

ПРОГРАМА ЗА ПРЕТСТАВУВАЊЕ НА 4D ОБЈЕКТИ

Ристо Ташевски

Машински факултет, Универзитет „Св. Кирил и Методиј“,
п. фах 464, 91001 Скопје, Република Македонија

Направена е програма за претставување на 4D објекти, со цел да се приближи четири- и повеќедимензионалниот простор до човекот, односно да се објаснат некои линиски и криволиниски објекти на 4D простор, поточно проекциите на некои четиридимензионални рабести и валчести тела и површини, како и нивните пресеци со 4D рамнина.

Клучни зборови: хиперрамнина; 4D (четиридимензионален) простор; 4D објект; 4D рамнина.

1. ВОВЕД

Во последните децении во математиката и нацртната геометрија се поставува прашањето за повеќе димензионалниот простор. Интересот за оваа проблематика произлегува од сè поголемата примена во другите научни области: физичко-хемиската анализа, при исцртување на површини со хомогени координати во компјутерската графика, при обработка на металите со режење, при следење на топлински процеси во транспортните машини и во редица други области [1].

Основните принципи на претставување произлегуваат од самиот човек, од неговата способност за претстава, односно од неговите органи за перцепција и меморирање. За визуелна претстава на некој објект се користи окоото, кое гледа во две димензии или, како што велите, рамнински, а длабочината (третата димензија) не ја гледа во реална големина, туку таа човекот ја чувствува и со искуство ја одредува. Со испитувањето на трите димензии на човекот му стана јасен тридимензионалниот простор, но кога ќе

се спомне четиридимензионален предмет, тогаш постои мислење дека тоа е нешто имагинарно, нешто што не постои, што не може да се види. Едноставно, човекот во мала мера навлегол во изучување на многудимензионалниот простор. Светот што нè опкружува е тридимензионален и сите објекти во него се тридимензионални. Четиридимензионален свет или простор физички не постои, односно ние не познаваме таков, но тоа не значи дека не можат да се проучат математички дефинирани четиридимензионални објекти од тој простор проектирани или претставени во за нас познатиот тридимензионален простор.

Четвртата димензија не ја чувствуваме како третата, бидејќи немаме за тоа искуство и нормално не можеме визуелно да ја забележиме, неа најчесто ја поистоветуваме со времето. Но математички и графички може да се стекне претстава за четвртата димензија и да се објаснат проекциите и пресеците на некои 4D тела и површини.

1. ОСНОВНИ ПОИМИ НА ПРОЕКТИРАЊЕ НА 4D ОБЈЕКТИ

ND простор се состои од множество на бескрајно многу (∞^n) точки, прави, рамнини и 4D, 5D ... N-1D рамнини. Точките се дефинираат со n параметри или координати x, y, z, w, \dots, n односно $A(x, y, z, w, \dots, n)$. Бескрајно многу (N-1)D рамнини дефинираат ND геометриски објект. ND простор може да се претстави со

$$\mathbf{R}^n = \{(x, y, z, w, \dots, n), x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}, z \in \mathbf{R}, w \in \mathbf{R}, \dots, n \in \mathbf{R}\}$$

За претставување на објекти во одреден простор во математиката и геометријата се развила одредени методи. Основен метод со кој нацртната геометрија ги претставува просторните геометриски фигури и физички објекти е проектирањето (латински „projicere“ – фрлање пред, фрлање напред, префрли) кое овозможува ND објект да се трансформира во проективниот простор, а потоа да се прикаже во рамнинска слика.

За да се дојде до математички израз за проектирање во 4D простор, треба да се определат пробод на права со 4D рамнина. Изразот за права во 4D просторот е

$$x = x_1 + (x_2 - x_1)t$$

$$y = y_1 + (y_2 - y_1)t$$

$$z = z_1 + (z_2 - z_1)t$$

$$w = w_1 + (w_2 - w_1)t$$

а на 4D рамнина

$$A_x + B_y + C_z + D_w + E = 0$$

ако се замени параметарот $t = t_0$, се добива точка $A(x_0, y_0, z_0, w_0)$. Значи, со пробод на права од 4D просторот со 4D рамнина се добива точка од 4D просторот. Таа точка проектирана во 3D и во 2D просторот односно на екран го добива трансформиран облик $A(x_0, y_0)$.

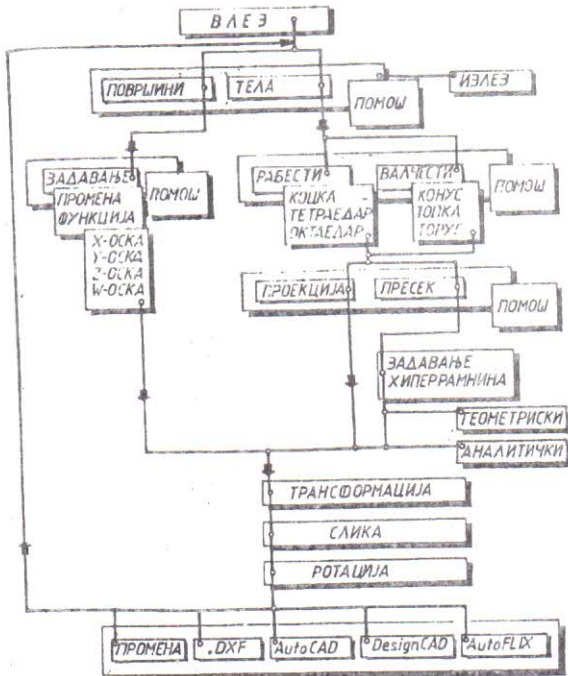
3. КОМУНИЦИРАЊЕ НА КОРИСНИКОТ СО ПРОГРАМАТА

Геометријата направила голем напредок во претставување на објекти преку разни илустрации, дијаграми, слики и модели. Во геометријата напредокот во претставувањето на објектите се базира на усовршување на рачниот метод, додека сложените објекти, како што се на пример површините, со овој метод многу тешко се претставуваат. Рачните методи за претставување на објекти во последно време сè почесто се заменуваат со нови методи кои се резултат на развојот на компјутерската графика.

Модерната компјутерска графика создаде нов медиум со голем потенцијал за претставување на објекти. Со помош на компјутерот на лесен и едноставен начин се пресметуваат и цртаат разни положби на објекти, за што со рачните методи би било потребно значително повеќе време.

Во трудот е направена софтверска поддршка (програма) за претставување на 4D објекти. Оваа програма овозможува претставување на рабести и валчести 4D тела, пресеци на истите со 4D рамнина и 4D површини. Бројните менија во програмата овозможуваат нејзино едноставно користење и со тоа и едноставно и брзо добивање на резултати. Како преку менијата се поврзуваат алгоритмите од програмата се гледа од блок-дијаграмот на сл. 1.

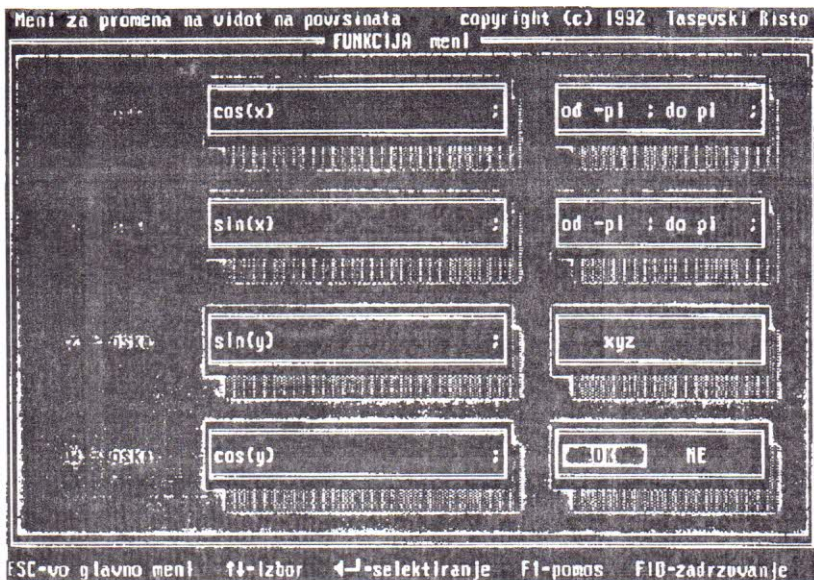
На сл. 2, 3, 4 и 5 делумно се претставени менијата за задавање и избор на 4D објектите.



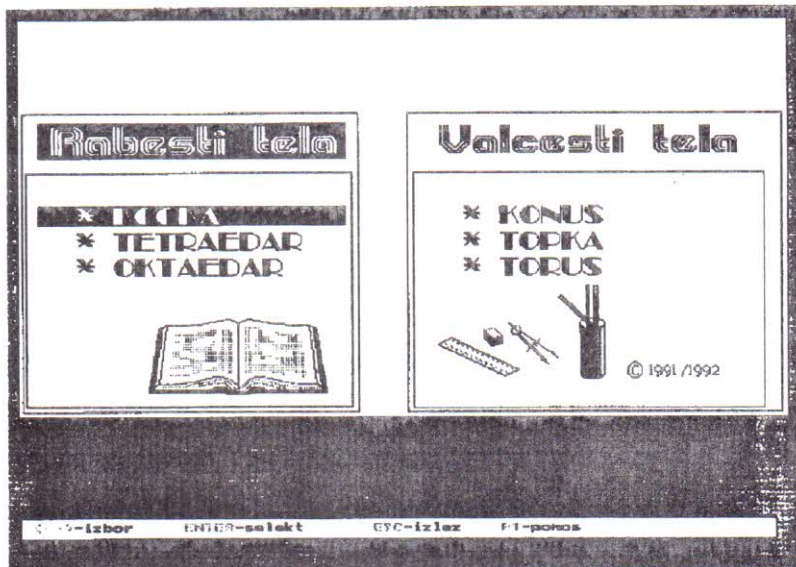
Сл. 1 – Блок дијаграм за поврзаноста на деловите од програмата за претставување на 4D објекти



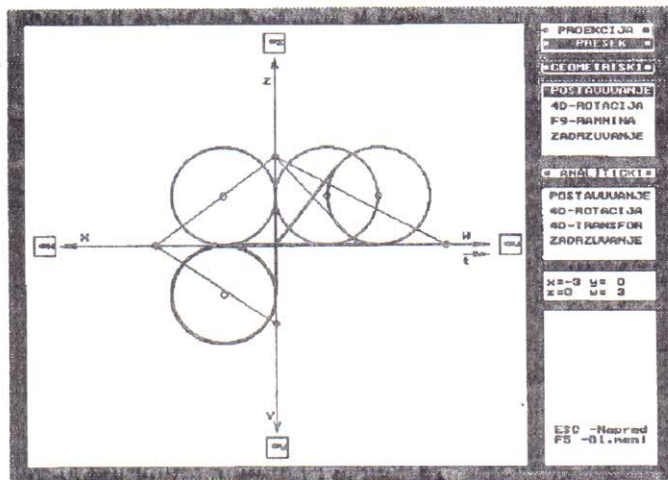
Сл. 2 – Воведно мени за избор на 4D површини



Сл. 3 – Мени за задавање на функција на 4D површината



Сл. 4 – Мени за избор на рабести и валчести 4D тела



Сл. 5 – Геометриски начин на поставување на 4D рамнина

4. ПРОЕКЦИИ И ПРЕСЕЦИ НА РАБЕСТИ 4D ТЕЛА

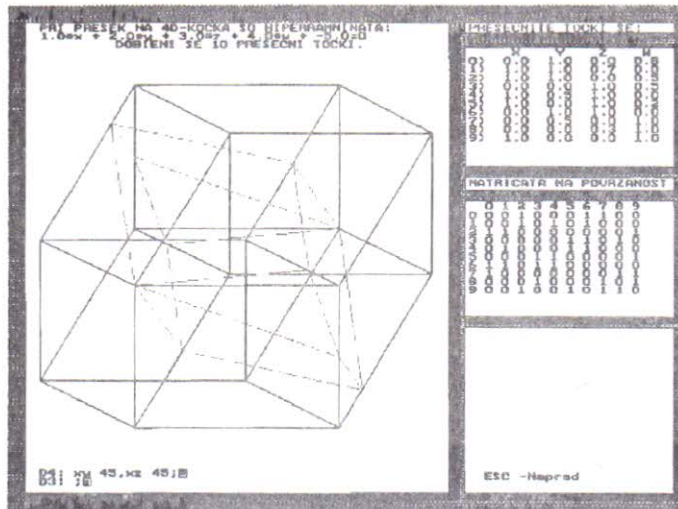
Четиридимензионално геометриско рабесто тело се нарекува ограничена и затворена област омеѓена од сите страни со конечен број хиперрамнини и многуаголници (полигони). Делови на хиперрамнини што го омеѓуваат четиридимензионалното рабесто тело се тридимензионални тела. Тридимензионалното тело е омеѓено со многуаголници.

Наједноставно ќе се стекне сознание за 4D рабести тела ако се проучат правилните геометриски 4D рабести тела. Правилно геометриско еднакворабно 4D тело се нарекува тоа тело чишто гранични хиперрамнини се правилни еднакви (складни) 3D тела или полиедри кај кои во секое теме се среќава ист број еднакви рабови. Секое теме на правилно рабесто 4D тело претста-

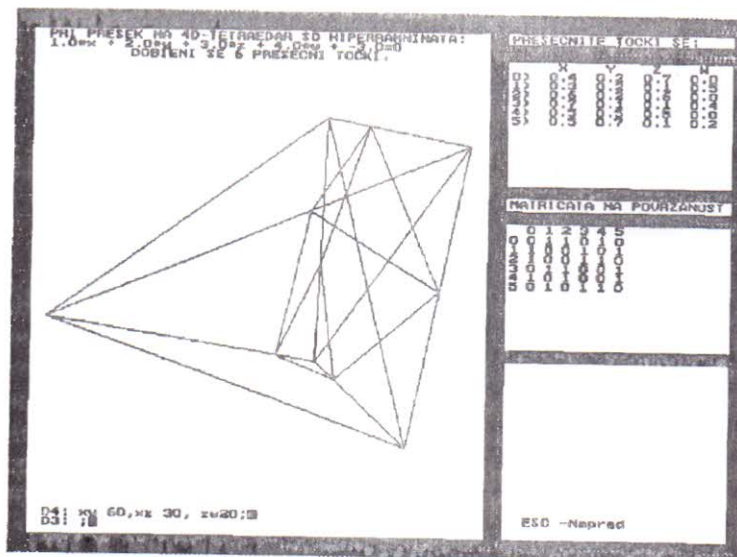
вува пресек на најмалку 4 еднакви рабови кои образуваат еднакви просторни агли или кошеви.

За да се одреди проекција на четири- или повеќедимензионално рабесто тело, потребно е да се изврши проектирање на сите негови темиња и сврзување по одреден ред.

Покрај проекциите на 4D рабести тела се анализираат пресеци на истите со 4D рамнини. Од интерес е да се разгледа множеството на точки што му припаѓа на даденото 4D тело и на 4D рамнина што го сече тоа тело. Овие заеднички точки определуваат хиперрамнина или 3D објект и тие се нарекуваат пресек на 4D тело со 4D рамнина (сл. 6. и сл. 7). Заедничките точки се добиваат како пресек на 4D права и 4D рамнина.



Сл. 6 – Пресек на 4D коцка со 4D рамнина



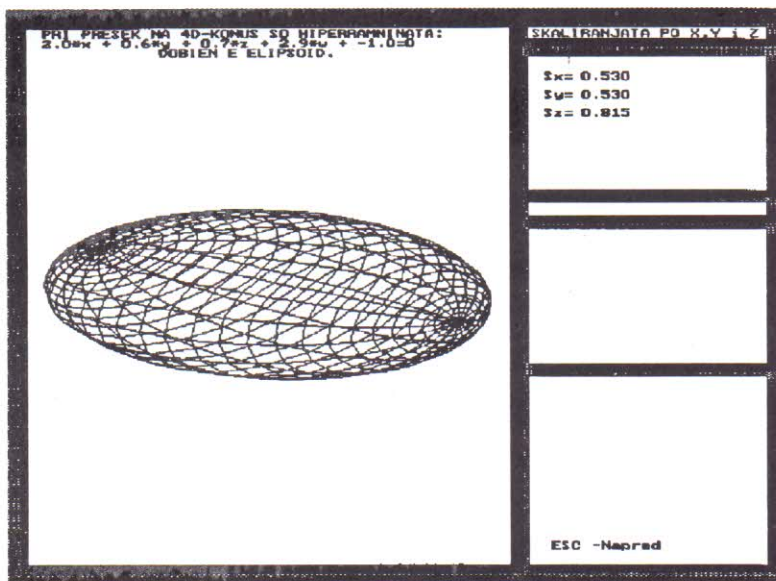
Сл. 7 – Пресек на 4D тетраедар со 4D рамнина

5. ПРОЕКЦИИ И ПРЕСЕЦИ НА ВАЛЧЕСТИ 4D ТЕЛА

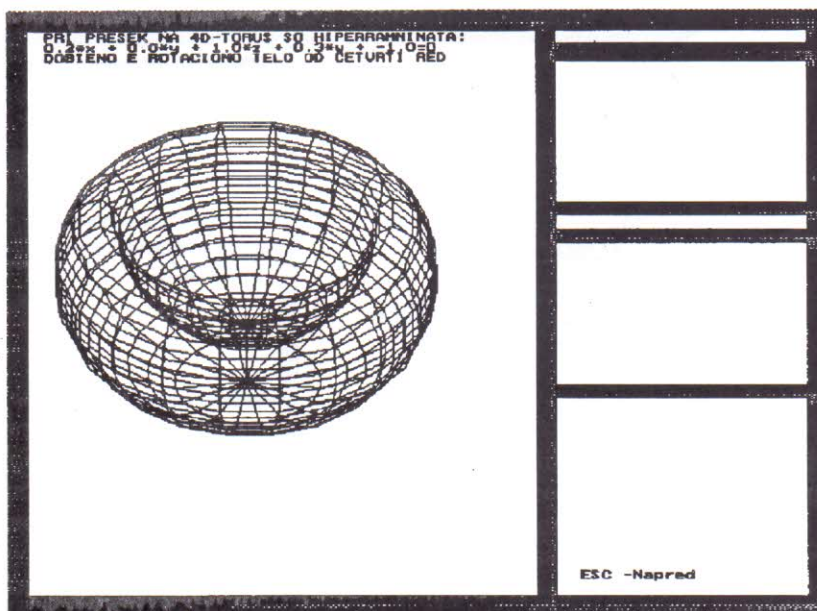
Правилни геометриски валчести тела или ротациони тела се нарекуваат површините кои се добиваат со ротација на права или крива околу зададена оска. Аналогно 4D валчести тела се 4D површини кои се добиваат со ротација на геометриски лик околу зададена оска. Секоја точка од геометрискиот лик опишува кружница која се нарекува хоризонтална изводница, а сите пресеци на 4D површини со рамнини паралелни со зададената оска образуваат складни криви кои се нарекуваат вертикални изводници. Кога ќе се претстават хоризонталните и вертикалните из-

водници на 4D валчести тела во 3D и 2D простор, се добиваат нивните проекции [2, 3].

Алгоритмите за пресеци на валчести тела многу се разликуваат од алгоритмите за пресеци на рабести тела, затоа што не се користи пробод на права низ рамнина. Пресекот се сведува на одредување на нападните агли на 4D рамнина врз координатните хиперрамнини. Во зависност од нападните агли потоа се одредуваат пресеците кои претставуваат тридимензионални тела (сл. 8. и сл. 9).



Сл. 8 – Пресек на 4D конус со 4D рамнина



Сл. 9 – Пресек на 4D торус со 4D рамнина

6. ПРОЕКЦИИ НА 4D ПОВРШНИ

Четиридимензионални површини се нарекуваат такви површини кај кои положбата на секоја точка е определена со четири координати.

Претставувањето на четиридимензионалните површини се сведува на претставување на точки во 4D простор $T(x, y, z, w)$. Тие точки се трансформираат во точки во тридимензионален и во дводимензионален простор и како такви се прикажуваат на екранот $T(x, y)$.

Пред да се претстават точките во 4D простор, треба да се воспостави функционална завис-

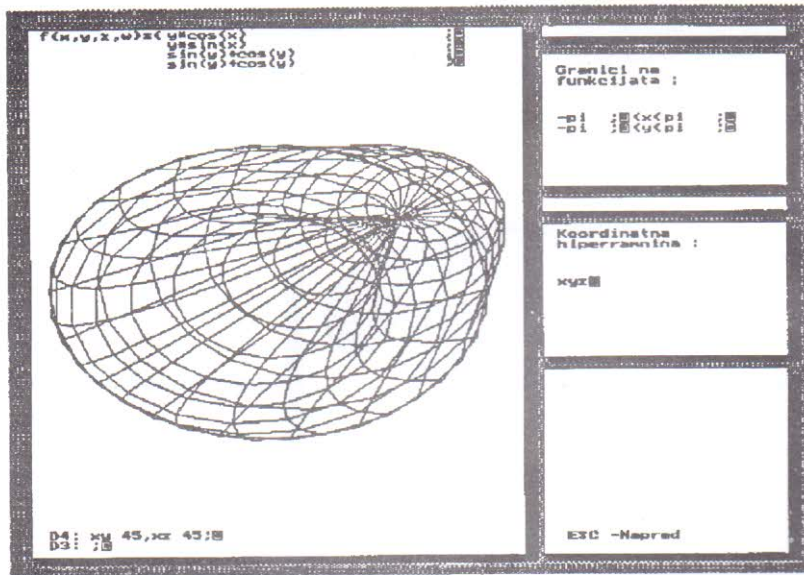
ност на координатите по сите оски. 4D функција се претставува со изразот

$$f(x, y, z, w) = 0,$$

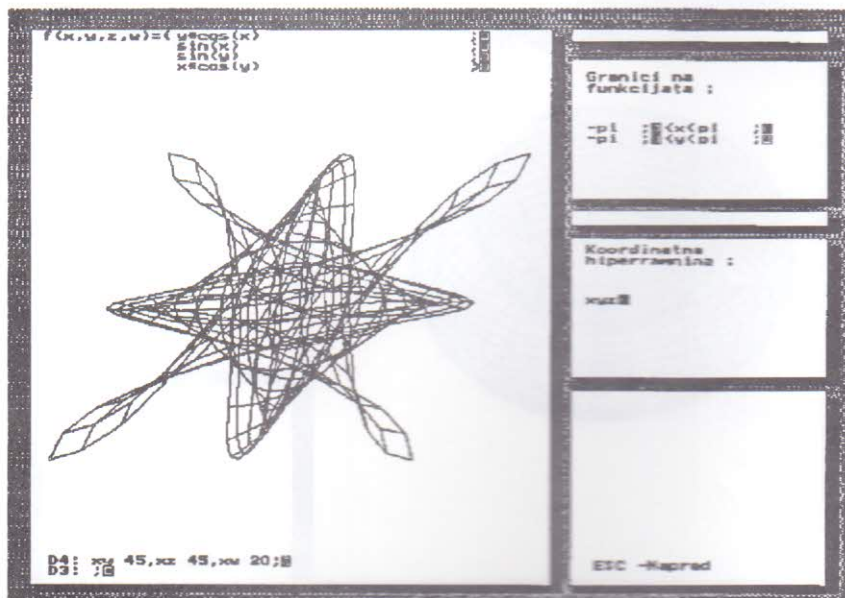
односно може да се сведе на две функции со две непознати

$$z(x, y) = 0 \quad \text{и} \quad w(x, y) = 0.$$

За да се претстават 4D површини, добиените точки се поврзуваат во мрежа со хоризонтални (напречни) и вертикални (надолжни) изводници (сл. 10 и сл. 11).



Сл. 10 – Проекција на 4D површина зададена со точки од 4D простор $(y \cdot \cos(x), y \cdot \sin(x), \sin(y) + \cos(y), \sin(y) + \cos(y))$ каде $x, y \in \mathbb{R}$



Сл. 11 – Проекција на 4D површина зададена со точки од 4D просторот $(y \cdot \cos(x), \sin(x), \sin(y), x \cdot \cos(y))$ каде $x, y \in \mathbb{R}$

7. ЗАКЛУЧОК

Програмата придонесува делумно да се разбере четиридимензионалниот простор и 4D објекти во него. Во трудот се дадени само неколку резултати кои произлегуваат од обемна студија без аналитички и геометриски анализи.

Дадени се проекциите на 4D рабести и валчести тела и нивните пресеци со 4D рамнина, кои претставуваат 3D тела и проекции на 4D површините.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Филипов П. В.: *Начертательная геометрия многомерного пространства и ее приложения*. Ленинград, 1979, стр. 1-140, 180-195.
- [2] Banchoff F. T.: *Computer Animation and the Geometry of Surfaces in 3- and 4-Space*, International Congress, Helsinki, 1978, str. 1005-1013.
- [3] Hoffmann M. C., Zhou J.: *Some techniques for visualizing surfaces in four-dimensional space*, West Lafayette, 1990, CAD Jan/Fev 1991, pp. 83-91.
- [4] Ташевски Ј. Р.: *Графичко претставување на четиридимензионални објекти*, Магистерска работа (ментор проф.д-р. Д. Михајлов), Скопје, 1992, стр. 1-267

Summary

SOFTWARE FOR PRESENTATION TO THE 4D OBJECTS

Risto Taševski

*Faculty of Mechanical Engineering, The "Sv. Kiril & Metodij" University,
P.O.B. 464, 91001 Skopje, Republic of Macedonia*

Key words : hyperplains; 4D (four dimensional) space; 4D object, 4D plain.

In this paper a software for the presentation of the 4D objects, with intention for approaching of the four and more dimensional space to the human being is created. With this software and complete study there are explained some linear and curvilinear objects of the 4D space, respectively projections of some 4D an-

gular and oval forms and surfaces, and theirs sections with 4D plain.

The software enables choice of all kinds of surfaces. The sections of the 4D objects with 4D plain results in 3D objects (hyperplains).