- наивната теорија на множествата претставува основен речник на современата математика, па според тоа со користењето на тој јазик наставата по математика се приближува до современата математичка наука,

- антиномиите внеле одредена несигурност во математичката наука, меѓутоа тие дале и нов импулс во нејзиниот натамошен развој,

- низ работата со конечни и особено со бесконечни множества, учениците се воведуваат во современите форми на математичкото мислење,

- во формирањето на општата култура потребно е ученикот да се запознае со тековите во развојот на математиката, како и да се здобие со современи знаења од ова подрачје, потребни за натамошното школување и идното занимање,

- бројни истражувања, коишто се вршени во светот, покажуваат дека учениците од почетните одделенија на основното училиште без поголеми тешкотии ги усвојуваат основните поими и операции од наивната теорија на множествата, односно интуитивно веќе поседуваат многу поими врз основа на животното искуство. Врз основа на тоа искуство учениците многу полесно и со поголем интерес прифаќаат разгледување на одредени конкретни множества, отколку броеви,

- множество, елемент на множество и придружување на елементи од едно множество на друго се оние придобивки на детското животно искуство, коишто, како основни поими не се дефинираат, се вградуваат во аксиоматското градење на теоријата на множествата,

- толкувањето на класичните математички содржини, врз основа на теоријата на множествата, создава поволни претпоставки порано да се вршат воопштувања и апстрахирања, побрзо развивање на мислењето, придонесува за рационализација на патот до знаењата,

- низ интерпретација на содржините врз основа на теоријата на множествата, ученикот полесно ја согледува целината, развивањето на мислењето е попродуктивно, механизирањето на постапките, односно дрилот е во втор план, а во прв план се истакнуваат математички идеи и концепции.

Во "конфронтацијата" со конзервативците, модернистите се повикуваат и на резултатите од бројните истражувања, коишто во ова подрачје се вршени во многу земји во светот, а кои ги потврдуваат определбите за модернизација на наставата по математика. Во таа смисла посебно се наведуваат трудовите на Брунер во САД, Динес во Велика Британија, Пијаже во Швајцарија, Фредерика и Жорж Папи во Белгија, Фриге и Расл во Германија, Фројдентал во Холандија, Пикард, Феликс и Дидоне во Франција како и резултатите од тригодишната експеримен-

тална примена на учебниците според новите програми по математика во САД, Маркушевич, Давидов, Занков, Шардаков, Леонтјев и др. во Советскиот сојуз и др.

Спротивставените мислења меѓу двете струи не се покажале како многу продуктивни и конструктивни, од аспект на задоволувањето на потребите за унапредување на наставата по математика, особено за основното училиште. До приближување на овие спротивставени ставови и до изградување на реални појдовни основи за модернизација на наставата по математика дошло на првиот меѓународен конгрес за наставата по математика, одржан во 1969 година во Лион - Франција. На Конгресот е изграден став дека наставата по математика треба да се усогласи со доминантната математичка идеја, односно во содржината на наставата по математика да се вградат идеите за математички структури, теорија на множествата, релации, функции и математичка логика. Меѓутоа, се појавува двојство во сфаќањата: - на која училишна возраст да се воведат содржините од множествата и уште повеќе во поглед на природот во формирањето на поимот природен број во почетните одделенија на основното училиште. Во таа смисла бил истакнат проблемот дали при формирањето на поимот природен број да се појде од општи математички конструкции, а потоа со семантичка интерпретација тој да се изведе или, пак, да се појде од поимот природен број и геометриска форма кон апстрактни математички конструкции.

Овој проблем бил преокупација на голем број научни и други стручни кадри, коишто се занимавале со проблемите на методиката на наставата по математика и психологијата на учењето. Резултатите од истражувањата на Пијаже, Брунер, Динес, Фриге, Расл и др., покажале дека елементи од теорија на множествата, релациите и математичката логика можат да се воведат уште во почетните одделенија на основното училиште. Дури се сметало дека со воведувањето на новите содржини ќе се создадат мошне поволни услови за посоодветен природ во воведувањето на поимот природен број и операциите со природни броеви. Во таа смисла германските методичари Нојнциг и Соргер истакнуваат: "Со помош на множествата и операциите со множества бројот и операциите со броевите добиваат нагледна заснованост, која го олеснува апстрахирањето"<sup>22)</sup>.

Велимир Пенавин кога се изјаснува во врска со проблемот на воведувањето на елементи од теорија на множествата во наставата по математика во почетните одделенија на основното училиште, истакнува: "Традиционалната настава започнува со поимот природен број, за децата многу комплициран поим. Воведувањето на множествата го олеснува патот до бројот."<sup>23)</sup>

Практичната реализација на идејата за модернизација на наставата по математика била особено интензивна во шеесетите и седумдесетите години од овој век. Во таа насока се извршени значајни промени во содржината на наставата, поаѓајќи, пред се, од потребата за нејзино усовршување со доминантните идеи во математичката наука. Во многу европ-

22) Neunzig, W., Sorger, P., Einstieg in die Mathematik, Freiburg, Basel, Wien, 1970, стр. 58.

23) Пенавин, В., Математички проблеми обраденаставне графа из теорије скупова, Математика, Београд, 1972, бр.2-3, стр. 7 - 29. (13)

ски земји (Франција, Германија, Белгија, Холандија и др.), потоа во САД, елементи од теоријата на множествата и математичката логика се воведуваат уште во почетните одделенија на основното училиште. Во тие настојувања, особено во почетната етапа има импровизации во висинската смисла на модернизацијата на наставата по математика<sup>24)</sup>.

На третиот меѓународен конгрес за математичкото образование, одржан во Карслруе - Германија во 1976 година, посветен на модернизацијата на наставата по математика, во "Анализата на реформата на математичкото образование во основното и средното училиште", Г. Маслова, меѓу другото, констатира дека: "Модернизацијата на математичкото образование на почетниот степен доведе до збогатување на наставата по математика. Напоредно со големиот стабилен дел кој се задржа во сите програми (природни броеви, дробки и операции со нив), скоро во сите програми - во секој случај во програмите на развиените земји - влегоа поими од теорија на множествата и поими од математичка логика... Поимите од теорија на множествата и поимите од математичка логика во некои програми се воведуваат концентрирано, создавајќи на тој начин основа на која ќе се изградува натамошното изложување на курсот."<sup>25)</sup> Тоа подразбира дека, главно, е извршено усогласување на наставата по математика со доминантните идеи во математичката наука, уште од почетниот степен на образование.

Промените во содржината на наставата по математика актуелизираат повеќе дидактички и методички проблеми, меѓу кои поголемо значење е дадено на следниве:

1. Да се утврди во колкава мера множествата ќе се обработуваат како самостојни наставни содржини, а во колкава како средство за современа интерпретација на наставниот материјал воопшто;

2. Дали наставниот материјал да се распореди линеарно или во концентрични кругови и во колку такви кругови, и

3. Колкав е дометот на развојот на теоријата на множествата, кој треба да се опфати со наставните програми на одреден степен на образование.

Во оваа ситуација поимот множество се издигнува на степен на методички принцип и се пристапува кон барање соодветни методички решенија за интерпретација на содржините, кои се толкуваат врз основа на поими од теорија на множествата. Во таа смисла се разработувани различни теории од психологија на учењето и педагошки постапки, за кои се сметало дека можат да бидат основа на методиката на наставата по математика, особено во почетните одделенија.

Во некои европски земји (програмата на ОЕЦД, Белгиската програма, Нирнбершкиот проект и др.) се сретнува распоред во два концентрични круга и тоа првиот за основното и вториот за средното образование. Во првиот круг интуитивно треба да се усвојат основните поими, а во вториот логичко дефинирање на поимите. Како трета етапа, на повисок степен на образование, е можен аксиоматски приод во теоријата на множествата.

24) Николиќ, М., Еволуција проблема избора содржаја почетног математичког образовања, Математика, Београд, 1972, бр.4, стр. 5 - 20.

25) Маслова, Г., Анализа реформе математичког образовања у основној и средној школи, Настава Математике, Београд, 1978, бр.1-2, стр. 33 - 42. (33, 34)

Периодот што го опфаќаат седумдесеттите и осумдесеттите години е период на стабилизација на наставните програми, вреднување на истите, обезбедување на соодветна учебна и прирачна литература, дидактички материјали и други наставни средства и материјали, како и со внесување на промени во базичното образование на наставниот кадар, перманентното стручно усовршување и методиката на наставната работа. И покрај тоа што е направен крупен чекор во модернизацијата на наставата по математика, особено во нејзиното усогласување со доминираните идеи на математичката наука и засновувањето на методиката на современите научни сознанија на психологијата и педагогијата, што е констатирано на IV Меѓународен конгрес за наставата по математика, одржан во Берлин во 1980 година.

На V Меѓународен конгрес за математичкото образование, одржан од 24 до 30 август 1984 година во Аделаида - Австралија, поголемо внимание е посветено на следниве проблеми:

1. Усовршувањето на наставните програми, донесени во претходните две децении. Во врска со овој проблем констатирано е дека и покрај значителните постигања во поглед на модернизацијата на наставните програми, потребно е нивно натамошно усовршување. Во таа смисла од Конгресот е препорачано да се обрне поголемо внимание на:

- поврзување на наставата по математика со животната околина на учениците,

- значењето на теоријата на информациите и местото и улогата на математиката во неа,

- проучувањето на улогата на јазикот во изучувањето на математиката,

- особеностите на наставниот процес и неговото натамошно унапредување.

2. Изучувањето на геометријата во основното училиште, во врска со кое што се истакнати два проблема:

- Изучувањето на евклидската геометрија и нејзината улога во развивањето на творечкото мислење на учениците. Во врска со овој проблем на Конгресот е констатирано дека евклидската геометрија создава мош-не поволни претпоставки за развоток на творечкото мислење на учениците и затоа треба да и се даде соодветно место во наставните програми по математика за основните училишта. Покрај тоа истакнати се и можностите што таа ги дава за воведување на учениците во математичката теорија;

- Развивањето на просторните претстави на учениците. На Конгресот преовладало мислењето дека изучувањето на геометриските поими, само по себе, не значи дека доведува до развивање на просторните претстави на учениците, туку е потребно да се изградат такви методички постапки во геометријата, коишто тоа ќе го обезбедат.

3. Посебно внимание на Конгресот е посветено на унапредувањето на методиката на наставата по математика. Што се однесува до овој проблем, "не биле докрај усогласени ставовите во врска со глобалните, носечките методички идеи и проблеми, кои би ги обединиле дискусиите и



заклучоците на различните секции<sup>26)</sup>. Сепак, крајно екстремните ствови се доближиле, особено кога била во прашање методиката на наставната работа во почетните одделенија на основното училиште. Поконкретни дискусии во врска со овој проблем се водени по прашањето на функцијата на задачите во наставата по математика и оспособувањето на учениците за нивно решавање. Притоа е истакнат "расчекорот помеѓу насобраните "пасивни" знаења и "активната" стварност"

За надминување на овој расчекор е укажано на два можни правца:

- Создавање на соодветна психолошка клима при решавањето на задачите, што подразбира позитивна мотивација, поволна психолошка подготовка на сите категории ученици, организирање на активна повратна информација; и

- Методичките приоди да се ориентираат кон активирање на творечката дејност на учениците, индивидуализација на наставната работа, како и работа со одредени категории ученици во помали групи.

Во врска со оспособувањето на учениците од помала училишна возраст за решавање на математички задачи, се укажува на потребата од:

- оспособување на учениците за преведување на задачите искажани на секојдневниот говор на математички јазик,

- примена на различни приоди во решавањето на една иста задача,

- барање на повеќе решенија на една задача, ако тоа го овозможува условот,

- оспособување на учениците за претходно проценување на резултатот во задачата,

- примена на таблици и графикони при решавањето на одредени типови задачи,

- организирање на различни форми на работа со надарени ученици, меѓу кои и разните видови натпревари.

На VI Меѓународен конгрес, одржан во Будимпешта 1988 година, доминантно значење е дадено на следниве три проблеми:

1. Расчекорот помеѓу нараснатите општествени потреби од математичко образование, од една страна, и опаѓањето на нивото на тоа образование, од друга страна. Како основни причини за овој расчекор се наведуваат: несоодветниот однос на општеството кон математиката и недоволната подготвеност на наставниот кадар за реализација на математичко образование според потребите на општеството и научните сознанија, особено на педагогијата и психологијата.

Според искажувањето на филипинскиот математичар Небрес постојат сериозни разлики во односот кон математичкото образование во различни земји во светот. Според неговите сознанија само во Кина и Јапонија се негува мошне голем почит кон математиката. Во таа смисла во овие земји секој е должен да изучува математика, а успехот, пред се, зависи од упорноста и трудољубивоста. Ако, пак, некој заостанува во учењето, тогаш тој е должен да вложи поголеми напори во учењето. Во врска со тоа Небрес ја цитира кинеската поговорка: "Бавната птица порано полетува".

26) Монахов, В.М., V Меѓународен конгрес по математическому образование, Математика в школе, Москва, 1985, бр.6, стр. 73 - 76. (76)

27) Исто, стр. 75.

На Конгресот е констатирано дека во некои земји е формирано јавно мислење дека математиката не треба да заземе едно од главните места во рангот на училишните дисциплини, "поради тоа што таа е посувопарна, не воодушевува, за нејзиното учење се потребни посебни способности и како последица на таквиот однос математиката не се зема како важно образовно подрачје, обврзно за сите"<sup>28)</sup>.

Во врска со тоа во САД и Велика Британија, според искажувањата на нивните претставници на Конгресот, експертите за математичкото образование бараат решение на проблемот со активна популаризација на математиката, со диференцијација на програмите и нивото на математичкото образование по пат на совладување на специјални (изборни) програми во горните одделенија на основното училиште и во средното образование, во организација на дополнителни форми на работа со учениците кои покажуваат зголемен интерес и поизразени способности за математиката.

Во врска со подготовката и ангажирањето на наставниот кадар, согледани се одредени слабости во базичното образование, меѓутоа и потребата од перманентно стручно и педагошко усовршување и поголемо работно ангажирање. При елаборирањето на овој проблем значајно внимание се посветува и на материјалниот и социјалниот статус на наставниот кадар, кој, главно, нема соодветно место во општеството.

2. Едно од централните места на Конгресот му е дадено на проблемот на наставните програми. Во врска со овој проблем истакнати се разликите помеѓу барањата што се поставуваат во програмите и учебниците, од една страна, и знаењата и умеењата со коишто се здобиваат учениците во текот на наставата и ги применуваат во стварноста, од друга страна. Во таа смисла се наведува дека не се добиени очекуваните ефекти од промените во програмите. Овие констатации се поврзуваат и со претходниот проблем, каде што се бараат и најсериозните причини за состојбите.

3. Потребата од поврзување на математичкото образование со информатиката и примената на компјутерите во наставата е наредниот проблем, на кој на Конгресот му е посветено големо внимание. Поаѓајќи од широката примена на компјутерите во сите сегменти на општественото живеење, оценето е дека компјутерите треба да најдат соодветно место во наставата по математика и тоа како наставно средство и како математичко средство. Меѓутоа, неговата примена во наставата не треба да доведе до шематизација на одредени математички постапки, за да не се доведе во прашање развојот на математичкото мислење на учениците.

---

28) Долбилин, Н.П., Никольскии, VI Меѓународниот конгрес по математическому образованију Заметки о конгрессе, Математика в школе, Москва, 1989, бр.5.

## I .2.3. ПЕДАГОШКИ И ПСИХОЛОШКИ ОСНОВИ ЗА ИЗГРАДУВАЊЕ НА СОВРЕМЕНА МЕТОДИКА НА НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА

Вториот аспект на модернизацијата на наставата по математика е изградувањето на соодветни методички постапки за воведување на основните математички поими и нивното успешно усвојување од страна на учениците. Тука се мисли, пред се, на методиката на изградување на поимот природен број и операциите со природни броеви врз основа на теоријата на множествата, воведувањето на релациите и елементи од математичката логика, како и на основните геометриски поими и нивните заемни односи во рамнината и просторот. Во таа смисла се актуелизирани многубројни теории од развојната и педагошката психологија и од современата педагошка наука. Без претензии да ги образложуваме сите, нашето внимание ќе го насочиме кон оние што нашле практична примена, а имаат влијание и на изградувањето на методиката на наставата по математика кај нас. Во таа смисла ќе се осврнеме на теориите што се однесуваат на наставата по математика во почетните одделенија на основното училиште.

**2.3.1.** Во САД позначајни истражувања во областа на педагошката психологија, кои послужиле како основа на методиката по математика, вршел Џ.Брунер. Врз основа на резултатите од истражувањата, појдовната точка на својата теорија на наставата тој ја бара во "спиралниот курикулум". Според Брунер "секое дете на секоја етапа од развојот може ефикасно да го учи секој наставен предмет кој се обработува на адекватен начин<sup>29)</sup>". Суштината на ова сфаќање е во тоа дека секоја материја, во таа смисла и современата математичка теорија, може да се трансформира така што да одговара на можностите на учениците, ако таа се трансформира во логички форми што му се достапни на детето. Во рамките на спиралниот курикулум наставните содржини се надградуваат и прошируваат, при што го следат развојот на детето.

Организацијата на наставата, пак, треба да обезбеди знаењата да бидат трајни и економични. За таа цел, според Брунер, е потребно: "1. Во образованието да се стави акцент на структурата на занењата, на врските кои водат кон тоа од една идеја да настане друга, и 2. Вредно е само она знаење чие единство е содржано во него самото".<sup>30)</sup> За да се обезбеди ученикот да ги разбере основните идеи на наставата и да формира основни навики во сознајната активност, неопходно е да се обезбеди активно учество на учениците во процесот на формирањето на неговото знаење а тоа, според Брунер, е акт на откривање.

Значајно е сфаќањето на Брунер за дејствувањето на срединскиот фактор. Имено, според Брунер, дејствувањето на средината како фактор, особено на училиштето, се создаваат услови да не се следи развојот на детето, туку да се оди пред него, односно може да се забрза можност за усвојување на одредени содржини дури и во почетната настава по

29) Брунер Дж., Процесс обучения. Просвещение, Москва, 1962. (Цитирано според Керамитчиева, Р., Развој на мислењето кај детето, Просветно дело, Скопје, 1990, стр. 290.

30) Исто, стр. 22.

математика. Со ваквото сфаќање Брунер ги преценува можностите на учениците. "Возрасните можности за усвојување на знаењата се навистина големи, но тие не се неодредени и неограничени."<sup>31)</sup>

Очигледно е дека постои расчекор во изнесените сфаќања на Брунер. Од една страна, ученикот може да усвои секоја содржина што е прилагодена кон неговите можности, а од друга страна ученикот може да усвои и повеќе од "прилагоденото" на неговите можности. Брунер тоа го објаснува со трите начини на кои личноста се претставува себе си: или го прави тоа, или создава во себеси слика и претстава за тоа, или користи некое симболичко средство од јазичен тип, кои се совпаѓаат со стадиумите на развојот на детето. Бидејќи стадиумите не се строго разграничени и средината може да влијае врз нив, можностите на учениците се на повисок стадиум.

Големо внимание Брунер му посветува на програмирањето на наставата. При тоа се залага за настава во која ќе се применуваат методи поврзани во системот на курикулумот и цивилизацискиот развој на општеството и во зависност од тоа училиштето може процесот на воспитание и образование да го направи мошне ефикасен. Во таа смисла еден од битните елементи на наставата се методите на работа, со кои треба да се постигне задоволство со самиот чин на стекнување на знаења, што е особено значаен мотивационен фактор. Брунер разликува два вида мотиви за учење: надворешни и внатрешни. Надворешните мотиви се остваруваат надвор од самата активност (оцени, награди и сл.), а внатрешните во рамките на самата активност во чинот на стекнувањето на знаења. Меѓу внатрешните мотиви Брунер ги вбројува љубопитноста, натпреварувањето и реципроцитетот. Од аспектот на мотивацијата посебно внимание и придава на индивидуализацијата на наставата "која му овозможува на поединецот со свое лично залагање и активност да задоволи извесни когнитивни и работни потреби, кои му го овозможуваат интелектуалниот развој".<sup>32)</sup>

Низ експериментите што ги вршел Брунер, а се однесуваат конкретно на наставата по математика, е сфаќањето на комутативниот и асоцијативниот закон на собирањето и множењето. Во експериментот учениците, поттикнувани од наставниците, самостојно ги откриле законите, користејќи дидактички материјали според Динес. Со експериментот Брунер дошол до заклучок дека во процесот на наставата по математика, покрај содржината на наставата, значаен е и патот по кој се открива смислата на содржината. Тоа подразбира прилагодување на методите на работа на субјектот кој треба да открива низ сопствена активност.

Овој експеримент Брунер го извел во соработка со Золтан Динес меѓутоа; резултатите ги објавиле одделно поради несогласување околу заклучоците.

---

31) Ђорђевиќ, Ј., Савремене теорије и схватања о улози учења у интелектуалном формирању, Настава и воспитање, Београд, 1971, бр.5, стр. 562 - 576.

32) Исто, стр. 562 - 576.

**2.3.2. Значаен белег во изградувањето на методиката на обработката на содржините од теоријата на множества дава Золтан Динес, чии трудови имаат големо влијание врз модернизацијата на наставата по математика во многу земји во светот. Според Динес, основно начело во воведувањето на одредени поими од елементарната теорија на множества во наставата по математика во почетните одделенија е, поаѓајќи од множествата, на учениците да им се олесни сфаќањето на собирањето на природните броеви. Патот на совладувањето на овие поими се олеснува со манипулирање со дидактичкиот материјал и врз основа на искуствата коишто при тоа ги стекнуваат учениците.**

Во делото "Осовременување на математиката" постапката за воведување на елементи од теорија на множествата во основното училиште Динес ја засновува врз следниве принципи:

- принцип на динамичност на мислењето,
- конструктивен принцип,
- принцип на математичка варијабилност, и
- принцип на перцептибилна варијабилност.

*Принципот на динамичност на мислењето* се засновува врз насочената мисловна активност, при која ученикот се прилагодува на околината. По прилагодувањето следува подготовка за структурирано мислење, а по откривањето на структурите се остварува промената.

*Со конструктивниот принцип* е искажано својството на мислењето на аналитичност, обично познато како аналитичко мислење. На принципот на математичка варијабилност Динес му посветува посебно внимание. Во суштината на овој принцип се наоѓа потребата ученикот да стекне одредени искуства со променливи величини, кои се поврзани со осмислувањето на даден поим. При тоа е значајно да се варираат променливите, а ученикот да го доживее тоа менување, со што ќе ги запознае оние константни односи меѓу променливите што го означуваат поимот.

*Принципот на перцептибилна варијабилност*, според Динес, се состои во идејата дека "ученикот може да апстрахира еден поим само ако своите искуства ги стекнал на различен дидактички материјал."<sup>33)</sup>

Золтан Динес, во експериментите што ги вршел, посветил големо внимание на развивањето на логиката на мислењето кај децата од предучилишна возраст и почетните одделенија на основното училиште. При тоа констатирал дека децата од 5 до 7 години не можат да изучуваат логика по директен пат, туку само со посредство на игра. За таа цел Динес конструирал дидактички материјал - "логички блокови" - и разработил специјални игри, низ кои децата ќе се учат на правилно исполнување на некои логички операции, со кои им се открива смислата на логичките врски, изразени со сврзниците: "и", "или", "не", "ако...", "тогаш".

Логичките блокови на Динес можат ефикасно да се искористат за исполнување на некои логички операции со теориско-множествена основа, особено со децата од почетните одделенија на основното училиште.

<sup>33)</sup> Dines, Z., Building up mathematics, London, 1960. (Цитирано според Пенавин, В., Методочки проблеми обраде наставне граѓе из теорије скупова, Математика, Београд, бр. 2 - 3, стр. 7 - 28.

Множеството логички блокови (универзалното множество) се состои од 48 фигури, од кои секоја има четири својства - форма, боја, големина и дебелина. Има четири форми - квадрат, триаголник, круг и елипса (таа кај нас е заменета со правоаголник); три бои - црвена, сина и жолта; две големини - голема и мала и две дебелости - дебела и тенка. Секоја комбинација од тие четири својства е претставена само со еден блок (има, на пример, само еден квадратен, црвен, голем, дебел блок).

Игрите со логичките блокови, според нивната намена, можат да се реализираат во неколку фази. Во првата фаза учениците се запознаваат со блоковите, низ насочени, спонтани игри. Втората фаза опфаќа структурирани игри. Учениците ги подредуваат или ги групираат блоковите (всушност елементите на дадено множество), со што вршат логичка класификација, односно образуваат множества. Потоа се менува критериумот за формирање на множества, при што прво се образуваат множества според даден број елементи, а потоа подмножества според останатите критериуми. Така се добиваат множества со помал број елементи, а потоа подмножества според останатите критериуми. На крај се формираат множества со примена на поголем број критериуми (форма, боја, големина, дебелина). "Секако дека тие вежби придонесуваат за тоа учениците да сфатат што припаѓа на дадено множество, а што не припаѓа".<sup>34)</sup>

Наредната фаза во работата е воведување на игра за негација. Тоа се остварува низ игри со редeње или групирање на блокови според една разлика во признаците (да не е кружна или да не е црвена и сл.), а потоа според две разлики (да не е кружна и да не е црвена). Низ овие игри ученикот интуитивно се здобива со некои поими од областа на множествата: множество, подмножество, унија, пресек, но напоредно со тоа и со некои логички операции: дисјункција (при формирање на унија), конјункција (при формирање на пресек) и негација. Овие игри, иако зборот игра тука се користи во неконвенционално значење, од методички аспект претставуваат успешни решенија во обработката на поимите од областа на множествата во почетната настава по математика.

**2.3.3.** Во шеесеттите години големо влијание во конструирањето на методичките постапки при модернизацијата на наставата по математика имала швајцарската психолошка школа, раководена од познатиот психолог Жан Пијаже. Истражувањата на Пијаже од областа на психологијата на развитокот на математичкото мислење имале влијание и на педагогијата на математиката. Резултатите од тие истражувања покажуваат дека во градбата на математичкото мислење има изразена аналогија со конструкцијата на математиката како наука. Слично како во математиката, идентификувани се основни структури, коишто се менуваат и претставуваат форми на организирана ментална дејност во моторен и интелектуален вид, од една страна и афективен, од друга страна. Тие се менуваат и по двете димензии - интелектуалната и социјалната.

34) Penavin, V., *Nekoliko metodičkih pitanja obrade pojmova iz oblasti skupova*, Matematika, Beograd, 1974, br. 4, стр. 47 - 53.

Пијаже разликува шест развојни стадиума, коишто го одбележуваат појавувањето на тие структури, од коишто за нашиов проблем се значајни:

- четвртиот, *стадиум на интуитивна интелигенција*, што опфаќа возраст од 2 до 7 години,

- петтиот, *стадиум на конкретни интелектуални операции* (почеток на логиката) и морални и социјални чувства на соработка, кој го опфаќа периодот од 7 до 11-12 години возраст, и

- *шестиот, стадиум на интелектуални операции*, формирање на личноста и афективно и интелектуално вклучување во светот на возрасните (адолесценција).

Изучувајќи математика детето ја запознава, минувајќи од една структура на мислењето кон друга, која ја надминува првата и се сврзува со неа. Природно, со тоа се појавува и мислата дека задача на наставата по математика треба да биде што поскоро кај учениците да се формираат тие структури на мислењето, а напоредно со тоа ќе се формираат и математичките структури, наместо да им се соопштуваат одредени системи на математички знаења. Затоа, откривањето на аналогијата помеѓу математичките структури и структурите на мислењето било крајна цел на реформата на наставата по математика во некои земји, а најизразено тоа било во Франција.

Проучувањата на Пијаже и резултатите од нив даваат конкретен придонес и за разрешување на некои проблеми во врска со воведувањето на математичките поими во почетната настава по математика. Во врска со воведувањето на поимот број Пијаже не ја прифаќа теоријата на Поенкаре и Брауер дека бројот е продукт на најпроста интуиција, што е последица на логички поими, ниту објаснувањето на Расел дека бројот е чисто логички поим и идејата за чистиот број се изведува од логичкиот поим категорија (изведена од евквиваленцијата), а редниот број се изведува од логички односи на редот. Според Пијаже "децата треба да го доловат принципот на конзервација на количество, пред да можат да го оформат поимот за број"<sup>35</sup>). Се разбира, конзервацијата на количеството сама по себе не е математички, туку повеќе логички поим. Што се однесува до редните броеви, според Пијаже, децата на почетокот не прават разлика помеѓу количинскиот и редниот број. Така, детето може да го претстави придружувањето "еден на еден" само ако не заборава ниту еден елемент и ако не изброи ниту еден елемент двапати. За "појавата", пак, на броевите, Пијаже смета дека тие не се појавуваат независно еден од друг, туку единствено можат да се разберат како елементи на средена низа: 1, 2, 3,... итн."<sup>36</sup>

Во врска со тоа симетричната релација  $B < B$  е разбирлива само во рамките на серијацијата на можна група  $0 < A < B < B < 1$ . Особено јасен пример за тоа е квалитативната серијација  $A < B < B$ .

35) Пијаже, Ж., Развој на интелигенцијата,..., Како децата ги формираат математичките поими, Просветно дело, Скопје, 1988, стр. 218.

36) Исто, стр. 128/

Што се однесува до редот на развитокот на поимите од геометрија, според Пијаже тие настануваат по обратен ред од нивното историско настанување. Научната геометрија започнува со Евклидовиот систем, продолжува во XVII век со т.н. проективна геометрија и на крајот, во XIX век со топологија. "Детето почнува од последното: неговите први геометриски откритија се тополошки"<sup>37)</sup>. Тоа уште на тригодишна возраст разликува отворени и затворени фигури и дури откако ќе ги совлада тополошките односи, почнува да ги развива своите поими на евклидската и проективната геометрија. Карактеристично е што овој психолошки ред во градењето на геометријата е поблизок до дедуктивниот или аксиоматскиот систем, отколку историскиот ред на нејзиното откривање. Според Пијаже тоа е уште еден пример за содејство на психолошките структури и конструкцијата на самата наука.

Што се однесува до принципот на конзервација од аспект на геометриските содржини, според сознанијата на Женевската психолошка школа прва се појавува конзервацијата на должини, но не порано од 7 години возраст. На возраст од 8 до 9 години детето мерењето го дели на две операции, хоризонтално растојание - од бочната страна и вертикално растојание - од основата или од горниот крај. Значи, тоа може да мери и дводимензионално, според тоа на таа возраст може да се обработува поимот димензија, попродлабочено да се изучуваат некои својства на геометриски фигури (квадрат, правоаголник, геометриско тело), како и поимите обиколка (периметар) и плоштина на геометриска фигура. "Децата ќе направат значајна еволуција, за да можат некаде на возраст од 9 или 10 години да почнат да разликуваат и координираат различни перспективи. Во тој стадиум децата можат да го разберат проективниот простор во неговата конкретна или практична форма, но не и во неговите теориски аспекти".<sup>38)</sup>

**2.3.4. Белгискиот центар за педагогија на математиката, како што Папи пишува во своето дело "Модерна математика", наставните програми по математика на сите степени на образование ги засновува на Дубровачката програма.**

Поаѓајќи од знаењата за броевите, со кои децата доаѓаат во училиште, Папи со потребната математичка строгост и сознанијата за множествата и "математичкиот капацитет" на децата, систематски ја гради бројната права, поаѓајќи од систем на подмножества на  $\mathbb{N}$  (прва десетка, прва стотка, броевите до илјада итн.), до наполно уредување на полето на реалните броеви ( $\mathbb{R}$ , +, <-). Од бројната права ја изведува рамнината, која ја идентификува со  $\mathbb{R}^2$ .

<sup>37)</sup> Пијаже, Ж., Развој на интелигенцијата,...., Како децата ги формираат математичките поими, Просветно дело, Скопје, 1988, стр. 218.

<sup>38)</sup> Пијаже, Ж., Развој на интелигенцијата,...., Како децата ги развиваат математичките поими, Просветно дело, Скопје, 1988, стр. 220.



Што се однесува до геометријата, неа Папи најконсеквентно ја толкува врз основа на множествата. Тоа му овозможило беспрекорно аксиоматски да ја изгради евклидската геометрија (застапена во основното и средното образование) и да го одреди нејзиното место на различни степени на образование.

Во врска со методиката на наставата по математика во почетните одделенија на основното училиште, значајни се сознанијата на Фредерика Папи за улогата на графовите во совладувањето на одредени математички поими. Имено, во 1967 година Центарот, под раководство на Ф.Папи, реализирал експеримент за улогата на графовите, врз основа на кој е дојдено до следниве сознанија:

- убавите графови, обоени во повеќе бои, придонесуваат за развивање на математичкиот поим релација, врз основа на интуицијата. "На тој начин математичкиот поим го задржува "вкусот" на секојдневните ситуации кои ги родиле"<sup>39</sup>,

- врз основа на набљудувањето на спонтаните игри на децата се воочува дека една од главните компоненти на секоја активност, која има карактер на игра, е тежнението кон апстракција,

- учениците од 6 години возраст со задоволство прифаќаат деца или кои било објект да ги заменуваат со точки,

- учениците од мала училишна возраст не можат да го сфатат поимот негативен број.

Врз основа на овие сознанија се смета дека постојат реални претпоставки за воведување на графичко означување на различни множества, воведување на поимот релација и некои други апстрактни математички поими уште во почетните одделенија на основното училиште. Меѓутоа, ваквите определби се засновани и врз еден од основните педагошки принципи, прифатен од Центарот како таков, апсолутно почитување на општите знаења на учениците, т.е. на сето она што ученикот го носи со себе во училиштето како животно искуство, а може да придонесе во реализацијата на наставата.

**2.3.5.** Во духот на модернизацијата на наставата по математика во Германија се "побудуваат" идеите иницирани до Феликс Клајн на почетокот на овој век и во тој дух се направени две програми: Хамбуршки план, донесен 1962 година и Нирнбершки план, од 1965 година. Во рамките на тие програми се разработуваат трудовите на математичарите Г.Фриге и Б.Расл, во кои поимот број се изведува преку истобројните множества. Во таа смисла Лај (педагог и математичар), врши експерименти, главно, со деца од предучилишна возраст, со цел да се испита процесот на формирање на поимот природен број кај децата. Со експериментите е утврдено дека децата од рана возраст можат да ги разберат само почетните природни броеви, и тоа исклучиво врз основа на набљудување на множества со елементи, реални предмети. Меѓутоа, низата на природни броеви и нејзината бесконечност можат да ја сфатат по наполнети 7 години возраст. Исто така, изградувањето на поимот природен број треба

да се врши преку редица поими и операции, коишто претходно треба да се формираат кај децата. Особено значење, според Лај, имаат следниве поими: придружувањето 1-1, групоидноста на операциите и инверзноста на операциите.

Во таа смисла Лајцман смета дека "придружувањето 1-1 станува операција (мисловна операција) и преминува во бројна во моментот кога детето е способно на полно да подреди дадено множество од релани елементи, според некое својства на неговите елементи"<sup>40</sup>).

Значаен придонес во модернизацијата на наставата по математика, особено на помала училишна возраст, даваат В.Нијнциг и П.Соргер. Тие ја проучувале методиката на изведувањето на поимот природен број врз основа на множествата и ефектите што ги дава ваквиот природ. Според нив со воведувањето на множествата во почетната настава по математика се олеснува патот до поимот број. "Со помош на множествата и операциите со множества броевите и операциите со броевите добиваат нагледна заснованост, со што се олеснува апстрахирањето".<sup>41</sup>

**2.3.6.** Во изградувањето на методиката на наставата по математика значајно место заема холандскиот математичар Фројдентал, долгогодишен претседател на Меѓународната конференција за наставата по математика. Во делото "Математиката како педагошка задача" тој дава некои оценки за осовременувањето на наставата по математика на сите степенени на образование, меѓутоа предупредува дека не смее да се падне во "модернизам". Фројдентал мошне сериозно му приоѓа на воведувањето на поимот множество во основното училиште, при што голема тешкотија гледа во постапката како на учениците да им се каже што е тоа множество. Според Фројдентал "од тоа што поимот множество е основен поим, не е оправдан обидот во некои учебници за ученици од 11 и 12 години аксиоматски да се претстави теоријата на множествата"<sup>42</sup>, затоа што аксиоматското воведување на еден поим во наставната практика претпоставува претходно тој поим интуитивно да е усвоен.

Фројдентал укажува и на тешкотиите и дилемите што можат да настанат кај учениците при запишувањето на множествата. Така, со симболот  $\{\Delta, \Delta\}$  е запишано едноелементно множество, во кое елементот е триаголник, кој е двапати запишан, додека ако множеството е запишано со помош на Венов дијаграм, како на цртежов, тогаш тоа е двоелементно



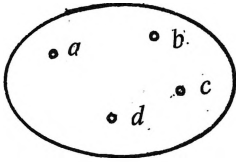
множество, затоа што тоа се два различни триаголници, на кои им припаѓаат различни точки од рамнината.

Слични тешкотии може да предизвика и запишувањето на множества чии елементи се букви. Така ако множеството чии елементи се буквите a, b, c и d го запишуваме табе-

<sup>40</sup>) Leitzmann, W., Methodik des Mathematischen Unterrichts, Heidelberg, 1953 (Цитирано според Пенавин, В., Методички проблеми обраде наставне граѓе из теорије скупова, Математика, Београд, 1972, бр. 2 - 3, стр. 7 - 28.)

<sup>41</sup>) Neunzig, W., Sorger, P., Einstieg in die mathematik, Freiburg, 1969.

<sup>42</sup>) Фројдентал, Г., Математика как педагогическа задача, Просвещение, Москва, 1983.



ларно, т.е.  $\{a, b, c, d\}$  има едно значење, додека ако го запишеме со Венов дијаграм, како што тоа е направено на цртежот, тогаш буквите не се елементи на множеството, "туку тоа

се имиња на точките, слично како што на географската карта називите на градовите стојат покрај точките коишто приближно ја одредуваат положбата на местата".<sup>43)</sup>

Во работата на множествата со ученици од помала училишна возраст Фројдентал препорачува да се почитува интуицијата. Така, на пример, при објаснувањето на поимот празно множество во почетната настава по математика, учениците тој поим интуитивно го сфаќаат како множество без елементи, а не да им се даваат примери како што се: "празна вреќа", "празна училишница" и сл. или пак, да се бара од учениците да наведат таков пример.

Според Фројдентал множествениот приод во одредени подрачја на наставата по математика не е и најпогоден. Така, "често пати за задачите од множење образувањето на паровите не се покажало како погоден модел"<sup>44)</sup>. Од таа причина не треба секогаш и секаде толкувањето на математичките постапки да се објаснува врз основа на теоријата на множествата, ако постојат и други приоди што обезбедуваат поуспешно воведување и толкување на истите.

Фројдентал истакнува многу дилеми и укажува на бројни недостатоци во врска со воведувањето на поимот природен број во почетните одделенија на основното училиште. Така, во врска со истражувањата на Пијаже, кои се однесуваат на количествениот аспект на поимот природен број, тој истакнува дека само математичкиот аспект не е доволен, односно "секој кој сака да воведува природен број појдувајќи од моќноста, молчаливо (а тогаш и несознајно) го подразбира редниот број"<sup>45)</sup>. Редните броеви, според Фројдентал, играат првична и многу важна улога во формирањето на поимот природен број, "што треба да се признае и од гледна точка на развојната психологија и од гледна точка на педагогијата и никој не може да ја одрече таа улога"<sup>46)</sup>. Тоа е особено значајно поради фактот што моќноста се јавува само како далечен аспект, додека при заемно еднозначното придружување (придружувањето 1-1), редниот број се задржува.

**2.3.7.** За разлика од голем број земји на светот, во Советскиот Сојуз концепцијата за модернизација на наставата по математика е поумерена и побавна, поставена на подруги појдовни основи, во однос на множествата. Со неа не е зафатен и почетниот степен на образование (одделенска настава од I до III одделение<sup>\*)</sup>, туку е спроведена на повисокиот степен на образование. Создавајќи нов курс во наставата по матема-

43) Фројдентал, Г., Математика как педагогическа задача, Просвещение, Москва, 1983, стр. 193.

44) Исто, стр. 117.

45) Исто, стр. 120.

46) Исто, стр. 119.

\*) Со реформата од 1969 г. одделенската настава, наместо четири, трае три години.

тика во одделенската настава е задржана традиционалната градба на претходната програма на аритметиката на природните броеви и величините и задачите за формирање знаења и умеања за сигурно совладување на сметковните операции, кои останаа како главна задача на наставата по математика.

Концепцијата на програмата е врз основа на сознанијата од многубројни истражувања. Во повеќегодишните педагошки истражувања, вршени во годините на подготовката на реформата и резултатите од изучувањето на сознајните способности на учениците од помала училишна возраст, утврдено е дека тие значително се разликуваат од оние што биле прифатени дотогаш во педагогијата. Во истражувањата на Завков, Елкоњин и Давидов се добиени резултати кои покажуваат дека активизацијата на мисловната дејност на учениците од помала училишна возраст овозможува тие успешно да усвојат поголем обем на наставни информации, на повисоко теориско ниво. Во некои истражувања на Давидов било потврдено дека во одредени услови, учениците од почетните одделенија можат да разберат и некои апстрактни математички поими, односно дека "...уште во прво одделение можат да се разгледуваат некои општи математички законитости и релации"<sup>47</sup>). Врз основа на овие проучувања содржините од математика што порано се изучувани во четири одделенија, од учебната 1969/70 година се збиени во три одделенија.

Според истражувањата на Шардаков од областа на психологијата на мислењето, при воведувањето на геометриските поими поцелисходно е да се оди по индуктивен пат, од конкретното кон апстрактното, затоа што при индуктивниот приод во усвојувањето на знаењата учениците набљудуваат, анализираат, споредуваат, одделуваат суштествени признаци и како резултат на тоа доаѓаат до сопствени генерализации, а тоа е во рамките на можностите на учениците од почетните одделенија. Со примена на соодветна нагледност пак се создава можност конкретното и логичкото мислење да се развиваат во единство.

Во врска со развојот на геометриското мислење на учениците од почетните одделенија на основното училиште, значајни се истражувањата на А.М.Пишкало. Според Пишкало за ученици од оваа возраст се карактеристични три степени во развојот на нивното геометриско мислење. Секој степен има свои специфичности кои се состојат во јазикот, кој содржи одредена геометриска и логичка терминологија, своја симболика, како и длабочина на логиката на обработка на содржините.

"Првиот степен се карактеризира со тоа што учениците ја разгледуваат геометриската фигура како целина и не ги одвојуваат нејзините елементи"<sup>48</sup>). Ученик кој "мисли на првиот степен" може лесно да препознае фигури како што се: квадрат, правоаголник, триаголник и друг, да ги именува при препознавањето, но не ги воочува нивните битни карактеристики. Овој степен учениците го достигнуваат во прво одделение.

47) Давыдов, В.В., Опыт введения элементов алгебры в начальной школе, Советская педагогика, 1962, бр.8, стр. 31 - 43.

48) Пышкало, А., М., Методика обучения элементам геометрии в начальных классах, Просвещение, Москва, 1973, стр. 20.

На вториот степен учениците веќе умеат да воспоставуваат релации меѓу елементите на две фигури. Меѓутоа, на овој степен учениците се уште не можат да ги постават својствата на еден логичен ред како што следуваат. Според резултатите од истражувањата овој степен, при соодветна организација на наставата, можат да го достигнат учениците од трето одделение.

На третиот степен учениците се во состојба да воспоставуваат врска помеѓу две или повеќе својства на една геометриска фигура или, пак, исто својство на повеќе геометриски фигури. На овој степен "учениците почнуваат да сознаваат дека едно својство на дадена геометриска фигура може да се изведе од друго нејзино својство со логичко расудување"<sup>49)</sup>. Третиот степен учениците го достигнуваат, но на почетно ниво, во четврто одделение.

Врз основа на резултатите од многубројните истражувања на полето на психологијата на учењето, принципот на активизација на учениците во наставата се јавува како еден од најважните дидактички принципи. "Што се однесува на методите на наставата, нивната ефикасност и современост во основа, се определува од реализацијата на овој принцип во нив. Следствено на тоа традиционалните методи на соопштување на учениците готови учебни информации треба да се применуваат епизодно, во случај на неопходност, кога играат помошна улога при методите низ кои доаѓа до израз активното учење на учениците."<sup>50)</sup>

Во таа смисла посебно внимание се посветува на проблемската и програмираната настава. На подрачјето на проблемската настава особено се значајни проучувањата на Леонтјев, Левитов и Махмудов. Според Леонтјев проблемската ситуација не е само објективен однос меѓу познатото и непознатото, туку таа претпоставува и вклучување на субјектот во дадениот однос, при што се анализираат односите помеѓу знаењата усвоени од учениците и оние знаења што тие треба да ги усвојат. "Проблемската ситуација настанува не како резултат на големата сложеност на поставената задача, туку врз одредени односи меѓу можностите на субјектот и оние барања што му се зададени со задачата."<sup>51)</sup>

Посебно се разработува и заемниот однос помеѓу надворешната и внатрешната дејност. Во трудовите на Галперин и неговите соработници усвоени се повеќе нивоа на вршење на дејноста, која се карактеризира со наполно преобразување на надворешната дејност во внатрешна. Се наведуваат пет нивоа, и тоа: 1. следење на туѓа дејност; 2. материјална дејност која се врши со материјални предмети; 3. дејност на подрачјето на гласен говор без предмети; 4. дејност на планот на "внатрешен" говор и 5. пренесување на дејноста на мисловното подрачје. "Со други зборови, истакнува Галперин, поради автоматизација и скратување на "надворешниот говор во себе", предметната дејност на интелектуален

49) Пышкало, А.М., Методика обучения элементам геометрии в начальных классах, Просвещение, Москва, 1973, стр. 21.

50) Метельский, Н.В., Психолого-педагогические основы дидактики математики, Выше-ишшая школа, Минск, 1977, стр. 109.

51) Исто, стр. 127.

план се преобразува од мисла за таа дејност во "чиста мисла" за решението на задачата што ја чини дејноста."<sup>52)</sup>

Врз основа на резултатите од истражувањата и определбите на интензивирање на наставниот процес, со сознајно активирање на учениците, изграден е систем на принципи во наставата по математика. "Принципите се тесно поврзани со другите педагошки категории: целта и задачите во воспитанието и образованието (општите и посебните), со педагошките закони и правила, што ги одредуваат законитостите на наставниот процес."<sup>53)</sup>

Принципите на наставата по математика се:

1. Современост на содржините на математичкото образование. Во таа смисла се истакнува научноста на содржините и нивната усогласеност со современата математичка наука;

2. Интересност (привлечност) на наставата. Според овој принцип треба да се надмине сувопарноста и преоптовареноста на наставата по математика, кај учениците да се предизвика жед за знаења, наставата по математика кај учениците да предизвикува интерес за истражување и воодушевување од математиката;

3. Активизација на учениците на сите етапи на наставата. Тоа подразбира да не се соопштуваат готови знаења од страна на наставникот, ако учениците се во состојба успешно да се здобијат со нив низ самостојна работа;

4. Сознајност во наставата. Тоа се однесува на сфаќањето на изучените математички содржини од страна на учениците. Во таа смисла од учениците се бара осмислено да ги изведуваат математичките операции, знаењата да бидат логичко-теориска основа на умењата, навиките и способностите за самостојна примена на стекнатите знаења;

5. Интелектуално-развојна настава. Тоа подразбира совладување на основните претпоставки на творечкото познание и рационалното мислење во математиката, интензивен развој на продуктивното, творечкото мислење во процесот на изучувањето на математичката теорија и решавањето на разновидни задачи;

Настава на оптимално висок степен на сложеност, што се јавува како важно средство на интензивирањето на наставниот процес;

7. Солидно усвојување на математичките знаења, умења и навиките од страна на учениците, што треба да се постигне со активно познание, целосно утврдување, разновидна примена и творечко повторување на основниот фонд од општото математичко образование, што е дел од општата култура на современиот човек;

<sup>52)</sup> Гальперин, П.М., К учений об интериоризации, Вопросы психологии, 1966, бр.6, стр. 25 - 32.

<sup>53)</sup> Метельский, Н.В., Психолого-педагогические основы дидактики математики, Выше-ишная школа, Минск, 1977, стр. 94.

8. Индивидуализација на наставата со ефикасно управување на индивидуалниот развој на секој ученик во учењето, во услови на колективна настава, како и обезбедување на повратна информација во наставата;

9. Интензивно развивање на математичките способности, математичкото мислење и математичката култура на сите ученици, а особено на најдобрите, најперспективните, што треба да се остварува по различни патишта. Определба е при тоа што порано да се откријат сите надарени математичари;

10. Воспитен карактер на наставата по математика, кое заедно со остварувањето на општата цел на воспитанието и образованието, треба да придонесе за воспитување на повеќе својства на личноста, како силна волја, упорност во работата, умевање и желба да се совладаат тешкотиите итн.

"Одвоени се, имено, овие принципи затоа што тие се јавуваат како најдобри детерминанти на карактерот на процесот на наставата по математика."<sup>54)</sup>

---

<sup>54)</sup> Метельский, Н.В., Психолого-педагогические основы дидактики математики, Выше-ишная школа, Минск, 1977.

## II РАЗВОЈ НА НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА ОД I ДО IV ОДДЕЛЕНИЕ ОД УЧЕБНАТА 1944/45 ГОДИНА ДО 1958 ГОДИНА

### II 1. ОБИД ЗА ПЕРИОДИЗАЦИЈА НА РАЗВОЈОТ

Во методичката литература се познати три приоди при воведувањето на поимот природен број и операциите со природните броеви, кои во почетната настава по математика во Македонија биле применувани во периодот од учебната 1944/45 до 1990 година и тоа: перцептивно-претставен, броевен и множествен.

**1. Перцептивно-претставниот приод** се засновува на сфаќањето дека перцепциите и претставите се главни извори на поимот природен број и на операциите со природните броеви. Според овој приод поимите поврзани со природните броеви, релациите меѓу нив и операциите со нив се формираат врз основа на набљудување на квантитативните својства на објективната стварност, при што се воспоставува врска помеѓу перцепциите, физичките структури на набљудуваните предмети и менталните структури кои со нив се активираат. Притоа, предмет на набљудување се објекти од непосредната околина, слики на објекти, бројни слики, кои се пребројуваат, се изговараат зборови што значат броеви, се запознаваат математички знаци и симболи и сл. Помеѓу различните видови бројни слики како најпогодни се сметале оние на Борн.

Набљудувајќи такви фигури (објекти), учениците се здобиваат со перцепции и претстави, при што поимот природен број се формира од перцепциите на крукчињата, распоредени во статички фигури - бројни слики. Овој приод за основа ја има сензуалистичката психологија ("Нема ништо во разумот што пред тоа не било во сетивата" - Џон Лок). Притоа битно е да се обезбедат што повеќе перцепции, од кои со помош на апстракции се доаѓа до соодветните поими.

Перцептивно-претставниот приод има значителни слабости, а пред се статичноста на бројните слики, затоа што доаѓа до поистоветување на бројноста со распоредот на крукчињата во бројните слики. Покрај тоа, овој приод ги запоставува активностите на учениците, пред се во однос на манипулирање со различни предмети, вербалните активности коишто произлегуваат од материјалните, што создава големи тешкотии во трансформирањето на перцепциите во ментални операции со броевите.

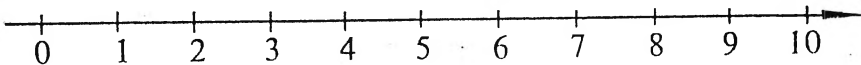
**2. Броевиот приод** се засновува на сфаќањето дека поимот природен број, релациите меѓу природните броеви и операциите со нив, се изградуваат со помош на броење и активности со броеви (сметање). Во овој приод се поаѓа од претпоставката дека сите ученици со доаѓањето во училиште знаат да бројат и тоа знаење треба да се искористи како средство за запознавање на броевите, релациите меѓу нив и операциите со нив. Главните карактеристики на овој приод се:

а) До поимот природен број се доаѓа со броење. Имено, додавајќи по еден, може да се формира секој природен број, ако доволно пати бројот 1 се земе како собирок. На пример,  $5 = 1+1+1+1+1$ ;  $7=1+1+1+1+1+1+1$ .



Додавајќи 1 на кој било природен број, се добива неговиот следбеник. На пример,  $6 + 1 = 7$ ,  $7 + 1 = 8$  итн. На тој начин броевиот приод го поистоветува бројот (кардиналниот број на класа еквивалентни множества) со терминот, односно зборот што го означува бројот. Всушност, бројот се поистоветува со едно значајно својство на еквивалентните множества - бројот на елементите. Тоа од математичка гледна точка не е некоректно, меѓутоа, не соодветставува на почетното запознавање на броевите.

б) Со броевиот приод релациите меѓу природните броеви се обработуваат со одредување на следбеникот на даден број, односно со одредување на неговиот претходник. Релациите  $a > b$  и  $a < b$  се објаснуваат со одредувањето на неколку следбеници, односно претходници, почнувајќи од  $a$ , односно од  $b$  и утврдувањето кој од нив претходи, односно следува во бројната низа. На пример,  $8 > 5$  бидејќи  $8 = 5 + 1 + 1 + 1$ , т.е.  $8 = 5 + 3$ . Во таа смисла како нагледна основа се користи бројната оска (црт. 1), односно линирот на кој се означени сантиметрите.



Црт. 1

Всушност, релациите: "... е помал од ..." и "... е поголем од ..." се изградуваат врз основа на собирање и одземање, односно со додавање или одземање на бројот 1 еднаш или неколку пати.

Броевиот приод не е доволно ефикасен за обработката на релациите меѓу природните броеви поради нивната апстрактност и недоволната интелектуална развиеност на учениците да ги прифатат апстракциите, затоа што нивното мислење бара конкретна основа, а во овој случај ја нема.

в) Обработката на собирањето и одземањето според броевиот приод се сведува на последователно одредување на следбеникот, односно претходникот на даден број. Така, во општ случај,

$$a + b = a + \underbrace{1+1+1+\dots+1}_{b \text{ - пати}}$$

односно кон бројот  $a$   $b$  - пати се додава бројот 1. На пример,

$$5 + 3 = 5 + 1 + 1 + 1 = 6 + 1 + 1 = 7 + 1 = 8.$$

На сличен начин се обработува и одземањето, т.е.

$$a - b = a - \underbrace{1-1-1-\dots-1}_{b \text{ - пати}}, \text{ или}$$

$$8 - 3 = 8 - 1 - 1 - 1 = 7 - 1 - 1 = 6 - 1 = 5.$$

Множењето и делењето, пак, се сведуваат на повеќекратно додавање (собирање) или одземање на даден број. На пример,

$$4 \cdot 5 = 5 + 5 + 5 + 5, \text{ односно}$$

$$12 : 3 = 12 - 3 - 3 - 3 - 3.$$

Значи, бројот 3 можеме да го одземеме од 12 четири пати, т.е.

$$12 : 3 = 4.$$

Овој приод секако дека не е соодветен на можностите на учениците од почетните одделенија на основното училиште. Сведувајќи ги аритметичките операции на броење, овој приод недоволно ја конкретизира апстрактната природа на тие операции, со што содржината на учењето не ја трансформира во форма достапна на можностите на учениците од I и II одделение.

Општо земено броевиот приод недоволно ги почитува карактеристиките на интелектуалниот развој на учениците, како и законитостите на формирањето на менталните операции.

**3. Множествениот приод се заснива на сфаќањето дека поимот природен број, релациите меѓу природните броеви и операциите со нив се формираат низ работа со множества од конкретни предмети или дидактички материјал, со апстрахирање на небитните својства и генерализирање на битните, квантитативните. Поконкретно, поимот природен број се изградува преку работа со еквивалентни множества (од дидактички материјал - логички блокови, апликации и сл.), со апстрахирање на небитните својства на објектите - елементите на множествата (форма, големина, боја, материјал од кој се направени, функција, распоред на елементите и сл.) и со генерализација на битните, односно бројот на елементите на множествата.**

Поимите собирање и одземање се воведуваат преку соодветните операции со множества - унија на дисјунктни множества и разлика на множества.

Овој приод се карактеризира со тоа што учениците ги воочуваат множествата, манипулираат со нив (материјално изведување на операцијата), работата со множествата вербално ја искажуваат и ја прикажуваат графички. Ваквите активности на учениците создаваат доволна основа за натамошни апстрахирања и генерализации.

Множествениот приод ги има следниве карактеристики:

а) Целосна усогласеност на постапката за формирање на математичките поими во почетните одделенија на основното училиште со дијалектичкиот пат на познанието;

б) Во согласност е со психолошкиот процес на формирање на менталните операции - материјално, вербално и на крај мисловно изведување;

в) Ги почитува карактеристиките на интелектуалниот развој на учениците. Имено, ученикот - почетник може логички да мисли и да изведува елементарни заклучоци само ако тоа го засновува, поткрепува со работа со конкретни предмети, што множествениот приод целосно го овозможува;

г) Поврзувајќи ги зборовите што значат броеви и операции со природните броеви со множествата, множествениот природ овозможува учениците целосно да го сфатат нивното значење.

Врз основа на ваквото определување на методичките приоди при воведувањето на поимот природен број, релациите меѓу природните броеви и операциите со нив, во развојот на наставата по математика од I до IV одделение во Македонија можат да се определат три периоди, и тоа:

**Првиот период**, од учебната 1944/45 година до реформата на воспитно-образовниот систем во 1958 година. Тоа е период кој се карактеризира со перцептивно-претставен природ при воведувањето на поимот природен број и операциите со природните броеви во наставата по математика од I до IV одделение на основното училиште. Воведувањето на секој број одделно е илустрирано со бројни слики и други дидактички материјали, пред се сметалки, со чие набљудување учениците треба да се здобијат со перцепции и претстави, врз основа на кои понатаму ќе се вршат апстракции и генерализации. Ист методички природ е присутен и при воведувањето на аритметичките операции и нивната обработка во прво и второ одделение. Тоа може да се согледа со анализа на учебната и прирачната литература, којашто во тоа време била во употреба во основните училишта во Македонија, за што ќе стане збор подоцна.

**Вториот период** го опфаќа времето од учебната 1959/60 година, од-носно од реформата на воспитно-образовниот систем во 1958 година до реформата на наставата по математика во 1973 година. Во тој период на воведувањето на природните броеви и операциите со нив му претходи т.н. предумерички период, односно обработка на содржини од запознавање на предмети (множини предмети) од непосредната околина на децата и активности на учениците во врска со односите меѓу нив. Преку организирано набљудување и манипулирање со предмети учениците ги воочуваат нивните својства, вербално се изразуваат за нив и врз основа на така здобиеното искуство подоцна ќе вршат апстракции и генерализации. На тој начин се создаваат претпоставки за множествен природ при воведувањето на поимот природен број, меѓутоа тој не се изградува доволно, односно манипулирањето со множини предмети се практикува до изградувањето на поимот еден (единица), а потоа се преминува на броевен природ. Така, при раставувањето на множините се утврдува дека "секоја множина се состои од единки (елементи)"<sup>1)</sup>. Тоа треба сега да се поврзе со конкретна единица, на пример еден орев, една куќа. При дефинирањето на собирањето, пак, се нагласува дека "да се собере значи да се брои од бројот со кој е изразен првиот собирок, за онолку единици колку што содржи вториот собирок"<sup>2)</sup>.

1) Дуда, Г., Практична настава по математика во I одделение, Просветно дело, Скопје, 1959, стр. 35.

2) Рајќиќ, Л., Павловиќ, М., Наставата по математика во основното училиште, I дел, Просветно дело, Скопје, 1961, стр. 97.

Затоа за вториот период може да се каже дека доминантно значење има броевиот приод, со елементи на множествен. На ваков заклучок упатува анализата на прирачната и учебната литература кои во тој период биле во употреба во основните училишта во Македонија, како и стручните упатства за реализација на наставната програма, наменети на наставниците од одделенската настава.

Третиот период, од реформата на наставата по математика во 1973 година до 1990 година, може да се нарече период на множествен приод во воведувањето на поимот природен број, релациите меѓу природните броеви и операциите со нив, во наставата по математика од I до IV одделение во Македонија. Во тој период во наставата се внесени содржини од теорија на множествата, кои покрај образовното значење имаат функција на предумерички период во наставата по математика, кој е основа за воведување на поимите поврзани со природните броеви. Тие содржини создаваат мошне поволни услови учениците да манипулираат со предмети (материјални активности со дидактички материјали), вербално да се искажуваат за тие активности, со што се создава реална основа за нивно прераснување во мисловни. Ваквиот приод е прилагоден на карактеристиките на развојот на учениците од почетните одделенија на основното училиште, како и со психолошките законитости на формирањето на менталните операции. Во таа смисла "патот на сознанието на детето за математичките белези на објективната стварност има три битни етапи: признавање на конкретни предмети, признавање множества предмети како битни ознаки на предметите и признавање на природниот број како битна ознака на еквивалентните множества"<sup>3)</sup>.

Ваквиот приод во периодизацијата на развојот на наставата по математика од I до IV одделение во Македонија овозможува, со компаративна анализа на програмите, методичките приоди и концепцијата на учебниците во одделните периоди, да се согледа евалуацијата на истите, гледано од аспект на развојните тенденции во педагошката, психолошката и особено математичката наука.

## **II .2. РАЗВОЈ НА НАСТАВАТА ПО СМЕТАЊЕ (СО ГЕОМЕТРИЈА) ОД УЧЕБНАТА 1944/45 ДО РЕФОРМАТА ОД 1958 ГОДИНА**

### **II.2.1. РАЗВОЈ НА НАСТАВНАТА ПРОГРАМА**

Почетоците на организираното основно воспитание и образование во Македонија на мајчин јазик датираат од времето на Втората светска војна. Имено, во 1943 година на слободната територија се формираат основни училишта на македонски јазик. Меѓутоа, работата на овие училишта била повеќе од пропаганден карактер, без службени документи, ...

3) Benčić, V., Markovac, J., *Теме iz nastave matematike u I razredu osnovne škole*, Školske novine, Zagreb, 1972, стр. 21.

со кои се одредува системот на образование. Со формирањето на органите на народната власт, "на 6 август 1944 година беше организирано Поверенство за просвета и од редовите на членовите на АСНОМ беше определен повереник"<sup>4)</sup>. (проф. Епиманонда Поп Андонов). Под раководство на Поверенството започнуваат подготовки за конституирање организиран државен воспитно-образовен систем, уште во текот на 1944 година. Во таа смисла на седницата на Поверенството, одржана од 2 до 5 септември 1944 година, е донесен привремен наставен план за основните училишта (прилог 1), со кој се утврдуваат наставните предмети коишто треба да се изучуваат во нив.

Прв официјален документ со кој се одредува содржината на образованието во одделенската настава на основното училиште во Македонија е објавен во 1945 година. Имено, тогаш Поверенството за народна просвета на Македонија издава Раководство за учителите од долниот курс на основните училишта во Македонија за учебната 1944/45 година (оригинален наслов). Раководството имало карактер на временна наставна програма, бидејќи во услови на конституирање на народната власт се уште не било можно да биде изработена друга, официјална програма. Со увид во содржината на Раководството може да се согледа дека со него се настојувало да се обезбеди почетна помош и ориентација на учителскиот кадар, кој, главно, бил нов, без доволна теориска подготовка и без практично искуство. Од таа причина, покрај наставната програма, во него се дадени и "најнеопходните теориско-дидактички, методички и педагошки упатства за една порезултатна и поосмислена наставно-воспитна работа"<sup>5)</sup>.

Во одредувањето на содржината на образованието се користени искуствата од "програмите за основните народни училишта во Хрватска и во Бугарија, во кои се застапени најновите педагошки сфаќања, засновани на грижливо проучени дидактички и методски принципи"<sup>6)</sup>. Во таа смисла се користени и искуствата од програмите на Советските основни училишта.

Содржините коишто се однесуваат на математичкото образование на учениците се дадени во рамките на два наставни предмети: сметање и формознание со практична геометрија. За да може да се направи поцелосно согледување за наставните програми по овие наставни предмети, ќе ја анализираме нивната структура, т.е. задачите и содржината на наставата, како и упатствата за реализација на програмите.

4) Историја на македонскиот народ, книга трета, НИП Нова Македонија, Скопје, 1969, стр. 467.

5) Раководство за учителите од долниот курс на основните училишта во Македонија за учебната 1944/45 година, Поверенство за народна просвета на Македонија, Скопје, 1945, стр. 5.

6) Исто, стр. 5.

## A. ПРОГРАМАТА ПО СМЕТАЊЕ

Програмата по сметање започнува со "Кратки методски упатства" кадешто се поместени значењето и задачите на наставата по сметање. При одредувањето на задачите се нагласува дека "на сметањето во нашите училишта треба да му се обрне внимание, затоа што сметањето, покрај своите чисто формални цели, исполнува и важни практични задачи"<sup>7)</sup>. Врз основа на вака определеното значење, низ наставата по сметање учениците треба:

- да имаат јасни знаења од четирите аритметички операции со броевите, како со обични, така и со именувани броеви,
- да усвојат нужни знаења од метричкиот систем мерки, мерките за време и да умеат да се користат со нив за формални и практични цели,
- да се здобијат со најнеопходните знаења за обичните дробки и со запишувањето и читањето на децималните броеви,
- да умеат да решаваат различни аритметички задачи со природни броеви и дробки,
- да стекнат навика со верба во себе да сметаат усно и писмено и да се подготват за најнеопходните пресметувања, нужни за животот.

Воочливо е дека во вака формулираните задачи на наставата по сметање доминантно значење се дава на образовните задачи. Што се однесува до функционалните задачи, тие се сведуваат само на практична примена на здобиените знаења. Меѓутоа, изостануваат задачите што се однесуваат на способностите на учениците за анализа, синтеза, апстрахирање, заклучување и други карактеристики на развојот на мислењето. Воспитните задачи, пак, воопшто не се застапени, од што се наметнува впечатокот дека се сметало оти наставата по сметање не може да влијае на формирањето позитивни особини на карактерот и волјата на учениците.

Со програмата по сметање во основните училишта во Македонија се предвидени за изучување следниве содржини:

### I одделение

1. Формирање, читање и пишување на броевите до 20;
  2. Усно собирање и одземање во рамките на истите броеви;
  3. Парични единици, основни мерки за волумен на течност, должина на маса (лев\*, литар, метар и килограм);
  4. Десети делови од единицата (десетаче, стотинка\*, дециметар, децилитар);
  5. Единици мерки за време (ден и седмица);
  6. Бројни мерки - чифт и дузина.
- Покрај овие содржини се дава можност и за изучување на пишувањето на броевите до 20 со римски цифри.

7) Раководство за учителите од долниот курс на основните училишта во Македонија за учебната 1944/45 година, Поверенство за народна просвета на Македонија, Скопје, 1945, стр. 14.

\* Во времето кога е изработено и издадено "Раководството" во Македонија биле во употреба бугарските парични единици.

## II одделение

1. Формирање, читање и пишување на броевите до 100;
2. Усно собирање и одземање во рамките на истите броеви;
3. Таблицата множење;
4. Делење и мерење во рамките на таблицата множење, без мерење и делење со остаток. Во рамките на делењето се дава и поим за дробка: една половина, една третина, една четвртина и една десетинка;
5. Стоти делови од монетите и единиците мерки за волумен на течност и должина: стотинка, сантилитар и сантиметар;
6. Мерки за време: час, ден седмица, месец и година;
7. Запознавање на римските броеви од 1 до 12 (во оригиналниот текст на Раководството стои "римски цифри од 1 до 12", што покажува дека не е направена разлика меѓу термините цифра и број - наша забелешка);
8. Запознавање на часовникот и познавање на времето според него;
9. Римските броеви од 1 до 20.

## III одделение

1. Формирање, читање и пишување на броевите од 100 до 1000;
2. Усно собирање и одземање до илјада, без собирање на полни двоцифрени и трицифрени броеви и одземање на истите;
3. Усно собирање и одземање на повеќеимени броеви, што изразуваат единици мерки и делови на мерките од метричкиот систем (килограм и грамови плус грамови, килограм плус килограм и грамови и сл.);
4. Писмено собирање и одземање;
5. Усно множење
  - а) стотки со единици и множење на двоцифрени броеви со 10,
  - б) единици со десетки,
  - в) полни десетки со единици;
6. Усно делење и мерење
  - а) обратни случаи на усното множење,
  - б) делење и мерење со остаток во рамките на првата стотка;
7. Илјадити делови од единиците мерки (милиметар и грам). Повеќекратници на основните мерки: декаметар, хектометар и сл.

## IV одделение

1. Формирање, читање и пишување на броевите до 1 000 000
2. Усно собирање на
  - а) илјади со илјади,
  - б) стотки со стотки;
3. Усно собирање на повеќеимени броеви, што изразуваат мерки од метричкиот систем;
4. Писмено собирање на цели броеви;
5. Усно и писмено одземање на цели броеви (одземање на повеќеимени броеви);
6. Усно множење
  - а) со десет, сто и илјада,
  - б) на цели илјади и цели стотки со единици;

7. Писмено множење на цели броеви со двоцифрен и трицифрен множител;

8. Усно и писмено делење и мерење - обратни случаи на множењето;

9. Писмено делење и мерење само со едноцифрен и двоцифрен делител и мерител;

10. Децимални броеви со десети и стоти делови во врска со мерките;

11. Собирање и одземање на децимални броеви;

12. Множење, делење и мерење на децимални броеви.

## **Б. ПРОГРАМАТА ПО ФОРМОЗНАНИЕ СО ПРАКТИЧНА ГЕОМЕТРИЈА**

Изучувањето на содржините од геометрија во рамките на предметот формознание со практична геометрија се оправдува од следниве причини: ,

1. **Формознанието**, како што е изучувано во тој период во трето одделение, требало да послужи како основа, односно како подготвителен курс за изучување на содржините од геометрија. Се ценело дека учениците од основното училиште претходно треба да ги запознаат формите на предметите, "без да се даваат дефиниции на поимите, туку децата да се навикнат да ги препознаваат формите и со тоа се врши подготовка за практична геометрија во четврто одделение<sup>8)</sup>".

2. **Практичната геометрија** треба да ги зема геометриските форми не како апстрактни, ниту како реални форми, туку ги претставува со графички изразувања, лесни и достапни за децата. Во таа смисла линијата и точката, апстрактни геометриски поими, за учениците не се геометриски објекти, ниту пак реални предмети, туку графички ликови на врвот од моливот, на работ од даден предмет и сл.

Според наставната програма, во рамките на формознанието учениците треба да ги запознаат следниве форми: топчеста, цилиндрична, конусна, паралелопипедна (коцка и квадар), четириаголна, квадратна, пирамидна, триаголна и многуаголна. Тие форми учениците треба да ги запознаваат преку практични активности - моделирање (глина или картон), исечување (сечење) и цртање.

Делот од програмата што се однесува на практичната геометрија ги опфаќа следниве содржини:

- поим за тело, површина на тело и видови површини,
- поим за линија и видови линии,
- поим за точка, именување на точките,
- цртање на линии и нивна ориентација според земјината површина,
- паралелни и непаралелни прави, заемно нормални прави,
- поим за агол, краци и големина на аглите,
- површина на геометриски фигури.

Ценејќи го времето во кое е донесена оваа програма и покрај слабостите што се присутни во неа, сепак таа одиграла значајна улога во почетната етапа на конституирањето на воспитно-образовниот систем на Македонија и како таква има историско значење.

8) Раководство за учителите од долниот курс на основните училишта во Македонија за учебната 1944/45 година, Поверенство за народна просвета на Македонија, Скопје, 1945, стр. 52.



Слабостите на оваа наставна програма брзо се согледани и се преземени активности за нивно надминување. Слабостите, пред се, се однесуваат на логичката структура на програмата и на одвоеноста на сметањето и геометријата. Што се однесува до логичката неконзистентност на програмата, основната недоследност се однесува, пред се, на делот од програмата за прво одделение кадешто се изучуваат некои единици мерки и нивните делови чиј сооднос го надминува обемот на броевите што учениците ги изучуваат, како при изучувањето на мерките за време година и ден, во II одделение (1 год = 365 дена), а учениците ги познаваат броевите до 100; непотполно се изучуваат операциите множење и делење до 20 и сл.

Здобивањето на математичко образование низ два наставни предмети е невообичаено бидејќи се цепка единственото ткиво на математичкото образование. Во таквиот приод на математичкото образование на учениците изостанува суштинската врска помеѓу аритметичкиот и геометрискиот материјал. Покрај тоа, изучувањето на геометриските содржини низ предметот формознание со практична геометрија не обезбедува систематска врска помеѓу нив, не сочинуваат поконзистентен систем, што предизвикува тешкотии во совладувањето на содржините.

За надминување на воочените слабости во учебната 1947/48 година е усвоена изменета наставна програма, според која математичкото образование на учениците од I до IV одделение е интегрирано во единствен предмет - сметање со геометрија; единиците мерки се поместени од прво во второ одделение, каде што учениците веќе ги изучиле броевите до 100; пишувањето на броевите со римски дигити се предвидува за изучување во III одделение, откако учениците добро ќе ги запознаат броевите до 100 и ќе се воведат во декадниот броен систем, за да можат да направат разлика меѓу тие системи; во IV одделение се предвидува нова наставна тема - операции со повеќеимени броеви, што треба да послужи за подобро сфаќање и осмислување на метриката во геометриските содржини, како и во практичната примена на здобиените знаења од страна на учениците. Што се однесува до геометриските содржини, запазена е поголема системност во нивното изучување. Така, во трето одделение се започнува со поимите: тело, површина и линија, за да се дојде до поимите агол и геометриска слика, со поконкретно изучување на триаголникот и четириаголникот. Во IV одделение, пак, се изучуваат геометриските тела квадар, коцка, цилиндар и топка, како и геометриската слика круг, со посебен акцент на метриката.

За да може да согледаме до кое ниво се развила наставната програма во првите пет години по ослободувањето поконкретно ќе ги разгледаме наставниот план и програмата по сметање со геометрија за учебната 1949/50 година.

Во наставниот план - (нормален за таа учебна година) предметот сметање со геометрија е застапен со вкупно 22 часа седмично, што претставува 23,66% од вкупното наставно време. Застапеноста по одделенија е следнава: I одделение - 6 часа, II одделение - 6 часа, III одделение - 5 часа и IV одделение - 5 часа. Во скратениот наставен план, пак, според кој работеле пара-лелките во кои наставата е изведувана во две

смени, овој предмет е застапен со 18 часа седмично, што претставува 25,35% од вкупното наставно време. По одделенија застапеноста е следнава: I одделение - 5 часа, II одделение - 5 часа, III одделение - 4 часа и IV одделение - 4 часа седмично.

Во наставниот план за малцинските основни училишта - (нормален) сметањето со геометрија било застапено со 20 часа седмично или 21,98% од вкупното наставно време. По одделенија застапеноста била следнава: I одделение - 6 часа, II одделение - 6 часа, III одделение - 3 часа и IV одделение - 5 часа. Во скратениот наставен план, пак, вкупниот седмичен фонд изнесува 18 часови или 24,66% од вкупното наставно време, а по одделенија: I одделение - 5 часа, II одделение - 5 часа, III одделение - 4 часа и IV одделение - 4 часа седмично.

Разликата во фондот на часови меѓу училиштата на македонски јазик и малцинските училишта била од причина што во вторите, покрај останатите наставни предмети, е изучуван и македонскиот јазик како посебен наставен предмет, со што наставниот план бил оптоварен за 4 часа седмично.

Наставната програма во 1949 година добива подефинирана структура, која се задржува до крајот на првиот период (1958 год.), а претрпува незначителни измени. Програмата ја има следнава структура:

### **I. Задачи на наставата по сметање со геометрија**

Според програмата наставата по сметање со геометрија ги има следниве задачи:

- кај учениците да се формираат претстави и поими за бројните количини преку објаснување на предмети,
- учениците да се оспособат за разбирање на бројните односи и да ги научат основните работи по сметање,
- да се развива кај учениците навика за брзо и лесно усно и писмено решавање на задачи од практичниот живот,
- да се развива логичкото мислење и расудување и смисла за уредност и точност,
- учениците да се здобијат со најосновните знаења од геометријата, неопходни за практичниот живот.

Во однос на претходната програма, кадешто доминантно значење им се дава на образовните задачи, сега поголем акцент се става и на функционалните и воспитните. Така, покрај здобивањето со знаења за бројните количини и сметковните операции, учениците треба да се оспособуваат здобиените знаења практично да ги применуваат, кај нив да се развива мислењето и расудувањето, како и смислата за уредност и точност во работата.

### **II. Содржина на наставата**

#### **I одделение**

1. Познавање на броевите по ред и количество до 10. Прибројување, дополнување, одземање и делење до 10. Пишување и читање арапски броеви до 10.

2. Познавање на броевите од 10 до 20 и пишување на броевите до

3. Работа со втората десетка.

4. Прибројување, дополнување, одземање и делење од 10 до 20, минувајќи ја и десетката.

5. Множење, делење и мерење до 10, а потоа до 20, по овој ред и со овие броеви: 10, 5, 2 и 4. Множењето и делењето се работи само толку, учениците да добијат поим за тие операции.

6. Поим за половина.

7. Мерки: пари, метар, килограм и литар - само нивната употреба.

8. Поими од геометрија: хоризонтално, вертикално, косо, криво, рамно, испупчено, шилесто, тапо, кошлесто, тркалезно, тесно, широко, високо и долго.

## II одделение

1. Повторување на материјалот од I одделение.

2. Познавање на броевите од 20 до 100. Пишување, на броевите до 100.

3. Прибројување, дополнување, одземање и делење до 100, без преминување на десетката.

4. Прибројување, дополнување, одземање и делење до 100 со преминување на десетката.

5. Таблицата множење, мерење и делење, по овој ред: 10, 5, 2, 4, 8, 3, 6, 9 и 7.

Сигурно усно решавање на задачи со сите четири аритметички операции до 100, со запишување.

6. Дропки: поим за половина, четвртина, петина, десетина, без запишување.

7. Римските броеви до XII.

8. Мерки: пари, метар, килограм, литар (до стоти делови од овие мерки), месец, година и век.

9. Поими од геометрија: линија и видови линии; права, крива, искршена и комбинирана линија.

## III одделение

1. Повторување на материјалот од II одделение.

2. Запознавање на бројните количества и пишување на броевите до 1000, земајќи прво чисти стотки, десетки и единици.

3. Собирање и одземање на чисти стотки, стотки и десетки, не преминувајќи ги стотките.

4. Собирање и одземање до 1000, усно а потоа и писмено.

5. Множење со едноцифрен број до 1000 (писмено).

6. Делење со едноцифрен број до 1000 (писмено).

7. Запознавање на бројните количини и бројните односи усно и писмено до 10 000. Писмено множење со едноцифрен множител и делење со едноцифрен делител.

8. Римските броеви до 100 (C).

9. Дропки:  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{1}{3}$  и  $\frac{1}{6}$ . Усно прибројување и одземање прости едноимени дропки, со запишување на броевите.

10. Мерки за должина: километар, метар, дециметар, сантиметар и милиметар;

За маса: тон, метричка цента (товар), килограм, декаграм и грам;

За течност: хектолитар, литар, децилитар и санлитар;

За време: век, година, месец, седмица, ден, час, минута и секунда.

11. Претварање на повеќеимени во едноименувани броеви (поголемите единици во помали).

12. Поими од геометрија: тело, површина, раб, агол. Видови агли: прав, остар, тап, рамен, испакнат и полн. Основни геометриски слики: триаголници (правоаголен, остроаголен, тапоаголен, рамнострани, рамнокрак и разнострани); Четириаголници (квадрат, правоаголник, ромб, ромбоид, трапез и трапезоид). Пресметување на обиколка на тие слики.

Се работат најмалку по една писмена задача месечно.

#### IV одделение

1. Повторување на материјалот од III одделение.

2. Запознавање на броевите до милијарда. Усно и писмено сметање во сите четири вида на сметање (се мисли на сите четири аритметички операции н.з.).

3. Писмено множење на повеќецифрени броеви, писмено делење со двоцифрен број.

4. Мерки за плоштина и волумен (квадратен и кубен метар и нивните делови и поголеми мерки: ар, декар, хектар, квадратен километар).

5. Претварање на повеќеимени броеви од декадниот систем во едноименувани и обратно.

6. Пресметување на времето (век, година, месец, седмица, ден, час, минута и секунда).

7. Поим за децимални броеви. Сметање со децимални броеви.

8. Поим за процент и пишување на процент. Пресметување на процент на примери на округли броеви (се мисли на повеќекратни стотки н.з.) - 2 500, 4800, 6000 итн. Различно обележување на исти количества во областа на децималните дропки, обичните дропки и процентите, на

пр.  $\frac{3}{4} = 0,75\%$ ;  $\frac{1}{2} = 0,50\%$  (сметаме дека овде е направена најверојатно печатна грешка, затоа што тоа споредување на различните претставувања треба да изгледа вака:

$$\frac{3}{4} = 0,75 = 75\%; \quad \frac{1}{2} = 0,50 = 50\% \text{ н.з.}).$$

9. Решавање на задачи со просто правило тројно со сведување на единица, усно и писмено.

10. Поими од геометрија: познавање на геометриските тела: квадар, коцка, цилиндар и топка. Круг, радиус и дијаметар. Пресметување плоштина на квадрат, правоаголник и триаголник. Волумен на коцка и квадар.

Во оваа одделение операциите по сметање се изведуваат повеќе писмено.

Се работи најмалку една писмена задача месечно. ,

Забелешка 1. Примери да се земаат од нашата општествена стварност и од изградбата на социјализмот. ,

Забелешка 2. Скратената програма по овој предмет останува иста како нормалната наставна програма.

### III. Објаснение на програмата

Во објаснението на програмата се даваат глобални упатства за реализација на програмата, пред се од методички карактер. Овде ќе ги изнесеме овие упатства според редослед и избор кој не значи и нивен ранг по значење.

1. Бројните слики да се обработуваат врз основа на работа со именувани броеви, со примери од секојдневниот живот, сообразени со "детските способности за разбирање и восприемање"<sup>8)</sup>.

2. Нагледноста треба да биде основа на работата "се дури не се увериме дека детето има добиено чисти и правилни поими"<sup>9)</sup>. Во таа смисла се препорачува во наставата да се применува набљудување во природата, затоа што така организираното набљудување "има многу поголема вредност отколку што истото да се врши на модели и слики"<sup>10)</sup>.

3. Содржината на задачите треба да произлегува од она што се учи во другите наставни предмети, со што се обезбедува потребната корелација во наставата, како и од животот надвор од училиштето - семејството, стопанскиот, јавниот живот итн. Главен принцип во изборот на содржината на задачите треба да биде - таа да биде полезна како од образовен, така и од воспитен аспект.

4. Се дава упатство по кој редослед да се обработуваат аритметичките операции, како и системот според кој треба да се изучува таблицата множење.

5. Изучувањето на геометриските содржини треба да се врши на практични примери. Напоредно со набљудувањето учениците треба да вршат мерење и пресметување, но тоа да биде на природни предмети - ниви, ливади, дворови, училници, згради и сл.

6. На учителите им се препорачува пред да преминат на изучување на нов материјал да проверат дали е усвоен стариот, обработениот, затоа што изучувањето и разбирањето на новите содржини зависи од степенот на усвоеноста на веќе изучените наставни содржини.

И покрај промените во содржината на наставата по сметање (со геометрија), објаснението не се менувало сè до учебната 1959/60 година,

8) Наставен план и програма за основното училиште, Државно книгоиздателство на НРМ, Скопје, 1949. стр. 55.

9) Исто, стр. 55.

10) Исто, стр. 56.

кога е извршена посуштествена промена на наставната програма, за што подоцна ќе стане збор. Тоа наведува на заклучок дека немало посуштински промени во методичките приоди до крајот на овој период.

Сепак, за учебната 1950/51 година се извршени одредени промени во наставната програма по сметање со геометрија, во однос на онаа од претходната 1949/50 година. Имено, во второ одделение наместо пишување на броевите до 100 со римски цифри, се предвидува со римски цифри да се пишуваат броевите до 50; Од единиците мерки за маса е изоставена метричката цента (товар), а воведен е хектограмот; Во трето одделение од геометриските содржини се изоставена четириаголниците: ромб, ромбоид, трапез и трапезоид, а се задржуваат само квадрат и правоаголник; Во четврто одделение изучувањето на природните броеви се ограничува до милион, наместо до милијарда (биљион); изоставена е темата пресметување на времето; конкретизирани се операциите со децимални броеви коишто треба да се изучуваат - собирање, одземање и множење.

Овие промени се направени со цел, од една страна да се намали обемот на програмата, за која стои оценката дека е преоптоварена, а од друга страна да се изостават содржините кои учениците тешко можат да ги усвојат. Пишувањето на броевите со римски цифри од 51 до 100 е врз основа на доста сложени правила, а учениците од второ одделение во тоа време ги пишуваат броевите до 100 со "арапски" цифри; својствата на четириаголниците, врз основа на кои учениците треба да ги разликуваат се сложени и нив учениците можат да ги сфатат на поголема возраст, што го покажуваат програмите од периодите што следуваат, во кои овие содржини се застапуваат од VI одделение; Делењето на децимални броеви, кога учениците со значителни тешкотии го сфаќаат делењето на природните броеви е премногу сложено за ученици од IV одделение, итн.

Во 1952 година, кога Владата на ФНРЈ\* донесува Општо упатство за организационо и програмско осумгодишно основно образование, направени се одредени промени во наставниот план и програмата, што се однесуваат на наставата по сметање. Така, во наставниот план - нормален седмичниот фонд часови е намален од 24 на 23 (во IV одделение седмичниот фонд часови по сметање е намален од 6 на 5), а во скратениот е задржан истиот фонд часови.

Што се однесува до задачите на наставата по сметање, тие остануваат истите, со попрецизни формулации, особено на задачите што се однесуваат на формирањето на претстави и поими за бројните количини, при што се нагласува дека "преку очигледност и активности кај учениците системно да се создаваат јасни претстави и поими за количините (броевите)"<sup>11)</sup>. Ваквото определување на оваа значајна задача на наставата по сметање се должи на сознанијата на психологијата дека здобивањето на знаења од страна на учениците треба да биде резултат на нивната активност, наместо на пасивното набљудување на активноста на наставникот.

\* Во тоа време одлуките на Владата на ФНРЈ биле обврзани за федералните единици - републиките, па во тој однос и за Македонија.

11) Наставен план и програма за основните четиригодишни и нижите одделенија на основните осумгодишни училишта, Совет за просвета на НР Македонија, Скопје, 1952, стр. 44.

Што се однесува до содржината на наставата, направено е одредено растоврување на наставната програма, со изоставање на содржините од геометрија во прво одделение; содржините од повеќеимени броеви од III одделение се префрлени во IV; од програмата за IV одделение се изоставени содржините коишто се однесуваат на изучувањето на процентите; изучувањето на пишувањето на броевите до 100 со римски цифри е префрлено во IV одделение.

Со овие промени, особено во I и IV одделение, програмата е растоварена од содржини коишто со својата сложеност не се одмерени на можностите на учениците. Со тоа може да се констатира дека програмата била стабилизирана, затоа што до реформата од 1958 година, односно до крајот на првиот период, во неа не се вршени никакви промени.

## II.2.2. МЕТОДИКАТА НА НАСТАВНАТА РАБОТА

Поконкретни сознанија за методиката на наставната работа по сметање (со геометрија) за периодот од 1945 до 1958 година можат да се добијат од официјални документи, пред се од Раководството за учителите од долниот курс на основните училишта во Македонија, објаснението на наставните програми, од учебниците по сметање (со геометрија) за I, II, III и IV одделение, коишто во тој период биле во употреба, како и од Напатствието за организацијата и работата на основните народни училишта во НР Македонија од 1952 година. Во овој период не постои друга методичка литература од македонски автори, поради што за методичка подготовка на учителите во рамките на учителските курсеви и редовното школување во учителските школи е користена литература издадена, главно, во Србија и Хрватска. Бидејќи во тој период и учебниците за учениците се обезбедувани преку преводи на соодветните учебници од тие републики, јасно е дека постои суштинска врска помеѓу наведената методичка литература, наставните програми и наставната практика.

Според резултатите од анкетата со учители од тој период, како и од интервјуата со тогашни просветни инспектори и предавачи на учителските курсеви, во тој период за наставата по сметање (со геометрија) се применувани следниве наслови:

- од 1945 година се применувани прирачниците од Златко Шпољар: *Работата во I одделение на основното училиште*, *Работата во II одделение на основното училиште*, *Работата во III одделение на основното училиште* и *Работата во IV одделение на основното училиште*, во издание на "Мато Лагиња" - Пула;

- од 1946 година применуван е методскиот прирачник "Почетната настава по сметање" од Милан Јањушевиќ, во издание на "Просвета", Белград, 1946 година;

- Нешто подоцна се применува "Методика на наставата по сметање" од Марија Ѓорѓевиќ и Живојин Ѓорѓевиќ, во издание на "Просвета", Белград, 1948 год., (Овој труд во 1949 год. е преведен на македонски јазик и е препорачан за употреба во учителските школи во Македонија);

- Од 1952 година позначајна примена има "Методика на наставата по сметање" од Станко Првановиќ, во издание на "Педагошкото друштво на НР Србија";

- Во педесетите години во употреба е и Методиката во редакција на д-р Перо Шимлеша, во издание на "Педагошко-књижевни збор", Загреб, 1955 година, во која делот што се однесува на методиката на наставата по сметање е обработен од д-р Маријан Колетиќ и Фрањо Филиповиќ. Истите се јавуваа и како автори на првите учебници за II, III и IV одделение.

Со анализа на содржината на овие трудови, се доаѓа до следниве сознанија:

1. Организацијата и реализацијата на наставата е со примена на фронталната форма на наставна работа. Не се наведуваат никакви форми на подруга организација или диференциран приод во зависност од индивидуалните карактеристики на учениците;

2. Во наставната работа се применувани следниве наставни методи:

- **Метод на усно излагање** (се сретнува уште и терминот метод на објаснување), којшто се состои во кратко толкување на сметковните операции од страна на наставникот, особено при објаснувањето на техниките на сметањето; објаснување на значењето на некои термини или други јазични изрази; објаснување со споредување по сличност и различност итн.;

- **Метод на разговор** (развоен или евристички метод), "тоа е наставна постапка при која наставниот процес се одвива во низа прашања и одговори"<sup>12)</sup>. Всушност, на добро осмислените прашања од страна на наставникот учениците даваат одговори, низ кои плански се развива содржината која што треба да се обработи. На крајот се формулираат заклучоци, кои по потреба се запишуваат и се претставуваат графички;

- **Самостојна и практична работа на учениците** е наставна постапка која има за цел да ги оспособи учениците за самостојно решавање на задачи. Меѓутоа, се заговара и самостојно здобивање на знаења од страна на учениците. Во таа смисла Првановиќ нагласува: "ништо, до што ученикот може да дојде сам, да не му се дава во готова форма, туку да се употребат сите средства тој со самостојна работа да ги стекне"<sup>13)</sup>. Практичната работа, пак, се гледа во примената на знаењата од сметање и геометрија во решавањето на практични задачи и во секојдневниот живот.

- **Писмени и илустративни (графички) работи на учениците** започнуваат од моментот кога учениците ќе научат да ги пишуваат цифрите. Првите писмени работи се состојат во запишување на нумеричките задачи и нивните решенија. Илустративните (графичките) работи на учениците се состојат во цртање на симболи (крुकчиња, точки, цртежи и сл.), со чија помош е претставуваат количини и сметковни операции. Се напоменува дека графичките симболи треба да се применуваат откако учениците ќе бидат способни да го сфатат прикажувањето на математичките односи по графички пат;

12) Ѓорѓевиќ, М., Ѓорѓевиќ, Ж., Методика на наставата по сметање во основното училиште, Државно книгоиздателство на Македонија, Скопје, 1949, стр. 39.

13) Првановиќ, С., Методика наставе рачуна, Педагошко друштво НР Србије, Београд, 1952, стр. 27.



- **Метод на работа со учебник**, се состои во користењето на учебниците како збирки задачи или како илустративен материјал. Се препорачува овој метод да се применува уште во прво одделение, пред да се опишанат учениците. Во таа смисла сметанката за прво одделение во првиот дел треба да биде некој вид сликовница, а илустрациите треба да придонесат учениците да го восприемаат "поимот за количества и нивно бројно претставување"<sup>14)</sup>

- **Метод на демонстрација**, кој се состои во демонстрирање на постапки на цртање, разложување на геометриски слики, трансформирање геометриски слики од една форма во друга (трапез во триаголник) и сл.

Решавањето на задачите, пак, треба да биде според следнава шема: а) задачата да се прочита, б) мисловна разработка на задачата (анализа), при што се определуваат операциите што треба да се применат за решавање на задачата, в) запишување на задачата во тетратката и нејзино решавање, г) дискусија по решението на задачата.

Покрај методите на наставна работа се потенцираат и анализата, синтезата, индукцијата и дедукцијата, кои имаат значење не само како методи на научното истражување, туку и како начини на соопштување на веќе познати знаења.

Реализацијата на наставата по сметање (со геометрија) треба да се засновува на важечките дидактички принципи: нагледност, системност и постапност, трајност на знаењата, самостојност и активност на учениците и продуктивност. Во наведената литература посебно се потенцира значењето на принципот на нагледност, од причина "што само и единствено по нагледен пат децата се воведуваат во сето она што се обработува во сметањето"<sup>15)</sup>. Во таа смисла воведувањето на учениците во поимите од областа на природните броеви и операциите со нив, како и во математичкото мислење, се остварува само преку нагледност, бидејќи нивното мислење е конкретно.

Во наставата по сметање се применувани наставни средства, класифицирани како:

а) Готови наставни средства, т.е. средства изработени во фабрика или занаетчиска работилница. Во овие средства спаѓаат: училишни сметалки, аритметички сандак (содржи коцки, гредички, квадратни плочки, геометриски тела, при што коцката симболизира 1, гредичката 10, а квадратната плочка 100), метарски мерки, материјал за запознавање на обичните дробки (дрвени кружни плочки разделени на два, четири итн. еднакви делови);

б) Средства коишто може да ги изработи наставникот сам или во соработка со учениците, во кои спаѓаат: бројни слики, бројни картони, бројна лента, зидна табла за нагледно претставување на пишувањето на броеви-те, Питагорова таблица и др.;

14) Ѓорѓевиќ, М., Ѓорѓевиќ, Ж., Методика на наставата по сметање во основното училиште, Државно книгоиздателство на Македонија, Скопје, 1949, стр. 48.

15) Првановиќ, С., Методика наставе рачуна, Педагошко друштво НР Србије, Београд, 1952, стр. 11.

в) Индивидуални наставни средства, кои треба да ги има секој ученик, меѓу кои спаѓаат: сметалка, стапчиња, зрнца од пченка или грав, дрвен метар, часовник од картон и др.

Поконкретни сознанија за методичките приоди при воведувањето на математичките поими, добиваме од напред цитираната литература.

Во Раководството за учителите од долниот курс на основните училишта во Македонија за учебната 1944/45 година, покрај наставната програма по сметање и формознание со практична геометрија, се дадени и основните определби и принципи на кои е конструирана програмата, како и методички упатства за учителите за реализација на наставата по сметање во I и II одделение и формознание со практична геометрија во III и IV одделение.

Во компонирањето на програмата се поаѓало од "активниот принцип", кој се состои во тоа што "знаењата не им се даваат на децата во готов вид, а самите тие се потпомагаат да си ги спечалат"<sup>16)</sup>. Ваквата определба се оправдува со педагошкото гледиште дека најмногу е ценето она знаење што е плод на напорите на самиот ученик. Во одредувањето на редоследот на програмските содржини и методичките приоди во нивната обработка е применет комплексниот метод, при што "знаењата се стекнуваат, се здобиваат не од учебниците или од учителот, туку директно од животот, од при-родата, последната разгледувана како комплекс од најразнообразни појави и факти"<sup>17)</sup>.

Во согласност со ваквата определба е и дефинирањето на предметното учење, за коешто во Раководството се вели: "Предметно учење е целата животна средина, во која се движи детето: луѓето, животните, културата, или кажано научно - се што се случува во општествената и природната средина, што е достапно за детското разбирање и што може малку или многу да го интересира".<sup>18)</sup> Предметното учење се издига на ниво на методика на наставата по секој наставен предмет, а во основа таа се потпира на создавање можности децата да ги набљудуваат појавите и предметите, врз основа на нивните интереси, без присилување, самостојно да ги набљудуваат и сознајно да ги објаснат и да ги изразат писмено, усно, со слики, со модели и на сличен начин.

Посебно поглавје во програмата по сметање во Раководството за учителите од долниот курс на основните училишта во Македонија е **Методскиот од во сметањето**. Во него се дадени кратки методички упатства за учителите, во врска со реализацијата на содржините по сметање во прво и второ одделение. Во општите методички упатства се нагласува дека сметањето како наставен предмет не треба да биде изолирано од останатата комплексна работа на учителот. Во таа смисла учениците на секаде во непосредната околина треба да воочуваат бројни количини, за чие сознавање се потребни знаења од сметање. При изборот на задачите учениците, исто така, треба да се доведуваат во ситуација самите да ја почувствуваат потребата од знаења за броевите и операциите со нив. На

16) Раководство, стр. 5.

17) Исто, стр. 5.

18) Исто, стр. 7.

тој начин ќе се актуелизира потребата од знаења од тоа подрачје, што ќе се искористи како мотив за успешно учење.

Во наставата по сметање доминантно место треба да му се даде на принципот на нагледност и тоа сфатен според Песталоци ("Нагледноста треба да биде фундамент на сите знаења"). Во таа смисла се сметало дека до поимот природен број треба да се дојде со помош на непосредни набљудувања, кои ќе бидат основа на апстракциите што треба да настанат подоцна. Всушност, со помош на нагледноста треба да се формираат јасни поими за броевите, кои, пак, ќе бидат основа за воведување на поимите од аритметичките операции. Во одот до апстрактниот поим број, нагледноста треба да биде основа се дури учениците не се здобијат со правилни претстави за количините, т.е. постепено и внимателно да се оди од конкретното кон апстракцијата.

Воведувањето на броевите до 10 се одвива во четири етапи и тоа: подготовка, обработка на броевите од 5 до 10, поимот десетка, пишување на цифрите.

#### **а) Етапата на подготовка**

Наставата по сметање со учениците од прво одделение на почетокот на учебната година подразбира анализа на искуствата и знаењата со кои децата поаѓаат на училиште. Со таа анализа обично се открива дека скоро сите ученици знаат да бројат до 5, но тоа треба да се контролира и да се дополни, затоа што треба да биде основа за работа во втората етапа. Оваа етапа од наставата се засновува на работа со конкретен материјал и тоа со учество на повеќе сетива: вид, слух, допир. Конкретните предмети се набљудуваат, се допираат, се групираат на еден или на друг начин, при што се бројат, а треба да се практикува и броење на рамномерно повторени тоно-ви.

Кога целосно ќе се провери и дополни искуството и знаењето на учениците за броевите и броењето до 5, може да се помине на систематска работа и тоа на обработка на броевите од 5 до 10.

#### **б) Обработка на броевите од 5 до 10**

Воведувањето на секој од броевите од 6 до 10 се врши според следнава постапка:

- додавање на единица на претходниот број, така што "секој нареден број се образува од претходниот, кога кон него се додаде уште еден"<sup>20)</sup>. Тоа задолжително се прикажува со наставни средства (зрнца, грав, сметалка, стапчиња, пари, бројни слики и сл.), за да може да се активира перцептивниот механизам,

- броење до дадениот број и од него назад, при што се бројат предмети, обично оние што претходно се прикажувани. За поткрепа на броењето се инсистира на примена на бројните слики на Лај,

- броење напред и назад без предмети,

- за поконкретно осмислување на конкретните броеви се разгледуваат сите случаи на формирање на конкретниот број од броевите што му

<sup>20)</sup> Раководство, стр. 17

претходат. На пример,

6 е 1 и 1 и 1 и 1 и 1 и 1,

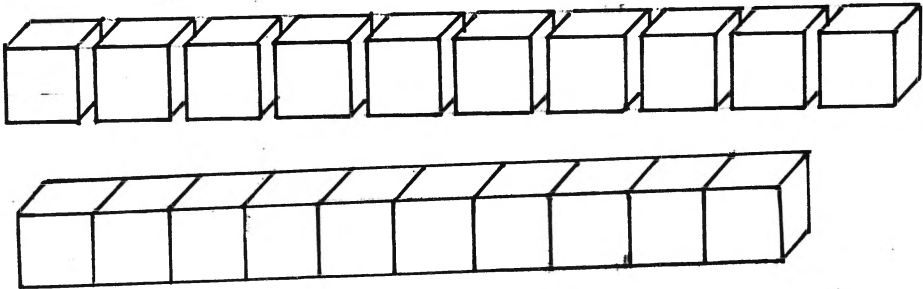
6 е 1 и 1 и 1 и 1 и 2,

6 е 1 и 1 и 1 и 3 и сл.,

- решавање на слични задачи со помош на сметалката или бројните слики.

### в) Поимот прва десетка

На сфаќањето на првата десетка се посветува посебно внимание од причина што е основа за воведување на декадниот броен систем. Појдувајќи од значењето на перцептивното искуство на учениците, што му е додавано во тој период, се прикажува "едно што има вредност колку десет", како на пример банкнота од 10 динари, која има вредност колку 10 банкноти (или монети) од по 1 динар. Тоа се илустрира и со Монтесори - стапчињата (едно стапче - десетка, колку 10 стапчиња - единици) (црт 2).



Црт. 2

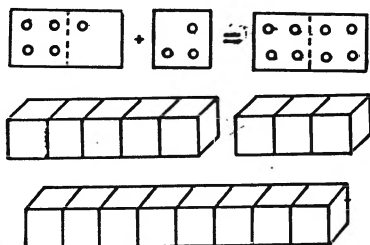
### г) Пишување на цифрите

Откако ќе се изучат броевите од првата десетка се преминува на нивното запишување. Во пишувањето на броевите се користи аналогијата на врската меѓу гласот и буквата, односно бројот и цифрата. Пишувањето на цифрите се одвива по следнава постапка:

- повторување на порано изучените цифри - читање и пишување,
- покажување картонче или хартија на која е напишана цифрата, набљудување на истата и опишување на нејзината форма,
- учителот покажува како се пишува цифрата, го објаснува секој потег што се прави со раката, по што следуваат вежби на истите потези - движење на раката во празен простор,
- подготовка на учениците за пишување на цифрата и потоа пишување во тетратката, при што учителот ги контролира учениците во пишувањето, помага, укажува, исправува,
- домашна работа која се состои во пишување на цифрата, заедно со оние што претходно се изучени, со најголема застапеност на цифрата што се изучува.

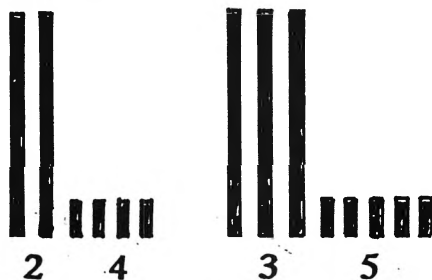
Како значаен методички проблем е истакнуван редот по кој треба да се обработуваат аритметичките операции. Бидејќи се тргнува од определбата програмата да се гради на основата на комплексниот метод, се разгледува можноста аритметичките операции во рамките на 20 да се обработуваат така што прво ќе се обработат собирањето и одземањето и тоа паралелно, а потоа множењето и делењето. Ваквиот приод во обработката на аритметичките операции се објаснува со непосредната врска меѓу спротивните операции - одземањето е постапка за одредување на непознат собиок по даден збир и другиот собиок, односно делењето е постапка за одредување на непознат множител по дадени производот и другиот множител. Меѓутоа, се бара при механизирањето на операциите тие да се вежбаат одделно.

Основа на воведувањето на собирањето е добројувањето, односно броење до даден број за неколку единици (5 + 3 значи кон 5 да се добројат 3 единици), при што се практикуваат и вежби со монтезори - стапчиња и бројни слики. На пример,



Црт. 3

Пишувањето и читањето на броевите до 100 се обработува врз основа на соодносот дециметар - сантиметар. Меѓутоа, за да погодува тоа на перцептивниот механизам на учениците, дециметрите се бележат со големи вертикални црти, а сантиметрите со мали. Така, бројот 24 се прикажува како 2 *dm* и 4 *cm*, а нагледно тоа се илустрира на следниов начин:



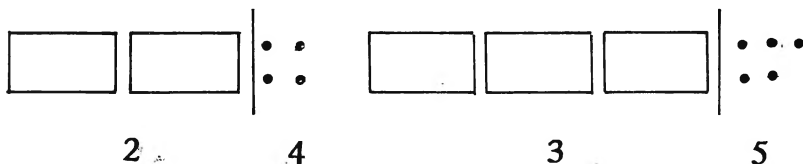
Црт. 4

При ваквиот начин на прикажување на двоцифрените броеви се бара колку вкупно сантиметри има во симболички претставените сантиметри и дециметри, за да се истакне единственоста на бројот, т.е. 2 *dm* и 4 *cm* се 24 *cm*; 3 *dm* и 5 *cm* се 35 *cm* и сл.

Постапката на обработката на читањето и пишувањето на двоцифрените броеви се поткрепува со помош на бројни слики, при што десетката се претставува со правоаголник кој го симболизира бројот 10 во број-

...

ните слики на Борн, а единиците се претставуваат со бројните слики. На пример, горните броеви се претставуваат вака:



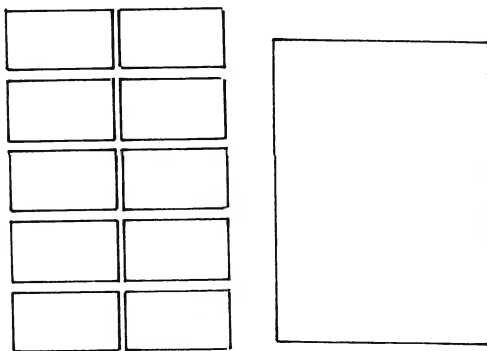
Црт. 5

Откако ќе се извршат овие подготовки, се преминува на запишување во табела, во која се означуваат десетките и единиците, односно се одредува како се пишуваат броевите во декадниот броен систем, според месната вредност.

Десетки	Единици
2	4
3	5
7	0

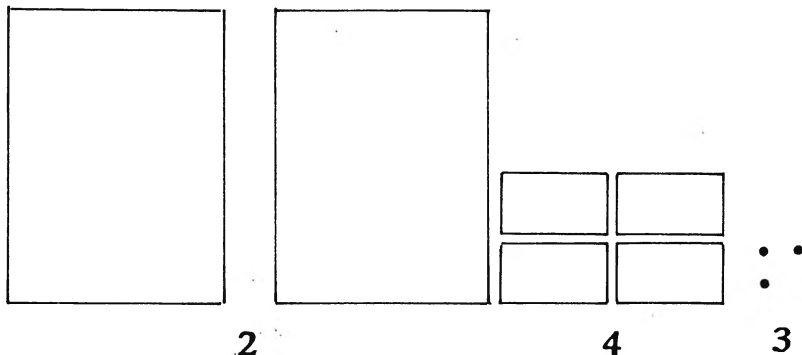
Потоа следуваат активности со пари, низ кои се утврдува соодносот меѓу 10 единици и една десетка (една десет-динарка е колку и 10 пати по еден динар), како и меѓу полните десетки (20 динари е 10 динари и 10 динари, 50 динари е 10 динари и 10 динари и 10 динари и 10 динари и 10 динари и сл.).

Броевите до 1000 се воведуваат со демонстрирање со помош на пари и тоа: 10 десетдинарки се една стодинарка (10 десетки се една стотка), десет стодинарки се една илјадарка (10 стотки се една илјада), а пишувањето на 1000 се гледа на монетата. Покрај тоа, илјада се илустрира и со бројни слики, така што 10 десетки се заменуваат со правоаголник кој ќе значи стотка:



Црт. 6

Со помош на овие симболи се илустрираат прво полни стотки, потоа стотки и десетки и на крај стотки, десетки и единици. На пример, бројот 243 се илустрира на следниов начин:



Црт, 7

По овие активности следува претставување на трицифрени броеви во табела, која содржи стотки, десетки и единици, со тоа што се истакнува и месната вредност на цифрите.

Стотки	Десетки	Единици
1	4	7
3	2	5

Натамошната обработка на читањето и пишувањето на броевите е со помош на табела, која прво се проширува до десет илјади, а потоа до милион. Илустрирањето на броевите се напушта бидејќи се смета дека тие имаат доволно искуство од набљудувањата што се вршени порано.

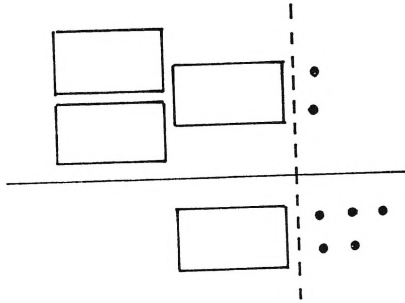
Обработка на собирањето и одземањето на природните броеви се уредува во одреден систем, при што една активност или постапка на пресметување во конкретен случај, служи како основа на наредната активност или постапка. Така, собирањето во рамките на 100, каде што станува збор за усно сметање, се обработува во следниов систем:

- собирање на полни десетки ( $20 + 50$ ,  $40 + 30$  итн.),
- собирање на полни десетки со единици ( $30 + 7$ ,  $50 + 4$  итн.)
- собирање на полни десетки со десетки и единици ( $20 + 14 = 20 + 10 + 4 = (20 + 10) + 4 = 30 + 4$ ),
- додавање на единици кон десетки и единици за дополнување на десетката ( $32 + 8 = 30 + 2 + 8 = 30 + (2 + 8) = 30 + 10$ ),
- собирање на десетки и единици со десетки и единици кога збирот на единиците не ја преминува десетката ( $43 + 25 = 40 + 3 + 20 + 5 = (40 + 20) + (3 + 5) = 60 + 8$ ),
- собирање со премин, при што се почнува со собирање кога збирот на единиците е 10, а потоа поголем од 10,

$$(37 + 23 = 30 + 7 + 20 + 3 = (30 + 20) + (7 + 3) = 50 + 10,$$

$$56 + 27 = 56 + 20 + 7 = 76 + 7 = 83).$$

Илустрирањето на собирањето се врши со помош на бројни слики на Борн, но во комбинации како при запишувањето на броевите (празен правоаголник наместо 10 крукчиња во правоаголник). На цртежов е прикажано собирање без премин, односно собирањето на броевите 32 и 15.



Црт. 8

Изучувањето на одземањето во рамките на 100 започнува со одземање на полни десетки (50 - 20 е исто што и 5Д - 2Д, односно се сведува на одземање едноцифрени броеви), а потоа веднаш се преминува на одземање со премин и тоа одземање на единици од десетки и единици, кога бројот на единиците во намаленикот е помал од бројот на единиците во намалителот. На пример, на стр. 41 во Сметанката за II одделение е прикажано одземањето  $24 - 6$  на следниов начин:

$$24 - 6 = 24 - 4 - 2 = 20 - 2 = 18.$$

Наредна етапа во обработката на одземањето е одземање од полна десетка, на десетки и единици

$$60 - 15 = 60 - 10 - 5 = 50 - 5 = 45.$$

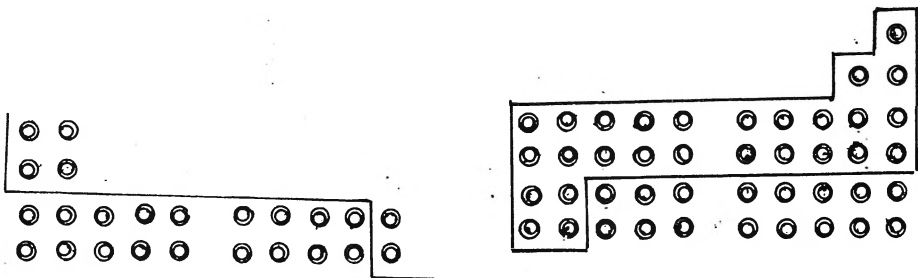
Натаму следуваат етапите: одземање десетки и единици од десетки и единици без премин,

$$48 - 16 = 48 - 10 - 6 = 38 - 6 = 32,$$

а потоа и со премин,

$$43 - 27 = 43 - 20 - 7 = 23 - 7 = 16.$$

Одземањето се илустрира со бројни слики на Борн, но со прикажување на броевите со крукчиња, десетки и единици и со прецртување на десетките и единиците (или само единиците на намалителот. Овде ќе ги прикажеме илустрациите на одземањето  $24 - 6$  и  $43 - 27$ , како штои се дадени на стр. 41 и 49 од сметанката за II одделение.



Црт. 9



Методичкиот период при воведувањето на множењето се засновува на толкувањето на множењето како собирање на еднакви собироци. На пример,

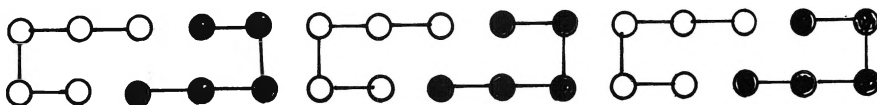
$$2 \times 5 = 5 \text{ и } 5 \quad (2 \cdot 5 = 5 + 5),$$

$$4 \times 2 = 2 \text{ и } 2 \text{ и } 2 \text{ и } 2 \quad (4 \cdot 2 = 2 + 2 + 2 + 2) \text{ и сл.}$$

Врз основа на повеќе примери учениците треба да сфатат дека множењето е скратено собирање на еднакви собироци. Во подготвителната етапа за воведување на множењето се практикуваат активности од броење напред по два, по три, по четири и сл.

Паралелно со множењето се воведува и мерењето (2 во 8 е 4; 3 во 15 е 5 и сл.). При воведувањето на мерењето се практикуваат активности од броење назад од даден број по два, по три, по четири и сл.

Табличното множење се изучува во систем и тоа во почетната етапа на овој период системот е: множење со 2, со 4, со 8, со 5, со 10, со 3, со 6, со 9 и на крајот со 7, а подоцна множење со 2, со 10, со 5, со 4, со 8, со 3, со 6, со 9 и со 7. При обработката на множењето со секој број во подготвителната етапа, се бара пример од практиката кој ќе го олесни броењето напред. Така, пред воведувањето на множењето со два се воведува терминот чифт, со три - бројот на нозете на триножно столче, со 5 - прстите на раката или петкрака ѕвезда и сл. Покрај тоа, секој случај на множење се илустрира со бројни слики. На следниот цртеж е илустрирано множењето со 5.



Црт. 10

Како средство за успешно усвојување на таблицата, пак, се препорачува Питагоровата таблица, што е прикажана подолу.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	48	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

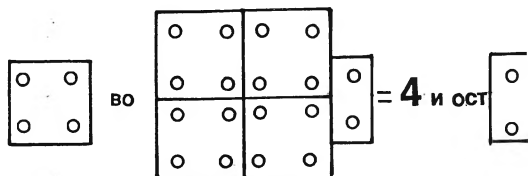
Во таблицата е прикажано како се одредува производот  $4 \cdot 7$ .

За олеснување на совладувањето на таблицата множење на учителите им се препорачува да применуваат постапки на разложување на зададен непознат производ на два поедноставни, познати производи, коишто учениците веќе ги изучиле. На пример, ако се обработува производот  $6 \cdot 8$ , тој може да се сведе на  $3 \cdot 8 + 3 \cdot 8$ .

Запишувањето на множењето е врз основа на кратко запишување на збир од еднакви собироци. На пример,  $2 + 2 + 2 + 2 = 4 \cdot 2$ ;  $7 + 7 + 7 = 3 \cdot 7$  итн. Всушност, прво се запишува бројот кој покажува колку пат е земен вториот број како собирок.

Во воведувањето и обработката на делењето се присутни два приода: воведување на делењето откако ќе се обработи множењето и мерењето и паралелна обработка на множењето, мерењето и делењето. Во врска со воведувањето на делењето во Раководството за учителите од долниот курс на основните училишта во Македонија се укажува дека тоа треба да се обработува како обратна операција на множењето. Така, врз основа на конкретни примери на множење ( $7 \cdot 9 = 63$ ), се изведува и конкретниот случај на делење ( $63:7 = 9$  и  $63:9 = 7$ ).

Делењето со остаток се обработува во исто време со делењето без остаток, така што откако ќе се обработи делењето со некој конкретен број без остаток, се работи и делењето со остаток. Тоа се воведува врз основа на практична задача или илустрација со помош на бројни слики. Овде ја прикажуваме илустрацијата на делењето на 18 со 4, од Сметанката за II одделение од М. Станаревиќ и М. Периќ, која во нашите основни училишта се применувала од 1953 до 1958 година (стр.113 во изданието од 1958 година).



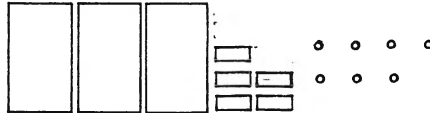
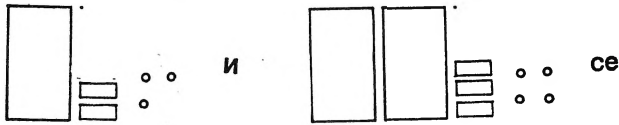
Црт. 11

По обработката на делењето со остаток со секој број од првата десетка, се воведува и дробката чиј именител е тој број, а броител е единица (по обработката на делење со четири со остаток, се обработува четвртина и сл.). Овие дробки се толкуваат преку делење на величина или број на неколку еднакви делови.

Писменото собирање и одземање се обработувани со помош на табела каде броевите се претставуваат во декадниот броен систем или како што тогаш ја нарекувале накрсница. Ваквиот приод се применувал од причина "за да бидеме сигурни дека броевите се правилно потпишани еден под друг"<sup>12)</sup>.

21) Новак, Ј., Сметанка за III одделение, Државно книгоиздателство на Македонија, Скопје, 1946, стр. 102.

Пред примената на накрсниците собирањето се илустрира со апликации на фланелограф или со цртеж на табла, како на цртежов:  $123 + 234 = ?$



Црт. 12

Во сметанката за III одделение од 1946 година вака се претставени примерите за писмено собирање без премин и со премин:

И	С	Д	Е
	1	7	3
	2	1	2
	2	0	1
	3	1	0
	8	9	6

И	С	Д	Е
	2	5	0
	1	1	6
		7	3
	3	0	4
		1	1
	7	4	3

Ваквиот приод во писменото собирање е практикуван во текот на целиот прв период. Невообичаено е од аспект на современата методика на наставата по математика обработка на оваа операција на повеќе од два собирока, каде што акцентот е ставан на потпишувањето на броевите така што единиците од ист разред да бидат едни под други и на вербалното објаснување на изведувањето на операцијата, за што зборува и текстуалното објаснување на постапката. Меѓутоа, во методиката е присутно барањето да се почнува со два собирока.

Откако учениците добро ќе ги перцепираат "накрсниците", се сметало дека може да се врши собирање и без нивна употреба, така што се продолжува со собирање на повеќе собироци, со потпишување еден под друг.

До писменото собирање се доаѓа низ систем активности од собирање во рамките на илјада, во кој секоја активност подготвува некоја од наредните. Тој систем се состои од следниве постапки:

- собирање на стотки ( $400 + 200$ ),
- собирање на стотки и десетки ( $300 + 70$ ),
- собирање стотки и десетки со стотки ( $230 + 300$ ),

$$\begin{array}{r} 230 + 300 = \\ 200 + 300 = 500 \\ \underline{500 + 30 = 530} \\ 230 + 300 = 530 \end{array}$$

- собирање стотки и десетки со десетки, во рамките на истата стотка без премин на стотката, и со дополнување на стотката,

$$\underline{420 + 50 = 470} \quad 240 + 60 = 300,$$

- собирање на стотки и десетки со стотки и десетки,

$$\begin{array}{r} 230 + 420 = \\ 230 + 400 = 630 \\ \underline{630 + 20 = 650} \\ 230 + 420 = 650 \end{array} \quad \begin{array}{r} 230 + 370 = \\ 230 + 300 = 530 \\ \underline{530 + 70 = 600} \\ 230 + 370 = 600 \end{array}$$

- собирање на десетки со премин преку 100,

$$\begin{array}{r} \underline{90 + 50 =} \\ 90 + 10 = 100 \\ \underline{100 + 40 = 140} \\ 90 + 50 = 140 \end{array} \quad \text{или} \quad \begin{array}{r} \underline{90 + 50 =} \\ 100 + 50 = 150 \\ \underline{150 - 10 = 140} \\ 90 + 50 = 140 \end{array}$$

- собирање на стотки и десетки со десетки, односно стотки и десетки со стотки и десетки со премин,

$$\begin{array}{r} 120 + 90 = \\ 100 + 90 = 190 \\ \underline{190 + 20 = 210} \\ 120 + 90 = 210 \end{array} \quad \begin{array}{r} 380 + 260 = \\ 380 + 200 = 580 \\ \underline{580 + 60 = 640} \\ 380 + 260 = 640 \end{array}$$

- собирање стотки, десетки и единици со единици,

$$\begin{array}{r} 243 + 2 = 245 \\ 240 + 2 = 242 \end{array} \quad \begin{array}{r} 235 + 7 = 235 + 5 = 240 \end{array}$$

(Во вториот случај некоректно е употребено равенството на изразите, стр.86 од Сметанката за III одделение од Ј. Новак).

- собирање на стотки, десетки и единици со десетки и единици,  
 $576 + 48 =$  (Овде е прикажано како се дадени пример-задачите, според кои учениците требало да пресметуваат.)  
 $576 + 40 = 616$   
 $616 + 8 = 624$   
 $576 + 48 = 624$

Писменото одземање се обработува по истиот методички приод како и собирањето и тоа откако собирањето ќе се обработи целосно. На писменото одземање му претходи обработка на усно одземање во рамките на 1000, според следниов систем:

- одземање на повеќекратни стотки, кое се сведува на одземање едноцифрени броеви,

$$500 - 200 = 300, \text{ бидејќи } 5C - 2C = 3C,$$

- Одземање од стотки и десетки без премин и тоа од типовите:  $540 - 40 = 500$ ,  $640 - 600 = 40$ ,  $480 - 180 = 300$ ,  $670 - 50 = 620$ ,

- Одземање стотки и десетки од стотки,

$$\underline{700 - 120 =}$$

$$700 - 100 = 600$$

$$\underline{600 - 20 = 580}$$

$$700 - 120 = 580$$

- одземање десетки од стотки и десетки со премин,

$$\underline{120 - 30 =}$$

$$120 - 20 = 100$$

$$\underline{100 - 10 = 90}$$

$$120 - 30 = 90$$

$$\underline{850 - 80 =}$$

$$850 - 50 = 800$$

$$\underline{800 - 30 = 770}$$

$$850 - 80 = 770$$

- Одземање на единици од стотки, десетки и единици, со премин,

$$\underline{153 - 5 =}$$

$$153 - 3 = 150$$

$$\underline{150 - 2 = 148}$$

$$153 - 5 = 148$$

- одземање на десетки од стотки, десетки и единици, со премин,

$$\underline{325 - 40 =}$$

$$325 - 20 = 305$$

$$\underline{305 - 20 = 285}$$

$$325 - 40 = 285$$

- одземање на десетки и единици од стотки, десетки и единици, со премин и во единиците и во десетките,

$$\underline{126 - 37 =}$$

или

$$126 - 30 = 96$$

$$\underline{96 - 7 = 89}$$

$$126 - 37 = 89$$

или

$$126 - 40 = 86$$

$$\underline{86 + 3 = 89}$$

$$126 - 37 = 89$$

$$130 - 37 = 93$$

$$\underline{93 - 4 = 89}$$

$$126 - 37 = 89$$

Во овој пример се настојува да се применуваат својствата на одземањето, односно ако намалителот се зголеми за 3 ( $37 + 3 = 40$ ), тогаш разликата се намалува за 3, затоа на 86 му се додава 3; ако намаленикот се зголеми за 4 ( $126 + 4 = 130$ ), тогаш и разликата се зголемува за 4, затоа од 93 се одзема 4. Усното одземање се работи паралелно со усното собирање.

Првите примери од писмено одземање се даваат во табела (накрсница), за да се истакне правилото на потпишување на броевите, а потоа се продолжува без неа. Овде ќе прикажеме две табели - одземање без премин (стр.111 од сметанката за III одделение од 1946 година) и одземање со премин (стр. 115 од истиот учебник):

И	С	Д	Е
	5	8	7
	2	5	5
	3	3	2

Одземањето без премин се објаснува преку собирање, односно барање на број кој собран со намалителот го дава намаленикот (5 и 2 прават 7. Бројот 2 се запишува под единиците. 5 десетки и 3 десетки прават 8 десетки. 3 десетки потпишуваме под десетките. 2 стотки и

три стотки прават 5 стотки. Бројот 3 се запишува под стотките).

Без накрсница:

587 намаленик  
 - 255 намалител  
 332 остаток или разлика

И	С	Д	Е
	4	5 <sup>1</sup>	3 <sup>10</sup>
-	2	3	8
	2	1	5

И во овој случај одземањето се изведува со "дополнување", односно објаснувањето е следново: "... бројот 8 ќе го дополниме до бројот 3. Бидејќи бројот 8 е поголем од бројот 3 и не можеме да сметаме, затоа од 5 десетки ќе земеме една десетка, ќе ја претвориме во единици и ќе ги додадеме на единиците. Сега имаме 13 единици. Разликата од 8 до 13 е 5.

Бројот 5 ќе го запишеме под цртичката. Во редот на десетките во намаленикот останале 4 десетки. Да одземеме 3 десетки од 4 десетки.<sup>22)</sup> Потоа се дава табела каде не се бележи "позајмувањето", за да се дојде до одземање без запишување во табела, при што се укажува и на постапката за проверка на добиениот резултат, односно

ако 396, тогаш 257 намалител  
 - 257 + 139 разлика  
 139 396 намаленик

Писменото множење се обработува во следниве етапи и со следниве методички постапки:

а) Множење со едноцифрен множител, при што со едноцифрениот број се множи единицата од секој разред. На пример:

4 x 236 = 800 + 120 + 24 или 236 x 4

800
120
24
944

200 x 4 = 800
30 x 4 = 120
6 x 4 = 24
236 x 4 = 944

б) Запишување на броевите во табела и тоа прво во две, а потоа во една (стр.129 од Сметанката),

С	Д	Е
2	3	6

x 4

или

С	Д	Е
	2	4
1	2	
8		
9	4	4

x 4

се дури се дојде до запишување и извршување на множењето без табела, т.е.

21) Новак, Ј., Сметанка за III одделение, Државно книгоиздателство на Македонија, Скопје, 1946, стр. 115.  
 76

$$\begin{array}{r} 236 \times 4 \\ 944 \end{array}$$

Функцијата на табелите е добро да се воочи потпишувањето на производите во разредите и пренесувањето од пониските во повисоките разреди. Табела се користи и за прикажување на множењето со двоцифрен број, при што симболички се објаснува целата постапка (стр. 132 од Сметанката):

С	Д	Е	$24 \times 23$	$3 \text{ ед. } 4 \text{ ед.} = 12 \text{ ед.} = 1 \text{ дес. и } 2 \text{ ед.}$	
	7	2		$3 \text{ ед. } 2 \text{ дес.} = 6 \text{ дес.}$	$\begin{array}{r} 6 \text{ дес.} \\ - \end{array}$
4	8				$7 \text{ дес. и } 2 \text{ ед.}$
5	5	2		$2 \text{ дес. } 4 \text{ ед.} = 8 \text{ дес.}$	$8 \text{ дес.} \quad -$
			$2 \text{ дес. } 2 \text{ дес.} = 4 \text{ стот.}$	$\begin{array}{r} 4 \text{ стот.} \\ - \end{array}$	$-$
				$5 \text{ стот. } 5 \text{ дес. и } 2 \text{ ед.}$	
				$= 552$	

в) Множење без примена на табели, со објаснување дека множењето може да започне со единиците или со десетките, при што разлика се јавува само во потпишувањето. На пример,

$\begin{array}{r} 24 \\ \times 23 \\ \hline 72 \\ 48 \\ \hline 552 \end{array}$	или	$\begin{array}{r} 24 \\ \times 23 \\ \hline 72 \\ 48 \\ \hline 552 \end{array}$
---	-----	---

Писменото делење се обработува низ истите етапи како и множењето, но на обработка на делењето се едноцифрен број се преминува откако ќе се обработи множење со двоцифрен број. Етапите во обработката на делењето со едноцифрен делител се следниве:

а) Одделно делење на единиците од секој разред со едноцифрениот делите. На пример (стр. 139 од Сметанката за III одд.),

$$\begin{array}{l} 428 : 2 = \\ 400 : 2 = 200 \\ 20 : 2 = 10 \\ 8 : 2 = 4 \\ 214 \end{array}$$

б) Претставување во табела и работа во две етапи: одделно делење на единиците од секој разред, со нивно запишување, а потоа со запишување на цифрата што ги означува тие единици, за да се подготви делење врз примена на таблица:

С	Д	Е	$: 2 = 200$
4	2	8	
4	0	0	
-	2	8	$: 2 = 10$
	2	0	
		-8	$: 2 = 4$
		0	

С	Д	Е	$: 2 = 214$
4	2	8	
-4			
0	2	8	
	-2		
	0	8	
		-8	
		0	

в) Делење со едноцифрен делител без примена на табела:

$$428 : 2 = 214, \quad \text{односно} \quad 852 : 3 = 284$$

-4	-6
2	25
-2	-24
8	12
-8	-12
=	=

Значајно е да се констатира дека содржината на секоја пример-задача е од практичен карактер, со што се актуелизира потреба од изучување на сметањето заради задоволување на секојдневните потреби на луѓето. Всушност, тие задачи имаат мотивационен карактер, што се зема како претпоставка за успешно совладување на сметковните операции од страна на учениците.

Овој методички приод се задржува до крајот на првиот период, со тоа што има одредени усовршувања во поглед на системот на пример-задачите и илустрирањето на операциите.

Што се однесува до методичкиот приод во решавањето на текстуалните задачи, се дефинира постапка од три етапи, според која треба да се дојде до решението на задачата. Во таа смисла првата етапа во решавањето е определување што е познато во задачата, односно кои величини или броеви се дадени. Втората етапа се состои во одредување што треба да се пресмета, односно која величина или број во задачата е непознат. Третата етапа, пак, се состои во правење план како да се пресмета непознатиот број или величина, што подразбира одредување на врските помеѓу познатите и непознатите броеви, од кои треба да произлезат аритметичките операции со помош на кои треба да се дојде до решението на задачата.

Посебно внимание се придава на содржината на задачите, при што се истакнува дека таа треба да биде "од комплексниот круг или од најблиската околина на детето. И најважното, задачите да се со реалност - со предметна содржина".<sup>23)</sup> Покрај тоа, "содржината на задачите треба да произлегува и од она што децата го учеле или го учат по другите наставни предмети",<sup>24)</sup> заради обезбедување на корелација меѓу наставните предмети.

Значајно е исто така, што се поставува и барањето учениците да се навикнуваат на самоконтрола на сопствената работа преку проверка на резултатите, со што кај нив ќе се развива смисла за точност и одговорност во работата, како и критичност кон резултатите од сопствената работа. Домашните работи, пак, служеле и како средство за оспособување на учениците за самостојна работа и како средство за проверка колку била успешна работата на учениците во училиштето.

23) Раководство за учителите од долниот курс на основните училишта во Македонија, Поверенство на народната просвета, Скопје, 1945, стр. 74.

24) Наставен план и програма за основните училишта, Просветно дело, Скопје, 1950, стр. 45.



Во методичките упатства за реализација на геометриските содржини, во Раководството за учителите од долниот курс, се поаѓа од почетоците на формирањето на геометријата како наука, кои се бараат во практичните потреби на луѓето. Во таа смисла се наведуваат достигнувањата на геометријата во Египет и во Стара Грација, со што се настојува да се истакне и да се оправда практичниот карактер на геометриските содржини.

Во наставната работа на учителите им се препорачуваат веќе докажаните приоди во класичната педагогија. Посебно се нагласуваат методичките приоди на Песталоци, особено во поглед на значењето и функцијата на нагледноста во наставата и воведувањето на геометриските поими. Во таа смисла учителите се упатуваат при воведувањето на геометриските поими да поаѓаат од добро организирано набљудување на предмети во природата, од кои потоа ќе се издвојуваат геометриските форми, што ќе послужи како основа за натамошното формирање на геометриските поими. Меѓутоа, се укажува и на недостатокот на појдовната точка во конструкцијата на геометриските поими, која според Песталоци е квадратот, а се препорачува "за појдовна точка во наставата да се земе предмет кој претставува некоја постојана форма, на пример училницата"<sup>25)</sup>. Така, од набљудување на училницата може да се изведат поимите: површина, плоштина, правоаголник, линија, точка, агол и сл.

Во методиката на наставната работа акцент се става на принципот на нагледност. Во таа смисла во Раководството за учителите од долниот курс на основните училишта се наведува дека: "Геометрскиот материјал може да се усвои само при полна нагледност. Не е нужно во наставата да земе учество само гледањето. Нужно е учество на сите сетива"<sup>26)</sup>. Притоа како појдовна точка треба да послужи задача со содржина од непосредната околина на учениците, со која се искажува некоја реална потреба на луѓето.

За успешно усвојување и осмислување на знаењата од геометрија се препорачуваат следниве активности со учениците:

а) *Мерење и цртање*. На мерењето и цртањето се гледало како на најзначајни активности при изучувањето на геометриските содржини, затоа што преку нив се поттикнува интересот на учениците и се олеснува нивното совладување. Меѓутоа, се фаворизира мерењето надвор од училницата - мерење на нива, во училишниот двор, во бавча и сл. Мерењето е непосредно поврзано со цртање на геометриски фигури, на што му се придава значење од повеќе аспекти: сфаќање на некои својства на фигурата, оспособување на учениците за ракување со геометриските справи, развивање на мускулатурата на прстите, развивање на чувство за убаво, прецизност и точност во работата и сл.;

25) Раководство за учителите од долниот курс на основните училишта во Македонија, Поверенство за народна просвета, Скопје, 1945, стр. 51.

26) Исто, стр. 52.

б) *Изработување модели на геометриски фигури.* При изучувањето на геометриските фигури се препорачува учениците да изработуваат модели на истите од хратија (правоаголник, агол, триаголник, круг), од дрво (метар, цилиндар, коцка, квадар) и од картон, при што треба да се практикува и боење на истите, што се сметало за мошне полезно за нивно запознавање. Изработувањето на моделот на дадената геометриска фигура треба да придонесе за воочување на нејзините суштествени својства, како и за политехнизација на наставата.

в) *Изработување на скици и планови.* Овие активности се препорачуваат за практична примена на здобиените знаења (цртање скица на училница, куќа, цртање предната страна на куќа, каде покривот има триаголна форма, а ѕидот правоаголна и сл.);

г) *Содржини и активности од другите наставни предмети, коишто се во врска со цртање, моделирање, мерење и сметање.* Со тоа се истакнува потребата од корелација на геометриските содржини со содржините од другите наставни предмети, а пред се со рачната работа и природознанието.

Конкретното воведување на геометриските поими се одвива по следниов редослед:

1. **Геометриско тело.** На предмети од непосредната околина се воочуваат различни форми, при што вниманието се задржува на геометриските, а меѓу нив посебно се истакнува квадарот. Со анализа на квадарот се истакнуваат неговите елементи: страни, рабови и темиња. Врз основа на таа анализа и со споредување со други геометриски форми, се изведуваат поимите: површина, линија, агол и точка. Тие поими се усвојуваат интуитивно, врз основа на повеќе набљудувања. Меѓутоа, квадарот (најчесто претставен со училницата, тула, модел и сл.) се разгледува во специјална положба, односно основата во хоризонтална положба, а бочните страни во вертикална положба. Тоа подоцна треба да послужи како основа за воведување на поимот прав агол. Овој поим се изведува од положбата на два раба на квадарот, кои имаат заедничко теме и едниот е хоризонтален, а другиот вертикален, кои заедно се именуваат напоредни, оттаму се изведува и дефиницијата: "Напоредните прави прават меѓу себе агол, којшто се вика прав агол".<sup>27)</sup> Интересно е како овде се дефинираат напоредните рабови: "Ако еден раб на другиот стои право, тогаш велíme дека еден на друг се напоредни".<sup>28)</sup> Ваква дефиниција не може да се прифати од логички аспект, бидејќи терминот "право", кој во случајов е составен дел на дефинирачкиот поим не е одреден (дефиниран), а не може да се прифати и интуитивно, врз основа на набљудувања, бидејќи се поврзува со специјални положби - хоризонтална и вертикална.

Остриот и тапиот агол се дефинираат врз основа на правиот, односно помал од него или поголем од него.

Квадарот е основа и за воведување на поимот правоаголник. Всушност, правоаголникот се разгледува како страна на квадарот. При обработката на својствата на правоаголникот се бара практична работа

27) Новак, Ј., Сметанка за III одделение, Државно книгоиздателство на Македонија, Скопје, 1946, стр. 65.

28) Исто, стр.

на учениците, низ која тие сами ќе дојдат до заклучок дека спротивните страни на правоаголникот се еднакви, а аглите му се прави. Квадратот не се дефинира како правоаголник со еднакви страни, туку како "четириаголник со прави агли и еднакви страни", што отстапува од логичкото правило на дефинирање со најблискиот родов поим. За пресметување на обиколката (периметарот) на правоаголникот и квадратот не се изведуваат формули, туку едноставно се пресметува збирот од должините на страните, што укажува дека не се врши генерализација, туку се останува на воопштување на постапка на пониско ниво.

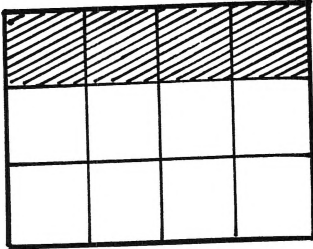
Класификацијата на триаголниците според страните и според аглите се врши врз основа на набљудување и мерење. Активностите на учениците се насочуваат на практични работи (мајсторот мери, мајсторот работи), на цртање и исечување триаголници, мерење на нивните страни и агли, со што учениците се здобиваат со знаења за некои својства на триаголниците. Меѓутоа, цртањето на одделни видови триаголници, особено според страните, без употреба на шестар, е многу сложена постапка, па оттаму малку е веројатно дека учениците тоа можат успешно да го направат. Како прилично средство за точноста на цртањето се препорачуваат ленти со гравирани сантиметри, но тоа не дава поголема гаранција дека учениците можат да го осмислат цртањето на триаголници според зададени страни. За овој проблем подоцна ќе се искаже познатиот методичар Станко Првановиќ: "Конструкцијата на триаголник кога се дадени трите негови страни ученици од оваа возраст можат само случајно да ја изведат. Кога им се покаже тие ја запомнуваат многу лесно, но нејзиното образложение не го сфаќаат. Затоа е потребно таа да се одложи за подоцна".<sup>29)</sup>

Поимот кружница се воведува врз основа на објаснување на некои практични активности, при што се обраќа внимание како таа настанува (како леарот изработува тркалезни предмети, како градинарот прави кружна леа). Откако ќе се објаснат постапките при практичните активности и ќе се воочи линијата, се набљудуваат предмети со кружна форма, каде се воочува кружницата. Поимите центар и радиус на кружницата се воведуваат пред таа да се црта од страна на учениците. Овој редослед нема сериозно методско оправдување, бидејќи со цртањето на кружницата по генетски пат се создава основа за воведување на нејзините елементи и нивно сфаќање од страна на учениците, бидејќи се поврзани или се услов кој е исполнет при цртањето.

Во IV одделение централно место во геометриските содржини зазема метриката. *Методичкиот приод* во обработката на плоштината на одделни геометриски фигури се остварува во следниве етапи:

- актуелизирање на потребата од знаења за пресметување плоштина на дадена фигура (бојадисување на училишната табла, премачкување подот на училницата, варосување ѕидовите на училницата и сл.),
- објаснување на постапката за пресметување плоштината на дадената фигура,
- вежби од практична примена на постапката за пресметување на плоштината на дадената фигура.

29) Првановиќ, С., Математика и III и IV разреду основне школе, приручник за наставнике, Завод за издавање уџбеника СР Србије, Београд, 1965, стр. 127.

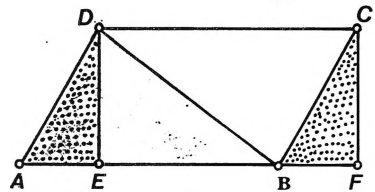


Црт. 13

димензии (производ од должината и ширината). Значи, бидејќи во еден ред од правоаголникот има  $4\text{ cm}^2$ , а има три такви редови, плоштината е  $3 \cdot 4 = 12\text{ cm}^2$ . Формула не се изведува, што значи не се прави генерализација на повисоко ниво на апстракција.

Постапката за пресметување плошина на квадрат е идентична со онаа за правоаголникот.

Постапката за пресметување на плоштината на триаголник се засновува на својствата дека плоштината на триаголникот е половина од плоштината на паралелограм со кој има иста основа и висина, односно плоштината на паралелограм е еднаква на плоштината на правоаголник со кој има иста основа, а висината на паралелограмот е еднаква со ширината на правоаголникот. Овие еднаквости се докажуваат со исекување на паралелограмот по дијагоналата и поклопување на триаголниците ABD и BCD, односно со исекување на триаголникот AED и поместување на положбата BFC, (како на цртеж. 14), при што од паралелограмот се добива правоаголник со иста плошина.



Црт. 14

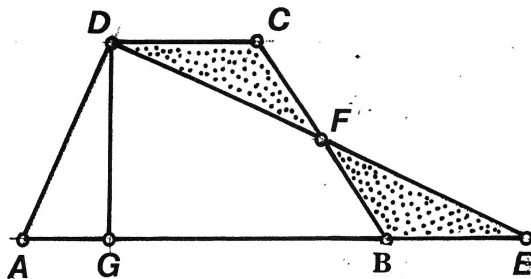
Врз основа на овие својства се изведува заклучок дека "плоштината на триаголник ќе ја пресметаме, ако ја помножиме основата со висината, а производот го поделиме со два"<sup>30)</sup>.

Постапката, пак, за пресметување плошина на триаголник се искористува за пресметување плоштината на произволен четириаголник, бидејќи секој четириаголник со една дијагонала се дели на два триаголника, а плоштината на четириаголникот е збир од плоштините на триаголниците.

Нешто посложена е постапката за пресметување плошина на траpez, која се изведува од постапката за пресметување плошина на триаголник, но откако ќе се докаже со поклопување дека траpez има иста плошина со триаголник ако основата на триаголникот е еднаква на збирот од паралелните страни на траpezот, а и висините исто така им се еднакви. Со поклопување на триаголникот FCD со триаголникот BEF,

30) Рукавина, Ј., Сметанка за ИВ одделение, Државно книгоиздателство на Македонија, Скопје, 1946, стр. 83.

трапезот се претвора во триаголник со иста плоштина (што е прикажано на црт. 15).



Црт. 15

Значајно е дека со овие активности учениците се воведуваат во докажување на математички вистини со поклопување, кое математички не е издржано, но од методички аспект е значајно. Меѓутоа, се поставува прашањето дали на оваа возраст учениците можат тоа да го прифатат во вистинското негово значење. Наше мислење е дека ваквите постапки се преуранети и треба да се практикуваат на поголема возраст, што се потврдува и со програмите и методичките постапки во наредните периоди, каде се изучува во VI одделение.

Усоените постапки за пресметување плоштина на правоаголник и квадрат се применуваат при обработката на плоштина на квадрат и коцка. Со анализа на мрежите на овие тела се доаѓа до заклучок дека "за да ја пресметаме плоштината на една коцка, треба да се најде плоштината на едниот коцкин квадрат и таа плоштина да се помножи со  $6^{31}$ ". За квадратот се утврдува дека неговите страни се правоаголници, од кои два по два се со еднакви плоштини, а плоштината на квадратот е збир од плоштините на неговите страни. Овде се користи делот од аксиомата за плоштина дека плоштината на една фигура е збир од плоштините на деловите на кои таа на некој начин е разделена.

Постапката за пресметување волумен на квадрат и коцка се обработува аналогно на плоштината на правоаголник и квадрат, само овде се бројат кубните сантиметри. Така, пресметувањето на волуменот на коцка се објаснува врз основа на избројувањето на кубните сантиметри во кубниот дециметар, односно на кубните дециметри во кубниот метар. За да се создаде можност за броење, се користи модел на коцка чии страни се поделени на квадратни сантиметри, со што се создава претстава за кубните сантиметри. Со избројувањето на  $10\text{ cm}^3$  во еден ред, 10 такви редови со  $10 \cdot 10 = 100\text{ cm}^3$  и 10 слоеви со по  $100\text{ cm}^3$ , се добиваат  $10 \cdot 100 = 1000\text{ cm}^3$ , односно  $10 \cdot 10 \cdot 10$ , што значи дека волуменот на коцката се добива ако нејзиниот раб се помножи три пати сам со себе.

На ист начин се изведува и постапката за пресметување волумен на квадрат, со тоа што наместо кубен дециметар или кубен метар, се применува модел на квадрат, на кој страните, исто така, се поделени на

31) Келкоцев, И., Сметанка со геометрија за IV одделение, Просветно дело, Скопје, 1953, стр. 160 - 161.

квадратни сантиметри, што овозможува броење на кубните сантиметри и изведување на заклучок дека волуменот на квадарот е производ од неговите димензии.

### III.2.3. УЧЕБНИЦИТЕ ПО СМЕТАЊЕ (СО ГЕОМЕТРИЈА)

Недостигот на стручни кадри во Македонија, особено во периодот од 1945 до 1952 година, се чувствува и на полето на обезбедување учебна литература за наставата по математика од I до IV одделение на основното училиште, како и на прирачна литература за наставниот кадар. Задоволувањето на овие потреби е остварувано преку преводи од други центри во тогашна ФНР Југославија, а пред се од Загреб, Белград и Љубљана.

Првите учебници по математика за II, III и IV одделение на основното училиште на македонски јазик се превод на соодветните учебници од Хрватска во 1946 година и тоа: - Сметанка за II одделение од Маријан Колетиќ и Фрањо Филиповиќ, во превод на Саржо Аврамовски;

- Сметанка за III одделение од Јулие Новак, во соработка со Фрањо Филиповиќ и Јосо Рукавина, во превод на Климе Секуловски;

- Сметанка за IV одделение од Јосо Рукавина, во соработка со Јулие Новак и Фрањо Филиповиќ, во превод на Климе Секуловски.

Овие учебници биле во употреба се до 1950 година, кога за III и IV одделение се прифатени преводи на учебниците од Србија и тоа:

- Сметанка за III одделение од Трајко Михаиловиќ и Добрица Михаиловиќ, во превод на Илија Келкоцев, и

- Сметанка за IV одделение од Богдан Шарановиќ, Ѓорѓе Мандиќ и Владимир Живковиќ, во превод на Илија Келкоцев.

Промена на учебникот за II одделение е извршена во 1952 година, кога е преведен и пуштен во употреба учебникот Сметанка за II одделение од Владо Рапе, Андреј Сежун и Рудолф Завршник, во превод од словенечки јазик на Ташко Пецевски.

Во 1953 година за прв пат е издаден учебник по математика за наставата од I до IV одделение на основното училиште од македонски автор - Сметанка со геометрија за IV одделение од Илија Келкоцев. Во 1956 година, пак, за прв пат е издаден учебник за I одделение - Сметанка за I одделение од Драгољуб Вељановиќ и Михаило Станоевиќ, во превод од српски јазик на Спасија Шуковиќ. Истата година за II одделение е издаден учебникот Сметанка за II одделение од Мирко Станаревиќ и Милош Периќ, во превод од српски јазик на Јован Станковиќ и Душан Вузовски, а за III одделение Сметанка со геометрија од Илија Келкоцев, што е втор учебник од македонски автор. Овие учебници, заедно со Сметанката со геометрија за IV одделение од Илија Келкоцев се во употреба до учебната 1959/60 година, т.е. до крајот на првиот период.

За наставата на јазиците на националните малцинства во 1951 година се обезбедени учебници за III и IV одделение на турски јазик, во 1952 година и за II одделение, а од 1956 година и за I одделение. За наставата на албански јазик во 1954 година е обезбеден учебник за III од-

одделение, а од 1956 година за сите четири одделенија. Овие учебници се преводи на прифатените учебници за наставата по македонски јазик, на јазиците на националните малцинства.

Концепцијата на овие учебници има неколку карактеристики, низ кои може да се согледаат и методичките сфаќања од тој период, за што веќе стана збор. Меѓутоа, треба посебно да се нагласат следниве концепциски карактеристики:

а) актуелизација на потребата од знаења од сметање и геометрија преку соодветни задачи од непосредната детска околина, со содржина од секојдневниот живот. Во таа смисла учебниците претставуваат збирки задачи, во кои задачите се групирани во наслови според практичното значење на математичките знаења. овие наслови можат да се групираат во неколку подрачја и тоа:

- наслови поврзани со секојдневните потреби на човекот, како што се: нашата градина, во млекарницата, во книжарницата, кај дрводелецот, кај кондурацијата, земјоделецот продава, содсрот смета, кој штеди има, колку арчине за храна и сл.,

- наслови поврзани со изградбата на земјата и историските споменици, како што се: ударничка работа, обнова на нашето село, собирна акција за настраданите во војната, историски споменици и сл.,

- наслови поврзани со воведувањето на мерењето и величините, како што се: на железничката пруга, патот до училиштето, дрво и јаглен за мерење, земјоделецот мери на нива, мајсторот мери и сл.

б) Аритметичките операции се воведуваат врз основа на пример-задача, при што при усното сметање е прикажан само еден "чекор" од работата, поврзан со претходно изучен материјал. На пример, при одземањето со премин во рамките на првата стотка е дадена пример-задачата

$$43 - 27 = 43 - 20 - 7,$$

во која првата етапа ( $43 - 20$ ) е претходно обработена. Работата натаму продолжува со објаснување од страна на наставникот. Во обработката на писменото сметање во учебниците се дава објаснување на постапката и тоа сите етапи од работата.

в) Воведувањето на новите поими, операции и постапки во изведување на операциите и пресметувањата се илустрираат, најчесто со бројни слики или табели (накрсници), за да се подредат на перцептивниот механизам на учениците, односно на перцептивно-претставниот приод во обработката на природните броеви и операциите со нив, што е во согласност со прифатените методски определби од тој период.

На перцептивно-претставниот приод се подредува и воведувањето на геометриските поими, при што се почитуваат приодите на Песталоци во редоследот на воведувањето на истите, со појдовна основа-квадратната форма.

г) По обработката на секоја сметковна операција се практикува решавање на задачи со кои таа треба да се механизира, до степен на автоматизација. Бројот на овој тип задачи е прилично голем, се движи дури и до 50, што претпоставува и упорна работа од страна на учениците.

д) Во учебниците се среќаваат задачи со занимлива содржина-гатанки по сметање, магични квадрати, шари и занимливи геометриски цртежи и сл.

Учебниците се концепирани така што со нив, пред сè, треба да се актуелизира потребата од математички знаења, поради нивната практична примена и неопходната потреба на човекот во секојдневниот живот. Во таа смисла учебниците претставуваат збирки задачи, во кои задачите се групирани по наслови според практичната примена на математичките знаења. Овие наслови можат да се групираат во неколку подрачја:

- наслови поврзани со секојдневните потреби на човекот, како што се: нашата градина, во млекарница, во книжарница, кај дрводелецот, кај кондурацијата, земјоделецот продава, ѕидарот смета, кој штеди има, колку трошиме за храна и сл.,

- наслови поврзани со изградбата на земјата и историските споменици, како што се: ударничка работа, обнова на нашето село, собирна акција за настраданите во војната, историски споменици и сл.,

- наслови поврзани со воведувањето на учениците во мерењето, како што се: крај железничката пруга, патот до училиштето, дрва и јаглен за мерење, земјоделецот мери на нива, мајсторот мери и сл.,

- наслови со чисто математичко значење, како што се: агли (видови агли), делови од единицата (обични дробки), мерки за тежина, како се пишуваат броевите, сметање со цели броеви, писмено делење и сл.,

- наслови кои се однесуваат на некоја практична дејност, а во заграда е дадено математичкото значење на содржините, како што се: градиме куќи (круг на броевите до 10 000), во една продавница со мешани производи (множење и делење), на фурна (собирање и одземање на дробки со еднакви именители), мајсторот мери (видови триаголници) и сл.

Основниот текст во учебникот за II одделение се состои од задачи, кои се подредени на пример-задачата, која се дава како модел според кој треба да се изведува техниката на сметањето. Секоја пример-задача е поткрепена со бројни слики, што е во согласност со прифатениот перцептивен приод во обработката на броевите и операциите со нив. Задачите што следуваат по пример-задачите се концепирани така што служат за вежбање на техниката на операцијата која што се обработува.

Во учебниците за III и IV одделение во основниот текст се содржани и објаснувања на техниката на извршувањето на операцијата. Така, при воведувањето на множењето со двоцифрен број во III одделение во учебникот е даден следниов текст:

$\begin{array}{r} 24 \times 23 \\ 72 \\ + 48 \\ \hline 552 \end{array}$	<p>"Да помножиме прво со 3 единици. 3 ед x 4 ед = 12 ед = 1 дес и 2 ед. 2 единици ќе потпишеме, а една десетка ќе ја помниме и ќе ја додадеме кон десетките. 3 ед x 2 дес = 6 дес + 1 дес од порано = 7 дес, што ќе ги потпишеме."</p>
---	--

Сега ќе помножиме со десетките. 2 дес x 4 ед = 8 дес. 8 десетки ќе ги потпишеме под десетките. 2 дес x 2 дес = 4 стотки, кои ќе ги потпишеме под стотките".<sup>32)</sup>

<sup>32)</sup> Новак, Ј., Сметанка за III одделение, Државно книгоиздателство на Македонија, Скопје, 1946, стр. 133.



Обработката на геометриските поими е според шема: набљудување на илустрација и нејзино објаснување; воочување и истакнување на битните својства на поимот; дефинирање на поимот врз основа на воочените својства. Илустрациите се поврзани со природни предмети со геометриска форма, а потоа "чисти" геометриски форми. Во врска со набљудуваните предмети често се поставуваат прашања, а во заграда се даваат одговорите на поставените прашања. На пример, "Што има секој триаголник? (3 страни и 3 агли)"<sup>33)</sup>.

Илустрациите се подредени на перцептивниот природ во методиката на наставната работа. Во таа смисла тие треба да остават перцептивен впечаток за одредена бројна количина, која потоа симболички се изразува со број или како операција со броеви. Посебно место во нив заземаат бројните слики на Борн, со чија помош се воведуваат броевите и операциите со нив. Како поткрепа на бројните слики се употребуваат илустрации со пари, со накрсници или со некои природни предмети, во кои може да се согледа бројна количина, како што се: стапчиња, колца и сл. Значаен дел од илустрациите се поврзани со практични активности на луѓето, со цел да се истакне практичната примена на знаењата од сметање и геометрија.

Во учебниците се застапени прашања и задачи од различни типови. Некои прашања се поставени така што одговорот е со дополнување. На пример, "Во декември, јануари и февруари е зима. Кажи ги другите годишни времиња".<sup>34)</sup> На некои прашања, пак, се одговара откако ќе се изврши некоја практична активност - броење, мерење, набљудување и сл. Значајно внимание е посветено на прашањата што произлегуваат од извршено набљудување. Во тие случаи прашањата се однесуваат на некое битно својство на набљудуваниот објект, а често во заграда се дава и одговор на поставеното прашање.

Во учебниците преовладуваат два типа задачи и тоа нумерички и текстуални. Нумеричките задачи се во функција на со-владувањето на техниката на одредена сметковна операција. Текстуалните задачи пак, покрај вежбањето на техниката, имаат за цел да ги оспособуваат учениците за анализирање и да ги применуваат здобиените знаења од сметање и геометрија за практични потреби на човекот во секојдневниот живот.

Пример-задачите се практикуваат кога учениците се упатуваат во постапките на сметковната операција која се обработува или да се прикаже начинот на решавање на одреден тип текстуални задачи. При вториот тип пример задачи се објаснува и практичната постапка. На пример, "Иван купил една книга за 43 динари. Дал една стодинарка. Трговецот му ја земал стодинарката, му вратил кусур и зборувал: 43 и се-

---

33) Рукавина, Ј., Сметанка за IV одделение, Државно книгоиздателство на Македонија, Скопје, 1947, стр. 80.

34) Колетик, М., Филиповиќ, Ф., Сметанка за II одделение, Државно книгоиздателство на Македонија, Скопје, 1946, стр. 38.

дум се педесет динара и педесет прават сто динара: прво му вратил 7 динари и уште педесет динари".<sup>35)</sup> После пример-задачата следуваат неколку слични кои се решаваат на истиот начин.

Стилог и јазикот во овие учебници е разбирлив за учениците, што го олеснува читањето и разбирањето на текстот. Меѓутоа, долгите објаснувања на одредени постапки при сметањето создаваат одредени тешкотии во сфаќањето и разбирањето на истите.

Гледано во целина, концепцијата на учебниците одговара на времето и условите во кои тие се работени; соодветствуваат на прифатената методика; прифатени се од страна на учителите и според резултатите од анкетата што ја извршивме со учители од тој период, "придонесот што го дале во успешната реализација на наставната програма може да се оцени како добар".

## II.2.4. НАСТАВЕН КАДАР

Еден од најсериозните проблеми со кој се соочила просветната власт во Македонија во 1944/45 година бил обезбедувањето на наставен кадар. Имено, во декември 1944 година во Македонија биле затечени само 337 учители, а потребите од ваков профил на кадар се проценувани на 3000.\* Врз основа на согледувањата за ваквите неповолни состојби, Президиумот на АСНОМ на седницата одржана на 2 септември 1944 година донел заклучок во наставно-воспитната работа да бидат ангажирани и младинци со пониска училишна подготовка, дури и лица кои немаат доволно образование, но имаат склоност за вршење учителска работа.\*\* За оспособување на овие младинци за учителска дејност се организирани секурсеви. Првиот курс бил одржан во септември 1944 година, во траење од 3-4 дена. На тој курс на слушателите им се давани основни методички упатства за вршење на учителската дејност. За предавачи на курсот биле ангажирани професори од средни училишта, просветниот инспектор од соодветното подрачје и учители со оформено учителско образование. Професорот - педагог држел 2-3 часа предавање во врска со основните педагошки поими (воспитание, образование, настава и др.). Чест бил случајот овие предавања да ги држи просветниот инспектор, поради тоа што немало доволен број професори за да ги задоволат потребите на сите подрачја во Македонија. Поголемо внимание на тој курс се посветувало на практичното оспособување на слушателите за вршење на учителската дејност. Во таа смисла учители со завршено учителско образование пред слушателите држеле практични предавања, зборовале за планирањето, подготовката и изведувањето на наставата и сл.

Решение за организирање на учителски курсеви е донесено во април 1945 година.\*\*\* Систематското оспособување на курсистите за учителска дејност започнало во летото 1945 година. За таа цел се орга-

35) Новак, Ј., Сметанка за III одделение, Државно книгоиздателство на Македонија, Скопје, 1946, стр. 105.

\* Архив на Македонија, Скопје, фонд: АСНОМ, к. 8, Извештај на Поверенството за народна просвета од 1.III 1945 година.

\*\* Архив на Македонија, Скопје, фонд: АСНОМ, 1944, к. 2, Записник бр. 3 од седницата на Президиумот на АСНОМ, 1944, одржана од 2. до 5.09.1944 година.

\*\*\* Службен весник на ФЕ Македонија 1/45.

низирани два вида курсеви и тоа:

- виши, (за редовни основни учители) и
- нижи (за времени основни учители).

На вишиот курс за редовни учители, наречен уште и "прв курс", се примани лица кои имале завршено VI, VII или VIII клас гимназија, III или IV клас учителска школа, трговска академија, богословија или друго средно училиште. На овој курс се примени и студенти со еден или повеќе семестри на некој од факултетите. Вишиот курс траел едно тримесечје и по неговото завршување курсистите добивале свидетелство кое имало ранг на завршено средно образование, поточно оформено учителско образование. На тој начин во 1946 година низ вишите курсеви во Скопје и Битола со вакво свидетелство се здобиле 136 курсисти\* од кои 126 за наставата на македонски наставен јазик и 10 за наставата на албански јазик. Во наредните години бројот на курсистите на вишиот курс се намалува, така што во 1950 година овој курс го завршиле 54 курсисти на македонски наставен јазик. Намалувањето на бројот на курсистите се должи, воглавно, на вклучувањето на младината во редовното средно образование.

На нижиот курс се примани кандидати со завршен III, IV или V клас гимназија, I клас учителска школа или соодветни класови на други средни училишта. Нижиот курс траел две до три тримесечја и по неговото завршување курсистите добивале свидетелство за завршено средно образование, односно оформено учителско образование. Кандидатите кои го посетувале првиот од овие курсеви - првото тримесечие, биле назначувани како времени учители, до оформувањето на образованието, кога станувале редовни учители.

Тримесечните учителски курсеви се одржувале за време на летниот распуст, односно започнувале со работа на 10 јули и завршувале на 30 септември. Наставата на овие курсеви била организирана според наставен план и програма изработени од страна на Министерството за народна просвета на Македонија. Тие биле слични на плановите и програмите на учителските школи, со застапеност на општообразовни, педагошки, психолошки и особено методички наставни подрачја. За предавачи на курсевите биле ангажирани искусни и познати професори од учителските школи и гимназиите, како и истакнати околиски просветни инспектори. Покрај теориските предавања од областа на методиката на наставната работа биле одржувани и практични предавања.

Во 1945 година во Македонија биле организирани четири нижи тримесечни учителски курсеви во Скопје и Битола, кои успешно ги завршиле 817\*\* курсисти, од кои 461 на македонски наставен јазик, 244 на албански наставен јазик и 112 на турски наставен јазик. Од запишаните курсисти во Скопје и Битола во 1946 година курсевите успешно ги завршиле 690\*\*\* курсисти, од кои 268 на македонски наставен јазик, 306 на албански наставен јазик и 119 на турски наставен јазик. Во 1947 година, покрај Скопје и Битола, нижи учителски курс е организиран и во Штип. Од опфатените курсисти во таа година учителско образование стекнале

\* Архив на Македонија, фонд: Министерство за народна просвета на Македонија, к. 73.

\*\* Исто, к. 73.

\*\*\* Исто, к. 73.

308\* курсисти, од кои 251 на македонски наставен јазик, 28 на албански наставен јазик и 29 на турски наставен јазик. "По пат на скратено школување (преку курсеви н.з.) завршиле 358 основни учители за наставата во нижите одделенија на основните училишта".<sup>37)</sup>

Значајна помош на учителите-почетници во остварување на наставата им давале просветните инспектори, кои биле од редот на афирмираните учители. Имено, тие често ги посетувале учителите и им давале стручни совети и практични упатства во врска со планирањето и остварување на наставата; еднаш месечно, кога учителите ја подигале платата од околинскиот центар, биле организирани стручни советувања, на кои инспекторот обработувал некое теоретско прашање, обично од областа на педагогијата или методиката, а некој од учителите настапувал со практичен приказ на некоја наставна единица. Покрај тоа, во текот на учебната година биле одржувани состаноци со учителите по пунктските, на кои е правена анализа на состојбите во наставата, организирани се предавања од областа на методиката и практичен приказ на наставен час.

За да им се помогне на учителите во планирањето и подготовката на наставата, често инспекторите изготвувале годишни, месечни и седмични распределенија на материјалот и ги доставувале до учителите од подрачјето.

Напоредно со работата на учителските курсеви започнало и редовното школување на ученици во учителските школи. Така, со Решение на Президиумот на АСНОМ, донесено на Дванаесетата седница, одржана во декември 1944 година, отворена е учителска школа во Скопје.\*\* Таа започнала со работа на 1.03.1945 година. Во учебната 1945/46 година започнала со работа учителската школа во Штип, а од учебната 1946/47 година и учителската школа во Битола.\*\*\*

За обезбедување наставен кадар на јазиците на припадниците на националните малцинства - (албански и турски), во учебната 1947/48 година при учителската школа "Никола Карев" - Скопје, се отворени паралелки на албански и на турски јазик. Паралелките на албански јазик во учебната 1950/51 година се преместени во Тетово, како самостојна учителска школа "Лирија", која подоцна е пренесена во Скопје, под името "Зеф Љуш Марку".

По овие активности на просветните власти во Македонија, може да се каже дека состојбите со наставен кадар за наставата од I до IV одделение значително се подобри, во однос на годините по Втората светска војна. Тоа е од големо значење за натамошниот развој на основното образование, особено во поглед на подигањето на наставата на повисоко квалитативно ниво. Поконкретни сознанија за нивото на подготвеноста на наставата по сметање, по завршувањето на курсевите, односно учителските школи, добивме од искажувањата на наставниците во

\* Архив на Македонија, фонд: Министерство за народна просвета на Македонија, к. 73.

37) Вењковиќ, Д., Школување на наставничките кадри, 20 години образование, култура и наука во СР Македонија, Нова Македонија, Скопје, 1966, стр. 37 - 40.

\*\* Архив на Македонија, фонд: АСНОМ, 1944, к. 4, Решение за воспоставување на учителска школа во Скопје, Службен весник на ФЕ Македонија бр. 1/45.

\*\*\* Архив на Македонија, фонд: Министерство за просвета на НРМ, к. 58.

анкетата што ја спроведовме. Според резултатите од анкетата може да се смета:

1. Со знаењата што ги здобиле низ наставата на курсевите и редовното образование во учителските школи, учителите биле добро подготвени за успешно изведување на наставата по сметање со геометрија;

2. Со учителите редовно биле организирани активности за унапредување на наставата. Тие активности најчесто ги организирале просветните инспектори, а во нивното остварување, покрај инспекторите, учествувале и професори од учителските школи и гимназиите, како и истакнати учители - практичари, кои најчесто изведувале практични прикази на одредени наставни единици;

3. По 1949 година поинтензивно се користи и методичката литература. Имено, во таа година на македонски јазик е преведена Методиката на наставата по сметање од Марија Ѓорѓиевиќ и Живојин Ѓорѓевиќ, отпечатена во доволен број и била достапна на сите учители. Покрај тоа, според резултатите од анкетата, за настава по сметање со геометрија се користени: Методиката на наставата по сметање од Станко Првановиќ (издадена 1952 година), а подоцна и Методика I, во редакција на д-р Перо Шимлеша. Со тоа, исто така, се дава значаен придонес во подигањето на квалитетот на наставата по сметање со геометрија;

4. Според сознанијата од интервјуата со компетентни лица од тој период (околиски просветни инспектори), учителите својата воспитно-образовна дејност ја обавувале со големо воодушевување, со голем напор и одговорност во работата и сопственото стручно усовршување, со желба за унапредување на сопствената практика. Во зависност од условите во коишто наставата е изведувана, остварените резултати можат да се сметаат за добри.

## **II.2.5. НЕКОИ ОЦЕНКИ НА РАЗВОЈОТ НА НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА ОД I ДО IV ОДДЕЛЕНИЕ ВО ПРВИОТ ПЕРИОД**

Врз основа на напред изнесените сознанија за развојот на наставата по математика од I до IV одделение во периодот од 1944/45 до 1958 година, градени врз анализата на содржината на наставните планови и програми, упатствата за нивното остварување, објаснувањата на програмите, методичката литература што е користена во тој период, како и од сознанијата од анкетата и интервјуата што ги спроведовме, можат да се дадат следниве оценки за развојот на оваа дејност:

1. За наставата по сметање, односно сметање со геометрија во наставниот план е одредуван фонд на часови кој се движи од 23,66% (според наставниот план од 1949 година), до 27,71% (според наставниот план од 1957 година). Значи, за наставата по сметање (со геометрија) биле наменети околу една четвртина од фкупниот фонд часови, што може да се смета како реален фонд, одреден врз основа на местото и функцијата на овој наставен предмет во основното училиште.

2. Наставната програма е концепирана според тогашните дидактички мерила и критериуми, со одредување на задачите и содржината на наставата и соодветно објаснување. Во разгледуваниот период програма-

та претрпела повеќе промени. Во менувањето на програмата раководно начело било нејзино натамошно усовршување и прилагодување на можностите на учениците. Во таа смисла, во секоја промена на програмата приоритетно значење е давано на две гледишта на истата и тоа:

- Намалување на обемот на програмата и растоварување на истата од содржините за кои се сметало дека се со поголема длабочина во однос на можностите на учениците. Во таа насока од програмата се изоставени содржините коишто се однесуваат на операциите со децималните броеви, простото правило тројно, пресметување плоштина и волумен на одредени геометриски фигури и сл.,

- натамошно изградување на конзистентна логичка структура на наставните содржини во програмата.

Ваквите промени во наставната програма по сметање (со геометрија) придонеле таа значително квалитативно да се подобрува и да достигне ниво кое, може да се смета значителен напредок, (ги следи развојните токови во наставата по математика во Европа). Всушност, таа се развива напоредно со развојот на наставата по математика во земјите од Источна Европа, со значително влијание на Советскиот воспитно-образовен систем.

3. Со задачите на наставата по сметање (со геометрија) се определуваат најнеопходните знаења со коишто учениците треба да се здобијат. Во таа смисла во задачите се истакнуваат барањата во однос на:

Сигурни знаења за четирите аритметички операции со природните броеви;

Знаења за единиците мерки и нивната практична примена;

Основни знаења за геометриските фигури.

Во задачите и упатството за остварување на програмата видливо е потенцирано инсистирањето на примената на здобиените знаења за потребите на човекот во секојдневниот живот. Тоа може да се објасни со завршниот карактер на четиригодишното основно училиште во првиот дел на овој период, како и од се уште присутното влијание на трудовото училиште. Според тоа, што се однесува на задачите на наставата по сметање (со геометрија) во првиот период, приоритет се дава на образовните задачи, а се запоставуваат функционалните и воспитните задачи.

4. Во "Раководството за учителите од долниот курс на основните училишта до Македонија" за учебната 1944/45 година, математичкото образование на учениците е предвидено со два наставни предмети: сметање и формознание со практична геометрија, што е спротивно на ставовите на меѓународните организации за наставата по математика (Меѓународната комисија за наставата по математика). Оваа слабост подоцна е надмината со спојување на математичките содржини во единствен предмет - сметање. Имено, веќе во привремениот наставен план од 1945 година е застапен само наставниот предмет сметање, во чии рамки се и содржините од геометријата.

Од 1949 година доаѓа до одредена стабилизација на наставната програма, меѓутоа врската меѓу аритметичките и геометриските содржини и понатаму е повеќе формална. Геометрскиот материјал во сите програми (за секое одделение) се наоѓа на крајот, насловена како "Поими од геометрија". Со тоа не се даваат доволно можности некои геометриски

содржини да ја олеснуваат обработката на аритметичките или да придонесуваат за нивно осмислување и обратно. Сепак, стои оценката дека е направен одреден чекор напред кон интеграција на содржините, посебно со одредени решенија во учебниците, издадени по 1952 година.

5. Содржините од природните броеви и операциите со нив се "носечкиот" дел на програмата по сметање и се програмирани според моделот на концентрични кругови. Според тој модел во I одделение се изучуваат броевите до 20 и операциите со нив, во II одделение се изучуваат броевите до 100, во III до 1000, со проширување се изучуваат броевите до 10000, и во IV одделение се изучуваат броевите до 1000000. Ваквиот приод во програмирање то на наставните содржини од оваа подрачје е во согласност со прифатените ставови во методиката на наставата по сметање од тој период. Меѓутоа, постои двоумење за редоследот на воведувањето на аритметичките операции собирање и одземање во прво одделение, и таа е присутна во објаснението на програмите, а решена е на тој начин што се препорачува прво да се обработи собирањето, а потоа одземањето, што не е најпогодна методичка постапка. Оваа двоумење во учебниците е решена поинаку, односно собирањето и одземањето се работат напоредно, што е подобро методичко решение. Имено, решенијата на овој проблем што подоцна се прифатени во методиката на наставата по математика покажуваат дека најцелосна и најдобра методичка постапка е прво да се воведува собирањето во рамките на првите 3 до 4 броја, а потоа напоредно да се обработува собирање и одземање. Напоредната обработка на собирањето и одземањето уште од почетокот доведува до механичко сфаќање на одземањето и до формализам во знаењата на учениците.

Во методичките упатства во врска со воведувањето на множењето и симболиката на неговото запишување има одредени недоследности. Поточно, учителите правилно се насочуваат на тоа множењето да го воведат како збир на еднакви собирок, но не се дава конкретното значење на записот  $a \times b$  - "бројот  $b$  да се земем како собирок  $a$  пати", туку се дозволува двојно објаснување. Така, на стр.72 од "Раководството за учителите од долниот курс на основните училишта во Македонија" стои:

$$\begin{aligned}2 \times 5 &= 5 \text{ и } 5, \\4 \times 2 &= 2 \text{ и } 2 \text{ и } 2 \text{ и } 2 \\3 \times 8 &= 3 \text{ и } 3 \text{ и } 3 \text{ и } 3 \text{ и } 3 \text{ и } 3 \text{ и } 3 \text{ и } 3,\end{aligned}$$

што значи дека  $2 \times 5$  покажува дека бројот 5 треба да се земе како собирок 2 пати, а производот  $3 \times 8$  се објаснува обратно, односно бројот 3 да се земе како собирок 8 пати.

Во Сметанката за I одделение е прифатен првиот, од денешно гледиште правилниот приод, што значи во практиката оваа недоследност е надмината исправно.

Што се однесува пак, до таблицата множење, како олеснување за нејзино совладување се препорачува "раздвојување" на даден производ на збир од два помали, коишто на учениците им се познати. Од математичка гледна точка тоа значи примена на дистрибутивниот закон на множењето во однос на собирањето. Меѓутоа, ваквиот приод, најчесто, множењето го прави посложено, поради повеќето можности за такво "раз-

....

двојување", без постоење на правило за одредување на најповолниот начин. Така,

$$7 \times 5 \text{ е } 2 \times 5 + 5 \times 5, 1 \times 5 + 6 \times 5, 4 \times 5 + 3 \times 5,$$

што значи не може да се одреди која варијанта е најповолна. Ваквите активности можат да придонесат за продлабочување на знаењата на учениците (запознавање на законитостите на множењето), а не за здобивање на основните знаења од табличното множење. Во прилог на тоа ќе наведеме дека во современите методички приоди при обработката на табличното множење вакви "раздвојувања" не се применуваат.

6. Обработката на геометриските поими е врз основа на методички приод што произлегува од сфаќањето на Песталоци дека треба да се поаѓа од една геометриска фигура (квадрат) и од неа да се изведуваат позначајните геометриски поими. Во наставната програма од првиот период е прифатено таа, појдовната точка да биде геометриска форма од непосредната околина, геометриска форма на квадар (најчесто училницата) и од неа да се изведуваат останатите геометриски поими: права линија, агол, прав агол, правоаголник, квадрат, рамнина и сл. Но ваквиот приод не обезбедува систематско изучување на геометриските поими. Покрај тоа, не е во согласност со сознанијата на психологијата, посебно на Пијаже и неговата школа, дека децата прво ги сфаќаат тополошките поими. Дека овој приод има многу слабости може да се заклучи и врз основа на податокот дека подоцна тој е напуштен.

7. Што се однесува на методиката на наставната работа, за што може да се зборува врз основа на методичките упатства во "Раководството", објаснувањата на Програмата и користената методичка литература од тој период, можат да се изведат следниве особености:

а) Се уште се чувствува влијанието на одделни правци на движењето за ново училиште. Во таа смисла особено значење се придава на користењето на непосредната детска околина и стекнувањето искуства од страна на учениците низ активности во околината. Сметаме дека е пренагласено поврзувањето на наставата по сметање со геометрија со непосредната детска околина. Како последица на тоа се појавува намалување или минимизирање на можностите одредени математички законитости и правила да се изведуваат врз основа на претходно здобиените знаења, со мисловно ангажирање на учениците, со примена на мисловните операции: анализа, синтеза, индукција, дедукција, аналогија, споредување, апстрахирање, со што се намалува придонесот на оваа подрачје за интелектуалниот развој на учениците. Всушност, учениците ретко се доведуваат во ситуација сами да изведуваат заклучоци.

Користењето на непосредната детска околина за остварување на задачите на наставата по математика е непосредно поврзано со функцијата на набљудувањето во процесот на здобивање знаења. Такво е сфаќањето на старата, класичната методика на наставата по сметање, математичките поими да се воведуваат врз основа на емпириското искуство на учениците. Во таа насока е и користењето на бројните слики при воведувањето на природните броеви и операциите со нив, што доведува до склоност кон шематизирање во наставата и формализам во знаењата на учениците;



б) Во наставната работа преовладува активноста на наставникот. Учениците се пасивни набљудувачи на активноста на наставникот, при што треба да ги запамтат постапките и правилата на техниката на сметањето, а потоа со долготрајно повторување и вежбање да ја усвојат на степен на автоматизација. Како последица на ваквиот методички приод сознајното ниво на учениците е, главно, репродуктивно и шематско мислење; тука преовладува механичкото запомнување, како резултат на што се јавува формализам во знаењата на учениците; не се постигнуваат позначајни успеси во интелектуалниот развој на учениците; не се развива интересот кај учениците за сметањето, туку, напротив, тој се пригушува.

Вакви оценки се присутни кај носителите на реформата на наставата по математика од 1958 година - Првановиќ, Рајчиќ, Колетиќ, Дуда, Чедомир Поповиќ и др.

в) Воведувањето на природните броеви и операциите со нив е врз основа на комбинација од перцептивниот и броевиот приод. Во тој приод е пренагласена функцијата на бројните слики во наставата по сметање, со чија помош се воведуваат броевите и операциите со нив. Оценките коишто се подоцна дадени за примената на бројните слики сериозно ја ограничуваат нивната примена во наставата по сметање. Во таа смисла според Станко Првановиќ, познат методичар. Се смета дека учениците кои набљудуваат и цртаат такви слики, а особено оние кои тие слики ги прават од елементи на дадени множества (од топчиња, камчиња итн.), најбрзо и најсигурно ги формираат поимите за броевите. Меѓутоа, ништо попогрешно од тоа<sup>38)</sup> Не е ни податокот дека навистина, учениците многу лесно и брзо ги запомнуваат тие слики и дека без броеви можат да утврдат кој број е претставен со сликата. Тоа, пак, претставува сериозна пречка за вистинско сфаќање на броевите, бидејќи бројот не е претставен, ниту поим за дадена слика, туку битна карактеристика на класата еквивалентни множества;

г) Обработката на операциите со природните броеви се сведува на совладување на техниката на сметањето, со што оваа подрачје од аритметиката се сведува на вештина. Со тоа се намалуваат можностите наставата по сметање позначајно да влијае на интелектуалниот развој на учениците.

9. Обезбедувањето на учебна литература за учениците и стручна литература за наставниците во тој период е мошне сериозен проблем, поради недостигот на стручни кадри за оваа дејност. Овој проблем е решаван на тој начин што учебна литература за учениците е обезбедувана со преводи на соодветните учебници, најпрво од Хрватска, а потоа од Словенија и Србија. Меѓутоа, значајно е што по 1953 година се појавуваат и првите автори од Македонија. Треба да се напомене дека и покрај овие тешкотии учебници редовно се обезбедувани, со единствен проблем во обезбедувањето на учебник за I одделение и учебници за наставата на јазиците на националните малцинства.

Прирачна литература за наставниците е обезбедувана, исто така, од другите републики од тогашна Југославија. Најзастапен труд од тоа подрачје била Методиката на наставата по сметање од Марија Горѓевиќ

38) Првановиќ, С., Методика наставе рачуна, Современа школа, Београд, 1959, стр. 28.

и Живојин Ѓорѓевиќ, која во 1949 година била преведена на македонски јазик. Покрај неа во употреба биле и "Методика на наставата по сметање" од Станко Првановиќ и "Методика I", под редакција на д-р Перо Шимлеша. Според тоа, може да се смета дека била обезбедена и соодветна методска литература.

Врз основа на изнесените констатации за развојот на наставата по сметање со геометрија во периодот од 1944/45 до 1958 година, може да се смета дека таа се развивала во зависност од условите (просторни, материјални, кадровските и сл.), во рамките на достигнатиот развој на педагошката, психолошката и математичката наука од тој период, со сите ограничувачки фактори што произлегуваат од нив. Достигнатиот развој бележи некои позитивни карактеристики и тоа:

- тенденција на постојано усовршување на наставните програми, со почитување на сознанијата на методиката на наставата по сметање од тој период,

- редовно обезбедување на учебна литература за учениците и методичка литература за учителите,

- проблемот на обезбедување на наставен кадар и неговото стручно и методичко усовршување е решаван на соодветен начин, со што е даден значаен придонес за унапредување на методиката на наставната работа, така што наставната практика постепено се унапредува и подигнува на квалитативно повисоко ниво. Слабостите во тоа подрачје произлегуваат и од степенот на развојот на методиката на наставата по сметање од тој период, кои се гледаат од аспект на денеска достигнатиот степен на развој на ова научно подрачје.

### **III. РАЗВОЈ НА НАСТАВАТА ВО ПЕРИОДОТ ОД 1959 ДО 1973 ГОДИНА**

#### **III. 1. ОСНОВИ И ПРИНЦИПИ НА РЕФОРМАТА НА НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА ОД 1958 ГОДИНА**

Ставовите и препораките, изградени на Женевската конференција за наставата по математика од 1956 година, поттикнуваат активности во однос на реформа на одделни аспекти во наставата по математика, како во светот така и кај нас. Во Македонија тенденциите за реформа на наставата по математика временски се совпаѓаат со подготовките за реформа на воспитно-образовниот систем во целина. Поточно, со Одлука на Сојузното собрание на ФНР Југославија од мај 1953 година е формирана Комисија за реформа на школството, која на 16 декември 1954 година е преименувана во Комисија на Одборот за просвета при Сојузниот извршен совет. Комисијата, која била составена од познати стручњаци од областа на образованието "се зафатила со сериозна работа, ја заснова-ла многу широко, собрала на таа одговорна, сложена и тешка задача

.....

стотици просветни и други работници".<sup>1)</sup> По тригодишна работа Комисијата изработила предлог на системот на воспитание и образование, кој по широка јавна расправа, бил позитивно оценет од страна на поединци, стручни и општествени организации.

Една од централните задачи на Реформата биле дотогашните наставни планови и програми да се заменат со нови, коишто ќе бидат во сообразност со потребите на времето во кое се донесени, како и со прифатените принципи во педагошката наука. Со новите планови и програми се сметало да се надминат воочените слабости на постојните планови и програми, особено на концепцијата на наставните програми, во кои "... на четирите одделенија од основното училиште механички се придодадени уште четири, без подлабока органска врска меѓу нижиот и вишиот степен на основното училиште".<sup>2)</sup>

Поконкретни сознанија за одделни аспекти на Реформата од 1958 година можат да се добијат со анализа на стручната литература од тој период, што се однесува општо на Реформата, како и посебно на наставата по математика. Во овој труд посебно внимание се посветува на следниве наслови:

- ОПШТ ЗАКОН ЗА ШКОЛСТВО, Службен лист на ФНРЈ, број 28 од 16 јули 1958 година и исправките објавени во број 30 од истата година, со кој се уредува основното воспитание и образование, а тоа се совпаѓа со Реформата;

- ОСНОВНО УЧИЛИШТЕ, документ на Сојузниот завод за проучување на школските и просветните прашања (Савремена школа, Београд, 1959 година). Овој труд, кој претставува нацрт на структурата на основното училиште, разгледан е од републичките заводи за школство, што подразбира и од Заводот за унапредување на школството на НР Македонија "и по основните, принципиелните ставови и решенија е дојдено до согласност дека со него може да се излезе пред јавноста како основа за

решавање на битните проблеми".<sup>3)</sup> Во изработката на овој труд учествувале најпознати стручњаци од областа на образованието од ФНР Југославија. Делот што се однесува на наставата по математика во основното училиште го изработиле: Бранко Павловиќ и Лав Рајчиќ, професори на Вишата педагошка школа во Загреб, Станко Првановиќ и д-р Никола Чепинац, професори на Вишата педагошка школа во Белград, Глигор Дуда, инспектор во Советот за просвета на НР Хрватска и Кемал Хаџиомерспахиќ, професор на Вишата педагошка школа во Сараево;

- НОВО ОСНОВНО УЧИЛИШТЕ, "Зборник" на материјали од семинарите одржани од 19 до 24.I 1959 година во Скопје, во организација на Заводот за унапредување на школството на НР Македонија, со цел да се разработи нацрт - програмата за основното училиште, всушност материјалните од претходниот наслов "Основно училиште". Зборникот е отпечатен 1959 година во издание на Просветно дело Скопје, а носител на материјалите е Заводот за унапредување на школството на Македонија, установа надлежна за спроведување на Реформата;

1) Општи закон о школству, Експозе Р.Чолаковиќа, Службен лист ФНРЈ, Београд, 1958, стр. 3.

2) Исто, стр. 21.

3) Osnovna škola, Savremena škola, Beograd, 1959, str. 7.

- НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА ВО ОСНОВНОТО УЧИЛИШТЕ, прирачник за учителите и наставниците, од Лав Рајчиќ, Бранко Павловиќ и д-р Маријан Колетиќ, во издание на Просветно дело од Скопје. Прирачникот, од Хрватски јазик е преведен од Зафир Аговски и со Решение на Советот за просвета на НРМ бр. 12 од 6.I 1961 година е одобрен за употреба. Во прирачникот се обработуваат проблемите на наставата по математика во првата фаза, т.е. во I, II и III одделение;

- ПОЧЕТНА НАСТАВА ПО МАТЕМАТИКА во I одделение, од Глигор Дуда, кој од Хрватски јазик е преведен од Ристо Елимов, а во издание на Просветно дело Скопје, во 1959 година. И овој наслов е прирачник за учителите за остварување на наставата по математика во I одделение. Истиот е одобрен за употреба со Решение на Советот за просвета на НР Македонија бр. 04-1947/1 од 6.VI 1959 година;

- МАТЕМАТИКА ВО ОСНОВНОТО УЧИЛИШТЕ, "Зборник" на материјали од семинарите одржани од 23 до 31.X 1959 година, во организација на Заводот за унапредување на школството на НР Македонија, во издание на Просветно дело од Скопје, во 1960 година. Објавените текстови во Зборникот се работени од надворешни соработници на Заводот и претставуваат методички објаснувања, практични прикази и концепции, што можат да им послужат на учителите и наставниците во остварување на наставата.

Во реформата на наставата по математика се поаѓало од сознанијата за достигнатиот степен на наставата по сметање со геометрија во претходниот период, тенденциите за осовременување на наставата по математика во светот, засновани на достигнувањата на математичката наука, педагогијата и психологијата, како и од степенот на општествено-економскиот развој и барањата коишто тој ги поставува пред основното училиште.

Што се однесува до наставата по сметање со геометрија во претходниот период, во реформата се поаѓало од следниве сознанија:

а) Во наставата по сметање со геометрија не е почитувана толку значајната поврзаност на наставата со природата, реалноста и животот. Тоа доведувало до погрешно разбирање на математиката како наставен предмет. "Се сметало дека содржината на математиката е тесно специјална, што можат да ја разберат само стручњаци и дека тоа е толку далеку од стварниот живот што, како таква, може да ги интересира само љубителите на суптилните апстракции".<sup>4)</sup>

б) Во наставата по сметање преовладувала техниката на работа, која "во извесни случаи се развивала и до одреден степен на виртуозност во совладувањето на постапките за сметање, што редовно, во такви случаи, оваа настава ја сведува на позиција на вештина".<sup>5)</sup>

Во таквото сфаќање на сметањето со геометрија приоритетно значење се давало на учење правила, формули, алгоритми, неповрзани со стварноста, непогодни за развивање интерес и љубов кон математиката. "Затоа просечниот ученик, математиката ја чувствуваше како нестварна,

4) Рајчиќ, Л., Павловиќ, Б., Колетиќ, М., Наставата по математика во основното училиште, Просветно дело, Скопје, 1961, стр. 5 и 6.

5) Исто, стр. 6.

безживотна и залудно ја бараше нејзината вистинска смисла".<sup>6)</sup> Во таа смисла наставата по сметање со геометрија не придонесувала кај учениците да се развива свест и сознание за потребата од здобивање со математички знаења.

в) Наставната програма по сметање во прво одделение бара од учениците веднаш на почетокот да започнат со изучување на броевите. Меѓутоа, поимот број е апстрактен, сложен за усвојување од страна на учениците. Ваквиот природ не соодветствува на психолошките теории на учењето, а како резултат од наставата се јавува формализам во знаењата на учениците.

г) Наставните форми и методи коишто се применувани во претходниот период не создавале доволно услови за активно учество на учениците во наставниот процес. Преовладувала, главно, активноста на наставникот, а учениците пасивно ја следеле таа работа и ги "запомнувале" објаснувањата. Како последица на ваквите состојби е слабиот успех на учениците.

Поаѓајќи од сознанијата на современата педагошка и психолошка наука, во подготовките за реформата на наставата по математика особено внимание е посветено на концепцијата на почетната настава по овој наставен предмет. Притоа централно место се дава на решавањето на два проблема, од чие разрешување зависи целокупната концепција на наставата и тоа:

- природот во воведувањето на поимот природен број и операциите со природни броеви, и

- организацијата и функцијата на набљудувањето во наставата по математика.

Што се однесува до природот во градењето на поимот природен број, за разлика од претходните програми, во концепцијата на новата програма се бара за да се најде до битното, апстрактното, природниот број и операциите со природни броеви, да помине подолг развоен пат. На тој пат поимот за број кај учениците да се развива постепено и грижливо, врз основа на блискиот за нив, основниот поим **множина**.<sup>\*</sup> Всушност, се сметало дека е потребно и се трегнува од природната а не од логичка целина т.е. од множина предмети, а не од броеви и геометриски фигури. Ваквата определба е заснивана врз фактот што "множината како основен поим на квантитетот е многу поблизок, поприроден и попристапен на детето од нејасниот поим за број, па дури тоа да се однесува и на конкретен број".<sup>7)</sup>

6) Рајчиќ, Л., Павловиќ, Б., Колетиќ, М., Наставата по математика во основното училиште, Просветно дело, Скопје, 1961; стр. 7.

7) Дуда, Г., Практична настава по математика за I одделение, Просветно дело, Скопје, 1959, стр. 6.

\* Во тој период во употреба е терминот **множина** и овде ќе го прифатиме него, затоа што не може целосно да се идентификува со терминот **множество** според современото сфаќање.

Поаѓањето од поимот множина е условено и од гносеолошки причини. Имено, поимот број, историски гледано, се развивал со непосредно набљудување и ракување со предмети, па според тоа како што човекот во својот историски развој дошол до апстракција, по истиот пат до нив може да дојде и детето.

Во процесот на бормирање на поимот природен број значајна улога им се дава на перцепциите. Тие треба да бидат појдовниот материјал од кој подоцна ќе се развијат поимите, но за тоа е потребно добро осмислено и организирано набљудување. Организацијата и спроведувањето на набљудувањето треба да биде во согласност со законитостите за усвојување на наставни содржини и со психофизичкиот развој на учениците.

Што се однесува до примената на бројните слики при набљудувањето, што била честа практика во претходниот период, се сметало дека со нив учениците се навикнуваат на една дефинирана конфигурација, од која подоцна тешко се ослободуваат. За надминување на ваквата опасност се препорачува систем од постапки во набљудувањето, кое треба да започне со набљудување на природните предмети од непосредната детска околина (предмети познати на учениците), да продолжи со слики на предметите и на крајот со броеви. Тоа е пат за постепено оддалечување од конкретното и приближување кон апстрактното-појмовното мислење. Резерва кон бројните слики се изразува и од причина што поради честата примена тие овозможуваат кај учениците да се формира мислење дека квантитетот зависи од распоредот на предметите во просторот. Меѓутоа, од математичка гледна точка значајно е кај учениците да се формира свест за тоа дека распоредот на предметите во просторот нема никакво влијание на квантитетот, односно на бројноста на елементите во дадената множина.

За да се надмине пасивноста во примањето на впечатоците при набљудувањето, значајно внимание се придава на активноста на учениците во наставата, којашто треба да биде суштествен составен дел на наставниот процес. Во таа смисла активноста на учениците при набљудувањето, поврзано со множини предмети, да е поврзано со класификација на предметите според даден признак (форма, боја, големина, функција и сл.), при што тие ќе можат да вршат споредување, групирање, раздвојување и сл.

Во организацијата на наставната работа при усвојувањето на фундаменталните математички поими, со цел таа да се прилагоди на аперцептивниот механизам кај учениците, треба да се почитуваат достигнувањата на современата психологија. Во таа насока особено значење се придава на резултатите од проучувањата на Женевската психолошка школа, под раководство на Жан Пијаже. Според тие резултати при развојот на поимот природен број во наставата важна улога игра манипулирањето на учениците со предметите. При таа работа тие, не се запознаваат само физичките својства на предметите, туку тие активности се координираат во еден поврзан систем, низ кој се создава претстава и за квантитативните својства на предметите. Причина повеќе за тоа се созанијата на Пијаже дека учениците математичките поими и математичките операции ги сфаќаат како една поврзана целина.

Што се однесува до набљудувањето, односно перцепирањето на предметите и нивните симболи од страна на учениците, прифатено е мислењето на Пијаже дека во свеста на децата остануваат сасмо пасивни копии од предметите и нивните симболи. Според тоа, "поим за број не може да се формира само врз основа на перцепирањето, како што впрочем е случај и со другите поими. Перцепирањето може само со мисловен чин да се преработи во квалитативно друга содржина - во поим".<sup>8)</sup> Значи, чинот на преминување на перцепцијата во поим е мисловен процес кој во себе содржи активности со предмети. Според тоа, успехот во почетната настава по математика претпоставува обезбедување на вистинска нагледност, низ која учениците постепено ќе се оддалечуваат од перцептивните содржини и ќе се движат кон мисловните активности. Поимот не е проста репродукција на впечатоците, односно слики, туку е резултат на оние активности - физички и психички, што ја следат перцепцијата. Притоа во почетната етапа доминираат физичките активности, а со созревањето на децата тие ќе бидат се повеќе психички. Сфаќањето дека во активностите учениците треба да манипулираат со предмети е една од основните причини за воведување на содржини за набљудување на предмети, активности на учениците со предмети од непосредната околина и множини. Според тоа, множините од предмети од непосредната детска околина се првите дидактички материјали, со кои треба да се служат учениците. Со тоа ќе се обезбеди "запознавањето на броевите и формирањето на бројните поими да настапува преку набљудување на множини од разни предмети".<sup>9)</sup>

Врз основа на ваквите сознанија, може да се рече дека наставната програма по математика за основното училиште е градено врз основа на следниве принципи:

1. Во наставата по математика треба да се поаѓа од детето и околината во која тоа живее, потпирајќи се на искуствата коишто детето ги донесува со себе при поаѓањето во училиште. Тоа значи дека во работата со учениците треба да се почитува фактот дека тие при доаѓањето во училиште носат одредено искуство во вид на претстави за предметите и појавите од нивната непосредна околина, знаења за некои физички својства на предметите, врз основа на кои ги согледуваат сличностите и разликите меѓу нив, во однос на формата, големината, функцијата, нивната положба во просторот и сл. "Првата материја со која детето се среќава во првите три години во наставата се воочените предмети и појави, како и нивните (земено во најширока смисла) меѓусебни квантитативни и квалитативни врски и односи".<sup>10)</sup> Во наставата по математика тие елементи на математичките знаења, во вид на емпириско искуство на децата, треба да се систематизираат и натаму да се доизградуваат, при што во најширока основа треба да се користи

8) Дуда, Г., Практична настава по математика во I одделение, Просветно дело, Скопје, 1959, стр. 8.

9) Аговски, З., Наставата по математика во новата наставна програма, Ново основно училиште, Просветно дело, Скопје, 1959, стр. 239.

10) Osnovna škola, Savremena škola, Beograd, 1959, стр. 103.

животното искуство на учениците. Бидејќи детското искуство што има математички белег е главно од геометриски карактер, затоа почетните содржини во наставата по математика треба да бидат од областа на геометрија.

2. Поголемо единство на наставната програма по математика со наставните програми по природната група предмети. "Оваа поврзаност не смее да биде формална, туку вистинска".<sup>11)</sup> Во таа смисла математиката треба да се сфати како моќно средство за запознавање и толкување на појавите и односите во природата и како таква да се користи во наставата. Математичките знаења треба да придонесуваат учениците полесно да проникнат во природните науки и подобро да се снаоѓаат во нив. Од друга страна, пак, ќе се истакне поврзаноста на математиката со природата.

3. Првиот наставен материјал треба да биде за запознавање на предметите и појавите, како и нивните квалитативни и квантитативни односи и врски. Тоа треба да бидат предмети од детската околина, познати на децата од нивното претходно искуство, кои во квантитативна смисла претставуваат množини (множества) од предмети. Тие množини се разликуваат квалитативно и квантитативно, при што квалитативните разлики ги проучуваат природните науки, а квантитативните ги проучува математиката. Поимот број кај децата треба да се развива од блискиот за нив поим množина - основен поим на квантитетот, Здобивањето на знаења врз основа на množини им овозможува учениците да манипулираат со предмети, да зборуваат за материјалните дејства што ги извршуваат, а со тоа се олеснува патот до апстракциите, патот до броевите и операциите со нив.

4. Процесот на запознавање со целокупниот материјал се врши врз основа на организирано набљудување. Набљудувањето не смее да биде површно и препуштено на случајот, туку, во зависност од можностите на учениците, планско и свесно. Способноста за набљудување кај учениците треба да се развива постапно, затоа што за да може детето правилно да учи и да напредува, потребно е најпрвин да се упати и навикне на правилно и систематско набљудување. Во почетокот тоа треба да се спроведува на предмети познати на учениците од претходно стекнатото искуство. "И самите množини, кои претставуваат основи на аритметиката, во прв ред се предмет на набљудување".<sup>12)</sup> Развојот и стекнувањето на знаења врз основа на набљудување на предмети од непосредната детска околина е основа и на наставата по геометрија, при што посебно внимание треба да се обрне на динамичното сфаќање на геометриските форми.

5. Истакнување на потребата од математички знаења. Наставата по математика треба да опфаќа различни видови практични активности на учениците, низ кои ќе се истакне потребата од математички знаења.

11) Osnovna škola, Savremena škola, Beograd, 1959, стр. 103.

12) Исто, стр. 105.



Таа потреба ја наметнува современиот живот на човекот и аперцептивните можности на учениците, а тоа значи дека: "Секој млад граѓанин треба да го поседува барем оној минимум математички факти, што се потребни за сфаќање на современиот живот и творечките достигнувања во него".<sup>13)</sup> Со поврзувањето на математиката со животот се доаѓа до сознание дека таа не му се наметнува на животот, туку животот математиката ја наметнува на секого како орудие за практична дејност.

## III.2. НАСТАВНАТА ПРОГРАМА

### III.2.1. ЦЕЛ И ЗАДАЧИ НА НАСТАВАТА

Врз основа на овие сознанија, како и од улогата на математиката во современото живеење на човекот, изведена е целта на наставата по математика во основното училиште, односно "да се развие кај учениците свест за неопходната потреба од основни математички знаења, како нужна компонента за материјалистички поглед на светот, за разбирање на современата стварност, снаоѓање во неа и за свесно определување кон активна и продуктивна работа".<sup>14)</sup>

За остварување на вака дефинираната цел, за наставата по математика во основното училиште се поставени следниве задачи:

"- кај учениците да се развива свест за потребата од здобивањето на математички знаења. Кај нив да се развива потребната спретност во решавањето на задачи од практичниот живот, да ги упатува учениците во планско и економично приоѓање кон сопствената работа,

- кај учениците да развива свест за односите меѓу просторните и бројните елементи, за нивната меѓусебна поврзаност, како и природната врска на аритметиката и геометријата со природните и другите науки;

- да развива способност за мислење, логичко заклучување, комбинирање, проценување и просторно претставување;

- да развива способност за јасно и точно изразување,

- да ги оспособува учениците за спретно изведување на графички задачи и моделирање на просторни ликови,

- да развива кај учениците свест за потребата од свесно и точно извршување на сите задачи, смисла за уредност, точност и прегледност во работата, да ја јакне нивната истрајност, упорност во работата и верба во сопствените способности,

13) Pavlović, B., Rajčić, L., Kakav treba da bude cilj, zadaci i program nastave matematike u savremenoj osmogodišnjoj školi, Pedagoški rad, Zagreb, 1957, br. 5-6, стр. 105.

14) Osnovna škola, Savremena škola, Beograd, 1958, стр. 103.

- воведувајќи ги учениците во складноста на математичките односи, јасноста и прецизноста на геометриските конструкции, да развива чувство за убаво".<sup>15)</sup>

Како што може да се согледа од изложеното, задачите на наставата по математика во основното училиште, според нивната функција, можат да се поделат на три групи и тоа: задачи коишто придонесуваат за развивање на интелектуалните способности на учениците, задачи коишто имаат за цел да изградат кај учениците навик и умеенја и задачи коишто придонесуваат за воспитување на карактерот и волјата на учениците.

а) Во задачите коишто придонесуваат за развивање на интелектуалните способности на учениците посебно се инсистира на согледувањето на потребата од математички знаења, како потребно во животот. Оваа задача била застапена и во поранешните програми, меѓутоа сега и е дадено подруго, побитно значење. Имено, во образложението на оваа задача се наведува дека особено е значајно "кај учениците да се развие свест за потребата од математички знаења".<sup>16)</sup> Во таа смисла во продолжението се нагласува дека "здобивање на знаења од областа на математиката треба да му служи првенствено на самиот ученик, тие да му овозможуваат, од една страна успешно следење на наставата по другите предмети, а пак од друга страна здобиените знаења да ги користи во секојдневниот живот".<sup>17)</sup> На процесот на здобивање знаења му се дава карактер на активна интелектуална работа, низ која учениците постепено ќе се оспособуваат за самостојно учење и примена на здобиените знаења во секојдневниот живот.

Развивањето свест за потребата од математички знаења треба да придонесе и за развивање свеста за совладување на просторните релации и односи, со што "се поставува камен темелник кон новиот начин на приоѓање кон математиката како наставна дисциплина, која е тесно и неразделно поврзана со природата и искуството од практичниот живот".<sup>18)</sup> Покрај тоа, се сметало дека преку наставата по математика треба да се придонесува и за постапното развивање на мислењето кај учениците. Во таа насока големо значење се придава на почетната настава по математика, "а особено на процесот за поимањето на броевите кој поаѓа, како и секој друг процес на мислење, од конкретното, од она што е непосредно дадено во објективната стварност, индуктивно, од маса непосредно дадени податоци преку набљудување на конкретни предмети, преку примери земени од секојдневниот живот".<sup>19)</sup>

15) Osnovna škola, Savremena škola, Beograd, 1958, стр. 103.

16) Исто, стр. 103.

17) Аговски, З., Целта и задачите на наставата по математика во основното училиште според новата наставна програма, Ново основно училиште, Просветно дело, Скопје, 1959, стр. 229.

18) Рајчиќ, Л., Наставата по математика во основното училиште, I дел, Просветно дело, Скопје, 1961, стр. 8.

19) Исто 17, стр. 230.

б) Задачите коишто имаат за цел да изградат кај учениците одредени навики и умеѐња, имаат значајно место во наставната програма. Во таа смисла се истакнува дека низ наставата по математика "учениците треба да се оспособат за спретно изведување на графичките задачи и моделирање на просторни ликови".<sup>20)</sup> Тоа подразбира умеѐње правилно да се ракува со геометриските справи при решавањето на геометриските задачи, а напоредно со тоа и да се развиваат соодветни навики и посебно спретност за решавање зарачи од практичниот живот. Покрај тоа, за да се надминат слабостите коишто произлегуваат од непланското и несистематското приоѓање кон решавањето на математички задачи, се настојува "учениците да се упатуваат во планско пристапување кон работата, со цел работата да им стане навика".<sup>21)</sup> Во тие рамки е и барањето учениците да се воведуваат во рационално приоѓање во работата, односно во интерес на правилниот тек на воспитно-образовниот процес да се изградат навики за рационалност во работата.

в) Задачи коишто придонесуваат за воспитување на карактерот и волјата на учениците. Наставата по математика, според наставната програма што се предлага, има задача да придонесе за развивање на позитивни особини на карактерот и волјата на учениците. "Конкретно одредената конечна цел што мора да се постигне при решавањето на задачите, условува формирање на такви особини, како што се упорноста и истрајноста во работата".<sup>22)</sup> Покрај емоционалното задоволство, што настанува како резултат на успешното решавање на задачата, кај учениците се јавува убедување за личната вредност и верба во сопствените способности, а со тоа и сигурност во работата.

Значајно место се дава на воспитувањето на смисла за точност и уредност во работата, што подразбира и способност за прецизно усно изразување. Според тоа, наставата по математика придонесува за развивање на способност за концизно, јасно и прегледно изложување на логичката мисла.

Врз основа на карактерот и суштината на напред наведените задачи, се истакнува и обврската "кај учениците да се развие свест за потребата од свесно и точно извршување на сите задачи, смисла за уредност, прецизност и прегледност во работата, да ја засили нивната истрајност, упорност во работата и довербата во сопствените сили".<sup>23)</sup>

---

20) Аговски, З., Целта и задачитена наставата по математика во основното училиште според новата наставна програма, Ново основно училиште, Просветно дело, Скопје, 1959, стр. 230.

21) Исто, стр. 232.

22) Исто, стр. 233.

23) Osnovna škola, Savremena škola, Beograd, 1959, стр.103.

### III.2.2. СОДРЖИНА НА НАСТАВАТА

Наставниот материјал, предвиден со програмата и неговото остварување се врши во три етапи, од кои секоја за себе, во извесна мерка, чини одредена целина и е во сообразност со можностите на учениците од одредена возраст. Тие етапи меѓу себе се поврзани а, исто така, претставуваат целина.

Оваа поделба, прикажана шематски, изгледа вака:

Етапа	Математика	
	Аритметика	Геометрија
I етапа I - III одделение	Набљудување и запознавање на множества, природни броеви и операции со нив.	Набљудување, запознавање и опишување на геометриски ликови од непосредната околина.
II етапа IV - V одделение	Врска меѓу величини и броеви. Децимални броеви и операции со нив.	Врска меѓу геометриските ликови и нивната класификација според некои својства.
III етапа	Основни закони на сметковните операции и нивно формулирање со општи броеви.	Геометриски правила, нивно објаснување и формулирање. Експериментални докази и примена.

Како основна задача на наставата по математика во првата етапа, односно во првите три одделенија на основното училиште, се поставува организацијата на правилното и систематско набљудување. Тоа треба да се потпира на искуството на децата и да се однесува само на појави и предмети коишто им се познати на учениците од секојдневниот живот и училиштето. Меѓутоа, бидејќи искуствата на децата, на коишто се градат математичките поими имаат геометриски карактер (поимите за положбата и ориентацијата, формата, како и основните квантитативни односи меѓу предметите), на наставата по математика во почетните одделенија, односно во првата етапа, и се дава геометриско обележје.

Во IV и V одделение, односно на втората етапа, задача на наставата по математика е да ги запознае учениците со величините и нивните меѓусебни односи и зависности. "Овде набљудувањето на одделни предмети се проширува на набљудување на нивните меѓусебни односи".<sup>24)</sup> Наставата добива карактер на проширување и продлабочување на материјалот, обработен во претходните три одделенија, а во голема мера

24) Osnovna škola, Savremena škola, Beograd, 1959, стр. 107.

и карактер на негова практична примена. Врз основа на тоа во оваа етапа се предвидува изучување на поедноставни геометриски конструкции, запознавање на односите меѓу величините, што треба да биде почеток на функционалното мислење, а посебно како подготовка за изразување на тие односи со алгебарска апаратура.

Ваквите сфаќања нашле конкретна примена во изработката на наставните планови и програми по математика за основното училиште, а во тие рамки и за наставата по математика од I до IV одделение. Имено, Советот за просвета на НР Македонија на седницата од 29.04.1959 година усвои и одобри наставни планови и програми за основните училишта во НР Македонија, под број 01-1415/59. На истата седница е донесена Одлука според која тие треба да се применуваат од учебната 1959/60 година.

Со наставниот план за наставата по математика од I до IV одделение е предвиден следниов фонд часови:

а) За училиштата во кои наставата се изведува на македонски и српскохрватски јазик: I одделение 5 часа, II одделение 5 часа, III одделение 5 часа и IV одделение 5 часа или вкупно од I до IV одделение 20 часа;

б) За училиштата во кои наставата се изведува на шиптарски\* и турски јазик: I одделение 5 часа, II одделение 5 часа, III одделение 5 часа и IV одделение 4 часа или вкупно од I до IV одделение 19 часа.

Во табелата 1 е прикажан бројот на часовите по математика по одделенија и вкупно, во однос на вкупниот број на часови.

Табела 1

Училишта според наставниот јазик	Број на часови по одделенија														
	I			II			III			IV			I-IV		
	Вкупно	математика	%	Вкупно	математика	%	Вкупно	математика	%	Вкупно	математика	%	Вкупно	математика	%
На макед. и српскохрв.	21	5	23,8	21	5	23,8	22	5	22,7	25	5	20	89	20	22,5
На шиптар. и турски	21	5	23,8	21	5	23,8	23	5	22,7	26	4	15,4	91	19	20,8

Разликата на пропорциите во фондот на часовите за наставата по математика во основните училишта на македонски и српскохрватски јазик и за училиштата на албански и турски јазик, за која  $t = 0,125$ , при 92df статистички не е значајна, што значи нема суштествена разлика во фондот на часовите во овие училишта.

Структурата на наставната програма по математика е следнава: задачи на наставата по математика, содржина на наставата по одделенија и по теми во рамките на секое одделение и објаснување на програмата.

Според програмата задачи на наставата по математика се:

"- учениците да се здобијат со математички знаења, запознавајќи ги со бројните и просторните величини, како и со аритметичките операции со нив;

- учениците да се научат при решавањето на практичните проблеми од животот да ги применуваат здобиените математички знаења;

- учениците да се оспособат за уредно, прегледно, прецизно, истрајно и стрпливо извршување на сите задачи;

- низ наставата по математика да се придонесе за развитокот на функционалното мислење кај учениците како и за развивање на способноста за комбинирање, за проценување на величините и за просторно претставување".

Содржина на наставата (наставни теми по одделенија):

### **I одделение**

1. Непосредната околина и снаоѓање во неа. Снаоѓање во околината; Квантитативни односи меѓу истовидни предмети; Форма на предметите;

2. Активен однос спрема предметите од непосредната околина. Множините како објект на детското набљудување; Операции со множини; Линии;

3. Квантитативен однос меѓу множините. Сметање со множини; Конкретниот број како множина од единки; Некои попознати мерки од секојдневната практика; Собирање и одземање до 10; Множини до 20 елементи; Собирање и одземање до 20.

### **II одделение**

1. Растојание меѓу две места во природата: Права и крива линија; Оддалеченост на две места.

2. Сметаме и мериме: Броевите до 100; Собирање и одземање до 100; Множење и делење, таблица за множење и делење.

3. Линијар и неговата употреба: Цртање на прави и на криви линии; Цртање на еднакви и нееднакви отсечки.

4. Практични мерки од секојдневниот живот: Мерки за маса - килограм и товар; Мерки за време - година, месец, седмица, ден, час и делови од часот; Мерки за парчиња - рало (пар) и дузина; Пари (метални и книжни пари).

Во рамките на оваа тема се дава поим за дробка - половина, четвртина, десетина, стоти дел без запишување, како и запознавање на римските броеви до 50.

### **III одделение**

1. Геометриски обележја на предметите од непосредната околина: Површини, рабови и темиња; Водорамна, вертикална и коса положба; Квадар, коцка и запознавање на правоаголникот и квадратот.

2. Прав агол и употреба на триаголникот за цртање: Правиот агол како елемент на правоаголникот и квадратот; Цртање на правоаголник и квадрат.

3. Образување на повисоки декадни единици. Природните броеви до 1 000; Усно и писмено собирање и одземање до 1 000; Писмено множење со двоцифрен множител и делење со едноцифрен делител; Броевите до 10 000; Писмено собирање и одземање до 10 000; Множење со двоцифрен множител и делење со едноцифрен делител.

25) Наставни планови и програми за основните училишта во НР Македонија, I - IV одделение, Просветно дело, Скопје, 1959, стр. 77.

#### IV одделение

1. Рамнина, права и точка. Права; Рамнина; Точка.
2. Круг, кружна линија и шестар: Круг и кружна линија; шестар и неговата употреба; Кружна линија и нејзиниот радиус.
3. Права и рамнина и сметање со отсечки: Прави во рамнината; Сметање со отсечки.
4. Теренско мерење: Запознавање со справите за теренско мерење; Трасирање на прави на теренот.
5. Плоштина на правоаголник и квадрат: Цртање на правоаголник и квадрат по дадени страни; Единици мерки за плоштина; Плоштина на правоаголник и квадрат.
6. Триаголник и агол: Видови агли; Видови триаголници според аглите; Видови триаголници според страните; Цртање на триаголници.
7. Низата природни броеви до 1 000 000: Аритметички операции до 1 000 000; Писмено собирање и одземање; Писмено множење со повеќецифрен број и делење со двоцифрен број.
8. Мерење на величини: Запознавање со дробките; Основни и изведени дробки; Собирање и одземање на дробки со еднакви имени-тели.

\*\*\*

### III.2.3. ОБЈАСНЕНИЕТО НА ПРОГРАМАТА

Во објаснението на програмата се дадени кратки упатства наменети на учителите за реализација на одделни наставни теми. Упатствата се кратки и непосредни, а најголемо место е дадено на оние што се јавуваат како нови во програмата, односно почетните теми во прво одделение. На овие теми им е дадено вакво значење бидејќи со нив се менува и методиката на наставната работа при воведувањето на природните броеви и операциите со нив. Во таа смисла учениците "ќе ги набљудуваат предметите од непосредната околина, именувајќи ги според нивната природна содржина, а потоа да здобијат општ поим за предмет независно од неговата природна содржина".<sup>26)</sup> Врз основа на веќе здобиениот поим за предмет, кај учениците треба да се изгради поимот множина, врз основа на набљудување и опишување група предмети што можат да се наречат со едно име: луѓе, куп камења, дрворед од липи, група деца и сл.

Наредна содржина на која во Објаснението се посветува поголемо внимание е операциите со множините. "Под операции со множини се подразбира: раставување поголеми множини на помали и составување помали множини во поголеми".<sup>27)</sup> Раставувањето на множините се врши сè до нивните единки (елементи), со цел да се создаде основа за запознавање на единицата. На овие операции им се додава и споредувањето на множини, што се врши со проценување и со придружување, а во врска со тоа и релациите: повеќе, помалку и еднакво.

"По овој подготвителен дел, се пристапува кон обработка на конкретните броеви како множини на одредени елементи, на пример: множина од 1 елемент, множина од 2 елементи, множина од 3 елементи

26) Наставни планови и програми за основните училишта во НР Македонија, I - V одделение, Просветно дело, Скопје, 1959, стр. 84.

27) Исто, стр. 85

итн., се до множина од 10 елементи".<sup>28)</sup> Обработката на конкретните природни броеви и операциите со нив се врши врз основа на активности (операции) со множини, како што се: средување, раставување, составување, дополнување, одвојување, преполовување.

Во Објаснението посебно се нагласуваат почетните теми во II и III одделение, кои според принципите на коишто е градена Програмата сè од областа на геометријата. Во II одделение тоа е темата "Мерење на оддалеченост", во која централно значење се дава на воочувањето на правата како најкратко растојание меѓу две места. Врз основа на тоа се изведуваат поимите отсечка и искршена линија. Во III одделение пак, прво се обработуваат квадратот и коцката. Притоа "учениците се здоби-ваат со првите претстави за овие облици со воочување на предмети во околината што имаат таков облик". Од квадратот и коцката се изведуваат поимите правоаголник и квадрат, а од нив поимот прав агол.

За аритметичкиот материјал упатствата се, главно, поврзани со проширувањето на бројната низа (множеството броеви) при преминот од едно во друго одделение или во рамките на едно одделение, како и операциите со броевите кои се работат усно или писмено, поврзувањето со единиците мерки и именуваните броеви.

### III.2.4. ПРОМЕНИ ВО НАСТАВНИОТ ПЛАН И ПРОГРАМА

Потемелни промени во наставниот план и програми за основното училиште се направени во 1966 година. Имено, на седницата на Просветно-културниот собор на Собранието на СР Македонија, одржана на 15.04.1966 година е донесен нов наставен план и програма за основното училиште. Со наставниот план седмичниот фонд часови за наставата по математика на македонски и српско-хрватски јазик е зголемен за еден во секое одделение или од 20 на 24 часа седмично, а во наставата на албански и турски јазик е зголемен за 3, односно од 19 на 22 часа седмично.

Споредбен преглед на бројот на часовите за наставата по математика од I до IV одделение од 1959 и 1966 година е даден во табелите 1 и 2.

#### Македонски и српско-хрватски јазик

Табела 1

	Број на часови по одделенија														
	I			II			III			IV			I - IV		
	Вкуп но	мате мат.	%	Вкуп но	мате мат.	%	Вкуп но	мате мат.	%	Вкуп но	мате мат.	%	Вкуп но	мате мат.	%
Според планот од 1959	21	5	23,8	21	5	23,8	22	5	22,7	25	5	20	89	20	22,5
Според планот од 1966	21	6	28,6	22	6	27,3	23	6	26,1	25	6	24	91	24	26,4

Разликата во пропорциите на процентната застапеност на математиката во наставните планови за наставата на македонски и српско-хрватски јазик од 1959 и 1966 година, за која  $t = 0,3764$  при 180df статистички не е значајна. Според тоа, и покрај тоа што бројот на часовите е зголемен, таа промена нема значајно влијание на вкупниот сооднос на наставните предмети во наставниот план од 1966 година.

28) Наставни планови и програми за основните училишта во НР Македонија, I - V одделение, Просветно дело, Скопје, 1959, стр. 85.



	Број на часови по одделенија														
	I			II			III			IV			I - IV		
	Вкуп но	мате мат.	%	Вкуп но	мате мат.	%	Вкуп но	мате мат.	%	Вкуп но	мате мат.	%	Вкуп но	мате мат.	%
Според планот од 1959	21	5	23,8	21	5	23,8	23	5	21,7	26	4	15,4	91	19	20,9
Според планот од 1966	21	6	28,6	22	6	27,3	24	5	20,8	27	5	18,5	94	22	23,4

Разликата во пропорциите на процентуалната застапеност на математиката во наставниот план на шиптарски и турски јазик, за која  $t = 0,194$  при 180df статистички не е значајна. Според тоа и овде зголемувањето на седмичниот број часови за наставата по математика значајно не го променува соодносот на наставните дисциплини во наставниот план од 1966 година.

Што се однесува до наставната програма од 1966 година, во однос на онаа од 1959, се воочува настојување попрецизно да се формулираат задачите на наставата и поголемо конкретизирање на нивната содржина. Имено, во задачите на наставата по математика се нагласува и придонесот што таа треба да го даде за естетското воспитание на учениците, односно "кај учениците да развива чувство за убаво, воведувајќи ги во хармоничноста, јасноста и прецизноста на математичките односи и геометриските конструкции".<sup>29)</sup> Покрај тоа во задачите се поставува и барањето "кај учениците да се развие смисла за самостојна и организирана работа".<sup>30)</sup>

Наша оценка е дека тие промени се во согласност со тенденциите за модернизација на наставата по математика во Европа и светот, како и со препораките на Женевската конференција за наставата по математика.

Програмата по математика од 1966 година по својот обем е поширока во однос на онаа од 1959. Поконкретно, покрај сите содржини предвидени со програмата од 1959 година, ги содржи и наставните теми: Обиколка на правоаголник и квадрат и Величини, во која како поттема се изучуваат едноимени и многуимени броеви. Овие теми се предвидени за изучување во II одделение. Покрај тоа забележливо е настојувањето за поголема конкретизација на темите кои што имаат поопшт карактер. Тоа особено се однесува на програмата за II одделение. Така, во неа се конкретизираат релациите низ кои учениците треба да ги запознаат "ориентационите односи меѓу предметите", како и "квантитативните односи меѓу истовидни предмети". Во редоследот на содржините, пак, направена е само една промена, со тоа што поимот отсечка се воведува во второ одделение, додека во прво одделение се врши подготовка за обработка на овој поим, низ споредување на должини кај предмети.

Карактеристично е тоа што со Програмата се предвидува изработка на модели на геометриски фигури од хартија или картон, со што се создаваат услови за манипулирање на учениците со предмети. Тоа може да се смета како за показател дека е прифатена теоријата за етапно

29) Наставен план и програма за основните училишта во СР Македонија, Просветно дело, Скопје, 1966, стр. 148.

30) Исто, стр. 148.

формирање на менталните операции, односно поимите, која што во тоа време веќе е прифатена во наставата по математика во многу земји во светот и тоа почетните одделенија.

### III.3. МЕТОДИКА НА НАСТАВНАТА РАБОТА

Врз основа на согледувањата од извршената анкета со одделенските наставници и разговорите што ги извршивме, како и од анализата на издадената литература од областа на методиката на наставата по математика од тој период, може да се смета дека најголемо влијание во методиката на наставната работа од ова подрачје во Македонија во вториот период имале хрватските автори: д-р Маријан Колетиќ, Лав Рајчиќ, Бранко Павловиќ и Глигор Дуда, бидејќи нивните трудови се преведени на македонски јазик и одобрени за употреба од надлежните органи на власта, како и Станко Првановиќ, српски автор, чии што дела, исто така, се користени кај нас од наставниците за одделенска настава. Поради тоа поконкретни сознанија за методичките приоди во наставата по математика од I до IV одделение во периодот од 1958 до 1974 година можат да се добијат со проучување на трудовите на спомнатите автори, како и од написите на домашни автори, меѓу кои: советници во Заводот за школство и носители на Реформата од 1958 година (Зафир Аговски и Милорад Крстиќевски), професори на Вишата педагошка школа во Скопје, подоцна Педагошка академија "Климент Охридски" (Стјепан Лукиќ и Чедомир Поповиќ), истакнати практичари - инструктори (Ѓорѓи Ивановски, Љуба Руменова, Занко Миланов и др.).

Врз основа на анализата на литературата од наведените автори, може да се смета дека во почетната настава по математика значајно внимание се посветувало на дидактичките принципи: научност, нагледност, системност, постапност и единственост, активност на учениците, самостојност, продуктивност и трајност на знаењата.

На нагледноста во наставата и е придавано особено значење бидејќи се сметало дека најдобар методички приод во наставата е водењето на учениците по патот: нагледност - замислена нагледност - претстава - поим. Меѓутоа, нагледноста се подразбира како ефикасна и соодветна на овој приод само ако е проследена со соодветна активност на учениците. Активноста на учениците во почетната настава по математика се поврзува со манипулирање со множини од конкретни предмети. Математиката од психолошка гледна точка се подразбира како систем од операции, што значи систем од акции, вистински внатрешни (интериоризирани) и реверзибилни. За да може ученикот да ги извршува тие операции, потребно е претходно да работи, да манипулира со конкретни предмети, да експериментира во секојдневниот живот со вистински физички предмети, а не со цртежи и симболи. Тие треба да следуваат по активностите со конкретните предмети. Замислената нагледност е патот до претставата, а преминот од претстава на поим се смета за најважен методички чин. Тој премин е дотолку полесен, доколку му претходела активна и замислена нагледност, со што се создаваат реални претпоставки за апстрахирање.

Бидејќи математиката како наука е низа од логички поврзани факти и генерализации, а содржината на наставата по математика се изве-

дува од математичката наука, тие треба да се усвојат од страна на учениците како логичен и конзистентен систем, постапно, во согласност со законитостите на логичкото мислење. Постапноста се разгледува и од аспект на менталната развиеност на учениците од I до IV одделение. Во тој поглед наставата треба да тече според правилата: од поблиското кон подалечното, од поедноставното кон посложеното, од конкретното кон апстрактното.

За надминување на пасивната улога на учениците во наставата, се настојува таа да се изведува така што ќе ги поттикнува на активно учество во процесот на усвојувањето на знаењата, на размислување, на самостојно заклучување и сл. На тој начин учениците свесно ќе ги усвојуваат знаењата, ќе можат да ги применуваат во практиката и во здобивањето нови знаења. Меѓутоа, резултатите од наставата ќе бидат поголеми ако учениците се здобиваат со нови знаења и низ самостојна работа. Во таа смисла наставникот треба, колку што тое е можно, помалку да соопштува готови знаења, а колку што е можно повеќе да ги поттикнува учениците со сопствени сили и напор да доаѓаат до новите знаења.

Содржините на наставата по математика се изведуваат од математичката наука. Значи, тие се систем од научни факти и генерализации и учениците треба да ги усвојат. "Научни грешки во наставата по математика не се допуштени по никоја цена, ниту од педагошко-методички причини."<sup>31)</sup>

Целта на секоја настава е знаењата со кои учениците се здобиваат да бидат трајни. Трајноста на знаењата зависи од организацијата и реализацијата на наставата, односно од примената на активни наставни методи и нејзино заснивање на дидактичките принципи. Меѓутоа, трајноста на знаењата подразбира и редовно и организирано повторување, утврдување и систематизирање на истите.

Карактеристично за вториот период е настојувањето во наставата по математика да се применуваат современи, активни наставни методи, засновани на достигнатиот степен на развој на педагошката и психолошката наука. На ваков заклучок не наведуваат ставовите на Стјепан Лукиќ, професор по методика на наставата по математика на Вишата педагошка школа во Скопје, изнесени во зборникот "Ново основно училиште", во трудот "Современи наставни методи и средства во наставата по математика". Ставовите на проф. Лукиќ ќе ги прифатиме како дел од реформските определби, затоа што се дадени со службен документ за подготовките на Реформата од 1958 година.

Според проф. Лукиќ наставните методи можат да се поделат во две групи и тоа:

1. Наставни методи при кои учениците се, главно, пасивни учесници во наставниот процес, добиваат готови знаења од наставникот, нивната активност за време на наставниот час е незначителна. "Учениците на часот само гледаат што се работи на табла и ги слушаат објаснувањата на наставникот, малку размислуваат, затоа што не им се дава можност да мислат".<sup>32)</sup> Таквите методи проф. Лукиќ ги нарекува пасивни но и според

31) Пврaнoвић, С., Математика у I, II и III разреду основне школе, Завод за издавање уџбеника НР Србије, Београд, 1960, стр. 18.

32) Лукиќ, С., Современи наставни методи и средства во наставата по математика, Ново основно училиште, Просветно дело, Скопје, 1959, стр. 245.

неговата оценка "не може да се рече дека тие методи не давале резултати. Тие резултати во споредба со резултатите што можат да се постигнат со така наречените активни методи, за кои подоцна ќе стане збор, значително се послаби".<sup>33)</sup> Пасивните методи биле многу присутни во претходниот период, што е една од причините за несоодветните резултати од наставата по математика.

2. Наставни методи во кои ученикот е субјект во наставата, "активно учествува во наставниот процес, мора да размислува, бидејќи не добива готови знаења, свесно мора да го усвојува материјалот".<sup>34)</sup> Меѓу активните, современите наставни методи проф.Лукиќ ги набројува: развојниот метод, пронаоѓачкиот (продуктивниот) метод и самостојната работа на учениците.

Развојниот метод "е таков наставен метод кога на учениците не им се соопштуваат готови знаења, туку тие сами доаѓаат до нив со прашања на наставникот".<sup>35)</sup> За прашањата на наставникот се нагласува дека тие треба да бидат кратки, прецизни и јасни и заедно да образуваат една логичка целина.

Пронаоѓачкиот (продуктивниот) метод се дефинира како наставен метод при кој "учениците самостојно ги решаваат проблемите, но сега не се водени од прашањата на наставникот".<sup>36)</sup> Часот којшто се организира со помош на овој наставен метод минува низ следниве четири етапи:

- првата е, поставување целта на часот,
- втората е, правење план за работа,
- третата е, изведување на работата, и
- четвртата е, критички осврт на изведената работа и нејзина практична примена.

Самостојната работа на учениците се однесува, пред сè, на изработката на училишните контролни и писмени работи. Секој ученик самостојно ја извршува писмената работа, а колективно се разговара за добиените резултати.

Во одредени случаи, според проф.Лукиќ, треба да се применуваат и монолошко-раскажувачкиот и монолошко-експерименталниот метод. Меѓутоа, покрај овие наставни методи се сретнува и методот на демонстрација (наведен во практичните прикази од Горѓи Ивановски и Занко Миланов во зборникот "Ново основно училиште"). Сепак, се препорачува во практиката да се применува комбинација од повеќе наставни методи. Бидејќи една од определбите на Реформата е знаењата на учениците да не бидат формални, туку суштински, учениците треба да се воведуваат во методите на математичкото заклучување. Ценејќи ги возрасните карактеристики на учениците од одделенската настава, "методот на заклучување треба да биде конкретно-индуктивен, а во поедини случаи и чисто логички". Ваквата определба се заснива на сознанијата на Пијаже, според кои децата од 7 до 11 години се наоѓаат во стадиум на конкретни

33) Лукиќ, С., Современи наставни методи и средства во наставата по математика, Ново основно училиште, Просветно дело, Скопје, 1959, стр. 246.

34) Исто, стр. 246.

35) Исто, стр. 247.

36) Исто, стр. 249.

операции во интелектуалниот развој. Покрај тоа, значајно внимание се посветува и на заклучувањето по аналогија. Тоа особено се препорачува при воведувањето на моделите според кои се извршуваат аритметичките операции во одреден концентричен круг. Поконкретни сознанија за тоа можат да се добијат од написот на проф. Чедомир Поповиќ "Воспитување на самоактивност преку примена на аналогијата во усвојувањето на техниките на аритметичките операции од 20 до 1 000 000", објавен во списанието "Просветно дело" - Скопје, бр. 9-10 од 1971 година (стр. 685 до 693). Во врска со примената на заклучоците добиени по пат на аналогија проф. Поповиќ нагласува дека тоа придонесува за мисловно ангажирање на учениците, а со тоа и за нивниот интелектуален развој.

Анализата и синтезата најчесто се поврзуваат со решавањето на текстуалните задачи. Имено, текстуалната задача со анализа се разложува на задачи-компоненти, со што се согледуваат врските меѓу познатите и непознатите величини, се одредуваат операциите според кои ќе се пресметаат непознатите, а потоа по пат на синтеза се доаѓа до решението на сложена задача. Анализата и синтезата се применуваат и при определувањето на битните својства на геометриските фигури.

Што се однесува до формите на наставна работа, доминантно место зазема фронталната, но се почеста е примената и на групната форма на наставна работа, а се применуваат и некои форми на индивидуализација на наставата, најчесто со примена на наставни ливчиња.

Во методиката на наставната работа се поаѓа од детето и особеноста на неговиот психо-физички развој. Така, учениците со доаѓањето во училиште донесуваат со себе особено голем број претстави, коишто можат да ги именуваат. Тие претстави можат да се искористат во почетната настава по математика, особено во почетните наставни теми коишто се однесуваат на запознавањето со предметите од непосредната околина, како и на меѓусебните положби на предметите. Во таа смисла се почитуваат и битните промени во интелектуалниот развој на децата од 7 годишна возраст, односно способноста на децата пореално да ја доживуваат непосредната околина. Всушност, "во тоа време кај децата се појавува силен стремеж за манипулирање со предмети и навлегување во објективниот свет"<sup>37)</sup>. На овој степен од развојот, детето сака да воспостави контакт со непосредната околина, си игра во неа и собира нови искуства, доаѓа до сознанија за одделни белези на предметите, за нивните сличности и разлики, положбата, формата и големината. За да можат овие особености на детската личност успешно да се искористат во наставата по математика, "потребно е најпрвин да се упатат и привикнат на правилно и систематско набљудување"<sup>38)</sup>. Тоа треба да се постигне на тој начин што на првите училишни часови ќе се организираат активности, со активно учество на сите ученици, а содржината на активностите да се однесува на именување на предмети од непосредната околина на учениците, разликување на предметите според бојата, формата, големината, положбата, функцијата и сл. На тој начин треба да се изгради општ поим за предмет, што е и прво воопштување коешто учениците свесно ќе го

37) Рајчиќ, Л., Павловиќ, Б., Колетиќ, М., Наставата по математика во основното училиште, I дел, Просветно дело, Скопје, 1961, стр. 13.

38) Исто, стр. 13.

примат. Притоа особено внимание се посветува на повеќе предмети коишто можат да се наречат со едно име, како што се: овошје, домашни животни, јато птици, стадо овци и сл. Овие активности треба да послужат како основа за именувањето на множини, со кои ќе се работи подоцна.

За да можат учениците правилно и успешно да го совладаат наставниот материјал, потребно е да умеат правилно да ги воочуваат положбите на предметите и тоа не само во однос на себе, туку и нивните меѓусебни положби, односно "правилната примена на односите на положбата: лево-десно, горе-долу, напред-назад, над-под, внатре-надвор, помеѓу ...".<sup>39</sup> Воведувањето на меѓусебните положби се врши со набљудување на предмети од непосредната околина од страна на учениците, промена на заемната положба на предметите, како и воспоставување на одредени меѓусебни положби на предметите. Доминантна улога во овие активности имаат методот на разговор, илустративниот и демонстративниот метод.

Воведувањето на учениците во квантитативните односи меѓу истовидните предмети е преку организирано проверување, надополнување и средување на искуствата коишто учениците ги носат со себе во училиштето, пред сè нивната сигурност во правилното проценување на квантитативните односи на истовидните предмети. Обработката на овие содржини е врз основа на манипулирање со предмети, нивно споредување според одреден квантитативен однос (највисок - среден - најнизок, подлабок - поплиток, најдебел - среден - најтенок). Некои споредувања се вршат врз основа на набљудување на истовидни предмети, додека некои се доведуваат во одреден ред според квантитативниот однос (три книги се подредуваат по ред според дебелината: најдебела - средна - најтенка). При овие споредувања учениците вршат најосновни мерења во таа смисла што исекуваат траки или конци со еднакви должини, споредуваат стапчиња со цел да одредат кое од нив е подолго и сл.

Класификација на предметите според формата се врши врз основа на некое нивно својство, според кое тие можат да се делат на класи без заеднички елементи. Меѓутоа, својството се избира така што тоа да може практично да се демонстрира и добро да се воочува. Така, телата со облека форма се тркалаат, а телата со аглеста форма се праметнуваат или се "тумбаат"; рамната и брановидната површина, покрај прикажувањето со наставни средства, можат да се разликуваат и со допир, односно со движење на раката по неа.

Во наставата по математика во I одделение особено внимание се посветува на воведувањето на множините и операциите со нив. Поимот множина се гради врз основа на запознавањето на предметите од непосредната околина и некои нивни својства. "На прошетка учениците можат да видат куп камења, јато чавки или врапчиња, стадо овци, стадо говеда, група луѓе и сл." <sup>40</sup> Во разговорот за значењето на зборовите: куп, стадо, јато, група, се истакнува дека секој од нив значи нешто што содржи повеќе единки, односно дека тие означуваат множини. Во осмислува-

39) Рајчиќ, Л., Павловиќ, Б., Колетиќ, М., Наставата по математика во основното училиште, I дел, Просветно дело, Скопје, 1961, стр. 13.

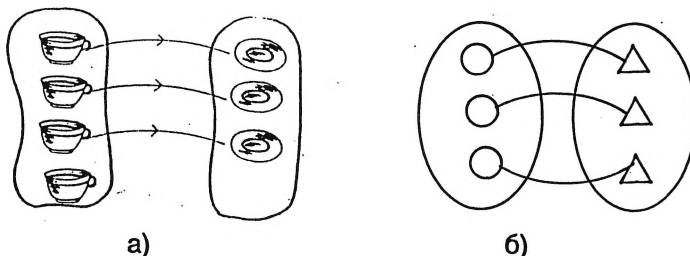
40) Ивановски, Г., Работа со множините во I одделение, Ново основно училиште, Скопје, 1959, стр. 263.

њето на множините особено внимание се посветува на поимот елемент на множината. И тој поим се воведува врз основа на искуствата од набљудувањето. Имено, врапчето е елемент на јатото врапчиња, односно припаѓа на множината врапчиња, но не и елемент на стадото овци. Примерите се одбираат така што преку нив учениците треба да ја сфатат множината како целина. ”Со именувањето на множините, според некое заедничко својство на нивните единки, од множините се создава целина”.<sup>41)</sup> Значи, методичкиот приод при воведувањето на поимот множина се одвива во следниве етапи:

- набљудување и воочување на множините,
- создавање на целини преку именување на множините,
- групирање на предмети според нивните заеднички својства (форма, големина, положба, функција, по некое нивно природно својство).

Набљудувањето и воочувањето на множините прво се врши во непосредната околина, а потоа во училиштето. На тој начин од конкретни предмети се преминува на симболи (графички прикази, слики, апликации на фланелограф и сл.). За манипулирање на учениците со множини се користи разновиден дидактички материјал, како што се: крукчиња или квадратчиња од картон во различни бои, камчиња, овошни плодови и сл. При манипулирањето со множините учениците ги распоредуваат нивните елементи за да имаат прегледност; ги раставуваат множините на помали множини; од две или повеќе помали градат една поголема множина; споредуваат множини.

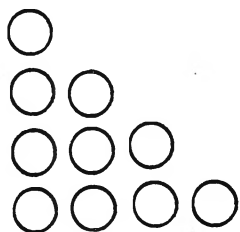
Раставувањето на множините се врши на практични примери и се продолжува до добивањето единки. Оваа постапка е значајна за воведувањето на природните броеви и операциите со нив. Со слична цел се обработува и споредувањето на множините, кое треба да биде основа за споредувањето на природните броеви. Споредувањето на множините се врши преку проценување и придружување. проценувањето е повеќе интуитивно и се применува кога разликата во бројот на елементите на множините коишто се споредуваат е очигледна. Сепак, и оваа споредување придонесува да се осмислат поимите: повеќе, помалку и исто толку (еднакво). Споредувањето со придружување е многу достапно за учениците, затоа што може да се изведува практично, на многу едноставен начин. Така, филџаните и чинивчињата се споредуваат со придружување, со ставање на филџаните на чинивчињата. Споредување со придружување веден на еденг лесно се изведува и графички, како што тоа е прикажано на црт 1 а) и б). Во врска со цртежов учениците искажуваат: во случајот а) ”првата множина има повеќе елементи”, додека во случајот под б) ”во двете множини има ист број елементи”.



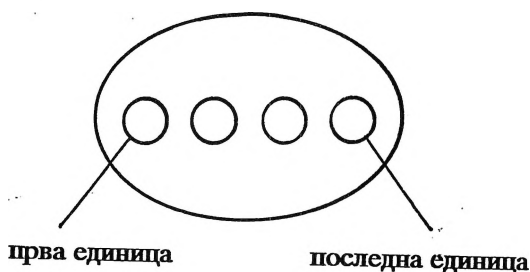
Црт. 1

41) Рајчиќ, Л., Павловиќ, Б., Колеќиќ, М., Наставата по математика во основното училиште, I дел. Просветно дело, Скопје, 1961, стр. 79.

Врз основа на искуствата на учениците од споредувањето на две множини, се преминува на споредување на три и повеќе множини. Тоа се врши со цел множините да се подредат според бројот на елементите и да се создаде основа за броењето. При споредувањето на повеќе множини се смета дека е најпогодно нивните единки (елементи) "да бидат наредени едни до други по должина во една права линија и тоа почнувајќи од лево на десно".<sup>42)</sup> Меѓутоа, се употребува и редење на единките на множините еден над друг. Тоа е особено погодно за формирање низа од множини според бројот на елементите, која во понатамошната фаза се

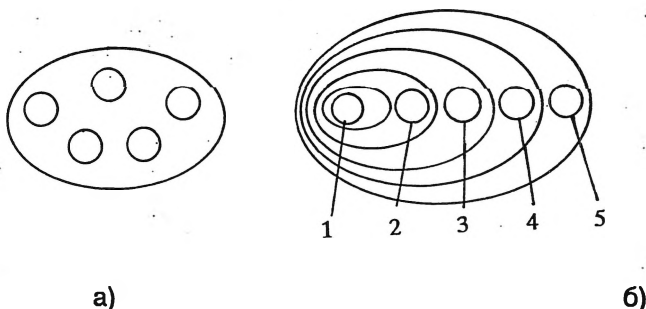


Црт. 2



Црт. 3

се доведува до низа од множини коишто се разликуваат за еден елемент (црт.2). Броењето се воведува преку разгледување на "уредени" множини, во кои ученикот лесно може да воочи која единица ја зема за прва, а која за последна (црт.3). Откако е прифатен ваков распоред на единките во множината, се искористува знаењето на учениците од периодот пред поаѓање во училиште за термините: еден, два, три, четири итн. Сега овие зборови се придружуваат на единките на множината што се набљудува. Таа постапка треба да се одвива на следниов начин: учениците ја уредуваат неуредената множина, но сега "учениците при земањето на одделните единки ќе ја изговораат низата на зборовите за броевите: еден, два, три итн, што веќе им е позната".<sup>43)</sup> Црт.4



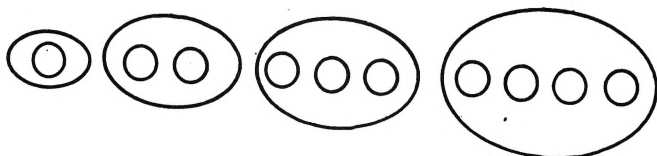
Црт.4

42) Рајчиќ, Л., Павловиќ, Б., Колетиќ, М., Наставата по математика во основното училиште, I дел, Просветно дело, Скопје, 1961, стр. 79.

43) Исто, стр. 80



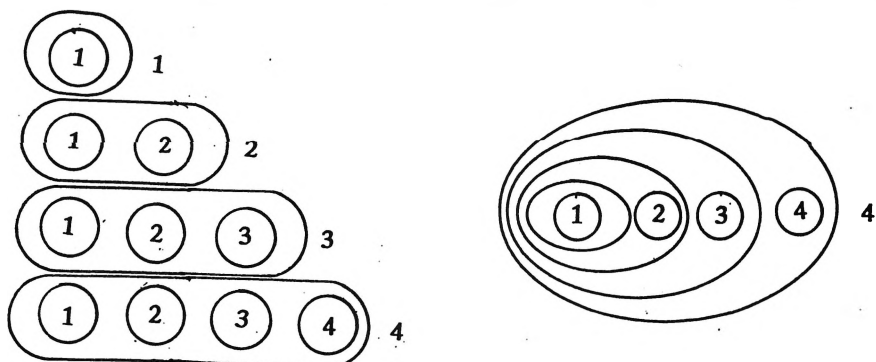
Во броењето особено значење му се дава на бројот што и се придружува на последната единка, бидејќи со него се одредува и вкупниот број единки во множината. Со броењето почнува формирање на множини со одреден број единки: од една, од две, од три, од четири итн (црт.5). Осмислувањето на броењето се врши преку активности кои се состојат во: броење во разни насоки и редови, броење по групи од по 2, 3,



Црт. 5

4 или повеќе предмети, броење од назад кон напред. При броењето, всушност, се одредува и која е по ред единката во множината. Така се доаѓа до редните броеви, што е од значење за воведувањето на кардиналниот број на множината. При броењето на единките "природниот број што се придружува кон поодделниот елемент на множината е редниот број на тој елемент, а дури оној последниот, со кој нумерираме некоја множина, е кардиналниот број на таа множина".<sup>44)</sup>

Откако ќе се провери и утврди дека учениците можат непосредно да ги воочуваат количинските содржини на множините до 5 единки, да ги илустрираат истите и со помош на броеви, да го искажуваат на единките во тие множини, се започнува со воведувањето на цифрите. Со запознавањето на цифрите на учениците им се овозможува процесот на броење и резултатите од броењето да го бележат со симболи. Воведувањето на цифрите се врши со придружување кон симболите на единките (црт.6).



Црт.6

44) Дуда, Г., Практична настава по математика во I одделение, Просветно дело, Скопје, 1959, стр. 52.

Воведувањето на броевите од 6 до 10 се врши, главно, според принципот на добивање следбеникот на формиранит број, односно со додавање на еден кон него. Така, 6 е 5 и 1, 7 е 6 и 1 итн. Меѓутоа, парните броеви се формираат и од два помали, веќе формиран и еднакви меѓу себе. На пример, 6 е 3 и 3, 8 е 4 и 4 итн. Воведувањето на броевите се поткрепува со илустрации, меѓу кои се применуваат и бројни слики. Всушност, илустрирањето е преку множини, во кои е видливо дека на познатата множина се додава уште една единка, која е препознатлива, најчесто коцка со "раце и нозе".

\*\*\*

Аритметичките операции собирање и одземање се воведуваат врз основа на искуствата на учениците од работата со множините. Во тие активности учениците од две множини формираат трета и сега ќе се постави прашањето: "ако две множини за кои знаеме колку единки содржи секоја од нив, ги составиме, дали можеме да одредиме колку единки има новата множина?"<sup>45)</sup> Со помош на дидактички материјал и илустрации се прикажува формирањето на новата множина од двете дадени, а потоа следува симболичкото запишување. На пример, од множина од 2 и множина од 3 јаболка се формира една, тоа се прикажува практично, најчесто со апликации на фланелограф, а потоа следува симболичкото запишување како што следува.



$2 + 3 = 5$  што се чита  
"два плус три е пет"

Натамошното осмислување на собирањето се гледа од два аспекта и тоа:

а) смисла на собирање и б) смисла на добројување.

Смислата на собирање се разгледува на практични примери, односно се прикажуваат случаи кога треба да се одреди колку единки има во две множини заедно. На тој начин се доаѓа до следнава дефиниција на собирањето: "Да се собере значи да се одреди број што содржи толку единици колку што ги имаат сите собироци заедно".<sup>46)</sup>

Смислата на добројувањето се гледа во одредувањето на број кој е за неколку единици поголем од дадениот број. (Иван има 4 јаболка, а Милан 3 јаболка повеќе. Колку јаболка има Милан? Во врска со оваа смисла на собирањето се дава следнава дефиниција: "Да се собере значи да се брои од бројот со кој е изразен првиот собирок за онолку единици колку што содржи вториот собирок".<sup>47)</sup>

45) Рајчиќ, Л., Павловиќ, Б., Колетиќ, М., Наставата по математика во основното училиште, I дел, Просветно дело, Скопје, 1961, стр. 93.

46) Исто, стр. 97.

47) Исто, стр. 97.

Одземањето се воведува врз основа на раставување на дадена множина на две помали. Всушност, од една множина со познат број единки се издвојува помала множина, исто така со познат број единки и треба да се одреди бројот на единките во втората помала множина (што остаува). Илустрирањето на овој методички приод е врз основа на некакво бележење на единките на множината што се издвојува, со прецртување, со "излегување" од множината, со "откинување" од множината и сл.

Собирањето и одземањето до 20 се заснива на принципот додавање на 10 и одземање од 10. Така, при собирањето со премин на десетката вториот собирок се разложува на два собирока, така што првиот од нив собран со вториот да дава 10. На пример,

$$8 + 6 = 8 + (2 + 4) = (8 + 2) + 4 = 10 + 4 = 14,$$

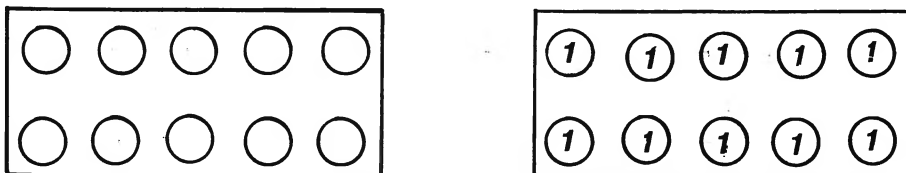
што се заснива на правилото додавање на збир кон даден број. На сличен начин се обработува и собирањето на број од втората десетка со едноцифрен број, при што двоцифрениот број се запишува во развиена форма и на 10 се додава збирот од единиците. на пример,

$$12 + 5 = (10 + 2) + 5 = 10 + (2 + 5) = 10 + 7 = 17,$$

што е заснивано на правилото на додавање на број кон збир.

Илустрирањето на овие случаи на собирање е со прикажување на десетката како целина - снопче од 10 прачки, десетки од бројните слики или модифицирана десетка од бројните слики каде што наместо кручиња се претставени 10 монети по еден динар (црт.7), што е прифатено и во концепцијата на учебникот за I одделение. Меѓутоа, според Станко

.....



Црт. 7

Првановиќ "не би требало да се поаѓа од нагледност, а доколку тоа се направи, тогаш најдобро е на руска сметалка и доволно е да се прикаже само на еден пример".<sup>48)</sup> Ваквото сфаќање Првановиќ го заснива на фактот дека при преминот преку 10 објективно не постои нова мисловна операција за која учениците треба да се оспособуваат. Според тоа, методичкиот приод со богато илустрирање на собирањето со премин на десетката значи и презаситена нагледност.

48) Првановиќ, С., Математика у I, II И III разреду основне школе, Завод за издавање учебника НР Србије, 1960, стр. 116.

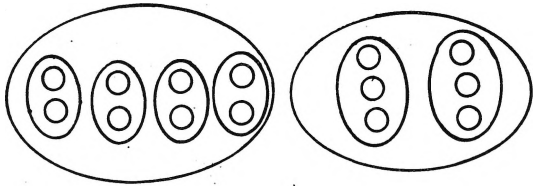
Одземањето до 20 се заснива на правилата: одземање на број од збир и одземање на збир од број. На пример,

$$18 - 5 = (10 + 8) - 5 = 10 + (8 - 5) = 10 + 3 = 13,$$

$$14 - 6 = 14 - (4 + 2) = (14 - 4) - 2 = 10 - 2 = 8.$$

Успешноста во совладувањето на овие операции зависи од совладаноста на добивањето на 10 како збир од два собирака, додавање на 10 и одземање од 10. Затоа во подготвителната етапа за обработката на овие операции се работат задачи од наведените типови, сè дури учениците не ги совладаат на степен на автоматизација. Утврдувањето на собирањето и одземањето до 20 се врши преку два типа задачи: нумерички и текстуални. Текстуалните задачи се со содржина од секојдневниот живот, со што се придонесува за актуелизација на потребата од математички знаења.

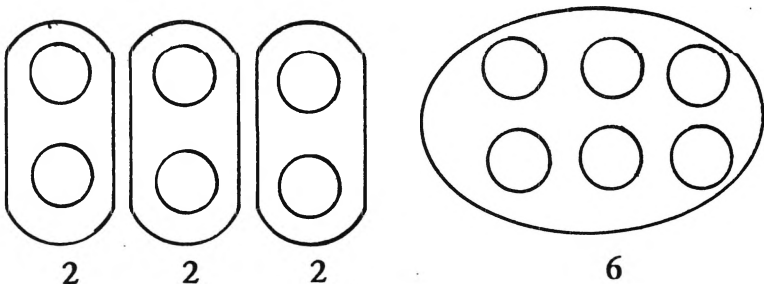
Подготовка за воведување на множењето во прво одделение се врши преку активности поврзани со раставување на дадена множина на повеќе помали множини со ист број единици, што се врши со практична работа со множини, со графичко претставување на една множина како "состав" од повеќе помали множини со еднаков број единици (црт.8), броење напред по 2, по 3, по 4, како и со претставување на даден број како збир, како на пример,



$$\begin{aligned} 8 &= 4 + 4, \\ 8 &= 2 + 2 + 2 + 2, \\ 6 &= 3 + 3, \\ 6 &= 2 + 2 + 2 \text{ итн.} \end{aligned}$$

Црт. 8

Откако се завршени овие подготовки, се преминува на составувањето на една множина од повеќе множини со еднаков број единици, што, всушност, е обратната постапка од раставувањето на множините. На пример,



Од ваков пример се преминува на пресметување на збир од еднакви собираоци, кој се запишува на краток начин, со помош на множење. На пример,  $\textcircled{2} + \textcircled{2} + \textcircled{2} = \textcircled{6}$  се запишува како  $3 \cdot \textcircled{2} = \textcircled{6}$  и се чита "3 пати по 2 се 6". Во случајов бројот  $\textcircled{2}$  е множината, односно бројот на нејзи: -

ните единки, додека бројот 3 покажува дека тие единки ќе ги земеме 3 пати. Во случајов бројот ② се именува како множеник, а бројот 3 како множител. Всушност, првиот број (бројот 3) покажува колку пати вториот број (бројот 2) е земен како собирок.

При осмислувањето на множењето се настојува да се разгледа од два аспекти на значењето и тоа:

а) на  $a$  места има во  $b$  единки и

б) да се најде број кој има  $a$  пати повеќе единици од бројот  $b$ .

Тоа осмислување се врши низ решавање на повеќе задачи, низ кои ќе се сфати суштината на двата аспекта. Во тие рамки е и прикажувањето на комутативноста на множењето:

$$3 \cdot 2 = 2 + 2 + 2 = 6, \quad 2 \cdot 3 = 3 + 3 = 6,$$

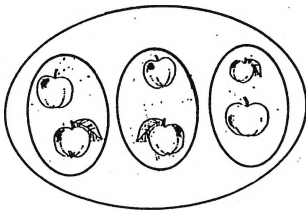
со што се осмислува значењето на броевите во записот  $3 \cdot 2$  и  $2 \cdot 3$ , односно во првиот случај бројот 2 е земен како собирок 3 пати, а во вториот пример бројот 3 е земен како собирок 2 пати.

Делењето и мерењето се воведуваат преку раставување на дадена множина на одреден број помали množини со ист број единки. Притоа се разгледуваат две можности:

а) Ако е даден бројот на помалите množини, да се определи по колку единки има секоја од нив и

б) Ако е даден бројот на единките во секоја од помалите množини, да се определи колку помали množини има во дадената множина.

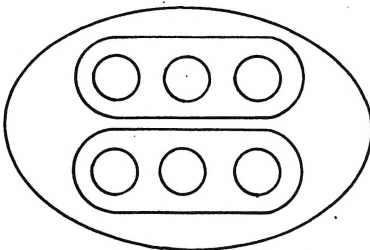
Симболичкиот запис произлегува од илустрирање на конкретна задача, а сето тоа врз основа на искуствата на учениците од работата со množините. На пример, на црт.9 е прикажано делењето на множина од 6 елементи на 3 помали množини со ист број единки и се бара колку такви množини ќе се добијат.



Црт. 9

или  $6 : 3 = 2$ , што се чита "6 делено на 3 е 2"

Напоредно се прикажува и случајот кога се бара бројот на помалите množини. На црт.10 е прикажано делењето на множина од 6 единки на množини со по 3 единки и се бара колку такви množини ќе се добијат.



Црт. 10

или  $6 : 3 = 2$ , што се чита "6 делено на 3 е 2", односно исто како во првиот случај.

Ваквите илустрации се усогласеуваат со текстот на задача со содржина од секојдневниот живот на учениците. Така, горните илустрации се однесуваат на задачите: "На три деца мајката им поделила 6 јаболка на еднакви делови. Колку јаболка ќе добие секое дете?". За вториот случај, пак: "Колку деца можат да добијат по 3 јаболка од кошница во која има 6 јаболка?"\*

Во учебникот за I одделение "Сметаме од 1 до 20" од Десанка Стиќ - Јањушевиќ, кој во тоа време е во употреба во Македонија, има подруг методички приод во воведувањето на делењето. Имено, тоа се воведува како обратна операција на множењето. На пример, на стр.76 од овој учебник е прикажана следнава постапка:

$$\begin{array}{l} 5 \cdot 1 = 5 \quad \text{и} \quad 5 : 1 = 5 \\ 5 \cdot 2 = 10 \quad \text{и} \quad 10 : 2 = 5 \\ 5 \cdot 3 = 15 \quad \text{и} \quad 15 : 3 = 5 \\ 5 \cdot 4 = 20 \quad \text{и} \quad 20 : 4 = 5. \end{array}$$

Овој приод, во споредба со претходниот, од методички аспект е помалку прифатлив и покрај тоа што математички е сосем исправен. Имено, тој е заснован на механичко помнење, без засновување на множините, односно не поаѓа од конкретното и да се движи кон апстрактното. Покрај тоа, со него не се прави потребната разлика помеѓу делењето и мерењето. Треба да се напомене дека во наведениот учебник за I одделение запишувањето на множењето врз основа на собирањето на еднакви собироци е обратно од она што се препорачува во прирачната литература. Тоа може да се види од илустрацијата на претходниот пример, односно

$$5 \cdot 3 = 5 + 5 + 5, \text{ што не одговара на читањето "пет по три".}$$

\*\*\*

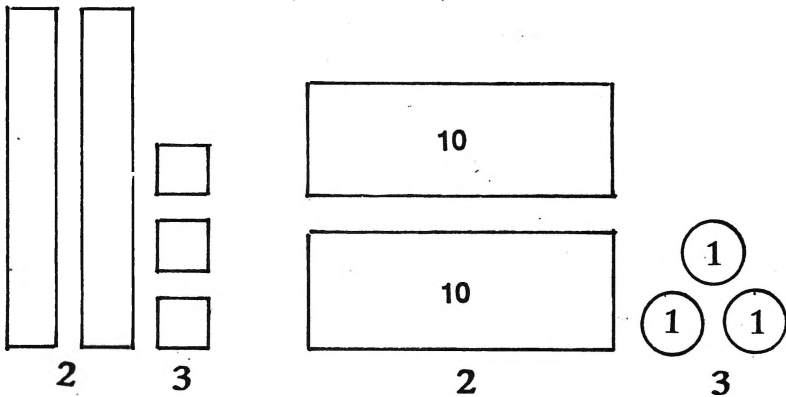
При проширувањето на бројната низа до 100 најпрво се истакнува десетката како повисока декадна единица, со што ќе започне воведувањето на учениците во декадниот броен систем. Десетката се гради преку работа на учениците со неуредени множини, од кои се формираат помали множини со цел да се олесни избројувањето на единките во дадената множина. Во формирањето и подредувањето на помалите множини учениците ќе разберат дека најцелисходно е да се направат множини од по 10 единки, затоа што со броењето на множините (една, две, три итн.) се бројат и единките (десет, дваесет, триесет итн.). Броењето продолжува на руската сметалка, каде што топчињата се сметаат како средени множини, групирани по 10 единки.

Како наставно средство за осмислување на бројната низа до 100 се употребува лента од хартија долга 1 метар, поделена на дециметри и сантиметри. Со мерење на отсечки со должина до 1 метар се работи и броење до 100. На пример, ако должината на отсечката е 53 см, се бројат прво дециметрите (1, 2, 3, 4, 5), а потоа сантиметрите (1, 2, 3), односно 53 сантиметри. Соодносот на десетката и единицата се илустрира на

\* Овие примери се од прирачникот "Наставата по математика во основното училиште, I дел", од Лав Рајчиќ и др., прикажани на стр. 104.

повеќе начини: со коцка од  $1 \text{ cm}^3$  и стапче еднакво на десет такви коцки или  $10 \text{ cm}^3$ , со едно стапче како единица и снопче од 10 стапчиња како десетка, со крукче во кое е впишан бројот 1 како единица и правоаголник во кој е впишан бројот 10 како десетка и сл.

Воведувањето на учениците во пишувањето на броевите до 100 е врз основа на илустрации со наведените наставни средства. На пример, бројот 23 се илустрира со одделно прикажување на десетките и единиците, при што тие одделно се бројат и запишуваат. Многу често за тоа се користи и руската сметалка на која се прикажуваат броевите. За индивидуална работа на учениците се практикува претставување на броевите на индивидуална руска сметалка или со помош на стапчиња. (снопче од 10 стапчиња како десетка и стапче како единица).



Од практичната работа со наставните средства се преминува на составување табел и запишување на броевите во неа, со што с истакнува местото на десетките и на единиците во неа за подоцна учениците да се ослободат од табелата и да ги запишуваат броевите до 100 без неа.

Д	Е
2	3
5	7

Собирањето и одземањето во рамките на 100 се обработуваат паралелно, односно за секој случај на собирање се разгледува и соодветниот случај на одземање ( $40 + 20$ ,  $70 - 30$ ;  $40 + 5$ ,  $64 - 4$  итн.). Овие операции се обработуваат во систем од "случаи", така што "случаите следуваат еден по друг по тежина и така лесно се изведува секој нареден случај од претходниот".<sup>49)</sup>

Според објавената литература од тој период, како и според учебниците за II одделение коишто се во употреба во Македонија тогаш, се разгледуваат следниве случаи на собирање и одземање:

49) Првановиќ, С., Математика у I, II и III разреду основне школе, Завод за издавање учебника НР Србије, Београд, 1960, стр. 143.

1. Собирање и одземање на полни десетки:

$$30 + 40 = ? \quad 3Д + 4Д = 7Д, \quad 30 + 40 = 70$$

$$70 - 40 = ? \quad 7Д - 4Д = 3Д, \quad 70 - 40 = 30;$$

2. Собирање на десетки и единици и одземање на единици од десетки и единици:

$$40 + 6 = 46,$$

$$65 - 5 = (60 + 5) - 5 = 60 + (5 - 5) = 60;$$

3. Собирање на десетки и единици со единици и одземање на единици од десетки и единици, без премин на десетката, односно кога збирот на единиците е помал од 10, односно кога бројот на единиците во намаленикот е поголем од бројот на единиците во намалителот:

$$43 + 5 = (40 + 3) + 5 = 40 + (3 + 5) = 40 + 8 = 48,$$

$$68 - 3 = (60 + 8) - 3 = 60 + (8 - 3) = 60 + 5 = 65;$$

4. Собирање на десетки и единици со единици, кога збирот на единиците е 10 и одземање на единици од полни десетки:

$$24 + 6 = (20 + 4) + 6 = 20 + (4 + 6) = 20 + 10 = 30,$$

$$50 - 4 = (40 + 10) - 4 = 40 + (10 - 4) = 40 + 6 = 46;$$

5. Собирање на десетки и единици со десетки и одземање на десетки од десетки и единици:

$$56 + 30 = (50 + 6) + 30 = (50 + 30) + 6 = 80 + 6 = 86$$

$$75 - 30 = (70 + 5) - 30 = (70 - 30) + 5 = 40 + 5 = 45;$$

6. Собирање на десетки и единици со десетки и единици кога збирот на единиците е помал од 10 и одземање на десетки и единици од десетки и единици кога бројот на единиците во намаленикот е поголем од бројот на единиците во намалителот:

$$25 + 43 = (20 + 5) + (40 + 3) = (20 + 40) + (5 + 3) = 60 + 8 = 68,$$

$$78 - 25 = (70 + 8) - (20 + 5) = (70 - 20) + (8 - 5) = 50 + 3 = 53;$$

7. Собирање на десетки и единици со десетки и единици кога збирот на единиците е 10 и одземање на десетки и единици од десетки:

$$24 + 46 = (20 + 4) + (40 + 6) = (20 + 40) + (4 + 6) = 60 + 10 = 70,$$

$$80 - 36 = 80 - (30 + 6) = (80 - 30) - 6 = 50 - 6 = 44;$$

8. Собирање на десетки и единици со единици кога збирот на единиците е поголем од 10 и одземање на единици од десетки и единици кога бројот на единиците во намаленикот е помал од бројот на единиците во намалителот:

$$48 + 7 = (40 + 8) + 7 = 40 + (8 + 7) = 40 + 15 = 55 \text{ или}$$

$$48 + 7 = 48 + (2 + 5) = (48 + 2) + 5 = 50 + 5 = 55,$$

$$63 - 8 = (50 + 13) - 8 = 50 + (13 - 8) = 50 + 5 = 55 \text{ или}$$

$$63 - 8 = 63 - (3 + 5) = 63 - 3 - 5 = 60 - 5 = 55;$$

9. Собирање на десетки и единици со десетки и единици кога збирот на единиците е поголем од 10 и одземање на десетки и единици од десетки и единици кога бројот на единиците во намаленикот е помал од бројот на единиците во намалителот:

$$38 + 46 = (30 + 8) + (40 + 6) = (30 + 40) + (8 + 6) = 70 + 14 = 84$$

или

$$38 + 46 = 38 + (40 + 6) = (38 + 40) + 6 = 78 + 6 = 84,$$

$$64 - 39 = 64 - (30 + 9) = (64 - 30) - 9 = 34 - 9 = 25.$$

Ваквиот приод во обработката на собирањето и одземањето е општо прифатен во методиката на наставата по математика од тој период.

....



Системот на "случаите", односно етапите во обработката добро е изграден и овозможува здобиените знаења успешно да се применуваат при обработката на нови наставни содржини, со што се создаваат претпоставки и за зголемување на ефикасноста во наставата. Покрај тоа, се создаваат можности за самостојна работа на учениците при здобивањето на нови знаења и успешна примена на заклучувањето по аналогија.

Во учебникот "Математика за II одделение" од Чедомир Поповиќ и Љуба Руменова, кој во тој период е во употреба во основните училишта во Македонија, за секој случај на собирање и одземање е даден модел според кој тоа треба да се изведува. Разликата меѓу моделите и напред наведените случаи е само во начинот на запишувањето, а се засниваат на истите аритметички правила - додавање на збир кон бројот, додавање на број кон збирот, одземање на број од збирот и одземање на збир од бројот. На пример, за случајот 5 се дадени следниве модели:

За собирање:

$$20 + 32 = ?$$

$$20 + 30 = 50$$

$$50 + 2 = 52$$

$$20 + 32 = 52$$

За одземање:

$$58 - 20 = ?$$

$$50 - 20 = 30$$

$$30 + 8 = 38$$

$$58 - 20 = 38$$

(Стр.114 од наведениот учебник) (Стр.116 од наведениот учебник)

При изучувањето на моделите за совладување на техниките на аритметичките операции, проф. Чедомир Поповиќ (професор по методика на наставата по математика на групата за одделенска настава на ПА "Св.Климент Охридски" - Скопје) дошол до заклучок дека: интересот и активностa на учениците во процесот на усвојувањето на техниките на изведувањето на аритметичките операции се поголеми кај учениците од помала возраст (особено во II одделение) во однос на оние од III и IV одделение. Причините за оваа појава според проф. Поповиќ се:

- секоја етапа во усвојувањето на техниката на секоја аритметичка операција има по нешто ново за учениците, што придонесува за зголемување на нивниот интерес за совладување на техниките,

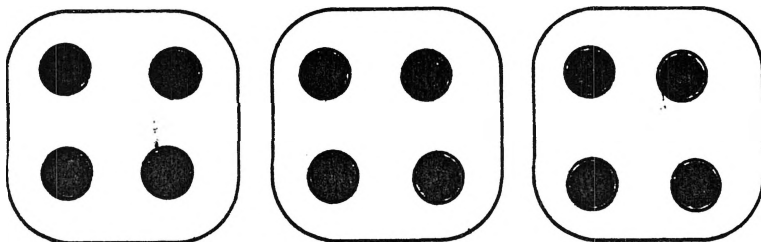
- тие новини се многу почести во операциите што се обработуваат на помала училишна возраст, најмногу при обработката на првата стотка,

- здобиените искуства од претходните активности со примената на моделите успешно се применуваат во наредните, со што интересот на учениците се зголемува, со што се создаваат можности за самостојна работа на учениците при усвојувањето на нови модели и за искористување на аналогијата како форма на математичко заклучување.\*

Операцијата множење претставува повисок степен на апстракција, затоа пред да се воведат се организираат бројни подготвителни активности. Тие, главно, се насочени кон осмислување на терминот "... пати". Така, при формирањето на множини со ист број елементи, може да се искаже: "три пати четири" (црт.11), односно четворката се повторува три пати - "три пати по четири единки". Од повеќе слични примери се изведува и запишувањето на збир од еднакви собироци на краток начин.

\* Според статијата: Воспитување на самоактивноста преку примена на аналогијата во усвојувањето на техниките на аритметичките операции од 20 до 1 000 000, од Чедомир Поповиќ, Просветно дело, Скопје, 1971, бр. 9 - 10, стр. 685 до 693.

На пример,  $4 + 4 + 4 = 12$ ;  $3 \textcircled{4} = 12$ .



Црт. 11

Од примерите учениците доаѓаат до сознание дека помеѓу бројот на истите собироци и нивниот збир (резултатот) постои цврст однос". Така се доаѓа и до поблиско означување на збирот од еднакви собироци од

$$3 \textcircled{4} = 12, \text{ на } 3 \times 4 = 12.$$

Во обработката на таблицата множење е прифатен приодот: обработка на множење со даден табличен број, според системот: 10, 5, 2, 4, 8, 3, 6, 9 и на крајот со 7. Ваквиот приод е прифатен од причина што при обработката на десетката (броењето на десетките и нивното изразување во единици) учениците имаат доволно искуство за да можат лесно да ја совладаат таблицата множење со 10. Овој систем е познат во методиката на наставата по математика и широко е прифатен во наставната практика.

Делењето и мерењето се обработуваат напоредно со множењето, односно по обработката на табличното множење со даден број се обработува и мерењето и делењето со истиот тој број. Воведувањето на мерењето и делењето се врши врз основа на практична задача, со примена на обратна операција на множењето.

Табличното множење и делење се обработува во три етапи и тоа:

- прва етапа - учениците ја "создаваат" таблицата множење, односно таблицата делење со даден број,
- втора етапа - учениците ја учат таблицата и
- трета етапа - таблицата се механизира.

На првата етапа учениците ги прошируваат здобиените знаења од множење и делење на поголеми броеви. За успешно "стварање" на таблицата се применуваат следниве активности:

1. Разгледување на едноставни задачи со содржина од непосредната околина на учениците, низ кои задачи ќе се осмислува значењето на термините "е ... пати поголем од", "има ... пати повеќе", "е ... пати помал од", "има ... пати помалку од" и сл.;

2. Секое множење и делење се претставува со помош на наставни средства (стапчиња, динари, топчиња, зрнца грав или пченка, на руската сметалка);

3. Графичко претставување на секое множење и делење (со крукчиња, со цртчики, со квадратчиња и сл.).

Во втората етапа учениците ја учат таблицата на множење, најпрво со додавање, при што се замислува собирање на одреден број предмети. При учењето на таблицата учениците постепено се ослободуваат од претставувањето со конкретни предмети и почнуваат да собираат еднакви броеви.

Во третата етапа се врши механизирање на таблицата множење и на таблицата на делење. Тоа се прави со повторување на таблицата, прво по ред, а потоа со промена на редот (6x4, 6x5, 6x6, а потоа 6x4, 6x7, 6x5, 6x9 итн.).

Покрај табличното множење и делење се обработуваат и некои случаи на вонтаблично множење и делење, пред да се обработи таблицата во целина. Овие случаи на множење и делење се засниваат на дистрибутивниот закон на множењето, односно делењето, во однос на собирањето, со што множењето и делењето се доведуваат во рамките на таблицата. Притоа се нудат модели според коишто треба да се решаваат сличните задачи. На пример,

$$5 \times 12 = ?$$

$$5 \times 10 = 50$$

$$5 \times 2 = 10$$

$$50 + 10 = 60$$

$$5 \times 12 = 60$$

(Стр.70 од учебникот  
за II одделение)

$$96 : 8 = ?$$

$$80 : 8 = 10$$

$$16 : 2 = 8$$

$$10 + 2 = 12$$

$$96 : 8 = 12$$

(Стр.128 од учебникот  
за II одделение)

И при овие случаи на множење и делење се почнува од практична задача, при што е можно решавањето на задачата да се помогне со наставни средства.

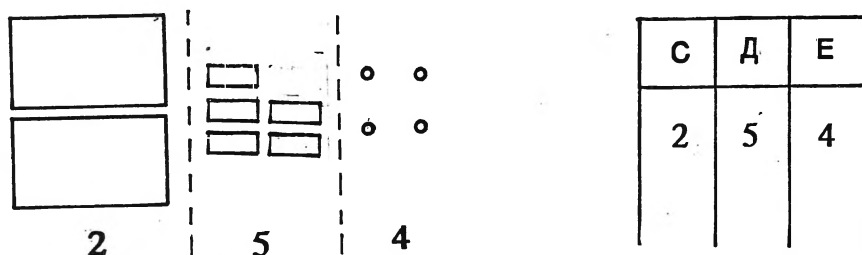
Откако ќе се обработи табличното делење, се воведува и делење со остаток. И во овој случај почетните активности се поврзани со практични задачи (7 јаболка да се поделат подеднакво во две чинии), со можност делењето да се прикаже практично. Од практичното прикажување и решавањето на задачата следува и симболичкиот запис, односно  $7 : 2 = 3$  и 1 остаток.

\*\*\*

Проширувањето на низата на природните броеви до 1 000 се надоврзува на стекнатите искуства на учениците од пишувањето и читањето на броевите до 100. И овде “се користи аналитичката постапка, односно множината од илјада или повеќе единици да се расчленуваат на помали и попрегледни множини”.<sup>50)</sup> Расчленувањето на множините се врши со цел да се најде најпогоден начин за броење на единките, при што учени-

50) Рајчиќ, Л., Павловиќ, Б., Колетиќ, М., Наставата по математика во основното училиште, И дел, Просветно дело, Скопје, 1961, стр. 179.

ците се насочуваат на формирање množини од по 100 единици. Активностите продолжуваат со градењето на стотки од десетки и ќе го одредуваат бројот на стотките. Притоа се допушта бројот на стотките да биде поголем од 10, на пример 12, при што на учениците им се обрнува вниманието на тоа дека 10 стотки се викаат илјада. откако е изградена илјадата и истата се прикажува нагледно на повеќе начини (со руска сметалка, со 10 правоаголници од кои секој е стотка и сл.), се врши пополнување на низата на природните броеви до 1 000. Тоа пополнување најчесто е преку графичко претставување, а од него табела (црт.12).



Црт.12

На тој начин учениците се воведуваат и во месната вредност на цифрите, односно согледуваат дека вредноста на секоја од цифрите зависи од местото коешто таа го зазема во бројот, затоа што тоа означува стотки, десетки или единици.

Аритметичките операции во рамките на 1 000 се обработуваат во систем. Се започнува со полни стотки (собирање, одземање, множење, делење), кои се сведуваат на операции со едноцифрени броеви. Така, на пример,

$$200 + 400 = ?$$

$$2\text{ С} + 4\text{ С} = 6\text{ С}$$

$$200 + 400 = 600$$

$$200 \cdot 3 = ?$$

$$2\text{ С} \cdot 3 = 6\text{ С}$$

$$200 \cdot 3 = 600$$

За полесно воведување на учениците во овие операции се применуваат именувани броеви, затоа што се сметало дека со помош на практичните задачи од пресметување на должини, изразени во метри или маса изразена во килограми, на учениците ќе им се доближи суштината на сметањето, а ќе се овозможува и практично прикажување и графичко илустрирање на операциите.

Натамошните етапи во системот на обработката на собирањето и одземањето во рамките на 1 000 е следниов:

2. Собирање на стотки и десетки со стотки и одземање на стотки од стотки и десетки:

$$200 + 70 = 270$$

$$200 + 410 = (200 + 400) + 10 =$$

$$= 600 + 10 =$$

$$= 610$$

$$270 - 100 = (200 + 70) - 100 =$$

$$= (200 - 100) + 70 =$$

$$= 100 + 70 =$$

$$= 170$$

3. Собирање на стотки и десетки со десетки и стотки и десетки со стотки и десетки без премин на стотката, како и одземање на стотки

$$\begin{array}{r} 420 + 50 = ? \\ 20 + 50 = 70 \\ 400 + 70 = 470 \\ \underline{420 + 50 = 470} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 370 - 250 = ? \\ 370 - 200 = 170 \\ 170 - 50 = 120 \\ \underline{370 - 250 = 120} \end{array}$$

или

$$\begin{array}{r} 230 + 160 = ? \\ 230 + 100 = 330 \\ \underline{330 + 60 = 390} \\ 230 + 160 = 390 \end{array} \quad \text{или} \quad \begin{array}{r} 200 + 100 = 300 \\ 30 + 60 = 90 \\ 300 + 90 = 390 \end{array} \quad \begin{array}{r} 300 - 200 = 100 \\ 70 - 50 = 20 \\ \underline{100 + 20 = 120} \\ 370 - 250 = 120 \end{array}$$

4. Собирање на стотки и десетки со стотки и десетки, кога збирот на десетките е 100 и одземање на стотки и десетки од стотки:

$$\begin{array}{r} 260 + 140 = ? \\ 260 + 100 = 360 \\ \underline{360 + 40 = 400} \\ 260 + 140 = 400 \end{array} \quad \text{или} \quad \begin{array}{r} 200 + 100 = 300 \\ 60 + 40 = 100 \\ \underline{300 + 100 = 400} \\ 260 + 140 = 400 \end{array} \quad \begin{array}{r} 300 - 130 = ? \\ 300 - 100 = 200 \\ \underline{200 - 30 = 170} \\ 300 - 130 = 170 \end{array}$$

5. Собирање на стотки и десетки со стотки и десетки, со премин на стотката и одземање на стотки и десетки од стотки и десетки со раситнување на стотката:

$$\begin{array}{r} 160 + 170 = ? \\ 160 + 100 = 260 \\ 260 + 70 = 330 \\ \underline{160 + 170 = 330} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 620 - 480 = ? \\ 620 - 400 = 220 \\ 220 - 20 = 200 \\ \underline{200 - 60 = 140} \\ 620 - 480 = 140 \end{array}$$

6. Собирање на стотки, десетки и единици со стотки, десетки и единици и одземање на стотки, десетки и единици од стотки, десетки и единици:

$$\begin{array}{r} 183 + 162 = ? \\ 183 + 100 = 283 \\ 283 + 60 = 343 \\ \underline{343 + 2 = 345} \\ 183 + 162 = 345 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 365 - 282 = ? \\ 365 - 200 = 165 \\ 165 - 80 = 85 \\ \underline{85 - 2 = 83} \\ 365 - 282 = 83 \end{array}$$

Наведените операции во рамките на 1000 се извршуваат усно и после нивното усвојување од страна на учениците се воведува писменото собирање и одземање.

Писменото собирање и одземање се воведува во две етапи и тоа:

- прва етапа - собирање без преминување на десетката, односно одземање без раситнување на десетката (овде ја прифаќаеме терминологијата што е применувана во тој период) и

- втора етапа - писмено собирање со преминување на единиците преку десетката, односно писмено одземање со раситнување на десетката.

Преминот на писмено сметање се мотивира со “барање полесно сметање отколку што е усното”.<sup>51)</sup> Од таа причина воведувањето на писменото сметање започнува со задача чија содржина е од секојдневниот живот, која учениците прво ја решаваат усно, а потоа преку илустрации се наведуваат на собирање, односно одземање на единиците од ист ред меѓу себе. Напоредно со илустрацијата броевите се запишуваат во табела на декадниот броен систем, каде што се врши операцијата и од таму се преминува на писмено сметање.

Писменото собирање се врши во повеќе етапи и тоа:

- собирање без премин, случај кога збирот на единиците, односно на десетките е помал од 10,

- собирање кога збирот на единиците, односно десетките е поголем од 10,

- собирање кога збирот на единиците, односно десетките е еднаков на нула и

- собирање на повеќе од два собирока.

Илустрирањето и претставувањето на собирањето во табела се врши на следниов начин:

СТОТКИ	ДЕСЕТКИ	ЕДИНИЦИ	С	Д	Е	односно
100			1	4	3	143
						<u>+235</u>
						378
100						
100			2	3	5	
			3	7	8	

Писменото одземање се обработува во следниве етапи:

- писмено одземање без премин,
- писмено одземање со премин (со раситнување на десетката), и
- писмено одземање од стотки и десетки и од полни стотки (одземање кога бројот на единиците или на десетките е нула).

Илустрирањето на писменото одземање е слично како и кај собирањето. Овде ќе го прикажеме илустрирањето на одземањето со премин во десетките.

51) Рајчиќ, Л., Павловиќ, Б., Колетиќ, М., наставата по математика во основното училиште, I дел, Просветно дело, Скопје, 1961, стр. 182.

СТОТКИ	ДЕСЕТКИ	ЕДИНИЦИ	С	Д	Е
100 100	10 10	1 1	6	8	3
100 100	10 10	1 1			
100 100	10 10	1 1			
	10 10	1 1			
	10	1			
100	10 10	1 1	2	4	7
100	10 10	1 1			
4	3	6	4	3	6

односно  

$$\begin{array}{r} 713 \\ 683 \\ - 247 \\ \hline 436 \end{array}$$

Пред воведувањето на писменото множење се обработува усно множење на десетки и единици со единици и стотки и десетки со единици. Овие случаи на множење се обработуваат врз основа на дистрибутивниот закон на множењето во однос на собирањето. На пример:

$$95 \times 5 = ?$$

$$190 \times 4 = ?$$

$$(90 \times 5) + (5 \times 5) = 450 + 25 = 475 \quad (100 \times 4) + (90 \times 4) = 400 + 360 = 760$$

$$95 \times 5 = 475$$

$$190 \times 4 = 760$$

(Стр. 125 од учебникот за III одделение)

(Стр. 121 од учебникот за III одделение)

Писменото множење се воведува преку собирање, за да се воочи скратувањето на работата ако множењето се извршува писмено. На пример,  $132 \cdot 3$  е:

$$132 \text{ или } 2 + 2 + 2 \text{ (единици) е } 3 \times 2 = 6$$

$$132 \text{ или } 3 + 3 + 3 \text{ (десетки) е } 3 \times 3 = 9$$

$$+ 132 \text{ или } 1 + 1 + 1 \text{ (стотки) е } 3 \times 1 = 3$$

$$396$$

или запишано во таблица:

С	Д	Е	x 3
1	3	2	
3	9	6	

Потоа множењето се запишува без таблица, а се врши на истиот начин.

$$\begin{array}{r} 132 \times 3 \\ \hline 396 \end{array}$$

Следната етапа во обработката на писменото множење е со преминување во друга месна вредност (од единици во десетки или од десетки во стотки). И во овој случај прво се објаснува множењето со помош на таблица, а потоа без неа. На пример,  $248 \times 2$  се објаснува вака:

С	Д	Е
2	4	8
х		2
4	9	6

или 248  
 $\begin{array}{r} \times 2 \\ 496 \end{array}$

“Велиме вака: 2 пати по 8 единици се 16 единици. Во 16 единици има 1 десетка и 6 единици. (единици пишуваме под единиците. 1 десетка запомнуваме. 2 пати по 4 десетки се 8 десетки и 1 десетка (што ја помниме) се 9 десетки. 9 пишуваме под десетките. 2 пати по 2 стотки се 4 стотки. 4 пишуваме под стотките“.<sup>52)</sup>

Множењето се едноцифрен број во рамките на 10 000 и 1000000 се обработува по аналогија со множењето со едноцифрен број во рамките на 1000.

Множењето со двоцифрен број се обработува во следниве етапи:

- множење со 10,
- множење со полна десетка, и
- множење со двоцифрен број.

Множењето со 10 се сведува на допишување на нула од десно на бројот што се множи. Тоа служи и како основа за множење со полна десетка, која се разложува на производ од 10 и бројот на десетките. На пример,

$$\begin{array}{l} 326 \times 20 = ? \\ 326 \times 2 = 652 \\ 652 \times 10 = 6520 \\ 326 \times 20 = 6520 \end{array}$$

Од вакви примери се изведува и правилото - даден број се множи со полна десетка на тој начин што дадениот број прво се множи со бројот на десетките, а потоа на добиениот производ од десно му се допишува нула.

Писменото множење со двоцифрен број не се изведува од претходно обработените постапки, туку само се објаснува техниката на операцијата. На пример, производот  $112 \times 23$  прво се прикажува во табела, а потоа техниката на множење врз табела:

ЕИ	С	Д	Е	или	112
	1	1	2		$\times 23$
	х	2	3		336
	3	3	6		+ 224
+ 2	2	4			2576
	2	5	7	6	

(Стр. 184 од учебникот за III одделение)

Карактеристично е тоа што се обработува и случајот кога прво се множи со десетките, а потоа со единиците.

Писменото множење со трицифрен број се обработува врз основа на аналогија со множењето со двоцифрен број.

52) Поповиќ, Ч., Аговски, З., Руменова, Љ., Математика за III одделение, Просветно дело, Скопје, 1972, стр. 141.



Подготвителна етапа за воведување на писменото делење опфаќа: усно делење на стотки и десетки со едноцифрен број и усно делење на стотки, десетки и единици со едноцифрен број, врз основа на дистрибутивниот закон на делењето во однос на собирањето. На пример,

$$480 : 2 = 400 : 2 + 80 : 2 = 200 + 40 = 240 \qquad 560 : 4 = 400 : 4 + 160 : 4 = 100 + 40 = 140$$

$$486 : 2 = 400 : 2 + 80 : 2 + 6 : 2 = 200 + 40 + 3 = 243 \qquad 576 : 4 = 400 : 4 + 160 : 4 + 16 : 4 = 100 + 40 + 4 = 144.$$

Писменото делење се надоврзува на усното делење на стотки, десетки и единици со едноцифрен број, при што тоа прво се претставува во табела, а потоа таа се изоставува. На пример,  $369:3$  се претставува на следниов начин:

$$369:3 = 300:3 + 60:3 + 9:3 = 100 + 20 + 3 = 123,$$

Деленик			Делител	Количник		
С	Д	Е		С	Д	Е
3	6	9	: 3	1		
-3					2	
=	6					3
	-6					
	=	9				
		-9				
		=				
3	6	9	: 3	1	2	3

или  $369 : 3 = 123$

$$\begin{array}{r} -3 \\ =6 \\ -6 \\ =9 \\ -9 \\ = \end{array}$$

При обработката на писменото делење се настојува да се направи разлика помеѓу делењето и мерењето, но и на тоа дека техниката на сметањето е наполно иста.

Делењето со едноцифрен број во рамките на 10 000 и 1 000 000 се воведува по аналогија со делењето со едноцифрен број во рамките на 1000. Делењето со двоцифрен број, пак, се обработува во рамките на 1000 000 и се заснива на делењето со едноцифрен број и делењето со полна десетка, при што се разгледуваат случаи без и со остаток. Со обработката на делењето со полна десетка учениците треба да стекнат претстава за содржувањето на двоцифрениот број во секој непотполн деленик.

\*\*\*

Воведувањето на единиците мерки се обработува врз основа на истакнувањето на потребата за мерење на одредена величина. При воведувањето на основната единица мерка за дадена величина најчесто се врши мерење и споредување на две или повеќе величини од ист род, при што првите споредби се со процена. Потребата од единица мерка за дадена величина се истакнува врз основа на сознанијата од несигурноста на мерењето со проценување, како и на мерењето со “мерки“ кои не се единствени, туку зависат од мерачот (чекор, педа, локат), што се утврдува врз основа на практични активности на учениците.

Единиците мерки за должина се воведуваат со воведувањето на поимот растојание. Мерењето на различни растојанија со помош на метар често доведува до потреба за заокружување на резултатот од мерењето, што од една страна ја наметнува потребата од воведување на помали единици мерки заради прецизност во мерењето, а од друга страна мерењето на поголеми растојанија ја наметнува потребата од воведување на поголеми единици мерки.

По аналогија со единиците мерки за должина се воведуваат и единиците мерки за маса и за волумен на течност. Поголеми тешкотии се јавуваат при воведувањето на единиците мерки за време, бидејќи учениците од таа возраст се уште немаат попрецизни претстави за времето како величина. Покрај тоа, не е можно да се организираат активности за мерење на времето со проценување и со единици мерки од страна на учениците и врз основа на мерењето да се споредуваат различните величини. Уште една сериозна тешкотија во обработката на единиците мерки за време произлегува од нивниот меѓусебен сооднос, кој излегува од рамките на декадноста. Имено, додека единиците мерки за должина, за маса и за волумен на течност можат да се споредуваат со разредите во декадниот броен систем, да се запишуваат во развиена форма, со единиците мерки за време тоа не е можно.

\*\*\*

Воведувањето на поимот дробка се сведува на практични активности кои се извршуваат во непосредната околина на учениците (продавачот го дели лебот на два еднакви делови, питата бурек на осум еднакви делови) или, пак, учениците сами извршуваат одредени активности (превиткување на лента или лист хартија на два еднакви дела кои се преклопуваат, делење на квадрат на четири еднакви делови со расекување). Напоредно со воведувањето на одделни дробки (на почетокот со броител 1), се воведува и симболичкото запишување, проследено со толкување што тоа означува - “Кога целото е разделено на два еднакви делови, секој дел се вика една половина и се пишува вака:  $\frac{1}{2}$ , а се чита една половина“.<sup>53)</sup>

При воведувањето на секоја одделна дробка се практикуваат активности за осмислување на истата, како што се:

- од колку половици (третини, четвртини, ...) може да се состави едно цело,

- колку половици (третини, четвртини, ...) има во 2, 3, 4 цели,

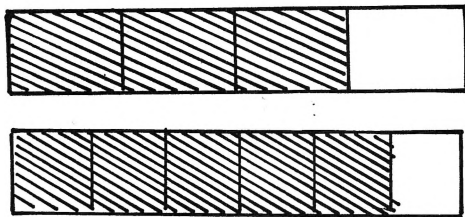
- колку цели има во: 4, 6, 8, 10, ... половици (8, 12, 16, ... четвртини).

Обработката на дробките се проследува со разновидни илустрации, делење на отсечка, лента, квадар, круг на еднакви делови, но најчесто, дури задолжителна е употреба на слика на правоаголна лента.

Воведувањето на дробки со броител поголем од еден се изведува со помош на шрафирање или боење на повеќе од добиените еднакви

<sup>53)</sup> Поповиќ, Ч., Руменова, Љ., Лукиќ, С., Сметаме, мериме, цртаме, учебник по математика за IV одделение, Просветно дело, Скопје, 1964, стр. 134.

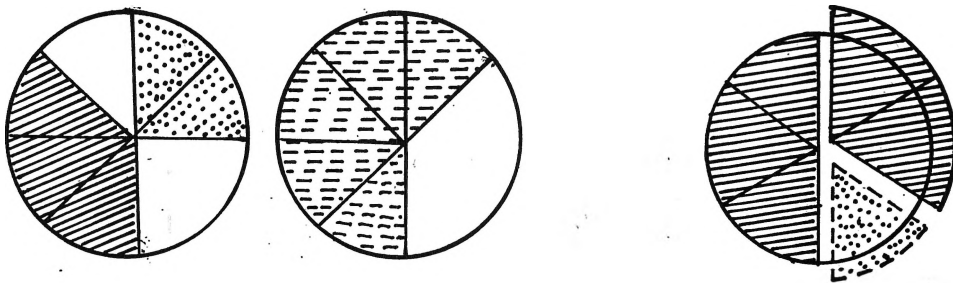
делови на едно цело (лента, круг, квадрат), како што е прикажано на црт.12 за дробките  $\frac{3}{4}$  и  $\frac{5}{6}$ .



Црт.13

Со помош на слични илустрации се воведуваат и операциите: собирање и одземање на дробки со еднакви именители. Од илустрацијата се изведува правилото: дробки со еднакви именители се собираат (одземаат) кога ќе се соберат (одземаат) броителите, а именителот останува ист.

На црт.13 е прикажано собирањето  $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$  и одземањето  $\frac{5}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3}{6}$ .



Црт. 14

Барањето на дел од број, изразен со дробка, се илустрира со множини ( $\frac{1}{2}$  од множина од 6 елементи,  $\frac{1}{3}$  од множина од 9 јаболка и сл.). Од илустрациите и од набљудувањето учениците треба да ја замислат множината како едно цело, а потоа да ја делат на два, односно на 3 еднакви делови. Всушност, бројот на единките во множината, или пак, дадениот број се дели со именителот на дробката и се добива делот што и одговара:  $\frac{1}{4}$  од 8 е  $8:4 = 2$ ,  $\frac{1}{3}$  од 15 е  $15:3 = 5$ . Врз основа на искуствата од решавањето на овој тип задачи се обработува и барањето на дел од множина, односно број, изразен со дробка со броител поголем од 1. На пример,  $\frac{3}{4}$  од 12 се пресметува на следниов начин:

$$\frac{1}{4} \text{ од } 12 \text{ е } 12 : 4 = 3, \frac{3}{4} \text{ од } 12 \text{ е } 3 \cdot 3 = 9.$$

\*\*\*

Првите геометриски содржини со коишто учениците се запознаваат во прво одделение се најпознатите геометриски форми. Запознавањето на геометриските форми се заснива на искуствата на децата од предучилишната возраст, а непосредното запознавање со тие форми е преку набљудување на конкретни предмети. При ваквиот приод се почитува сфаќањето на психологијата дека детето "може да познава некои геометриски слики, но и нив детето ги определува, давајќи им конкретно предметно толкување".<sup>54)</sup>

Врз основа на практичните искуства на учениците од секојдневниот живот се прават и првите класификации на предметите, според некое нивно "геометриско" својство. Така, според тоа дали телата при придвижувањето се тркалаат или "тумбаат", тие можат да бидат тркалести (или валчести) и аглести. Значи, при класификацијата се поаѓа од критериум што пороизлегува од практична активност, односно од манипулирање со конкретни предмети. Од набљудувањето и манипулирањето со предмети се изведува и класификацијата на површините на рамни (мирната површина на водата) и вознемирена или брановидна. Препознавањето на овие форми се заснива, покрај здобиените претстави од набљудување, и на чувството од допирот со раката на површината што се разгледува.

Линиите се воведуваат преку трагата што ја оставаат некои предмети што се движат, како што се: стапче кое се влече по песок, кредата при движењето по таблата остава трага. Ист е случајот и со моливот кога се движи по хартија и сл. При натамошното осмислување на линијата, учениците треба да сфатат дека таа може да означува и пат по кој се движи некое тело. Со обележувањето на различни линии по кои може да се движи некое тело за да стигне од едно место до друго се доаѓа до класификација на линиите на прави и криви. Натамошната етапа во осмислувањето на линиите е преку нивно воочување на предмети од непосредната околина на децата. Прва посложена практична активност што ја изведуваат учениците е определувањето на видот на дадена линија со помош на затегнат конец.

Низ набљудувањето на линиите како рабови на некои предмети (масата, зидот, кутијата за моливи, клупата), учениците интуитивно ја прифаќаат отсечката како дел од правата линија. Осмислувањето на отсечката понатаму е преку релациите: повисок - понизок, потенок - подебел, подлабок - поплиток, со што отсечката се подразбира како величина (должина), а мерењето најпрво се врши со конец. Меѓутоа, тоа се само почетни сознанија за отсечката, кои во второ одделение ќе се продлабочат и систематизираат.

Во второ одделение отсечката се "дефинира" како "најкуса сврзница меѓу две места", а се изведува врз основа на практична работа со учениците во училишниот двор или при излет во природата. При овие активности учениците сами втреба да прават експерименти и преку сво-

<sup>54)</sup> Рајчиќ, Л., Павловиќ, Б., Колетиќ, М., Наставата по математика во основното училиште, I дел, Просветно дело, Скопје, 1961, стр. 25.

јата лична работа да дојдат до потребните заклучоци“.<sup>55)</sup> Така, меѓу две означени места се бара најкратко растојание, а како средство за практично мерење се користи затегнат конец или танко јаже. Од практичното мерење се врши и споредување на отсечки, без употреба на направа за мерење. Првите мерења се вршат со чекор, помалите со педа, за да се воочи потребата од единица мерка, поради различноста на чекорите и педите, во зависност од мерачот. Така се доаѓа до метарот како единица мерка за должина, а подоцна од него се изведуваат дециметарот и сантиметарот.

Откако учениците ќе се здобијат со доволно искуства во врска со отсечките, се преминува на цртање и мерење на истите. Оспособувањето на учениците за цртање и мерење на отсечки со линир се врши во неколку етапи и тоа:

- цртање на прави линии,
- цртање на искршена линија,
- цртање на отсечка со дадена должина,
- поврзување на повеќе точки со отсечки и мерење на нивната должина, и
- цртање на права и означување на повеќе отсечки на истата.

Во III одделение се обработуваат следниве геометриски поими: површина, рабови и темиња, хоризонтална, вертикална и коса положба, правоаголник, квадрат, прав агол и цртање на правоаголник и квадрат. Поимите: површина, рабови и темиња, хоризонтална, вертикална и коса положба се обработуваат врз основа на набљудувања во училишната и на непосредната детска околина (семејството, училишниот двор, на излет во полето и сл.). Поимот површина се воведува како граница на телата, а практично се прикажува со вода и масло во чаша, каде што површината се воочува како граница помеѓу водата и маслото. Класификацијата на површините на рамни и криви се врши врз основа на допир и на положбата на линирот во повеќе различни насоки на површината, односно дали тој во секоја насока лежи на површината или не лежи. Откако ќе се изврши класификацијата, рамните и кривите површини се воочуваат кај предмети од непосредната околина.

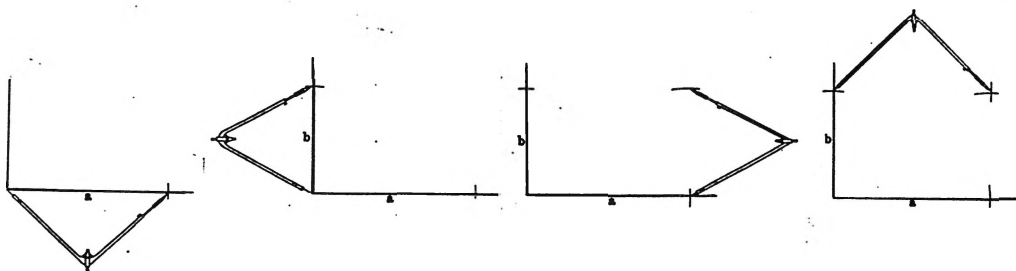
Врз основа на искуствата на учениците стекнати од набљудувањата на предмети од непосредната околина се воведуваат и поимите квадар и коцка, но не се надминува степенот на препознавање. Квадарот и коцката се основа за воведување на поимите: раб и теме. Односот помеѓу должините на рабовите се утврдува со мерење, односно експериментално. Темето се објаснува како место каде се соединуваат три површини, односно три раба на квадарот или коцката.

Правоаголникот и квадратот се воведуваат со прецртување на една страна на квадарот, односно коцката. По експериментален пат се утврдува дека во правоаголникот две по две спротивни страни се еднакви, додека кај квадратот сите страни меѓусебе се еднакви меѓу себе.

55) Ивановски, Г., Наставата по геометрија во II одделение, Математика во основното училиште, Просветно дело, Скопје, 1960, стр. 32 - 35.

Хоризонталната положба се воведува како положба на мирната вода и се покажува пред учениците со накривување на провиден сад во кој има вода, за да се воочи дека слободната површина на водата не ја менува положбата. Натамошното осмислување на овој поим е преку согледувањата за примената на либелата, особено за практични потреби. Вертикалната положба, пак, се воведува преку објаснувањето на својството на конецот на високот, што, исто така, се поврзува со неговата практична примена. Воопштувањето од споредувањето на положбата на конецот на високот и предметите од непосредната околина треба да се сведе на ваква определба: “Положбата што ја заземаат предметите каква што ја има оптегнатиот конец на високот ја викаме исправена (вертикална) положба”.<sup>56)</sup> Косата положба се определува како положба која не е ниту хоризонтална, ниту вертикална. Осмислувањето на сите три положби заедно се врши на тела на коишто можат да се воочат барем две положби - квадар, коцка, куќа, училница и сл.

Поимот агол се изведува од правоаголникот и квадратот, без да се настојува тој да се објасни, туку само се одредуваат неговите елементи - темето и краците. Интересно и невообичаено е правиот агол да се дефинира како агол на кој еден крак му е хоризонтален, а другиот вертикален. Во учебникот за III одделение тоа се прави. Со тоа многу конкретно се одредува и положбата на правиот агол, што и од стручен и од методички аспект не е засновано. Утврдувањето дали некој агол е прав или не е се врши со помош на правиот агол на триаголниот линир, со кој и го цртаат овој вид агли. На цртањето на правиот агол се посветува сериозно внимание, бидејќи тоа е многу значајно за цртањето на правоаголникот и квадратот. Цртањето на овие геометриски фигури се врши по претходно објаснета постапка и тоа: најпрво се врта една страна на правоаголникот, односно квадратот, потоа се повлекуваат правите агли со теме во крајните точки на нацртаната страна и еден крак на таа страна, на другиот крак се нанесуваат соседните страни на нацртаната линија и на крајот со поврзувањето на краевите на тие страни се добива четвртата страна. На цртежов е прикажана таа постапка за правоаголникот, во сите нејзини етапи.



Црт.15

56) Поповиќ, Ч., Руменова, Љ., Аговски, З., Математика за III одделение, Просветно дело, Скопје, 1972, стр. 68.

Поимот рамнина се воведува со прикажување на зголемување на рамна површина - од површина на кутија за моливи, на површина на клупа - површина на училница - површина на сала - површина на училиштен двор - површина на поле итн, односно со неограничено зголемување во сите насоки. Од повеќе примери се воопштува дека: “рамна неограничена површина што се замислува претставува рамнина“. <sup>57)</sup> Меѓутоа и покрај тоа што воопштувањето за рамнината се врши преку рамна површина, повторно се изведува друг заклучок, односно дека “секоја рамна површина е дел од рамнина“. <sup>58)</sup> Со ваквиот приод е направен обид да се објасни основниот математички поим, но има и вртење во круг, еден поим да се дефинира со друг, а потоа другиот со првиот.

Поимот права се изведува од поимот отсечка, кој учениците добро го познаваат. “Пред учениците треба да се појасни дека отсечката може да се продолжува и од двете страни“. <sup>59)</sup> Меѓутоа, правата се прикажува и како пресек на две рамнини, што е чекор поблизу до апстракцијата, во однос на материјализираното претставување на истата со конец, жица и сл. Од поимот права се изведуваат поимите полуправа и отсечка. Сега се создаваат поповолни услови за поточно дефинирање на отсечката. Меѓутоа, изведувањето на поимот права од поимот отсечка, а потоа враќањето назад, дефинирање на отсечката со поимот права има значителни стручни и методички недостатоци. Имено, определбата “такви прави линии кои неограничено продолжуваат од двете страни се викаат прави“ (стр.28 од учебникот за IV одделение) е обид за дефинирање на основен математички поим.

На почетокот на вториот период поимот точка се воведува преку набљудување на квадар и коцка и воочување на “местата каде се соединуваат соседните рабови“. Меѓутоа, подоцна точката се воведува како пресек на две прави, што од математичка гледна точка е поисправно и поконкретно, а за учениците поприватливо, бидејќи лесно цртаат прави што се сечат и го означуваат нивниот пресек. Од друга страна пак, со ваквиот приод се олеснува обработката на заемните положби на две прави во рамнината. Со означување на повеќе точки на една права пак, се осмислуваат поимите полуправа и отсечка.

Поимите кружница и круг се обработуваат според приватениот во тој период методички приод - со набљудување на предмети со цилиндрична форма - кутии од конзерви, печка, буре, разни садови и сл. Првото цртање на кружницата е со “прецртување“ на основата на погодна цилиндрична форма, од каде се изведува еден вид генетичка дефиниција “кривата затворена линија што ја добиваме со повлекување на моливот околу кругот се вика кружна линија“. <sup>99)</sup> Ваквата дефиниција, од математички аспект, потсетува дека кружницата не му припаѓа на кругот. Меѓутоа, се дава и математички издржана дефиниција (затворена крива линија чии точки се еднакво оддалечени од центарот), која исто така се изве-

57) Поповиќ, Ч., Руменова, Љ., Математика за IV одделение, Просветно дело, Скопје, 1970, стр. 16.

58) Исто, стр. 17.

59) Аговски, З., Крстиќевски, М., Наставата по математика во IV одделение, Математика во основното училиште, Просветно дело, Скопје, 1960, стр. 35 - 42.

60) Поповиќ, Ч., Руменова, Љ., Математика за IV одд., Просветно дело, Скопје, 1970, стр. 45.

дува по генетички пат.

Во IV одделение особено внимание се посветува на оспособување на учениците за геометриско цртање. Тоа се прави преку објаснување на примената на геометриските справи и постапката при цртањето, со илустрирање на сите етапи од цртањето. Ваквата определба е значајна и од гледиште на запознавањето на својствата на геометриските фигури, што се овозможува при цртањето.

Врз основа на искуствата на учениците за својствата на страните на правоаголникот и квадратот, се изведуваат формули за пресметување на обиколката (периметарот) на овие фигури, односно

$$0 = a + a + b + b, 0 = 2a + 2b \text{ - за правоаголникот,}$$

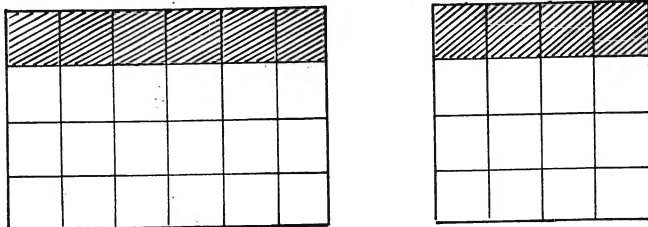
$$0 = a + a + a + a, 0 = 4a \text{ - за квадратот.}$$

Обиколката на овие фигури се пресметува на два начина и тоа:

1. со собирање на страните како отсечки, односно геометриски,
2. со собирање на мерните броеви на должините на страните, односно аритметички.

Поимот плоштина се воведува интуитивно, со споредување на помали и поголеми плоштини. Единиците мерки, пак, се воведуваат преку цртање на квадрат со страна 1 ( $1 \text{ cm}$ ,  $1 \text{ m}$ ,  $1 \text{ dm}$ ) и тоа по следниов редослед:  $1 \text{ dm}^2$ ,  $1 \text{ cm}^2$ ,  $1 \text{ mm}^2$  и  $1 \text{ m}^2$ , а потоа и поголемите единици мерки за практични мерења - ар, декар и хектар.

Формулите за пресметување на плоштина на правоаголник и квадрат се изведуваат по експериментален пат, со делење на плоштината на помали плоштини по  $1 \text{ cm}^2$  и броење на истите (црт.15). Ако во еден ред има  $6 \text{ cm}^2$  (во правоаголникот), тогаш во 4 реда ќе



Црт. 16

има  $6 \text{ cm}^2 \cdot 4 = 24 \text{ cm}^2$ , односно ако во еден ред на квадратот има  $4 \text{ cm}^2$ , тогаш во 4 реда ќе има  $4 \text{ cm}^2 \cdot 4 = 16 \text{ cm}^2$ .

Од разгледувањето на неколку такви примери, по индуктивен пат се доаѓа до генерализација дека:

$$P = ab \text{ - за правоаголникот и } P = a \cdot a \text{ - за квадратот.}$$

Треба да се напомене дека се практикуваат само задачи каде се пресметува плоштината на правоаголник и квадрат според дадени страни, а не се практикуваат и задачи каде по дадена плоштина и една страна на правоаголникот ќе се бара другата страна, со што посуштест-



вено се осмислува формулата според која се врши пресметувањето и нејзина аритметизација.

Класификацијата на триаголниците според аглиите и според страните се обработува по експериментален пат. Така, мерејќи ги аглиите на повеќе нацртани триаголници, учениците воочуваат дека, според аглиите, постојат триаголници на кои сите агли им се остри; еден од аглиите е прав а другите остри; еден од аглиите е тап, а другите два остри. Врз основа на втретиот агол триаголниците се делат на: остроаголен, правоаголен и тапоаголен.

По истата постапка, односно со мерење и споредување на страните учениците практично утврдуваат дека во некои триаголници сите три страни се различни, во други две страни се еднакви а третата помала или поголема, во трети сите три страни се еднакви. Врз основа на овие согледувања, како резултат на мерењето и споредувањето, триаголниците се делат на: разностран, рамнокрак и рамностран и се даваат дефиниции за секој вид триаголници.

### **III.4. УЧЕБНИЦИ ЗА НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА ОД I ДО IV ОДДЕЛЕНИЕ ВО ВТОРИОТ ПЕРИОД**

Во почетокот на вториот период, поконкретно за учебната 1959/60 и 1960/61 година, не се обезбедени учебници според наставната програма од 1959 година, туку таа е реализирана со помош на постојните учебници. Обезбедувањето на учебници според новата наставна програма започнало во 1961 година. Во периодот од 1961 до 1963 година се издадени следниве учебници:

1. СМЕТАМЕ ОД 1 до 20 учебник за I одделение, од Десанка Стоиќ - Јањушевиќ, во превод од српски јазик на Трна Кондарко, одобрен за употреба со Решение бр.12 на Советот за просвета на НР Македонија, од 6.01.1961 година;

2. БРОИМЕ, МЕРИМЕ, СМЕТАМЕ, математика за II одделение од Станко Првановиќ, во превод од српски јазик на Благоја Кондарко, одобрен за употреба со Решение бр.12 на Советот за просвета на НР Македонија, од 6.01.1961 година;

3. БРОИМЕ, МЕРИМЕ, СМЕТАМЕ, учебник по математика за III одделение, од Чедомир Поповиќ, Љуба Руменова и Зафир Аговски, одобрен за употреба со Решение бр.1321 на Секретаријатот за просвета на СР Македонија од 17.09.1963 година;

4. БРОИМЕ, МЕРИМЕ, ЦРТАМЕ, учебник по математика за IV одделение, од Чедомир Поповиќ, Љуба Руменова и Стјепан Лукиќ, одобрен за употреба со Решение бр. 1321 на Секретаријатот за просвета на СР Македонија од 17.09.1963 година.

Со промените во наставната програма од 1966 година доаѓа до промена и на учебната литература. Имено, во 1969 година се издадени нови учебници за II, III и IV одделение. Така, од 1969 година во употреба се следниве учебници:

1. СМЕТАМЕ ОД 1 ДО 20 учебник за I одделение, од Десанка Стоиќ - Јанушевиќ, истиот кој и до тогаш беше во употреба;

2. МАТЕМАТИКА ЗА II ОДДЕЛЕНИЕ, од Чедомир Поповиќ и Љуба Руменова, одобрен за употреба со Решение бр. 07 - 2116 на Републичкиот секретаријат за образование, наука и култура, од 14.07.1969 година;

3. МАТЕМАТИКА ЗА III ОДДЕЛЕНИЕ, од Чедомир Поповиќ, Љуба Руменова и Зафир Аговски, одобрен за употреба со Решение бр. 07-2116 на Републичкиот секретаријат за образование, наука и култура од 14.07.1969 година;

4. МАТЕМАТИКА ЗА IV ОДДЕЛЕНИЕ, од Чедомир Поповиќ и Љуба Руменова, одобрен за употреба со Решение бр.07-2116 на Републичкиот секретаријат за образование, наука и култура, од 14.07.1969 година.

Напоредно со учебниците на македонски јазик се издаваат и учебници за наставата на јазиците на припадниците на националните малцинства - на турски и на албански јазик.

Почнувајќи од 1967 година за прв пат се издаваат и работни тетратки по математика. Тие се превод на соодветните работни тетратки од Србија, од авторот Цвеја Јовановиќ и носат називи:

- ВЕСЕЛА МАТЕМАТИКА, работна тетратка за наставата по математика во I одделение,
- ЗАНИМЛИВА МАТЕМАТИКА, работна тетратка по математика во II одделение,
- ДО 1000 И НАЗАД, работна тетратка за наставата по математика во III одделение, и
- ДО 1000000 И НАЗАД, работна тетратка за наставата по математика во IV одделение.

Превод на овие тетратки од српски јазик е на Мане Маневски. Во 1968 година тие се издадени и на турски јазик, а во 1969 и на албански јазик.

Во 1961 година е издадена МАТЕМАТИКА ЗА IV ОДДЕЛЕНИЕ - збирка задачи и вежби (прирачник за ученици) од Станко Првановиќ, во превод од српски јазик на Дева Чоневска.

Во врска со учебната литература од вториот период и нејзиното обезбедување можат да се издвојат неколку особености, кои се од значење за наставата по математика од тој период. Овде ќе ги наведеме следниве:

1. Промените во наставната програма не се проследени со обезбедување на соодветна учебна литература. Имено, за наставната програма усвоена 1959 година, чија примена започнува од учебната 1959/60 година учебна литература за учениците е обезбедена во периодот од 1961 до 1963 година, а за наставната програма усвоена 1966 година учебна литература е обезбедена во 1969 година.

За наставата на јазиците на припадниците на националните малцинства учебници се обезбедуваат напоредно со учебниците на македонски јазик.

2. Покрај учебниците се обезбедуваат и работни тетратки, со што се придонесува за унапредување на наставата по математика.

3. Учебниците издадени во периодот од 1961 до 1963 година носат невообичаени наслови - броиме, мериме, сметаме или броиме, мериме, цртаме, а како додавка стои одделението за кое е наменет учебникот. Ваквата практика е напуштена во 1969 година.

Што се однесува до концепцијата на учебниците, може да се смета дека таа е градена врз основа на прифатените методички приоди од тоа време. Имено, учебникот за I одделение концепциски е премин од сликовница кон учебник. Богато е илустриран со прикажување на количински односи од секојдневниот живот. Илустрациите треба да послужат за воочување на množини, операции со нив, споредување и изразување со број. Илустрациите се разновидни, со предмети познати на учениците - деца, домашни животни, стапчиња, дрвја, буриња, бродови, ловци, шумски животни, пари и сл. Меѓутоа, присутни се и бројни слики на Борн и обоени стапчиња и тоа само при воведувањето на броевите до 10. Во вториот дел на учебникот, откако учениците ќе научат да читаат, основниот текст на учебникот го сочинуваат задачи - нумерички и текстуални. Воведувањето на аритметичките операции е врз основа на илустрација, од чие набљудување учениците треба да воспостават врска помеѓу величините, која всушност, ја иницира операцијата што треба да се воведат. Текстуалните задачи се даваат по воведувањето на соодветната операција, а на неа се сведува и решавањето на задачата.

Учебниците за II, III и IV одделение започнуваат со повторување на содржините изучени во претходното одделение. Со тоа повторување се врши почетна подготовка на учениците за усвојување на новите знаења. Основниот текст на учебникот е поделен во наслови кои не се формирани како наставни единици, туку претставуваат наставни целини во помал обем. Наставните единици се издвоени со означување на првата задача или прашање на тој начин што редниот број е поставен во квадратче.

Основниот текст на учебникот е во вид на прашања и задачи, како и објаснување на техниката на изведувањето на аритметичките операции, геометриските поими или геометриското цртање. Воведувањето на аритметичките операции е врз основа на задача со содржина од секојдневниот живот. Со решавањето на задачата, за што е потребна техниката која ќе се обработува, се објаснува истата, со прикажување во табела на декадниот броен систем, најчесто придружена со соодветна илустрација. Од решавањето на задачата се изведува модел според кој треба да се изведува операцијата. Моделот се дава на обоена подлога, за да може полесно да се воочува.

На дел од прашањата, кои најчесто се поврзани со некое набљудување, во заграда е даден одговорот. Со тоа е обезбедено во самостојната работа учениците да можат да добијат повратна информација за точноста на нивниот одговор. Меѓутоа, ваквиот приод крие опасност, учениците без доволно размислување и вложен напор да го користат тој одговор.

Задачите во учебниците не се дадени според некој изграден систем, туку најчесто по воведувањето на одредена операција следуваат и нумерички задачи, а потоа одреден број и текстуални. На крајот на секој од овие учебници има задачи за повторување, кои, главно, се од типот на текстуалните. За некои типови задачи е даден и модел според кој тие треба да се решаваат.

Во учебникот за III одделение е направен чекор напред во тој поглед. Имено, во него се дадени задачи за повторување после секоја заокружена наставна целина. И овие задачи, главно, се текстуални. Главно значење се дава на задачите со содржина од секојдневниот живот, со сосем мал број задачи со чисто математичка содржина. За некои типови задачи се дава и модел според кој тие треба да се решаваат.

Илустрациите во учебникот се поврзани со основниот текст, со цел да придонесат за негово дообјаснување и разбирање од страна на учениците. Во учебниците од 1969 година илустрациите се во боја, многу се прегледни и ги истакнуваат битните елементи што треба да се воочат при набљудувањето.

Дефинициите на геометриските поими се дадени со полуцрни букви, со цел истите да се издвојуваат од останатиот текст, за да можат полесно да се воочуваат и да се прифаќаат како нешто што е од поголемо значење. Формулите, пак, се дадени на обоена основа, исто така, за полесно воочување и истакнување на нивното значење.

Учебниците од овој период концепциски битно не се разликуваат од оние од првиот период. Сепак, може да се смета дека одредени концепциски и технички решенија се на повисоко квалитативно ниво, а пред се:

- изборот и системот на задачите е значително подобрен, особено на текстуалните,

- понудени се бројни модели за решавање на текстуални и нумерички задачи, што е добра претпоставка за организирање на самостојна работа на учениците со помош на учебник,

- се прави обид за дефинирање на геометриските поими по генетички пат, врз основа на набљудување и активности на учениците, предвидени со учебникот, што исто така претпоставува активно учество на учениците во наставата,

- технички се поквалитетно уредени, особено со истакнувањето на моделите според кои се изведуваат операциите, дефинициите на поимите, формулите,

- илустрациите се значително подобрени, особено во учебниците каде е употребена боја.

### **III.5. НАСТАВЕН КАДАР**

Состојбите со наставниот кадар во пресрет на Реформата од 1958 година се уште не можат да се сметаат за многу поволни. Имено, и покрај тоа што редовно се образува учителски кадар во четири учителски школи, во наставата од I до IV одделение се вклучени и лица со несоодветно образование. Една од причините за ваквата состојба се нараснатите потреби за наставен кадар во предметната настава во основното училиште и во средното образование чија мрежа интензивно се шири. Од таа причина значителен дела од завршените средношколци од учителските школи образованието го продолжуваат на Вишата педагошка школа во Скопје и на наставничките факултети. Согледувајќи ги овие состојби, просветната власт овозможува ширење на мрежата на учителските школи. Така, во учебната 1958/59 година се отворени учителски пара-

лелки во гимназијата “Гоце Делчев“ - Куманово, кои во учебната 1960/61 година прераснале во самостојна учителска школа “Професор Мијалковик“. Во составот на оваа учителска школа работеле паралелки на македонски и на албански јазик.

Во учебната 1958/59 година се формирани учителски паралелки и во гимназијата “Климент Охридски“ - Охрид, кои во учебната 1961/62 година прераснале во учителска школа “Андон Дуков“.

Во учебната 1960/61 година се формирани учителски паралелки при гимназијата во Титов Велес, а од учебната 1961/62 година и при гимназиите во Струмица, Берово, Кочани, Радовиш и Тетово. Во Тетово се отворени и паралелки на албански јазик.

Во исто време се јавува тенденција образованието на учителите да се подигне на повисок степен. Така, во учебната 1961/62 година на ПА “Св. Климент Охридски“ во Скопје е отворена група за одделенска настава. Во учебната 1962/63 година е отворена група за одделенска настава на ПА “Гоце Делчев“ од Штип, а во учебната 1963/64 година и на Педагошката академија во Битола.

Состојбата со наставниот кадар во учебната 1961/62 година, кога е започнато со вишото образование на учителите, е прикажана во табелата 1.\*

Табела 1

Наставен јазик	Степен на образование				Вкупно
	високо	више	средно	несоодвет.	
Македонски	1	-	3032	583	3615
Албански			330	232	562
Турски			55	63	118
Српско-хрватски			103	7	110
<b>В к у п н о</b>	<b>1</b>	<b>-</b>	<b>3520</b>	<b>885</b>	<b>4405</b>

Од табелата 1 се гледа дека во наставата од I до IV одделение се вклучени 885 наставници со несоодветно образование или 20,10% од вкупниот број. На македонски јазик со несоодветно образование се 583 учители или 16,13 од вкупниот број, на албански јазик 232 или 41,28%, на турски 63 или 53,39% и на српско-хрватски јазик 7 учители или 6,36% од вкупниот број.

Пет години по завршувањето на првата генерација одделенски наставници на педагошките академии односно во учебната 1968/69 година, состојбата со наставниот кадар во наставата од I до IV одделение е следнава:

Табела 2\*\*

Наставен јазик	Степен на образование				Вкупно
	високо	више	средно	несоодвет.	
Македонски	4	188	3429	98	3719
Албански		5	1021	88	1114
Турски			128	18	146
Српско-хрватски			106	3	109
<b>В к у п н о</b>	<b>4</b>	<b>193</b>	<b>4684</b>	<b>207</b>	<b>5088</b>

\*) Податоците се од архивот на Педагошкиот завод на Македонија, Скопје.

\*\*\*) Податоците се од архивот на Педагошкиот завод на Македонија, Скопје.

Според резултатите од табелата 2 со несоодветно образование се 207 наставници или 4,68% од вкупниот број. На македонски јазик со несоодветно образование се 98 наставници или 2,64% од вкупниот број, на албански јазик 88 наставници или 7,90%, на турски јазик 18 наставници или 14,06% и на српско-хрватски јазик 3 наставника или 2,84% од вкупниот број. Бројот на учителите (наставниците за одделенска настава) со завршено више образование е 193 или 4,38% од вкупниот број.

Ако ги споредиме податоците од двете табели, може да се констатира дека:

1. Бројот на учителите со несоодветно образование значително е намален, од 20,10% во учебната 1961/62 година, на 4,68% во учебната 1968/69 година. Разликата на пропорциите, при 5089 df, за која  $t = 5,347$ , е статистички значајна. Според тоа, може да се смета дека во периодот од 1963 до 1968 година квалификационата структура на кадарот за наставата од I до IV одделение е значајно подобрена;

2. Во одделенската настава се вклучуваат и наставници со завршена педагошка академија, група за одделенска настава, односно наставен кадар со више образование;

3. Врз основа на вака подобрената квалификациона структура на наставниот кадар, реално е да се очекува подобрување на квалитетот на наставата воопшто, а особено на наставата по математика.

### **III.6. ЗАКЛУЧНИ СОГЛЕДУВАЊА ЗА РАЗВОЈОТ НА НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА ВО ВТОРИОТ ПЕРИОД**

Врз основа на напред изнесеното за развојот на наставата по математика во периодот од реформата на воспитно-образовниот систем во 1958 година, до Реформата на наставата по математика во 1973 година, можат да се изведат следниве особености на истиот.

1. Математичкото образование на учениците, почнувајќи од почетните одделенија, се остварува во единствен предмет - математика, односно аритметичките и геометриските содржини се споени во една целина. Меѓутоа, се уште нема битна врска меѓу нив, што ќе се огледа во искористувањето на геометриските содржини во обработката на одредени својства на аритметичките операции. Во однос на вклучувањето на содржини од алгебра не е преземен никаков конкретен чекор, односно такви содржини воопшто не се внесени. Сепак, може да се рече дека е направен значаен чекор напред во однос на претходниот период.

2. Наставната програма е релативно стабилна и претставува една целина со програмата по математика од V до VIII одделение на основното училиште. Поради тоа таа сега добива и пропедевтички карактер, односно ги подготвува учениците за продолжување на нивното математичко образование. Ваквиот приод во составувањето на наставната програма придонесува да се намали нејзиниот обем, со изоставување на содржини кои се изучуваат на поголема возраст. Во таа смисла, во однос на програмите од претходниот период, изоставени се содржините од децимални броеви и операциите со нив, од процентите, од пресметување плоштина на триаголник и четириаголник, како и содржините од пресметување волумен на кадар и коцка. Ако се има предвид дека, според ре-

зултатите од анкетата, овие содржини се оценети како “содржини коишто учениците ги совладуваат со големи тешкотии“, може да се смета дека со нивното изоставање програмата е растоварена во однос на онаа од претходниот период, што претставува сериозна претпоставка за поупешно совладување на истата.

3. Во одредувањето на задачите на наставата по математика е направен значителен чекор напред. Имено, покрај образовните, материјалните задачи, за наставата по математика се поставуваат и задачи коишто треба да придонесат за развивање на способности на учениците во поглед на набљудувањето, помнењето и мислењето - функционални, и задачи коишто придонесуваат за воспитување позитивните особини на карактерот и волјата на учениците. Со тоа задачите на наставата по математика се поврзани со задачите на наставата воопшто и се определени според достигнувањата на современата педагошка наука од тоа време.

4. Природните броеви и операциите со нив се градат врз основа на т.н. предумерички период во наставата по математика. Во тој период, учениците набљудуваат предмети од непосредната околина, манипулираат со množини од конкретни предмети (формирање, составување, раставување, споредување, редување според бројот на единките), ги бројат елементите на различни množини и на крајот ја осознаваат низата на природните броеви. Како централна задача на почетната настава по математика се смета јасното поимање на низата на природните броеви, како и знаењата за местото на секој број во таа низа. До остварувањето на оваа задача се доаѓа со броење. Се сметало дека “броењето е пат кој води не само во појмовното сфаќање на броевите, туку и целокупното сметање со нив“. <sup>61)</sup> Се поаѓало од тезата “кој умее да брои, ќе умее и да смета“. Меѓутоа, не се прифаќа било какво броење, туку мисловно, засновано на низа постапки врз основа на кои учениците мисловно го сфаќаат броењето, односно кај нив се создава поим за сукцесивно редување на броевите и секој број се подразбира како низа повторени единици.

Аритметичките операции се воведуваат врз основа на броевиот природ, со користење на стекнатите искуства од набљудувањето и манипулирањето со množини од конкретни предмети. Така,

- собирањето е броење напред или наоѓање на нов број кој има околу единици колку што имаат сите броеви заедно,

- одземањето е броење назад или наоѓање на нов број на тој начин што од дадениот број се одвојуваат онолку единици колку што има во помалиот број,

- множењето е броење напред по повеќе единици, на пример, по 2, по 3, по 4 итн., и

- делењето е повеќекратно одземање од даден број на еден ист број.

Значи, броевиот природ се заснива на набљудување и манипулирање со množини, низ кои учениците стекнуваат искуства за квантитативните својства на објективната стварност. Основа на ваквиот природ се психолошките теории, пред се на Женевската психолошка школа и теоријата на Гаљперин за етапното формирање на менталните операции,

61) Првановиќ, С., Методика наставе рачуна, Савремена школа, Београд, 1959, стр. 28.

како и ставовите на педагошката наука за активното учество на учениците во наставата. Ваквиот приод во обработката на овие содржини создава значително подобри претпоставки за нивно успешно совладување од страна на учениците во однос на првиот период, а е во согласност и со препораките на Женевската конференција, што се однесуваат на прашањата за методичките приоди во почетната настава по математика.

Тоа го потврдуваат и резултатите од анкетата, според кои успехот што го постигнуваат учениците во вториот период е на нивото “многу добар“, додека во првиот период тој е оценет како “добар“.

Меѓутоа, кога станува збор за толкувањето на содржините во учебниците, присутни се одредени слабости. Од нив, според нашата оценка, позначајни се следниве:

- некои случаи на множење и делење се обработуваат врз основа на дистрибутивноста на множењето во однос на собирањето, односно дистрибутивноста на делењето во однос на собирањето, без претходно учениците да се запознаат со тие својства. од методичка гледна точка тоа може да се оцени како сериозен недостаток, бидејќи се врши операција без создадена претпоставка за нејзината основа што води кон формализам. Ако претходно се обработат тие својства по индуктивен пат, тогаш учениците, некои случаи на множење и делење ќе ги работат по аналогија со примерите за дистрибутивноста на множењето и делењето во однос на собирањето, односно операциите ќе се потпираат на претходно здобиени знаења. Ваквата постапка обезбедува примена на здобиените знаења во нови ситуации на учење, заклучување по аналогија и можност учениците со сопствен напор и самостојна работа да доаѓаат до нови математички знаења;

- не се укажува на постапката за проверка на делењето со остаток, во форма на:

$$\text{ако } a : b = c \text{ и ост. } r, \text{ тогаш } a = b \cdot c + r,$$

што би овозможило целосно согледување на врската меѓу резултатот и компонентите при оваа сметковна операција;

- нема доследно почитување на принципот на постапност, односно системот на задачите не е граден така што да овозможува потешките задачи да се подготвуваат со поедноставни, кои во сложените ќе бидат задачи компоненти.

5. Геометриските поими се воведуваат врз основа на набљудување на тела со геометриска форма или на соодветни практични активности. Посериозно, геометриските поими се обработуваат почнувајќи од III одделение. И овде, како и во првиот период, појдовна точка на воведувањето на геометриските поими е квадарот, од кој се изведуваат поимите: површина, правоаголник, квадрат, агол. Во обработката на геометриските содржини во учебниците не е направен позначаен чекор напред. Во неа се присутни сериозни методички и стручни пропусти, од кои како позначајни ќе ги наведеме следниве:

Дефинирањето на правиот агол како дел од рамнината што го зафаќаат два раба на квадарот или на коцката не е прифатливо за учениците. “Тоа може да значи нешто само за оној кој знае што е агол...

...



Децата кои таквата дефиниција се однесуваат негативно“.<sup>62)</sup> Непогодността на ваквата дефиниција произлегува од неможноста за единствено согледување на аголот, бидејќи на секоја страна на квадратот или на коцката на четири места има по два раба што имаат заедничко теме и сите го зафаќаат истиот дел од површината. Далеку попогодно е аголот да се дефинира како фигура што ја образуваат две полуправи со заедничка почетна точка. Меѓутоа, за ваквата дефиниција потребно е да се воведат поимот полуправа, кој не е предвиден со програмата. Сепак, и воведувањето на поимот агол и прав агол покажува дека и во овој период се почитува ставот на Песталоци геометриските поими да се изведуваат од една фигура, во случајов квадратот.

Дефинирањето на правиот агол како агол на кој едниот крак му е хоризонтален, а другиот вертикален не одговара на математичкото определување на овој поим. Ваквото дефинирање има повеќе негативни последици меѓу кои за позначајни ги сметаме:

- математички не е исправно дефинирањето да биде врз основа на положбата на краците, затоа што видот на аголот не зависи од неа,
- на почеток учениците правиот агол ќе го цртаат со проценување, а тоа е голема произволност,
- почетното мерење на правите агли со правиот агол на триаголникот линир е секогаш поврзано со поставувањето на неговите краци во хоризонтална и вертикална положба, од кое учениците подоцна тешко се ослободуваат.

Поимите правоаголник и квадрат се обработуваат пред да се обработи поимот прав агол, со што ќе се создаде можност за дефинирање на истите. Со тоа се формираат недоизградени поими, не се создава посебна можност за мисловно ангажирање на учениците по пат на аналитичко-синтетички метод кај нив правилно да се изградат поимите правоаголник и квадрат, како и за нивно оспособување за воопштување врз доволен број релевантни факти.

Воведувањето на поимите права и рамнина е спротивно на приодот во геометријата тие да се земаат како основни поими и нивното воведување да биде со примери, што го условува возраста на учениците. Така, воведувањето на поимот права се врши преку “неограничено“ продолжување на отсечката од двете страни. Откако на тој начин ќе се “формира“ поимот права, отсечката се дефинира како дел од правата: “Ако земеме дел од таа права и го ограничимо со две точки, добиваме отсечка како дел од таа права“.<sup>63)</sup> Тоа наликува на вртење во круг при определувањето на математичките поими. Според ваквата определба:

- отсечката може неограничено да се продолжува,
- правата е неограничена права линија,
- отсечката е дел од правата ограничена со две точки.

62) Првановиќ, С., Математика у I, II и III разреду основне школе, Завод за издавање уџбеника НР Србије, Београд, 1960, стр. 185.

63) Аговски, З., Крстиќевски, М., Наставата по математика во IV одделение, Математика во основното училиште, Просветно дело, Скопје, 1960, стр. 35 - 42.

По слична постапка, по аналогија со воведувањето на правата, се воведува и поимот рамнина, како површина која може неограничено да се проширува. Така се доаѓа до заклучок дека:

- рамната површина може неограничено да се прошири,
- неограничена рамна површина се именува како рамнина,
- секоја рамна површина е дел од рамнина.

Сериозни недоследности има во дефинирањето на поимите кружна и круг. И покрај тоа што се изведува правилна дефиниција “кружна линија е затворена крива линија чии точки се еднакво оддалечени од центарот“, <sup>64)</sup> од практичните активности со прецртување на една од основите на цилиндар, се изведува и ваква дефиниција: “кривата затворена линија што ја добиваме со повлекување на моливот околу кругот, се вика кружна линија“. <sup>65)</sup> При ваквото дефинирање на кружницата се стекнува впечаток дека таа не е дел од кругот, што од математичка гледна точка е сериозен недостаток.

6. Во однос на методиката на наставната работа, направени се значајни чекори во однос на нејзиното унапредување. Во таа смисла посебно треба да се нагласи дека:

- во наставата по математика од I до IV одделение се настојува да се применуваат продуктивни наставни методи (развоен, илустративен, експериментален),

- поконкретно значење се дава на самостојната работа на учениците,

- одредени методички постапки се засновуваат на современи достигнуања на психолошката наука од тоа време, пред се на Женевската и Московската психолошка школа,

- поголемо внимание се посветува на мисловните операции анализа и синтеза, како и на математичкото заклучување на учениците, пред се на аналогијата,

- методиката на изучување на природните броеви и операциите со нив се заснива на предумеричка математика - множини и операции со нив, што од психолошка гледна точка е во согласност со теоријата за формирањето на менталните операции,

- аналогијата се користи и при воведувањето на некои геометриски поими - права, полуправа, отсечка; површина, рамнина;

- напуштени се бројните слики како основа на прикажувањето на броевите и операциите со нив, чија примена во првиот период е оценета како нефункционална.

7. Концепцијата на учебниците во однос на првиот период не е битно променета, но и подрачјата на кои таа е унапредена се доволни за да може да се смета дека е подобрена. Во таа смисла воведени се одредени новини во однос на задачите за повторување, со кои се обезбедува систематизација на содржините од одредени наставни теми; во основниот текст наставните целини се означуваат со математички наслови, а наставните единици се обележуваат симболички; во основниот текст посебно внимание е посветено на дефинициите, формулите и моделите

64) Поповиќ, Ч., Руменова, Љ., Математика за IV одделение, Просветно дело, Скопје, 1970, стр. 46.

65) Исто, стр. 45.

за аритметичките операции; се нудат модели за решавање на одредени типови текстуални задачи; илустрациите се, од технички и естетски аспект, значително подобрени.

Обезбедувањето на учебници за учениците временски не ги следи промените во наставната програма, туку тоа е со задоцнување од 2 до 4 години.

Покрај учебниците, во овој период се обезбедуваат и работни тетратки, со што се создаваат поповолни услови за успешна реализација на наставната програма.

8. Подготовката на наставниот кадар за реализација на наставната програма по математика од I до IV одделение квалитативно се подобрува. Во прилог на ваквата оценка ќе ги наведеме следниве показатели:

- според резултатите од анкетата може да се смета дека "подготовките на наставниот кадар за успешна реализација на наставата по математика биле добри";

- редовно се организирани активности (семинари и советувања) за унапредување на наставата по математика,

- обезбедена е соодветна дидактичко-методичка литература, во вид на зборници на материјали од одржаните семинари (ново основно училиште, издаден 1959 и Математика во основното училиште, издаден, исто така, во 1959 година), од хрватски јазик се преведени два прирачничка за наставниците (Наставата по математика во основното училиште од Лав Рајчиќ, Бранко Павловиќ и д-р Маријан Колетиќ, I дел, издадена 1961 година и Почетна настава по математика во I одделение, од Глигор Дуда), а пошироко се применува и Методика на наставата по сметање од Станко Првановиќ. Со тоа се создадени сериозни теориски претпоставки за успешна реализација на наставната програма, а во однос на првиот период е значителен чекор напред;

- степенот на образование на наставниот кадар е подигнат на повисоко ниво. Имено, со отварањето на групата за одделенска настава на педагошките академии во Скопје, Битола и Штип, образованието на наставниците за одделенска настава е на ниво на више образование;

9. Учебна литература за учениците се обезбедува со одредено задоцнување во однос на промените во наставната програма, што во одредена мера ја отежнува работата на наставниците. Меѓутоа, издавањето на работните тетратки придонесува наставата да се издигне на квалитативно повисоко ниво, затоа што со нивна примена се создаваат поволни услови за индивидуализација на наставата.

Врз основа на напред изнесените сознанија може да се смета дека наставата по математика во вториот период е на повисоко ниво во однос на првиот период, како во однос на наставната програма, така и во однос на учебната и прирачната литература за наставниците и учениците. Што се однесува до наставниот кадар неговото образование е издигнато на повисок степен, од средно на вишо образование.

## IV. РАЗВОЈ НА НАСТАВАТА ОД 1973 ДО 1990 ГОДИНА

### IV.1. ОСНОВИ НА РЕФОРМАТА НА НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА ОД 1973 ГОДИНА

Во шеесетите и седумдесетите години на овој век во развиените образовни системи во светот интензивно се спроведуваат активности за реформа на наставата по математика на сите степени на образование. Со новите и современите идеи за реформата суштествено се менува традиционалната концепција на наставата по математика. Конечна цел на реформата е да се создадат соодветни услови учениците да усвојат форми на мислење карактеристични за математиката како наука. Значи, “тежиштето на наставата се поместува од усвојување на голем број изолирани факти, на развивање на математичкото мислење и создавање”.<sup>1)</sup>

Според вообичаената класификација во педагошката наука, реформата на наставата по математика е внатрешна училишна реформа. Имено, со неа се настојува да се извршат помали или поголеми промени во наставниот план и програмата, во внатрешната организација на наставата и во методиката на наставната работа.

Причините за реформата на наставата по математика се класифицираат како општи и посебни. Во општите причини се наведуваат:

- природно е во секое наставно подрачје, според тоа и во наставата по математика, да се настојува таа да се подобри и унапреди. Со промените на содржината на наставата и методиката на наставната работа треба да се создадат поволни претпоставки за повалитетна настава, која ќе обезбеди и повисоки резултати. Тоа подразбира учениците да се здобијат со поголем фонд математички поими, а тие поими да бидат јасни и потполни. Покрај тоа, учениците треба да усвојат форми на математичко мислење карактеристични за математичката наука - анализа, синтеза, споредување, апстрахирање, заклучување со примена на индукција, дедукција и аналогија, да се оспособуваат да изведуваат заклучоци врз основа на потребен и доволен фонд релевантни факти.

Посебните причини се разгледуваат од три аспекти и тоа: математички, педагошко-психолошки и општествени. Математичките причини се однесуваат на потребата содржината на наставата по математика да се усогласи со доминантните идеи на современата математичка наука. “Природно е, дури и неизбежно, промените и новите сознанија во одделни науки да имаат соодветен одраз и во нивната настава”.<sup>2)</sup> Во таа смисла наставата по математика треба да овозможи остварување на основната идеја во математичкото образование на учениците носечките поими да се толкуваат врз основа на теоријата на множествата. Со тоа треба да се создадат поволни услови за поцелосно и попрецизно дефинирање на математичките поими, особено со внесувањето на елементи од математичката логика. На тој начин наставата по математика ќе го одразува достигнатиот степен во развојот на математичката наука.

1) Benčić, V., Markovac, J., Teme iz nastave matematike u I razredu osnovne škole, Školske novine, Zagreb, 1972, стр. 5.

2) Devide, V., O nekim problemima suvremene nastave matematike, Matematika, Beograd, 1972, br. 1, стр. 17 - 20.

Педагошко-психолошките причини се засновуваат, главно, на две сознанија и тоа:

- недоволната ефикасност на наставата по математика во дотогашниот период, и

- сознанијата дека математичката развиеност на учениците на почетокот на школувањето е поголема отколку што се сметало.

Имено, според сознанијата на институциите за следење и унапредување на наставата по математика, кај нас заводите за унапредување на воспитанието и образованието во Македонија, врз основа на увидите во наставната практика и извештаите што ги поднесувале, може да се смета дека наставата по математика од I до IV одделение не е доволно ефикасна, постигнатите резултати не се на очекуваното квалитативно ниво, мисловното ангажирање на учениците во наставата не е доволно за посериозен интелектуален развој, примената на здобиените знаења во нови ситуации на учење и во решавањето на проблеми не дава соодветни резултати, доминира материјализмот во наставата, присутен е формализам во наставата и сл.

Што се однесува до методиката на наставната работа, која е една од причините за неповолните состојби, се смета дека во неа преовладуваат традиционалните форми и методи на наставна работа. Современите сознанија на педагошката и психолошката наука за ефикасна и продуктивна настава не наоѓаат соодветен одраз во наставната практика. Активноста на учениците во процесот на здобивањето на знаењата, умеењата и навиките не е на потребното ниво, односно се уште е доминантна активноста на наставникот. Ваквите состојби во методиката на наставата по математика се оценуваат како неповолни и истите треба да се надминат, што е една од значајните определби на реформата.

Според резултатите од истражувањата на Занков, Елконин и Давидов, пак, со активна мисловна дејност на учениците во наставниот процес, тие можат да усвојат поголем обем на наставни информации и на повисоко теориско ниво на помала училишна возраст, отколку што се сметало порано. Според Давидов учениците од почетните одделенија на основното училиште можат да разберат и некои апстрактни поими, ако доаѓаат до генерализации врз основа на сопствена активност. Овие сознанија се значајни за одредувањето на содржината на наставата по математика во почетните одделенија на основното училиште, како и за длабочината на наставната програма. Всушност, врз основа на овие сознанија посмело се оди во модернизацијата на наставата по математика на тоа образовно ниво.

Општествените причини се разгледуваат од аспект на интересот на општеството на унапредување на наставата по математика на сите степени на образование и зголемување на нејзината ефикасност. Имено, потребите на современото општество, што произлегуваат од интензивниот развој на науката, техниката и технологијата ја зголемуваат услогата и функцијата на математиката во секојдневното живеење на човекот. Наставата по математика може да го даде својот придонес во тој развој со осовременување на нејзината содржина, врз основа на достигнуањата на современата математичка наука, со прилагодување на методичките постапки на потребите на развојот, со зголемување на ефикасноста на наставата и нејзиното влијание врз вкупниот развој на учениците.

Во подготовките за реформа на наставата по математика посебно внимание се посветува на проблемот зошто наставата по математика во одделенската настава треба да поаѓа од множествата. На овој проблем му се приоѓа од два аспекта и тоа: сознаен и математички.

а) Сознаен аспект. При создавањето на математичките белези на објективната стварност детето најпрво ги открива конкретните предмети од непосредната околина и ги запознава нивните својства. Врз основа на овие искуства детето ќе го направи наредниот чекор - откривање на множества, како суштествени својства на предметите од објективната стварност. Врз основа на работата со множества од конкретни предмети детето ќе воочува еквивалентни и нееквивалентни множества, што ќе биде основа на изградувањето на поимот природен број како суштествено својство на класа еквивалентни множества, а потоа и на релациите: "... е поголем од ...", "... е еднаков на ..." и "... е помал од ...". На тој начин се запазува природниот континуитет во развојот на математичките поими, кој има почеток во активностите на децата со предмети од непосредната околина, до апстракции и генерализации.

Покрај тоа, патот на сознанието иде од конкретното до апстрактното, што е од големо значење за ученици од таа возраст. За учениците поимот множество е поконкретен од поимот природен број; операциите со множества се поконкретни од операциите со природни броеви, затоа што тие се подостапни на перцептивното сознание, бидејќи се резултат на организирано набљудување и материјални активности со конкретни предмети. За разлика од операциите со множествата, операциите со природните броеви се ментални операции и ученикот може да ги сознае само со помош на мислењето. Според тоа, на поимот природен број не може да му се пријде апстрактно, да се определи бројот 1 како аксиома, а понатаму да се продолжи со следбениците. Тој поим треба да се развива постапно, како што се развивал низ историјата на човештвото, што значи прво доаѓа подредувањето на множествата според бројот на елементите, т.е. квантитативно, како едно суштествено својство на објективната стварност. Тоа се врши со проценување, придружување, броење и на крајот природниот број како суштествено својство на множествата, на конкретните предмети и на објективната стварност.

Ако во наставата по математика се поаѓа од множествата, се создаваат мошне поволни услови во формирањето на математичките поими да се запази процесот на формирањето на менталните операции. Имено, множествата овозможуваат целосно да се спроведе материјалното изведување на активноста, со што се конкретизира содржината на идната мисловна активност. Материјалното изведување на активноста ја поврзува мисловната активност со физичкото искуство на учениците, што во мисловната активност внесува смисла и го олеснува сфаќањето.

Материјалните активности со множествата овозможуваат говорно изразување на активноста, затоа што тоа е работа со конкретни, познати објекти, за кои ученикот лесно може да зборува. Вредноста на говорното изведување на активноста е во тоа што со него мисловно се реконструира материјалната активност, што е прва етапа во пренесувањето на активноста на мисловното подрачје, при што доаѓа до делумно или целосно апстрахирање на материјалните аспекти на активноста.

б) Математички аспект. Изучувањето на множествата пред природните броеви, релациите меѓу нив и операциите со нив, овозможува да се изгради систем во кој математичките поими поточно и поцелосно ќе се дефинираат. Имено, поимот множество во математиката е основен поим, а поимот природен број е изведен, односно дефиниран. Меѓутоа, уште позначајно е што поимот природен број се дефинира со помош на основниот поим множество: природен број е кардинален број на класа еквивалентни множества.

Врз основа на операциите со множествата - унија и разлика на множества - поцелосно и поконкретно се дефинираат собирањето и одземањето на природните броеви, како и некои својства што важат за нив (комутативност, асоцијативност), кои произлегуваат од соодветните својства на множествата.

Во геометриските содржини, каде што се изградуваат суптилни математички поими како што се: точка, права, рамнина, геометриска фигура, агол и сл., како и одредени релации меѓу нив, разгледувањето врз основа на множества точки и односите меѓу нив, се создаваат услови за правилно и поцелосно дефинирање на тие поими. Покрај тоа се создаваат услови за симболичко искажување на одредени релации меѓу геометриските поими, со што се придонесува за изведување на позасновани генерализации.

Со внесување на елементи од теорија на множествата и математичка логика во наставните програми, осовременувањето на наставата по математика не се исцрпува само со новите математички содржини, туку се менува и методичката интерпретација на многу елементи од старите, класичните содржини. Според Алденфингер и Нештле поаѓањето од множествата на кои се утврдени операции кои се опишани аксиоматски е погрешно од методички аспект, особено во основното училиште. "Методичкиот пат е обратен: треба да се дадени конкретни множества (чији елементи се точки, броеви, искази, вектори, пресликување и сл.). Поаѓајќи од нив, индуктивно се доаѓа до завршната фаза после долг оперативен педагошки приод, до структури"<sup>3)</sup>

Врз основа на овие ставови може да се смета дека нивото на почетната настава по математика треба да има карактер на математика а не на сметање, но да се спази принципот на постапност, со што знаењата ќе се издигнат на ниво на умеања во примената.

Од напред изнесеното може да се смета дека во реформата на наставата по математика во Македонија во почетокот на седумдесетите години на овој век и во нејзините подготовки, се поаѓало од сознанијата за реформските движења во светот, со разгледување на сите аспекти што се однесуваат на содржината на наставата и нејзиното усогласување со доминантните идеи во математичката наука и влијанието што тие го вршат на методиката на наставната работа. Посебно внимание при тоа е посветено на изградувањето на општи ставови за карактерот и содржината на наставната програма, врз основа на кои треба да се дојде до современа програма, не само од аспект на нејзината содржина, туку и во поглед на другите структурни компоненти - целта и задачите, оператив-

3) Aldenfinger, B., Nestle, F., Wege zu einer neuen Schulmathematics, Freiburg, 1972, стр. 70.

ните задачи, општите методски упатства со кои поконкретно се определува обемот и длабочината на одредени математички поими и сл.

## **IV.2. ОПШТИ СТАВОВИ ЗА КАРАКТЕРОТ И СОДРЖИНАТА НА НАСТАВНАТА ПРОГРАМА**

Како резултат на проучувањата на искуствата од светот и достигнувањата на науката, се изградени ставови за општите карактеристики што треба да ги има наставната програма и тоа:

- осовременување на наставата по математика на сите степени на образование. оваа определба треба да се оствари со внесување во програмата содржини коишто го одразуваат современиот степен во развојот на математичката наука. Во таа смисла значајно место во програмите треба да добијат содржини од теорија на множествата, релациите, функциите, математичките структури, математичката логика и топологијата. “Со тоа не се цели да се изградува специјална теорија на множествата, туку врз основа на голем број блиски примери децата да се запознаат со поимот множество и операциите со множествата, што ќе им користи за формирање на повеќе апстрактни поими“; <sup>4)</sup>

- Во почетните одделенија на основното училиште наставата треба да има карактер на математика, а не сметање. Тоа подразбира дека во прв план треба да бидат математичките концепции и идеи, а потоа сметањето, односно техниката на сметањето треба да следува по сфаќањето на математичките концепции и идеи;

- наставата по математика треба да се сасновува на истите логички структури како и математичката наука, да се остварува во единствен предмет без строги граници меѓу математичките дисциплини. Во таа смисла во почетните одделенија на основното училиште треба да се воведат елементи од алгебра - равенки, неравенки, геометрискиот и аритметичкиот дел да се разгледуваат во единство, а во програмата да се внесат и елементи од математичката логика;

- наставата по математика, особено во почетните одделенија на основното училиште треба да произлегува од непосредната детска околина, меѓутоа со определба колку што е можно побрзо да се дојде до апстракција;

- и покрај внесувањето на содржини од множества, операции со множества и релации во програмите по математика за одделенската настава на основното училиште, централно место во наставата треба да заземат содржините од природните броеви и операциите со нив;

- содржините од теорија на множествата и релациите треба да се изучуваат, од една страна како содржини со специфично образовно значење и од друга страна треба да послужат за современа математичка интерпретација на други математички поими;

- една од основните задачи на наставата по математика треба да биде развојот на математичкото мислење на учениците, а тие да се здобиваат со математички знаења со сопствен напор;

4) Основно училиште, Општа програмска структура со наставен план И програма, Просветно дело, Скопје, 1973, стр. 84.



- осовременувањето или модернизацијата на наставата по математика треба да ја следат активности за конструирање на соодветна методика, со соодветна учебна литература, стручно и методичко оспособување на наставниот кадар за реализација на новите програми, како и издавање на стручна литература наменета на наставниот кадар.

Посебно внимание во конципирањето на програмата е посветено на дефинирањето критериуми за избор на наставните содржини. Тие критериуми се разгледувани од повеќе аспекти:

- усогласеност на содржината на наставата по математика со доминантните идеи во математичката наука,

- во колкава мера новите содржини, заедно со класичните, можат да претставуваат логичен, конзистентен систем,

- во колкава мера содржините можат да придонесат за интелектуалниот развој на учениците, односно прилагодување на содржините на потребите и можностите на учениците,

- дали може да се изгради методика која што ќе соодветствува на потребите за успешна реализација на наставната програма, но да ги одразува современите тенденции во математичката, педагошката и психолошката наука,

- во колкава мера промените во наставата по математика се прифатливи од општествен аспект, што треба да се цени врз основа на мобилизирањето на материјални средства, стручни и научни организации, како и ефектите што треба да се добијат со промените.

Во врска со внесувањето на нови содржини во наставните програми за основното училиште се појавуваат повеќе дилеми, од кои овде поголемо значење ќе им дадеме на следниве:

1. Каков треба да биде соодносот помеѓу класичните (стандардните) и современите (новите) содржини;

2. Редоследот на обработката на двата најзначајни поими - множество и природен број, односно дилемата кој од тие поими да му претходи на другиот;

3. Со какви методички постапки треба да се збогати методиката на наставата по математика, кои ќе соодветствуваат на новите содржини во програмите.

Всушност, проблемот на модернизацијата на наставата по математика не се однесува само на воведување нови содржини во наставните програми, пред сè поими од математичката логика, теоријата на множествата и релациите, туку го зафаќа и одредувањето на нивното место во наставата по математика.

Воведувањето на елементи од теорија на множествата во наставните програми по математика за основното воспитание и образование актуелизира повеќе други проблеми, од кои можат да се оценат како позначајни следниве:

- да се утврди во колкава мера множествата треба да се изучуваат како самостојни наставни содржини, кои што имаа специфично образовно значење,

- во колкава мера треба да се изучуваат содржини од теорија на множествата што ќе послужат за современа интерпретација на другите математички содржини,

- како да се распоредат содржините од теорија на множествата во програмите - линеарно или во концентрични кругови и во колку такви кругови,

- во кој домен, зависно од развојот на теоријата на множествата, треба да се димензионираат одделните концентрични кругови.

Во разрешувањето на овие проблеми користени се искуствата на програмата на ОЕЦД, Белгиската програма и Нирнбершкиот проект. Врз основа на сознанијата од тие искуства, во нашата наставна програма се прифатени следниве решенија:

- елементи од теорија на множествата да се изучуваат пред изучувањето на природните броеви и операциите со нив, бидејќи со таквиот приод во почетното математичко образование на учениците се “конструира” одреден период на “преднумеричка” настава по математика. “Методичката функција на оваа преднумеричка настава е во тоа, кај учениците да се развие таков начин на мислење, со кое ќе се олесни перцепирањето на операциите со природните броеви и ќе се забрза нивната обработка“. <sup>5)</sup> Со тие промени се руши постојната концепција на наставната програма по математика од I до IV одделение, во која како првичен, појдовен елемент во градењето на математичкото образование на учениците е земан поимот природен број.

Со поставувањето елементи од теорија на множествата пред работката на природните броеви и операциите со нив, се надминува приодот заснован на историцизам (математиката во историскиот развој започнала со поимот природен број), карактеристичен за традиционалната настава по математика. Во таа смисла “онтогенезата на еден поим обично не се совпаѓа со филогенезата, односно развојот на поимот природен број кај детето не е идентичен со историскиот развој на тој поим“. <sup>6)</sup> Секако дека треба да се нагласи и фактот што логичката структура на математичката наука не го одразува нејзиниот историски развој, па во таа смисла тоа не мора да го прави и наставата по математика.

Од посебно значење за конструкцијата на наставната програма по математика од I до IV одделение е фактот што поимот природен број не е основен поим, туку тој мора да се воведува со други, поедноставни поими, пред се поими од теорија на множествата. Според резултатите од истражувањата на В.Давидов “поимот природен број е врзан за неколку претходни поими, како што се: множество, пресликување (функција, операција), еквиваленција, бројност. Бројот служи за изразување, навистина многу важно, но само на едно специјално својство на множеството - неговата бројност. Значи, во системот поими на модерната математика бројот не е примарен, основен поим. Пред поимот природен број и независно од него воведуваме цела редица битни поими“. <sup>7)</sup>

Покрај математичките, ваквиот приод ги содржи и логичките аргументи, односно се воспоставува логичка врска помеѓу класичните и современите содржини, се поврзуваат во конзистентен систем кој формал-

5) Penavin, V., *Nekoliko metodičkih pitanja obrade pojmova iz oblasti skupova*, Matematika, Beograd, 1974, br. 4, стр. 47 - 53.

6) Исто, стр. 47 - 53.

7) Давидов, В., *Возрастн е можности усвоени знанин*, Просвещение, Москва, 1966, стр. 83.

но не си противречи, Тој систем е значаен и од психолошки аспект. Имено, според резултатите од бројни истражувања што се вршени во тоа подрачје, детето при поаѓање во училиште и покрај тоа што не ги познава броевите, разликува множество од два, од множество од три елементи; од две множества може да направи едно; да одреди подмножество на дадено множество според даден признак, односно без знаење за природните броеви може да врши одредени математички операции со множества.

Што се однесува на изучувањето на содржини од теорија на множествата, прифатено е да се обработуваат во три концентрични кругови и тоа:

- I круг - одделенска настава на основното училиште,
- II круг - предметна настава на основното училиште,
- III круг - средното образование.

Во првиот круг интуитивно се усвојуваат основните поими од теорија на множествата, во вториот логички се дефинираат тие поими и во третиот - аксиоматскиот метод во обработката на содржините од теорија на множествата. Секако дека секое ниво на обработка е во согласност со развојните карактеристики на учениците на одреден степен на образование.

При конципирањето на програмите посебно внимание е посветено на природот во воведувањето на содржините од природни броеви. Во математичката наука, а следствено на тоа и во наставата по математика, се диференцирале два приода во обработката на содржините од природни броеви:

- множествен, кој во основа го има поимот еднаквобројни (еквивалентни) конечни множества, природните броеви се воведуваат како кардинални броеви на множества, а операциите (собирање, одземање, множење) со помош на соодветните операции со множества, и
- аксиоматски, кој се засновува на Пеановите аксиоми и поимот "е следбеник на", како појдовна основа.

Меѓу овие два приода има суштествена разлика, особено кога е во прашање наставата по математика во почетните одделенија на основното училиште. Множествениот приод поаѓа од поимот множество, како основен математички поим. Претстава за поимот множество кај учениците се формира со набљудување и воочување на одредени множества од непосредната околина на децата, кога се усвојува и поимот елемент на множество. Со пребројување на елементите на дадени множества (учениците при поаѓање во училиште знаат да бројат барем до 10), всушност се воочува кардиналниот број на еквивалентни конечни множества, со што учениците интуитивно доаѓаат до поимот природен број. Еквивалентноста на конечни множества интуитивно им се наметнува на учениците, како нивно заедничко својство, кое не зависи од особините и распоредот на елементите. На тој начин небитните својства на елементите на конкретните множества се ставаат во втор план и покрај тоа што и понатаму ќе претставуваат пречка во усвојувањето на поимот природен број. Во оној момент кога во свеста на учениците ќе се создаде одредена трага која е посилна и потрајна од претставата за секој поединечен пример на еквивалентни множества, тогаш се формира точна претстава

за конкретен број. Со други зборови и множеството од три плочки и множество од три јаболка, три моливи и сл., постануваат еквивалент на бројот три.

Бидејќи на почетокот броењето за учениците е само просто редување на зборови, се поставува проблемот како тоа да се осмисли. Во таа смисла се појавува потребата од осмислување на одредени релации, како што се: "... е поголем од ...", "... е помал од ...", "... не е еднаков на ...", што е методички недостаток на множествениот приод.

Друг недостаток на овој приод се допирните точки со бесконачноста. И покрај тоа што кардиналниот број се разгледува како својство на конечни множества, сепак секој природен број е "претставник" на бесконачно многу конечни множества.

Операциите со природните броеви се дефинираат преку соодветните операции со множествата. Така, на пример, собирањето се дефинира со помош на унија на две дисјунктни множества - кардиналниот број на унијата на две дисјунктни множества е еднаков на збирот од кардиналните броеви на тие множества, т.е.

$\text{card}(A \cup B) = \text{card} A + \text{card} B$ , каде  $A$  и  $B$  се произволни дисјунктни множества.

Множењето се дефинира со Декартов производ на две множества, т.е.  $\text{card} A \cdot \text{card} B = \text{card}(A \times B)$ , каде  $A$  и  $B$  се произволни конечни множества. Со други зборови множењето се поврзува со поимите: подреден пар, множество на подредени парови и Декартов производ, поими кои учениците од почетните одделенија на основното училиште не можат да ги осмислат.

Аксиоматскиот приод во обработката на природните броеви и операциите со нив поаѓа од Пеановите аксиоми и основната, појдовната релација "... е следбеник на ...". Една од формулациите на овие аксиоми е следнава:

Аксиома 1: Еден е природен број.

Аксиома 2: Секој природен број  $x$  има еден и само еден следбеник  $x'$ .

Аксиома 3: Еден не е следбеник на ниту еден природен број.

Аксиома 4: Ако  $x' = y'$ , тогаш и  $x = y$ .

Аксиома 5: Секое множество кое го содржи бројот 1 и кое со секој број  $x$  го содржи и неговиот следбеник  $x'$ , ги содржи сите природни броеви.

Поаѓајќи од овие аксиоми, собирањето и множењето се дефинираат рекурсивно, на следниов начин:

$$x + 1 = x'$$

$$x \cdot 1 = x$$

$$x + y' = (x + y)'$$

$$x \cdot y' = xy + x$$

Меѓутоа, вака строгото воведување на операциите собирање и множење е целосно формализирано, несоодветно на наставата по математика во основното училиште од аспект на возрастните можности на учениците, особено во почетните одделенија. Науката докажала дека секој факт кој на учениците им се наметнува формално, суштината ќе остане несфатена.

Ценејќи ги слабостите на двата приода, особено од методички аспект, ниту еден од нив не е прифатлив како целина во наставата по математика во одделенската настава на основното училиште. Од таа причина е прифатен комбиниран приод во обработката на природните броеви и операциите со нив. Како основа на комбинираниот приод се зема теориско-множествената концепција на математиката, која се потпира на конечни множества и фрагменти од теорија на множествата и математичката логика, кои формално не си противречат.

Комбинираниот приод поминува низ следниве етапи:

1. Низ запознавање на предмети од непосредната околина и релациите меѓу нив, учениците треба да го усвојат поимот множество на со-сем елементарно ниво;

2. Со броење на елементи на конкретни конечни множества и воочување на односите: “за еден повеќе“ и “за еден помалку“, редувањето на зборовите: еден, два, три, ..., добива вистинска смисла;

3. Воочување на бројноста на еквивалентни множества, независно од природата на елементите, придружување “еден на еден“ меѓу елементите на две множества, на пример секое множество од четири елементи да се претстави како множество од четири кручиња;

4. Собирањето на природните броеви се воведува со помош на унија на две дисјунктни конечни множества;

5. Множењето се воведува како собирање на повеќе еднакви соби-роци, а законите за собирањето и множењето, во потребна и доволна мерка, треба да се обработуваат на соодветни етапи од обработката на собирањето и множењето.

Бројот нула се воведува како кардинален број на празно множест-во, откако ќе се обработат неколку природни броеви.

Одземањето се воведува со непосредни или “премолчано“ потпи-рање на поимот разлика на множества, меѓутоа неговото осмислување е како обратна операција на собирањето.

Делењето без остаток (а потоа и со остаток) се воведува како обратна операција на множењето, односно како алгоритам за пресмету-вање на непознат множител по дадени производот и другиот множител.

Со вакиот приод во конципирањето на наставната програма по математика за одделенската настава во основното училиште се обез-бедува:

- содржини од теорија на множествата да се изучуваат како содр-жини со специфично образовно значење, меѓутоа во исто време да послужат и како основа за изучување на класичните содржини,

- поимот природен број и операциите со природни броеви да се обработуваат врз основа на повеќе претходно изучени поими (множест-во, елемент, еквивалентни множества, придружување 1 на 1, релации, операции со множества), со што се придонесува овој поим да се сфати на значително повисоко квалитативно ниво во однос на класичниот приод,

- мошне поволно се влијае на мисловното ангажирање на учени-ците во наставата, со што треба да се очекува зголемување на нејзината ефикасност,

- наставата по математика успешно ги користи искуствата на уче-ниците од нивната непосредна активност во околината за здобивање на математички знаења,

- се обезбедува дијалектичкиот пат на познанието - од живото набљудување кон апстрактното мислење и оттаму кон практиката,  
- се обезбедуваат претпоставки за етапно формирање на менталните операции.

Покрај тоа, при конципирањето на наставната програма се прифатени и ставовите изградени на меѓународните конгреси за наставата по математика, а особено:

- внесување на содржини од алгебра во наставата по математика од I до IV одделение,

- доминантно место во програмите и натаму да имаат содржините од природни броеви и операциите со нив,

- во почетните одделенија аритметичкиот и геометрискиот дел да се разгледуваат во единство, а од трето одделение да се разгледуваат и посебни теми од геометрија.

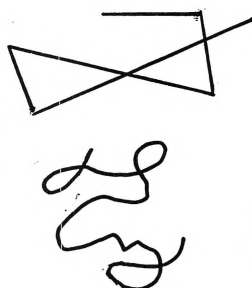
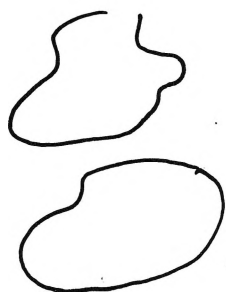
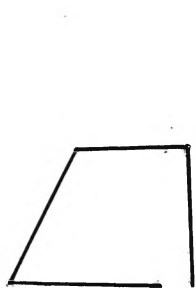
Во рамките на осовременувањето на наставата по математика во Македонија, во програмата по математика од I до IV одделение се внесени и содржини од топологија. Топологијата е една од современите математички дисциплини, во чијшто развој се одело од геометриска интуиција кон многу апстрактни поими, со кои таа денес се бави.

Според резултатите од истражувањата на Пијаже “детето ги открива односите во просторот, што можат да се наречат спонтанa геометрија, но редот на развитокот на идеите на детето во областа на геометријата се чини е обратен од редот на нивното историско откривање”.<sup>8)</sup> Познато е дека геометријата започнува со евклидскиот систем, а завршува со топологијата. “Детето почнува со пооследното: неговите откритија се тополошки”.<sup>9)</sup> Врз основа на ваквите сознанија се внесени елементи од топологија уште во I одделение. Меѓутоа, не се внесени посебни тополошки содржини, туку во рамките на воведувањето на учениците во нагледната геометрија, тие набљудуваат и воочуваат геометриски својства на објектите од непосредната околина, односно фигурите и тоа не само нивниот метрички аспект, туку и тополошкиот.

Појдовни геометриски поими со чија помош се изградуваат тополошките поими и својства се: линија, точка и област, како ограничен дел од рамна површина. Како првични содржини, поврзани со поимот линија, се: проста линија - линија во рамнината која не се пресекува самата себе (црт. 1) и сложена линија - линија која се пресекува самата себе (црт. 2). Потоа се врши и друга класификација на отворени и затворени линии, но таа се врши за простите линии.

8) Пијаже, Ж., Развој на интелегенцијата, Избор на трудови, Просветно дело, Скопје, 1988, стр. 218.

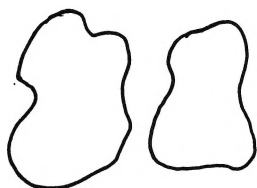
9) Исто, стр. 218.



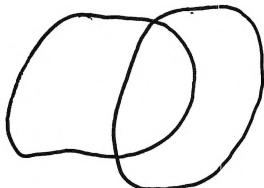
Црт. 1

Црт. 2

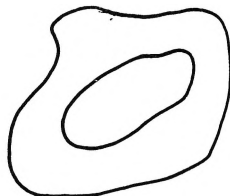
Со поимот затворена линија непосредно се поврзани поимите “внатре” и “надвор“, како и поимот “на“, при што се осмислуваат и поимите внатрешна и надворешна област. Овие поими, покрај тополошкото значење, имаат значајна примена и при обработката на содржини од теорија на множествата. Во таа смисла се гледа и на заемните положби на две прости затворени линии - немаат заеднички точки, се сечат и едната лежи во областа на другата (црт. 3-а, б, в).



а)



б)



в)

Црт.3

Линиите од црт. 3-а) се применуваат при претставување на пресек на две дисјунктни множества со Венов дијаграм, под б) - пресек на множества со заеднички елементи и под в) - подмножество на дадено множество.

### IV.3. НАСТАВНИОТ ПЛАН И ПРОГРАМА

Врз основа на напред изнесените согледувања за потребите од модернизација на наставата по математика и изградените ставови во врска со тенденциите за осовременување и унапредување на истата, коишто можат да најдат соодветна примена кај нас, на предлог на Републичкиот завод за унапредување на школството на СР Македонија, Републичкиот педагошки совет на седницата одржана на 29.06.1972 година усвои наставен план и програма по математика за основното воспитание и образование. Планот и програмата се објавени во документ под наслов ОСНОВНО УЧИЛИШТЕ, општа програмска структура со наставен план и програми, во 1973 година.

Фондот на часовите, предвиден со наставниот план, за наставниот предмет математика од I до IV одделение е прикажан во табелата 1, споредбено со фондот на часовите во наставниот план усвоен 1966 година и важеше до донесувањето на новиот.

Табела 1

Според наставниот план од	Часови по одделение														
	I			II			III			IV			I - V		
	Вк.	Мат.	%	Вк.	Мат.	%	Вк.	Мат.	%	Вк.	Мат.	%	Вк.	Мат.	%
1966	21	6	28,6	22	6	27,3	23	6	26,1	25	6	24	91	24	26,4
1972	18	6	33,3	19	6	31,6	20	6	30	23	5	21,7	80	23	28,8

Од табелата 1 се гледа дека седмичниот фонд часови според наставниот план од 1972 година е за 1 помал во однос на претходниот. Меѓутоа, бидејќи вкупниот фонд часови според планот од 1972 е за 11 часа помал во однос на претходниот, во новиот план часовите за наставата по математика претставуваат 28,75% од вкупниот број, а според планот од 1966 година тој процент изнесува 26,37%. Од тоа може да се согледа дека за наставата по математика е одделено поголемо наставно време во однос на претходниот период.

Наставната програма е конципирана според современите тенденции на развојот на ова подрачје во светот во тој период. Таа е “резултат на повеќегодишно проучување на одделни модели за осовременување на наставата по математика во основното училиште во нашата земја и во странство, кои се темелат врз добиените резултати од опстојни педагошко-психолошки истражувања”.<sup>10)</sup> Врз основа на тие проучувања е изградена и концепцијата на наставната програма по математика од I до IV одделение, чија главна карактеристика е “низ наставата по математика учениците да се воведат во основните концепции, идеи, методи, јазик и барања на современата математика, што е неопходно во сегашната етапа на развојот на современата наука, техниката и производството”.<sup>11)</sup> Концепциски програмата е во непосредна корелација со програмата од воведување во математиката за предучилишното воспитание и програма-

10) Основно училиште, Општа програмска структура со наставен план и програми, Просветно дело, Скопје, 1973, стр. 84.

11) Исто, стр. 84.



та за наставата по математика во предметната настава на основното воспитание и образование. Во таа смисла наставната програма по математика од I до IV одделение претставува интегрален дел на вкупното математичко образование во Македонија, почнувајќи од предучилишното воспитание, па до средното образование.

Во структурата на наставната програма се застапени: задачите на наставата по математика, содржината на наставата и објаснението на програмата. Според наставната програма задачите на наставата по математика од I до IV одделение се:

- учениците да ги усвојат основните поими за множествата и операциите со нив и релациите,

- кај учениците да се развива поимот за природен број, да ги оспособи за изведување на операциите со нив, како и да ги сфатат нивните поважни својства,

- кај учениците да се развива смисла за прецизно формулирање на поимите и да ги оспособи за логичко, јасно и стегнато изложување на тврдењата, со што ќе се придонесе за усвојување на математичкото мислење,

- кај учениците да се развива свест за потребата за совладување на математички знаења што ќе им бидат неопходни за секојдневниот живот, за подобро усвојување на наставните предмети каде што математиката има примена, како и за натамошно изучување на математиката,

- да придонесува за формирање на личноста на ученикот, развивајќи кај него смисла за самостојност и прецизност во работата, јасност и концизност на мислењето и изразувањето, упорност и истрајност при совладувањето на одделни пречки во животот, и

- да го оспособи ученикот за примена на здобиените математички знаења во решавањето на практични задачи и проблеми.

Со ваквото дефинирање на задачите на наставата по математика е направен чекор напред во однос на претходните програми, затоа што се поаѓа од современите сфаќања на дидактиката во врска со оваа прашање. Така, во образовните (материјалните) задачи се нагласуваат знаењата со кои учениците треба да се здобијат низ наставата по математика. Меѓутоа, на вака определените образовни задачи може да им се стави забелешка што во нив не се опфатени и знаењата од областа на геометријата.

Функционалните (развојните) задачи, главно, се однесуваат на способностите за логичко мислење и јасно изразување, како и на способностите за примена на здобиените знаења во решавањето на практични задачи. Покрај тоа се нагласува и подготвувањето на учениците за продолжување на математичкото образование. Меѓутоа, изостануваат задачите што се однесуваат на способностите за набљудување и помнењето.

Воспитните задачи се однесуваат на формирањето на позитивни особини на учениковата личност, односно на влијанието на наставата по математика во формирањето на позитивни особини на карактерот и волјата на учениците. Меѓутоа, во овие задачи не е нагласено влијанието на наставата по математика на естетското воспитание, што значи дека приоритет се дава на моралното и трудовото воспитание.

Треба да се нагласи дека во програмата не е дадена целта на наставата по математика, туку таа треба да се изведува од општата цел на наставата во основното воспитание и образование.

Содржината на наставната програма е дадена по одделенија. За секое одделение се дадени наставните теми коишто треба да се обработат, а за секоја тема се наведени и содржините што таа ги опфаќа. На тој начин поконкретно е определен обемот на темите, а со тоа и на наставната програма. За секое одделение е даден седмичниот и годишниот фонд часови, а за темите е определен ориентационен број на часови за реализација.

Со наставната програма по математика од I до IV одделение на основното воспитание и образование на Македонија предвидени со следниве содржини:

## I ОДДЕЛЕНИЕ

(6 часа седмично - 210 часа годишно)

### 1. МНОЖЕСТВА. РЕЛАЦИИ

(45 часа)

1.1. Множество. Елементи на множество. Припадност.

1.2. Права и крива линија, затворена крива линија; разликување и претставување. Означување на множествата со Венов дијаграм.

1.3. Уочување и препознавање на правоаголник, квадрат, триаголник и круг.

1.4. Споредување на предметите по должина, височина, дебелина и ширина.

Запознавање со релациите помал, поголем, еднаков, пред, позади, над, под, десно, лево, меѓу и спроти.

1.5. Заеднички елементи на две множества (пресек). Унија на множества. Подмножество. Комутативност и асоцијативност на унијата на множествата.

1.6. Споредување на множествата според количеството на елементите. Еквивалентни множества. Транзитивност на еквиваленцијата на множествата.

1.7. Природниот број како својство на еквивалентни множества. Празно множество. Бројот нула.

### 2. МНОЖЕСТВО НА ПРИРОДНИТЕ БРОЕВИ ДО 10. БРОЈОТ 0

(15 часа)

2.1. Читање и пишување на броевите до 10. Споредување на броевите до 10. Запознавање и употреба на знаците  $>$ ,  $<$  и  $=$ . Претходник, следбеник.

2.2. Отсечка. Цртање на триаголник и четириаголник. Мерка за должина, сантиметар. Мерење на должина. Претставување на должините до 10 см. Придржување броеви на точки на правата. Нулата како почеток на читањето.

### 3. СОБИРАЊЕ И ОДЗЕМАЊЕ ВО МНОЖЕСТВОТО НА ПРИРОДНИТЕ БРОЕВИ ДО 10 (40 часа)

3.1. Собирање на броевите до 10 врз основа на унијата на множествата. Символот "+" и термините "собирци" и "збир".

Дополнување на едно множество до друго. Одземање. Символот "-".

Комутативност при собирањето. Еднаквост и нееднаквост. Символот " $\neq$ ". Трансформација на еднаквоста. Мали загради. Асоцијативност на собирањето. Собирање и одземање на нулата.

3.2. Решавање на задачи по видовите:

а) Напиши го потребниот број:  $5 + \square = 6$ ;  $\square + 3 = 7$ ;  $7 - \square = 3$ ;  $\square - 4 = 5$  и

б) Напиши го потребниот знак  $>$ ,  $<$  или  $=$ :  $4 + 2 \square 5$ ;  $3 + 1 \square 1 + 3$ ;  $5 - 1 \square 5 + 1$ ;  $7 + 3 \square 7 + 4$ ;

### 4. МНОЖЕСТВО НА ПРИРОДНИТЕ БРОЕВИ ОД 11 ДО 20 (50 часа)

4.1. Броевите од 11 до 20, читање и пишување. Едноцифрен и двоцифрен број.

4.2. Дециметар. Мерење и цртање на отсечки до 2 дециметра.

4.3. Споредување на броевите до 20 со употреба на знаците  $>$ ,  $<$  и  $=$ .

4.4. Собирање и одземање до 20 од видот:  $16 + 1$ ;  $17 - 1$ ;  $10 + 7$ ;  $16 - 6$  и  $15 - 10$ . Запознавање со термините намаленик, намалител и разлика.

4.5. Решавање на равенки и неравенки од видот:  $a \pm b = x$ ;  $a \pm x = b$ ;  $a \pm x < b$ ;  $a \pm x > b$ ;  $x < a$ ;  $x > a$ ;  $a < x < b$  каде  $a$ ,  $b$  и  $x$  се природни броеви до 20.

### 5. МНОЖЕСТВО НА ПРИРОДНИТЕ БРОЕВИ ДО 100 (50 часа)

5.1. Броевите од 21 до 100; читање и пишување. Парни и непарни броеви. Споредување на броевите до 100. Метар, дециметар и сантиметар. Запознавање на монетите од 5, 10, 20 и 50 пари и еден динар и парите во апоени од 5, 10, 50 и 100 динари.

5.2. Собирање и одземање на двоцифрени броеви со цели десетки. Собирање и одземање без преминување на десетката.

Комутативен и асоцијативен закон при собирањето. Закон за монотоност.

5.3. Решавање равенки и неравенки од видот 4.5. каде  $a$ ,  $b$  и  $x$  се природни броеви до 100.

II ОДДЕЛЕНИЕ  
(6 часа седмично - 210 часа годишно)

1. МНОЖЕСТВА  
(25 часа)

1.1. Означување на множествата со големи букви и загради. Елементи на множествата; воведување на симболите  $\in$  и  $\notin$ . Еднаквост и нееднаквост на множествата со употреба на симболите  $=$  и  $\neq$ .

1.2. Пресек и унија на множествата. Дисјунктни множества. Унија на дисјунктни множества. Дополнување на множества (комплемент).

1.3. Во врска со операциите со множествата осмислување на сврзниците "и", "или" и негацијата "не".

1.4. Множества од точки. Права, полуправа, отсечка, искршена линија. Користење на буквата за означување на геометриските фигури. Полигон; темиња, страни и дијагонали. Должина на искршена линија. Периметар на полигон.

2. МНОЖЕСТВА НА ПРИРОДНИТЕ БРОЕВИ ДО 100  
(115 часа)

2.1. Собирање и одземање на двоцифрени броеви со цели десетки. Собирање на двоцифрени броеви чиј збир на единиците не ја преминува десетката (повторување).

2.2. Агол: прав и неправ (препознавање и цртање). Триаголник: обележување, периметар.

2.3. Трансформација на збир. Употреба на мала заграда. Асоцијативност при собирањето. Додавање сума кон даден број.

2.4. Собирање на двоцифрен број со едноцифрен број со префрлување на десетка.

Собирање на двоцифрен број чиј збир на единиците е поголем од 10.

2.5. Одземање на двоцифрен број од цели десетки (повторување). Одземање на едноцифрени и двоцифрени броеви од кои единиците на намаленикот се поголеми од единиците на намалителот.

2.6. Решавање на равенки и неравенки од видот:  $a \pm x = b$ ;  $x \pm a = b$ ;  $a \pm x < b$ ;  $a \pm x > b$ ;  $x < a$ ;  $x > a$ ;  $a < x < b$  каде  $a$ ,  $b$  и  $x$  се природни броеви до 100.

2.7. Зависност на збирот и разликата од компонентите. Наоѓање вредност на изрази од видот:  $a + 4$ ;  $a - 40$ ;  $a - b$ ;  $(a + b) + c$  за дадени вредности на буквите.

2.8. Правоаголник и квадрат: сечење на модели и определување на периметар.

2.9. Множење како унија на множества со иста моќ. Симболот " $\cdot$ ". Запознавање со термините множители и производ. Комутативен закон при множењето.

Множење со бројот 2.

Делењето како инверзна операција на множењето. Симболот " $:$ ". Употреба на терминот количник.

Делење со бројот 2. Половина.

Множење и делење со бројот 3. Третина. Употреба на термините деленик и делител.

Множење и делење со бројот 4. Четвртина.

Множење и делење со бројот 5. Петина.

Решавање на равенки и неравенки од видот:  $ax = b$ ;  $a : x = b$ ;  $ax < b$ ,  $ax > b$ ;  $ax < 0$ ,  $ax > 0$  каде  $a$ ,  $b$  и  $x$  се природни броеви до 100, и определување на бројна вредност на изрази од видот  $a \cdot 5$ ;  $a : 4$ ;  $(a+b) \cdot 3$ ;  $a \cdot b$ ;  $a:b$ .

Дистрибутивен закон.

Множење и делење со броевите 6, 7, 8, 9 и 10. Шестина, осмина и десетина.

Множење и делење со 1. Множење со 0. Делење на нулата и делење на број сам со себе.

Таблица за множење.

Зависност на производот и количникот од компонентите.

Ред на сметковните операции. Употреба на загради. Вонтаблично множење.

2.9. Кружница: центар, радиус.

Зголемување на отсечки на цел број пати.

### 3. МНОЖЕСТВО НА ПРИРОДНИТЕ БРОЕВИ ДО 1000 (60 часа)

3.1. Запознавање, читање и пишување. Месна вредност на цифрите.

3.2. Мерки за должина: километар, метар и милиметар.

Мерки за тежина: тон, килограм, грам.

Единици за мерење на време: година, месец, ден, час, минута и секунда.

3.3. Собирање и одземање на стотки.

Собирање и одземање во рамките на иста стотка.

## III ОДДЕЛЕНИЕ (6 часа седмично - 210 часа годишно)

### 1. МНОЖЕСТВА (18 часа)

1.1. Подмножества: симболот  $\subset$ . Унија и пресек на две и повеќе множества; симболите  $\cup$  и  $\cap$ .

1.2. Натамошно осмислување на сврзниците "и", "или" и негација "не".

### 2. МНОЖЕСТВО НА ПРИРОДНИТЕ БРОЕВИ ДО 1000 (80 часа)

2.1. Собирање и одземање на стотки (повторување). Множење на стотки со едноцифрен број. Делење на стотки со едноцифрен број.

2.2. Кружница: центар, радиус (повторување), тетива, дијаметар.

Графичко собирање и одземање на отсечки.

2.3. Агли; прав, остар и тап агол. Цртање на прав агол.

Триаголник: поим, обележување на темињата и страните. Видови триаголници. Цртање триаголник зададен со три страни. Определување на периметарот.

2.4. Комутативен и асоцијативен закон за собирањето. Дистрибутивност на множењето на сумата со број. Дистрибутивност на делењето според собирањето.

2.5. Правоаголник и квадрат: својства, цртање.

2.6. Собирање и одземање. Множење со едноцифрен множител. Делење со едноцифрен делител.

2.7. Наоѓање вредности на изрази од видот:  $a \pm b$ ;  $(a \pm b)c$ ;  $(a \pm b):c$ ;  $a \pm bc$ ;  $a \pm b:c$ ; за дадени вредности на буквите  $a$ ,  $b$  и  $c$ .

Решавање на равенки и неравенки од видот  $a \pm x \leq b$ ;  $a \pm x > b$ ;  $x \pm a \leq b$ ;  $x \pm a > b$ ;  $(a+b)-x=c$ ;  $ax=b$ ;  $a:x=b$ ;  $a+x \leq b$ ;  $a+x \geq b$ ;  $a \leq x < b$ ; каде  $a$ ,  $b$  и  $x$  се природни броеви до 1000.

2.8. Рамнина; делови од рамнината, положби на рамнината (хоризонтална, вертикална и коса). Заемна положба на права и рамнина. Заемна положба на точка и рамнина. Заемна положба на две прави што лежат во иста рамнина. Цртање на права паралелна со дадена права. Цртање на права нормална на дадена права.

### 3. РИМСКИ БРОЕВИ ДО 100 (4 часа)

### 4. ПОИМ ЗА ДРОПКИ (10 часа)

Формирање поим за дробка и решавање на задачи за наоѓање на  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{4}{8}$

и  $\frac{1}{10}$  од даден број.

### 5. МЕРКИ. ПОВЕЌЕИМЕННИ БРОЕВИ (20 часа)

5.1. Мерки за должина: метар, дециметар, сантиметар, милиметар и километар.

Мерки за маса: килограм, декаграм, грам и квинтал.

Мерки за течност: литар, децилитар, санлитар и килолитар.

5.2. Поим за повеќеимени броеви. Претворање на единици за мерење од повисок ред во единици од понизок ред и обратно, кога повисоката единица се содржи цел број пати во пониската.

5.3. Операции со именувани броеви.

5.4. Заокружување на броевите.

## 6. МНОЖЕСТВО НА ПРИРОДНИТЕ БРОЕВИ ДО 10 000 (60 часа)

- 6.1. Собирање и одземање.
- 6.2. Поим за геометриско тело. Области и рабласти тела. Разликување на квадар, коцка, конус, цилиндар и топка.
- 6.3. Писмено множење со едноцифрен и двоцифрен множител.
- 6.4. Делење со едноцифрен делител.
- 6.5. Правење модели на квадар, коцка и цилиндар по дадени мрежи.  
Квадар и коцка: рабови, темиња и страни.
- 6.6. Определување вредноста на изразот и решавање на равенки и неравенки од видот 2.7. и равенки од видот  $ax + b = c$ ;  $ax + bx = c$ .

## IV ОДДЕЛЕНИЕ (5 часа седмично - 175 часа годишно)

### 1. МНОЖЕСТВА (15 часа)

- 1.1. Преглед на изучените поими и операции со множества. Комутативност и асоцијативност на унијата и пресекот.
- 1.2. Кардинален број на множества; симболот  $k\{\}$ .
- 1.3. Подреден пар. Картезиев производ на две множества. Производ на два природни броја како кардинален број на картезиев производ.
- 1.4. Поим за релации: примери и својства.

### 2. МНОЖЕСТВА НА ПРИРОДНИТЕ БРОЕВИ ДО 1 000 000 (45 часа)

- 2.1. Читање и пишување и подреденост.
- 2.2. Агол: прав, остар и тап (повторување). Мерење на англи. Употреба на агломёр.  
Триаголник: поим и видови (повторување). Цртање триаголник зададен со три страни и со две страни и агол меѓу нив.
- 2.3. Собирање, одземање, множење и делење на природните броеви до 1 000 000.  
Осмислување редот на сметковните операции и употреба на заградата.  
Решавање на равенки и неравенки.
- 2.4. Плоштина и мерки за плоштина. Плоштина на правоаголник.

### 3. МНОЖЕСТВО НА ПРИРОДНИТЕ БРОЕВИ (97 часа)

- 3.1. Подреденост, постоење на најмал број и непостоење на најголем број.
- 3.2. Собирање; изведливост, комутативен и асоцијативен закон (запишување со општи броеви). Нулата како собирок. Зависност на збирот од собирците.

3.3. Одземањето како инверзна операција на собирањето. Одземање на збир и разлика од даден број. Зависност на разликата од компонентите.

3.4. Множење; изведливост, комутативност, асоцијативност и дистрибутивност на множењето според собирањето (запишување со општи броеви). Нулата и бројот 1 како множител. Зависност на производот од компонентите.

3.5. Квадар и коцка: цртање мрежи, изработување модели од картон и пресметување на плоштина.

3.6. Делење како инверзна операција на множењето. Делење со единица. Делење на број сам со себе. Делење на нулата. Зависност на количникот од компонентите.

Определување вредности на изрази и решавање на равенки и неравенки.

### IV.3.1. ОБЈАСНЕНИЕТО НА ПРОГРАМАТА

Објаснението на наставната програма има три поглавја. Во првото поглавје се дадени карактеристиките на наставната програма. Од значење за нашиот проблем се ставови во однос на тие карактеристики:

1. Централно место во наставата по математика од I до IV одделение зазема изучувањето на природните броеви и операциите со нив.

2. Значајно место во програмата е дадено и на изучувањето на елементи од теорија на множествата и операциите со нив. Со воведувањето елементи од теорија на множествата во наставата по математика од I до IV одделение се создаваат неопходните претпоставки за:

а) формирање на повеќе апстрактни поими врз основа на содржините од множества,

б) се создаваат можности за организирана игра, за создавање на проблемски ситуации и донесување заклучоци, со што се придонесува за развивање на мислењето кај учениците, и

в) собирањето и одземањето на природните броеви се воведуваат врз основа на соодветните операции со множества - унија и разлика.

3. Изучувањето на својствата на аритметичките операции започнува уште од најрана училишна возраст, во прво одделение, без употреба на терминологија, која се воведува во III и во IV одделение. На таа возраст се воведува и математичката симболика за означување на релациите меѓу природните броеви.

4. Содржини од алгебра - буквата како број и решавање на равенки и неравенки се воведуваат при обработката на операциите со природните броеви во секој од концентричните кругови. равенките се решаваат врз основа на својствата на аритметичките операции, со што истите се осмислуваат.

5. Преку геометриските содржини учениците се запознаваат со одредени поими и се здобиваат со просторни претстави. Со изучувањето на метриката во геометријата се создаваат можности за решавање на некои типови практични задачи, како и за осмислување на некои својства на аритметичките операции.



Во второто поглавје од објаснението се дадени некои упатства за бројот на часовите за обработка на наставните теми. Се нагласува дека тој број е ориентационен и дека во секое одделение се предвидуваат 10 часови резерва. Тие часови можат да се користат за полугодишно и годишно повторување на материјалот, за тестови на знаења и за зголемување бројот на часовите за некоја тема, ако за тоа има потреба. Во оваа поглавје се предвидуваат по две писмени работи во III и IV одделение, во секое полугодие по една.

Во третото поглавје од објаснението се наведува кои содржини на кој степен треба да се усвојат. Така, на степен на автоматизација во I одделение треба да се усвои собирањето и одземањето до 20; во II одделение множење и делење до 100; во III одделение алгоритмите за писмено собирање, одземање, множење и делење до 1000; во IV одделение алгоритмите за писмено собирање, одземање, множење и делење до 1 000 000.

#### **IV.3.2. ПРОМЕНИ ВО НАСТАВНАТА ПРОГРАМА**

Реализацијата на оваа наставна програма е следена и вреднувана од страна на Републичкиот завод за унапредување на школството на СР Македонија, во соработка со издавачкото претпријатие "Просветно дело" - Скопје, во периодот од учебната 1974/75 до 1977/78 година. Според резултатите од следењето и вреднувањето на програмата може да се смета дека:

1. Програмските содржини на новите наставни програми по математика од I до IV одделение во СР Македонија можат да се реализираат и тоа во мошне различните услови во кои работат основните училишта;

2. Во наставната програма по математика за прво одделение, во темата "Множество на природните броеви до 100" собирањето и одземањето без преминување на десетката да се префрли во II одделение;

3. Да се преиспитаат некои алгоритми за собирање и одземање и решавањето задачи според дадена шема;

4. Некои содржини предвидени за изучување во II одделение (кружница и круг, зависност на збирот, разликата, производот и количникот од промената на компонентите) да се префрлат во III одделение, затоа што учениците ги совладуваат со поголеми тешкотии. Со тоа ќе се намали и обемот и длабочината на програмата за II одделение;

5. Во III одделение посериозни проблеми има во усвојувањето на дел од геометриските содржини (рамнина, заемни положби на точка, права и рамнина, две прави, две рамнини, специјални положби на прави и рамнини во просторот, геометриски тела);

6. Од програмата за IV одделение "се наидува на извесни проблеми само при обработката на овие содржини: множење и делење со повеќецифрен број, запишување на броевите со римски цифри, групирање на собираците и геометриски поими за просторот"<sup>12)</sup>

12) Архив на Педагошкиот завод на Македонија: Извештај за вреднувањето на наставната програма, учебната литература и дидактичкиот материјал по математика за IV одд.. стр.

7. Нужни се мерки за натамошна конкретизација на програмските содржини, за да не дојде до неоправдано истакнување на одделни, понекогаш и споредни содржини, што значат преоптовареност во процесот на изведувањето на наставата.

(Овие констатации се содржани во извештаите од следењето и вреднувањето на наставната програма, со слободна интерпретација на авторот на трудот, но со запазена смисла и точност).

Врз основа на согледувањата во проектот во 1978 и 1979 година направени се одредени промени во наставната програма, со цел да се надминат воочените слабости. Во таа смисла направени се следниве промени:

- Од програмата за I одделение е изоставено собирањето и одземањето до 100, без преминување на десетката и цртање на триаголник и четириаголник;

- Од II во III одделение се префрлени следниве содржини: кружна - поим, центар и радиус; единици мерки кои се илјадити дел од основната единица мерка - милиметар, секунда; изоставени се содржините коишто се однесуваат на зависност на збирот, разликата, производот и количникот од промената на компонентите;

- Од III во IV одделение се префрлени следниве содржини: запишување на броевите со римски цифри; рамнина - заемни положби на точка и права со рамнина, на две прави во рамнината и на две рамнини во просторот, специјални положби на прави и рамнини во просторот; поим за геометриско тело;

- Од IV одделение се изоставени содржините: повеќеимени броеви и операции со нив, поим за плоштина, плоштина на правоаголник, на квадрат, на коцка и на квадар.

Овие промени се усвоени од страна на Републичкиот педагошки совет на седниците одржани на 23.11.1979 и на 3.12.1980 година. Меѓутоа, покрај промените во содржината, има одредени промени и во концепцијата. Така, таа започнува со целта на наставата по математика, односно според неа: "Целта на наставата по математика е да ги оспособи учениците за усвојување на елементарни математички знаења кои се потребни за спознавање на законитостите во општествените и природните науки, да придонесе за развивање на менталните способности на учениците, за формирање марксистички поглед на светот и за сестрано развивање на личноста, како и да ги оспособи учениците за примена на стекнатите знаења и за успешно продолжување на нивното математичко образование".<sup>13)</sup>

Наше мислење е дека вака формулираната цел не е доследно усогласена со задачите низ кои таа треба да се реализира. Имено, со целта не се определува здобивање на знаења, додека задачите на наставата во значителна мера се однесуваат на знаењата со коишто учениците треба да се здобијат низ наставата по математика.

13) Наставен план и програми за воспитно-образовната дејност во основното воспитание и образование, I - IV одделение, Просветно дело, Скопје, 1981, стр. 279.

Задачите се дополнети во однос на оспособувањето на учениците за набљудување воочување и разбирање на квантитативните релации во реалниот свет, за прецизност во мерењето, геометриското моделирање и конструирање, како и со придонесот на наставата по математика за развивање на апстрактното мислење. Меѓутоа, во образовните задачи (вероватно поради технички грешки н.з.), се бара учениците да го запознаат множеството на рационалните броеви и операциите со нив, законитостите коишто важат за операциите, како и да го запознаат поимот рационален број, а тие содржини со програмата не се предвидени.

Програмата е конципирана така што по секоја наставна тема се дадени оперативни задачи и објаснение за темата. Со оперативните задачи се определуваат знаењата со коишто учениците треба да се здобијат и способностите коишто треба да ги стекнат со изучувањето на темата. Во објаснението, пак, се даваат најосновните методички упатства за реализација на темата, како и стручни упатства коишто се однесуваат на одредени поими, застапени во темата.

До нови промени во наставната програма доаѓа во 1985 година. Причина за овие промени е потребата за нејзиното усогласување со Југословенското програмско јадро, со кое е дефиниран минимумот заеднички содржини коишто треба да бидат застапени во наставните програми на сите републики на тогашната СФР Југославија. Промените во програмата се направени во 1985 година, така што Собранието на Републиката самоуправна интересна заедница за предучилишно и основно воспитание и образование и општествена заштита на децата на седницата од 26.12.1985 година, а по предлог на Републичкиот педагошки совет донесен на седницата од 22.10.1985 година, донесе програма по математика за I, II, III и IV одделение на основното воспитание и образование во Македонија.

Наставната програма од 1985 година, во однос на претходната, има промени само во деловите што се однесуваат за III и за IV одделение. Во III одделение се извршени следниве промени:

- Во наставната целина "2. Множество на природните броеви до 1000" е внесена нова наставна содржина "осно симетрични фигури";
- Во наставната целина "3. Множество на природните броеви до 10000" се внесени содржините: "3.2. Собирање и одземање до 10 000" "3.3. Писмено множење со едноцифрен множител и делење со едноцифрен делител до 10 000" и "3.6. Запишување на броевите со римски цифри".

Оперативните задачи и објаснението се дополнети со текст што се однесува на новите содржини.

Со овие промени обемот на наставната програма за III одделение е зголемен. Имено, за реализација на овие содржини се предвидени 18 часа, што треба да идат на сметка на другите содржини.

Во наставната програма за IV одделение се внесени нови наставни содржини во наставната целина "Множество на природните броеви" и тоа: "3.3. Плоштина на фигура, плоштина на правоаголник и квадрат", "3.5. Плоштина на квадар и коцка" и "3.9. Волумен на тело, волумен на квадар и коцка". За реализација на овие содржини се предвидени 20 ча-

...

са. Оперативните задачи и објаснението и овде се дополнети со текст што се однесува на новите содржини.

Бидејќи собирањето и одземањето на природните броеви до 10000, множењето со едноцифрен множител и делењето со едноцифрен делител се префрлени во III одделение, во IV одделение се врши само повторување на овие операции, што се реализира за 8, наместо 18 часа како што беше предвидено со претходната програма. Покрај тоа, со префрлувањето на содржините од пишување на броевите со римски цифри во III одделение се ослободени уште 4 часа, обезбедено е потребното наставно време за новите содржини, без намалување на истото за постојните.

#### **IV.3.3. ПРОЕКТОТ ЗА РЕАЛИЗАЦИЈА НА НАСТАВНАТА ПРОГРАМА**

Во 1972 година е усвоен проект за реализација на наставната програма по математика во основното училиште изготвен од Републичкиот завод за унапредување на школството на СРМ. Со проектот се предложени решенија на најзначајните подрачја во врска со реализацијата на програмата, како што се: динамиката на воведувањето на програмата, подготовките на наставниот кадар, издавањето на учебничка и прирачна литература, како и дидактички материјали. Покрај тоа со проектот е предвидено следење и вреднување на наставната програма, информирање на јавноста и финансиските потреби.

Со проектот е утврдена следнава динамика за воведување на програмата:

- во учебната 1974/75 година во I одделение,
- во учебната 1975/76 година во II одделение,
- во учебната 1976/77 година во III одделение, и
- во учебната 1977/78 година во IV одделение.

За успешна реализација на наставната програма предвидена е подготовка на наставниот кадар преку семинари во траење од 37 дена или околу 185 наставни часа.

За да може да се реализира предложената динамика за воведување на наставната програма, предвидено е потребните учебници, прирачници и дидактички материјали да се издадат најмалку 4 месеци пред нивната употреба.

За да се сфати правилно настојувањето за модернизацијата на наставата по математика, предвидено е информирање на јавноста преку радиото, телевизијата и печатот. Со информирањето на јавноста се сметало дека таа може да даде значаен придонес за прифаќањето на идеите на реформата и за подигнување на образовното ниво на родителите во подрачјето на математиката.

Со проектот е утврдено Републичкиот завод за унапредување на школството и општинските заводи за школство перманентно да ја следат реализацијата на новата програма и да вршат вреднување на истата. Вреднувањето на програмата се врши во текот на сите учебни години додека таа се воведува во сите одделенија. Покрај тоа, утврдена е соработка со другите југословенски републики, со цел добиените искуства кај нив да се користат за понатамошно усовршување на наставната програма и наставата по математика во Македонија.

Со проектот за реализација на новата наставна програма по математика во основното училиште, со писмо бр.06-9/1 од 7.01.1994 година. Републичкиот завод за унапредување на школството ги известува основните училишта за динамиката во воведувањето на новата наставна програма, како и за другите активности коишто произлегуваат од неа.

Како предуслови за реализирање на програмата се утврдуваат:

- оквалификување на доволен број учители - наставници, кои ќе ја реализираат наставата во прво одделение,
- навремено издавање на потребната учебна литература и дидактички материјали за учениците,
- обезбедување на прирачна литература за наставниците за нивно стручно и методичко усовршување.

За стручното и методичкото усовршување на наставниот кадар од одделенската настава оспособени се доволен број инструктори од редовите на просветните советници во заводите, истакнати наставници и професори по математика.

За стручното усовршување на учителите - наставниците од одделенската настава во 1974 година се предвидени семинари означени како А1, А2 и В1.

**Семинарот А1** на тема: Елементи од математичка логика и множества, во времетраење од 5 дена по 5 часа и временска реализација јануари 1974 година.

*Содржина на семинарот:* Поим за исказ, конјункција, дисјункција, исклучна дисјункција, импликација, еквиваленција, негација, исказни формули, логички закони, поим за множество, подмножество, пресек на множества, унија на множества, разлика на множества, симетрична разлика, комплемент, Декартов производ, основни својства на операциите со множества;

**Семинарот А2** на тема: Основни поими за релациите, пресликувањата и реалните броеви, во траење од 3 дена по 5 часа и време на реализација јуни 1974 година.

*Содржина на семинарот:* Поим за релација, својства на релациите (рефлексивност, симетричност, антисиметричност, транзитивност), релација за подредување, релација за еквивалентност, поим за пресликување, видови пресликувања (инјекција, сурјекција и биекција), реални броеви.

*Содржина на семинарот В1*

- методичка обработка на содржините од множества во наставата од I до IV одделение,

- множествен природ во обработката на поимот природен број и операциите со природни броеви.

Овие семинари беа реализирани во одредените временски термини во периодот од 1974 до 1978 година и со нив беа опфатени сите наставници во одделенската настава.

Сериозноста на подготовките за воведување на новата наставна програма може да се оцени и според наводот во Проектот, дека: "Наставата по математика по новата програма ќе може да ја изведува учител - наставник кој ќе ја совлада материјата што ќе се обработува на стручните семинари, за што ќе добие уверение.

До колку некои учители - наставници не ги завршат со успех семинарите, ќе се упатат повторно на семинари, а по потреба и индивидуално ќе се работи со нив до совладувањето на предвидената наставна материја, без чие познавање не може да се изведува настава по математика по новата програма\*\*.

Проверувањето на степенот на усвоеноста на материјалот од семинарот А1 е вршено непосредно пред започнувањето на семинарот А2, т.е. за генерацијата учители коишто изведуваа настава во I одделение во учебната 1974/75 година во јуни 1974 година. Успешното следење на стручно-методичкото усовршување е евидентирано во евидентни книшки и евидентни картони.

#### IV.4. МЕТОДИКАТА НА НАСТАВНАТА РАБОТА

##### IV.4.1. Наставните принципи, форми и методи

Меѓу факторите коишто имаат значајно влијание во изградувањето и развојот на математичките поими кај учениците се методичките приоди, начелните ставови со кои се уредуваат објективните и субјективните услови за учење во рамките на наставниот процес. Оттаму воведувањето на нови математички поими, односно осовременувањето на содржината на наставата по математика е само еден од аспектите на нејзината модернизација. Меѓутоа, осовременувањето на наставата по математика подразбира и конструирање на соодветна методика на наставната работа, со која ќе се обезбеди успешна реализација на новата наставна програма. Бидејќи една од водечките идеи на реформата на наставата по математика е тежиштето на наставната работа да се помести од усвојувањето на мноштво изолирани факти, на развој на математичкото мислење на учениците, осовременувањето на методиката на наставната работа се движи во таа насока, односно во наставата по математика да се создадат такви услови, во кои учениците ќе усвојат форми на мислење карактеристични за математиката како наука. Во таа смисла наставните форми и методи, како и дидактичките принципи се гледаат од аспект на активноста на учениците во наставата, односно како тие мисловно да се ангажираат; во наставата да се создаваат услови учениците да вршат споредување, анализа, синтеза, да апстрахираат и генерализираат, да изведуваат заклучоци, главно индуктивно и по аналогија.

Градењето на методиката на наставата по математика во подготовките на реформата опфаќа, главно, два аспекта и тоа:

- подобрување и унапредување на постојните методички приоди, и
- усвојување на нови методички постапки, коишто се однесуваат на реализацијата на новите содржини во наставната програма.

Првиот аспект подразбира воведување на одредени новини во методичките приоди, со кои ќе се обезбеди остварување на идеите на реформата, пред се развивање на математичкото мислење на учениците. Тоа повеќе се однесува на "преформирање на познатите шеми и структури на методичките форми и постапки".<sup>14)</sup> Во таа смисла процесот на изградувањето на математичките поими треба да се движи според кон-

14) Benčić, V., Markovac, J., *Terme iz nastave matematike u I razredu osnovne škole*, Školske novine, Zagreb, 1972, стр. 13.

кретно-индуктивниот приод, кој е соодветен на сознанијата на современата психологија. Тоа подразбира воведувањето на математичките поими да започнува со набљудување и манипулирање со конкретни предмети. Како резултат на тие активности учениците се здобиваат со перцепции и претстави, кои се основен материјал од кој понатаму ќе се изградуваат математичките поими. Со набљудувањето на предметите и појавите од непосредната околина учениците ги воочуваат сличностите и разликите кај нив, односно почнуваат да апстрахираат и генерализираат. Во почетокот децата не се свесни за занемарувањето на небитните својства и воопштувањето на битните, но со збогатувањето на искуството и развојот на мислењето тој процес станува се повеќе свесен. За да биде процесот на апстрахирање и генерализирање успешен, детето треба да набљудува, да споредува, да врши анализа и синтеза, односно мисловно да се ангажира. Значи, процесот на формирањето на математичките поими минува низ две значајни етапи и тоа:

- прва етапа - здобивање на перцепции и претстави, и

- втора етапа - апстрахирање на небитните и генерализирање на битните својства.

Во таа насока е и определбата во почетната настава по математика да се поаѓа од множествата. Оваа идеја постоеше и во претходниот, вториот период, но остана само на ниво на идеја, без практична реализација. Неспорно е дека во создавањето на математичките белези на објективната стварност детето најпрво го открива постоењето на поедини конкретни предмети. Наредниот чекор во таа смисла е откривањето на множествата како битно својство на конкретните предмети. Од откривањето на множествата понатаму произлегува поимот природен број, како суштествено својство на еквивалентните множества. Операциите со множествата (унија и разлика) се дејности со конкретни предмети и се достапни на перцептивното сознание, додека операциите со природните броеви се ментални операции, кои се резултат на мисловни активности - споредување, апстрахирање, анализа, синтеза, генерализирање, односно операциите со множествата се само појдовна основа за осмислување на поимите собирање и одземање.

Множествената интерпретација на класичните содржини од наставната програма создава претпоставки порано да се прават апстрахирање и генерализации, согледување на целината, побрзо развивање на мислењето, што придонесува и за рационализација на времето за реализација на поедини наставни теми или целини. Ваквото сфаќање на местото и улогата на елементи од теорија на множествата во наставата по математика ја истакнува нивната самостојна функција, од една страна, и овозможува поефикасна, полесна, повеќе воопштена обработка на дел од останатите содржини, од друга страна. Со други зборови поимот множество сега постанува методички принцип, кој се вградува во наставата по математика и ја прави современа и поефикасна.

Множествениот приод во обработката на поимите во почетната настава по математика за психолошка основа ја има теоријата на Гаљперин за етапно формирање на менталните операции, според кој принцип се формираат голем број математички поими. Имено, со материјалната работа со множества од конкретни предмети се конкретизира содржина

та на идната мисловна дејност, односно појмовните содржини се трансформираат во перцепции и претстави. Всушност, материјалното изведување овозможува да се сфати содржината на идната мисловна дејност. Говорното изведување на дејноста, коешто следува по материјалното, ослободува од манипулирање со конкретни предмети и насочува кон мисловни активности. Вредноста на говорното изведување на работата е во мисловното реконструирање на материјалната работа и во здобивањето на след од мисли за неа. По говорната репродукција таа постанува внатрешна, мисловна дејност, односно до формирање на поим. Таквиот тек на создавањето на математичките поими од страна на учениците ја одредува и методиката на наставната работа.

Вториот аспект на осовременување на методиката на наставата по математика подразбира усвојување на систем од нови методички приоди за обработка на содржините коишто се јавуваат како нови во наставната програма, како што се: елементи од теорија на множествата, релациите, равенките и неравенките, тополошките поими и сл. И овие методички приоди се градени на истите принципи како и осовременувањето на постојните.

Врз основа на наведените начелни методички определби, коишто се однесуваат на двата аспекта на осовременувањето и унапредувањето на методиката на наставата по математика, се приоѓа на дидактичките принципи, формите и методите на наставна работа.

**Дидактичките принципи**, како воспоставени правила според кои се организира и реализира наставата, во овој период добиваат во значење онолку колку што ги одразуваат идеите на реоформата на наставата по математика. овде ќе дадеме краток преглед на оние дидактички принципи, на кои, според нашето мислење, им се придава поголемо значење во наставата по математика, без хиерархиски ред и без претензии целосно да ги разработиме, туку само ќе ги наведеме најзначајните аспекти на нивната функција во современата настава по математика.

Принципот на научност подразбира усогласување на интерпретацијата на содржините на наставата по математика со нивното толкување во современата математичка наука. Тоа усогласување подразбира изградување на математичките поими на различни нивоа на математичка строгост, во зависност од можностите на учениците. Меѓутоа, секое ниво на математичка строгост мора да биде научно засновано, а интерпретацијата разбирлива за учениците.

Принципот на научност подразбира и научна заснованост на формите и методите на наставна работа, односно нивна усогласеност со достигнувањата на современата педагошка наука. На тој начин се обезбедува учениците да се здобијат со научни знаења, низ современа и ефикасна настава.

Принципот нагледност подразбира процесот на учењето во наставата по математика да се организира така што во учењето да се поаѓа од набљудување на предмети и појави што се изучуваат. Резултат на тие набљудувања се перцепции и претстави, од кои потоа, со мисловни активности, се формираат поими. На овој принцип во наставата по математика му се придава двојно значење и тоа: сознајно и психолошко. Сознајното значење е содржано во нужноста низ наставата по математика



учениците да се здобијат со точни и научно засновани знаења за објективната стварност. Психолошкото, пак, се состои во развивањето на некои психички функции на учениците, како што се: перцепциите, претставите, помнењето, вниманието и мислењето на учениците.

Во наставата по математика во одделенската настава на принципот нагледност му се придава големо значење и од аспект на изградувањето на некои математички поими, одделени од конкретните објекти, преку набљудување на модели, шеми, цртежи и сл. При набљудувањето се создаваат сите претпоставки за апстрахирање и генерализирање, за анализа и синтеза, за мерење и споредување, односно до мисловно ангажирање на учениците. Во таа смисла овој принцип во голема мера придонесува за успешна примена на конкретно-индуктивниот приод во воведувањето на математичките поими.

Принципот на индивидуализација на наставата по математика се остварува низ постапки со кои таа се прилагодува на можностите на секој ученик одделно. Со тие постапки наставата се обликува така што се овозможува субјективните можности на секој ученик одделно да се развијат до максимум.

Меѓу субјективните својства на учениците коишто имаат влијание на учењето во наставата се сметаат интелектуалната развиеност и претходните знаења на кои тој располага. Оттаму како значајна претпоставка за индивидуализацијата на наставата се зема познавањето на индивидуалните особености на учениците од страна на наставникот, како и свеста за тоа дека учењето е дотолку поуспешно колку што повеќе е прилагодено на индивидуалните можности на учениците.

Најчеста форма на индивидуализација на наставата е со примена на наставни ливчиња. Прилагодувањето на наставата на можностите на учениците се врши со диференцијација на одделни ученици според некое обележје - непознавање на одредена наставна содржина, неоспособеност за одредена операција и сл., или пак, за групи ученици со сличен појдовен статус, најчесто потпросечни, просечни и натпросечни.

Честа е и индивидуализација на наставата и учењето со примена на програмирана и полупрограмирана настава.

Се смета дека активноста на субјектот е основно начело во секое учење. Индивидуалната активност ја сочинуваат сите дејности на секој ученик одделно, насочени кон здобивање на математички знаења и овладување на формите на мислење карактеристични за математичката наука. Тоа најчесто е самостојна, свесна активност на ученикот со различни извори на знаења - непосредната околина, наставни средства, учебнички материјал и сл.

Принципот на свесна активност е условен од биолошки, психолошки, педагошки и гносеолошки причини. Биолошките причини произлегуваат од фактот дека детето е живо битие во чиј живот доминира активноста. Во таа активност тоа влијае на околината, но и на себе, менувајќи ги сопствените особености. Психолошките причини се условени од сознанието дека сопствената активност на субјектот е значаен фактор за неговиот развој, бидејќи развојот на психичките способности е можен само низ соодветни активности. Педагошките причини произлегуваат од задачата на наставата по математика знаењата со кои учениците се здо-

биваат во неа да бидат трајни и практично применливи. Гносеолошките причини се одредени од фактот дека активноста со конкретни предмети, поткрепени со постапките за трансформација во мисловни активности со поими е главен извор на математичките знаења со кои учениците се здобиваат во наставата.

Во наставата по математика се практикуваат разновидни активности на учениците: интелектуални, вербални, мануелни и графички. Интелектуалните активности се однесуваат на дејности кои се остваруваат со акт на мислењето, вниманието, помнењето, низ споредување, анализа, синтеза, апстрахирање, генерализирање, математичко заклучување и сл. Вербалните активности се значајно средство за трансформација на материјалните дејности во мисловни. Мануелните активности се остваруваат низ манипулирање на учениците со конкретни предмети и дидактички материјали, низ кои ги запознаваат математичките својства на предметите, а тие ќе послужат како основа подоцна учениците појмовно да ги сфатат. Графичките активности се применуваат за конкретизирање на математичките содржини и опфаќаат: графичко претставување на множества и операции со множества, цртање геометриски фигури, графико-ни, дијаграми и сл.

Содржината на наставата по математика е дадена во одреден систем, заснован на математичката наука. Усвојувајќи го тој систем учениците се подготвуваат да се здобијат со систем од научни знаења. Овој систем се усвојува постапно. Постапноста е условена од психолошкото сфаќање дека одредена математичка содржина не може да се сфати и да се научи, ако претходно не се сфатени и научени содржините релевантни за сфаќање на новите. Според тој принцип секоја содржина во наставата по математика постанува услов за следење на наредните. Тоа претпоставува одредена систематска подреденост на содржините во наставата, така што новиот поим да се усвојува врз основа на изучените, а да биде основа за обработка на наредните. Таа систематска подреденост може да се види, на пример, во содржините: квантитативни својства на објективната стварност, множества, природни броеви, собирање, одземање, множење, делење и на крај својства на аритметичките операции.

Постапноста се остварува низ следниве правила: од поедноставно кон посложено, од познато кон непознато, од конкретно кон апстрактно.

Трајноста на знаењата, пред сè, зависи од начинот на кој тие се здобиени, односно од формите и методите на наставна работа, како и во колкава мера наставата се организира и реализира според дидактичките принципи. Меѓутоа, трајноста на знаењата подразбира и организирано повторување, утврдување и систематизирање на здобиените знаења.

Во овој период фронталната форма на наставна работа постепено ја губи доминацијата, а во наставата по математика се повеќе се применува групната и индивидуалната форма, како и работата во парови. Сознанија за овие состојби добивме од анализата на извештаите на општинските и меѓуопштинските заводи за унапредување на воспитанието и образованието. Имено, во тие извештаи се констатира дека во одделенската настава на основното воспитание и образование е зачестена примената на групна форма на наставна работа, примена на програмирана настава, индивидуализација на наставата со примена на наставни ливчи-

чиња и сл. Според видот на задачите што ги добиваат учениците во групната форма на работа се практикува диференциран (кога сите групи добиваат исти задачи) и недиференциран приод (кога секоја група добива посебна работна задача). Групната форма на работа се спроведува во три фази и тоа: 1. Воведен дел, кога се врши содржинска и психолошка подготовка на учениците; 2. Главен дел, кој се состои во самостојна работа на учениците, и 3. Завршен дел, кој се состои во извештаи за работата на групите, дискусија по нив и интегративна работа на наставникот - систематизирање на резултатите добиени од самостојната работа на групите.

И во индивидуалната форма на работа се присутни диференциран и недиференциран приод, но сега во однос на учениците во паралелката. При диференцираниот приод најчесто работните задачи најчесто се даваат за три групи ученици - потпросечни, просечни и натпросечни. И во оваа форма работата се одвива во три етапи и тоа: 1. Воведна етапа, која е колективна и се состои во задавањето на задачите и упатство за работа; 2. Етапа на самостојна работа на учениците, и 3. Етапа на интеграција, која опфаќа извештаи од страна на неколку ученици, дискусија по нив и интегративна работа на наставникот.

Работата во парови, според нашите сознанија, во однос на претходно наведените форми помалку се применува, меѓутоа, значајно е дека и таа е се повеќе присутна во наставната работа.

Ако се направи споредба во однос на претходниот, првиот и вториот период, тогаш може да се смета дека во третиот период е направен значителен чекор напред во однос на примената на наставни форми во кои се создаваат поволни услови за индивидуализација на наставата и нејзино прилагодување на индивидуалните карактеристики на учениците. Меѓутоа, се уште не може да се смета дека е достигнат степен на оптимална примена на овие наставни форми, бидејќи фронталната форма на наставна работа и понатаму најмногу се применува.

\*\*\*

И покрај тоа што во дидактичката литература нема единствен став за класификација на наставните методи, кај нас најприфатена е класификацијата во која како критериум се земаат изворите на знаења (средствата со кои се воспоставува врската помеѓу учениците и наставните содржини), како и степенот на самостојноста на учениците во наставата. Овој критериум е прифатен и во "Методскиот прирачник за некои прашања на почетната настава по математика" од В.Пенавин, Р.Деспотовиќ, В.Сотировиќ и Д.Липовац, во издание на Меѓуопштинскиот просветно-педагошки завод од Нови Сад, кој беше препорачан како основна методска литература на инструкторите за наставата по математика при реализација на семинарите од 1974 до 1978 година, меѓу кои беше и авторот на овој труд. Според наведениот критериум наставните методи се делат на:

- методи засновани на зборови и текст,
- методи засновани на набљудување, и
- методи засновани на практични активности на учениците.

1. Во наставните методи засновани на зборови и текст врската помеѓу учениците и наставните содржини се воспоставува преку живиот збор на наставникот или преку пишувани текст. Во вербално-текстуалните методи спаѓаат:

а) метод на усно излагање (монолошки метод), кој се состои во непрекинато изложување на наставната содржина од страна на наставникот, а учениците го слушаат и го запомнуваат изложеното;

б) метод на разговор (дијалошки метод, насочен разговор, развоен метод, евристички метод), е таква организација на сознајната дејност на учениците при кој наставната материја се изнесува низ прашања и одговори, низ разговор меѓу наставникот и учениците, како и низ дискусија во која учествуваат и наставникот и учениците. Прашањата на наставникот ги поставуваат учениците пред нови задачи, пред кои не можат да се однесуваат пасивно, туку за нивното решавање треба да вложат одреден интелектуален напор, да пресметуваат, да анализираат, да споредуваат, да изведуваат заклучоци, да предлагаат начини за решавање на поставените задачи и да ги образложуваат предложените решенија и сл.;

в) Метод на работа со текст, наставен метод при кој врската помеѓу учениците и наставните содржини се воспоставува со помош на пишуван материјал. Овој наставен метод се јавува во повеќе методички форми: работа со учебници и прирачници, програмирана настава, наставни ливчиња, писмени работи (домашна работа, контролни и писмени работи, математички диктат), како и решавање на задачи.

Методот на работа со текст создава претпоставка ученикот да е самостоен во сфаќањето и помнењето на понудените информации во текстот, поставен е во ситуација самостојно да истражува и да презема творечки иницијативи, при што врши различни мисловни операции - анализа, синтеза, апстрахирање, генерализирање и сл. Методот на работа со текст создава поволни претпоставки:

- учениците активно да учествуваат во здобивањето на знаењата при што максимално е ангажиран во здобивањето на знаењата, во текот на целиот наставен час,

- секој ученик да напредува со сопствено темпо во совладувањето на содржините,

- здобиените знаења практично се применуваат,

- се збогатува начинот на математичкото изразување на учениците,

- ученикот има повратна информација за резултатите од својата работа, со што се воведуваат во постапките на самоконтрола во работата,

- здобиените знаења практично се применуваат и сл.

Со примената на овој наставен метод се обезбедува висок степен на индивидуализација на наставата со свесно и активно учество на учениците, а здобиените знаења се со поголема трајност и практична применливост.

2. Во наставните методи засновани на набљудување врската помеѓу учениците и наставните содржини се воспоставува преку набљудување на слики, цртежи, шеми, предмети, демонстрирање на модели, движења, работни операции и сл. Во оваа група наставни методи се наведуваат: илустративниот и демонстративниот метод. Функцијата на илустрацијата и демонстрацијата во наставата по математика се состои во покажување, односно истакнување на одредено својство на даден математички поим (операција, својство, геометриска фигура и сл.), со што соз-

нанието на учениците ќе се направи поцелосно, потрајно, ќе се зголеми интересот на учениците за наставните содржини, односно се придонесува за зголемување на ефикасноста на наставата; се намалува вербализмот во наставата; се намалуваат можностите и изворите на монотонијата на наставниот час; се зголемува мисловната активност и емоционалната ангажираност на учениците. При набљудувањето наставникот ги упатува учениците на суштествените својства на математичките објекти врз основа на анализа, споредување и сл. Ги апстрахираат небитните, врз основа на што понатаму се вршат генерализации.

3. Во наставните методи при кои врската помеѓу учениците и наставните содржини се воспоставува преку практични работи на учениците, спаѓаат експерименталниот и лабораторискиот метод, често познати и како експериментално-лабораториски метод. Суштината на овој наставен метод е во тоа што учениците самостојно набљудуваат, мерат различни величини, вршат споредување на добиените резултати, како за повторување на здобиените знаења, така и за прибирање на практичен материјал врз основа на кој ќе се изведуваат заклучоци. Овој метод подразбира самостојна истражувачка работа на учениците, која често е поврзана со изработка на модели (најчесто на геометриски фигури), откривање на суштествените својства на одредени математички поими, прибирање на релевантни факти за изведување засновани генерализации и сл.

Улогата на наставникот во експериментално-лабораторискиот метод се сведува на раководење и насочување на практичната активност на учениците и упатување на правилни заклучоци.

Во наставниот процес најчесто се применува комбинација од повеќе наставни методи, што е условено од карактерот на содржините и развојните карактеристики на учениците.

#### **IV.4.2. ОБРАБОТКА НА СОДРЖИНИТЕ ОД МНОЖЕСТВА**

Поимот множество е основен поим, што значи дека не се дефинира, туку се воведува врз основа на конкретни примери. На почетокот тоа се множества од конкретни предмети од непосредната околина на учениците. Примерите се избираат така што множествата да се формираат по некое заедничко својство на елементите, според кое тие можат да се именуваат. На пример, множество моливи, множество клупи, множество ученици и сл. Во наредната етапа од работата учениците ќе формираат множества од дидактички материјал - логички блокови. На почетокот множествата се формираат според еден признак на елементите (црвени плочки, триаголни плочки и сл.), потоа според два (црвени кружни плочки, големи триаголни плочки и сл.), па според три (големи триаголни жолти плочки) и на крајот според четири признаци на елементите (мали-танки-црвени-кружни плочки). Откако учениците ќе се здобијат со доволно искуство од формирањето на множества од конкретни предмети и дидактички материјал, тогаш се применува на примери каде елементи на множествата не се конкретни предмети, туку броеви, букви и други симболи, познати на учениците.

Во активностите со множествата спонтано се наметнува поимот елемент на множество и термините припаѓа и не припаѓа. Тоа обично се прави откако дејноста со множествата ќе се пренесе на говорното подрачје. Така, при разгледувањето на множество од кружни плочки се искажува: "за црвената кружна плочка уште велиме дека е елемент на множеството кружни плочки или му припаѓа на тоа множество"; "жолтата триаголна плочка не е елемент на множеството кружни плочки или не му припаѓа на тоа множество".

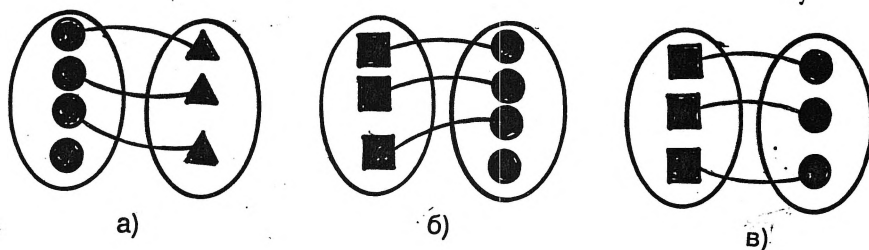
Во натамошното осмислување на поимот множество се преминува на означувањето на множествата и тоа прво со графичко претставување со помош на Венов дијаграм. Подготовките за графичко означување на множествата се вршат со примена на соодветен дидактички материјал - логички блокови и обрач од тел или од врвца. Во тие активности учениците прават обрач (Венов дијаграм) и внатре, во него, ставаат логички блокови кои имаат едно или повеќе заеднички својства, што се однапред определени (боја, форма, големина, дебелина). Во подготовките за графичко претставување на множествата спаѓа и обработката на некои геометриски содржини - отворена и затворена крива линија, како и релациите: внатре и надвор. Преку вежбите со обрачот и внесувањето на одредени објекти во неговата внатрешност се остваруваат повеќе образовни задачи, како што се: подготовка за графичко означување на множествата, се осмислуваат поимите припаѓа и не припаѓа, со групирање на плочки според два признака се создаваат услови за воведување на учениците во логичките операции конјункција и негација, како и во операцијата пресек на множества. Со примената на логичките блокови учениците подобро ги запознаваат геометриските форми; круг, квадрат, правоаголник и триаголник.

По графичкото означување на множествата учениците се воведуваат во симболичкото означување, со примена на голема заграда и големи латински букви. На пример,  $A = \{1,2,3,4,5\}$ ,  $B = \{a, b, v\}$  итн. Симболиката поврзана со множествата понатаму се проширува на симболичкото означување на термините "припаѓа" ( $\in$ ) и "не припаѓа" ( $\notin$ ), кое се воведува преку пократко запишување на некој исказ како "а не е елемент на множеството А" -  $a \notin A$ , што е мотив тие да се научат.

Значаен момент во осмислувањето на множествата е осмислувањето на поимот подмножество. И овој поим се воведува и осмислува на множества од конкретни примери и тоа такви множества во кои дел од елементите имаат некое заедничко својство коешто лесно се воочува, а кај другите елементи го нема (црвени кружни плочки од множество кружни плочки). Од конкретните предмети се преминува на множества зададени графички, затоа што подмножествата можат да се обележуваат со линии во друга боја и полесно да се воочуваат.

Завршна етапа во формирањето на поимот множество во почетната настава по математика е воведувањето и осмислувањето на поимите еквивалентни и еднакви множества. Еквивалентноста на множествата се воведува преку споредување на две множества од конкретни предмети со придружување "еден на еден" или обратно еднозначно придружување, т.е. на секој елемент од едното множество му се придружува само еден елемент од другото множество и обратно. На почетокот тоа треба ...

да бидат множества со некоја "видлива" врска помеѓу нивните елементи, како што се: филцани и тацни, ученици и столчиња и сл., а потоа тоа се прави и графички, како на црт. 4. Така, на црт.1в) меѓу елементите, на двете множества е извршено обратно еднозначно придружување и се ве-



Цртеж 4

ли дека тие множества се еквивалентни, односно имаат ист број елементи. При пренесувањето на говорното подрачје битно е учениците да искажуваат: "филцани има исто толку колку што има тацни", "триаголници има исто толку колку и правоаголници" и сл., односно да се истакнува истобројноста на елементите, што е нивно квантитативно својство.

Воведувањето на еднаквоста на множествата е значително посложен методички проблем. Најголемата сложеност произлегува од блискоста на сфаќањата на термините "ист" и "еднаков" од страна на учениците од I одделение. За да се надмине овој проблем треба да се изберат адекватни практични примери - множество од исти атлетичари кое двапати се прикажува, но со различен редослед. Од примерите учениците интуитивно треба да прифатат дека двете множества се составени од исти елементи. Осмислувањето на овој поим е на повисоко апстрактно ниво, но достапно на учениците. На пример, множеството букви со кои е запишан зборот ИВАН и множеството букви со кои е запишан зборот НИВА; Множеството броеви помали од 5 и множеството броеви коишто се добиваат кога од 9 се одземаат по ред броевите: 8,7,6 и 5 и сл.

Операциите со множествата: унија, пресек и разлика се логички операции, чија смисла е во тоа што на еден утврден начин од две дадени множества се добива едно трето, кое задоволува одредени услови. Во методиката на наставата по математика постои дилема по кој редослед да се обработуваат операциите унија и пресек. Кај нас е прифатено прво да се обработува операцијата унија на множества, бидејќи учениците емпириски полесно формираат унија отколку пресек, а и поради аналогија со собирањето на природните броеви.

Воведувањето на операциите со множествата се во три етапи и тоа:

- прва етапа - работа со множества чии што елементи се конкретни предмети,
- втора етапа - графичко претставување со помош на Венов дијаграм, и
- трета етапа - симболичко претставување на множествата со помош на загради.

На третата етапа се обработуваат и својствата на унијата и пресекот - комутативност и асоцијативност, кои треба да бидат основа за соодветните својства на собирањето.

Обработката на содржините од темата множества, особено во I одделение, во голема мера се засновува на следниве етапи:

- прва етапа - материјални дејности, односно работа со множества чии елементи се конкретни предмети или дидактички материјали (логички блокови, разни апликации),

- втора етапа - пренесување на материјалните активности на говорното подрачје,

- трета етапа - пренесување на дејноста на мисловното подрачје, главно преку симболичко означување на множествата, операциите со нив и нивните својства.

#### **IV.4.3. ВОВЕДУВАЊЕ НА ПОИМОТ ПРИРОДЕН БРОЈ И ОПЕРАЦИИТЕ СО ПРИРОДНИТЕ БРОЕВИ**

Воведувањето на поимот природен број спаѓа во оние гносеолошки проблеми на кои во историскиот развој на методиката на наставата по математика му е посветувано големо внимание. Впрочем, врз основа на решавањето на овој проблем ги одредивме трите периоди во развојот на наставата по математика во одделенската настава на основното воспитание и образование во Македонија од 1945 до 1991 година. Во овој, третиот период во решавањето на проблемот на воведувањето на поимот природен број се поаѓа од множествата. Имено, се вели дека "меѓу светот на објектите и светот на броевите постои светот на множествата". Појдувајќи од оваа мисла треба да се сфати дека множествата имаат одредени нумерички својства, односно оти бројот е својство на множеството а не на неговите елементи. Според тоа, појдовна основа на методичките приоди во воведувањето на поимот природен број и операциите со природни броеви ќе бидат активности со множества чии елементи се конкретни предмети од непосредната детска околина. Значи, активностите со множествата се појдовна основа, а поимите природен број и операциите со природните броеви се цел на учењето.

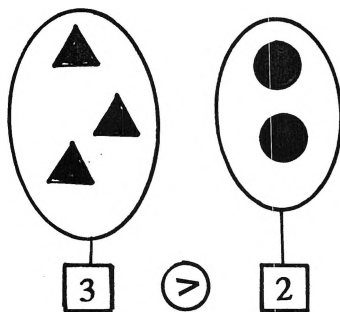
Поимот природен број се изградува врз основа на активности со еквивалентни множества, со апстрахирање на небитните својства (боја, форма, положба, големина, распоред на елементите, материјалот од кој се направени и сл.) и генерализирање на битните, т.е. бројот на елементите во множествата. Утврдувањето на еквивалентноста е со придружување 1 на 1. Ако притоа елементите се придружат еден на еден и ученикот добива еквиваленција на двете множества со заемно еднозначно придружување, тогаш може да се рече дека тие имаат исто нумеричко својство, а тоа својство е некој природен број - 2,3,5 и сл.

Во случај меѓу елементите на множествата да не може да се воспостави придружување 1 на 1 (биекција), односно во едно од множествата да остануваат елементи кои немаат соодветен пар во другото множество, тогаш множествата се со различни нумерички својства, односно  $b(A) \neq b(B)$ . Со овој методички приод се воведува споредувањето на природните броеви. Имено, ако во множеството A има повеќе елементи, то-



гаш  $b(A) > b(B)$  и обратно, ако во  $A$  има помалку елементи, тогаш  $b(A) < b(B)$ .

Означувањето на природните броеви на почетокот е на степен на препознавање на симболите, а потоа и пишување на истите. Воведувањето на симболите е преку придружување на симболот со кој се означува бројот на соодветно множество. Пишувањето на броевите е поврзано со активности кои се изведуваат според следниов методички приод: одредување број на одредени множества, придржување на број на дадено множество и на крајот пишување на дадениот број. Меѓутоа, откако ќе се обработат на тој начин броевите 1 и 2, значајно внимание се посветува и на споредувањето на броевите, односно сега почетна активност е правење разлика помеѓу бројот што се воведува и веќе изучените, со внесување на симболите:  $=$ ,  $>$  и  $<$ . На пример, при обработката на пишувањето на бројот 3 наредна етапа (по претходно наведените) е негово споредување со броевите 2 и 1 и тоа прво со придружување еден на еден (црт.5) а потоа и симболично запишување:  $3 > 2$ ,  $3 > 1$ ,  $2 < 3$ ,  $1 < 3$ .



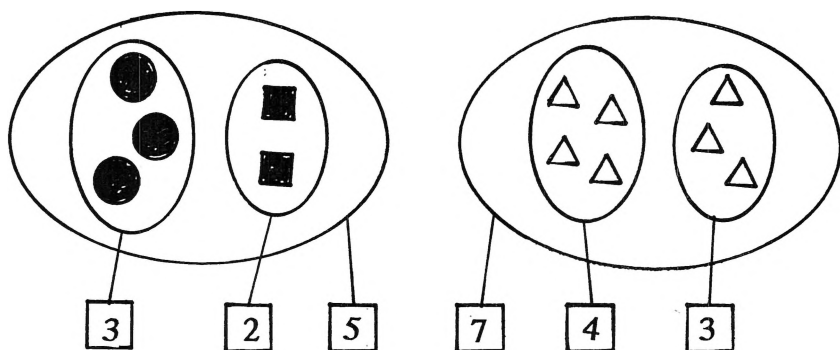
Цртеж 5

\*\*\*

Појдовна основа за изградување на поимите собирање и одземање на природните броеви се соодветните операции со множества унија и разлика. Поаѓањето од овие операции со множествата се оправдува со повеќе причини, а пред се заради тоа што:

- поаѓајќи од унија, односно разлика на множества попрецизно и потполно можат да се формираат поимите собирање и одземање, и
- во изградувањето на поимите собирање и одземање се иде од конкретното кон апстрактното, односно целисходно може да се примени конкретно - индуктивниот приод во формирањето на овие апстрактни поими.

Формирањето на поимите собирање и одземање се одвива во неколку карактеристични етапи. Првата етапа се состои во формирање унија и разлика на множества од конкретни предмети. Во наредната етапа овие операции се прикажуваат графички, со претставување на множествата со Венови дијаграми, со придружување соодветен број на секое од дадените множества. На пример, собирањето  $3 + 2 = 5$  и одземањето  $7 - 4 = 3$  се графички се илустрираат на следниов начин:



Цртеж 6

По содржина графичкото претставување е дејност еднаква со формирањето унија и разлика на множества од конкретни предмети. Меѓутоа, од дидактички аспект со неа започнува постепеното отфрлање, апстрахирање на небитните својства на множествата и воопштувањето на битното својство, т.е. на бројот на унијата и броевите на множествата од кои таа е формирана, односно бројот на разликата и броевите на множествата од кои таа е добиена. Затоа графичкото претставување на овие операции е значителен чекор напред кон апстракцијата, бидејќи небитните својства на собирањето и одземањето со конкретни предмети се сведени на најмала можна мера.

Наредната етапа е говорно изразување на формирањето унија и разлика на множества, прво со конкретни предмети а потоа и графички. Со говорното објаснување овие дејности целосно се пренесуваат на мисловното подрачје. Со пренесување на говорното објаснување за формирањето унија и разлика на две множества на мисловното подрачје, се поставува цврста основа за воведувањето на собирањето и одземањето на природните броеви.

Последна етапа во воведувањето на поимите собирање и одземање е собирање и одземање на природни броеви, што е последен чекор во апстракцијата. На таа етапа целосно се напуштаат небитните својства на множествата, а се задржава само битното својство - бројот на елементите.

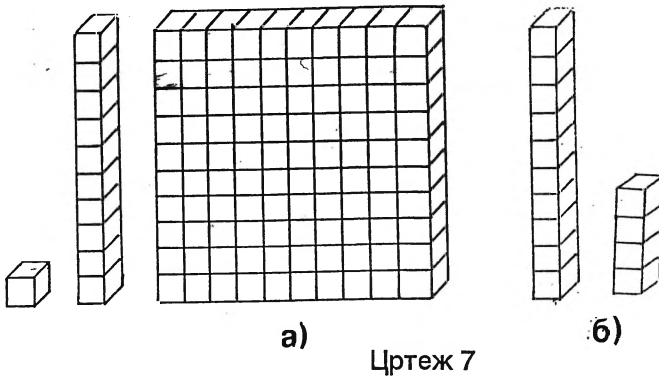
Дилемата по кој редослед да се воведуваат операциите собирање и одземање е решено на тој начин што прво се обработува собирањето во рамките на бројот 4, а потоа двете операции се обработуваат паралелно. Ова се објаснува со тоа што учениците прво треба да се запознаат со симболиката во собирањето, запишувањето на операцијата, компонентите и резултатот, како и со вербалното исказување на истата. Со тоа искуство учениците полесно ќе го прифатат одземањето, односно ќе го разликуваат од собирањето, ќе ја сфатат обратноста на собирањето и одземањето и сл.

\*\*\*

Означувањето т.е. пишувањето на броевите од 11 до 100 се воведува во две етапи и тоа: прва етапа - читање и пишување на броевите од 11 до 20 и втора етапа - читање и пишување на броевите од 21 до 100. Во подготвителната етапа за обработката на овие содржини е формирањето на десетката како единица од повисок ред. Нагледно тоа се прикажува

...

со редување на 10 коцки од  $1\text{cm}^3$  една на друга и нивна замена со едно "стапче", кое е еднакво на десетте коцки (црт.7). Всушност, на тој начин се прикажува еднаквоста на 10 единици со една десетка.



Цртеж 7

Броевите од 11 до 19 се прикажуваат во вид на збир од една десетка и неколку единици. На пример, бројот 14 се прикажува како  $10+4$  (црт. 7 б)). Притоа се обраќа внимание на читањето: "четиринаесет-четири на десет" (четири се додадени на десет). Бројот 20 се прикажува како  $10 + 10$ , односно 2 десетки, а по аналогија се формираат и останатите полни десетки. Означувањето на броевите од 21 до 100 се обработува според принципот на собирање десетки и единици. На пример,  $35 + 5$ , а се илустрира на фланелограф како на црт.8.



Црт. 8

Собирањето и одземањето во рамките на 100 се обработува во две етапи: прва собирање и одземање до 20, а втора - собирање и одземање до 100.

За обработката на овие содржини се предвидува сериозна подготвителна етапа, која опфаќа:

- претставување на едноцифрен број како збир од два собирока ( $8 = 7 + 1$ ,  $8 = 6 + 2$ ,  $8 = 5 + 3$ , итн.);
- пресметување збир од три собироци на два начина ( $4 + 2 + 3 = (4+2) + 3 = 6 + 3 = 9$ ,  $4 + 2 + 3 = 4 + (2 + 3) = 4 + 5 = 9$ );
- претставување на бројот 10 како збир од два собирока ( $10 = 9 + 1$ ,  $10 = 8 + 2$ , ...);
- одземање едноцифрен број од 10 ( $10 - 3$ ,  $10 - 7$ , ...),
- претставување на број од втората десетка како збир од 10 и едноцифрен број ( $15 = 10 + 5$ ,  $17 = 10 + 7$ , ...).

Собирањето и одземањето до 20 се обработува во две етапи и тоа:

- собирање и одземање без премин на десетката, и
- собирање и одземање со премин на десетката.

Собирањето без премин се обработува врз основа на правилото "додавање на број кон збир". На пример,

$$12 + 6 = (10 + 2) + 6 = 10 + (2 + 6) = 10 + 8 = 18.$$

Одземањето без премин се обработува врз основа на правилото: "одземање на број од збир". На пример,

$$17 - 4 = (10 + 7) - 4 = 10 + (7 - 4) = 10 + 3 = 13.$$

Собирањето со премин се обработува врз основа на правилото: "додавање на збир кон број". На пример,

$$8 + 6 = 8 + (2 + 4) = (8 + 2) + 4 = 10 + 4 = 14.$$

Одземањето со премин се обработува врз основа на правилото: "одземање на збир од број". На пример,

$$12 - 7 = 12 - (2 + 5) = (12 - 2) - 5 = 10 - 5 = 5.$$

При обработката на овие содржини воспоставен е систем здобиените знаења учениците да ги применуваат во нови ситуации на учење, што придонесува за ефикасна и рационална настава.

Собирањето и одземањето до 100 се обработува во повеќе етапи, кои се засновани на веќе спомнатите аритметички правила, на кои се засновува собирањето и одземањето до 20. Тоа се обработува во следниве етапи:

- собирање и одземање на полни десетки, кое се сведува на собирање и одземање едноцифрени броеви, со означување на следниов начин:

$$50 + 20 = ? \quad 5д + 2д = 7д, \quad 50 + 20 = 70$$

$$50 - 20 = ? \quad 5д - 2д = 3д, \quad 50 - 20 = 30;$$

- собирање на двоцифрен и едноцифрен број и одземање на едноцифрен број од двоцифрен, без премин на десетката. На пример,

$$32 + 5 = (30 + 2) + 5 = 30 + (2 + 5) = 30 + 7 = 37,$$

$$58 - 5 = (50 + 8) - 5 = 50 + (8 - 5) = 50 + 3 = 53;$$

- собирање на двоцифрен број и едноцифрен и одземање на едноцифрен број од двоцифрен со премин на десетката. На пример,

$$26 + 7 = 26 + (4 + 3) = (26 + 4) + 3 = 30 + 3 = 33,$$

$$52 - 8 = 52 - (2 + 6) = (52 - 2) - 6 = 50 - 6 = 44.$$

Како плодотвителни активности за обработка на оваа етапа се практикува решавање на задачи за дополнување до полна десетка. На пример,

$$26 + 4 = 30, \quad 37 + \quad = 40,$$

$$32 - 2 = 30, \quad 78 - \quad = 70;$$

- собирање на полна десетка со двоцифрен број и одземање на полна десетка од двоцифрен број. На пример,

$$35 + 50 = (30 + 5) + 50 = (30 + 50) + 5 = 80 + 5 = 85,$$

$$78 - 20 = (70 + 8 - 20) = (70 - 20) + 8 = 60 + 8 = 68;$$

- собирање на двоцифрени броеви и одземање на двоцифрени броеви со премин на десетката на пример,

$$26 + 48 = 26 + (40 + 8) = (26 + 40) + 8 = 66 + 8 = 74,$$

$$53 - 27 = 53 - (20 + 7) = (53 - 20) - 7 = 33 - 7 = 26.$$

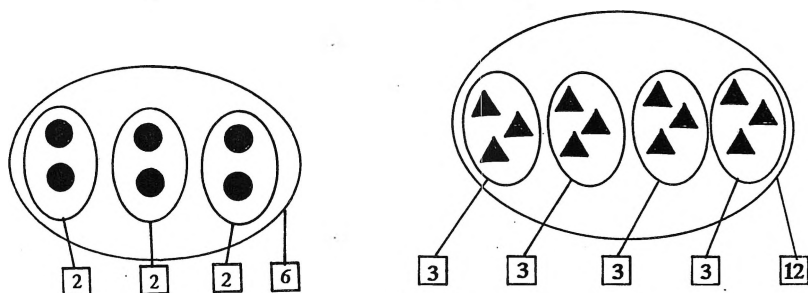
И во овој случај етапите во обработката на содржините сочинуваат систем кој овозможува примена на здобиените знаења во нови ситуации на учење и е заснован на дидактичкиот принцип на постапност (од полес-

но кон потешко, од поедноставно кон посложено). Од сознаен аспект тоа значи дека врз основа на поедноставни се совладуваат посложени содржини.

\*\*\*

Формирањето на поимот множење се остварува низ две етапи и тоа:

1. Етапа на конкретни активности. Тоа, всушност, се активности со дидактички материјал (логички плочки), со кои поимот множење се транспонира во форма достапна на сетивното сознание. Тие активности опфаќаат формирање на унија од еквивалентна множества, со кои треба да се конкретизира собирањето на еднакви собироци. На пример,



Црт. 9

2. Етапа на апстрактни операции. На оваа етапа се формира поимот множење на природни броеви. На почетокот врз основа на искуствата од работата со множества, усно се пресметува збир на повеќе еднакви собироци и се чита како производ. На пример:  $5 + 5 + 5$  значи три пати да се собере бројот 5 или кратко три по пет. Откако учениците ќе ја сфатат смислата на собирањето на еднакви собироци и краткото искажување на тоа собирање, се преминува на симболичкото запишување, односно

$$5 + 5 + 5 = 3 \cdot 5, \quad 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 5 \cdot 8 \text{ итн.},$$

односно во општ вид:

$$\underbrace{b + b + b + \dots + b}_{a \text{ пати}} = a \cdot b$$

Пресметувањето на производот на почетокот е преку собирање, а потоа тоа се автоматизира со обработката на табличното множење. Терминологијата, пак, се воведува откако се воведат терминот множење. Притоа множителите се именуваат како прв множител (покажува колку пати дадениот број се јавува како собирок) и втор множител (бројот којшто се собира). Како производ се именува и добиениот резултат, на пример  $c$  во записот  $a \cdot b = c$  и записот  $a \cdot b$ .

Откако е воведено множењето, се обработуваат некои својства на оваа операција, пред се комутативноста и специјалните производи. Комутативноста се воведува индуктивно, но врз основа на зборови во кои се променети местата на множителите. На пример,

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 6 \cdot 4 = 24,$$

$$6 + 6 + 6 + 6 = 4 \cdot 6 = 24.$$

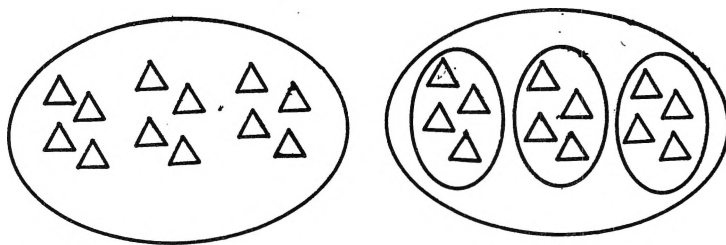
Табличното множење се обработува во систем на следот на природните броеви, поткрепено со соодветна илустрација, од која следуваат соодветни збирови на еднакви собироци, кои на крај се запишани како производ. Ваквиот методички приод е заснован на следот на активностите, т.е. патот на сознанието од работа со множества до операции со природни броеви.

Поимот делење се формира низ истите етапи како и множењето, односно во две етапи и тоа:

**1. Етапа на конкретни активности.** На таа етапа учениците

- од дадено множество формираат еквивалентни множества. На пример, од множество од 12 елементи формираат две множества со по 6 елементи, 3 множества со по 4 елементи, 4 множества со по 3 елементи и сл.,

- од дадено множество формираат повеќе подмножества со даден број елементи. На пример, од множество со 12 елементи да формираат подмножества со по 4 елементи (црт. 10).



Црт. 10

Откако учениците ќе ги формираат подмножествата, се утврдува колку ги има (во случајов 3), за да може да се искажува во 12 има 3 пати по 4 или ако множеството од 12 елементи се подели на подмножества со по 4 елементи, ќе се добијат 3 такви подмножества.

**2. Етапа на апстрактни операции.** За да може разложувањето на множествата како материјална работа да се трансформира во мисловна активност, учениците се ставаат во ситуации во кои конкретните активности постепено ќе ги заменуваат со мисловни. Тоа најчесто се остварува преку задачи со содржина од секојдневниот живот, во кои ќе замислуваат разложување на множества (8 јаболка да се поделат на 4 деца подеднакво). На тој начин се доаѓа до усно (ментално) делење, со кое во основни црти се усвојува содржината на делењето на броеви и се создаваат неопходните претпоставки за воведување на симболичкиот запис на оваа операција.

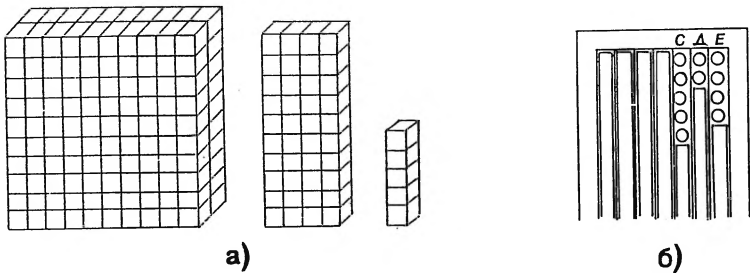
Во натамошната обработка на делењето значајни се три моменти:

- истакнување на врската помеѓу множењето и делењето, односно дефинирање на делењето како обратна операција на множењето,
- обработката на врската помеѓу компонентите и резултатите во делењето, и
- делењето со остаток.

Делењето со остаток се обработува низ практични примери, каде не е можно делењето до крај (7 јаболка да се поделат на 3 деца, така што секое дете да добие по ист број јаболка). Од тие примери се доаѓа до остатокот, а потоа следува записот ( $7 : 3 = 2$  и 1 остаток) и на проверката на делењето со остаток -  $7 = 3 \cdot 2 + 1$ .

\*\*\*

Пишувањето и читањето на броевите до 1000 се обработува по следниов методички приод:  
 - претставување на броевите со помош на дидактички средства - аритметички коцки и сметалка (црт.11 а) и б),



Црт. 11

- читање на претставените броеви со аритметичките коцки и сметалката,
- пишување на претставените броеви,
- воведување на месната и цифрената вредност на цифрите со кои се запишува бројот, и
- осмислување на низата на природните броеви до 1000, со проширување на поимите претходник и следбеник во рамките на 1000.

Во почетната обработка на овие содржини доминираат практичните, материјалните дејности, кои подоцна се трансформираат во мисловни. Во натамошното осмислување на броевите до 1000 е нивно запишување во развиена форма:

$$5C \ 3D \ 2E = 500 + 30 + 2, \text{ односно}$$

$$532 = 500 + 30 + 2,$$

како и обратната постапка - од развиена форма да се добие симболичкиот запис на бројот -

$$400 + 20 + 8 = 428.$$

Овие активности имаат и друга цел, да се подготват усните и писмените операции во рамките на 1000. Во таа насока е и запишувањето на стотките, десетките и единиците со голема буква до цифрата што ги означува:  $548 = 5C \ 4D \ 8E$ .

\* \* \*

Собирањето и одземањето во рамките на 1000 се обработуваат во две тематски целини и тоа: усно собирање и одземање и писено собирање и одземање. Усното собирање и одземање ги опфаќа следниве содржини:

- собирање и одземање на стотки,  
 $400 + 200$ ;  $4C + 2C = 6C$ ,  $400 + 200 = 600$ ,  
 $700 - 300$ ;  $7C - 3C = 4C$ ,  $700 - 300 = 400$ ;

- собирање и одземање од типовите:  $600 + 40$ ,  $640 - 40$  и  $640 - 600$   
 $600 + 40 = 640$ , се обработува врз основа на пишувањето на броеви од развиена форма во декаден броен систем,

$640 - 40 = 600$  и  $640 - 600 = 40$ , што се обработува врз основа на одземањето на единиците од ист разред;

- собирање и одземање од типовите:  $410 + 80$  и  $490 - 80$ ,  
 $410 + 80 = (400 + 10) + 80 = 400 + (10 + 80) = 400 + 90 = 490$  и  
 $490 - 80 = (400 + 90) - 80 = 400 + (90 - 80) = 400 + 10 = 410$ ;

- собирање и одземање од типовите:  $470 + 300$ ,  $770 - 300$   
 $470 + 300 = (400 + 70) + 300 = (400 + 300) + 70 = 700 + 70 = 770$   
 $770 - 300 = (700 + 70) - 300 = (700 - 300) + 70 = 400 + 70 = 470$ ;

- собирање и одземање од типовите:  $350 + 210$  и  $560 - 210$ ,  
 $350 + 210 = (300 + 50) + (200 + 10) = (300 + 200) + (50 + 10) = 500 + 60 = 560$ ,  
 $560 - 210 = (500 + 60) - (200 + 10) = (500 - 200) + (60 - 10) = 300 + 50 = 350$ ;

- собирање и одземање од типовите:  $240 + 60$  и  $300 - 60$ ,  
 $240 + 60 = (200 + 40) + 60 = 200 + (40 + 60) = 200 + 100 = 300$ ,  
 $300 - 60 = (200 + 100) - 60 = 200 + (100 - 60) = 200 + 40 = 240$ ; и

- собирање и одземање од типовите:  $370 + 230$  и  $900 - 360$ ,  
 $370 + 230 = (300 + 70) + (200 + 30) = (300 + 200) + (70 + 30) = 500 + 100 = 600$ ,  
 $900 - 360 = (800 + 100) - (300 + 60) = (800 - 300) + (100 - 60) = 500 + 40 = 540$ .

Воочливо е настојувањето овие содржини да се обработуваат во систем кој овозможува примена на здобиените знаења во нови ситуации на учење, што според наша оценка успешно е пренесено и во учебникот по математика за III одделение.

Писменото собирање и одземање ги опфаќа следниве содржини:

- писмено собирање и одземање без премин, и  
- писмено собирање и одземање со премин.

Методичкиот приод во обработката на овие содржини ќе го прикажаме само за собирањето без премин:

- задавање на задача со практична содржина: “Бојлерчето чини 732 ден, а пеглата 164 ден. Колку денари чинат овие две играчки?”

- собирање на броевите од задачата преку запишувањето на истите во развиена форма,

$$\begin{aligned} 732 + 164 &= (700 + 30 + 2) + (100 + 60 + 4) = \\ &= (700 + 100) + (30 + 60) + (2 + 4) = \\ &= 800 + 90 + 6 = 896, \end{aligned}$$

- претставување на броевите во табела и собирање на единиците

од ист разред, и

С	Д	Е
7	3	2
1	6	4
8	9	6

$$2E + 4E = 6E$$

$$3D + 6D = 9D$$

$$7C + 1C = 8C$$



- скратно извршување на писменото собирање, односно

$$\begin{array}{r} 732 \\ +164 \\ \hline 896. \end{array}$$

По истата постапка се обработува и одземањето без премин и собирањето и одземањето со премин. Во ваквиот методички приод текстуалната задача има мотивационен карактер, ги става учениците во проблемска ситуација која треба да се реши; се продолжува со запишување на броевите во развиена форма и групирање на единиците од ист разред, со што се обезбедува постапност (од познато кон непознато и од поедноставно кон посложено); прикажувањето во табела треба да го обезбеди потпишувањето на броевите еден под друг; на крајот прикажување на кратката постапка во извршувањето на операцијата, т.е. писменото изведување на операцијата.

\* \* \*

Множењето и делењето во рамките на 1000 се обработува, слично како собирањето и одземањето, во две наставни целини: усно множење и делење и писмено множење и делење. Наставната целина усно множење и делење ги опфаќа следниве наставни содржини:

- множење и делење на полни стотки со едноцифрен број,  
 $200 + 200 + 200 = 3 \cdot 200 = 600$

$600 : 3 = 200$ , како обратна операција на множењето,

- множење и делење со едноцифрен број, каде се врши проширување и продлабочување на порано здобиените знаења,

- некои својства на множењето и делењето, меѓу кои позначајни се: бројот 1 во множењето и делењето, бројот 0 во множењето и делењето, асоцијативноста на множењето,

- дистрибутивноста на множењето и на делењето во однос на собирањето, кое треба да биде математичка основа за обработка на писменото множење и делење. Оваа содржина се обработува низ решавање на одреден тип задачи на два начина:

$$(4 + 2) \cdot 3 = ?$$

$$(4 + 2) \cdot 3 = 6 \cdot 3 = 18,$$

$$(4 + 2) \cdot 3 = 4 \cdot 3 + 2 \cdot 3 = 12 + 6 = 18, \text{ односно}$$

$$(25 + 15) : 5 = ?$$

$$(25 + 15) : 5 = 40 : 5 = 8,$$

$$(25 + 15) : 5 = 25 : 5 + 15 : 5 = 5 + 3 = 8.$$

На наредната етапа на обработката на оваа содржина се обработуваат задачи од типовите:  $3 \cdot 12$ ,  $3 \cdot 120$ ,  $48 : 4$  и  $480 : 4$ , кои треба да бидат директна подготовка за писменото множење и писменото делење. Овие задачи се решаваат со претставување на вториот множител во развиена форма. На пример,

$$3 \cdot 12 = ?$$

$$3 \cdot 12 = 3 \cdot (10 + 2) =$$

$$= 3 \cdot 10 + 3 \cdot 2 =$$

$$= 30 + 6 = 36$$

$$3 \cdot 120 = ?$$

$$3 \cdot 120 = 3 \cdot (100 + 20) =$$

$$= 3 \cdot 100 + 3 \cdot 20 =$$

$$= 300 + 60 = 360$$

односно

$$48 : 4 = ?$$

$$48 : 4 = (40 + 8) : 4 =$$

$$480 : 4 = ?$$

$$480 : 4 = (400 + 80) : 4 =$$

$$= 40 : 4 + 8 : 4 =$$

$$= 10 + 2 = 12$$

$$= 400 : 4 + 80 : 4 =$$

$$= 100 + 20 = 120.$$

Писменото множење се обработува врз основа на дистрибутивноста на множењето во однос на собирањето. Обработката на оваа наставна содржина се обработува во две етапи:

- прва етапа, множење на трицифрен број со едноцифрен, кога при множењето на секоја од цифрите не се преминува во повисок разред. Методичката постапка е следнава: задавање на текстуална задача, со која се истакнува потребата од здобивање нови знаења, односно да ги мотивира учениците за усвојување на новата содржина - "На двете деца таткото им купил чевли по еднаква цена. Ако еден пар чевли чинел 243 ден., колку вкупно денари платил таткото?"<sup>15)</sup> Запишување на операцијата со помош на која ќе се реши задачата -  $243 \cdot 2$ , која се решава со примена на дистрибутивноста на множењето во однос на собирањето,

$$243 \cdot 2 = (200 + 40 + 3) \cdot 2 = 200 \cdot 2 + 40 \cdot 2 + 3 \cdot 2 =$$

$$= 400 + 80 + 6 = 486;$$

Скратување на постапката со множење на единиците од секој разред со едноцифрениот број и запишување на производот,

$$\begin{array}{r} 243 \cdot 2 \\ 486 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \cdot 3\text{E} = 6\text{E} \\ 2 \cdot 4\text{D} = 8\text{D} \\ 2 \cdot 2\text{C} = 4\text{C} \end{array}$$

- втората етапа, кога при множењето на цифрата од некој од разредите се преминува во повисокиот разред. Оваа наставна содржина се обработува по скратена методичка постапка во однос на првата, затоа што е подготвена со неа. Имено, производот  $126 \cdot 3$  се обработува по следната постапка:

$$\begin{array}{r} 126 \cdot 3 \\ 378 \end{array} \quad \begin{array}{l} 3 \cdot 6\text{E} = 18\text{E} = 1\text{D} + 8\text{E} \\ 3 \cdot 2\text{D} + 1\text{D} = 6\text{D} + 1\text{D} = 7\text{D} \\ 3 \cdot 1\text{C} = 3\text{C} \end{array}$$

Всушност, овде се решава проблемот со преминот од пониска во повисока единица.

Писменото делење се обработува по слична методска постапка како и писменото множење, исто така во две етапи. Во првата етапа се обработува случајот кога при делењето на секоја цифра од деленикот со едноцифрениот делител се добива потполн количник. На пример,  $248:2$  се воведува на следниов начин:

$$248 : 2 = (200 + 40 + 8) : 2 =$$

$$= 200 : 2 + 40 : 2 + 8 : 2 =$$

$$= 100 + 20 + 4 = 124$$

односно по пократка постапка

$$\begin{array}{r} 248 : 2 = 124 \\ -2 \\ 4 \\ -4 \\ 8 \\ -8 \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2\text{C} : 2 = 1\text{C}, \text{ затоа што } 2 \cdot 1\text{C} = 2\text{C} \\ 4\text{D} : 2 = 2\text{D}, \text{ затоа што } 2 \cdot 2\text{D} = 4\text{D} \\ 8\text{E} : 2 = 4\text{E}, \text{ затоа што } 2 \cdot 4\text{E} = 8\text{E} \end{array}$$

15) Ансаров, Р. И др. Математика за III одделение, Просветно дело, Скопје, 1992, стр. 100.  
200

Втората етапа ги опфаќа случаите кога при делењето на некои цифри од деленикот со едноцифрениот делител се добива непотполн количник. На пример  $432 : 2$ , што се објаснува врз основа на утврдените постапки во првата етапа.

Писменото сметање во рамките на 10 000 и на 1 000 000 се воведуваат по аналогија со писменото сметање во рамките на 1000. Меѓутоа, посериозно внимание, во рамките на обработката на операциите со природните броеви во множеството на природните броеви до 1 000 000, се обрнува на множењето и делењето со повеќецифрени броеви. Множењето со повеќецифрен број се обработува во систем:

- множење на повеќецифрен број со едноцифрен, по аналогија со писменото множење во рамките на 1000,

- множење со декадна единица, каде со неполна математичка индукција се изведува правило "број се множи со декадна единица кога му се допишат онолку нули колку што ги има во декадната единица",

- множење со полна десетка, со сведување на множење со едноцифрен број и множење со 10, а врз основа на социјативноста на множењето. На пример,

$$172 \cdot 30 = 172 \cdot (3 \cdot 10) = (172 \cdot 3) \cdot 10 = 516 \cdot 10 = 5160,$$

- множење со полна стотка, што се сведува на множење со едноцифрен број и со 100, а со примена на асоцијативноста на множењето. На пример,

$$258 \cdot 400 = 258 \cdot (4 \cdot 100) = (258 \cdot 4) \cdot 100 = 1032 \cdot 100 = 103200,$$

- множење со двоцифрен број, што се сведува на множење со полна десетка и со едноцифрен број, а со примена на дистрибутивноста на множењето во однос на собирањето. На пример,

$$\begin{aligned} 384 \cdot 23 &= 384 \cdot (20+3) = \\ &= 384 \cdot 20 + 384 \cdot 3 = \\ &= 7680 + 1152 = \\ &= 8832 \end{aligned}$$

Писменото множење со двоцифрен број се изведува преку запишување на збирот како што тоа се прави кај писменото собирање, односно

$\begin{array}{r} 384 \cdot 23 \\ 1152 \\ 7680 \\ \hline 8832 \end{array}$	или пократко	$\begin{array}{r} 384 \cdot 23 \\ 1152 \\ 768 \\ \hline 8832 \end{array}$
--	--------------	---

бидејќи нулата нема значење како собирок.

Множењето со трицифрен и четирицифрен број се обработува по аналогија на множењето со двоцифрен број.

Делењето на повеќецифрен број со двоцифрен се воведува низ следниве етапи:

- делење на повеќецифрен број со едноцифрен, што се обработува по аналогија со писменото делење во рамките на 1000,

- делење на повеќецифрен број со 10, се обработува по аналогија со делењето со едноцифрен број,

- делење со полна десетка, кое се обработува врз основа на правилото за делење на број со даден производ. На пример,

$$\begin{aligned} 3960 : 30 &= 3960 : (3 \cdot 10) = \\ &= (3960 : 3) : 10 = \\ &= 1320 : 10 = 132, \text{ односно писмено} \end{aligned}$$

$$3960 : 30 = 132$$

$$\begin{array}{r} -30 \\ 96 \\ -90 \\ 60 \\ -60 \\ 00 \end{array}$$

- делење со двоцифрен број, коешто се воведува по аналогија со делењето со полна десетка, но само писмено.

Во рамките на темата "Множеството на природните броеви  $N$ " се систематизираат својствата на аритметичките операции, посебно комутативниот и асоцијативниот закон на собирањето, за кои како основа се зема комутативноста и асоцијативноста на унијата на дисјунктни множества, а се обработуваат по индуктивен пат; комутативниот и асоцијативниот закон на множењето, како и дистрибутивноста на множењето во однос на собирањето и на множењето, бројот нула во делењето, специјални случаи на делење (делење со 1 и делење кога деленикот и делителот се еднакви) и дистрибутивноста на делењето во однос на собирањето и на одземањето.

Наведените закони се изведуваат по индуктивен пат, се изведува заклучок и се искажува соодветниот закон или правило, со математичка доследност и терминологија што е прифатлива за ученици од оваа возраст.

Изучувањето на алгебарските содржини е поврзано со некои воопштувања во врска со својствата и операциите со природните броеви. Од тие причини и во методиката на наставата по математика ја добиваат соодветната функција - создавање на поволни претпоставки за генерализации.

Во почетната настава по математика алгебарските содржини припаѓаат на четири математички подрачја и тоа: променлива, функција, равенки и неравенки. Променливата учениците треба да ја сфатат како "претставник", односно како "замена" за некој член (елемент) на дадено множество и дека е "носител" на некое карактеристично својство. На почетокот, во рамките на обработката на множеството броеви од првата десетка ученици решаваат задачи од типовите:

$$\square < 3, \square < 5, \square = 5, \bigcirc - 2 = 3 \text{ и сл.}$$

Во "празните" квадрати и кругови учениците редат броеви од првата десетка и наоѓаат кои од нив го задоволуваат зададениот услов.

Подоцна "празните" фигури се заменуваат со букви, така што задачите добиваат нова форма:

$$x < 3, a < 5, x + 2 = 5, a - 2 = 3 \text{ и сл.}$$

Во првиот случај  $x \in \{1, 2\}$ , во вториот  $a \in \{1, 2, 3, 4\}$ , во третиот  $x = 3$ .

Со решавањето на задачи од овие типови ученици индуктивно прифаќаат дека буквата заменува некој број или множество броеви.

Функцијата (пресликувањето) е математички поим на кој е изграден голем дел од современата математика. Како таков овој поим често е присутен при интерпретацијата на математичките содржини уште од прво одделение. Најчесто функционалната врска меѓу дадени броеви се прикажува со табели. На пример,

$a$	1	2	3	4	5
$a+1$	2	3	4	5	6

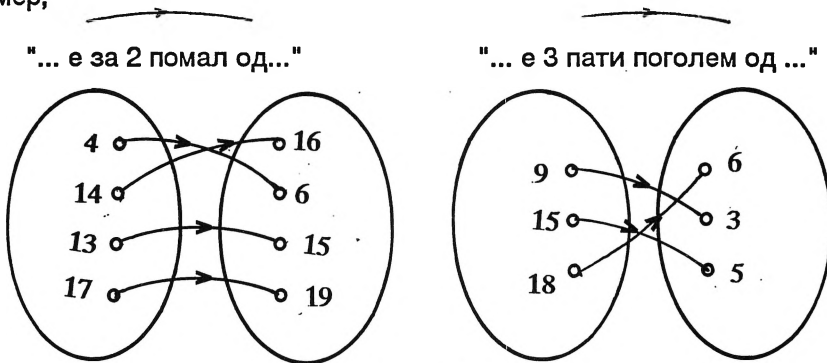
$a$	5	3	8	2	6
$a \cdot 4$	20	12	32	8	24

$a$	4	4	4	4	4
$b$	1	2	3	4	5
$a+b$	5	6	7	8	9

$a$	9	9	9	9	9
$b$	2	3	4	5	6
$a-b$	7	6	5	4	3

Со табелата 1 е прикажана функцијата "... е следбеник на ...", со втората "... е четири пати поголем од ...", со третата зависноста на збирот од промената на еден од собираците и со четвртата зависноста на разликата од промената на намалителот. Од последните две табели учениците самостојно можат да ги воочат наведените својства на собирањето, односно одземањето.

Често се практикува и прикажување на функции со граф. На пример,



Црт. 12

При обработката на овие содржини се создаваат мошне поволни претпоставки за оспособување на учениците за заклучување со примена на неполна индукција, а се постигнува и висок степен на индивидуализација на наставата.

Поимот равенка се формира веднаш по воведувањето на операциите собирање и одземање. Во I и II одделение се обработуваат само равенки со една операција, од видот:

$$a+x=b, x-a=b, a-x=b, x \cdot a=b, x:a=b (a \neq 0) \text{ и } a:x=b (x \neq 0).$$

Решението на равенките се наоѓа врз основа на својствата на аритметичките операции, односно врз основа на врските меѓу компонентите и резултатите кои влегуваат во операцијата. Ваквата ориентација ја одредува и методиката на обработката на овие содржини.

Подготовката на учениците за обработка на равенките започнува со пополнување на "празно" место - квадрат, круг, во дадено равенство, во кое некој број недостига за да тоа биде точно. На пример,

$$\dots + 2 = 7; 4 - \dots = 1 \text{ и сл.}$$

Во ваквите случаи учениците го одредуваат "изоставениот" број, кој може да биде собирак во дадено собирање, намаленик или намалител во дадено одземање и сл.

Подоцна "празното" место се заменува со буква која "означува" даден број, што, всушност, претставува равенка со една непозната ( $x+2=7$ ,  $4-x=1$  и сл.).

Непосредната подготовка за решавање на равенките се врши со аритметички задачи, непосредно врзани за броевите кои "влегуваат" во равенката. На пример,

$$\begin{array}{ll} 5 + 2 = \dots & \text{односно} & x + 2 = 7 \\ 7 - 2 = \dots & & x = 7 - 2 \\ 7 - 5 = \dots & & x = 5. \end{array}$$

Со воведувањето на учениците во решавањето на равенките учениците се воведуваат и во постапките за проверување на решенијата.

Во III и IV одделение се решаваат и равенки со две операции. Меѓутоа, по извршувањето на една од операциите, која не е непосредно поврзана со променливата, таа се сведува на равенка со една операција. На пример,

$$\begin{array}{l} 20 + x = 3.12, \text{ односно } 20 + x = 36, \\ x + 5.2 = 30, \text{ односно } x + 10 = 30 \text{ и сл.} \end{array}$$

Решавањето на равенките е значајно и од аспект на решавањето на некои типови текстуални задачи. Голем број текстуални задачи со математичка или со нематематичка содржина можат да се решат со помош на равенка, која се формира врз основа на зависноста меѓу броевите дадени во задачата. На пример, решавањето на задачата: "да се пресмета намалителот, ако намаленикот изнесува 100, а разликата 47", се сведува на решавање на равенката  $100 - x = 47$ , каде со  $x$  е означен непознатиот намалител; во задачата "Милан имал 300 денари. Откако купил учебник, по математика, му останале уште 130 денари". Колку денари чини учебникот?", цената на учебникот е непозната и се означува со  $x$ . Со тоа се формира равенката  $300 - x = 130$ , чие решение е и решение на задачата.

Напоредно со равенките во почетната настава по математика се обработуваат и неравенките. Подготовка за воведување на неравенките започнува во I одделение, со изучувањето на бројните неравенства од типовите:  $\square < 3$ ,  $\square < 5$ ,  $\square > 4$  и сл. После ваквите примери, кои се проследени и со текстуални задачи, се доаѓа до записи:  $x < 3$ ,  $x < 5$ ,  $x > 4$  и сл. Всушност, овде се одредува множество броеви кои задоволуваат даден услов. Така, во неравенката  $x < 5$ ,  $x \in \{1, 2, 3, 4\}$ .

На повисока возраст учениците запознаваат посложени случаи неравенки, како што се: а.  $x < b$ ,  $x : a < b$ ,  $a < x < b$  и сл. Секако и овие типови неравенки се проследени со текстуални задачи, коишто се сведуваат на неравенки од наведените типови.

Во решавањето на аритметичките задачи се тргнува од:

**условот на задачата**, во кој се укажува на врската меѓу дадените броеви, како и врската помеѓу познатите (дадените) и непознатите. Тие врски го определуваат и изборот на аритметичките операции за решавање на задачата, и

**прашањето во задачата**, што укажува на непознатиот број кој треба да се одреди со решавањето на задачата.

Текстуалните аритметички задачи се решаваат по аналитичко-синтетички приод. Имено, со анализа на условот на задачата се утврдува

врската помеѓу броевите, од која се изведува аритметичката операција која ги поврзува броевите според условот, односно се доаѓа до синтеза искажана со броен израз или равенка. Одговорот на прашањето следува од решението на бројниот израз или равенката.

#### IV.4.4. МЕТОДИКА НА ОБРАБОТКА НА ГЕОМЕТРИСКИТЕ СОДРЖИНИ

Методичките приоди за обработка на геометриските содржини се во соодветство со задачите на наставата: да се формираат јасни просторни претстави и геометриски поими; да се развива логичкото мислење и творечката фантазија на учениците; да се формираат правилни знаења, умеенја и навики за мерење на графичко изразување; да се остварува тесна врска помеѓу геометрискиот и аритметичкиот материјал; учениците да се здобијат со знаења, умеенја и навики за решавање на задачи, поврзани со секојдневниот живот.

Наставата по геометрија во одделенската настава на основното училиште има нагледен карактер. Една од основните методички определби во обработката на овие содржини е активирање на сознајната дејност на учениците во наставата, низ засилување на улогата на самостојната работа на учениците. Ако се има предвид дека просторните форми и односи реално постојат во објективната стварност, природно е учениците да се насочат, пред се, на набљудување. Голем број геометриски форми најпрво се набљудуваат на предмети од непосредната околина на учениците, а некои поапстрактни на модели и цртежи. При набљудувањето се создаваат мошне поволни услови за аналитичко-синтетичка дејност на учениците, за споредување и за непосредни воопштувања. Под раководство на наставникот, кој го насочува вниманието на учениците кон геометриските факти, тие се подложуваат на анализа, синтеза, споредување, апстрахирање на небитните и генерализирање на битните. Важно средство за откривање на суштествените својства на набљудуваните објекти е варирањето на несуштествените. Така, кога се обработува правоаголникот на учениците им се покажуваат модели на таа фигура од пластика, од хартија, од стакло; со различни големини и положба; со променлив размер меѓу страните. Со набљудувањето учениците ги апстрахираат: материјалот од кој се направени моделите, бојата, големината, размерот на страните, а го генерализираат суштественото - четириаголник, две по две страни се еднакви меѓу себе и сите четири агли се прави.

Ефикасен начин за откривање, сознавање и запомнување на суштествените својства на геометриските поими е споредувањето. Со споредувањето и спротивставувањето на суштествено сличните и суштествено различните форми, поими и сл., се придонесува да се истакнат суштествените признаци, со што се формираат појасни и поцелосни поими. Споредувањето на почетокот е при непосредно набљудување, а подоцна при претстави, кои кај учениците се формирани преку набљудување.

За развивањето на мисловната дејност на учениците во процесот на формирањето на геометриските претстави и поими, значајно внимание се посветува на геометриското цртање. Со него учениците се оспособу-

....

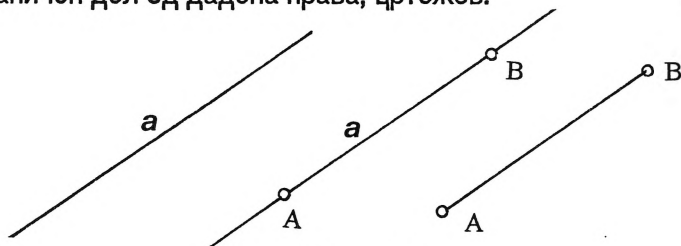
ваат: а) да претставуваат геометриски форми и односи на цртеж, и б) да разликуваат и откриваат просторни форми и односи, претставени на цртеж.

Во откривањето на суштествените својства на геометриските поими голема улога игра и мерењето, често пати поврзано со споредувањето. Така, учениците самостојно, со помош на мерење и споредување на страните и аглиите, можат да ги утврдат суштествените својства на правоаголникот, квадратот, квадарот, коцката; да извршат класификација на триаголниците според страните и според аглиите; да го осмислат пресметувањето на обиколката на многуаголниците и сл. Оваа форма често се применува како лабораториска работа на учениците, односно се доаѓа до генерализација врз основа на практична дејност, што дава доста добри ефекти во наставата.

Уште на предучилишна возраст учениците имаат голем број претстави за формата, размерот и положбата на различни предмети од објективната стварност. Тие претстави се искористуваат како неопходна основа за формирање на важни геометриски претстави, а понатаму и поими. Значи, обработката на геометриските содржини најчесто се движи од искуствата на учениците здобиени во контактите со предметите од непосредната околина, преку одвојување на геометриските белези на тие предмети, до генерализирање на нивните битни својства. Затоа воведувањето на многу геометриски поими е преку нивно материјализирање.

Поимите права и отсечка се воведуваат во I одделение. За да се создадат кај учениците јасни претстави за овие поими, се тргнува од материјализирање на права и крива линија, со помош на конец или ластик, со кои кај учениците може да се создаде впечаток за бесконечноста на правата, односно дека таа "може неограничено да се продолжува од двете страни". Кон апстракција се оди преку прикажување на правата со превиткување на хратија, цртање со креда на таблата и молив во тетратката. Осмислувањето на правата се врши со нејзино споредување со крива линија, што нагледно се прикажува со конец или на цртеж, но во различни положби.

Откако е достигнат одреден степен на "нематеријалност" на правата, претстава за отсечка се формира преку цртежи, со истакнување на еден ограничен дел од дадена права, цртежов.



Цртеж 13

Во I одделение поимот отсечка се обработува на степен на препознавање, затоа учениците прво ја препознаваат на цртеж, а потоа цртаат и мерат должина на отсечки. По истата постапка се обработува и полуправата.

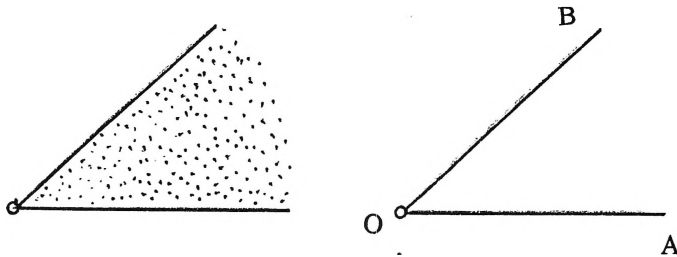


Претстава за искршена линија на учениците им се дава откако тие се здобиле со одредено искуство во работата со отсечки и ја усвоиле неопходната терминологија. Искршената линија прво се уочува на цртежи и се разликува од други видови линии, а потоа учениците ја цртаат. Во натамошната етапа на осмислувањето на искршената линија се мери нејзината должина (како збир од должините на сите отсечки), со што се создава основа за пресметување обиколка на многуаголник.

Значаен момент во обработката на искршената линија е воведувањето на поимот затворена скршена линија или поточно конвексна (испакнатата) искршена линија. На тој начин е воведен поимот многуаголник, а исто така и обиколка на многуаголник, како збир од должините на неговите страни.

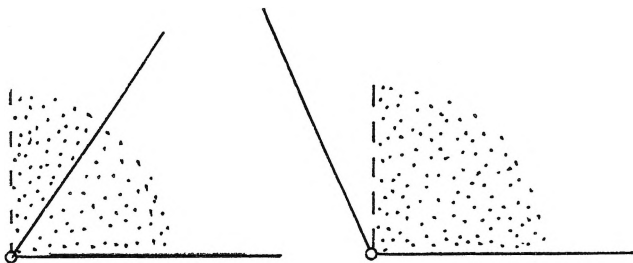
При воведувањето на поимот многуаголник посериозно се обраќа внимание и на математичката терминологија, преку именувањето на елементите на многуаголникот - страни и темиња. Овие термини подоцна ќе се применуваат при обработката на поимите: триаголник, правоаголник и квадрат. Означувањето на темињата и страните на многуаголникот е спонтано, ненаметливо, со истакнување на потребата "да ги именуваме за да ги разликуваме".

Поимот агол се воведува врз основа на искуствата на учениците од набљудување на предмети од непосредната околина: кров на куќа, рабови на сид и сл. Потоа аголот се претставува со летвички, жици и цртеж. Меѓутоа, аголот се прикажува и со модел од картон, од пластика и сл., со цел да се истакне дека на него му припаѓа и делот од рамнината што е ограничен со двете полуправи (црт. 14). Со анализа на моделите и цртежите учениците треба да дојдат до генерализацијата: "агол е геометриска фигура образувана од две полуправи со заедничка почетна точка". (црт. 14).



Цртеж 14

Класификацијата на аглите се врши со претходно дефинирање на прав агол. За ученици од оваа возраст правиот агол се воведува преку двојно превиткување на лист хартија, при што се образуваат четири меѓу себе еднакви агли. Потоа правиот агол се уочува кај квадратот и правоаголникот и со поклопување се установува дека сите прави агли меѓу себе се еднакви. Остриот и тапиот агол се дефинираат со споредување со правиот, односно "агол којшто е помал од правиот се вика остар агол" (црт. 15 а) и "агол којшто е поголем од правиот се вика тап агол" (црт. 15 б).



Цртеж 15

Кружната форма учениците ја познаваат уште од предучилишниот период. Врз основа на тие искуства и работата со логичките плочки, во прво одделение учениците кругот го запознаваат на степен на препознавање. Варирањето на бојата, големината и другите небитни својства придонесуваат да се сфати суштественото - формата.

Кружницата и кругот на повисок степен се обработуваат во III одделение, кога учениците се на третото ниво од геометрискиот развој, односно можат да сфаќаат некои врски меѓу елементите на дадена фигура. Поимот кружница се воведува, односно дефинира по генетички пат. Имено, се обработува постапката како таа настанува (како се црта со помош на шестар) и од тука се изведуваат нејзините елементи - центар, радиус и дијаметар.

Со разгледување на делот од рамнината што е ограничен со кружницата, заедно со кружницата, се дефинира поимот круг.

Правоаголникот и квадратот, исто како и кругот, во прво одделение учениците ги запознаваат на степен на препознавање. Меѓутоа, нивното дефинирање се врши подоцна, кога учениците се во состојба да ги сфатат врските меѓу нивните елементи. Имено, со мерење и споредување на страните се утврдува дека во правоаголникот две по две спротивни страни се еднакви и сите агли се прави. Врз основа на резултатите од практичната работа учениците ќе го дефинираат како "четириаголник на кој две по две спротивни страни се еднакви меѓу себе и сите агли се прави". Значи, дефинирањето е со помош на најблискиот родов поим и видовата одлика. По слична методичка постапка се дефинира и квадратот.

Откако учениците ќе ги усвојат својствата на овие геометриски фигури, се преминува на пресметување на нивната обиколка и на цртање според дадени страни. При решавањето на задачите за пресметување обиколка (периметар) на правоаголник и квадрат, често се применуваат формули, односно за правоаголникот  $O = 2.a + 2.b$ , а за квадратот  $O = 4.a$ . На тој начин геометриското својство се изразува на аритметички начин, односно се остварува врската помеѓу геометрискиот и аритметичкиот материјал.

Првите знаења за триаголникот учениците ги добиваат во прво одделение, но на степен на препознавање и тоа, главно, рамностран триаголник. Посериозно овој поим се осмислува откако ќе се обработат поимите отсечка, агол и многаголник. Триаголникот се разгледува како многаголник, со што се истакнува најблискиот родов поим, но се уочува

бројот на страните, како видова одлика. Така се доаѓа до дефиниција "многуаголник со три страни се вика триаголник". Откако е извршено дефинирањето, се преминува на воведување на елементите на триаголникот - страни, агли и темиња и нивно означување, а потоа и пресметување на обиколката, со запишување формула  $0 = a + b + c$ . Пресметувањето на обиколката на триаголникот се воведува по аналогија со многуаголникот.

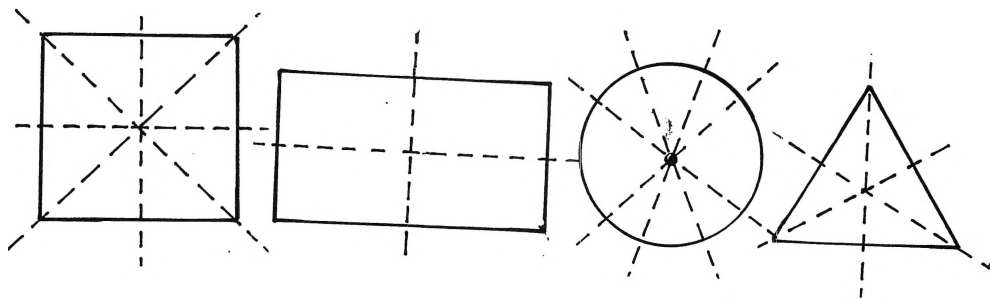
Класификацијата на триаголниците според страните се врши врз основа на резултатите од практичната работа на учениците, која се состои во мерење и споредување на страните на повеќе дадени триаголници, меѓу кои има од сите видови. Со практичната работа учениците доаѓаат до следнава генерализација: "Во некои триаголници сите три страни се еднакви меѓу себе, во други две страни се еднакви а третата помала или поголема, додека во трети сите три страни се различни по големина". Тогаш се врши именување на триаголниците и нивно дефинирање, односно "Триаголник на кој сите три страни се еднакви меѓу себе се вика рамностран триаголник"; "Триаголник на кој две страни се еднакви меѓу себе а третата е поголема или помала се вика рамнокрак триаголник" и "Триаголник на кој сите страни се различни по големина се вика разностран триаголник".

На сличен начин се врши и класификација на триаголниците според аглиите.

Значи, видовите триаголници се дефинираат според најблискиот родов поим и видовата одлика.

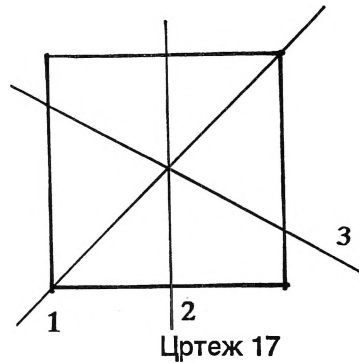
Изучувањето на осно симетричните фигури има информативен карактер, за да се сфати складноста на геометриски фигури, која се покажува со поклопување, а се применува во обработката на друпките и на плоштината на сложени геометриски фигури. Воведувањето на овој поим се врши низ практични активности на учениците, најчесто превиткување, и исекување од двоен лист хартија. Со превиткувањето се уочува поклопувањето на двата дела од фигурата и правата линија по која се врши превиткувањето - оската на симетрија.

Посебно се обработува осната симетрија кај фигурите коишто учениците дотогаш ги изучиле: рамнокрак и рамностран триаголник, правоаголник, квадрат и круг. Бидејќи некои од овие фигури имаат повеќе оски на симетрија, со превиткување на фигури од хартија тоа се установува, а потоа се прикажува на цртеж (црт. 16).



Цртеж 16

Попродлабочено осмислување на осно симетричните фигури се врши со препознавање оските на симетрија на даден цртеж и нивно повлекување на цртеж на кој тие не се прикажани. На пример, правите означени со 1 и со 2 на црт. 17 се оски на симетријата на квадратот, додека правата означена со 3 не е оска на симетријата.



Цртеж 17

Поимот **геометриско тело** се воведува врз основа на искуствата на учениците од манипулирање со реални предмети, коишто имаат геометриска форма. Оттаму запознавањето на коцката, квадарот, пирамидата, цилиндарот, конусот и топката започнува со набљудување на конкретни предмети со наведените геометриски форми. Осмислувањето продолжува со набљудување и анализирање на модели на наведените геометриски тела и на крајот на цртежи, каде што учениците ги препознаваат и прават цртеж на квадар и коцка.

Класификацијата на геометриските тела се врши според видот на површините со кои тие се ограничени. Имено, телата коишто се ограничени само со рамни површини (коцката, квадарот и пирамидата) се именуваат како рабести, а телата коишто се ограничени со рамни и криви или само со криви површини (цилиндар, конус и топка) се именуваат како области.

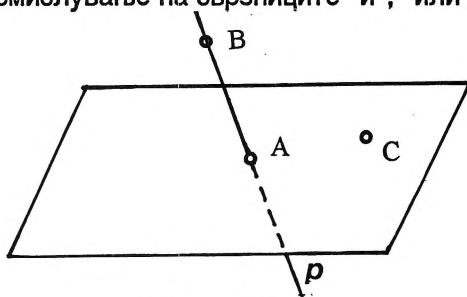
Со некои својства на геометриските тела учениците се запознаваат со практични активности, најчесто моделирање, мерење и споредување. Попродлабочено се изучуваат својствата на квадарот и коцката, врз основа на знаењата за мерењето и споредувањето на отсечки, како и на својствата на правоаголникот и квадратот, кои се јавуваат како страни на овие геометриски тела. Со споредување на страните и рабовите се утврдува дека страните на квадарот се шест правоаголници, од кои спротивните се складни; дека има три четворки рабови еднакви меѓу себе; во коцката сите шест страни се квадрати, складни меѓу себе; сите 12 рабови на коцката се еднакви меѓу себе.

Наведените својства на квадарот и коцката ќе послужат како основа за обработката на пресметувањето на нивната плоштина и волумен.

**Точката, правата и рамнината** се геометриски поими и како такви не се дефинираат, туку се изучуваат преку уочување на нивните својства и заемни положби. Заемните положби на точка и права, точка и рамнина, како и на права и рамнина прво се прикажуваат на модели (картон, жица и сл.), за да може тоа подоцна да се пренесе на цртеж, при што се запазува принципот на постапност - од конкретното кон апстрактното. На цртеж рамнината се претставува во вид на паралелограм, најчесто ромбоид. Учениците на цртеж ги претставуваат заемните положби на точка и права, точка и рамнина, на две прави, но не и на две рамнини, бидејќи тој цртеж треба да одрази сложена претстава, која ученици од таа возраст не можат да ја претстават графички.

Со обработката на заемните положби на основните геометриски поими се создаваат поволни претпоставки за воведување на учениците во математичката логика и осмислување на сврзниците "и", "или" и "не". На пример, на црт. 18

$A \in \alpha$  и  $A \in p$ ,  
 $C \in \alpha$  и  $C \notin p$   
 $B \in \alpha$  и  $B \in p$  и сл.



Цртеж 18

Специјалните положби на правите и рамнините во просторот (хоризонтална, вертикална и коса) се воведуваат преку положбата на слободната површина на мирна вода и положбата на затегнатиот конец на високот. Така, "рамнината што има положба како слободната површина на мирна вода се вика хоризонтална рамнина", додека правите што лежат во хоризонтална рамнина се именуваат како хоризонтални прави. Тоа се прикажува прво со сад со вода, во кој слободната површина претставува "дел" од хоризонтална рамнина, а тенки стапчиња или сламки, кои пливаат по површината на водата се хоризонтални прави.

Поимот вертикална права се прикажува со оптегнатиот конец на високот. На почеток се прикажуваат повеќе такви положби, за да може да се генерализира. Притоа високот се изведува од рамнотежа, за да се уочи дека по извесно време пак крајот ќе застане во вертикална положба, со што определува вертикална права. Вертикалната рамнина се именува онаа рамнина во која лежи вертикална права, што се прикажува со картон (рамнина) и крајот на високот.

Косата права и косата рамнина се дефинираат како права, односно рамнина која не е ниту хоризонтална, ниту вертикална.

Посебно внимание во IV одделение се обрнува на обработката на заемните положби на прави коишто лежат во иста рамнина. Обработката на овие содржини е со помош на претставување на правите на цртеж, при што како рамнина се зема таблата, односно тетратката. Се преминува директно на цртање бидејќи од претходните активности со прави и рамнини учениците стекнале доволно искуства од нагледните прикажувања и се формирани јасни претстави за права и рамнина.

Специјалните заемни положби - паралелни и заемно нормални прави - се обработуваат по пат на демонстрирање од страна на наставникот, бидејќи е потребно учениците да се запознаат со начините на ракување со геометриските справи. Паралелните и заемно нормалните прави се дефинираат на два различни начина. Имено, "заемно паралелни прави се оние две прави кои лежат во иста рамнина и немаат заедничка точка", а "заемно нормални прави се прави кои се сечат (се истакнува заемната положба) и образуваат прави агли".

Поимот плоштина се воведува преку осмислување на аксиомата за плоштина, која се искажува преку следниве својства:

1. Плоштината  $P$  на еден многуаголник секогаш е позитивен број, т.е.  $P > 0$ ;

2. Плоштината на многуаголникот не зависи од неговата местоположба, т.е. складните многуаголници имаат еднакви плоштини;

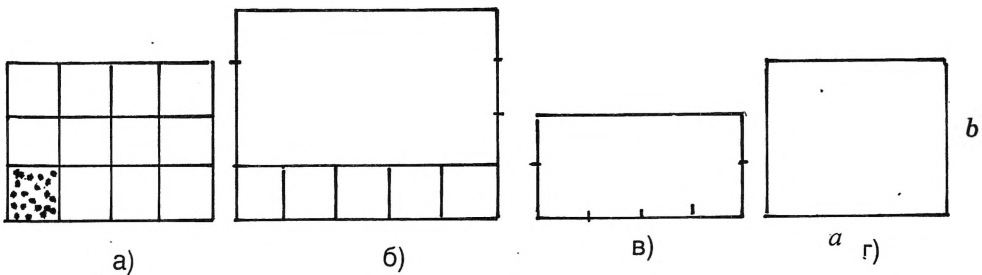
3. Ако многуаголникот е составен од два или повеќе многуаголници, тогаш неговата плоштина  $P$  е збир од плоштините на деловите  $P_1, P_2, \dots, P_n$ , т.е.

$$P = P_1 + P_2 + \dots + P_n;$$

4. За квадрат со страна  $1\text{m}$  ( $1\text{ cm}$ ,  $1\text{ dm}$  итн.) се зема дека има плоштина  $\text{m}^2$ , ( $1\text{ cm}^2$ ,  $1\text{ dm}^2$  итн.).

Со четвртото својство се воведуваат и единиците мерки за плоштина.

Пресметувањето на плоштина, со изведување на формула, започнува со правоаголникот. Патот од конкретното кон апстрактното се остварува низ серија од четири цртежи, каде се појдува од броење на единиците, до формула (црт. 19 а), б), в) и г). Во првиот случај учениците го од-



Цртеж 19

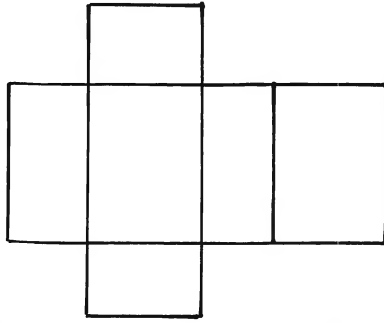
редуваат бројот на квадратчињата (единиците) со броење по ред (црт. а), но се бара начин како полесно ќе се избројат. За тоа се искористува цртежот б) "во редот има 5 квадратчиња, во 3 реда по 5 квадратчиња тоа е  $5 \cdot 3 = 15$ ". На цртежот под в) учениците го одредуваат бројот на квадратчињата во еден ред и бројот на редовите и нивниот број го добиваат како производ од должината и ширината, се дури од цртежот под в) не се запише дека  $P = a \cdot b$ , односно се изведе формулата за пресметување плоштина на правоаголник.

Формулата за пресметување плоштина на квадрат се изведува од формулата за плоштина на правоаголник. Имено, бидејќи квадратот е правоаголник со еднакви страни, тогаш  $a = b$  и  $P = a \cdot a$  или  $P = a^2$ .

Формулите за плоштина на квадар и на коцка се изведуваат врз основа на третото својство на поимот плоштина, искажано во аксиомата. Имено, со претходна анализа на мрежата на квадарот (црт. 20), неговата плоштина е збир од плоштините на правоаголниците - неговите страни,

....

т.е.



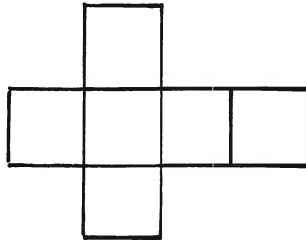
Цртеж 20

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6$$

$$P = a \cdot b + a \cdot b + a \cdot c + a \cdot c + b \cdot c + b \cdot c,$$

$$P = 2a \cdot b + 2a \cdot c + 2b \cdot c$$

Формулата за плошина на коцка се изведува по слична методичка постапка, односно бидејќи неговите страни се 6 складни квадрати, имаме



Цртеж 21

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6$$

$$P = a \cdot a + a \cdot a + a \cdot a + a \cdot a + a \cdot a + a \cdot a$$

$$P = 6a \cdot a.$$

Поимот волумен на телот се осмислува преку следнава аксиома (за волумен): На секое тело му се придружува еден реален број  $V$ , што се вика волумен на тело, таков што:

1. Секогаш да биде  $V > 0$ ;
2. Две складни тела да имаат еднакви волумени;
3. Ако телото се раздели на два или повеќе делови, тогаш волуменот на тоа тело да биде еднаков на збирот од волумените на тие делови, т.е.  $V = V_1 + V_2 + \dots + V_n$ .

Поимот волумен е еден од најсложените поими во наставата по математика од I до IV одделение. Затоа при воведувањето на овој поим се вршат бројни подготовки, за да се создадат неопходните претпоставки за негово успешно усвојување. Во таа смисла се користат претходните искуства на учениците од секојдневниот живот, како на пример, бокалот собира повеќе вода од чашата, или "велиме дека бокалот има поголем волумен од чашата", односно "чашата има помал волумен од бокалот". Двете еднакви чаши собираат исто количество вода, односно "чашите имат еднакви волумени" и сл. На тој начин се истакнува едно битно свој-

..

ство на поимот волумен, тоа е величина бидејќи се врши споредување на два волумена. Со воведувањето на единицата мерка ( $cm^3$  и  $dm^3$ ), се искажува и второто битно својство дека може да се мери.

Осмислувањето на поимот волумен се врши преку пресметување волумен на квадар и коцка. Начинот, односно формулата за пресметување волумен на квадар се воведува дедуктивно, врз основа на теоремата: Волуменот на квадар е еднаков на производот од неговите димензии, т.е. ако со  $V$  го означиме волуменот, а со  $a$ ,  $b$  и  $c$  неговите димензии, тогаш имаме:  $V = a \cdot b \cdot c$ .

Треба да се напомене дека аксиомата и теоремата не им се искажуваат на учениците, туку тие се раководно начело во методичките постапки.

Формулата за пресметување волумен на коцка се изведува врз основа на анализа на модели на коцка и на квадар, со што може да се изведе заклучок дека коцката е квадар со еднакви димензии, т.е.  $a = b = c$ . Според тоа,

$$V = a \cdot a \cdot a \text{ или } V = a^3.$$

При решавањето задачи од пресметување плоштина и волумен на спомнатите геометриски фигури, значајно внимание се посветува на практичната применливост на изведените формули за решавање задачи со содржина од секојдневниот живот.

#### **IV.5. УЧЕБНИЧКА И ПРИРАЧНА ЛИТЕРАТУРА И НАСТАВНИ СРЕДСТВА**

Примената на наставната програма по математика од учебната 1974/75 година е проследена и со примена на нови учебници, усогласени со неа. Така, од учебната 1974/75 година во употреба се следниве учебници:

1. Математика за I одделение, од Зафир Аговски, Роберт Ансаров, Душко Ковачев, Чедомир Поповиќ, одобрен за употреба со решение на Републичкиот педагошки совет бр.02-91/3 од 18.06.1974 година;

2. Математика за II одделение, од Роберт Ансаров, Душко Ковачев, Чедомир Поповиќ и Љуба Руменова, одобрен за употреба со решение на Републичкиот педагошки совет бр. 02-20/6 од 8.07.1975 година;

3. Математика за III одделение, од Роберт Ансаров, Душко Ковачев, Чедомир Поповиќ и Љуба Руменова, одобрен за употреба со решение на Републичкиот педагошки совет бр.03-2964 од 18.10.1976 година;

4. Математика за IV одделение, од Роберт Ансаров, Душко Ковачев и Чедомир Поповиќ, одобрен за употреба со решение на Републичкиот педагошки совет бр. 03-2184 од 1.07.1977 година.

Заедно со учебниците се усвоени и работни тетратки и тоа:

1. Работна тетратка за II одделение, од Роберт Ансаров, Душко Ковачев, Чедомир Поповиќ и Љуба Руменова, одобрена за употреба со решение на Републичкиот педагошки совет бр.02-20/6 од 8.07.1975 година;



2. Работна тетратка по математика за III одделение, од Роберт Ансаров, Душко Ковачев, Чедомир Поповиќ и Љубомир Поповиќ, одобрена за употреба со решение на Републичкиот педагошки совет бр. 03-2964 од 18.10.1976 година;

3. Работна тетратка по математика за IV одделение, од Роберт Ансаров, Душко Ковачев и Чедомир Поповиќ, одобрена за употреба со решение на Републичкиот педагошки совет бр.03-2184 од 1.08.1977 година.

Овие наслови се преведени на српски, албански и турски јазик, со што се обезбедени учебници за наставата по математика од I до IV одделение и за припадниците на националностите.

За наставата по математика во III и IV одделение се издадени и збирки задачи и тоа:

1. Збирка задачи по математика за III одделение од Душко Ачовски и Роберт Ансаров, одобрена за употреба на Републичкиот педагошки совет бр.03-40/1 од 19.04.1988 година;

2. Збирка задачи по математика за IV одделение од Роберт Ансаров и Душко Ачовски, одобрена за употреба со решение на Републичкиот педагошки совет бр.03-129/1 од 29.06.1987 година.

Концепцијата на овие учебници е градена врз основа на современите сфаќања на педагошката и психолошката наука за создавање услови за активно учество на учениците во совладувањето на наставните содржини, предвидени со наставната програма. Во таа смисла концепцијата поаѓа од целта и задачите на наставата по математика од I до IV одделение, да даде соодветен придонес за нивното остварување, особено преку:

а) Истакнувањето, секаде каде што тоа е можно, дека математичките поими произлегле од практичните потреби на човекот,

б) презентирање само на проверени научни вистини, на ниво и начин достапни на можностите на учениците,

в) формирање на математичките поими, главно, по генетички пат,

г) презентирање на наставниот материјал на начин што ги става учениците во ситуација самостојно да создаваат одредени вистини, самостојно да доаѓаат до генерализации врз основа на релевантни факти, со што ќе се придонесува за развивање на нивните творечки способности,

д) презентирање на наставниот материјал со примена на математиката во секојдневниот живот, техниката и технологијата, со што ќе се обезбеди единство на теоријата и практиката.

Основните информации во учебниците за I и II одделение се даваат со слики, цртежи и шеми, со помош на едноставен текст и повеќе задачи со кои се дообјаснува поимот. Ваквиот приод е во согласност со развојните карактеристики на учениците, кои во интелектуалниот развој се на стадиум на конкретни операции. Содржините во учебникот за I одделение се презентирани така што претставуваат благ премин од игра кон учење. Тоа, всушност, се илустрации на објекти со кои детето игра, најчесто ги среќава во родителскиот дом, училиштето или непосредната околина. На тој начин спонтано се привлекува неговото внимание и се насочува кон онаа што треба да го запознае, кон она што е предмет на изучување.

Во учебникот се предвидени активности во кои ученикот учествува сам, доцртува, бои, допишува, решава и сл. Со ваквата физичка активност и краткиот текст, се предизвикува и соодветна мисловна активност. Ваквиот приод во конципирањето на учебникот за I одделение му дава карактер на работен учебник.

Воведувањето на аритметичките поими и својствата на аритметичките операции, главно, е по индуктивен пат, со примена на непотполна индукција. Покрај индукцијата соодветно место е дадено и на аналогијата, особено при обработката на техниката на аритметичките операции по проширувањето на множеството на природните броеви. На пример, по аналогија со писменото множење во рамките на 10000 се обработува множењето на природните броеви до милион.

Дел од задачите во учебниците имаат пропедевтички карактер, односно преку нив се врши подготовка за здобивање со нови знаења. Системот на задачите е така изграден да обезбедува преку нив да се здобиваат нови знаења, здобиените знаења да се утврдуваат, прошируваат и продлабочуваат како и практично да се применуваат. Со воведните или пример - задачите се создава проблемска ситуација, се актуелизира потребата од нови знаења. Со нивното решавање се обработува новата наставна содржина, главно техника на аритметичка операција, својства на операциите и сл.

Задачите за утврдување, проширување и продлабочување на знаењата се прилагодени за полусамостојна и самостојна работа на учениците. Со задачите за самостојна работа се обезбедува примена на здобиените знаења и формирање на умеања и навик.

Покрај овие задачи дадени се и задачи за повторување, кои овозможуваат систематизирање на материјалот од одредена наставна целина или за годишно повторување, утврдување и систематизирање на материјалот.

Геометриските поими се воведуваат по генетички пат. Меѓутоа, се создаваат соодветни претпоставки и за дефинирање на поимите со најблизок родов поим и видова одлика (Правоаголник е четириаголник на кој сите агли му се прави). При обработката на својствата на геометриските фигури се овозможува учениците по лабораториски пат, со мерење и споредување, да доаѓаат до соодветни заклучоци. Притоа е присутен аналитичко-синтетичкиот приод - со анализа на својствата на фигурата, се задржуваат само нејзините суштествени својства и врз основа на нив, по синтетички пат, таа се дефинира.

Геометрискиот материјал е во единство со аритметичкиот и алгебарскиот. Имено, геометриските формули се користат за дообјаснување на некои својства на аритметичките операции (комутативност на множењето -  $P = a \cdot b = b \cdot a$ ; асоцијативност на множењето -  $V = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ ; дистрибутивноста на множењето во однос на собирањето -  $P = 2ab + 2ac + 2bc = 2(ab + ac + bc)$  и сл.

Системот на математичките поими е логичен и конзистентен, со што се создадени основните претпоставки учениците уште од оваа возраст да навлегуваат во математиката како наука. На тој начин учебниците целосно ја исполнуваат пропедевтичката функција на наставата по математика од I до IV одделение.

Стилот и јазикот на изложувањето на наставниот материјал е прилагоден на возраста на учениците. Тој е јасен и концизен, со умерена примена на математичката терминологија. Математичките термини се воведуваат внимателно, со почитување на говорната развиеност на учениците. Речениците се кратки и јасни, ослободени од излишни зборови, секоја наредна реченица произлегува од претходната, а секое искажување претставува целина. Стилот на искажувањето е лесен и разбирлив, со што лесно се насочува вниманието на учениците на содржината и откривањето на врските и односите што се предмет на проучување.

Илустративниот материјал е непосредно поврзан со текстот. Тој ја објаснува, конкретизира и дополнува содржината на учебниците. Компонирани се така што преку него можат да се формираат конкретни визуелни претстави, кои понатаму служат како основа за изградување и усвојување на предвидените математички поими. Тие дејствуваат стимулативно на развивањето на мислењето кај учениците. Покрај тоа, илустрациите даваат и дополнителни информации кои не се содржани во текстот.

Во учебникот се дадени цртежи кои создаваат мошне поволни услови за самостојна практична работа на учениците - боење, мерење, споредување, доцртување, низ која тие самостојно ќе изведуваат заклучоци, врз основа на самостојна практична активност. Со тоа поволно се влијае на развојот на мислењето на учениците.

Илустрациите се точни, прегледни, естетски издржани, со букви и симболи сразмерни на големината на цртежот.

Најбогат со илустрации е учебникот за I одделение, во кој првата книга наликува на сликовница, со разновидни, естетски убаво обликувани илустрации. Тие се динамични, со истакнување на значајните својства на објектите што се изучуваат. Со набљудување на илустрациите учениците ги сознаваат својствата и односите на објектите што ги изучуваат. Во учебниците од II до IV одделение бројот на илустрациите постепено се намалува, што е во сообразност со развојните карактеристики на учебниците.

Во оваа серија учебници значајно внимание е посветено и на техничкото обликување. Така, избран е погоден формат A4, со големина на буквите што одговара на возраста на учениците.

Составен дел на учебниците за II, III и IV одделение е работна тетратка, која го надополнува учебникот. Во работните тетратки се предвидени активности за полусамостојна и самостојна работа на учениците. Задачите дадени во нив се така избрани што овозможуваат продолжување на работата според учебникот.

За наставниот кадар е обезбедена следнава прирачничка литература:

1. Елементи од математичката логика и од теоријата на множествата, од Р.Ансаров и М.Трајкоски, Просветно дело, Скопје, 1973. Во прирачникот се обработени содржини од математичка логика и теорија на множества, потребни за стручно оспособување на наставниот кадар за реализирање на содржините кои се јавуваат како нови во наставната програма;

2. Математика за прво одделение, прирачник за наставникот од З.Аговски, Р.Ансаров, Д.Ковачев, Ч.Поповиќ и Љ.Руменова, Просветно дело, Скопје, 1974. Прирачникот е одобрен за употреба од Републичкиот педагошки совет, со решение бр.03-55 од 13.12.1973 година;

3. Математика за II одделение, прирачник за наставникот, од Р. Ансаров, Д.Ковачев, Ч.Поповиќ и Љ.Руменова, Просветно дело, Скопје, 1975. Прирачникот е одобрен за употреба од Републичкиот педагошки совет, со решение бр. 03-53/1 од 6.06.1975 година;

4. Математика за III одделение, прирачник за наставникот од Р. Ансаров, Д.Ковачев, Ч.Поповиќ и Љ.Руменова, Просветно дело, Скопје, 1976. Прирачникот е одобрен за употреба од Републичкиот педагошки совет, со решение бр.03-43/1 од 31.03.1976 година; и

5. Математика за IV одделение, прирачник за наставникот, од Р. Ансаров, Д.Ковачев и Ч.Поповиќ, Просветно дело, Скопје, 1977.

Според концепцијата, овие прирачници претставуваат методичко раководство на наставникот во обработката на наставните содржини, предвидени со наставната програма. На почетокот се дава преглед на наставните теми и целини, дадени во вид на тематско планирање на наставата. Поголемиот дел од содржината на прирачниците се однесува на упатства за реализација на наставниот материјал. Упатствата се од методички карактер и опфаќаат:

- објасненија на одредени математички поими и термини,
- упатување на актуелизација на изучените содржини, потребни за обработка на новите,
- методичкиот приод за воведување на одредени математички поими,
- решенија на некои типови задачи, за кои се смета дека им е нужна помош на наставниците,
- упатувања на практични активности коишто треба да ги извршат учениците самостојно или со помош на наставникот (набљудување, мерење, споредување, доцртување и сл.), и
- организацијата на повторувањето, утврдувањето и систематизирањето на изучените содржини.

Паралелно со учебната и прирачната литература издадени се и три комплекти наставни средства и тоа:

- **Дидактички комплет 1** или комплет логички плочки. Комплетот се состои од 48 плочки и тоа: по боја сини, црвени и жолти, по форма кружни, триаголни, правоаголни и квадратни, по големина големи и мали и по дебелина дебели и тенки. Комплетот се користи за демонстрација од страна на наставникот (плочките се со магнет и се постават на железна табла), но и за индивидуална работа од страна на учениците. Автор на овој комплет, познат под името "логички блокови" е познатиот математичар и психолог Золтан Динес.

Овој комплет има широка примена при обработката на содржините од множества, како и за воведување на учениците во елементи од математичката логика;

- **Дидактички комплет 2**, кој се состои од 85 апликации во боја (деца, животни, овошје, превозни средства и др.), по три картички за секој од броевите од 0 до 9, по една картичка за секој од броевите од 11

до 20, по една картичка за секоја полна десетка од 10 до 100, една картичка за бројот 100, картички со знаците: +, -, :, \*, =, и ≠, буквите  $x$ ,  $a$  и  $b$  и симболите за признаците на логичките плочки од Дидактичкиот комплет 1 за боја, форма, големина и дебелина. Во комплетот има и 20 касетки со магнети за работа на железна табла;

- **Математички семафор**, дидактички материјал за учениците. Се состои од по 2 картички за секој од броевите од 0 до 9, од по една картичка за секоја полна десетка од 10 до 100, од по една картичка за секој од знаците: +, -, :, \*, =, ≠, > и < и по една црвена, зелена и жолта картичка.

Математичкиот семафор најчесто се применува при повторување и утврдување на здобиените знаења од страна на учениците, а обезбедува повратна информација на наставникот.

#### IV.6. НАСТАВЕН КАДАР

Образованието на наставниот кадар во овој период се врши на педагошките академии, на групата за оделенска настава, каде што завршените студенти се здобиваат со више образование и звање наставник во одделенската настава. Меѓутоа, покрај овие профили кадри во одделенската настава на основното воспитание и образование се вклучуваат и кадри со завршено високо образование - филозофски факултет, група педагогија, што е утврдено со член 120 од Законот за предучилишно и основно воспитание и образование. Но, во наставата се вклучени и значителен број учители, кои во претходните периоди се здобиле со средно образование - учителска школа и со член 273 од напред наведениот закон се предвидени како соодветен кадар во одделенската настава на основното воспитание и образование. Ваквата кадровска состојба може да се оцени како поволна од следниве причини:

- кадрите со средно образование се со поголемо работно искуство во одделенската настава, со учество на поголем број семинари и советувања за стручно и методичко усовршување, што е сериозна претпоставка за успешно исполнување на обврските во наставната работа,

- кадрите со више образование се образувани според современи наставни планови и програми, во кои значајно внимание е посветено на оспособувањето за изведувањето на наставата по математика. Имено, се здобиваат со потребните знаења од основите на структурата преку наставната дисциплина математика, чија основа ја сочинуваат содржини од теорија на множествата, природни броеви, математичка логика и елементарна геометрија, додека методичкото образование го здобиваат низ наставната дисциплина методика на наставата по математика. Со тоа се здобиваат со солидно образование за успешна реализација на наставната програма по математика;

- кадрите со високо образование, најмалку по број, се со широко педагошко, психолошко и методичко образование, што им овозможува релативно лесно да се прилагодат на наставничката дејност и истата успешно да ја обавуваат.

Квалификационата структура на наставниот кадар, споредено со претходниот период, постојано се подобрува. Така, во учебната 1985/86 година, од периодот кога во одделенската настава на основното воспитание и образование престанува приемот на кадри со средно образование, а остануваат само оние кои до тогаш засновале работен однос, оваа дејност ја обавуваат 1294 одделенски наставници со средно образование и 259 лица со несоодветно образование.

За да се добие поконкретна претстава за квалификационата структура на наставниот кадар, по наставни јазици, даваме преглед на состојбите во учебната 1985/86 година.

Табела

Наставен јазик	Степен на образование				Вкупно
	високо	више	средно	несоодветно	
Македонски јазик	125	2439	1293	69	3926
Албански јазик	20	760	563	165	1508
Турски јазик	1	68	51	24	144
Српски јазик	-	25	17	1	43
Вкупно	146	3292	1294	259	561
Структура во %	2,59	57,58	34,23	4,61	100

Извор на податоци: Републички завод за унапредување на образованието и воспитувањето, Скопје

Од табелата се гледа дека најголем е процентот на наставниците со више образование - 57,58%, а најмал со високо - 2,59%. Најголем процент на кадри со несоодветно образование е на турски јазик - 16,67%, потоа на албански - 10,94%, додека на македонски јазик тој процент изнесува 1,76%, а на српски јазик - 2,32%.

Бидејќи одредени содржини што се предвидуваат со наставната програма, пред се содржините од теорија на множествата, релации, функции и математичка логика, постојниот наставен кадар од одделенската настава од 1973 година нема можност да го изучува во текот на своето редовно школување, преземени се соодветни активности за негово дошколување. Во таа смисла е предвидено оспособување на наставниот кадар за реализација на новата програма и тоа во две етапи:

- прва етапа, надополнување на стручните знаења од математика и
- втора етапа, воведување во методиката на современата настава по математика.

Заради големиот број наставници (околу 5050), за реализацијата на овие активности се подготвени инструктори, од редовите на истакнати математичари. Подготовката на инструкторите за првата етапа е остварена во рамките на 15-дневен семинар, реализиран во септември и октомври 1973 година. На тој семинар со инструкторите се разработени теориските основи на новите содржини (множества, релации, пресликување и математичка логика), внесени во наставната програма по математика од I до IV одделение.

За обработка на методичките приоди за реализација на новите содржини во I одделение е организиран 5-дневен семинар во јануари 1974 година; за II одделение во јануари 1975 година; за III одделение во јануари 1976; за IV одделение во јануари 1977 година.

Во реализацијата на програмата за оспособувањето на инструкторите биле задолжени: Републичкиот завод за унапредување на школството, Математичкиот институт со нумерички центар при Универзитетот "Св.Кирил и Методиј" и педагошките академии.

Инструкторите со одделенските наставници ги реализирале следниве семинари:

- Семинар  $A_1$ , на тема: Елементи од математичка логика и множества, во траење од 5 дена по 5 наставни часа, реализиран во јануари 1974 година;

- Семинар  $A_2$ , на тема: Основни поими од релациите, пресликувањата и реалните броеви, во траење од 3 дена по 5 часа, реализиран во јуни 1974 година;

- Семинар  $B_1$ , на тема: Методичка разработка на наставните содржини по математика што ќе се реализираат во прво одделение, во првото полугодие, а во јануари 1975 година дводневен семинар за методичка разработка на содржините од второто полугодие; во јуни 1975 година 5-дневен семинар за методичка разработка на наставната програма за II одделение; во јуни 1976 петдневен семинар за методичка разработка на наставната програма за III одделение; во јуни 1977 година шестдневен семинар за методичка разработка на наставната програма за IV одделение.

Со проектот за реализација на наставната програма по математика е предвидено: "Наставата по математика по новата програма ќе може да ја изведува учител - наставник кој ќе ја совлада материјата што ќе се обработува на стручните семинари ( $A_1$  и  $A_2$  н.з.), за што ќе добијат уверение" се нагласува во писмото бр.06-9/1 од 7.I.1974 година, упатено од Републичкиот завод за унапредување на школството до сите основни училишта во Македонија. За оние наставници коишто нема да го завршат семинарот со успех (испитот е изведен по пат на тестирање) е предвидено упатување на индивидуална или на менторска подготовка и повторно полагање на испитот.

За семинарите  $A_1$  и  $A_2$  е обезбедена прирачна литература: Елементи од математичка логика и теорија на множествата од Р.Ансаров и М.Трајкоски. За методичко раководство на наставниците во реализација на наставата се издадени прирачници за наставникот, за секое одделение одделно.

Со реализацијата на напред наведените семинари, кои од страна на наставниците, според резултатите од анкетата што ја спроведовме, се оценети со мошне висока оценка - 4,42, и со обезбедувањето соодветна стручна литература, се создадени поволни претпоставки за успешна реализација на наставната програма.

Покрај овие активности, според сознанијата од анкетата, во третиот период редовно се организирани активности за перманентно стручно и методичко усовршување на наставниот кадар.

## IV.7. НЕКОИ КАРАКТЕРИСТИКИ НА РАЗВОЈОТ НА НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА ОД I ДО IV ОДДЕЛЕНИЕ ВО ТРЕТИОТ ПЕРИОД

Врз основа на напред изнесените сознанија за развојот на наставата по математика од I до IV одделение во периодот од 1973 до 1990 година, добиени врз основа на анализата на наставниот план и програма, учебничката, прирачничката и методичката литература што е користена во тој период, како и сознанијата од анкетата и интервјуата што ги спроведовме со наставници од одделенската настава и просветни инспектори за овој сегмент од основното воспитание и образование, може да се прифатат следниве карактеристики на развојот:

1. Со наставниот план за воспитно-образовна дејност од I до IV одделение на основното воспитание и образование за наставата по математика се предвидени 22 часа седмично, што претставува 28,57% од вкупното наставно време. Застапеноста на наставата по математика во однос на вкупниот седмичен фонд часови во трите периоди е прикажан во табелата III.7.1. Од табелата може да се согледа дека во третиот период на наставата по математика и е одреден најголем процент од вкупното наставно време. Секако дека тоа може да се земе како показател за местото и функцијата коишто ги има наставата по математика во целокупната настава во одделенската настава на основното воспитание и образование и нејзиниот придонес за остварувањето на општата цел и задачи на наставата.

Според наставниот план од	Број на часови по одделенија														
	I			II			III			IV			I-IV		
	вкупно	матем.	%	вкупно	матем.	%	вкупно	матем.	%	вкупно	матем.	%	вкупно	матем.	%
1949	20	6	30,00	21	6	28,57	25	5	20,00	27	5	18,52	93	22	23,66
1957	18	6	33,33	19	6	31,58	22	6	27,27	24	5	20,83	83	23	27,71
1959	21	5	23,81	21	5	23,81	22	5	22,73	25	5	20,00	89	20	22,47
1966	21	6	28,57	22	6	27,27	23	6	26,09	25	6	24,00	91	24	26,87
1972	18	6	33,33	19	6	31,58	20	6	30,00	23	5	21,74	80	23	28,75
1980	18	6	33,33	19	6	31,58	20	5	25,00	20	5	25,00	77	22	28,57

Наставната програма е конципирана според современите дидактички критериуми, со дефинирање на целта, задачите, содржината на наставата; со одредување на оперативните задачи на секоја наставна тема или целина; со објаснение на наставната програма кое има карактер на методичко упатство, прави обид да го одреди нивото на кое одредени поими треба да се усвојат од страна на учениците, како и некои упатства за рационално искористување на дел од наставното време.

Во одредувањето на целта и задачите на наставата значајно внимание е посветено на развојот на мислењето на учениците, со што е прифатена и практично реализирана една од тенденциите во штот е осовременување на наставата по математика, истакнувани на сите свет-



ски конгреси, одржувани на оваа тема. Во задачите на наставата по математика е одредено соодветното место на образовните, функционалните и воспитните задачи. Тие се остваруваат во единство и се насочени кон остварување на задачите на наставата воопшто.

Промените во содржината на наставата во однос на претходниот период се значаен чекор напред кон усогласување на истата со доминантните идеи во математичката наука. Имено, во содржината на наставата практично се остварени идеите за: засновување на математиката на теоријата на множествата, воведување на елементи од математичката логика, остварување на идеите за релација и функција од мала училишна возраст, воведување елементи од алгебрата (равенки и неравенки), остварување на идејата за единство на аритметичките и геометриските содржини.

Во одредувањето на содржината на наставата се почитувани сознанијата на современата психологија. (Пијаже, Брунер, Шардаков, Галперин и др.); резултатите од бројни научни истражувања за можностите на учениците да совладаат одредени математички содржини (Брунер во САД, Фредерика и Жорж Папи во Белгија, Золтан Динес во Англија и др.); достигнатиот степен развојот на математичката наука и нејзиниот однос кон наставата.

3. Поимот природен број и операциите со природните броеви се воведуваат според множествениот природ, кој при натамошната обработка на овие содржини се комбинира со броевиот. На тој начин се обезбедува поимот природен број - апстрактен поим - да се дефинира врз основа на неколку претходни поими: множество, функција, еквивалентност, бројност, односно поимот природен број не е примарен, основен поим, туку се дефинира врз основа на поедноставни поими. Покрај тоа, со ваквиот природ се воспоставува логичка врска помеѓу класичните и современите содржини, кои се поврзуваат во конзистентен систем.

Операциите собирање и одземање на природните броеви се воведуваат врз основа на соодветни операции со множества - унија на две дисјунктни множества и разлика на дадено множество и некое негово подмножество. На тој начин се обезбедува нагледна основа за овие операции и се формираат јасни претстави за нив.

Со множествениот природ се обезбедува:

- мошне поволно влијание на мисловното ангажирање на учениците во наставата,

- успешно се користат искуствата на учениците од нивната активност со конкретни предмети од непосредната околина за воведување и обработка на одредени математички поими,

- неопходната претпоставка за етапно формирање на менталните операции,

- патот на познанието да се движи по дијалектички пат.

Техниката на изведувањето на аритметичките операции во секој од концентричните кругови во кои тие се изведуваат се засновуваат на утврдени математички правила и законитости, како што се: додавање на збир кон број, додавање на број кон збир, одземање на број од збир, одземање на збир од број, асоцијативноста на собирањето и множењето, дистрибутивноста на множењето во однос на собирањето и дистрибутив-

носта на делењето во однос на собирањето. Тоа значи, дека тие не се даваат во вид на готови модели, како што беше случај со првиот период, туку тие се изведуваат врз основа на наведените правила и законитости од математичката наука.

4. Геометриските поими се воведуваат во логичен и конзистентен систем, што овозможува новите поими да се воведуваат, а некои од нив и да се дефинираат врз основа на порано изучените, познатите. Во градењето на системот на геометриските поими се почитувани сознанијата на Пијаже за редот на геометриските поими кај кој учениците од мала училишна возраст почнува со тополошки поими, како и на Шардаков и Пишкало за нивоата на геометриската развиеност на учениците од одделенската настава на основното училиште. Врз основа на тие сознанија се градени обемот и длабочината на обработката на геометриските поими.

Во дефинирањето на геометриските поими, главно, се користи генетичка дефиниција и дефиниција со најблискиот родов поим и видовата одлика. Меѓутоа, се поставува барање дефинициите да бидат научно засновани и да одговараат на возрастните особености на учениците.

Степенот на кој се усвојуваат геометриските поими се одредува врз основа на нивоата на геометриската развиеност на учениците. Така, на првото ниво на развиеност учениците тие поими ги запознаваат на степен на препознавање; на второто ниво ги запознаваат нивните елементи и некои поедноставни својства, без да бараат врски помеѓу елементите; на третото ниво учениците запознаваат одредени врски помеѓу елементите на геометриските фигури, ги споредуваат со елементи и својства на други фигури врз основа на што можат да ги дефинираат и класифицираат.

5. Во методиката на наставната работа мошне успешно се решени двата основни проблеми, поставени при подготовките на реформата на наставата по математика. Имено, изградена е соодветна методика за обработка на содржините коишто се јавуваат како нови во наставната програма, а постојните методички постапки се усовершени и унапредени, врз основа на сознанијата на современата педагошка и психолошката наука. Поконкретно, во унапредувањето на методиката на наставната работа се поаѓа од обезбедувањето оптимални услови ученикот во наставниот процес знаењата да ги здобива со сопствена активност и напор, да напредува со сопствено темпо; наставните форми и методи да се прилагодуваат на возрастните карактеристики на учениците; учениците постојано мисловно да се ангажираат со тоа што во наставата ќе имаат оптимални можности да вршат анализа, синтеза и споредување, да вршат апстрахирање и генерализирање, да заклучуваат индуктивно и по аналогија.

Математичките поими се формираат по конкретно-индуктивен приод, што сосема одговара на стадиумот на нивниот интелектуален развој. Во тој приод значајно внимание се посветува на нагледноста и материјалните активности со конкретни предмети, што е основа за формирање на правилни претстави, од кои понатаму ќе се градат поими. Во таа смисла значајно внимание се посветува на теоријата за етапно формирање на менталните операции, особено во I и II одделение, за што е обезбеден и соодветен дидактички материјал.

Воведувањето на учениците во својствата на аритметичките операции најчесто се применува неполна математичка индукција, која како методички приод е многу ефикасна. Овој методички приод особено е применлив во обработката на комутативниот и асоцијативниот закон на собирањето и на множењето, како и на дистрибутивноста на множењето и на делењето во однос на собирањето. Ефикасноста на примената на неполната математичка индукција особено се поткрепува со фактот што нејзината примена обезбедува голема самостојност на учениците во здобивањето на знаењата.

При обработката на геометриските поими значајно внимание се посветува на мерењето и споредувањето. Имено, учениците ги откриваат својствата на геометриските фигури со мерење и споредување на елементите, со што се воспоставува заемна врска меѓу нив, а со тоа се создава основа за апстрахирање на небитните и генерализирање на битните својства.

Споредувањето како мисловна операција на учениците се применува уште од прво одделение, кога учениците поимите ги сфаќаат на степен на препознавање. Меѓутоа, тогаш тоа се применува со цел поимот што се обработува да се различи од сличните на него поими - права од крива линија, отсечка од полуправа, триаголник од квадрат и сл.

Планирањето и подготовката на наставата е според современите теории на дидактиката. Во микропланирањето се настојува во воведниот дел на часот да се актуелизираат знаењата потребни за обработка на новата содржина и учениците да се мотивираат за нејзино усвојување, а во завршниот дел, покрај повторувањето и продлабочувањето на здобиените знаења, да се обезбеди и повратна информација за степенот на усвоеноста на новите содржини.

6. Учебна литература за учениците навреме е обезбедена на македонски јазик и на јазиците на припадниците на националностите за кои се организира настава на мајчин јазик.

Учебниците по својата концепција успешно ја следат современата теорија и пракса што се однесува на ова подрачје. Учебникот за прво одделение, по својата концепција, е работен учебник, додека учебниците за II, III и IV одделение се со работна тетратка, со која чинат заокружена целина. Како дополнителна литература во III и IV одделение се обезбедени и збирки задачи, кои ги збогатуваат изворите на знаења на учениците, но и за работа со оние кои побрзо напредуваат.

Концепцијата на учебниците овозможува организирање на самостојна работа на учениците, како во здобивањето на нови знаења, така и при повторување и утврдување на обработените содржини.

За наставниот кадар е обезбедена прирачничка литература, која упатува на современа организација и реализација на наставата, како и за попродуктивно запознавање со содржините од теорија на множествата и математичката логика.

7. Базичното образование на наставниот кадар е подигнато на VI<sub>1</sub> степен, со што е обезбедено поквалитетно образование, што е една од основните претпоставки за поквалитетна настава.

Подготовките на наставниот кадар за работа според новата наставна програма се извршени организирано и квалитетно. Како показатели за тоа можат да се земат:

- со семинарите се опфатени сите наставници во одделенската настава на основното воспитание и образование,

- по завршувањето на семинарите е организирана проверка на усвоеноста на содржините од страна на посетителите на семинарите. Оние наставници кои покажале негативни резултати биле упатувани на повторен испит, бидејќи без успешно положен испит на наставникот не му беше дозволено да реализира настава,

- изборот на инструкторите е извршен од редот на афирмирани професори и наставници по математика. За оспособување на инструкторите се ангажирани универзитетски професори и истакнати просветни советници,

- за семинарите е обезбедена соодветна прирачна литература наменета на инструкторите и на наставниците,

- со стручното усовршување на наставниот кадар е продолжено и по завршувањето на семинарите.

## V. МЕТОДОЛОГИЈА НА ИСТРАЖУВАЊЕТО

### V.1. ПРЕДМЕТ НА ИСТРАЖУВАЊЕТО

Развојот на наставата по математика од I - IV одделение во периодот од 1945 до 1990 година во Македонија е проследен со помали или поголеми промени во сите нејзини сегменти. Тие промени се однесуваат како на структурата и содржината на наставната програма, така и на методиката на наставната работа, на концепцијата на учебната литература и на образованието и перманентното стручно усовршување на наставниот кадар. Во првиот период (од 1945 до 1958 година) промените во содржината на наставната програма се почести и се движат кон нејзино растоварување и прилагодување на можностите на учениците. Значајно влијание на тоа има и карактерот на наставата по математика од I до IV одделение од тој период. Имено, во почетните години, кога таа има завршен карактер и настојува да обезбеди знаења за практична примена во секојдневниот живот, содржински е оптоварена, особено со операции со децималните броеви и со геометриски пресметувања применливи во секојдневниот живот. Со воведувањето на седумгодишното, односно осумгодишното задолжително образование во педесеттите години, наставата по математиката од I до IV одделение добива и пропедевтички карактер, а содржините за кои се сметало дека не се прилагодени на можностите на учениците од таа возраст се предвидени да се изучуваат во погорните одделенија на основното училиште. Така, по 1952 година се доаѓа до постабилна наставна програма, прилагодена на можностите на учениците, со поизграден систем на математички знаења во однос на претходните.

Посериозни промени во содржината на наставната програма се направени во рамките на реформата на основното училиште од 1958 година. Тоа особено се однесува на дефинирањето на целта и задачите на наставата по математика, внесувањето на содржини од множини и операции со нив, како и на поконкретен систем од геометриски содржини. Тие промени се направени пред се врз основа на сознанијата за достигнатиот степен во развојот на наставата по математика кај нас, и во светот, гледани низ призмата на заклучоците од Женевската конференција за наставата по математика на сите степени на образование одржана 1956 година. Значајно влијание на овие промени има и достигнатото ниво во развојот на математичката наука. Меѓутоа, сознанијата до кои се доаѓа со анализа на званичните документи од тој период покажуваат дека не се доследно остварени заклучоците на Женевската конференција, особено во поглед на следењето на развојот на математичката наука, единството помеѓу аритметичките и геометриските содржини, како и во поглед на внесувањето елементи од алгебрата во наставата од I - IV одделение.

Во шеесетите години на овој век во светот започнуваат активности за осовременување на наставата по математика, кои доведуваат до сериозни стручни и научни конфронтации меѓу двете струи конзервативците и модерните. До усогласување на ставовите е дојдено на Првиот меѓународен конгрес за наставата по математика, одржан во Лион (Франција) во 1969 година. Најсериозната тема за расправа на тој конгрес е усогласувањето на наставата по математика со доминантните идеи во математичката наука (математичките структури, теоријата на множествата, релациите).

Во Македонија овие идеи доаѓаат до израз во почетокот на седумдесетите години, кога е извршена реформа на наставата по математика, на сите степени на образование. Како резултат на тие активности во 1972 година е усвоена нова наставна програма по математика од I-IV одделение, чија примена започна од учебната 1974/75 година. Со таа програма се надминати слабостите на претходната, особено во поглед на усогласувањето на содржината на наставата по математика со доминантните идеи во математичката наука-внесени се содржини од теорија на множествата, функции, релации и елементи од математичка логика; остварено е единство помеѓу аритметичките и геометриските содржини; воведени се елементи од алгебра-буквата како број, равенки, неравенки.

На промените во програмите, особено по седумдесетите години значајно влијание имаат и сознанијата на современата психологија, почнувајќи од Пијаже и Женевската школа за сфаќањето на тополошките поими од страна на учениците, па до Пишкало и Шардаков и дефинирањето на нивоата на развојот на геометриското мислење на учениците.

Промените во содржината се едниот аспект на настојувањата да се унапредат наставата по математика од I - IV одделение, да се зголеми нејзината ефикасност и влијанието на интелектуалниот развој на учениците. Тоа подразбира и соодветни промени во методиката на наставата по математика, насочени кон нејзино унапредување, врз основа на сознанијата на релевантните науки за ова подрачје. Така, од доминација на перцептивност методички приод во воведувањето и обработката на

...

содржините од природните броеви и операциите со нив, преку броевиот, се доаѓа до множествениот, кој во комбинација со броевиот се покажал како најефикасен; од запознавање на учениците со мноштво математички факти и генерализации, меѓу себе неповрзани и изолирани, кон разбирање на основните идеи на наставата и формирање основни навики за сознајна дејност; од пасивно набљудување на активноста на наставникот, кон активно учество на учениците во процесот на здобивањето на знаењата.

Усвојувањето на содржините на наставата од страна на учениците претпоставува одредени услови за тоа. Во таа смисла посебно значење се придава на: наставниот кадар, неговата базична подготовка за наставна дејност и обезбедување претпоставки за перманентно усовршување, обезбедувањето на соодветна учебна и прирачна литература, наставни средства и материјали.

Наставникот е организатор на наставниот процес и реализатор на наставата. Колку успешно тој ќе ги исполнува своите професионални обврски зависи од неговата стручна и методичка подготовка. Поради тоа секоја посериозна промена во наставната програма е проследена со соодветни активности во поглед на стручното и методичкото оспособување на наставниот кадар за успешна реализација на новите содржини, но и унапредување на постојните методички постапки за реализација на класичните содржини. Глобалните оценки, пак, за сложеноста и одговорноста на наставникот во остварувањето на воспитно-образовната дејност доведуваат до промени во должината и степенот на образованието на овие профили кадри. Тоа, во разгледуваниот период, се движи од образование со статус на курсеви, преку четиригодишно средно образование, до више и идеја за четиригодишно, факултетско, се со определба да се обезбеди еден од основните услови за покавалитетна и поефикасна настава.

Учебникот, како најзначајно наставно средство, треба најавтентично да ја толкува наставната програма. Во него се формираат и објаснуваат основните поими предвидени со програмата, се воведуваат алгоритмите за изведување на аритметичките операции. Тој треба да обезбеди учениците да се здобиваат со конкретни знаења, да стекнуваат умеења и навики, како и искуство за самостојна творечка работа. Оттаму учебникот ги следи современите достигнувања на педагогијата, психологијата и другите релевантни науки за ова подрачје, за да може да одговори на сложените и одговорните барања коишто наставата ги поставува пред него.

Значајна поткрепа во успешното усвојување на програмските содржини од страна на учениците даваат и наставните средства и материјали, со кои се олеснува или скратува патот до здобивањето на знаењата и истите ги прават потрајни. Придонесот на наставните средства и материјали е посебно значаен за учениците од I - IV одделение, бидејќи во интелектуалниот развој тие се на стадиум на конкретни операции.

Појдувајќи од единственоста и заемната обусловеност на наведените фактори, предмет на нашето истражување е развојот на наставата по математика од I - IV одделение во периодот од 1945 до 1990 година, од аспект на:

- развојот на наставната програма, согледан низ определувањето на целта, задачите и содржината, како и објаснението за нејзина реализација,

- градењето и развојот на методиката на наставата по математика, во зависност од сознанијата на педагошката, психолошката и математичката наука,

- оспособувањето на наставен кадар кој успешно ќе ја реализира наставата, односно ќе ја оствари целта и задачите, дефинирани со наставната програма, и

- обезбедувањето на соодветна учебна и прирачна литература, како и наставни средства за учениците и стручна литература за наставниот кадар.

Во истражувањето се определивме за наведените аспекти од причина што сметаме дека тие се најзначајни за согледување на карактеристиките на развојот на наставата по математика од I - IV одделение во периодот од 1945 до 1990 година.

Значи, предмет на нашето истражување е определување на карактеристиките на развојот на наставата по математика од I - IV одделение во периодот од 1945 до 1990 година, согледан од аспект на развојот на: наставната програма, методиката на наставната работа, наставниот кадар, учебната и прирачната литература.

## V.2. ДЕФИНИРАЊЕ НА ОСНОВНИТЕ ПОИМИ

Во овој труд немаме претензии да даваме оценка на дефинирањето на основните поими во педагошката литература, но затоа ќе ги прифатиме дефинициите според педагошката енциклопедија од 1989, под редакција на д-р Никола Поткоњак и д-р Петар Шимлеша. Според Енциклопедијата, "Наставна програма е училиштен документ со кој се препишува обемот, длабочината и редоследот на наставните содржини за одреден наставен предмет."<sup>16)</sup> Во таа смисла наставната програма по математика од I - IV одделение е училиштен документ со кој се пропишуваат целта и задачите на наставата, како и обемот, длабочината и редоследот на содржините за наставниот предмет математика.

Појдувајќи од општата дефиниција дека "наставата е основен дел на училишната работа во која плански се спроведува воспитанието и образованието на учениците според пропишан наставен план и програма,"<sup>17)</sup> наставата по математика од I - IV одделение е основен дел на училишната работа по математика во одделенската настава во која плански и организирано се спроведува воспитанието и математичкото образование на учениците, според пропишаниот наставен план и програма. Математиката како наставен предмет, всушност, е наставно подрачје во кое воспитанието и образованието се остваруваат со помош на соодветни математички содржини. Изборот на тие содржини се врши "од севкупноста на математичката наука, според посебни критериуми (возраста

16) Pedagoška enciklopedija 2, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, 1989, стр. 101.

17) Исто, стр. 88

на учениците, видот на училиштето)"<sup>18)</sup> кои се конституираат како наставен предмет математика.

"Методика на наставата по математика е педагошка дисциплина која го проучува воспитанието и образованието во наставата по математика"<sup>19)</sup>. Педагошка е затоа што предмет на нејзиното проучување се педагошки појави-воспитанието и образованието во конкретно наставно подрачје.

Појдувајќи од специфичностите на наставата по математика на различни степени на образование, може да се зборува за: методика на почетната настава по математика (одделенската настава или наставата по математика од I - IV одделение), методика на наставата по математика за предметната настава на основното училиште, методика на наставата по математика во средното образование итн. Тогаш методика на почетната настава по математика е научна дисциплина која ги проучува законитостите на воспитанието и образованието во наставата по математика во почетните одделенија (одделенската настава) на основното училиште.

### V.3. ЦЕЛ И ЗАДАЧИ НА ИСТРАЖУВАЊЕТО

Појдовна основа во определувањето на целта и задачите на ова истражување се теориските и практичните сознанија коишто се очекуваат од неговата реализација. Сметаме дека со ова истражување можат да се откријат основните карактеристики на развојот на наставата по математика од I - IV одделение, односно да се утврди дали постои континуитет во тој развој, насочен кон нејзино постојано унапредување и усовршување; во колкава мера тој го следи развојот на математичката, педагошката и психолошката наука; во колкава мера обезбедувањето на кадровските претпоставки, учебната и природната литература придонесуваат за континуиран развој на наставата по математика од I - IV одделение во анализираниот период.

Според тоа, целта на нашето истражување е да се откријат развојните карактеристики на наставата по математика од I - IV одделение на основното училиште во Македонија, во периодот од 1945 до 1990 година и заемната поврзаност на основните фактори коишто го определуваат тој развој.

За реализација на поставената цел на истражувањето ги поставивме следниве задачи:

- да се утврди во колкава мера промените во наставната програма, целта, задачите и содржината на наставата се во континуитет со развојот на педагошката и математичката наука,

- да се открие влијанието на педагошката и психолошката наука на усовршувањето и унапредувањето на методиката на наставната работа,

18) Pedagoška enciklopedija 2, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, 1989, str. 14

19) Исто стр. 42



- да се открие заемната поврзаност на развојот на наставата по математика со основните услови за нејзина реализација - наставниот кадар, учебната и прирачната литература,

- да се оцени вредноста на педагошката документација, што се однесува на развојот на наставата по математика од I - IV одделение во разгледуваниот период, и

- да се откријат ставовите и мислењата на наставниците кои реализирале настава по математика од I - IV одделение во трите периоди од нејзиниот развој, што ги определуваме во неговото разгледување.

#### **V.4. ХИПОТЕЗИ НА ИСТРАЖУВАЊЕТО**

Од поставената цел и задачи на ова педагошко истражување произлегуваат следниве хипотези:

**ГЕНЕРАЛНА ХИПОТЕЗА:** Се претпоставува дека развојот на наставата по математика од I - IV одделение во Македонија во периодот од 1945 до 1990 година е континуиран и ги следи достигнувањата во развојот на педагошката, психолошката и математичката наука, во зависност од условите во кои таа се реализира.

Поаѓајќи од генералната хипотеза, можат да се постават следниве *поединечни хипотези*;

1. Промените во целта, задачите и содржината на наставата по математика од I - IV одделение се во согласност со достигнатиот степен во развојот на педагошката, психолошката и математичката наука,

2. Методиката на наставната работа се развива и унапредува врз основа на развојот на релевантните за неа науки,

3. Развојот на наставата по математика е следен со соодветен развој на учебната и прирачната литература, што се однесува на ова подрачје, и

4. Промените во наставната програма и методиката на наставната работа се проследени со соодветни промени во образованието и стручното усовршување на наставниот кадар.

#### **V.5. ЗНАЧЕЊЕ НА ИСТРАЖУВАЊЕТО**

Истражувањето има теориско-емпириски карактер. Проблемот на истражувањето е актуелен во светски размери, што може да се види од засновувањето на реформските процеси на основа на проучувањата за достигнатиот степен во развојот на наставата по математика кај нас и во светот.

Проблемот што го истражуваме има непосредно значење за натамошниот развој на наставата по математика, бидејќи тој секогаш е заснован на сознанијата за достигнатиот степен во развојот. Покрај тоа, истражувањето има и историски карактер, бидејќи со него се утврдуваат некои карактеристики на развојот на наставата по математика од I - IV одделение во Македонија, во периодот од 1945 до 1990 година. Сепак,

....

според нашата оценка, со ова истражување може да се дојде до релевантни сознанија за развојот кои можат да послужат како сериозна основа за изградување на концепт на наставна програма по математика од I - IV одделение, во која ќе бидат вградени позитивните искуства од анализираниот период и трасирање правци за надминување на воочените слабости; да се изгради методика на наставната работа која ќе обезбедува рационална и ефикасна настава; да се согледаат потребите од соодветна учебна и прирачна литература, како еден од неопходните услови за квалитетна, современа и ефикасна работа; да се преземаат соодветни мерки и активности за унапредување и усовршување на образованието и стручното усовршување на наставниот кадар, како основна претпоставка за квалитетна и резултатна настава.

Бидејќи математиката е еден од фундаменталните предмети во одделенската настава на основното воспитание и образование, обезбедување на квалитетна настава по ова наставно подрачје е од посебно општествено значење, бидејќи дава голем придонес во остварувањето на општата цел и задачите на наставата воопшто.

## V.6. МЕТОДИ И ТЕХНИКИ НА ИСТРАЖУВАЊЕТО

Генералната и посебните хипотези коишто ги поставивме во ова педагошко истражување најцелисходно можат да се реализираат со примена на теориска анализа, компаративниот и дескриптивно-аналитичкиот метод. Сметаме дека со примена на комбинација од овие истражувачки методи, со опишување, анализирање и споредување на одделните аспекти на наставата по математика од I - IV одделение, пред се на наставните програми, методичката и прирачната литература за наставниците, учебниците, прирачната литература и дидактичките материјали за учениците, наставниот кадар, на педагошката документација што се однесува на овие подрачја, како и со споредување на ставовите и мислењата на наставниците за различните аспекти на развојот, може да се утврдат неговите основни карактеристики и нивните заемни врски и односи.

Во нашето истражување ги користевме следниве истражувачки техники:

- анализа на педагошката документација,
- анкетирање, и
- интервју.

Анализа на педагошката документација користивме при истражувањето на развојот на наставната програма, учебната и прирачната литература, документите што се однесуваат на подготовките и реализацијата на реформите од 1958 и 1973 година, податоците коишто се однесуваат на наставниот кадар, неговото образование и стручно усовршување, како и нормативната регулатива што се однесува на ова прашање. Врз основа на споредбена анализа за сознанијата за нивните карактеристики во одделните периоди од развојот, дојдовме до соодветни заклучоци, врз основа на кои можат да се дадат засновани оценки за континуитетот на развојот на наставата по математика од I - IV одделение и неговата условеност од факторите релевантни за тој развој.

Техниката анкетирање, со инструмент анкетен лист-скалер, ја применуваме за да ги откриеме ставовите и мислењата на наставниците, кои реализирале настава по математика од I - IV одделение во Македонија во трите периоди, а се однесуваат на различните аспекти на нејзиниот развој и унапредување.

Анкетниот лист опфаќа 23 прашања од отворен и затворен тип. Одговорите на наставниците се со алтернативен или повеќекратен избор.

Со истражувачката техника интервју, со која опфативме тројца просветни инспектори од првиот период од кои двајца се и инструктори за работа со одделенските наставници во подготовките за спроведување на реформата од 1958 година, добивме поконкретни сознанија за обезбедувањето наставен кадар во периодот од 1945 до 1950 година, за промените во наставните програми, особено во нивната содржина, за организација на стручното усовршување на наставниот кадар, како и за обезбедувањето методичка и друга стручна литература.

## V.7. ПРИМЕРОК ОД ИСТРАЖУВАЊЕТО

При изборот на примерокот на наставници, што беа опфатени со анкетата, настојувавме тој да ги одразува карактеристиките на популацијата. Во таа смисла се одлучивме во примерокот да опфатиме учители кои својата дејност ја започнале пред 1952 година. Со тоа сакавме да обезбедиме секој анкетирани да работел во секој од трите периоди во развојот на наставата по математика од I - IV одделение најмалку 4 години, колку што се потребни да се изведе една генерација. Се одлучивме за стратифициран примерок, кој ќе ги содржи пропорциите на популацијата, пред се, во однос на начинот на здобивањето со учителското образование - по пат на учителски курсеви или со завршување на редовна учителска школа. Искуството и средината (градска и селска) ги зедовме во предвид во таа мера што сите анкетирани работеле и во селска и во градска средина и работниот век го завршиле како наставници во одделенска настава.

Бројот на наставниците, што ги опфативме во примерокот, го определуваме според формулата  $n = \frac{\sigma^2 t^2}{I^2}$ , каде при  $t = 1,96$ ,  $I = 2,50$  и  $\sigma = 14,98$  ( $\sigma$  ја определуваме од групирањето на наставниот кадар според работното искуство во 1958 година),  $n = 138$ .

Според наведените карактеристики на популацијата примерокот на наставниците опфатени со прашалникот го сочинуваат 66 наставници кои со учителско образование се здобиле преку организираните курсеви од 1945 до 1950 година, и 12 наставници со учителска школа. Структурата на примерокот е дадена во табелава:

Образова- ние	Година на оформување на образованието										Вкупно
	1938	1939	1945	1946	1947	1948	1949	1950	1951	1952	
Учителски курс			23	21	7	2	5	5	3	-	66
Учителска школа	1	1	-	-	6	6	12	24	11	11	72
Вкупно	1	1	23	21	13	8	17	29	14	11	138

Од учителите со курсеви, со завршување на педагошка академија - група за одделенска настава, со више образование (  $VI_1$  степен) се здобиле 13 или 19,70%, а од учителите со учителска школа со истиот степен на образование се здобиле 25 или 36,11%.

## V.8. СТАТИСТИЧКА ОБРАБОТКА НА ПОДАТОЦИТЕ

Изборот на статистичките постапки во истражувањето го вршеме во зависност од поставената цел и задачите, специфичниот карактер на одделните постапки во истражувањето и техниките врз основа на кои добиваме податоци за одделните карактеристики на предметот што го истражуваме.

Сметаме дека податоците добиени преку мерните инструменти нај-адекватно можат да се обработат преку:

- дистрибуција на фреквенциите на резултатите,
- пресметување на аритметичка средина,
- стандардна девијација,
- $\chi_i$  - квадрат
- Фи - коефициент,
- С - коефициент на контингенција, и
- разлика на пропорциите.

Аритметичката средина ќе се пресметува според формулата

$$M = \frac{\sum fx}{N},$$

каде што е

- M - аритметичка средина,
- $\Sigma$  - збир,
- f - фреквенција на одделните скорови,
- x - вредност на поедините скорови и
- N - број на субјекти.

$\chi_i$  - квадратот ( $x^2$ ), врз основа на кој ќе утврдуваме дали воочените фреквенции од податоците, добиени од анкетата од различните категории испитаници меѓусебно значајно се разликуваат или не, ќе го пресметуваме според формулата:

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_0 - f)^2}{f}$$

каде што е

$\chi^2$  - Хи квадрат,

$\Sigma$  - збир

$f_0$  - забележана фреквенција, и

$f$  - очекувана фреквенција

$\Phi$  - коефициентот, со кој ќе ја утврдуваме корелацијата во одговорите на испитаниците кога податоците се класифицирани во две категории, ќе го пресметуваме според формулата:

$$\Phi = \sqrt{\frac{\chi^2}{N}},$$

каде што е

$\Phi$  - фи коефициент на корелација,

$\chi^2$  - Хи квадрат,

$N$  - број на субјектите.

Коефициентот на контингенција ( $C$ ), со кој се утврдува корелацијата во одговорите на испитаниците кога податоците се разделуваат во повеќе од две категории, ќе го пресметуваме според формулата:

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + N}},$$

каде што е

$C$  - коефициент на контингенција,

$\chi^2$  - Хи квадрат и

$N$  - број на субјекти.

Процентот ќе се пресметува според формулата:

$$p = \frac{100i}{S},$$

каде што е

$p$  - процент,

$i$  - процентен износ

$S$  - основна вредност

Стандардната грешка во разликата на пропорциите на резултатите од анкетата со учителите со курсеви и учителите со учителска школа ќе ја пресметуваме според формулата:

$$S_{p_1-p_2} = \sqrt{pq \left( \frac{1}{N_1 + N_2} \right)},$$

каде што е

$S_{p_1-p_2}$  - стандардна грешка на разликата на пропорциите

$p$  - заедничка пропорција,

$q = 1 - p$ ,

$N_1$  - процентен износ на првиот процент, и

$N_2$  - процентен износ на вториот процент.

Заедничка пропорција  $p$  ќе ја пресметуваме според формулата:

$$p = \frac{p_1 N_1 + p_2 N_2}{N_1 + N_2}$$

$p_1$  - првиот процент,

$p_2$  - вториот процент,

$N_1$  - процентниот износ на  $p_1$  и

$N_2$  - процентниот износ на  $p_2$ .

Статистичката значајност на разликата на пропорциите за резултатите од анкетата со учителите ќе ја пресметуваме со помош на  $t$  - односот, според формулата:

$$t = \frac{p_1 - p_2}{S_{p_1 - p_2}}$$

каде што е

$t$  -  $t$  - однос,

$p_1$  - првата пропорција,

$p_2$  - втората пропорција, и

$S_{p_1 - p_2}$  - стандардна грешка на разликите на пропорциите

## V.9. РЕЗУЛТАТИ ОД АНКЕТАТА СО НАСТАВНИЦИ ЗА ОДДЕЛЕНСКА НАСТАВА

Анкетата со наставниците од одделенска настава беше спроведена во периодот од 1.02.1994 година до 15.05.1994 година. Резултатите ќе ги прикажеме според редоследот на анкетните прашања, а одговорите ќе ги претставиме во табела.

1. Вашата оценка за степенот на подготвеноста за реализација на наставата по сметање - математика по оформувањето на образованието:

Табела 1

Избор	Наставници со курсеви		Наставници со учителска школа		Вкупно	
	$f$	%	$f$	%	$f$	%
Солидно бев подготвен-а	28	42,42	40	55,56	68	49,28
Добро бев подготвен-а	30	45,45	27	37,50	57	41,30
Бев подготвен-а на задолжително ниво	8	12,13	3	4,17	11	7,97
Мошне слабо бев подготвен-а	0	-	0		0	-
Не одговориле	0	-	2	2,77	2	1,45
Вкупно	66	100	72	100	138	100

Според резултатите од табелата 1, 49,28% од наставниците сметаат дека солидно биле подготвени за реализација на наставата по сметање-математика, а 41,30% сметаат дека биле добро подготвени. Ако солидната и добрата подготвеност ги сметаме за доволна подготвеност за успешна реализација на наставата по сметање-математика тогаш може да се смета дека 90,58% од наставниците биле подготвени за успешна реализација на наставата по сметање. Притоа разликата во одговорите помеѓу наставниците кои образованието го здобиле преку курсеви и оние кои тоа го оствариле со завршување на учителска школа е незначителна. Имено, разликата на пропорциите на двете категории испитаници, за која  $t = 0,7544$  и при 123 df статистички не е значајна на ниво 0,05 и на 0,01.

$\chi_i$ -квadratот изнесува 50,85 и при три степени на слобода статистички не е значаен на ниво 0,05 и на 0,01.

S - коефициентот на контингенција изнесува 0,6070 и покажува умерена корелација.

Врз основа на ваквите вредности на одделните статистички величини, може да се смета дека постои согласност во оценките на учителите оти биле подготвени за успешна реализација на наставната програма по сметање.

## 2. Дали редовно се организираа активности за подготовка на учителите за унапредување на наставата по сметање во периодот од 1945 до 1959 година?

Табела 2

	Учителите со курсеви		Учителите со учителска школа		Вкупно	
	f	%	f	%	f	%
ДА	48	72,73	54	75,00	102	73,91
НЕ	18	27,27	18	25,00	36	26,09
Вкупно	66	100	72	100	138	100

Резултатите што ги добивме како одговор на ова прашање покажуваат дека 73,91% од наставниците сметаат дека во наведениот период редовно се организирани активности за подготовка на учителите за унапредување на наставата по сметање. Разликата на пропорциите од учителите со курсеви и учителите со учителска школа, за која  $t=0,2719$ , при 100 df статистички не е значајна на ниво 0,05 и на 0,01.

$H_i$  - квадратот изнесува 38,56 и при еден степен на слобода статистички не е значаен на ниво 0,05 и на 0,01.

$\phi$  - коефициентот изнесува 0,5286 и покажува умерена корелација.

Врз основа на добиените резултати од статистичките величини може да се смета дека постои согласност во оценките на учителите оти во периодот од 1945 до 1958 година редовно се организирани активности за подготовка на учителите за унапредување на наставата по сметање.

## 3. Кој од наведените наслови сте го користеле како методичка литература за наставата по сметање?

Табела 3

Избор	Учителии со курсеви		Учителии со учителска школа		Вкупно	
	f	%	f	%	f	%
Раководство за учители	24	36,36	48	66,67	72	52,17
Почетна настава по сметање од М. Јанушевиќ	51	77,27	33	45,83	84	60,87
Методика на наст. по сметање од М. и Ж. Ѓорѓевиќ	31	46,97	43	59,72	74	53,62
Методика I, под редакциј на Перо шимлеша	60	90,91	43	59,72	103	74,64
Друга литература	8	12,12	-	-	8	5,80

Според резултатите од табелата 3 може да се смета дека 52,17% од учителите како методичка литература го користеле Раководството за учителите од долниот курс на основните училишта во Македонија, 60,87% Почетна настава по сметање од Милан Јанушевиќ, 53,62%, Методика на наставата по сметање од Марија Ѓорѓевиќ и Живојин Ѓорѓевиќ и во најголем број 74,64% Методика I, под редакција на Перо Шимлеша. Карактеристично е да се напомене дека секој од анкетираниите користел барем еден од наведените наслови за методичка подготовка на наставата по сметање. Наведените статистички величини покажуваат дека постоел значителен интерес кај учителите за методичката литература, односно за унапредување на сопствената практика во наставата по сметање. Според резултатите од анкетата поголем интерес за методичката литература покажувале учителите со курсеви - 2,51 наслов, наспроти учителите со учителска школа - 2,26 наслови. Реално е да се смета дека причина за тоа е што методичката подготовка на учителите со курсеви е по забрзана постапка и без доволно теоретска настава, во споредба со оние кои образованието го стекнале во редовните учителски школи.

**4. Дали, според вашата оценка, во наставната програма по сметање од 1945 до 1958 година имаше содржини кои учениците го совладуваа со големи тешкотии?**

Табела 4

Избор	Учителии со курсеви		Учителии со учителска школа		Вкупно	
	f	%	f	%	f	%
ДА	48	72,72	51	70,83	99	71,74
НЕ	18	27,27	21	29,17	39	28,26
Вкупно	66	100	72	100	138	100

Резултатите што ги добивме како одговор на ова прашање покажуваат дека 71,74% од учителите сметаат дека во наставната програма по сметање во периодот од 1945 до 1958 година имало содржини кои учениците ги совладувале со големи тешкотии. Разликата на пропорциите во потврдниот одговор на оваа прашање од учителите-курсисти и учителите со учителска школа, за која  $t = 1,176$ , при 136 dt статистички не е значајна на ниво 0,05 и на 0,01.



$\chi^2$  - квадратот изнесува 26,08 и при еден степен на слобода статистички не е значаен. Фи коефициентот на корелација изнесува 0,4347 што претставува умерена корелација.

Врз основа на вредностите на статистичките величини може да се смета дека постои согласност во одговорите на учителите со курсеви и учителите со учителска школа дека во периодот од 1945 до 1958 година во наставната програма по сметање имало содржини кои учениците ги совладувале со големи тешкотии.

Меѓу содржините коишто учениците ги совладувале со големи тешкотии учителите ги наведуваат:

- проценти,
- операции со децимални броеви,
- просто правило трајно,
- пресметување плоштина на триаголник и трапез,
- пресметување волумен на квадар и коцка,
- делење со повеќецифрен број (двоцифрен и трицифрен).

Во прилог на ваквите оценки на учителите се активностите што се преземени при усовршувањето на програмата по сметање, особено во 1947, 1950 и 1952 година, кога овие содржини постепено се изоставени, со што програмата е значително растоварена.

**5. Во периодот од 1945 до 1958 година промени во програмата се вршени во 1947, 1949, 1950 и 1952 година. Дали според вашата оценка, тие промени придонесуваа за подобрување на програмата?**

Табела 5

Избор	Учителите со курсеви		Учителите со учителска школа		Вкупно	
	<i>f</i>	%	<i>f</i>	%	<i>f</i>	%
ДА	63	95,45	63	87,50	126	91,30
НЕ	3	4,55	6	8,33	9	6,52
Не одговориле	-		3	4,17	3	2,18
Вкупно	66	100	72	100	138	100

Што се однесува на промените на програмата по сметање во тој период, резултатите од табелата 5 покажуваат дека тие биле мошне успешни. Имено 91,30% од учителите сметаат дека тие промени придонеле за подобрување на програмата. Разликата на пропорциите во потврдниот одговор на оваа прашање од учителите со курсеви и учителите со учителска школа, за која  $t = 1,5527$ , при 136 dt, статистички не е значајна на ниво 0,05 и на 0,01.

$\chi^2$  - квадратот изнесува 99,26 и при еден степен на слобода статистички не е значаен. Фи - коефициентот изнесува 0,8482 покажува висока корелација.

Според овие резултати на статистичките величини може да се смета дека постои согласност во оценките на учителите со курсеви и учителите со учителска школа оти промените што се вршени во 1947,1949,1950 и 1952 година придонесувале за подобрување на програмата.

**6. Дали, според вашата оценка, учебниците од периодот до 1958 година придонесуваа за успешна реализација на програма по сметање?**

Табела 6

Избор	Учители со курсеви		Учители со учителска школа		Вкупно	
	<i>f</i>	%	<i>f</i>	%	<i>f</i>	%
Придонесува во голем мера	28	42,42	16	22,22	44	31,88
Придонесот може да с оцени како добар	33	50,00	48	66,67	81	58,70
Придонесот може да с оцени како минимален						
Не одговориле			2	2,78	2	1,65
Вкупно	66	100	72	100	138	100

Резултатите што ги добивме како одговор на ова прашање покажуваат дека 31,88% од учителите сметаат дека учебниците "придонесуваа во голема мера" за успешна реализација на наставната програма по сметање, додека 58,70% овој придонес го оценуваат како добар. Ако овие два одговори ги земеме како оценка за значаен придонес на учебниците за успешна реализација на програмата по сметање, тогаш таква оценка даваат 90,58% од учителите. Разликата на пропорциите во овие одговори од учителите со курсеви и учителите со учителска школа, за која  $t = 0,6407$  и при 135 *df*, статистички не е значајна на ниво 0,05 и на 0,01.

$\chi_i$  - квадратот изнесува 130,57 и при три степени на слобода статистички не значаен. *S* - коефициентот изнесува 0,6999, што е близу до висока корелација.

Врз основа на вредностите на статистичките величини што ги добивме како одговор на ова прашање, може да се смета дека постои согласност во оценките на учителите со курсеви и учителите со учителска школа оти учебниците по сметање во периодот од 1945 до 1958 година дале значаен придонес за успешната реализација на наставната програма по сметање.

**7. Според вашата оценка, со каков успех учениците ја совладуваа наставната програма по сметање во периодот од 1945 до 1958 година?**

Табела 7

Избор	Учители со курсеви		Учители со учителска школа		Вкупно	
	<i>f</i>	%	<i>f</i>	%	<i>f</i>	%
5	8	12,12	1	1,39	9	6,52
4	48	72,73	33	45,83	81	58,70
3	10	15,15	38	52,78	48	34,78
2	0	-	0	-	0	-
1	0	-	0	-	0	-
Вкупно	66	100	72	100	138	100

Резултатите од табелата 7 покажуваат дека оценките на успехот со кој учениците ја совладувале програмата по сметање во овој период

се добар, многу добар и одличен. Меѓутоа, постојат големи разлики во оценките на учителите со курсеви, кај кои доминира оценката многу добар (4) - 72,73%, а кај учителите со учителска школа најбројна е оценката добар (3) - 52,78%. Ако оценките одличен (5) и многу добар (4) ги сметаме за солидно совладана наставна програма по сметање, тогаш таква оценка дале 84,85% од учителите со курсеви и 47,22% од учителите со учителска школа. Разликата на пропорциите на двете категории испитаници, за која  $t = 3,8010$ , при 137 df статистички е значајна на ниво 0,05 и на 0,01.

$\chi_i$  - квадратот изнесува 223,33 и при еден степен на слобода статистички не е значаен. С коефициентот на контингенција изнесува 0,6172 и покажува умерена корелација.

Врз основа на вредностите на статистичките величини што ги добивме од одговорите на ова прашање можат да се изведат следниве заклучоци:

1. Значителен број од учителите - 65,22%, сметаат дека учениците ја совладувале наставната програма со солиден успех (одличен и мн.добар), а останатите се определиле за оценката добар. Ниту еден од учителите не смета дека совладаноста на програмата по сметање е на ниво доволен или недоволен;

2. Постои статистички значајна разлика во оценките на учителите со курсеви и учителите со учителска школа. Оваа разлика може да се објасни со податокот дека меѓу курсистите има значителен број кои пред тоа завршиле гимназија или VII и VIII клас, со што се здобиле со доста солидно општо образование, кое може да се смета дури и за појако од тригодишното учителско на почетокот на овој период;

3. Појдувајќи од условите во кои работеле основните училишта во разгледуваниот период, може да се смета дека успехот што е остваруван во наставата по сметање е на солидно ниво, средна оценка 3,72, односно многу добар. Повисока средна оценка дале учителите со курсеви - 3,96, а учителите со учителска школа - 3,50.

8. Во 1959 година, во рамките на активностите во врска со спроведувањето на реформата на основното образование без направени значителни промени во содржината на наставата по математика од I до IV одделение и во методиката на наставната работа. Каква е вашата оценка за подготовките на наставниот кадар за успешна реализација на наставната програма по математика?

Табела 8

Избор	Учителите со курсеви		Учителите со учителска школа		Вкупно	
	f	%	f	%	f	%
Подготовките беа мошне успешни	23	34,85	21	29,17	44	31,88
Подготовките беа добри	38	57,58	45	62,50	83	60,15
Подготовките беа на задоволително ниво	5	7,57	6	8,33	11	7,97
Подготовките беа мошне слаби						
Вкупно	66	100	72	100	138	100

Според резултатите од табелата 8, 31,88% од учителите сметаат дека подготовките биле мошне успешни и 60,15% оти тие биле добри. Ако овие две оценки се земаат како критериум за успешни подготовки за реализација на новата програма по математика од 1959 година, тогаш за ваква оценка се определуваат 92,03% од учителите. Разликата на пропорциите од одговорите на учителите со курсеви и учителите со учителска школа, за која  $t = 0,0486$ , при 137 df статистички не значајна. Според тоа може да се смета постои согласност во оценките на двата стратуми во одговорите на ова прашање.

$\chi_i$  - квадратот изнесува 147,53 и при четири степени на слобода статистички не е значаен. С коефициентот на контингенција изнесува 0,5167 и покажува умерена корелација.

Врз основа на ваквите резултати на статистичките величини може да се смета дека подготовките на наставниот кадар за успешна реализација на наставата по математика од I до IV одделение биле солидно организирани и спроведени.

**9. Дали, според вашето мислење, реформата од 1958 година придонесе за подобрување квалитетот на наставата по математика од I до IV одделение?**

Табела 9

Избор	Учителски со курсеви		Учителски со учителска школа		Вкупно	
	f	%	f	%	f	%
ДА	61	92,42	69	95,83	130	94,20
НЕ	5	7,58	3	4,17	8	5,80
Вкупно	66	100	72	100	138	100

Резултатите што ги добивме како одговор на ова прашање покажуваат дека голем дел од учителите - 94,20% сметаат дека реформата од 1958 година придонела за подобрување на квалитетот на наставната програма по математика од I до IV одделение. Разликата на пропорциите во одговорите на двете категории испитаници, за која  $t = 0,8175$  и при 137 df, статистички не е значајна. Според тоа, може да се смета дека постои согласност помеѓу учителите со курсеви и учителите со учителска школа дека реформата од 1958 година придонела за подобрување на квалитетот на наставата по математика од I до IV одделение.

$\chi_i$  - квадратот изнесува 107,86 и при еден степен на слобода статистички не е значаен.  $\Phi$  коефициентот на контингенција изнесува 0,8841 и покажува висока корелација.

Според вредностите на статистичките величини што ги добивме во одговор на ова прашање, може да се смета оти реформата од 1958 година придонела за подобрување на квалитетот на наставата по математика од I до IV одделение.

**10. Дали, според вашето мислење, воведувањето на множините придонесе наставата по математика од I до IV одделение да биде на повисоко квалитативно ниво?**

Табела 10

Избор	Учителите со курсеви		Учителите со учителска школа		Вкупно	
	<i>f</i>	%	<i>f</i>	%	<i>f</i>	%
Придонесе во голем мера	46	69,70	46	63,89	92	66,67
Придонесе но недоволно	20	30,30	23	31,94	43	31,16
Не придонесе	0		3	4,17	3	2,17
Вкупно	66	100	72	100	138	100

И на ова прашање добивме одговор кој потврдува дека со реформата од 1958 година значително е подобрен квалитетот на наставата по математика од I до IV одделение. Имено, 66,67% од учителите сметаат дека воведувањето на множините наставата по математика од I до IV одделение е подигната на повисоко квалитативно ниво, 31,16% дека придонесе но не доволно, а само 2,17% дека не придонеле. Разликата на пропорциите на двата стратуми во одговорите: "придонесе во голема мера" и "придонесе но не доволно", за кои  $t = 0,5926$  односно  $t = 0,1158$  И при 137 df, статистички не е значајна на ниво 0,05 и на 0,01.

$\chi_i$  - квадратот изнесува 103,60 и при два степена на слобода статистички не е значаен. C - коефициентот на контингенција изнесува 0,6548 и покажува умерена корелација.

Според вредностите на статистичките величини може да се смета дека воведувањето на множините во наставата по математика од I до IV одделение имало значаен придонес за подигањето на квалитетот на наставата на повисоко ниво.

**11. Дали, според вашата оценка во програмата по математика од 1958 до 1973 година имаше содржини кои учениците ги совладуваа со големи тешкотии?**

Табела 11

Избор	Учителите со курсеви		Учителите со учителска школа		Вкупно	
	<i>f</i>	%	<i>f</i>	%	<i>f</i>	%
ДА	23	34,85	13	18,06	36	26,09
НЕ	43	65,15	59	81,94	102	73,91
Вкупно	66	100	72	100	138	100

Според резултатите од табелата 11, 73,91% од учителите сметаат дека во наставната програма по математика од 1958 до 1973 година немало содржини кои учениците ги совладуваат со големи тешкотии. Разликата на пропорциите во одговорите на двата стратуми, за која  $t = 1,9299$ , при 137 df статистички не се значајни на ниво 0,05 и на 0,01.

$\chi_i$  квадрат изнесува 31,56 и при еден степен на слобода статистички не значаен на ниво 0,05 и на 0,01.  $\Phi$  - коефициентот изнесува 0,4782 и покажува умерена корелација. Врз основа на вредностите на статистичките величини што ги добивме како одговор на ова прашање, може да се смета дека во наставната програма по математика од I до IV одделение од 1955 до 1973 година немало содржини кои учениците ги совладувале со големи тешкотии.

Оние 26,09% од учителите кои сметаат дека во наставната програма има содржини коишто учениците ги совладуваат со големи тешкотии, главно, ги наведуваат содржините од операции со повеќеимени броеви и некои геометриски содржини во III одделение, пред се специјални положби на прави и рамнини во просторот.

**12. Дали, според вашата оценка, од 1959 до 1973 година редовно се организираа активности за унапредување на наставата по математика од I до IV одделение?**

Табела 12

Избор	Учителите со курсеви		Учителите со учителска школа		Вкупно	
	f	%	f	%	f	%
ДА	48	72,73	60	83,33	108	78,26
НЕ	18	27,27	12	16,67	30	21,74
Вкупно	66	100	72	100	138	100

Резултатите од табелата 12 покажуваат дека 78,26% од учителите сметаат дека во периодот од 1959 до 1973 година редовно се организирани активности за унапредување на наставата по математика од I до IV одделение. Како најчести форми учителите ги наведуваат семинарите и советувањата што ги организирале заводите за унапредување на школството од Македонија. Разликите на пропорциите на двата стратума во позитивниот одговор, за која  $t = 1,3350$  и при 137 df, статистички не е значајна на ниво 0,05 и на 0,01. Според тоа, може да се смета дека има согласност во оценките на учителите со курсеви и учителите со учителска школа оти во периодот од 1959 до 1973 година редовно се организирани активности за унапредување на наставата по математика од I до IV одделение.

$\chi^2$  - квадратот изнесува 44,08 и при еден степен на слобода статистички не е значаен. Фи коефициентот на корелација изнесува 0,5652 и покажува умерена корелација.

Врз основа на вредностите на статистичките величини може да се смета дека во периодот од 1959 до 1973 година редовно се организирани активности за унапредување на наставата по математика од I до IV одделение.

**13. Кои од наведените прирачници сте ги користеле како методичка литература за наставата по математика?**

Табела 13

Избор	Учителите со курсеви		Учителите со учителска школа		Вкупно	
	f	%	f	%	f	%
Ново основно училиште	40	60,61	39	54,17	79	52,25
Настава по математик во основното училиште I-III одделение	35	53,03	35	48,61	70	50,72
Практична настава по математика во I одделение	53	80,30	51	70,83	104	75,36
Математика во основното училиште	20	30,30	32	44,44	52	37,68
Друга литература	12	18,18	18	25,00	30	21,74
Просечно	2,42		2,43		2,43	

Во одговор на ова прашање добивме интересни резултати. Имено, скоро е ист просекот на користените наслови од двата стратума. Просечно секој учител во периодот од 1959 до 1973 година користел 2,43 наслови за методичка подготовка за реализација на наставата по математика. Најкористен наслов е "Практична настава по математика во I одделение" од Глигор Дуда. За тоа постои логично објаснување во фактот дека во тој прирачник се обработуваат методичките приоди во обработката на "предумеричките" содржини, односно множините, кои се јавуваат како новина во наставната програма по математика од I до IV одделение. Овој прирачник го користеле 75,36% од учителите. Повеќе од 50% од учителите ги користеле и насловите: "Ново основно училиште", зборник на материјали од семинарите одржани 1958 година, посветени на реформата и "Наставата по математика во основното училиште, I дел" од Лав Рајчиќ, Бранко Павловиќ и Маријан Колетиќ. И во овие наслови се обработени методичките приоди за обработка на содржините од множините и операциите со нив.

Воопшто, може да се смета дека во периодот од 1959 до 1973 година кај учителите постоел значителен интерес за методичката литература што се однесувала на наставата по математика од I до IV одделение и тоа подеднакво кај учителите со курсеви и кај учителите со учителска школа.

**14. Според вашата оценка со каков успех учениците ја совладува наставната програма по математика од 1959 до 1973 година?**

Табела 14

Избор	Учителите со курсеви		Учителите со учителска школа		Вкупно	
	<i>f</i>	%	<i>f</i>	%	<i>f</i>	%
5	3	4,55	7	9,72	10	7,25
4	46	69,70	47	65,28	93	67,39
3	17	25,75	18	25,00	35	25,36
Вкупно	66	100	72	100	138	100

Според резултатите од табелата 14 околу две третини од учителите, или 67,39% сметаат дека, во периодот од 1959 до 1973 година, учениците ја совладувале наставната програма по математика со многу добар успех. Разликата на пропорциите во оценките на учителите со курсеви и учителите со учителска школа, што се однесуваат на солидните оценки (5 и 4), за која  $t = 0,0874$ , при 137 df статистички не е значајна на ниво 0,05 и на 0,01 според тоа, може да се смета оти постои согласност на двата стратума за совладаноста на наставната програма по математика од страна на учениците.

$\chi_i$  - квадратот изнесува 75,55 и при четири степени на слобода статистички не е значаен на ниво 0,05 и на 0,01. С коефициентот на контингенција изнесува 0,5948 и покажува умерена корелација.

Средната оценка, добиена од оценките на учителите, изнесува 3,82, што е еквивалентна на многу добар успех.

Врз основа на добиените вредности на статистичките величини на ова прашање, може да се смета дека учениците со солиден успех ја совладале наставата по математика од I до IV одделение во периодот од 1959 до 1973 година.

**15. Дали, според вашата оценка, учебниците од тој период придонесуваа за успешна реализација на наставната програма?**

Табела 15

Избор	Учителите со курсеви		Учителите со учителска школа		Вкупно	
	<i>f</i>	%	<i>f</i>	%	<i>f</i>	%
Придонесуваа во голем мера	28	42,42	21	29,17	49	35,51
Придонесот може да с оцени како добар	35	53,03	46	63,89	81	58,70
Придонесуваа на задоволително ниво	3	4,55	3	4,16	6	4,35
Придонесот може да с оцени како минимален	0	-	2	2,78	2	1,44
Вкупно	66	100	72	100	138	100

Резултатите од табелата 15 покажуваат дека 35,51% од учителите сметаат дека учебниците придонесуваат во голема мера за успешна реализација на програмата, а 58,70%. Тој придонес го оценуваат како добар. Ако овие две оценки ги прифатиме како показател дека наставните содржини се успешно обработени во учебниците и дека даваат значаен придонес за успешна реализација на наставната програма, тогаш за ваква оценка се определеле 94,21% од учителите. Разликата на пропорциите на двете категории испитаници, за која  $t = 0,5745$  и при 137 df, статистички не е значајна на ниво 0,05 и 0,01. Според тоа, може да се смета дека постои согласност меѓу учителите со курсеви и учителите со учителска школа во поглед на придонесот на учебниците за успешна реализација на наставната програма.

$\chi_i$  - квадратот изнесува 122,92 и при три степени на слобода статистички не е значаен на ниво 0,05 или 0,01.  $C$  - коефициентот на контингенција изнесува 0,6864 и покажува умерена корелација.

Врз основа на добиените вредности на статистичките величини може да се смета дека постои согласност во одговорите на учителите со курсеви и учителите со учителска школа оти во периодот од 1959 до 1973 година учебниците давале значаен придонес за успешната реализација на наставната програма по математика од I до IV одделение.

**16. Почнувајќи од 1972 година во Македонија е извршена реформа на наставата по математика при што централно место зазема воведувањето елементи од теорија на множествата. Дали, според вашето мислење, со тоа се придонесе за подобрување на наставата по математика?**

Табела 16

Избор	Учителите со курсеви		Учителите со учителска школа		Вкупно	
	<i>f</i>	%	<i>f</i>	%	<i>f</i>	%
ДА	63	95,45	67	93,06	130	94,20
НЕ	3	4,55	5	6,94	8	5,80
Вкупно	66	100	72	100	138	100



Резултатите што ги добивме како одговор на ова прашање покажуваат дека скоро сите одделенски наставници, поточно 94,20% сметаат оти со воведувањето на елементи од теорија на множествата се придонело за осовременување на наставата по математика. Разликата на пропорциите на двата стратума, за која  $t = 0,5745$ , статистички не е значајна на ниво 0,05 и на 0,01. Според тоа, постои согласност во оценките на учителите со курсеви и учителите со учителска школа во одговорот на ова прашање.

$\chi_i$  - квадратот изнесува 107,86 и при еден степен на слобода статистички не е значаен на ниво 0,05 и на 0,01. С - коефициентот на контингенција изнесува 0,6623 и покажува умерена корелација.

Вредностите на статистичките величини, добиени од одговорите на ова прашање, покажуваат дека може да се смета оти воведувањето на елементи од теоријата на множествата има значаен придонес во осовременувањето на наставата по математика.

**17. За подготовка на наставниот кадар за реализација на новата програма од 1974 до 1978 година се организирани семинари и курсеви. Вашата оценка за успешноста на курсевите и семинарите?**

Табела 17

Избор	Учителски со курсеви		Учителски со учителска школа		Вкупно	
	f	%	f	%	f	%
5	75	27,73	21	29,17	96	26,09
4	38	57,58	44	61,11	82	59,42
3	13	14,69	7	9,72	20	14,49
Вкупно	66	100	72	100	138	100

Резултатите што ги добивме како одговор на ова прашање се мошне интересни. Сите одделенски наставници ги оценуваат подготовките за реализација на новата програма со мошне солидни оценки - најмногу со оценката 4 - 59,42%, потоа со оценката 5 - 26,09% и 14,49% со оценката 3. Средната оценка е 4,12, што е мошне висока. Разликата на пропорциите во оценките 5 и 4 од учителите со курсеви и учителите со учителска школа, за која  $t = 0,8283$ , при 137 df статистички не е значајна на ниво 0,05 и на 0,01.

$\chi_i$  - квадратот изнесува 53,03 и при четири степени на слобода статистички не е значаен на ниво 0,05 и на 0,01. С - коефициентот на контингенција изнесува 0,5269 и покажува умерена корелација.

Врз основа на добиените вредности на статистичките величини во врска со ова прашање, може да се смета дека постои согласност во оценките на учителите со учителска школа оти подготовките на наставниот кадар за реализација на новата наставна програма, организирани во периодот од 1974 до 1978 година биле мошне успешни. Тоа се однесува на семинарите:  $A_1$  на тема: “Елементи од математичката логика и множества” во траење од 5 дена,  $A_2$  на тема: “Основни поими за релациите, пресликувањата И реалните броеви” во траење од 3 дена и на  $B_1$  на тема “Методичка разработка на наставните содржини по математика што ќе се реализираат во I одделение, во I полугодие”.

**18. Дали, според вашата оценка, по воведувањето на новата наставна програма по математика од I до IV одделение во 1974 година редовно се организирани активности со наставниците за унапредување на наставата по математика?**

Табела 18

Избор	Учителии со курсеви		Учителии со учителска школа		Вкупно	
	f	%	f	%	f	%
ДА	46	69,70	61	84,72	107	77,55
НЕ	20	30,30	11	15,28	31	22,45
Вкупно	66	100	72	100	138	100

Според резултатите од табелата 18, 77,55% од одделенските наставници сметаат дека редовно се организирани активности за унапредување на наставата по математика од I до IV одделение. Тие активности биле организирани од заводите за унапредување на предучилишното и основното воспитание и образование во Македонија. Разликата на пропорциите во оценките на двата стратума, за која  $t = 1,8658$ , при 137 df статистички не е значајна на ниво 0,05 и на 0,01. Според тоа може да се смета дека постои согласност во оценките на учителите со курсеви и учителите со учителска школа оти редовно се организирани активности за унапредување на наставата по математика од I до IV одделение, по нејзиното воведување во 1974 година.

$\chi^2$  - квадратот изнесува 41,86 и при еден степен на слобода статистички не е значаен на ниво 0,05 и на 0,01.  $\Phi$  - коефициентот на контингенција изнесува 0,5506 и покажува умерена корелација.

Врз основа на добиените вредности на статистичките величини од одговорите на ова прашање, може да се смета дека во периодот по 1974 година редовно се организирани семинари и советувања за унапредување на наставата по математика од I до IV одделение.

**19. Дали, според вашата оценка, учебниците по математика по 1974 година придонесуваат за успешна реализација на наставната програма?**

Табела 19

Избор	Учителии со курсеви		Учителии со учителска школа		Вкупно	
	f	%	f	%	f	%
Придонесува во голем мера	36	54,55	59	81,94	95	68,84
Придобесот може да се оцени како добар	30	45,45	10	13,89	40	28,99
Придонесува на задоволително ниво	-		1	1,39	1	0,72
Придонесот може да се оцени како минимален	-		2	2,78	2	1,45
Вкупно	66	100	72	100	138	100

Резултатите што ги добивме како одговор на ова прашање покажуваат дека скоро сите наставници придонесот на учебниците за успешна реализација на наставната програма го оценуваат со "придонесува во го-

лема мера" и "придонесот може да се оцени како добар. Ако овие две оценки се земат како мерка за солиден квалитет на учебниците, тогаш за таа оценка се определиле 97,83% од наставниците. Разликата на пропорциите во оценките на двете категории испитаници, за која  $t = 1,7375$ , при 137 df статистички не е значајна на ниво 0,05 и на 0,01. Според тоа може да се смета дека постои согласност меѓу учителите со курсеви и учителите со учителска школа во оценките дека придонесот на учебниците за успешна реализација на наставната програма е солиден.

$\chi_i$  - квадратот изнесува 154,06 и при три степени на слобода статистички не е значаен на ниво 0,05 и на 0,01. С - коефициентот на контингенција изнесува 0,7262 и покажува висока корелација.

Врз основа на ваквите вредности на статистичките величини може да се смета дека учебниците по математика даваат значаен придонес за успешна реализација на наставната програма.

## 20. Вашата оценка за совладаноста на наставната програма по математика од страна на учениците по 1974 год.

Табела 20

Избор	Учителите со курсеви		Учителите со учителска школа		Вкупно	
	f	%	f	%	f	%
5	23	34,85	32	44,44	5	39,86
4	33	50,00	36	50,00	69	50,00
3	10	15,15	4	5,56	14	10,14
Вкупно	66	100	72	100	138	100

Резултатите што ги добивме како одговор на ова прашање покажуваат дека 10,14% од наставниците сметаат оти учениците ја совладуваат наставната програма со добар успех, 50,00% со многу добар и останатите 39,86% со одличен успех. Ниту еден од наставниците не дава оценка доволен или недоволен. Ако нивоата одличен (5) и многу добар (4) ги прифатиме како оценка за солиден успех, тогаш 89,86% од наставниците сметаат дека учениците со солиден успех ја совладуваат наставната програма по математика од I до IV одделение. Средната оценка што ја даваат наставниците е мошне висока - 4,30.

Разликата на пропорциите во оценките на учителите со курсеви и учителите со учителска школа, за која  $t = 1,7792$ , при 137 df статистички не е значајна на ниво 0,055 и на 0,01.

$\chi_i$  - квадратот изнесува 46,68 и при четири степени на слобода статистички не е значаен на ниво 0,05 и на 0,01. Коефициентот на контингенција изнесува 0,5028 и покажува умерена корелација.

Ваквите резултати на статистичките величини упатуваат на заклучок дека постои согласност во оценките на учителите со курсеви и учителите со учителска школа оти учениците ја совладуваат наставната програма по математика од I до IV одделение со солиден успех.

**21. Дали прифаќате оценка дека развојот на наставната програма по сметање - математика од I до IV одделение од 1945 до 1990 година се движел кон нејзино постојано унапредување и осовременување?**

Табела 21

Избор	Учители со курсеви		Учители со учителска школа		Вкупно	
	f	%	f	%	f	%
ДА	65	98,48	69	95,83	134	97,10
НЕ	1	1,52	3	4,17	4	2,90
Вкупно	66	100	72	100	138	100

Според резултатите од табелата 21, 97,10% од наставниците сметаат дека развојот на наставната програма по сметање-математика од I до IV одделение од 1945 до 1990 година се движел кон нејзиното постојано унапредување и осовременување. Разликата на пропорциите во оценките од двата стратума, за која  $t = 0,9233$ , при 137 df статистички не значајна на ниво 0,05 и на 0,01.

$\chi_i$  - квадратот изнесува 122,46 и при еден степен на слобода статистички не е значаен на ниво 0,05 и на 0,01.  $\Phi$  - коефициентот на корелација изнесува 0,9420 и покажува висока корелација.

Врз основа на добиените вредности на статистичките величини во врска со оваа прашање, може да се смета дека постои согласност во оценките на учителите со курсеви и учителите со учителска школа оти развојот на наставната програма по сметање-математика од I до IV одделение од 1945 до 1990 година се движел кон нејзино постојано унапредување и осовременување.

**22. Вашата оценка за достигнатиот степен во развојот на наставната програма по математика од I до IV одделение!**

Табела 22

Избор	Учители со курсеви		Учители со учителска школа		Вкупно	
	f	%	f	%	f	%
ДА	65	98,48	69	95,83	134	97,10
НЕ	1	1,52	3	4,17	4	2,90
Вкупно	66	100	72	100	138	100

Резултатите што ги добивме како одговор на ова прашање покажуваат дека оценките за достигнатиот степен во развојот на наставната програма по математика од I до IV одделение се мошне поволни. Имено, 42,75% од наставниците го оценуваат со највисока оценка - 5, 53,62% со 4 и само 3,63% со оценка 3. Помала оценка не дал ниту еден наставник. Разликата на пропорциите во оценките 5 и 4 на учителите со курсеви и учителите со учителска школа, за кои  $t = 0,1290$  односно  $t = 0,1160$ , при 137 df статистички не е значајна на ниво 0,05 и на 0,01.

$\chi_i$  - квадратот изнесува 61,17 и при четири степени на слобода статистички не е значаен на ниво 0,05 и на 0,01.  $C$  - коефициентот на контингенција изнесува 0,5542 и покажува умерена корелација.

Вредностите на статистичките величини што ги добивме од одговорите на ова прашање покажуваат дека постои согласност во оценките на учителите со курсеви и учителите со учителска школа оти е достигнат солиден степен во развојот на наставната програма по математика од I до IV одделение.

**23. Според вашето мислење какви активности треба да се преземат за натамошно унапредување и современување на програмата?**

Табела 23

Избор	Учителите со курсеви		Учителите со учителска школа		Вкупно	
	<i>f</i>	%	<i>f</i>	%	<i>f</i>	%
а) Обезбедување современа методичка литература	54	81,82	66	91,67	120	86,96
б) Обезбедување услови за индивидуализација на наставата	48	72,73	62	86,11	110	79,71
в) Организирање курсеви и семинари за стручно усовршување на настав.	55	83,33	58	80,56	123	79,71
г) Подобрување на условите за работа во училиштата	24	36,36	38	52,78	62	44,93
д)	29	43,94	22	30,56	51	36,96

Од одговорите на ова прашање можат да се дојде до повеќе сознанија. Имено, 86,96% од наставниците, како претпоставка за унапредување и современување на наставата, ја истакнуваат методичката литература, 79,71% условите за индивидуализација на наставата, исто толков процент и потребата за перманентно стручно и педагошко-психолошко усовршување. Разликата на пропорциите од одговорите на учителите со курсеви и учителите со учителска школа за одговорите под а)  $t = 1,5964$ , под б)  $t = 1,7422$  и под в)  $t = 0,3831$ , при 137 df овие вредности статистички не се значајни на ниво 0,05 и на 0,01. Според тоа, може да се смета дека постои согласност меѓу двата стратума оти за натамошно унапредување на наставата по математика од I до IV одделение е потребно:

- а) обезбедување на современа методичка литература,
- б) обезбедување услови за индивидуализација на наставата, и
- в) организирање на курсеви и семинари за стручно и педагошко-психолошко образование.

Помал процент од наставниците - 44,93% сметат дека за унапредување на наставата по математика треба да се подобрат условите за работа во училиштата, а 36,96% наведуваат други потреби, како што се: подобрување на учебната литература, обезбедување на наставни средства, подобрување на материјалната положба на наставниците и сл.

## V.10. ИНТЕРВЈУ СО ПРОВЕРЕНИ ИНСПЕКТОРИ - УЧЕСНИЦИ ВО РЕФОРМИТЕ НА НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА ОД I ДО IV ОДДЕЛЕНИЕ

Одредени сознанија за развојот на наставата по математика од I до V одделение во разгледуваниот период добивме преку интервју со поранешни просветни инспектори и учители, кои биле активни во одделенската настава во сите три означени периоди.

### Трајко Зафировски

Завршил учителска школа во Скопје 1935 година. Од 1944 година бил вклучен во организирањето на основното образование во околија Куманово. Во 1945 година бил назначен за просветен инспектор за кумановска околија и предавач на курсевите за учители.

#### *Прво прашање:*

Како е решаван проблемот на потребата од наставен кадар во основното образование во годините по втората светска војна?

*Одговор:* По ослободувањето на подрачјето на Кумановска околија имаше само 13 учители со соодветно учителско образование, а потребите беа далеку поголеми, како што тоа беше случај во цела Македонија. За задоволување на овие потреби беа преземени чекори преку организирани курсеви за образование на учители. На курсевите беа прифаќани младинци со завршен VI, VII или VIII клас гимназија, II и III година учителска школа, студенти на факултети, ученици со завршен II, III и IV клас други средни училишта. Овие кандидати беа назначувани за учители со решение на Поверенството за наредна просвета на Македонија на 1.01.1945 година и биле обврзани да ги посетуваат курсевите.

Покрај овие кандидати беа прифаќани и курсисти со помало образование, но за нив биле предвидени повеќе курсеви.

#### *Второ прашање*

Како беа организирани курсевите?

*Одговор:* Првиот, подготвителен курс со учителите беше во траење 7 до 8 дена. На овој курс учителите се здобиваа со основни познавања за учителската работа. Професор-педагог држеше 2-3 часа предавања во врска со најелементарните педагошки знаења, а другото време беше посветувано на методичката подготовка.

Курсот за кандидатите со завршена II година средно образование и повисоко од него траеше три месеци, а за останатите 3 до 4 курса по 3 месеци. Курсевите се одржуваа за време на летниот распуст. На курсевите се работеше според наставен план и програма за учителските школи, во скратена верзија. Со завршувањето на курсевите се здобиваа со свидетелство еквивалентно на завршено средно училителско образование.

#### *Трето прашање*

Дали се применувани и други форми на работа со учителите за повалитетна настава и кои?

*Одговор:* Покрај курсевите, со учителите беа организирани почести советувања со кратко траење. Така, задолжително, еднаш месечно, кога

учителите доаѓаа по плата се организираа предавања и тоа просветниот инспектор-теориско предавање за некој педагошки проблем, а еден од учителите со оформено образование практично предавање. Покрај тоа, при реонските состаноци за анализа на резултатите од наставата се држеа практични предавања. Во врска со планирањето на наставата во просветниот инспекторот се изготвуваа распределенија на материјалот и се доставувани до учителите на теренот.

#### *Четврто прашање*

Што можете да кажете за одговорноста и интересот на учителите во повоениот период и за резултатите од нивната работа?

*Одговор:* Во повоениот период учителите работеа со голем ентузијазам. Покажуваа голем интерес за работата, се трудеа одговорно да ја извршуваат. Редовно учествуваа на курсевите и семинарите, се интересираа како да се подготвуваат за работа, која литература да користат и од каде да ја набавуваат. Најчесто се применуваше Раководството за учителите од долниот курс на основните училишта од Македонија и Методика на наставата по сметање од Марија и Живојин Ѓорѓевиќ, која во 1949 година беше преведена на македонски јазик. Од резултатите во наставата на почетокот не бевме многу задоволни, но со текот на времето тие се подобруваа.

#### *Петто прашање*

Вие бевте активно вклучени во спроведувањето на реформата од 1958 година. Што можете да кажете за нејзината подготовка и реализација?

*Одговор:* Во 1958 година учествував во работата на семинарот за реформа на образованието во тогашна ФНР Југославија. На семинарот беше разработена платформата на реформата и основните решенија на одделните подрачја. Потоа се премина на организирање републички семинар за оспособување на инструктори кои ќе ги подготвуваат учителите за практична реализација на реформата. Одговорен за реформата на наставата од I до IV одделение во Македонија беше Зафир Аговски, просветен советник во заводот за школство.

Како инструктори беа ангажирани просветни советници и професори од Вишата педагошка школа во Скопје. Според мојата оценка семинарите беа добро организирани и успешно спроведени.

#### *Шесто прашање*

Дали со реформата од 1958 година се придонесе за унапредување на наставата по математика и доколку таа е унапредена кои се показателите што го потврдуваат тоа?

*Одговор:* Со реформата од 1958 година значително се придонесе за унапредување на наставата по математика од I до IV одделение. Тоа го покажуваат следниве факти:

- Донесена е наставна програма во која се воведени множините, кои ја олеснуваат наставата по математика во I одделение. Направен е подруг распоред на содржините, изоставени се содржини кои учениците не ги совладуваа со успех;

- Обезбедена е соодветна стручна литература за учителите;

- Редовно се организираа семинари и советувања со учителите;

## Трпе Калајциски

Завршил учителска школа во Белград 1938 година. Од 1944 до 1949 година бил просветен инспектор за Преспанска околија. Итно, со Заповед бр.4 од 30.11.1944 година бил назначен за околиски училишен инспектор за Преспанска околија, а согласно писмото на Поверенството за народна просвета при Президиумот на АСНОМ бр. 65. Во мај 1949 година бил преместен во Битола и назначен за просветен инспектор за одделенската настава на основното училиште за Битолската област.

Преку летните месеци бил предавач по методика на учителските курсеви. На негово барање бил назначен за управител на вежбалната на Учителската школа во Битола. Во тој период 8 години бил член на комисијата за полагање државен испит.

Во 1959 година посетувал семинар на кој е оспособен за инструктор за спроведување на реформата на системот на воспитание и образование. Во својство на инструктор одржал повеќе семинари и советувања со учителите од подрачјето на Битолската околија.

Работниот век го завршил како одделенски наставник во ОУ "Кочо Рацин" - Скопје.

### *Прво прашање*

Како е решаван проблемот на недостигот на наставен кадар за одделенската настава на основното училиште непосредно по втората светска војна?

*Одговор:* Во Преспанска околија, во 1944 година, беа отворени 30 училишта на Македонски јазик, 5 на Албански и 3 на Турски, а имаше само 4 учители со оформено образование. Слично беше ситуацијата и во останатите околии во Македонија. Потребата од учители е задоволувана со ангажирање на младинци со завршен V, VI и VII клас гимназија или учителска школа, па и друго средно училиште (богословија, трговска академија), како и матуранти, кои подоцна образованието го оформуваа преку учителските курсеви. Оние со завршен VI, VII и VIII клас образованието го оформуваа преку тримесечен курс. На курсевите беа прифаќани и кандидати со помало образование, но тие образованието го оформуваа преку три тримесечни курсеви.

### *Второ прашање*

Како се организирани семинарите и курсевите со кадрите без соодветно образование?

*Одговор:* Прв семинар, во траење од 3 дена, е организиран веднаш по изборот на кандидатите, а подоцна уште еден во траење од 7 дена. На семинарот се обработени основните методички приоди од сите методи, за кои како предавачи беа ангажирани, покрај мене - просветен инспектор и двајца учители со оформено образование.

Курсот за кандидатите со VI, VII и VIII клас гимназија или друго следно училиште учителското образование го оформуваа преку еден тримесечен курс, во летните месеци. По завршувањето на курсот се полагаше испит, по што се здобиваа со свидетелство кое значеше оформено учителско образование.

За кандидатите со пониско образование беа организирани 3 курсеви, кои исто така, се одржуваа преку летните месеци. По завршувањето



на курсевите и овие кандидати се здобиваа со свидетелство за оформено учителско образование.

#### *Трето прашање*

Дали се применувани и други форми на работа со учителите за поквалитетна настава и кои?

*Одговор:* Веќе реков дека на почетокот беа организирани семинари во траење од 3 до 7 дена, на кои тие се воведуваа во методиката на наставната работа. Покрај тоа, даван е и краток осврт за состојбите во наставата.

Во текот на годината се одржуваа и пунктови состаноци со учителите, на кои се правеше анализа на состојбите, се разработуваше еден методички проблем, проследен со практично предавање.

Учителите во текот на првите 5 години служба мораа да положат стручен (државен) испит. Доколку во тој рок учителот не го положи испитот или не го положи на 3 јавувања, губи право понатаму да обавува учителска дејност.

#### *Четврто прашање*

По каква наставна програма се работеше во учебната 1944/45 година?

*Одговор:* Во учебната 1944/45 година немаше наставна програма. Правени се привремени неделни и месечни наставни програми, врз основа на искуството на постарите учители со оформено учителско образование. На почетокот на 1945 година донесени се привремени ориентациони наставни планови и програми. Врз основа на нив учителите изработуваа годишно распределение на наставниот материјал, месечно распределение и дневни оперативни планови. Во тоа им помагаа просветните власти.

#### *Петто прашање*

Вие бевте активно вклучени во спроведувањето на реформата од 1958 година. Што можете да кажете за нејзините подготовки и реализација?

*Одговор:* Во јануари 1959 година просветните власти организираа семинари за оспособување на инструктори за работа со учителите, во врска со спроведувањето на реформата. И јас бев еден од инструкторите. По завршувањето на семинарот државме семинари со учителите, на кои се обработуваа идеите на реформата. Посебно внимание беше посветено на обработката на новините во наставата по математика, воведувањето на множините и методичките приоди во нивната обработка. Семинарите беа добро организирани, проследени со соодветна стручна литература: Ново основно училиште (зборник на материјали од семинарот со инструкторите), Практична математика во I одделение од Глигор Дуда, написи во Просветен работник и др. Според мојата оценка семинарите беа успешно спроведени и учителите беа подготвени за успешна реализација на идеите на реформата.

#### *Шесто прашање*

Дали воведувањето на множините во наставата по математика придонесе таа да се унапреди и осовремени?

*Одговор:* Воведувањето на множините придонесе воведувањето на природните броеви и операциите со нив да се засновува на конкретни ак-

тивности на учениците. Преку множините тие се здобиваа со богато искуство за предметите од непосредната околина и нивните квантитативни односи, кое ја олеснуваше обработката на природните броеви и операциите со нив. Со тоа настанаа и одредени промени во методиката на почетната настава по математика, со кои се стимулира практичната активност на учениците, доаѓа до израз нагледноста во наставата, а со тоа се создаваа услови за покрвалитетна и поефикасна настава.

*Седмо прашање*

Од 1974 година во примена е нова наставна програма по математика од I до IV одделение. Што ќе кажете за неа?

*Одговор:* 1. Програмата што се применува од 1974 година е современа, усогласена со доминантните идеи во математичката наука. Од тој аспект треба да речеме дека таа е современа. Нејзината концепција, со оперативните задачи за секоја тема, е значаен чекор напред во однос на претходните програми;

2. Определбата централно место да се даде на развојот на мислењето на учениците, исто така, ја одликува од претходните програми;

3. Воведувањето на множествата и математичката логика уште од рана училишна возраст има големо значење од математички, педагошки и психолошки аспект. Во таа смисла математички е современа, создава услови за развој на мислењето на учениците и за примена на современи методички постапки, кои обезбедуваат успешно совладување на наставните содржини;

4. Подготовките за реализација беа мошне добро организирани и реализирани, со што наставниот кадар беше подготвен за успешна реализација на новата наставна програма;

5. Учебниците и прирачниот материјал се квалитетни и даваат голем придонес за успешна реализација на наставата.

Да заклучам, мојата оценка за последната наставна програма е мошне висока. Ситните забелешки на програмата и учебниците не ја намалуваат вредноста на мојата оценка.

Мојата посериозна забелешка е недостигот на методичка литература, наставни ливчиња за индивидуализација на наставата, програмирачки секвенци и сл. На тоа во иднина мора сериозно да се работи.

## **Корун Јанковски**

Завршил учителска школа во Неготин-Краина во 1936 година. Почнал со учителска работа во учебната 1936/37 година. Од 24.11.1949 до 1.09.1953 година работел како просветен инспектор. Потоа работел како учител во Битола и во Скопје, каде е пензиониран.

*Прво прашање*

Што можете да кажете за почетните години во организацијата на основното образование во Македонија?

*Одговор:* Уште во 1945 година, дури траеше борбата за ослободување од фашистичкиот окупатор, Поверенството за народна просвета распиша проглас да се подготват училишните згради, каде што ги имаше, а каде што немаше такви, тогаш да се подготват некои приватни простории (куќи, дуќани) за да послужат како училишни згради за почетокот на учебната година во есента 1945 година.

Во Преспанска околија имаше само 5 учители од бивша Југославија. Тие биле испратени да се состанат со народните одборници во врска со подготовката на училишните згради и отварање на училиштата, како и за избор на проверени младинци кои одговараат за кандидати за учители. По тие консултации е направен список на кандидати за учители. Повеќето од нив биле земени од средните училишта во Битола - гимназијата, економското и земјоделското училиште. Со кандидатите со завршен VI, VII или VIII клас гимназија е организиран еден тримесечен курс, а за оние со помало образование три тримесечни курсеви.

За предавачи на курсевите беа ангажирани професори од средните училишта во Битола и околиски инспектори. За учителите на Македонски јазик од битолската област курсевите се одржуваа во Битола, а за оние на Турски и Албански јазик во Скопје.

На тој начин некаде до 1952-53 година беше обезбеден кадар за одделенската настава на основното училиште.

#### *Второ прашање*

Каква беше улогата на учителите со оформено образование во оспособувањето на кандидатите за учители за воспитно-образовна дејност?

*Одговор:* Со кандидатите за учители најпрво е одржано советување во траење од една седмица, на кое учителите се оформено образовани држеа предавања пред кандидатите за учители, на кои ги запознаваа со најосновните работи, пред се со организацијата и методиката на наставната работа. Работата на тој семинар беше мошне успешна. Покрај тоа, учителите со оформено образование често држеа практични предавања, најчесто од македонски јазик и сметање, на состаноците што беа држани еднаш месечно и на пунктовите состаноци.

Покрај тоа, учителите со оформено образование во непосредните контакти им помагаа на кандидатите и тоа не само за реализацијата, туку и за планирањето и подготовката на наставата.

#### *Трето прашање*

Која литература ја користеа учителите за подготовка на наставата по сметање?

*Одговор:* Во годините по ослободувањето најчесто се применуваше Раководството за учителите од долниот курс на основните училишта во Македонија. Се применуваа и некои методички прирачници од Бивша Југославија, останати кај учителите кои се школуваа пред војната. Од 1946 година се применуваше Почетната настава по сметање од Милан Јанушевиќ, а од 1949 година Методика на наставата по сметање од Марија Ѓорѓевиќ и Живојин Ѓорѓевиќ, која беше преведена на македонски јазик. Од 1952 година често се употребуваше и Методика на наставата по сметање од Станко Првановиќ, а од 1956 и Методика, под редакција на д-р Перо Шимлеша, на српско-хрватски јазик, која се применуваше и како учебник во учителските школи.

#### *Четврто прашање*

Во 1958 година, со реформата, беа направени значителни промени во наставата по математика од I до IV одделение. Што мислите вие за тие промени?

*Одговор:* Во наставата по математика беа воведени множините, со што се промени и методиката на почетната настава. Покрај тоа, наставната програма беше растоварена од потешките содржини - децимални броеви проценти и сл. Овие промени овозможува да се подобри квалитетот на наставата. Подготовките за реализација на новата програма беа добро организирани и спроведени, така што учителите беа оспособени за успешна реализација на наставата по математика.

Издадени беа нови учебници и методичка литература, повеќе како преводи на трудови од хрватски автори, пред се: Практична настава по математика во I одделение од Глигор Дуда и Наставата по математика во основното училиште, I дел, од Лав Рајчиќ, Бранко Павловиќ и Маријан Колетиќ. Со оваа литература значително се придонесе за успешна реализација на наставата по математика. Со воведувањето на множењето поуспешно се обработуваа содржините од природните броеви и операциите со нив.

#### *Петто прашање*

Од 1974 година во примена е нова наставна програма по математика од I до IV одделение. Какво е вашето мислење за таа програма?

*Одговор:* Воведувањето на множествата и математичката логика предизвика голема вознемиреност кај наставниците и родителите на учесниците. Меѓутоа, со семинарите што беа организирани наставниците успешно навлегоа во новите содржини и тогаш полесно ги прифатија новините. Со воведувањето на множествата и операциите со нив броевите и операциите се изведуваа од конкретното, така што и учениците полесно ги совладуваа. Со воведувањето на множествата наставата по математика стана многу поинтересна за учениците, со што се постигнуваше и поголем успех. Учениците повеќе се ангажираа мисловно, полесно се организираше самостојна работа на учениците итн.

Програмата беше проследена со добри учебници и дидактички материјали, што придонесуваа таа успешно да се реализира.

\* \* \*

Од одговорите на прашањата добиени со спроведеното интервју можат да се добијат повеќе сознанија за проблемот што го истражуваме, како што се:

1. Непосредно по завршувањето на Втората светска војна во Македонија имало голем недостиг на наставен кадар за наставата од I до IV одделение. Обезбедувањето на кадарот е вршено со оспособување на незавршени средношколци преку учителски курсеви. На тие курсеви се работело според наставен план и програма за учителските школи во скратена форма. По завршувањето на курсевите посетителите се здобивале со свидетелство за завршено средно учителско образование.

2. На курсевите значајно внимание е посветувано на методичкото оспособување на учителите, а во тие рамки и на методичката подготовка за реализација на наставата по сметање. Покрај тоа, со учителите редовно се организирани семинари и советувања за перманентно стручно усовршување.

3. Големо внимание е посветувано на обезбедувањето на прирачна литература, пред се од областа на методиката на наставата по сметање. Така, во првиот период од развојот (пред 1959 година) се обезбедени: Раководство за учителите од долниот курс на основните училишта во Македонија, во 1949 година од српски јазик е преведена Методиката на наставата по сметање од Марија Ѓорговиќ и Живојин Ѓорѓевиќ; во вториот период од хрватски се преведени од: Практична настава по математика во V одделение од Глигор Дуда и Наставата по математика во основното училиште, прв дел, од Л.Рајчиќ, Б.Павловиќ и М.Колетиќ, а одредени материјали што се однесуваат на наставата по математика од I до IV одделение се отпечатени во Ново основно училиште, зборник на материјали од семинари и Математика во основното училиште, исто така зборник на материјали од семинари;

Во третиот период се обезбедени прирачници за наставникот за реализација на наставата по математика за секое одделение одделно.

4. Реформите на наставата по математика од 1958 и од 1973 година се оценуваат како мошне успешни од аспект на промените во содржината на наставата, подготовките, за наставниот кадар за успешно остварување на реформите и како значаен придонес за унапредувањето на наставата по математика.

## VI. ЗАКЛУЧОК

Резултатите од анализата на повеќе документи, наставни планови и програми за наставата по сметање, односно математика за одделенската настава на основното училиште во Македонија во периодот од 1945 до 1990 година, учебната и прирачната литература од тој период, теориските расправи за осовременување на наставата по математика, како и емпириските податоци до кои дојдовме во истражувањето, наведуваат на следниве сознанија и наоди:

1. Проблемот што го истражуваме, некои карактеристики на развојот на наставата по математика од I до IV одделение во Македонија од 1945 до 1990 година, по својот карактер е регионален, но е актуелен во светски размери, како перманентен процес, кој се одвива во согласност со научниот, техничко-технолошкиот и општествено-економскиот развој. Сметаме дека со ова истражување ќе придонесеме да се согледаат основните карактеристики на развојот на наставата по математика во разгледуваниот период, во однос на:

- усогласеноста на развојот на наставата по математика од I до IV одделение со развојните тенденции во оваа подрачје во светот, согледан низ ставовите на меѓународните конференции за математичкото образование,

- влијанието на релевантните науки, пред се математиката, педагогијата и психологијата, на тој развој,

- условите што се создавани за успешно остварување на развојните тенденции, пред се во однос на обезбедувањето на учебна и прирачна литература, како и грижата за кадарот.

Врз основа на сознанијата од истражувањето позасновано можат да се одредуваат насоките на натамошниот развој на наставата по математика од I до IV одделение.

2. Промените во наставниот план од 1945 до 1988 година се прикажани во табелата V-1.

Според наставниот план од	БРОЈ НА ЧАСОВИ ПО ОДДЕЛЕНИЈА														
	I			II			III			IV			I - IV		
	вкупно	матем	%	вкупно	матем	%	вкупно	матем	%	вкупно	матем	%	вкупно	матем	%
1945	19	6	31,58	19	6	31,58	24	5	20,83	26	6	23,08	88	23	26,14
1949	20	6	30,00	21	6	28,57	25	5	20,00	27	5	18,52	93	22	23,66
1952	18	6	33,33	19	6	31,58	21	6	28,57	23	5	21,74	81	23	28,40
1957	18	6	33,33	19	6	31,58	22	6	27,27	24	5	20,83	83	23	27,71
1959	21	5	23,81	21	5	23,81	22	5	22,73	25	5	20,00	89	20	22,47
1966	21	6	28,57	22	6	27,27	23	6	26,09	25	6	24,00	91	24	26,37
1972	18	6	33,33	19	6	31,58	20	6	30,00	23	5	21,74	80	23	28,75
1980	18	6	33,33	19	6	31,58	20	5	25,00	20	5	25,00	77	22	28,57
1988	18	6	33,33	19	6	31,58	20	5	25,00	20	5	20,00	77	22	28,57

Според резултатите од табелата наставното време што е одредувано за наставата по сметање, односно математика е релативно стабилно и се движи од 22,47% во наставниот план од 1959 година, до 28,75% во планот од 1972 година. Вкупниот број часови за наставата по сметање - математика се движи меѓу 22, според планот од 1959 година, до 24 во планот од 1966 година. Значи, најголеми промени во наставниот план се направени во 1959 година, кога наставното време за предметот математика е намалено од 27,71% на 22,47% или 5,24%, а во 1966 година тоа е зголемено на 26,37%, што значи зголемување за 3,90%. Средната вредност на процентот од часовите за наставата по сметање - математика, во однос на вкупниот седмичен фонд часови е 26,74%, што покажува дека на ова наставно подрачје му е посветувано сериозно внимание во истражуваниот период.

3. Наставната програма по сметање, односно математика во периодот од 1945 до 1990 година се развивала во согласност со развојните тенденции во математичката, педагошката и психолошката наука во разгледуваниот период. Во таа смисла:

а) Во периодот од 1945 до 1990 година целта на наставата по сметање - математика не се дефинира во рамките на структурата на наставната програма, туку таа е содржана или произлегува од општата цел на наставата во целина. Во рамките на реформата од 1958 година целта на наставата по математика во основното училиште е дефинирана во основниот документ Основно училиште, но и тогаш не е составен дел на наставната програма. За прв пат целта е дефинирана во наставната програма од 1980 година, а таа практика е продолжена и при измените на програмата од 1988 година.

Што се однесува до целта на наставата по сметање во првиот период, тежиштето на наставната работа е на усвојувањето на техниката на сметањето, која треба да достигне степен на вештина, како и на практичната применливост на здобиените знаења. Во вториот период посебно се истакнува дека кај учениците треба да се развива способност за мислење, правилно логичко заклучување, способност за комбинирање, проценување и просторно претставување. Меѓутоа, тоа никако не значи занемарување на техниката на сметањето, туку до неа да се доаѓа со свесно усвојување на постапките (алгоритмите).

Во третиот период, пак, конечната цел на наставата по математика е учениците да усвојат форми на мислење карактеристични за математиката како наука. Всушност, тежиштето на наставната работа се поместува од усвојувањето на голем број изолирани математички факти и генерализации, кон математичкото мислење и создавање.

б) Задачите на наставата по математика се изведуваат од општата, односно од дефинираната цел. Во првиот период во задачите доминантно значење им се дава на образовните, материјалните задачи. Причина за тоа е практичната применливост на знаењата од сметање за секојдневниот живот на човекот. За сметка на тоа не се посветува доволно внимание на придонесот на наставата по математика за интелектуалниот развој на учениците и формирањето кај нив на позитивни особини на карактерот и волјата.

Со реформата од 1958 година, појдувајќи од заклучоците на Меѓународната конференција за наставата по математика, одржана во Женева 1956 година, кон дефинирањето на задачите на наставата по математика се изградува поинаков приод, односно паралелно со образовните, за наставата по математика се определуваат уште и развојни и воспитни задачи. Овие задачи се именувани според тогаш прифатената дидактичка терминологија како задачи кои што:

- придонесуваат за интелектуалниот развој на учениците,
- имаат за цел да формираат кај учениците одредени навики и умеенја, и
- придонесуваат за воспитување на карактерот и волјата на учениците.

Со реформата на наставата по математика до 1973 година со задачите на наставата по математика глобално се определуваат знаењата со коишто учениците треба да се здобијат, способностите, умеенјата и навиките коишто треба да ги стекнат, како и воспитните влијанија коишто треба да ги има наставата по математика врз развојот на карактерот и волјата на учениците. Ваквиот приод е во согласност со современите дидактички сфаќања за задачите на наставата воопшто. Прифатени во современата методика на наставата по математика, како и со заклучоците на меѓународните конференции на наставата по математика, посебно со оние на Третиот меѓународен конгрес за математичкото образование, одржан во Карлсрус - Германија, во 1976 година.

4. Што се однесува до содржината на наставата и промените коишто настанувале во неа, во истражувањето дојдовме до следниве сознанија:

а) Во првиот период на изборот на содржините на наставата по сметање најголемо влијание имаат сфаќањата кои поаѓаат од:

- местото и улогата на аритметиката во математичката наука, која може да се согледа низ максимата на познатиот германски математичар Карл Фридрих Гаус - "Математиката е кралица на науката, а аритметиката е кралица на математиката", и
- потребата од математички знаења за секојдневното живеење на човекот.

Главна поради ваквите сфаќања наставната програма по сметање во периодот од 1945 до 1952 година содржински е преоптоварена. Меѓу содржините се наоѓаат и такви коишто не се примерени на можностите на учениците - операции со дробки и со децимални броеви, проценти, просто правило тројно, пресметување плоштина на триаголник и четириаголник. Во прилог на ваквата констатација се сознанијата од емпириските податоци од истражувањето, како и податокот што во 1952 година тие содржини се изоставени од наставната програма. Во овој период не е изграден посериозен систем на геометриски знаења, туку се останало на ниво определено од применливоста на знаењата во практиката.

Новите идеи во математичката наука - множествата, релациите, математичката логика, математичките структури - не нашле соодветен одраз и во содржината на наставата по математика. Посериозен обид во таа насока е направен во рамките на реформата од 1958 година, меѓутоа без суштинска реализација, а се останало само на ниво на идеја. Имено,



тогаш во наставната програма се внесени содржини од множини и операции со нив, кои што имале карактер на предумеричка математика, без посериозна математичка функција, туку само со дидактичко-методичка намена.

Заклучоците на Меѓународната конференција за математичкото образование, одржана во Женева 1956 година, коишто се однесуваат на содржината на наставата по математика од I до IV одделение, во нашата земја целосно се реализирани во 1973 година. Имено, со реформата на наставата по математика на сите степени на образование, наставната програма по математика од I до IV одделение, покрај класичните, аритметичките содржини, коишто се однесуваат на природните броеви и операциите со нив, опфаќа уште и содржини од:

- елементи од теорија на множествата,
- релации,
- пресликување (функции), и
- елементарна алгебра (равенки и неравенки).

Покрај тоа, во почетните одделенија аритметичкиот и геометрискиот материјал се разгледуваат во единство, а посебни теми за геометриските содржини се определуваат во III и IV одделение, што е во согласност со дефинираните нивоа на геометрискиот развој на учениците. Геометриските содржини во програмата се дадени во логичен и конзистентен систем, којшто овозможува обработка и дефинирање на новите поими врз основа на изучените.

Од аспект на ставовите изградени на Третиот меѓународен конгрес за математичкото образование, одржан во Карлсруе, 1976 година, може да се смета дека наставната програма по математика од I до IV одделение во Македонија ги одразува современите тенденции во светот, коишто се однесуваат на математичкото образование на учениците од почетните одделенија на основното училиште.

Значајно е да се напомене дека при изборот на содржините и определувањето на нивниот редослед се почитувани сознанијата на психолошката и педагошката наука за можностите на учениците да ги сфатат истите, но и да придонесуваат на нивниот развој, особено во поглед на усвојувањето на форми на мислење карактеристични за математичката наука, односно да придонесат за рационална и ефикасна настава. Покрај тоа, наставата по математика има и пропедевтички карактер, односно се создава основа за натамошно продолжување на математичкото образование на учениците.

Емпириските податоци од вреднувањето на програмата во периодот од 1974 до 1978 година, од страна на Републичкиот завод за школство, од вреднувањето на делот од програмата што се однесува на III и IV одделение по промените во 1985 година, како и сознанијата добиени во ова истражување, покажување дека содржината на наставната програма, по својот обем и длабочина, одговара на психофизичките можности на учениците.

5. Методиката на наставата по математика во истражуваниот период се развивала во согласност со сознанијата на релевантните науки за ова подрачје, односно соодветствува на достигнатиот степен во развојот на математичката, педагошката и психолошката наука во определените

периоди. До ваквата констатација дојдовме врз основа на следниве сознанија:

а) Во првиот период доминантно значење е придавано на фронталната форма на наставна работа. Во неа доминира активноста на наставникот, која учениците внимателно ја следат, а потоа ја репродуцираат. Дури и при организација на самостојна работа на учениците "учителот поставува задача што треба да се изработи, ги дава потребните објаснувања за работата, но работите ги изведуваат самите ученици".<sup>20)</sup>

Во вториот период, под влијание на сознанијата на педагошката и психолошката наука, во наставната практика во Македонија почнуваат да се воведуваат и други форми на наставна работа - групната и индивидуалната. Индивидуализација на наставата се остварува, пред се, со примена на програмирана настава и со наставни ливчиња.

Во третиот период се надоградуваат искуствата во однос на примената на групата и индивидуалната форма на наставна работа, а почнува да се применува и работата во парови. За овој период може да се смета дека мошне успешно се остварува индивидуализација на наставата со примена на наставни ливчиња. Меѓутоа, и натаму фронталната форма на наставна работа најчесто се применува.

б) Што се однесува до наставните методи, во првиот период, главно, се применуваат вербално-текстуални методи - усно излагање (објаснување), разговор (евристички метод), метод на работа со учебник и метод на писмени и графички работи на учениците. Методот на работа со учебник, главно, се применува при повторувањето на обработениот материјал и при решавањето на задачи, кога се организира самостојна работа на учениците и се решаваат задачи зададени во учебникот. Писмените работи на учениците се подразбираат како самостојно решавање на задачи од страна на учениците. Со нив, покрај вежбањето на учениците за самостојно решавање задачи, се врши проверка и оценување на здобиените знаења.

Во вториот период, уште во текот на подготовките на реформата од 1958 година, се врши поинаква класификација на наставните методи, односно како критериум во класификацијата се зема патот, начинот на кој учениците ги здобиваат и утврдуваат знаењата. Според овој критериум во наставата по математика се применуваат следниве наставни методи: монолошки (раскажувачки), развоен (дијалошки), пронаоѓачки (продуктивен) и метод на самостојна работа на учениците. Од дефинирањето на наведените наставни методи може да се воочи дека, во однос на првиот период, е направен значителен чекор напред, посебно во развојниот и продуктивниот метод, особено во однос на активноста на учениците во процесот на здобивањето на знаењата, што е во согласност со достигнатиот степен во развојот на педагошката и психолошката наука.

Во третиот период класификацијата на наставните методи се врши врз основа на средствата со кои се воспоставува врска помеѓу учениците и наставните содржини. Според оваа класификација во наставата по математика се применуваат следниве наставни методи:

20) Ѓорѓевиќ, М., Ѓорѓевиќ, Ж., Методика на наставата по сметање во основното училиште, Државно книгоиздателство на Македонија, Скопје, 1949, стр. 27.

- вербално-текстуален, методи при кои знаењата на учениците им се соопштуваат писмено или усно (усно излагање, разговор, метод на работа со текст, писмени работи на учениците),

- илустративно-демонстративен, знаењата се здобиваат врз основа на набљудување, и

- лабораториско-експериментален, во кој учениците се здобиваат со знаења врз основа на сопствена практична активност.

Во дефинирањето на наставните методи се поаѓа од активноста на ученикот во наставниот процес. Методот на работа со текст не подразбира само повторување и утврдување на материјалот, туку и самостојно здобивање на знаења од страна на учениците, во илустративно-демонстративниот метод учениците активно учествуваат во набљудувањето, вршат анализа, споредување, апстрахирање, генерализирање; во експериментално-лабораторискиот метод учениците сами практично работат, прибираат математички факти, мерат, споредуваат и самостојно изведуваат заклучоци. Во ваквиот приод кон дефинирањето на наставните методи се почитуваат современите достигнувања на педагошката психологија за ефикасното учење, како и на современата педагошка наука за организацијата на наставата при што ќе се обезбедат оптимални услови за ефикасно и резултатно учење.

в) Развојот на методиката на наставата по математика во истражуваниот период најдобро може да се согледа низ развојот на методичките постапки на воведувањето на природните броеви и операциите со нив. Имено, во наставата по математика од I до IV одделение централно место заземаат содржините од природните броеви и операциите со нив. Оттаму и во методиката на наставата по математика најголемо внимание се посветува на методичките приоди што се однесуваат на формирањето на поимот природен број и обработката на операциите со природните броеви. Во првиот период методиката на наставата по сметање е градена според перцептивно-претставниот приод во формирањето на поимот природен број и обработката на операциите со природните броеви. Основа на овој период е сензуалистичката психологија, а во методиката на наставната работа големо значење се дава на сетивното познание, при што доминантно значење, како извори на перцепции и претстави, имаат бројните слики и илустративното претставување на количинските односи. Перцептивно-претставниот приод има значителни слабости, а главно му е статичноста на бројните слики. Имено, бројните слики во кои елементите се секогаш со ист распоред бројноста на елементите ја поистоветуваат со нивниот распоред. Од тоа произлегува и наредната слабост, која се гледа во големата тешкотија во сфаќањето на инваријантноста на бројот на елементите во множеството, затоа што статичните слики не овозможуваат промена на нивниот редослед. Сведувајќи го формирањето на поимот природен број на набљудување на статички бројни слики. Овој методички приод занемарува повеќе вредни и значајни активности, како на пример сопственото манипулирање на учениците со конкретни објекти и вербалните активности со кои материјалната дејност со конкретните објекти се трансформираат во ментални операции со броеви. Покрај тоа, со овој приод не се создаваат поволни претпоставки учениците да ги апстрахираат небитните својства и да ги генерализираат битните.

Наведените слабости на перцептивно-претставниот приод придонесуваат постепено тој да се напушта, а неговото место го зазема броевиот, кој доминира во вториот период. Според броевиот приод поимот природен број и операциите со природните броеви се изградуваат со помош на броење и активности со броеви. Овој приод поаѓа од претпоставката дека децата со доаѓањето во училиштето знаат да бројат и тоа знаење се зема како средство за запознавање на броевите, релациите меѓу нив и операциите со нив.

Броевиот приод покажал повеќе слабости, меѓу кои позначајни се:

- не се воспоставува соодветна врска помеѓу броевите и операциите со нив и објективната стварност,

- операциите со броевите се сфаќаат како чиста техника на сметање,

- недоволно ги почитува карактеристиките на интелектуалниот развој на учениците,

- не ги почитува психолошките законitosti за формирање на менталните операции, какви што се: собирањето, одземањето, множењето и делењето на природните броеви.

Посериозен обид за надминување на некои од наведените слабости е направен со воведување во прво одделение на предумеричка математика, со воведување на содржини од "множини" и операции со нив. Меѓутоа, воведувањето на овие содржини останало повеќе како идеја, без посериозна практична реализација.

Воочените слабости на двата напред наведени методички приоди се надминати со множествениот приод во формирањето на поимот природен број и воведувањето на операциите со природните броеви. Според овој приод поимите природен број, релациите меѓу природните броеви и операциите со нив се изградуваат врз основа на работа со множества од конкретни предмети, при што се апстрахираат небитните и се генерализираат битните, квантитативните својства. Всушност, при овој приод множествата се појдовна основа, а поимите природен број и операциите со природни броеви се цел на учењето во наставата по математика. За да можат да се формираат поимите природен број и операциите со природните броеви, множествата прво се воочуваат, со нив се манипулира, активностите со множествата вербално се искажуваат, графички се прикажуваат, при што сите дејности се поврзуваат со постапки на апстракција и генерализација. На тој начин се остварува:

- врската помеѓу броевите и операциите со нив со објективната стварност,

- усогласеност на формирањето на математичките поими со дијалектичкиот пат на познанието,

- градењето на математичките поими е усогласено со психолошкиот процес на формирањето на мисловните дејности (материјално-вербално-мисловно изведување на дејноста),

- почитување на карактеристиките на психичкиот развој на учениците, односно овој приод е прилагоден на карактеристиките на интелектуалниот развој на учениците,

- изградување на сознание дека зборовите со кои се именуваат броеви означуваат бројност на множество, а исказите и симболичкото за-

пишување на операциите со броевите ги одразуваат врските и односите на кардиналните броеви на множествата.

Покрај тоа, множествениот приод мошне ефикасно се комбинира со броевиот при обработката на операциите со поголемите природни броеви, со што наставата по математика се прави поефикасна и порационална.

Ваквите сознанија за развојот на методичките приоди во обработката на природните броеви, релациите меѓу нив и операциите со нив, покажуваат дека методиката на наставата по математика од I до IV одделение во истражуваниот период, во својот развој, го следи развојот на педагошката, психолошката и математичката наука и ги користи современите сознанија на овие науки за сопственото унапредување и усовршување.

6. Концепцијата на учебниците во трите периоди соодветствува на односот меѓу наставникот и ученикот во наставата и функцијата на учебникот како основно наставно средство во тој однос. Имено, во првиот период на релативно пасивната улога на ученикот во наставниот процес, во кој е доминантна активноста на наставникот, учебникот е извор на знаења кои учениците треба да ги усвојат на степен на репродукција (учење на правила за изведување на аритметички операции, дефиниции на геометриски поими, постапки за пресметување геометриски величини или за цртање на геометриски цртежи и сл.), а здобиените знаења да ги применуваат при решавање на задачите коишто се дадени во учебникот.

Во вториот период доаѓа до одредено унапредување на концепцијата, особено во однос на обработката на правилата и постапките за изведување на аритметичките операции. Тие се конструирани во модели, коишто учениците треба да ги разберат, а потоа да ги применуваат практично при решавањето на различни типови задачи. Меѓутоа, моделите се дадени во готов вид, без поголема заснованост на соодветни математички закони и правила. Обично вака дадените модели учениците ги усвојуваат формално, без сознание од каде тие следуваат. Сепак, моделите се дадени во систем, со кој се олеснува патот по кој учениците ги научуваат, но не може да се смета дека и ги разбираат. Покрај тоа учебниците претставуваат збирки на систематизирани задачи, кои се дадени во доволен број за усвојување, проширување и продлабочување на здобиените знаења.

Во третиот период е направен значаен чекор напред во однос на усовршувањето и унапредувањето на концепцијата на учебниците. Со прифаќањето на концепцијата за работен учебник и нејзиното практично остварување, обезбедено е современо наставно средство со кое се обезбедува:

- примена на учебникот во сите етапи на наставниот час,
- учениците да го користат учебникот за самостојно добивање на математички знаења, а истовремено да се оспособуваат истиот да го користат како стручна книга,
- составен дел на учебниците (освен за прво одделение) се работните тетратки, кои всушност се работниот дел од учебникот,

- илустративниот материјал обезбедува набљудување врз основа на кое можат да се генерализираат битните својства на математичките објекти коишто се проучуваат,

- создадени се мошне поволни услови за практична работа на учениците, за мерење, за споредување, за анализа и синтеза, а врз основа на тоа и за изведување на засновани заклучоци,

- моделите според кои се изведуваат аритметичките операции се засновани на математички правила и законитости. Покрај тоа, тие модели се изведуваат по дефинирани математички постапки, на начин достапен на можностите на учениците, со што се создадени основните претпоставки тие да ги разберат и практично да ги применат.

Според тоа, врз основа на споредбена анализа на концепцијата на учебниците во трите периоди, може да се смета дека таа била во постојан развој, ги вградувала во себе достигнувањата на релевантните науки за ова подрачје од наставата по математика и достигнала степен на развој кој може да се оцени како современ, научно заснован и практично применлив. Имено, во современата концепција на учебниците по математика од I до IV одделение во Македонија се вградени современите сфаќања на математичката, педагошката и психолошката наука, со што на истите им даваат белег на современо наставно средство коешто има значајно влијание на квалитетот на наставата по математика, што е потврдено и со вреднувањата на истите, остварени во периодот од 1974 до 1978 година, како и во учебната 1987/88 година за учебниците за III и за IV одделение.

7. Во годините по Втората светска војна, кога во Македонија се конституира воспитно-образовниот систем, еден од најсериозните проблеми е недостигот на наставен кадар на сите степени на образование. Во почетокот наставен кадар за одделенската настава е обезбедуван преку учителски курсеви, а набрзо потоа и од редовните учителски школи. Во наставниот план за учителските школи, покрај општообразовните предмети, што се изучуваат во гимназиите, се изучува педагогија (во II, III и IV година со по 2 часа седмично), психологија (во II и III година со по 2 часа седмично) и практично методичко образование (во III и IV година со по 4 часа седмично). Курсевите работеле по скратен наставен план и програми за учителските школи. На почетокот на вториот период, појдувајќи од сознанијата за сложеноста и комплексноста на учителската дејност, образованието на учителите е подигнато на степен на више образование. Основна определба за ваквиот потег е потребата наставата од I до IV одделение да се издигне на повисоко квалитативно ниво. Тогаш почнува процес на престанување на дејноста на учителските школи, а образованието на учителите (наставниците за одделенска настава) се пренесува на групите за одделенска настава на педагошките академии во Македонија.

Во наставниот план за педагошките академии најголем дел од наставното време зафаќаат методиките, односно оспособувањето за професионална работа (во вториот семестар 8 часа седмично 4 часа теорија и 4 часа вежби а во третиот семестар 22 часа - 11 часа теорија и 11 часа вежби и во четвртиот семестар 26 часа седмично - 10 часа теорија и 16 часа вежби). Педагогија се изучува со 6 часа седмично во првиот семес-

тар - 4 часа теорија и 2 часа вежби и во вториот семестар со 5 часа седмично - 3 часа теорија и 2 часа вежби, а психологија со 5 часа седмично во првиот и вториот семестар - 3 часа теорија и 2 часа вежби.

Очигледно е дека во наставниот план на педагошките академии е нагласено образованието за професионалната дејност, за кое се претпоставува дека ќе обезбеди поголем квалитет во наставата.

Во осумдесеттите години во реализацијата на наставата во одделенската настава на основното воспитание и образование се вклучуваат и кадри со завршен филозофски факултет - група педагогија, што е одредено со постојниот Закон за предучилишно и основно воспитание и образование.

Меѓутоа, последниве години во стручната јавност се почесто се истакнува идејата образованието на наставниците за одделенска настава да се подигне на VII-1 степен, односно тоа да се остварува на соодветен факултет за образование на овие профили кадри, за што Заедницата на универзитетите на Македонија во 1994 година започна со конкретни активности, а во 1995 тие се остварени.

Ваквите појави во промената на степенот и на структурата на образованието на наставниот кадар за одделенската настава на основното воспитание и образование можат да се сметаат како показател на грижата на општеството за поквалитетна настава воопшто и на настава по математика посебно, на овој степен на образование.

# **ПРИЛОЗИ**



## ПРИЛОГ 1

### ПРИВРЕМЕН ПЛАН ЗА ОБУКА ВО ОСНОВНИТЕ УЧИЛИШТА

#### Предмети

##### I одделение

1. Вероучение (факултативно, незадолжително)
2. Народни јазик (обука за четене и писане)
3. Предметно ученје
4. Сметанје
5. Рисуванје
6. Пеенје
7. Гимнастика

##### II одделение

1. Вероучение (незадолжително)
2. Народни јазик
3. Предметно ученје
4. Сметанје
5. Рисуванје
6. Пеенје
7. Гимнастика

##### III одделение

1. Вероучение (незадолжително)
2. Народни јазик
3. Сметанје
4. Отчествознание
5. Историја (прикаски за најважните собитија из нашата историја)
6. Природознаније
7. Рисуванје
8. Пеенје
9. Гимнастика
10. Рачна работа

##### IV одделение

1. Вероучение (незадолжително)
2. Народни јазик
3. Сметанје и геометрија
4. Географија на Југославија и соседните балк. држави
5. Историја на Македонија и Југославија
6. Природознание
7. Рисуванје
8. Пеенје
9. Гимнастика
10. Рачна работа

**ПРИВРЕМЕН НАСТАВЕН ПЛАН**  
на основните училишта од 1945 година

Предмети	Одделенија			
	I	II	III	IV
1. Народен јазик	9	9	5	5
2. Историја	-	-	2	3
3. Земјопис	-	-	3	3
4. Природознание	-	-	4	4
5. Сметање	6	6	5	6
6. Цртање	-	-	1	1
7. Пеење	1	1	1	1
8. Гимнастика	1	1	1	1
9. Краснопис	1	1	1	1
10. Верска настава (незадолжително)	1	1	1	1
Сè на сè неделно :	19	19	24	36

**Проект:** Развој на програмата по математика од I до IV одделение во Македонија од 1945 до 1991 година

**П Р А Ш А Л Н И К**

**за учителите од I до IV одделение**

Име и презиме \_\_\_\_\_

Место \_\_\_\_\_

Степен на образование \_\_\_\_\_

Учителското образование го оформил со завршувањето на \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ во \_\_\_\_\_ година (курс или учителска школа)

Како наставник во одделенската настава работел од \_\_\_\_\_ до \_\_\_\_\_

**Скопје, јануари 1994 година**

## I. За проектот

Со овој проект имаме цел да го проучиме развојот на наставата по математика од I до IV одделение во Македонија од 1945 до 1991 година. Притоа, паралелно со проучувањето на развојот на наставната програма, предмет на проучување ќе биде и методиката на наставата, учебната и прирачната литература, како и кадровската екипираност на основното образование. Сознанија за реализација на проектот ќе добиеме со проучување на постојната документација, која што се однесува на проблемот на истражувањето (наставните програми, нормативните акти, статистички показатели, заклучоци на меѓународни организации за наставата по математика) учебната и прирачната литература.

Меѓутоа, одредени сознанија, мошне значајни за проектот, можат да се добијат и од наставници за одделенска настава и раководители на курсевите за учителите кои што се одржувани во 1945, 1946 и 1947 година. Мислењата и судовите на овие профили кадри сакаме да ги добиеме преку анкета и интервју. Во примерокот наставници кои што се опфатени со анкетата, се наставници од одделенска настава, кои изведувале настава од I до IV одделение во периодот од 1945 до 1980 година и тоа дел од нив кои образование го стекнале преку курсеви и дел преку редовното школување во учителските школи.

## II Упаство за пополнување на прашалникот

За поедноставна обработка на одговорите на прашањата, проценката на одделни аспекти на програмата и активностите кои што се преземени во врска со неа се врши со скала од 2, 3, 4 или 5 можности.

Скалата со 5 можности ги има следниве квалитети.

- 5 - одличен (квалитет изразен максимално) ..... 5 бода
- 4 - многу добар (квалитет што е изразен прилично максимално) ..... 4 бода
- 3 - добар (квалитет што е изразен средно) ..... 3 бода
- 2 - доволен (квалитет што е изразен минимално) ..... 2 бода
- 1 - недоволен (нема основа за позитивна оценка на квалитетот) ..... 1 бод

Доколку на прашањата е понудена скала со 5 одговори, вие ја заокружувате онаа оценка што одговара на интензитетот на вашиот суд. На пример, ако на прашањето 20. "Вашата оценка за степенот на совладаноста на наставната програма по 1973 година од страна на учениците", сите се одлучиле за оценката 4, одговорот ќе изгледа вака:

**14.** Вашата оценка за степенот на совладаноста на наставната програма по 1973 година од страна на учениците:

5                      4                      3                      2                      1

Во прашалникот има неколку прашања на кои се понудени одговори со 3 или 4 можности. На овие прашања одговарате со заолружување на буквата пред оговорот кај што најмногу одговара на вашиот суд. На пример, ако на прашањето 10. "Дали, според вашето мислење, воведувањето на множините придонесе наставата по математика во I одделение да биде на повисоко квалитативно ниво?" Сте се одлучиле за оценката а) придонесе во голема мера, тогаш одговорот ќе изгледа вака:

10. Дали, според вашата оценка; воведувањето на можните придонеси наставата по математика во I одделение да биде на повисоко квалитативно ниво?

- а) Придонесе во голема мера;
- б) Придонесе но не доволно;
- в) Не придонесе.

На сличен начин се одговара и на прашањата со 3 можности.

Дел од прашањата се со две алтернативи ДА, односно НЕ. На овие прашања се одговара со заокружување на одговорот кој е во согласност со вашиот став. На пример, ако на прашањето "Дали според вашата оценка, во наставните програми по сметање од 1945 до 1958 година имаше содржини кои учениците ги совладуваа со големи тешкотии? Сте се одлучиле да одговорите со ДА, одговорот ше изгледа вак:

ДА

НЕ

За некои од овие прашања се бара и образложение на вашиот суд. Тоа треба да го направите кратко, со директно образложение на судот и наведување на фактите врз основа на кои е изграден.

### III Прашања

**1. Вашата оценка за степенот на подготвеноста за реализација на наставата по сметање - математика, по оформувањето на образованието:**

- а) Солидно бев подготвен - а;
- б) добро бев подготвен - а;
- в) бев подготвен - а на задоволително ниво;
- г) мошне слабо бев подготвен - а;

(Заокружете го одговорот што е во согласност со вашето мислење)

**2. Дали редовно се организира активности за подготовка на учителите, за унапредување на наставата по сметање во периодот од 1945 до 1958 година?**

ДА

НЕ

(Заокружете го одговорот што е во согласност со вашето мислење)

**2.1. Доколку на ова прашање сте одговориле со Да, наведете подолу кои организациони форми најчесто се применуваа? (Семинари, советувања, посета на практични прздавања и сл.)**

---

---

---

---

**3. Кој од овие наслови сте користеле како методичка литература за наставата по сметање?**

- а) Раководство за учителите од долниот курс на основните училишта во Македонија, издадено од Поверенството за народна просвета на Македонија 1945 година;
- б) Почетна настава по сметање од Милан Јанушевиќ;
- в) Методика на наставата по сметање од Марија Ѓорѓиевиќ и Живојин Ѓорѓиевиќ;
- г) Методика И, под редакција на Перо Шимлеша;
- д) \_\_\_\_\_

(Заокружете ја буквата пред секој наслов што сте го користеле, а доколку сте се служеле и со некој друг, наведете го под д)

**4. Дали според вашата оценка, во наставните програми по сметање од 1945 до 1958 година имаше содржини кои учниците ги совладуваа со големи тешкотии?**

ДА

НЕ

(Заокружете го одговорот што е во согласност со вашето мислење)

4.1. Доколку на ова прашање сте одговориле со ДА, наведете ги подолу тие содржини.

---

---

---

5. Во периодот од 1945 до 1958 година промени во програмата се вршени во 1947, 1949, 1950 и 1952 година. Дали, според вашата оценка, тие промени придонесуваа за подобрување на програмата?

ДА

НЕ

(Заокружете го одговорот што е во согласност со вашето мислење)

5.1. Ако на ова прашање сте одговориле со НЕ, образложете го подолу одговорот.

---

---

---

6. Дали според вашата оценка, учебниците од периодот до 1958 година придонесуваа за успешна реализација на наставната програма?

- а) Придонесуваа во голема мера;
- б) Придонесот може да се оцени како добар;
- в) Придонесуваа на задоволително ниво;
- г) Придонесот може да се оцени како минимален.

(Заокружете го одговорот што е во согласност со вашето мислење)

7. Според вашата оценка со каков успех учениците ја совладуваа наставната програма по сметање од 1945 до 1958 година?

5

4

3

2

1

(Заокружете го одговорот што е во согласност со вашето мислење)

7.1. Доколку на ова прашање сте одговориле со 2 или 1, образложете го подолу одговорот.

---

---

---

8. Во 1959 година, во рамките на активностите во врска со реформата на основното образование, беа направени значителни промени во содржината на наставата по математика од I до IV одделение и методика на наставната работа. Каква е вашата оценка за подготовката на наставниот кадар за успешна реализација на новата програма по математика?

- а) Подготовките беа мошне успешни;
- б) Подготовките беа добри;
- в) Подготовките беа на задоволително ниво;
- г) Подготовките беа мошне слаби.

(Заокружете го одговорот што е во согласност со вашето мислење)

9. Дали според вашето мислење, реформата од 1958 огидна придонесе за подобрување на квалитетот на наставата по математика од I до IV одделение?

ДА

НЕ

(Заокружете го одговорот што е во согласност со вашето мислење)

9.1. Доколку на ова прашање сте одговориле со НЕ, образложете го подолу одговорот.

---

---

---

10. Дали, според вашето мислење, воведувањето на множините придонесе наставата по математика во И одделение да биде на повисоко квалитативно ниво?

а) Придонесе во голема мера;

б) Придонесе но не доволно;

Не придонесе.

(Заокружете го одговорот што е во согласност со вашето мислење)

11. Дали според вашата оценка, во програмата по математика од 1959 до 1973 година имаше содржини кои учениците ги совладуваа со големи тешкотии?

ДА

НЕ

(Заокружете го одговорот што е во согласност со вашето мислење)

11.1. Доколку на ова прашање сте одговориле со ДА, наведете ги подолу тие содржини.

---

---

---

12. Дали според вашето мислење, од 1959 до 1973 година редовно се организираа активности за унапредување на наставата по математика?

ДА

НЕ

(Заокружете го одговорот што е во согласност со вашето мислење)

12.1. Доколку на ова прашање се одговориле со ДА, наведете ги подолу формите на тие активности. (курсеви, семинари, советувања, посета на практични часови и организаторот на истите).

---

---

---

13. Кои од наведените прирачници сте ги користеле како методичка литература за наставата по математика?

а) Ново основно училиште, зборник на материјали од семинари, издаден од Републичкиот завод за школство;

б) Наставата по математика во основното училиште од Л. Рајчиќ, Б. Павловиќ и М. Колетиќ, во издание на Просветно дело, Скопје, 1961 година;

в) Практична настава по математика во И одделение од Глигор Дуда, во издание на Просветно дело, Скопје, 1959 година;

г) Математиката во основното училиште, зборник на материјали од семинари;

д) \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

(Заокружете ја буквата пред секој наслов што сте го применувале, а ако сте користеле некој што не е наведен, напишете го под д).







## ЛИТЕРАТУРА

1. Аговски, З., Целта и задачите на наставата по математика според новата наставна програма, Ново основно училиште, Просветно дело, Скопје, 1959
2. Аговски, З., Крстиќески, М., Наставата по математика во IV одделение, Математика во основното училиште, Просветно дело, Скопје, 1960.
3. Андришиќ, Н., Нека решења за успешан прелаз на нови програм математике, Педагошка стварност, Нови Сад, 1975, бр.6
4. Algenfinger, B., Nestle, F., Wege zu finer Schulmatematics, Freiburg, 1967
5. Ансаров, Р. и други, Математика за I одделение, Просветно дело, Скопје, 1974
6. Ансаров, Р., и други Математика за II одделение, Просветно дело, Скопје, 1975
7. Ансаров, Р., и други Математика за III одделение, Просветно дело, Скопје, 1976
8. Ансаров, Р., и други, Математика за IV одделение, Просветно дело, Скопје, 1977
9. Ансаров, Р., и други, Математика за I одделение, прирачник за наставникот, Просветно дело, Скопје, 1974
10. Ансаров, Р. и други, Математика за II одделение, Прирачник за наставникот, Просветно дело, Скопје, 1975
11. Ансаров, Р., и други, Математика за IV одделение, Прирачник за наставникот, Просветно дело, Скопје, 1977
12. Бандиќ, И., Одломци из очигледне наставе геометрије у осмогодишњој школи, Завод за уџбенике и наставна средства НР Србија, Београд, 1957
13. Бантова, М.А., Методика преподавания и математики в начальных классах, Просвещение, Москва, 1973
14. Benčić, V., Multimedijiski izvori znanja u početnoj nastavi matematike, matematika, Beograd, 1977, br.2
15. Benčić, V., Markovac, J., Teme iz nastave matematike u I razredu, osnovne škole, Školske novine, Zagreb, 1972
16. Блох, А. Я., Черкасов, Р.С., О современных тенденциях в методике преподавания математики, Математика в Школе, Москва, 1989, Но 5
17. Бркиќ - Девчиќ, Ј., Сувремена математика у новом наставном програму за основне школе у СР Хрватској, Математика, Београд, 1972, бр.1
18. Брунер, Дж., Процесс обучения, Просвещение, Москва, 1962
19. Вельковиќ, М., Сметанка за I одделение, Просветно дело, Скопје, 1956
20. Вельковиќ, Д., Школување на наставните кадри, "20 години образование, култура и наука во СР Македонија", Нова Македонија, Скопје, 1966
21. Галперин, П.Ј., За истражувањето на интелектуалниот развој на детето, Просветно дело, Скопје, 1976, бр. 5-6

22. Гнеденко, Б.В., Математика - наука деревны и молода, Математика и кибернетика, Москва, 1972
23. Gnjenenko, B. V., O formizaciju matematičkih pojmova, Nastava matematike, Beograd, 1982, IX (XXXI), 1-2
24. Давидов, В. В., Взрастные возможности усвоения знаний, Просвещение, Москва, 1966
25. Давидов, В. В., Опыт введения элементов алгебры в начальной школе, Советская педагогика, Москва, 1962, No 8
26. Дајовић, В., О реформи наставе математике, Настава математика, Београд, 1974, I(XXIII), 1
27. Devide, V., "Nova matematika" u nastavi, Matematika, Beograd, 1973, br.3
28. Devide, V., O nekim problemima suvremene nastave matematike, Matematika, Beograd, 1972
29. Дедоне, Ж., Надо ли учить "современной" математике, Математика в школе, Москва, 1976, No 1
30. Despotović, R., Pojam dimenzije u nastavi matematike, Matematika, Beograd, br.3
31. Devčić, V., Valorizacija nastavnog programa matematike za osnovnu školu u SR Hrvatskoj, Nastava matematike, Beograd, 1978, V(XXVII), 1-2
32. Димитриев, Г.Д., Кризисное состояние математического образования в школах США, Математика в школе, Москва, 1984, No 5
33. Dines, Z., Building up mathematics, London, 1960.
34. Dines, Z., Golding, H., Les premiers pas en mathématique - Logique et jeu logique, O.C.D.L., Paris, 1966
35. Долбиллин, Н.П., Никольский, VI Международный конгресс по математическому образованию, Заметки о конгрессе, Математика в школе Москва, 1989, No 5
36. Дуда, Г., Практична работа по математика за I отделение, Просветно дело, Скопје, 1959.
37. Дуда, Г., Броеви во бои, Просветно дело, Скопје, 1960.
38. Džorđević, J., Savremena nastava, Naučna knjiga, Beograd, 1981
39. Ђорђевић, Ј., Савремене теорије и схватања о улози учења у интелектуалном формирању, Настава и васпитање 1971, бр.5
40. Ђорђевиќ, М., Ђорђевић, Ж., Методика на наставата по сметање, Државно книгоиздателство на Македонија, Скопје, 1949.
41. Ђурашковић, Ц., Реч-две о потреби реформе наставе математике, Математика, Београд, 1975, бр.1.
42. Ивановски, Ѓ., Работа со множини во I отделение, Ново основно училиште, Просветно дело, Скопје, 1959
43. Ивановски, Ѓ., Наставата по геометрија во II отделение, Математика во основното училиште, Просветно дело, Скопје, 1960
44. Илић - Дајовић, М., Математика и стварност, настава математике, Београд 1979, бр.1-2
45. Илић - Дајовић, М., О реформи наставе математике у школама у Јапану, Настава математике, Београд, 1980, VII (XXIX), 1
46. Илић - Дајовић, М., Нека питања почетне наставе математике, Настава математике, Београд, 1980, VII (XXIX), 1

47. Якиманска, И.С., Развитие пространственного мышления школьников, Педагогика, Москва, 1980
48. Јањушевић, М., Почетна настава рачуна, Просвета, Београд, 1946.
49. Jaroševski, M.G., Psihologija u XX stoljeću, Svjetlost, Sarajevo, 1981
50. Јаћевић, П., Обрада прве десетице у активној народној школи, Шумадија, Крагујевац, 1938
51. Јовановић, Ј., Методика наставе у народној школи, Издавачка књи-  
жарница Геце Кона, Београд, 1926.
52. Келкоцев, И., Сметанка со геометрија за IV одделение, Просветно  
дело, Скопје, 1953
53. Келкоцев, И., Сметанка со геометрија за III одделение, Просветно  
дело, Скопје, 1956
54. Колетиќ, М., Филиповиќ, Ф., Сметанка за II одделение, Државно  
книгоиздателство на Македонија, Скопје, 1946.
55. Koletić, M., Osnovi početne nastave matematike u svetlu istraživanja  
J.Piageta, Pedagoški rad, Zagreb, 1967, br.1-2
56. Колягин, Ю. М., Луканкин, Г. Л., Основные понятия современного  
школьного курса математики, Просвещение, Москва, 1974
57. Колягин, Ю. М., и други, Методика преподавания математики в сред-  
ней школе, Просвещение, Москва, 1975
58. Krneta, Lj., Škola na putevima progressa, Svojetlost, Sarajevo, 1981
59. Латковић, М., Упознавање променљиве у разредној настави, Матема-  
тика, Београд, 1976, бр.1
60. Латковић, М., О изучавању својства операција са природни бројевима  
у почетној настави по нови програму, Математика, Београд, 1976,  
бр.4
61. Leitzmann, VV., Metodik des mathematischen unterrichts, Band, Heidel-  
berg, 1953
62. Лекић, Ѓ., Методологија педагошког истраживања и стваралаштва,  
Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, 1979
63. Ljubunčić, S., Metodika računске nastave u radnoj školi, Nadbiskupska  
naklada, Zagreb, 1929
64. Лукиќ, С., Современи наставни методи и средства во наставата по  
математика, Ново основно училиште, Просветно дело, Скопје, 1959
65. Маджаров, А., и други, Методика на обучението по математика 1-3  
клас, Народна просвета, Софија, 1980
66. Marjanović, M., Funkcija, Matematika, Beograd, 1973, br.1
67. Markovac, J., Skupovni i brojevni pristup u početnoj nastavi matematike,  
Pedagoški rad, Zagreb, 1985, br.9-10
68. Markovac, J., Novi plan i program nastave matematike, Pedagoški rad,  
Zagreb, 1983, br.1-2
69. Markovac, J., Neuspeh u nastavi matematike, školska knjiga, Zagreb,  
1976
70. Markovac, J., Metodika početne nastave matematike, Školska knjiga,  
Zagreb, 1992
71. Маслова, Г., Анализа реформе математичког образовања у основној и  
средњој школи, Настава математике, Београд, 1978, бр.1-2

72. Маслова, Г., VII международный конгресс по математическому образованию, Математика в школе, Москва, 1977, No 4
73. Математика во основното училиште, Зборник на материјали од семинари, Просветно дело, Скопје, 1960
74. Меѓународна конференција о настави природних наука, Савремена школа, Београд, 1960.
75. Метальский, Н. В., Психолого - педагогические основы дидактики математики, Высшая школа, Минск, 1977
76. Метальский, Н. Б., Дидактика математики, Издательство, БГУ, Минск, 1982
77. Мијаловиќ, Т., Михајловиќ, Д., Сметанка за III одделение, Просветно дело, Скопје, 1950.
78. Мине, С., Шапкина, В.Н., О новых программах по математике в средней школе Японии, Математика в школе, Москва, 1979, No 6
79. Мицковиќ, Н., Современите сфаќања за наставата по математика во основното училиште, Просветно дело, Скопје, 1984.
80. Митриновиќ, Д., Савремене тенденции у настави математике, Београд, 1955.
81. Моачанин, П., Методика наставе рачуна и геометрије за учителске школе, Нолит, Београд, 1956.
82. Монахов, В. М., V Международный конгресс по математическому образованию, Математика, Москва, 1985, II 0 4
83. Mužić V., Metodologija pedagoškog istraživanja, Svijetlost, Sarajevo, 1986
84. Наставни план и програма за основните училишта, Државно книгоиздателство на Македонија, Скопје, 1946
85. Наставен план и програми за основните училишта, Државно книгоиздателство на Македонија, Скопје, 1948
86. Наставен план и програми за основните училишта, Државно книгоиздателство на Македонија, Скопје, 1949
87. Наставен план и програми за основни училишта, Министерство за просвета на НР Македонија, Скопје, 1950
88. Наставен план и програм за основните четиригодишни училишта и нижите одделенија на основните осумгодишни училишта, Совет за просвета, наука и култура на НР Македонија, Скопје, 1952
89. Наставни планови и програми за основни осумгодишни училишта, Просветно дело, Скопје, 1957
90. Наставни планови и програми за основните училишта во НРМ, I до V одделение, Просветно дело, Скопје, 1959
91. Наставен план и програма за основните училишта во Социјалистичка Република Македонија, Просветно дело, Скопје, 1966
92. Наставен план и програми за воспитно-образовната дејност во основното воспитание и образование, I-IV одделение, просветно дело, Скопје, 1981
93. Неванлина, Р., Реформа у настави математике, Математика, Београд, 1973, бр.4,
94. Neunzig, W., Sorger, P., Einstieg in die Mathematik, Freiburg, 1969

95. Neunzig, W., Sorger, P., Wir lernen Mathematik, III/3. Schuljahr, Freiburg, Basel, Wien, 1969
96. Neunzig, W., Sorger, P., Wir lernen Mathematik, IV/4. Schuljahr, Freiburg, Basel, Wien, 1969
97. Николић, М., Еволуција проблема избора садржаја математичког образовања, Математика, Београд, 1972, бр. 4
98. Николовски, Т., Основи на статистиката во психологијата, Студентски збор, Скопје, 1982
99. Новак, Ј., Сметанка за III одделение, Државно книгоиздателство на Македонија, Скопје, 1946
100. Основно училиште, Општа програмска структура со наставен план и програма, Просветно дело, Скопје, 1973
101. Педагошка енциклопедија 2, Завод за уџбенике СР Србије и др., Београд, 1989
102. Penavin, V., i drugi, Metodički priručnik za neka pitanja početne nastave matematike, Novi Sad, 1974
103. Penavin, V., Modernizacija nastave matematike, Matematika, Beograd, 1972, br.1
104. Пенавин, В., Методички проблеми обради наставне грађе из теорије скупова, Математика, Београд, 1972, бр.2-3 и бр.4
105. Penavin, V., Nekoliko metodičkih pitanja obrade pojmova iz oblast skupova, Matematika, Beograd, 1974, br.4
106. Prenčević, M., Nastava geometrije u razrednoj nastavi, Život i škola, Osije, 1978 br.3-4
107. Petz, B., Osnovne statističke metode, Zagreb, 1964
108. Пијаже, Ж., Развој на интелигенцијата, Просветно дело, Скопје, 1988
109. Пиажет, Ж., Как дети образуют математические понятия, Вопросы психологии, Москва, 1966, No 4
110. Poddakov, N.N., Praktično misljenje kod dece, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, 1984
111. Prvanović, S., Savremena interpretacija važnijih matematičkih pojmova u nastavi, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, 1981
112. Prvanović, S., Metodika savremene nastave matematičkog obrazovanja u osnovnoj školi, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, 1970
113. Првановић, С., Броиме, мериме, сметаме, учебник по математика за II одделение, Просветно дело, Скопје, 1961
114. Првановић, Станко, Математика у I, II и III разреду основне школе, Завод за уџбенике НР Србије, Београд, 1960
115. Првановић, С., Методика наставе рачуна, Завод за уџбенике НР Србије, Београд, 1952
116. Првановић, С., Математика у III и IV разреду основне школе, приручник за наставнике, Завод за уџбенике СР Србије, Београд, 1965
117. Поповиќ, Ч., Руменова, Љ., Математика за II одделение, Просветно дело, Скопје, 1970
118. Поповиќ, Ч., и други, Математика за III одделение, Просветно дело, Скопје, 1970
119. Поповиќ, Ч., Руменова, Љ., Математика за IV одделение, Просветно дело, Скопје, 1970

120. Поповиќ, Ч., и други, Броиме, мериме, сметаме, учебник по математика за III одделение, Просветно дело, Скопје, 1964
121. Поповиќ, Ч., и други, Броиме, мериме, сметаме, учебник по математика за IV одделение, Просветно дело, Скопје, 1964
122. Радојевиќ, П., Радојевиќ, В., Методика наставе математике, Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, 1984
123. Радовиќ, С., Смиљаниќ, М., Однос измеѓу логичко-математичких способности ученика и нивовог успеха из математике у првом разреду основне школе, Настава и васпитање, Београд, 1975, бр.5
124. Радев, Р., Начални математички знаи, Народна просвета, Софија, 1970
125. Раководство за учителите от долниот курс за основните училишта во Македонија, Поверенство за народна просвета, Скопје, 1945
126. Рапе, В., и други, Сметанка за II одделение, Просветно дело, Скопје, 1952
127. Рукавина, Ј., Сметанка за IV одделение, Државно книгоиздателство на Македонија, Скопје, 1947
128. Smolec, I., Konfliktne situacije u modernizaciji nastave matematike i kako ih razrešiti, Matematika, Beograd, 1973, br.1 i br.2
129. Savetovanje o početnoj nastavi matematike održano 9 i 10 januara 1975 u Sarajevu, I i II deo, Matematika, Beograd, 1975, br.2 i 3
130. Станаревиќ, М., Периќ, М., Сметанка за II одделение, Просветно дело, Скопје, 1956.
131. Стоиќ-Јањушевиќ, Д., Сметаме од 1 до 20 за I одделение, Просветно дело, Скопје, 1961
132. Tomić, A., Oblikovanje pojma naravno število in elementarnih aritmetičkih operaciji, Sadobna pedagogika, Ljubljana, 1985, br.1-2
133. Tomić, A., Modeli teksonomije matematičkih učnih ciljev, Sodobna pedagogika, Ljubljana, 1985, br.7-8
134. Udžbenik kao činilac u unapređivanju nastave matematike, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, 1980
135. Феријер, А., Саморадња код деце, Књижарница Геце Кона, Београд, 1938
136. Frederika i Papi, Sijete i grafovi, Školska knjiga, Zagreb, 1972
137. Фроидентал, Г., Математика как педагогическа задача, Просвещение, Москва, 1983
138. Шарановиќ, Б., и други, Сметанка за III одделение, Просветно дело, Скопје, 1950
139. Šimleša, P., Metodika, knjiga I, Pedagoško-književni zbor, Zagreb, 1955.

# СОДРЖИНА

ВОВЕД	3
I. ТЕОРИСКИ ПРИСТАП НА ПРОБЛЕМОТ НА ИСТРАЖУВАЊЕТО	6
I.1. Преглед на развојот на математиката како наука	6
I.2. Тенденции за модернизација на наставата по математика	8
I.2.1. Движења за реформа на наставата по математика од почетокот на овој век до Втората светска војна	8
I.2.2. Движења за реформата на наставата по математика по Втората светска војна	21
I.2.3. Педагошки и психолошки основи за изградување на современа методика на наставата по математика	33
II. РАЗВОЈ НА НАСТАВАТА ПО МАТЕМАТИКА ОД ПРВО ДО ЧЕТВРТО ОДДЕЛЕНИЕ ОД УЧЕБНАТА 1944/45 ДО 1958 ГОДИНА	46
II.1. Обид за периодизација на развојот	46
II.2. Развој на наставата по сметање (со геометрија) од учебната 1944/45 до 1958 година	50
II.2.1. Развој на наставната програм	50
А. Програмата по сметање	52
Б. Програмата по формознание со практична геометрија	54
II.2.2. Методиката на наставната работа	61
II.2.3. Учебниците по сметање (со геометрија)	84
II.2.4. Наставен кадар	88
II.2.5. Некои карактеристики на развојот на наставата по математика од I до IV одделение во првиот период	91
III. РАЗВОЈ НА НАСТАВАТА ОД 1959 ДО 1973 ГОДИНА	96
III.1. Основи и принципи на реформата на наставата по математика од 1958 година	96
III.2. Наставна програма	103
III.2.1. Цел и задачи на наставата	103
III.2.2. Содржина на наставата	106
III.2.3. Објаснение на програмата	109
III.2.4. Промени во наставниот план и програма	110
III.3. Методиката на наставната работа	112
III.4. Учебниците за наставата по математика од I до IV одделение во вториот период	143
III.5. Наставен кадар	146
III.6. Заклучни согледувања за развојот на наставата по математика во вториот период	148
IV. РАЗВОЈ НА НАСТАВАТА ОД 1973 ДО 1990 ГОДИНА	154
IV.1. Основи на реформата на наставата по математика од 1972 година	154
IV.2. Основни ставови за карактерот на содржината на наставната програм	158
IV.3. Наставниот план и програма	166
IV.3.1. Објаснението на програмата	174



IV.3.2. Промени во наставната програма	175
IV.3.3. Проект за реализација на наставната програма	178
IV.4. Методиката на наставната работа	180
IV.4.1. Наставни принципи, форми и методи	180
IV.4.2. Обработка на содржините од множества	187
IV.4.3. Воведување на поимот природен број и операциите со природните броеви	190
IV.4.4. Методика на обработка на геометриските содржини	205
IV.5. Учебна и прирачна литература и наставни средства	214
IV.6. Наставен кадар	219
IV.7. Некои карактеристики на развојот на наставата по математика од I до IV одделение во третиот период	222
<b>V. МЕТОДОЛОГИЈА НА ИСТРАЖУВАЊЕТО</b>	226
V.1. Предмет на истражувањето	226
V.2. Дефинирање на основните поими	229
V.3. Цел и задачи на истражувањето	230
V.4. Хипотези на истражувањето	231
V.5. Значење на истражувањето	231
V.6. Методи и техники на истражувањето	232
V.7. Примерок на истражувањето	233
V.8. Статистичка обработка на податоците	234
V.9. Резултати од анкетата со наставници од одделенската настава	236
V.10. Интервју со просветни инспектори - учесници во реформите на наставата по математика од I до IV одделение	252
<b>VI. ЗАКЛУЧОК</b>	260
ПРИЛОГ 1. Наставен план за учебната 1944/45 година	271
2. Прашалник за учителите од I до IV одделение	273
<b>ЛИТЕРАТУРА</b>	280